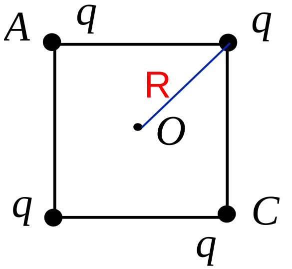
第5章 稳恒磁场

一、选择题



1．如图，边长为a的正方形的四个角上固定有四个电荷均为q的点电荷．此正方形以角速度 ω 绕AC轴旋转时，在中心O点产生的磁感强度大小为B_1；此正方形同样以角速度ω 绕过O点垂直于正方形平面的轴旋转时，在O点产生的磁感强度的大小为B_2，则B_1与B_2间的关系为（　　）

A．$B_1 = B_2$　B．$B_1 = 2B_2$　C．$B_1 = 1/2B_2$　D．$B_1 = B_2/4$

绕AC轴，$B_1 = \dfrac{\mu_0}{2R} I_1 = \dfrac{\mu_0}{2R}\dfrac{2q}{T}$　　绕O点，$B_2 = \dfrac{\mu_0}{2R} I_2 = \dfrac{\mu_0}{2R}\dfrac{4q}{T}$

2．下列说法正确的是 (　　)

A．一个电流元能够在它的周围任一点激起磁场

B．圆电流在其环绕的平面内，产生磁场是均匀场

C．方程式$B=\mu_0 nI$对横截面为正方形或其他形状的无限长螺线管内的磁场都成立

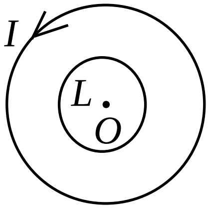
3．如图，在一圆形电流I所在的平面内，选取一个同心圆形闭合回路L，则由安培环路定理可知（　　）

A. $\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l}=0$ 且环路上任意一点$B=0$

B. $\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l}=0$ 且环路上任意一点$B\neq0$

C. $\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l}\neq0$ 且环路上任意一点$B\neq0$

D. $\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l}\neq0$ 且环路上任意一点B =常量



4．在两条相距为a的长直载流导线之间有一点P，P点与两导线的距离相等，均为$a/2$。若两导线均通有相同方向的电流I，则P点的磁感应强度大小为（ ）

A. $\dfrac{\mu_0 I}{\pi a}$　　B. $\dfrac{\mu_0 I}{2\pi a}$　　C. $\dfrac{2\mu_0 I}{\pi a}$　　D. 0

5．载流为I、磁矩为P_m的线圈，置于磁感应强度为B的均匀磁场中。若P_m与B方向相同，则通过线圈的磁通量Φ与线圈所受的磁力矩M的大小为

$\Phi = BS = B\frac{P_m}{I}$

A．$\Phi = IBP_m, M = 0$

B．$\Phi = \dfrac{BP_m}{I}, M = 0$

$M = \left|\vec{P}_m \times \vec{B}\right|$

C．$\Phi = IBP_m, M = BP_m$

D．$\Phi = \dfrac{BP_m}{I}, M = BP_m$

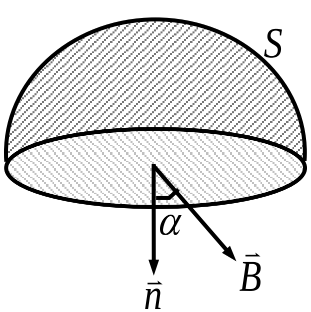
6. 在磁感应强度为$\vec{B}$的均匀磁场中作一半径为r的半球面S，S边线所在平面的法线方向单位矢量$\vec{n}$与$\vec{B}$的夹角为α,则通过半球面S的磁通量为

A. $\pi r^2 B$

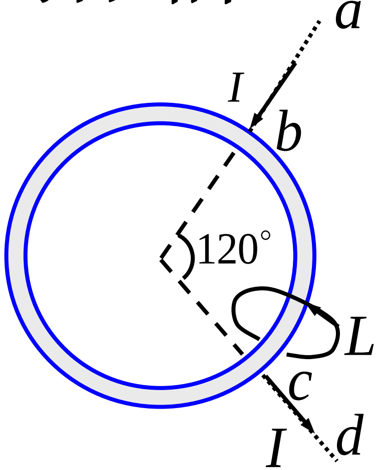
B. $2\pi r^2 B$

C. $-\pi r^2 B\sin\alpha$

D. $-\pi r^2 B\cos\alpha$



7．如图所示，两根直导线ab和cd沿半径方向被接到一个截面处处相等的铁环上，稳恒电流I从a端流入而从d 端流出， 则磁感应强度沿图中闭合路径L的积分$\oint_L \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l}$ 等于



