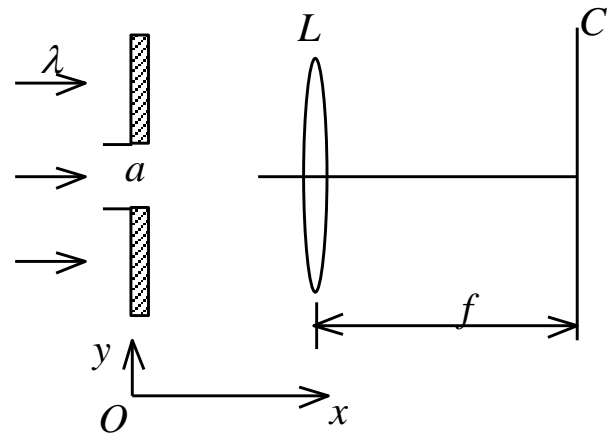


# 第8章 光的衍射

## 一、选择题

1. 在如图所示的单缝夫琅禾费衍射装置中，设中央明纹的衍射角范围很小。若使单缝宽度 $a$ 变为原来的 $3/2$ ，同时使入射的单色光的波长变为原来的 $3/4$ ，则屏幕 $C$ 上单缝衍射条纹中央明纹的宽度 $\Delta x$ 将变为原来的( )。

- A.  $3/4$ 倍      B. 2倍  
C.  $9/8$ 倍      **D.  $1/2$ 倍**



2.在单缝夫琅和费衍射实验中，波长为 $\lambda$ 的行光垂直入射宽度 $a = 5\lambda$ 的单缝，对应于衍射角 $30^\circ$ 的方向，单缝处波面可分成的半波带数目为( )。

A.3个; B.4个; C.5个; D.8个

$$a \sin \varphi = 5\lambda \cdot \frac{1}{2} = (2 \times 2 + 1) \frac{\lambda}{2}$$

3.在光栅夫琅和费衍射实验中，单色平行光由垂直射向光栅改变为斜入射光栅，观察到的光谱线( )。

A.最高级次变小,条数不变

B.最高级次变大,条数不变

C.最高级次变大,条数变多

D.最高级次不变,条数不变

4. 包含波长为 $\lambda_a$ 与 $\lambda_b$ 的一束平行光垂直照射在单缝上，在衍射条纹中 $\lambda_a$ 的第一级小恰与 $\lambda_b$ 的第一级大位置重合，则 $\lambda_a : \lambda_b = ( \quad )$

A. 1:2      B. 2:1      C. 2:3      **D. 3:2**

$$\delta = k\lambda_a = (2k+1)\frac{\lambda_b}{2} \Rightarrow \lambda_a = \frac{3}{2}\lambda_b$$

5. 在光栅光谱中，假如所有偶数级次的主极大都恰好在单缝衍射的暗纹方向上，因而实际上不出现，那么此光栅每个透光缝宽度 $a$ 和相邻两缝间不透光部分宽度 $b$ 的关系为(  $\quad$  )

