第二章　机械波

一、选择：DDCDC　BCCBD

二、填空：

1. -0.01, 0, $6.25\pi^2$
2. $y=A\cos\left[2\pi\nu\left(t+\frac{x+L}{\lambda\nu}\right)+\frac{\pi}{2}\right]$, $t_1+\frac{L}{\lambda\nu}$
3. 最大
4. $x=0, \pm4, \pm8$
5. $10k+5$ $(k=0, \pm1, \pm2\cdots)$
6. π
7. $\frac{\omega\lambda}{2\pi}$ ws
8. $6\times10^{-5}\,J\cdot m^{-3}$, $9.23\times10^{-7}\,J$
9. 相同, $2L$

（三） 计算题

1. 沿绳子传播的平面简谐波的波动方程为

$$y = 0.05\cos(10\pi t - 4\pi x)$$

式中x、y以米计，t 以秒计。求：

（1）波的波速、频率和波长；

（2）绳子上各质点振动时的最大速度和最大加速度；

（3）求x=0.2m处质点在t=1s时的相位，它是原点在哪一时刻的相位？这一相位所代表的运动状态在t=1.25s时刻达到哪一点？

解： （1） $y = 0.05\cos 10\pi(t - \dfrac{x}{2.5})$

$$u = 2.5\text{m/s} \quad \omega = 10\pi \quad \nu = 5\text{Hz} \qquad \lambda = 0.5\text{m}$$

（2） $\upsilon_{\max} = \omega A \Rightarrow \upsilon_{\max} = 0.5\pi\text{m/s}$

$$a_{\max} = \omega^2 A \Rightarrow a_{\max} = 5\pi^2\text{m/s}^2$$

1. 沿绳子传播的平面简谐波的波动方程为

$$y = 0.05\cos(10\pi t - 4\pi x)$$

式中x、y以米计，t 以秒计。求：

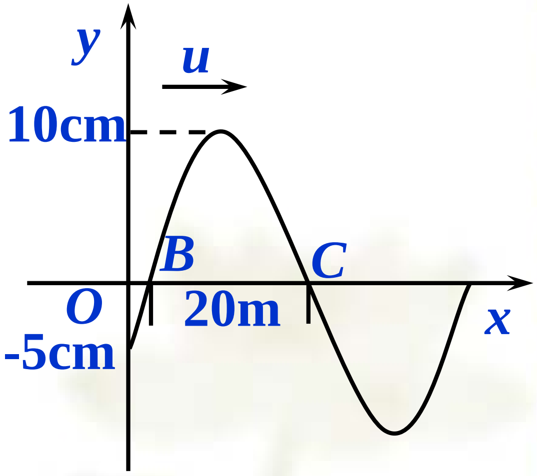
（3）求x=0.2m处质点在t=1s时的相位，它是原点在哪一时刻的相位？这一相位所代表的运动状态在t=1.25s时刻达到哪一点？

解:（3）$10\pi t - 4\pi x\Big|_{\substack{x=0.2\text{m}\\ t=1\text{s}}} = 9.2\pi$

$$10\pi t = 9.2\pi \Rightarrow t = 0.92\text{s}$$

$$10\pi t - 4\pi x\Big|_{t=1.25\text{s}} = 9.2\pi \Rightarrow x = 0.825\text{m}$$

2.已知一沿x轴正向传播的平面余弦波，时间t=1/3s时的波形如图所示，且T=2s求: (1)写出O点振动方程； (2)写出该波的波动方程； (3)写出C点的振动方程；(4)C点离O点的距离。



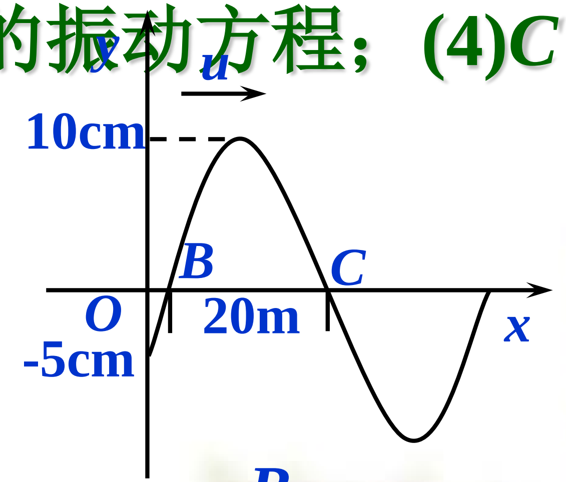
解： (1) $y_0 = A\cos(\omega t + \varphi)$

$$\pi t + \varphi \Big|_{t=\frac{1}{3}s} = \frac{2\pi}{3} \quad \therefore \varphi = \frac{\pi}{3}$$