A. $\mu_0 I$

B. $\frac{1}{3}\mu_0 I$

C. $\frac{1}{4}\mu_0 I$

D. $\frac{2}{3}\mu_0 I$

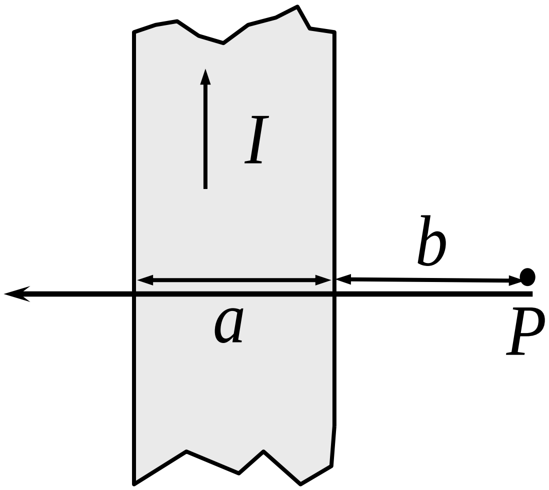
8．两个共面同心的圆形电流I_1和I_2，其半径分别为R_1和R_2， 当电流在圆心处产生总的磁感强度 $\vec{B}$ 为零时，则二者电流强度之比I_1：I_2为 (　　)

A R_1： R_2 ; B R_2： R_1; C $R^2{}_1$： $R^2{}_2$; D $R^2{}_2$： $R^2{}_1$

9. 有一无限长通有电流，宽度为a，厚度不计的扁平铜片，电流 I 在铜片上均匀分布,在铜片外与铜片共面，离铜片右边缘b处的P点的磁感应强度$\vec{B}$ 的大小为

A. $\dfrac{\mu_0 I}{2\pi(a+b)}$　　B. $\dfrac{\mu_0 I}{2\pi a}\ln\dfrac{a+b}{b}$　　C. $\dfrac{\mu_0 I}{2\pi b}\ln\dfrac{a+b}{b}$

D. $\dfrac{\mu_0 I}{2\pi(\frac{1}{2}a+b)}$



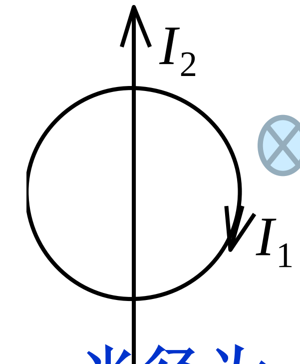
$$\mathrm{d}I=\frac{I}{a}\mathrm{d}x \rightarrow \mathrm{d}B=\frac{\mu_0 \mathrm{d}I}{2\pi x}$$

$$B=\int \mathrm{d}B=\int_b^{a+b}\frac{\mu_0 I}{2\pi a x}\mathrm{d}x$$

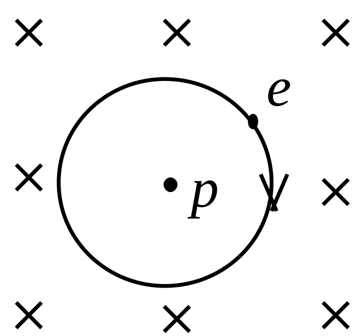
10．长直电流I_2与圆形电流I_1共面，并与其一直径相重合如图(但两者间绝缘)，设长直电流不动，则圆形电流将（　　）

A．　绕I_2旋转　　B．　向左运动

C．　向右运动　　D．　向上运动



11．按玻尔的氢原子理论，电子在以质子为中心、半径为r的圆形轨道上运动．如果把这样一个原子放在均匀的外磁场中，使电子轨道平面与 $\vec{B}$ 垂直，如图所示，则在r不变的情况下，电子轨道运动的角速度将（　　）



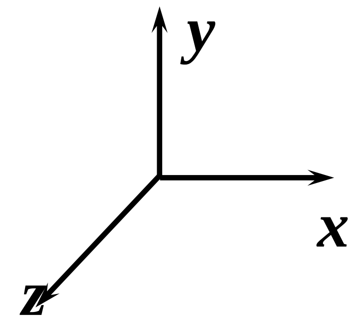
A．增加　B．减小　C．不变　D．改变方向

$$F_{库伦}+F_{洛伦}=\mathrm{m}\omega r^2$$

有外磁场，向心力增加了洛伦磁力

二、填空题

1. 电流元 $I\,\mathrm{d}\vec{l}$ 在磁场中某处沿直角坐标系的*x*轴方向放置时不受力，把电流元转到*y*轴正方向时受到的力沿*z*轴反方向，该处磁感强度 $\vec{B}$ 指向 <u>*x*轴正方向</u> 方向。

