



本科毕业论文（设计）

题 目 空间插值技术的开发与实现

学 院 计算机与信息科学学院软件学院

专 业 网 络 工 程

年 级 2015 级

学 号 222015321210063

姓 名 陈 典 超

指 导 教 师 伍 胜

成 绩 _____

2019 年 02 月 28 日

目录

摘要:	4
Abstract:	4
第 1 章 导论.....	5
第 2 章 正文.....	7
2.1 空间插值的基本原理.....	7
2.2 两种插值方式（反距离权重插值法、普通克里金插值法的比较）	7
2.2.1 基本思想比较	7
2.2.2 算法比较	8
2.2.3 实验结果比较	8
2.3 变差函数.....	8
2.3.1 变差函数的理论模型	9
2.3.2 有 sill 的理论模型	9
2.3.3 无 sill 的理论模型	9
2.4 克里金插值法.....	10
2.4.1 假设条件	10
2.4.2 无偏约束条件	11
2.4.3 空间内方差的推导	11
2.4.4 变差函数 γ	12
2.4.5 权重 λ 的推导	13
2.5 克里金插值的实现.....	15
2.5.1 系统流程图	15
2.5.2 克里金插值流程图	16
2.5.3 数据结构	17
2.5.4 输出结果	20
第 3 章 结论.....	21
参考文献:	21
致谢:	22

附录(源代码)23

DEM_Point 类..... 错误!未定义书签。

Discrete_Point 类..... 错误!未定义书签。

Input 类 错误!未定义书签。

Output 类 错误!未定义书签。

KrigingCore 类 错误!未定义书签。

Meshing 类..... 错误!未定义书签。

空间插值技术的开发与实现

陈典超

西南大学计算机与信息科学学院 软件学院, 重庆 400715

摘要: 气温对生态系统的结构和功能具有十分重要的影响。因此, 掌握气温空间分布的不同形态特征, 然后使得气温的空间分布精确的展现出来具有十分重要的意义。而在实际的生活, 采集数据时, 不可能按照规则网格布点采集。而空间插值也由此应运而生。

本文是在分析了现实应用中采用一些插值方法, 在数字高程模型的基础上, 采用了克里金法的进行插值。因为克里金法能够充分考虑采样点所在的空间数据变量相关性, 达到有效的削弱数据集聚类影响, 实现高精度的空间插值。本文中开发出的插值算法, 实现了离散数据集的网格化并达到插值的目的。相比于反距离权重法, 克里金法更适用于样本数据分布具有随机性和结构性的采样区域。

关键词: 空间插值; 克里金法; 离散采集点数据集

Development and implementation of spatial interpolation technology

CHEN Dianchao

School of computer and information science, Southwest University, Chongqing 400715, PR China

Abstract: Temperature has a very important influence on the structure and function of ecosystem. Therefore, it is of great significance to grasp the different morphological characteristics of the spatial distribution of temperatures, and then make the spatial distribution of weather more accurate. However, when collecting data, it is impossible to collect data according to regular grid arrangement, and the space interpolation comes into being.

In this paper, with some interpolation methods analyzed in practical application, the interpolation method of kriging is adopted on the basis of digital elevation model, Because kriging method can fully consider the correlation of spatial data variables where sampling points are located, it can effectively weaken the influence of data clustering and achieve high-precision spatial interpolation. In this paper, the

interpolation algorithm realize the meshing of discrete data sets and achieve the purpose of interpolation further. Compared with the IDW, kriging method is more suitable for sampling areas with random and structural distribution of sample data.

Key words: interpolation; Kriging method; discrete collection point data sets

第 1 章 导论

自 20 世纪以来, 全球气温升高、温室效应加剧等问题一直受到人们的广泛关注。地球历史上就曾出现过因气温的重大变化导致生态系统遭受巨大破坏从而造成动植物的灭绝, 地球冰河期等重大生态、地质变化; 化石记录就曾经显示过去的 5 亿年里的物种大灭绝都和主要的气温变化有联系。然而, 当前的气候变暖却不同以往, 它已经被人类的社会生产极大的加速了。因此, 气温的变化很可能对物种及其所需的生活环境产生重大影响一简而言之, 就是对生态系统产生巨大影响。不仅如此, 气温的升高还可能会导致温室效应、酸雨、臭氧层变化等对人类的日常生产生活造成巨大影响的极端气候。所以, 观测人员需要对气温形势有更确切的认知, 能够更加精细的描述气温的变化。人们在了解气温的大致分布后, 需要更细致的了解到某个区域一段时间内气温变化形势。因此, 掌握气温的分布状态, 并通过科技手段展现出气温的变化趋势对于研究人员来说具有十分重大的意义。