A.  $a=b/2$

**B.  $a=b$**

C.  $a=2b$

D.  $a=3b$

6. 测量单色光的波长时，下列方法中哪一种方法最为准确？

A. 双缝干涉

B. 劈尖干涉

C. 单缝衍射

D. 光栅衍射

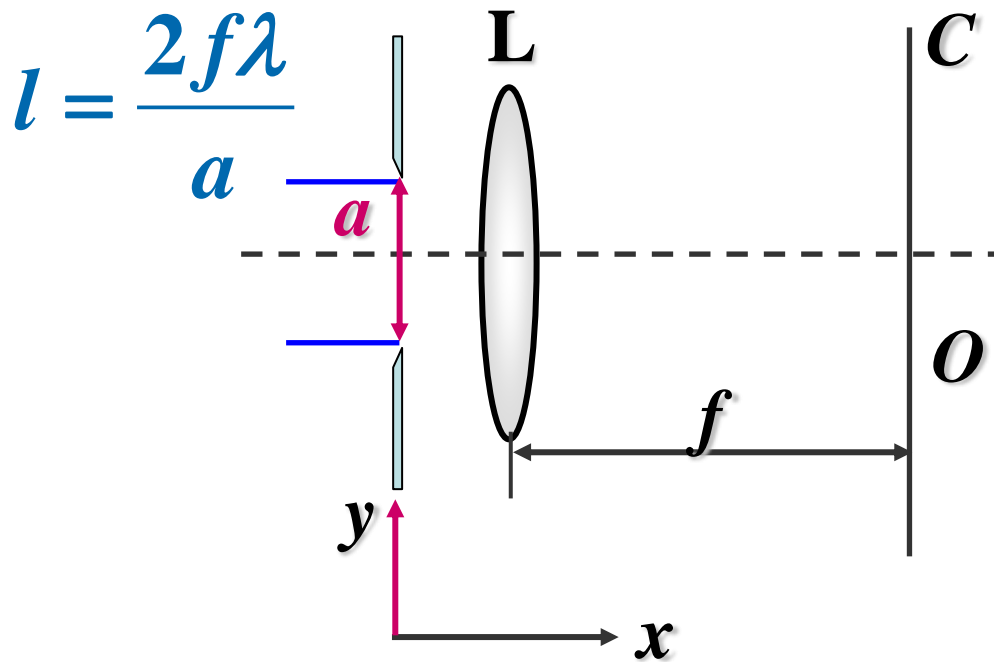
7. 在图示的夫琅和费衍射装置中，将单缝宽度  $a$  稍稍变窄，同时使会聚透镜  $L$  沿与缝垂直的方向 ( $y$ ) 作微小位移，则屏幕  $C$  上的中央衍射条纹将 ( )

A. 变宽，同时向上移动

B. 变宽，同时向下移动

C. 变宽，不移动

D. 变窄，同时向上移动



8.在单缝夫琅和费衍射装置中，当把单缝稍微上移时，衍射图样将（ ）

A.向上平移

B.向下平移

☒ C.不动

D.消失

9.X射线射到晶体上，对于间距为 $d$ 的平行点阵平面，能产生衍射主极大的最大波长为（ ）

A.  $d/4$ ;

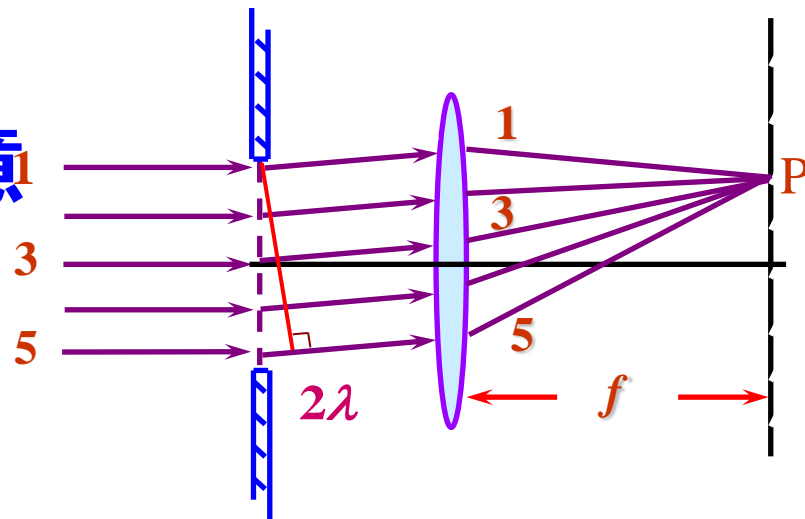
B.  $d/2$ ;

C.  $d$ ;

☒ D.  $2d$

## (二) 填空题

1. 在单缝夫琅和费衍射示意图中，所画出的各条正入射光线间距相等，那么光线1与3在屏幕上P点上相遇时的位相差为  $2\pi$ ，P点应为 暗 点。



2. 在单缝的夫琅和费衍射中，若衍射角增大，则菲涅耳半波带的数目 增多，半波带的面积 减小，各级条纹的亮度随着级数的增大而 变小。

$$a \sin \varphi = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}$$

3.有单色光垂直照射在单缝上，若缝宽 $a$ 增大，则条纹间隔减小。若波长 $\lambda$ 增大，则条纹间隔变大。当  $a \leq \lambda$  时，在屏幕上仅能见到(部分)中央明纹