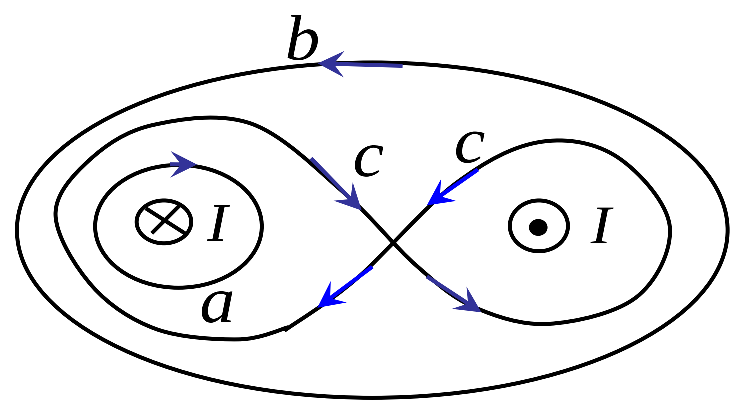


2. 两根长直导线通有电流 I，图示有三种环路；在每种情况下，$\oint \vec{H}\cdot \mathrm{d}\vec{l}$ 等于：

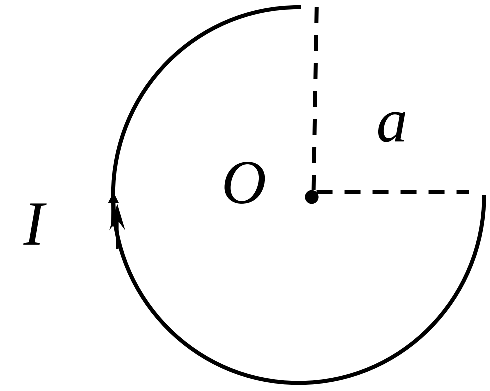
<u>I</u> (对于环路*a*)；

<u>0</u> (对于环路*b*)；

<u>$2I$</u> (对于环路*c*)。



3. 如图所示,在真空中有一半径为a的3/4圆弧形的导线,其中通以稳恒电流 I ,则O点的磁感应强度大小为 $\underline{3\mu_0 I/8R}$。



4．有一磁矩为P_m的载流线圈，置于磁感应强度为B的均匀磁场中，P_m与B的夹角为φ，则

（1）当φ＝$\underline{\quad 0 \quad}$时,线圈处于稳定平衡状态;

（2）当φ＝$\underline{\quad \pi/2 \quad}$时，线圈所受的力矩最大。

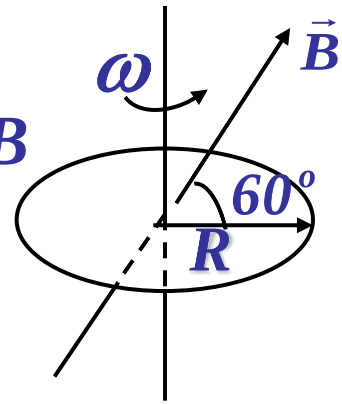
5．半径为R的细圆环均匀带电，电荷线密度为λ。若圆环以角速度ω绕通过环心且垂直于环面的转轴作匀速转动，则环心处的磁感应强度$\vec{B}$的大小为$\underline{\quad \mu_0\omega\lambda/2 \quad}$。

$$I=\frac{q}{T}=\frac{\omega}{2\pi}\lambda\cdot 2\pi R$$

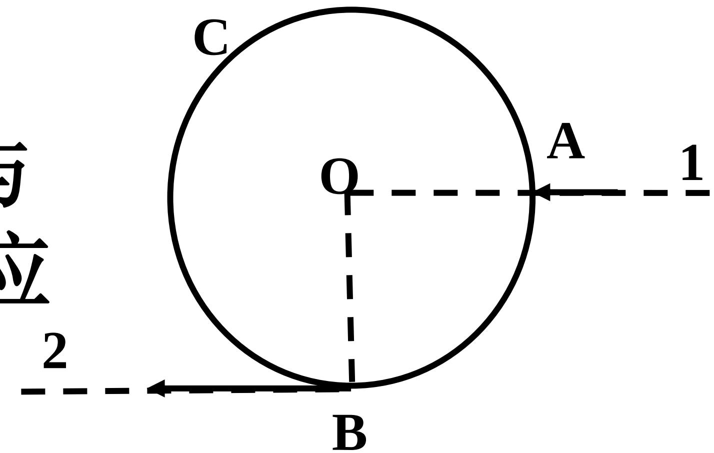
$$B=\frac{\mu_0 I}{2R}=\mu_0\omega\lambda/2$$

6．一均匀带电圆环，带电量为$+q$，其半径为R，置于均匀磁场 $\vec{B}$ 中，$\vec{B}$ 的方向与圆环所在平面成60^{o}角。现使圆环绕通过圆心垂直环面的轴转动，角速度为ω，则圆环磁矩为 $\omega qR^2/2$ ，其所受到的磁力矩为 $\omega qR^2B/4$ 。