在实际生活中, 为了更加准确、形象、具体的展现出气温分布图, 在生态系统的保护和人类生产生活中及时的应对气温的变化, 气温图也因此应运而生。因此所采集的数据点是否充足、绘图方式是否先进、绘图技术是否精湛等都直接影响生态环境的保护力度。卫星通过对全球的云层、地形等重要因素以及热成像等科学手段来采集大量的气温分布数据。根据采集方式的不同, 大致分为网格状数据即规则的数据集以及不规则采样(如根据地形采样得到的数据)数据即离散数据集。而依据空间插值的原理, 对于规则的采集点, 气温图的绘制更加的方便合理准确。但是, 在实际生活中, 规则的采样点数据是不现实的, 即数据集并不是沿网格状分布, 而是根据地形或者其他空间因素变化的。正是基于不规则采样点数据的绘图, 各种空间插值技术随之出现, 以期解决这种不规则采样点可能导致

的数据误差。

第 2 章 正文

2.1 空间插值的基本原理

空间插值 (https://en.wikipedia.org/wiki/Multivariate_interpolation) 是在空间相关的基础上根据已知点对未知点进行估计插值。空间相关就是在空间内（一维空间、二维空间或三维空间）空间距离越短，事物或者现象也就越相似甚至相同即越相关；而空间位置越远，事物或者现象差异也就越大即越不相关。空间相关体现了事物现象和空间位置的依赖。插值算法的不同都是基于这一性质做出假设后得出该算法的估计值。但是，无论是哪种插值算法，都与采样点有关。即采样点越多，采样点分布越均匀，那么插值算法得到的估计值也越接近现实的实际值。

2.2 两种插值方式（反距离权重插值法、普通克里金插值法的比较）

2.2.1 基本思想比较

反 距 离 权 重 法 （ 维 基 百 科 ：
http://en.wikipedia.org/wiki/Inverse_distance_weighting）在反距离加权法（又称距离倒数乘方法）的基础上来实现的。IDW 根据空间相关性认为插值点即（未知坐标点）的数据与该点周围一定区域内的已知采样点数据有关，是这些已知数据综合作用的结果，其影响大小与已知点到插值点的距离成反比关系。这种方法综合泰森多边形邻近点法、多元回归法的优势，通过权值的大小来调整空间插值的结构。

克里金插值法（又称克里格、克立格）（维基百科 <https://en.wikipedia.org/wiki/Kriging>）是一种特殊的反距离加权法。它是地理统计的重要内容之一，从地理统计的角度上来说：它是从空间的相关性、变异性出发，在有限的范围对区域化变量取值在无偏约束条件下进行的最优估计的一种方式。从计算公式上来看：它与反距离插值法仅仅只是权重的确定方式不同。但是从整个权重的计算过程来看，可以发现：反距离加权插值仅仅是根据空间距离直接确定权重。而克里金插值确实站在整个空间的角度上，对所有离散点进行综合分析来确定权重。

2.2.2 算法比较

反距离权重插值和克里金插值都是基于范围内的已知采样点，来计算每个采样点到插值点的权重，然后通过权重与采样点的值的乘积累加的方式得到估计值，所以称克里金插值作为一种特殊的反距离加权法。

反距离权重插值对于范围的确定有两种方式：一种是通过固定的搜索半径来确定半径内的插值点；另一种是不断地改变半径，通过半径的变化确定一定数目的采样点所需要的半径大小。而且，反距离权重插值对于权重的确定是采用距离倒数的关系（常取倒数的平方）

而克里金插值则是通过所有已知采样点两两之间距离关系拟合函数模型得到变差函数的参数即基台值 C_0+C 、块金常数 C_0 和变程 a ，然后通过模型来计算相应的权重。克里金插值对于权重的确定却与反距离权重法几乎完全不同，它是通过对于离散点之间的距离经变差函数模型后以及一系列复杂运算后的到的。

