

习题：

一、判断对错：

1) $\phi \cup \{\phi\} = \phi$

2) $\{\phi\} \cap \{\phi, \{\phi\}\} = \{\phi\}$

3) $\{\phi, \{\phi\}\} - \phi = \{\{\phi\}\}$

4) $(A - B) \cup B = A$

一、判断对错:

5) $(A \cup B) - A = B$

6) $(A \cap B) - A = \phi$

7) 若 $A \subseteq B$, $C \subseteq D$, 则 $A \cup C \subseteq B \cup D$

8) 若 $A \subset B$, $C \subset D$, 则 $A \cup C \subset B \cup D$

一、判断对错

9) $\emptyset \notin \rho(\{\{\emptyset\}\})$;

10) 若 $A \subseteq C$ 且 $B \subseteq D$, 则 $\rho(A \times B) \subseteq \rho(C \times D)$;

11) 若 $B \subseteq C$, 则对任意集合 A , 均有
 $A \times B \subseteq A \times C$, 对吗?

二、简答:

1)若 $A \times B \subseteq A \times C$, 一定有 $B \subseteq C$ 吗? 在什么条件下 $B \subseteq C$ 成立?

2)设集合 $A=\{x, y, z\}$, $B=\{a, x, w\}$,
求下列集合:

① $p(B-A)$; ② $A \oplus B$ 。

3)若 $A=\{a\}$, $B=\{b\}$, $C=\{c\}$,

求 $(A \times B) \times C$, $A \times (B \times C)$, $A \times B \times C$

二、简答:

4) 设 R_1, R_2, R_3 是 A 上关系, 若 $R_1 \subseteq R_2$, 则 $R_1 \cdot R_3 \subseteq R_2 \cdot R_3$, 对吗?

5) $A = \{1, 2, 3\}, R = \{(1, 2), (1, 3)\}, S = \{(1, 1)\}$, 求 $R \cdot S, S \cdot R$

三、证明题:

1) 设 $A \subseteq C$, 证明: $A \subseteq B$ 当且仅当 $C - B \subseteq C - A$

2) 证明: 若 $A \neq \phi$, $A \times B = A \times C$, 则 $B = C$ 。

习题答案:

一、判断对错:

解答: 2), 6), 7), 10), 11) 对, 其余错。

注意: 8) 是错的, 反例:

$B=D=N$ (自然数集合), $A=\{x|x\in N \text{ 且 } x \text{ 是偶数}\}$

$C=\{x|x\in N \text{ 且 } x \text{ 是奇数}\}$, 则 $A\cup C=B\cup D$,

二、简答题:

1) 解: 不一定; 若 $A \neq \phi$, 则 $B \subseteq C$ 成立。

2) ① $\rho(B-A)=\{\emptyset, \{a\}, \{w\}, \{a, w\}\}$;

② $A \oplus B = \{y, z, a, w\}$ 。

二、简答:

$$3) (A \times B) \times C = \{ ((a,b), c) \}$$

$$A \times (B \times C) = \{ (a, (b,c)) \}$$

$$A \times B \times C = \{ (a, b, c) \}$$

4)对 (证明: 任取 $(x, y) \in R_1 \cdot R_3$, 则存在 $z \in A$, 使 xR_1z , zR_3y , 因 $R_1 \subseteq R_2$, 得 xR_2z , 又由 zR_3y , 得 $xR_2 \cdot R_3y$, 因此 $(x,y) \in R_2 \cdot R_3$ 。证毕。)

$$5) \text{ 解: } R \cdot S = \emptyset, \quad S \cdot R = \{(1,2), (1,3)\}$$

三、证明题

1) 设 $A \subseteq C$, 证明: $A \subseteq B$ 当且仅当 $C-B \subseteq C-A$ 。

证: 必要性, 任取 $x \in C-B$, 则 $x \in C$ 且 $x \notin B$ 。

由 $A \subseteq B$, 知 $x \notin A$, 故 $x \in C-A$ 。

充分性: 任取 $x \in A$, 知 $x \notin C-A$, 由 $C-B \subseteq C-A$, 知 $x \notin C-B$, $x \in \overline{C-B}$, 得

$x \in \overline{C}$ 或 $x \in B$ 。由 $A \subseteq C$, 知 $x \in C$, 故 $x \in B$ 。

因此, $A \subseteq B$ 。

2)证明：若 $A \neq \phi$ ， $A \times B = A \times C$ ，则 $B=C$ 。

证明：先证 $B \subseteq C$

任取 $y \in B$ ，由 $A \neq \phi$ ，存在 $x \in A$ ，则 $(x, y) \in A \times B$ ，由 $A \times B = A \times C$ ，知 $(x, y) \in A \times C$ ，故 $y \in C$ ，因此 $B \subseteq C$ 。

同理可证 $C \subseteq B$ 。