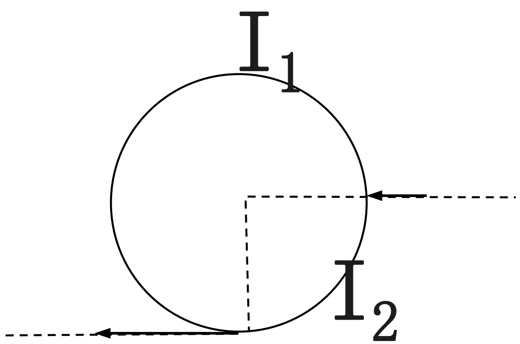
$$p_m = IS = \frac{1}{2}\omega qR^2 \qquad M_m = p_m B\cos\alpha = \frac{1}{4}\omega qR^2 B$$



7．用均匀细金属丝构成一半径为R的圆环C，电流I由导线1流入圆环A点，而后由圆环B流出，进入导线2，设导线1和导线2与圆环共面，则环心O处的磁感应强度大小 $\dfrac{\mu_0 I}{4\pi R}$ ，方向 $\otimes$ 。



如图，用均匀细金属丝构成一半径为R的圆环C，电流I由长直导线1流入圆环A点，而后由圆环B点流出，进入长直导线2，设导线1和导线2与圆环共面，则环心O处的磁感应强度大小。



相当并联电路

$$I_1 = \frac{1}{3} I_2 \qquad \boldsymbol{B} = \frac{\boldsymbol{\mu_0 I}}{\boldsymbol{4\pi R}}\theta$$

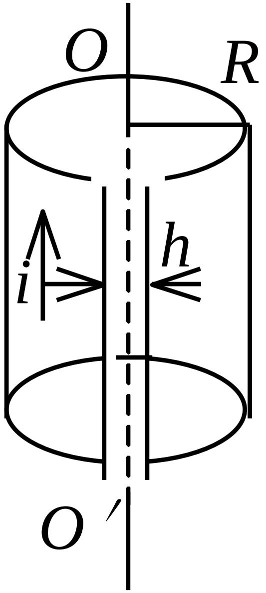
$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{4\pi R}\frac{3\pi}{2} \qquad B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{4\pi R}\frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow B_2 = B_1$$

所以 $\boldsymbol{B_o} = \dfrac{\boldsymbol{\mu_0 I}}{\boldsymbol{4\pi R}}$

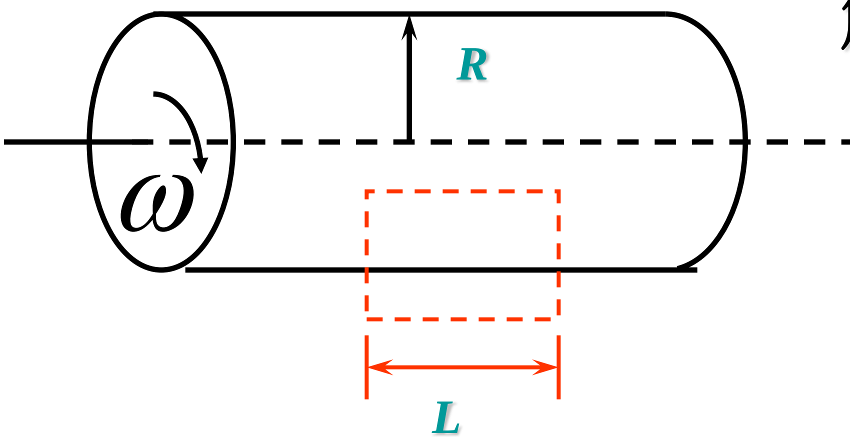
8. 将半径为*R*的无限长导体薄壁管（厚度忽略）沿轴向割去一宽度为*h* (*h* << *R*)的无限长狭缝后，再沿轴向流有在管壁上均匀分布的电流，其面电流密度（垂直于电流的单位长度截线上的电流）为*i* (如图)，则管轴线磁感强度的大小是__________________________。