2.2.3 实验结果比较

反距离权重法综合泰森多边形等三种方法的长处，对插值点可以进行更圆滑的插值。而且，算法的实现更加简单。同样的，反距离权重法也相应的忽略了空间的相关性、变异性。他往往会因为采样点的分布而导致插值时对于最大值最小值进行漏估，从而造成插值结果有较大出入。而且，它会因为离散点稀疏分布不均匀而导致插值实现的等值线图产生围绕观测点的“牛眼”。

克里金插值法是一种在无偏约束条件下的代价函数最优解中所产生的插值点。它充分考虑了离散点的空间的相关性、变异性，所以它在插值过程中常常会得到最佳的估计值。但是，由于其充分利用了离散数据空间性质，所以在计算过程中存在计算量过大、插值时间过长等问题。

2.3 变差函数

空间插值的基本原理：空间中距离越短，事物也就越相似；距离越远，事物差异性也就越大。基于空间插值的基本原理，普通克里金插值认为：事物的相似度 γ 与空间距离 d 存在着一种函数关系，这种函数关系反应了空间的相关

性和变异性。它可能是线性函数，也可能是非线性函数。为了确定这种函数，克里金法通过画出 γ 和 d 的散点图对变差函数的理论模型进行函数拟合。通过拟合可以得到理论模型的重要参数：基台值 C_0+C 、块金常数 C_0 和变程 a 。

2.3.1 变差函数的理论模型

变差函数的理论模型是克里金插值中的一个重要板块，它是由实验变差函数总结、抽象最后加以概括而得到的。这些模型往往参与克里金插值中对栅格点的估计。常见的理论模型根据基台值（sill）有无分为两大类。

2.3.2 有 sill 的理论模型

1) 球状模型公式：

$$\gamma(d) = \begin{cases} 0 & d = 0 \\ C_0 + C \left(\frac{3}{2} * \frac{d}{a} - \frac{1}{2} * \frac{d^2}{a^2} \right) & 0 < d \leq a \\ C_0 + C & d > a \end{cases}$$

2) 指数模型公式：

$$\gamma(d) = \begin{cases} 0 & d = 0 \\ C_0 + C \left(1 - e^{-\frac{d}{a}} \right) & d > 0 \end{cases}$$

指数模型中的变程约为 $3a$ 。

3) 高斯模型公式：

$$\gamma(d) = \begin{cases} 0 & d = 0 \\ C_0 + C \left(1 - e^{-\frac{d^2}{a^2}} \right) & d > 0 \end{cases}$$

高斯模型中的变程为 $\sqrt{3} a$

2.3.3 无 sill 的理论模型

1) 幂函数模型公式：

$$\gamma(d) = d^a \quad 0 < a < 2$$

2) 对数函数模型公式：

$$\gamma(d) = \log d$$

3) 纯块金效应模型公式:

$$\gamma(d) = \begin{cases} 0 & h = 0 \\ C_0(> 0) & h > 0 \end{cases}$$

2.4 克里金插值法

与反距离权重法相似但更为抽象，克里金插值的公式也为:

$$\widehat{Z(s_0)} = \sum_{i=1}^n \lambda_i Z(s_i)$$

它表示的是估计值 $\widehat{Z(s_0)}$ 在栅格点 s_0 处的插值等于权重系数 λ_i 与离散点值 $Z(s_i)$ (在 s_i 处离散点值的大小) 的累加。其中 $Z(s_i)$ 表示在范围内的离散点。此处的权重系数 λ_i ，并非距离倒数的平方。它是能够满足点 s_0 估计值 \hat{z}_0 与真实值 Z_0 最小的一套最优系数:

$$\min_{\lambda_i} \text{Var}(\hat{z}_0 - Z_0)$$

而它是基于无偏估计条件下:

$$E(\hat{z}_0 - Z_0) = 0$$

2.4.1 假设条件

克里金插值有这许多假设条件，这些假设也对应着众多克里金插值方法。普通克里金插值方法的假设条件: 插值空间中任何一点对于整个空间来说都有相同的期望 E 与方差 σ^2 也就是说:

$$E[z(x, y)] = c$$

$$\text{Var}[z(x, y)] = \sigma^2$$

对于空间内任意一点的数据 $z(x, y)$ 都等于常量 c 和随机偏差 $R(x, y)$ 之和:

$$z(x, y) = E[z(x, y) + R(x, y)] = c + R(x, y)$$

即:

$$R(x, y) = \text{Var}[z(x, y)] = \sigma^2$$

2.4.2 无偏约束条件

普通克里金法是基于无偏估计条件之一：

$$E(\hat{z}_0 - Z_0) = 0$$

下的，得出空间中所有的任何一个离散点对整个空间来说都有一个相同的期望 c 。
因此在已知克里金插值公式

$$\widehat{Z(s_0)} = \sum_{i=1}^n \lambda_i Z(s_i)$$

的情况下，将插值公式代入无偏估计条件：

$$E\left(\sum_{i=1}^n \lambda_i Z_i - Z_0\right) = 0$$

已知空间期望 $E=c$ ，可知：

$$c \sum_{i=1}^n \lambda_i - c = 0$$

从而，我们可以推断出：

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1$$

因此，我们通过对普通克里金法的无偏估计条件：空间期望恒为 c ，推出了无偏估计的根本约束条件：

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1$$

整个空间在基于无偏估计条件下进行普通克里金插值时，对于离散点的权重总和恒为 1。

2.4.3 空间内方差的推导

无偏估计的另一条件便是空间内的任意一点对于整个空间都有唯一的方差：

$$\text{Var} [z(x,y)] = \sigma^2$$

取：

$$f(x,y) = \text{Var} [z(x,y)]$$

则：

$$\begin{aligned}
 f(x, y) &= Var(\hat{z}_0 - Z_0) = Var\left(\sum_{i=1}^n \lambda_i Z_i - Z_0\right) \\
 &= \left[var\left(\sum_{i=1}^n \lambda_i Z_i\right) - 2cov\left(\sum_{i=1}^n \lambda_i Z_i, Z_0\right) + cov(Z_0, Z_0) \right] \\
 &= \left[\sum_{i=1}^n \sum_{j=0}^n \lambda_i \lambda_j cov(Z_i, Z_j) - 2 \sum_{i=1}^n \lambda_i cov(Z_i, Z_0) + cov(Z_0, Z_0) \right]
 \end{aligned}$$

var() 表示随机变量方差；cov() 表示协方差

根据克里金插值

$$z(x, y) = E[z(x, y) + R(x, y)] = c + R(x, y)$$

和协方差的计算公式我们可以得到：

$$cov(Z_i, Z_j) = cov(R_i, R_j)$$

可以得到：

$$f(x, y) = \left[\sum_{i=1}^n \sum_{j=0}^n \lambda_i \lambda_j cov(R_i, R_j) - 2 \sum_{i=1}^n \lambda_i cov(R_i, R_0) + cov(R_0, R_0) \right]$$

2.4.4 变差函数 γ

在克里金插值中，为了更好的推导方差得到最优权重系数，我们定义了这么一个函数：变差函数：

$$\gamma_{ij} = \frac{1}{2} E[(Z_i - Z_j)^2]$$

克里金插值法中认为空间中任一点都等于恒定的空间期望 c 与随机偏差 R （即 σ^2 ）之和。由此，我们可以推出：

$$Z_i - Z_j = R_i - R_j$$

因此：

$$\begin{aligned}
 \gamma_{ij} &= \frac{1}{2} E[(R_i - R_j)^2] \\
 &= \frac{1}{2} E[R_i^2] + \frac{1}{2} E[R_j^2] - E[R_i R_j] \\
 &= \frac{1}{2} \sigma^2 + \frac{1}{2} \sigma^2 - cov(R_i, R_j)
 \end{aligned}$$

$$= \sigma^2 - cov(R_i, R_j)$$

由于克里金插值中假设空间中数据既有相近的属性,也在空间中有一定的相似度,而变差函数 γ_{ij} 表示了数据的相近属性,相似的空间则有空间距离 d_{ij} 来表示:

$$\begin{aligned} d_{ij} &= d(Z_i, Z_j) = d[(x_i, y_i), (x_j, y_j)] \\ &= \sqrt{((x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2)} \end{aligned}$$

为了得到这个数据模型的变差函数,我们将 (d, γ) 组成的散点图(常称为实验变差函数)对变差函数的理论模型进行拟合得到最优的变差函数:

$$\gamma = \gamma(d)$$

2.4.5 权重 λ 的推导

本文空间内方差的推导已经得到空间方差为:

$$f(x, y) = \left[\sum_{i=1}^n \sum_{j=0}^n \lambda_i \lambda_j cov(R_i, R_j) - 2 \sum_{i=1}^n \lambda_i cov(R_i, R_0) + cov(R_0, R_0) \right]$$