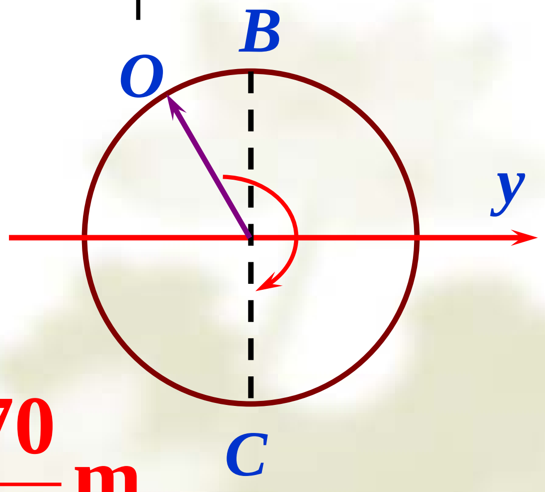
$$y_0 = 10\cos(\pi t + \frac{\pi}{3}) \text{ cm}$$

(2) $$y = 10\cos\left[\pi(t - \frac{x}{20}) + \frac{\pi}{3}\right] \text{ cm}$$

2.已知一沿x轴正向传播的平面余弦波，时间t=1/3s时的波形如图所示，且T=2s求: (1)写出O点振动方程； (2)写出该波的波动方程； (3)写出C点的振动方程；(4)C点离O点的距离。



(3) C点落后O点7π/6（两点的相位差在什么时间都不变）



$$y_c = 10\cos(\pi t + \frac{\pi}{3} - \frac{7\pi}{6})$$

$$= 10\cos(\pi t - \frac{5\pi}{6})$$

(4) $\Delta\varphi_{oc} = 2\pi\frac{x_2 - x_1}{\lambda} \Rightarrow \Delta x_{oc} = \frac{70}{3}\text{m}$

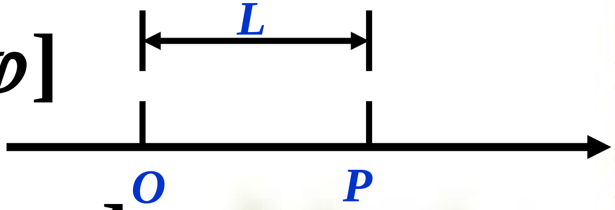
3. 如图所示，一平面简谐波沿Ox轴正向传播，速度大小为u，若在x轴上P处（x=L）质点的振动方程为 $y_p = A\cos(\omega t + \phi)$

求：（1）O 处质点的振动方程；

（2）该波的波动方程；

（3）与P处质点振动状态相同那些质点的位置。

解：



（1） $$y_0 = A\cos[\omega(t+\frac{L}{u})+\varphi]$$

（2） $$y = A\cos[\omega(t-\frac{x-L}{u})+\varphi]$$

（3） $$\Delta\varphi = (\omega t+\varphi)-[\omega(t-\frac{x-L}{u})+\varphi] = 2k\pi$$