$$\frac{\mu_0 ih}{2\pi R}$$



三、计算题

1.如图所示，一半径为R的均匀带电无限长直圆筒，电荷面密度为σ，该筒以角速度ω绕其轴线匀速旋转，试求圆筒内部的磁感应强度。



解：等效于长直螺线管。

$$\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l} = \sum_{L内} I_i$$

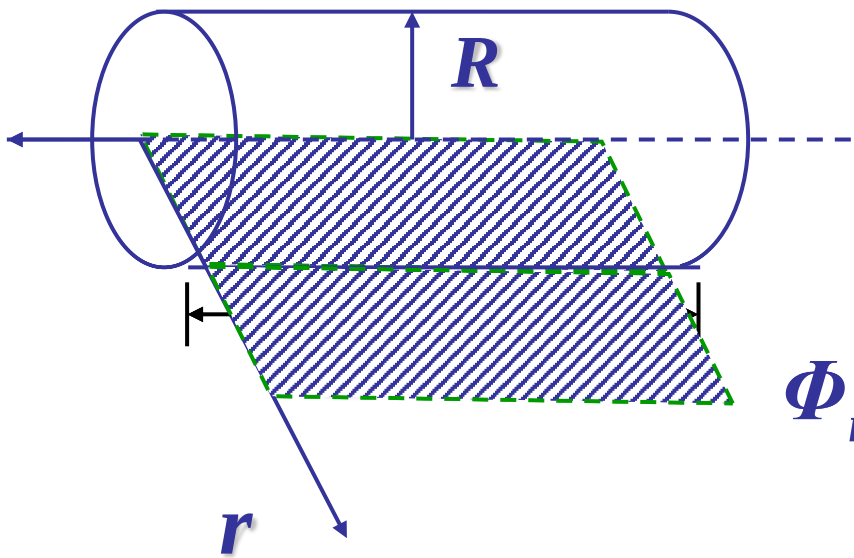
$$H\cdot L = \Delta I = \frac{q}{T}$$

$$= \frac{\omega}{2\pi}\sigma\cdot 2\pi RL$$

$$H = \omega\sigma R,\quad B = \mu_0\omega\sigma R$$

2．一根很长的铜导线载有电流10A，设电流均匀分布。在导线内部作一平面S，如图所示。试计算通过S平面的磁通量（沿导线长度方向取长为1m的一段作计算）。铜的磁导率$\mu=\mu_0$。

$$\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l}=\sum_{L内} I_i$$



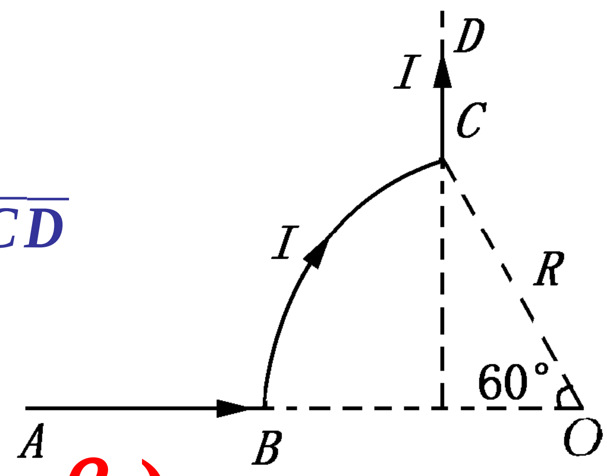
$$B_{内}=\frac{\mu_0 Ir}{2\pi R^2}$$

$$\Phi_m=\int_0^R B_{内} L\mathrm{d}r=\frac{\mu_0 IL}{4\pi}=\frac{5\mu_0}{2\pi}$$

$$B_{外}=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

$$\Phi_m=\int_R^{2R} B_{外} L\mathrm{d}r=\frac{\mu_0 IL}{2\pi}\ln 2$$

3 如图所示，*AB*、*CD*为长直导线，*BC*弧为圆心在*O*点的一段圆弧形导线，其半径为*R*。若通以电流*I*，求*O*点的磁感应强度。



$$\vec{B}_o = \vec{B}_{\widehat{BC}} + \vec{B}_{\overline{CD}}$$

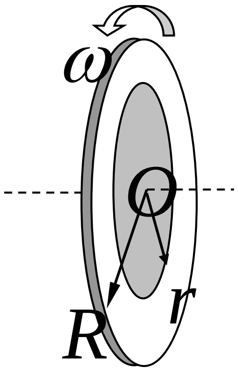
$$B_o = B_{\widehat{BC}} + B_{\overline{CD}}$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi R}\theta + \frac{\mu_0 I}{4\pi a}(\sin\beta_2 - \sin\beta_1)$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \times \frac{\pi}{3} + \frac{\mu_0 I}{4\pi R\cos 60^o}(\sin\frac{\pi}{2} - \sin\frac{\pi}{3})$$

$$= \frac{\mu_0 I}{12R} + \frac{\mu_0 I}{2\pi R}(1 - \frac{\sqrt{3}}{2})$$

4.一半径为R的薄圆盘，其中半径为r的阴影部分均匀带正电，面电荷密度为$+\sigma$，其余部分均匀带负电，面电荷密度为$-\sigma$（见图）。设此盘以角速度为ω绕其轴线匀速转动时，圆盘中心O处的磁感应强度为零，问R和r有什么关系？

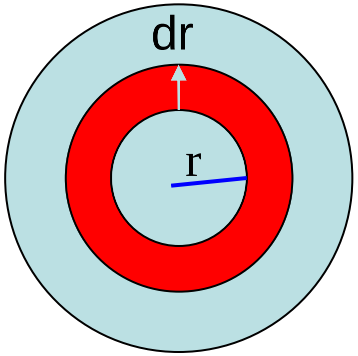


解：

$$\mathrm{d}I=\frac{\omega}{2\pi}\sigma 2\pi r\mathrm{d}r=\omega\sigma r\mathrm{d}r$$