已知变差函数为:

$$\gamma_{ij} = \frac{1}{2} E[(R_i - R_j)^2]$$

其可以变形为:

$$\gamma_{ij} = \sigma^2 - cov(R_i, R_j)$$

带入空间方差函数 $f(x, y)$ 可得:

$$\begin{aligned} f(x, y) &= \left[\sum_{i=1}^n \sum_{j=0}^n \lambda_i \lambda_j (\sigma^2 - \gamma_{ij}) - 2 \sum_{i=1}^n \lambda_i (\sigma^2 - \gamma_{i0}) + \sigma^2 - \gamma_{00} \right] \\ &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=0}^n \lambda_i \lambda_j (\sigma^2) \\ &\quad - \sum_{i=1}^n \sum_{j=0}^n \lambda_i \lambda_j (\gamma_{ij}) - 2 \sum_{i=1}^n \lambda_i (\sigma^2) + 2 \sum_{i=1}^n \lambda_i (\gamma_{i0}) + \sigma^2 - \gamma_{00} \end{aligned}$$

由于无偏约束条件的存在:

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1$$

可得：

$$\begin{aligned} f(x, y) &= \sigma^2 - \sum_{i=1}^n \sum_{j=0}^n \lambda_i \lambda_j (\gamma_{ij}) - 2\sigma^2 + 2 \sum_{i=1}^n \lambda_i (\gamma_{i0}) + \sigma^2 - \gamma_{00} \\ &= 2 \sum_{i=1}^n \lambda_i (\gamma_{i0}) - \sum_{i=1}^n \sum_{j=0}^n \lambda_i \lambda_j (\gamma_{ij}) - \gamma_{00} \end{aligned}$$

为了求得最小的一组 λ_i , 使得方差函数 $f(x, y)$ 最小, 可以令函数 $f(x, y)$ 对 λ_i 求偏导, 使得函数值为零 (极小值):

$$\frac{\partial f(x, y)}{\partial \lambda_i} = 0$$

为了得到基于无偏约束条件下的最优的权重系数 λ_i , 还需满足

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1$$

就需要用到 Lagrange 乘数构造一个新的函数:

$$\psi = f(x, y) + 2\phi \left(\sum_{i=1}^n \lambda_i - 1 \right)$$

求解这个函数得到的最小的解就是无偏约束条件下的最优的权重系数

$$\begin{cases} \frac{\partial \psi}{\partial \lambda_j} = 0; & j = 1, 2, \dots, n \\ \frac{\partial \psi}{\partial \phi} = 0 \end{cases}$$

整理得:

$$\begin{cases} r_{j0} - \sum_{k=1}^n r_{jk} \lambda_k + \phi = 0; & j = 1, 2, \dots, n \\ \sum_{i=1}^n \lambda_i = 1 \end{cases}$$

通过上述计算可以得到一个求解权重系数的方程组, 化为矩阵形式即为:

$$[r_{ij}][\lambda] = [r_{i0}]$$

其中

$$r_{ij} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & \cdots & r_{1n} & 1 \\ r_{21} & r_{22} & \cdots & r_{2n} & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ r_{n1} & r_{n2} & \cdots & r_{nn} & 1 \\ 1 & 1 & \cdots & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_n \\ -\phi \end{bmatrix}$$

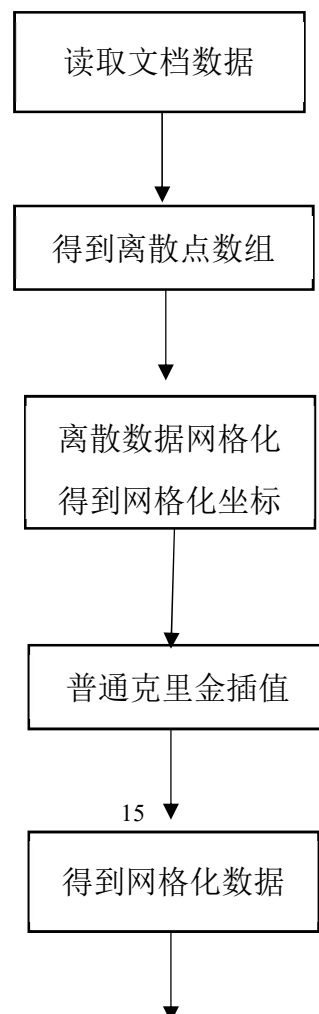
$$\lambda_{i0} = \begin{bmatrix} \lambda_{10} \\ \lambda_{20} \\ \vdots \\ \lambda_{n0} \\ 1 \end{bmatrix}$$