$$a \sin \varphi = \lambda \rightarrow \sin \varphi = \frac{\lambda}{a} > 1$$

$$l = \frac{f \lambda}{a}$$

4.以每毫米有500条刻痕的衍射光栅观察波长为 $4.80 \times 10^{-7} \text{m}$ 的光波的衍射条纹，则光栅的光栅常数为 $2 \times 10^{-6} \text{m}$ ，当光线垂直入射时，最多可观察到9条亮纹。

$$a + b = \frac{L}{N}$$

$$k_m = \frac{a + b}{\lambda} = 4.2$$

5. 用每毫米有425条刻痕的平面光栅观察  $\lambda = 5.89 \times 10^{-7} \text{m}$  的钠光谱，垂直入射时，能看到的最高级次谱线是第 三 级，以  $i = 30^\circ$  斜入射时，能看到的最高级次谱线是第 五 级，原来的0级谱线处现在是第 二 级。

$$(a + b) \sin \phi = k \lambda \rightarrow k_m = \frac{a + b}{\lambda} = 3.99 \rightarrow 3$$

$$(a + b)(\sin 30^\circ + \sin \phi) = k \lambda \rightarrow k_m = 5.99 \xrightarrow{\lambda} 5$$

$$\varphi = 0, (a + b) \sin 30^\circ = k \lambda \rightarrow k = 1.99$$

6. 在单缝夫琅和费衍射实验中，屏上第三级暗纹对应的单缝处波面可划分为 6 个半波带，若将缝宽缩小一半，原来第三级暗纹处将是 一级明 纹。

$$a \sin \varphi = 3 \lambda$$



7. 衍射光栅主极大公式  $(a + b) \sin \varphi = \pm k \lambda$ ，在  $k = 2$  的方向上第一条缝与第六条缝对应点发出的两条衍射光的光程差  $\delta = \underline{10\lambda}$ 。

相邻缝对应光线的  $\delta$

8. 在单缝衍射中，衍射角愈大（级数愈大）的那些明条纹的亮度愈 小，原因是  $\varphi$  愈大，单缝处波面分成的半波带数目越多，未被抵消的半波带面积越小。

9. 用波长为 $\lambda$ 的单色平行光垂直入射在一块多缝光栅上，其光栅常数 $d=3\mu\text{m}$ ，缝宽 $a=1\mu\text{m}$ ，则在单缝衍射的中央明纹范围内共有5条谱线（主极大）。

$$k = \frac{a+b}{a} k' = 3k' \xrightarrow{k'=1} \text{第一次缺级}$$

10. 对于单缝衍射第4级暗条纹，单缝处波面各可分成8个半波带。

### 三、计算题

1. 用橙黄色的平行光垂直照射一宽为 $a=0.60\text{mm}$ 的单缝，缝后凸透镜的焦距 $f=40.0\text{cm}$ ，观察屏幕上形成的衍射条纹。若屏上离中央明条纹中心 $1.40\text{mm}$ 处的P点为一明条纹；求：（1）入射光的波长；（2）P点处条纹的级数；（3）从P点看，对该光波而言，狭缝处的波面可分成几个半波带？

$$(1) \quad a \sin \varphi = a \frac{x}{f} = (2k+1) \frac{\lambda}{2} \quad \begin{array}{l} k=1, \lambda=1400\text{nm} \\ k=2, \lambda=840\text{nm} \\ k=3, \lambda=600\text{nm} \end{array}$$

$$\lambda = \frac{2ax}{(2k+1)f} = \frac{4.2 \times 10^{-6}}{2k+1} \quad \begin{array}{l} k=4, \lambda=470\text{nm} \\ \text{橙色光的波长范围} \\ 622\text{nm}-597\text{nm} \end{array}$$