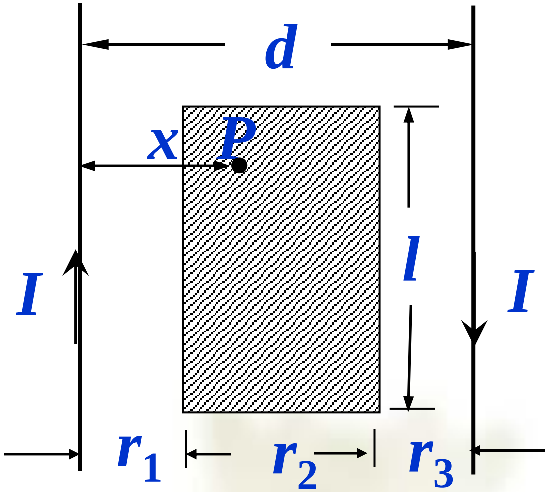
$$B_1=\int \mathrm{d}B=\int_I \frac{\mu \mathrm{d}I}{2r}=\int_0^r \frac{\mu\omega\sigma}{2}\mathrm{d}r=\frac{\mu\,\omega\sigma}{2}r$$

$$B_2=\int_r^R \frac{\mu\omega\sigma}{2}\mathrm{d}r=\frac{\mu\omega\sigma}{2}(R-r)$$



$$\because B_1=B_2 \qquad \therefore r=\frac{1}{2}R$$

5.两平行长直导线相距d＝40cm，每根导线载有等量同向电流I，如图所示。求：（1）两导线所在平面内，与左导线相距x（x在两导线之间）的一点P处的磁感应强度。(2)若I＝20A，通过图中斜线所示面积的磁通量（r_1＝r_3＝10cm，l＝25cm)。



解：(1)两导线在P点激发的磁场

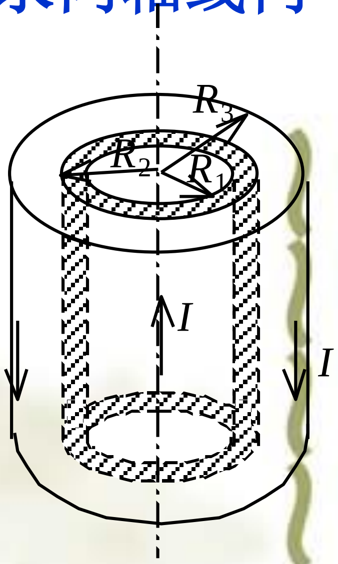
$$B_1=\frac{\mu_0 I}{2\pi x},\quad B_2=\frac{\mu_0 I}{2\pi(d-x)}$$

$$B=B_1+B_2=\frac{\mu_0 I}{2\pi}\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{d-x}\right)$$

方向:⊗

(2) $$\Phi_m=\int_S \vec{B}\cdot d\vec{S}=\int_{r_1}^{r_1+r_2}\frac{\mu_0 I}{2\pi}\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{d-x}\right)l\,dx=2.2\times10^{-6}\,\mathrm{Wb}$$

6．一根同轴线由半径为R_1的长导线和套在它外面的内半径为R_2、外半径为R_3的同轴导体圆筒组成，中间充满磁导率为μ的各向同性均匀非铁磁绝缘材料，如图所示。传导电流I沿导线向上流去，由圆筒向下流回，在它们的截面上电流都是均匀分布的。求同轴线内外的磁感强度大小B的分布。



解：根据安培环路定理 $\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l} = \sum I$

$r < R_1$ $$H\cdot 2\pi r = \frac{I}{\pi R_1^2}\pi r^2 \rightarrow H = \frac{I}{2\pi R_1^2} r,\ \therefore B = \frac{\mu_0 I r}{2\pi R_1^2}$$

$R_1 < r < R_2$

$$H\cdot 2\pi r = I \rightarrow H = \frac{I}{2\pi r} \quad \therefore B = \frac{\mu I}{2\pi r}$$

$R_2 < r < R_3$

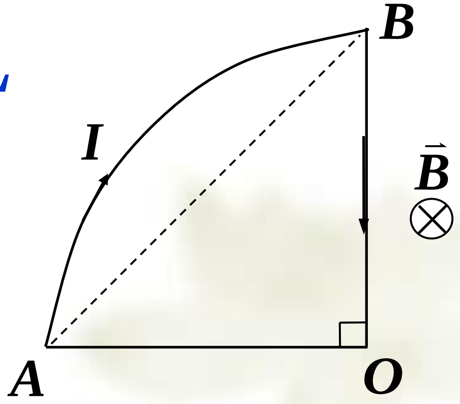
$$H\cdot 2\pi r = I - \frac{I\pi(r^2 - R_2^2)}{\pi(R_3^2 - R_2^2)}, \quad \rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\left(1 - \frac{r^2 - R_2^2}{R_3^2 - R_2^2}\right)$$