最后得到的矩阵 λ 即为满足无偏约束条件的最优权重系数矩阵。

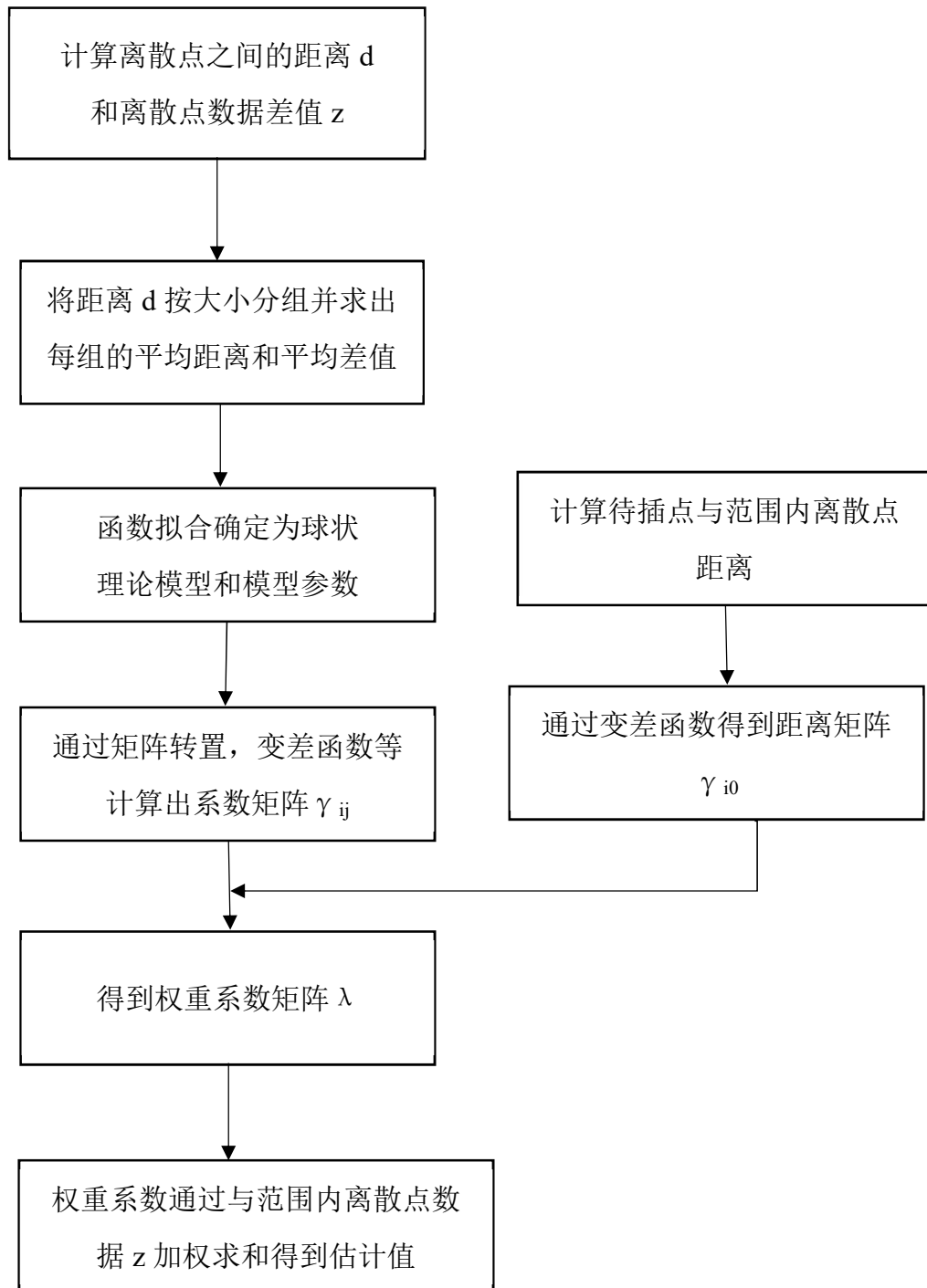
2.5 克里金插值的实现

本文基于上述的理论及方法实现克里金插值。代码是基于 `eclipse` 为开发平台的。代码主要板块有文档的读取、数据的存储、数据分析、数据计算以及文档输出

2.5.1 系统流程图



2.5.2 克里金插值流程图



2.5.3 数据结构

栅格点数据结构的定义：

```
public class DEM_Point {  
    private double x;  
    private double y;  
    private double z;  
  
    public DEM_Point( double x, double y, double z)  
    {  
        this.x=x;  
        this.y=y;  
        this.z=z;  
    }  
  
    public DEM_Point(double x,double y)  
    {  
        this.x=x;  
        this.y=y;  
    }  
  
    public double getX()  
    {  
        return x;  
    }  
  
    public void setX( double x)  
    {
```

```

        this.x=x;
    }

    public double getY()
    {
        return y;
    }

    public void setY( double y)
    {
        this.y=y;
    }

    public double getZ()
    {
        return z;
    }

    public void setZ( double z)
    {
        this.z=z;
    }

    public String toString() {
        return x + "    " + y + "    " + z;
    }
}

```

离散点数据结构:

```

public class Discrete_Point {

    private double x;
    private double y;
    private double z;

    public Discrete_Point ( double x, double y, double z)
    {
        this.x=x;
        this.y=y;
        this.z=z;
    }

    public Discrete_Point ( double x, double y)
    {
        this.x=x;
        this.y=y;
    }

    public double getX() {
        return x;
    }

    public void setX(double x) {
        this.x = x;
    }

    public double getY() {