(2) 第3级

(3) 狭缝处的波面可分成7个半波带

2. 以波长400nm~760nm的白光垂直照射在光栅上，在它的衍射光谱中，第二级和第三级发生重叠，问第二级光谱被重叠的波长范围是多少？

解：设二、三级重合时，衍射角相同

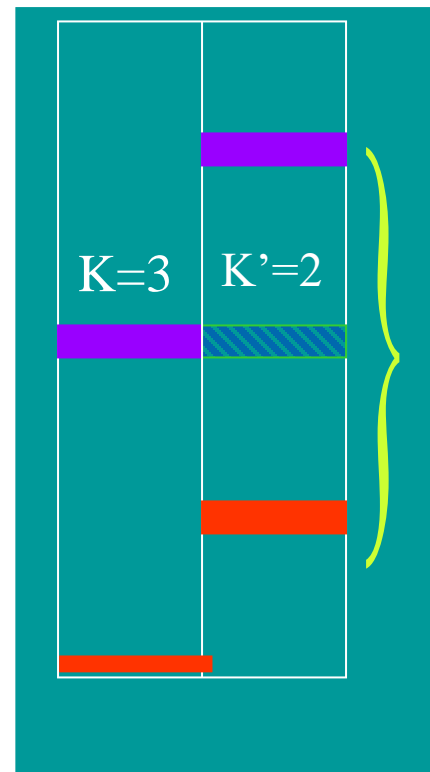
$$(a + b) \sin \varphi = 3\lambda$$

$$(a + b) \sin \varphi = 2\lambda'$$

$$\rightarrow \lambda' = 3\lambda / 2$$

$$\lambda \text{取最小值时} \quad \lambda' = 600\text{nm}$$

二级被重叠的范围 600nm ~ 760nm



3. 波长 $\lambda=600\text{nm}$ 的单色光垂直入射到一光栅上, 测得第二级主极大衍射角为 $30^\circ$ , 且第三级是缺级. 问(1)光栅常数 $(a+b)$ 等于多少?

(2)透光缝可能的最小宽度 $a$ 等于多少?

(3)在选定了上述 $(a+b)$ 和 $a$ 之后, 求在屏幕上可能呈现的全部主极大的级次。

解: (1)  $(a+b)\sin\varphi = k\lambda \rightarrow a+b = 2.4 \times 10^{-6}\text{m}$

(2)  $k = \frac{a+b}{a}k' \rightarrow a = \frac{a+b}{3}k' = 0.8 \times 10^{-6}\text{m}, (k'=1)$

(3)  $(a+b)\sin\varphi = k\lambda \rightarrow k_m = \frac{a+b}{\lambda} = 4$

全部主极大的级次为:  $0; \pm 1; \pm 2.$

**4.一衍射光栅，每厘米有200条透光缝，每条透光缝宽为 $a=2\times 10^{-3}\text{cm}$ ，在光栅后放一焦距 $f=1\text{m}$ 的凸透镜，现以 $\lambda=600\text{nm}$ 的单色平行光垂直照射光栅，求：(1)透光缝 $a$ 的单缝衍射中央明纹宽度为多少？(2)在该宽度内，有几个光栅衍射主极大？**

$$(1) \quad l_0 = 2 \frac{f}{a} \lambda \rightarrow l_0 = 6\text{cm}$$

$$(2) \quad \begin{cases} (a+b)\sin\varphi = k\lambda \\ a\sin\varphi = k'\lambda \quad (k'=1) \end{cases} \quad k = \frac{a+b}{a} = 2.5$$

**在中央明纹范围内可见 $0; \pm 1; \pm 2$ 共5个主极大.**

5. 波长范围在450nm ~ 650nm之间的复色平行光垂直照射在每厘米有5000条刻线的光栅上，屏幕放在透镜的焦面处，屏上第二级光谱各色光在屏上所占范围的宽度为35.1cm。求透镜的焦距 $f$  ( $1\text{nm}=10^{-9}\text{m}$ )。

解：  $a + b = \frac{1 \times 10^{-2}}{5000} = 2 \times 10^{-6} \text{m}$

设  $\lambda_1 = 450\text{nm}$     $\lambda_2 = 650\text{nm}$

$$(a + b) \sin \varphi_1 = 2\lambda_1 \quad (a + b) \sin \varphi_2 = 2\lambda_2$$