$r > R_3$ $$\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l} = \sum I = 0, \quad \therefore B = 0$$

7．一线圈由半径为0.2m的1/4圆弧和相互垂直的二直线组成，通以电流2A，把它放在磁感应强度为0.5T的均匀磁场中（磁感应强度 $\vec{B}$ 的方向如图所示）。求：

(1) 线圈平面与磁场垂直时，圆弧AB所受的磁力；

(2) 线圈平面与磁场成60°角时，线圈所受的磁力矩。



解：(1) $F_{\overset{\frown}{BC}} = F_{\overline{BC}} = BIl = \sqrt{2}BIL$

$= 0.283(\mathrm{N})$

(2) $M = P_m \cdot B\sin 30^{\circ} = \frac{1}{2}ISB$

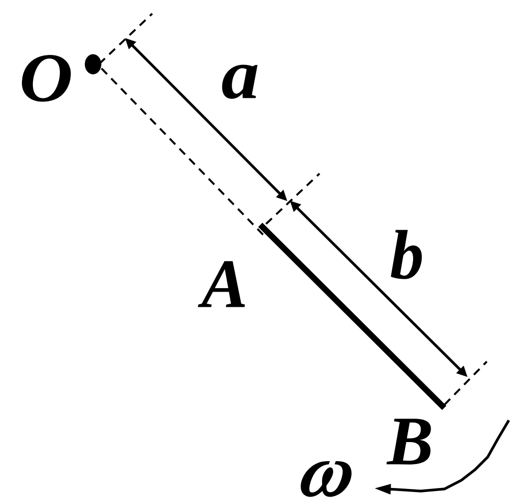
$= 0.005\pi(\mathrm{N}\cdot\mathrm{m})$

8 带电刚性细杆AB，电荷线密度为λ，绕垂直于直线以ω角速度匀速转动(O点在细杆AB延长线上)，求：

(1) O点的磁感应强度 $\vec{B}_0$

(2) 磁矩 $\vec{P}_m$

(3) 若$a>>b$，求 $\vec{B}_0$及 $\vec{P}_m$



解： 1) $\mathrm{d}q=\lambda\mathrm{d}r \qquad \mathrm{d}I=\dfrac{\omega}{2\pi}\mathrm{d}q$

$$\mathrm{d}B=\frac{\mu_0\mathrm{d}I}{2r}=\frac{\mu_0\lambda\omega}{4\pi}\frac{\mathrm{d}r}{r}$$

$$B_0=\int_a^{a+b}\frac{\mu_0\lambda\omega}{4\pi}\frac{\mathrm{d}r}{r}=\frac{\mu_0\omega\lambda}{4\pi}\ln\frac{a+b}{a}$$

$\lambda>0 \qquad \otimes$

$$2)\,\mathrm{d}P_m = \pi r^2 \mathrm{d}I = \frac{1}{2}\lambda\omega r^2 \mathrm{d}r$$

$$P_m = \int_a^{a+b} \frac{1}{2}\lambda\omega r^2 \mathrm{d}r = \frac{\lambda\omega}{6}\left[(a+b)^3 - a^3\right] \quad \lambda > 0 \quad \otimes$$

3) **a>>b,** *可以看作点电荷*

$$q = \lambda b \qquad I = \frac{\omega}{2\pi}\lambda b$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2a} = \frac{\mu_0}{2a}\lambda b \frac{\omega}{2\pi}$$

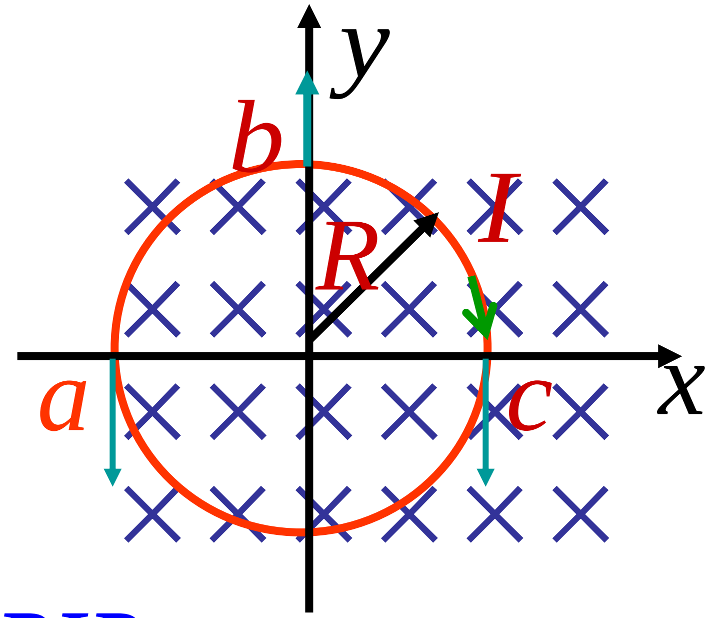
$$B = \frac{\mu_0 \omega \lambda b}{4\pi a}$$