$$x = L + 2k\pi\frac{u}{\omega}$$ （k取整数）

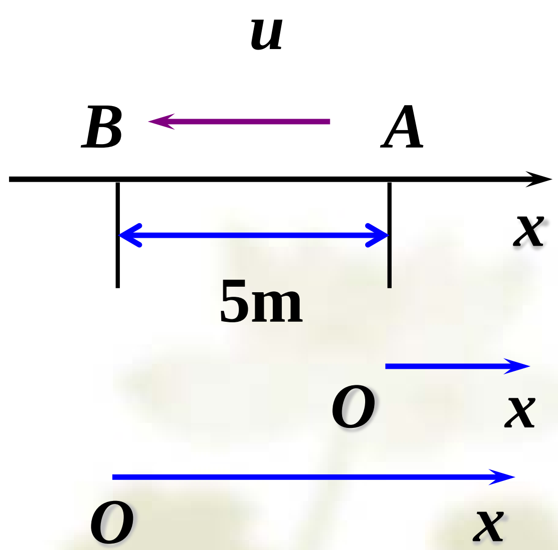
4. 如图所示，一平面波媒质中以波速u=20m·s^{-1}沿直线传播，已知A点的振动方程为：$y = 3\cos 4\pi t$ 。

求：（1）以A为坐标原点的波动方程；

（2）以B为坐标原点的波动方程。

解：(1) $y = 3\cos 4\pi(t + \frac{x}{u})$

$$= 3\cos 4\pi(t + \frac{x}{20})$$



(2) $y_B = 3\cos 4\pi(t - \frac{5}{20})$

$$= 3\cos(4\pi t - \pi)$$

$$\boxed{y = 3\cos 4\pi[(t + \frac{x-5}{20})]}$$

$$\Rightarrow y = 3\cos 4\pi[(t + \frac{x}{20}) - \pi]$$

5. 一平面余弦波，沿直径为14cm的圆柱形管传播，波的强度为$18.0\times10^{-3}J\cdot m^{-2}\cdot s^{-1}$，频率为300Hz，波速为$300m\cdot s^{-1}$，求：

（1）波的平均能量密度和最大能量密度？

（2）两个相邻同相位面之间有多少波的能量？

解：(1) $I=\overline{w}u$

$$\overline{w}=\frac{I}{u}=\frac{18\times10^{-3}\,J\cdot m^{-2}\cdot s^{-1}}{300m\cdot s^{-1}}=6\times10^{-5}\,J\cdot m^{-3}$$

$$w_m=2\overline{w}=1.2\times10^{-4}\,J\cdot m^{-3}$$

(2) 相邻两个同相位面之间距离为一个波长

$$W=\overline{w}\Delta V=\pi(\frac{D}{2})^2\lambda\overline{w}=9.23\times10^{-7}\,J$$

6. 如果在固定端$x=0$处反射的反射波是

$$y_2 = A\cos 2\pi(\nu t - x/\lambda)$$

设反射波无能量损失，求（1）入射波方程；（2）形成的驻波方程

解:因反射端为固定端—波节，入射波方程为

（1） $$y_1 = A\cos[2\pi(\nu t + x/\lambda) + \pi]$$

（2） $$y = y_1 + y_2$$

$$= A\cos[2\pi(\nu t + x/\lambda) + \pi] + A\cos 2\pi(\nu t - x/\lambda)$$

$$= 2A\cos(2\pi x/\lambda + \pi/2)\cos(2\pi \nu t + \pi/2)$$

7. 一弦上的驻波波函数为 y=3.0×10^{-2}cos(1.6π*x*)cos(550π*t*) (SI)。（1）如将此驻波看成是由传播方向相反，振幅及波速均相等的两列相干平面简谐波叠加而成的，求它们的振幅和波速；（2）求相邻波节之间的距离；（3）求 *t* =3.0×10^{-3}s时位于*x* =0.625m处质点的振动速度。

解:（1）驻波方程 $y = 2A\cos\frac{\omega x}{u}\cos\omega t$

$$= 3\times10^{-2}\cos 1.6\pi x\cos 550\pi t$$

$$\therefore A = 1.5\times10^{-2}\,\mathrm{m},\quad \omega = 550\pi,\quad u = 343.75\,\mathrm{m/s}$$

（2） $\lambda = uT = 1.25\mathrm{m} \Rightarrow \Delta x = \frac{\lambda}{2} = 0.625\mathrm{m}$

（3） $\upsilon = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = -3\times10^{-2}\times550\pi\cos(1.6\pi x)\sin(550\pi t)$

$$t = 3\times10^{-3}\mathrm{s},\quad x = 0.625\mathrm{m},\quad \upsilon = -46.2\,\mathrm{m/s}$$