```

```

        return y;
    }

    public void setY(double y) {
        this.y = y;
    }

    public double getZ() {
        return z;
    }

    public void setZ(double z) {
        this.z = z;
    }

    @Override
    public String toString() {
        return x + "    " + y + "    " + z;
    }
}

```

2.5.4 输出结果

克里金插值得到的结果将以 txt 文件格式输出。Txt 文本内存储了栅格点的 x 坐标、y 坐标以及 (x,y)坐标对应的属性值，根据文件可以通过软件 ArcGis 得到相应的栅格图。

第3章 结论

本文是基于空间气象研究中针对气象变化采样插值的。在对比了反距离权重法与普通克里金法之后，采用了描述空间相关性、差异性更准确的克里金法。普通克里金插值法基于空间的相关性并对这个性质做出了无偏约束的假设。在无偏约束条件的基础上，实现对离散点网格化而后插值。

参考文献：

- [1] 李军龙, 张剑. 气象要素空间插值方法的比较分析[J]. 草业科学, 2006, 23(8): 6-10.
- [2] 林忠辉, 莫兴国, 李宏轩. 中国陆地区域气象要素的空间插值[J]. 地理学报, 2002, 57(1): 47-56.
- [3] Dubrule, Olivier. Two Methods with Different Objectives: Splines and Kriging[J]. Journal of the International Association for Mathematical Geology, 1983, 15(2): 245-257.
- [4] S. J. Yakowiz, F. Szidarovsky. A Comparison of Kriging with Nonparametric Regression Methods[J]. Journal of the multivariate analysis, 1985, 16(1): 21-23.
- [5] 卢耀华, 王胜明, 郭剑. Kriging方法在输电线路气象环境建模中的应用[J]. 计算机系统应用, 2019, 28(2): 264-269.
- [6] 周成虎, 裴涛. 地理信息系统空间分析原理[M]. 北京: 科学出版社, 2011: 70-72.
- [7] 著者. 文献题名[C]. 编者. 论文集名. 出版地: 出版者, 出版年: 起止页码.
- [8] 颜慧敏. 空间插值技术的开发与实现[D]. 四川: 西南石油学院, 2005.
- [9] 周体鹏. 基于克里金插值法的昆明市PM_{2.5}预测[D]. 昆明: 云南大学, 2016.
- [10] 翟进乾. 克里金插值方法在煤层分布检测中的应用研究[D]. 太原: 太原理工大学, 2008.
- [11] 王子良. 空间数据预处理及插值方法对比研究 - 以铜陵矿区土壤元素为例[D]. 合肥: 合肥工业大学, 2010.

[12] 彭思岭. 气象要素时空插值方法研究[D]. 长沙: 中南大学, 2015.

致谢:

附录