$$I = \frac{\omega}{2\pi}\lambda b$$

$$P_m = \frac{\omega}{2\pi}\lambda b \bullet \pi a^2$$

$$P_m = \frac{1}{2}\omega\lambda a^2 b$$

5 一圆线圈的半径为R，载有电流I，置于均匀外磁场 B 中，线圈的法线方向与B的方向相同，在不考虑载流线圈本身所激发的磁场的情况下，求线圈导线上的张力。



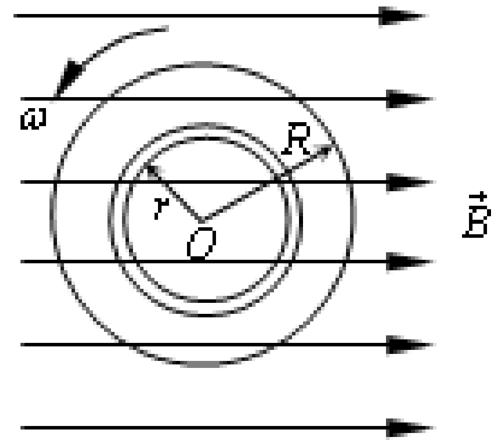
解：因为是均匀外磁场，

$$\therefore F_{abc} = F_{\overrightarrow{ac}} = BI \cdot 2R = F_y$$

线圈平衡时a、b端受另外半圆的拉力满足：

$$F_y - 2T = 0 \quad \Rightarrow T = F_y/2 = BIR$$

6．如图所示，一半径为R的薄圆盘，表面上的电荷面密度为σ，放入均匀磁场 $\vec{B}$ 中，$\vec{B}$ 的方向与盘面平行。若圆盘以角速度ω绕通过盘心、垂直盘面的轴转动。求作用在圆盘上的磁力矩。



解：任取一半径为r，宽为dr的细圆环，

带电：$\mathrm{d}q=\sigma\mathrm{d}S=\sigma 2\pi r\mathrm{d}r$

产生电流：$\mathrm{d}I=\dfrac{\omega}{2\pi}\mathrm{d}q$

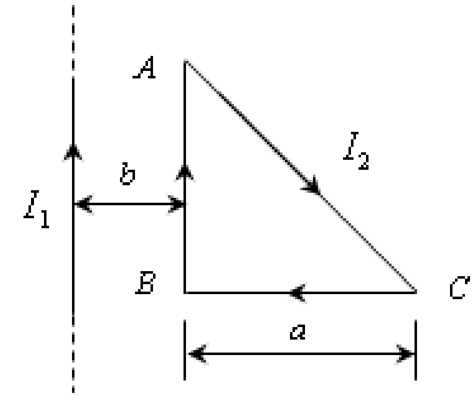
圆电流的磁矩：$\mathrm{d}p_m=S\mathrm{d}I=\pi\sigma\omega r^3\mathrm{d}r$

细环受的力矩：$\mathrm{d}M=\left|\mathrm{d}\vec{p}_m\times\vec{B}\right|=\mathrm{d}p_m B$

圆盘受的磁力矩：$M=\int\mathrm{d}M=\int_0^R\mathrm{d}p_m B=\int_0^R\pi\sigma\omega Br^3\mathrm{d}r$

$$=\frac{\pi\sigma\omega BR^4}{4}$$ 力矩方向为沿轴向上

7．载有电流为I_1的长直导线旁，有一载有电流I_2的等腰直角形导线回路ABC，如图所示，AB边与直导线平行，相距为b，BC边与直导线垂直，长度为a，试求三角形载流回路所受导线I_1磁场的作用。



解：$F_{\overline{AB}} = BI_2 a = \dfrac{\mu_0 I_1 I_2 a}{2\pi b}$

$$F_{\overline{BC}} = \int_b^{b+a} \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi}\frac{\mathrm{d}x}{x} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi}\ln\frac{b+a}{b}$$

$$F_{\overline{AC}x} = F_{\overline{AC}y} = \int_b^{b+a} \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi}\frac{\mathrm{d}l}{x}\cos 45^o$$

$$= \int_b^{b+a} \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi}\frac{\mathrm{d}x}{\cos 45^o x}\cos 45^o = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi}\ln\frac{b+a}{b}$$

$$F_y = F_{\overline{AC}y} - F_{\overline{BC}} = 0$$

$$F_x = F_{\overline{AC}x} - F_{\overline{AB}} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi}\ln\frac{b+a}{b} - \frac{\mu_0 I_1 I_2 a}{2\pi b}$$