得  $\varphi_1 = 26.74^\circ$     $\varphi_2 = 40.54^\circ$

屏上第二级光谱的宽度

$$\Delta x = x_2 - x_1 = f (\tan \varphi_2 - \tan \varphi_1)$$

透镜的焦距  $f = \frac{\Delta x}{\tan \varphi_2 - \tan \varphi_1} \approx 100\text{cm}$

6. 以波 $\lambda = 500\text{nm}$ 的单色平行光斜入射在光栅常数 $a+b = 2.1 \times 10^{-6}\text{m}$ , 缝宽 $a=0.7 \times 10^{-6}\text{m}$ 的光栅上, 入射角 $\theta = 30^\circ$ , 试写出可能呈现的全部衍射明纹的级次。

解: 根据光栅方程  $(a+b)(\sin\theta \pm \sin\varphi) = k\lambda$

取同号  $(a+b)(\sin\theta + \sin\varphi) = k\lambda$

$$k = \frac{(a+b)(\frac{1}{2} + 1)}{\lambda} = 6.3 \because \sin\varphi < 1 \therefore k = 6$$

取异号  $(a+b)(\sin\theta - \sin\varphi) = k\lambda$

$$k = -2.1 \therefore k = -2$$

缺级  $k = \frac{a+b}{a}k' = 3k'$

所以可能呈现的衍射明纹的级次-2,-1,0,1,2,4,5



7. 用一个1.0mm内有500条刻痕的平面透射光栅观察钠光谱 ( $\lambda=589\text{nm}$ )，设透镜焦距 $f=1.00\text{m}$ 。问：（1）光线垂直入射时，最多能看到第几级光谱；（2）光线以入射角 $30^\circ$ 入射时，最多能看到第几级光谱；（3）若用白光垂直照射光栅，求第一级光谱的线宽度。

解 （1）光栅常数为

$$a + b = \frac{L}{N} = \frac{1 \times 10^{-3}}{500} = 2 \times 10^{-6} \text{m}$$

由光栅方程， $k$ 的最大值相应于 $\sin 90^\circ = 1$

$$k = \frac{a + b}{\lambda} = \frac{2 \times 10^{-6}}{5.89 \times 10^{-7}} = 3.4 \quad \text{最多可看到第三级}$$

7. 用一个1.0mm内有500条刻痕的平面透射光栅观察钠光谱

( $\lambda=589\text{nm}$ )，设透镜焦距 $f=1.00\text{m}$ 。问：（1）光线垂直入射时，最多能看到第几级光谱；（2）光线以入射角 $30^\circ$ 入射时，最多能看到第几级光谱；（3）若用白光垂直照射光栅，求第一级光谱的线宽度。

(2)  $30^\circ$  斜入射

$$(a+b)(\sin 90^\circ + \sin 30^\circ) = k_{\max} \lambda$$

$$k_{\max} = \frac{(a+b) \times \frac{3}{2}}{\lambda} = \frac{2 \times 10^{-6} \times \frac{3}{2}}{5.9 \times 10^{-7}} = 5.1 \quad k_{\max} = 5$$

最多能看到第五级谱线

7. 用一个1.0mm 内有500 条刻痕的平面透射光栅观察钠光谱 ( $\lambda = 589\text{nm}$ )，设透镜焦距  $f = 1.00\text{ m}$ 。问：（1）光线垂直入射时，最多能看到第几级光谱；（2）光线以入射角  $30^\circ$  入射时，最多能看到第几级光谱；（3）若用白光垂直照射光栅，求第一级光谱的线宽度。

$$(3) \quad (a+b)\sin\varphi_1 = \lambda_1, \quad \sin\varphi_1 = 0.2 \rightarrow \varphi_1 = 11.54^\circ$$

$$(a+b)\sin\varphi_2 = \lambda_2, \quad \sin\varphi_1 = 0.38 \rightarrow \varphi_1 = 22.33^\circ$$

$$\Delta x = f(\tan\varphi_2 - \tan\varphi_1) = 0.2067\text{m} \approx 0.2\text{m}$$

(3)

$$\left\{ \begin{array}{l} (a+b)\sin\varphi = k\lambda \\ \varphi = \arcsin\left(\frac{x}{f}\right) \end{array} \right. \Rightarrow \Delta x = \frac{f}{a+b} \cdot \Delta\lambda = 0.18\text{m}$$