第四章 静电场

一、选择题

1．在真空中的A、B两平行金属板，相距为d，板面积为S（$S\to\infty$），各带电$+q$和$-q$，两板间的作用力f大小为(　　)

A. $q^2/\varepsilon_0 S$　　B. $q^2/4\pi\varepsilon_0 d$　　C. $q^2/2\varepsilon_0 S$　　D. $q^2/2\varepsilon_0 Sd$

2．在静电场中，作一闭合曲面S，若有$\oint_S \vec{D}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=0$，则$S$面内必定（　　　）

A．既无自由电荷，也无束缚电荷；

B．没有自由电荷；

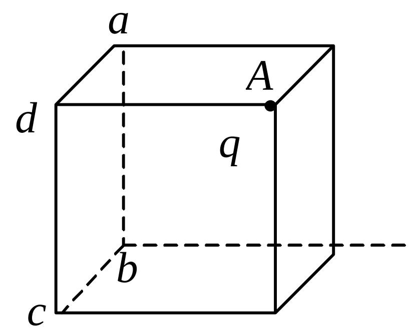
C．自由电荷和束缚电荷的代数和为零；

D．自由电荷的代数和为零。

3 如图所示，一个电荷为q的点电荷位于立方体的A角上，则通过侧面$abcd$的电场强度通量等于（　　）

A. $\dfrac{q}{6\varepsilon_0}$　　B. $\dfrac{q}{12\varepsilon_0}$

C. $\dfrac{q}{24\varepsilon_0}$　　D. $\dfrac{q}{48\varepsilon_0}$



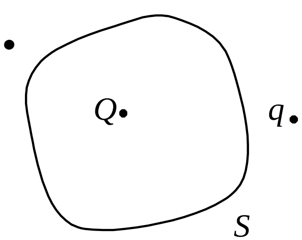
4．点电荷Q被曲面S所包围， 从无穷远处引入另一点电荷q至曲面外一点，如图所示，则引入前后（　　）

A． 曲面S的电场强度通量不变，曲面上各点场强不变.

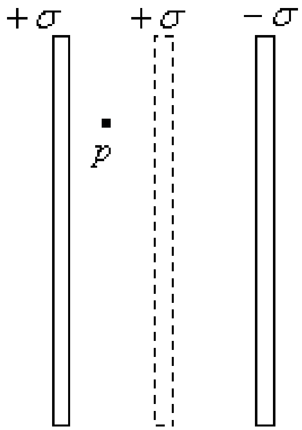
B． 曲面S的电场强度通量变化，曲面上各点场强不变.

C． 曲面S的电场强度通量变化，曲面上各点场强变化.

D． 曲面S的电场强度通量不变，曲面上各点场强变化



5．两无限大均匀带电的平行平面*A*和*B*，电荷面密度分别为＋σ和－σ，若在两平面的中间插入另一电荷面密度为＋σ的平行平面*C*后，*P*点的场强的大小将是



A．不变　　B．原来的 1/2

C．原来的2倍　　D．零

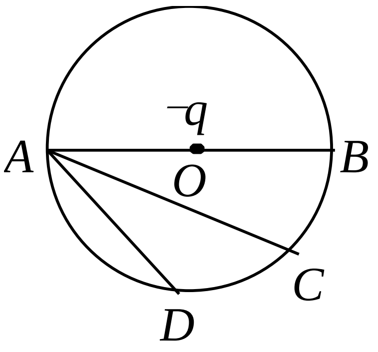
6．点电荷-*q*位于圆心O处，A、B、C、D为同一圆周上的四点，如图所示．现将一试验电荷从A点分别移动到B、C、D各点，则（　　）

A．从A到B，电场力作功最大．

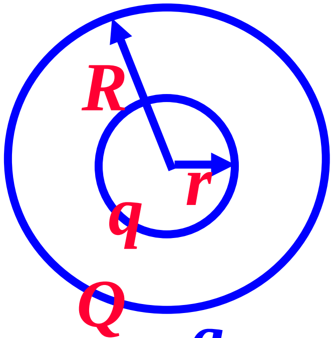
B．从A到C，电场力作功最大．

C．从A到D，电场力作功最大．

D．从A到各点，电场力作功相等．

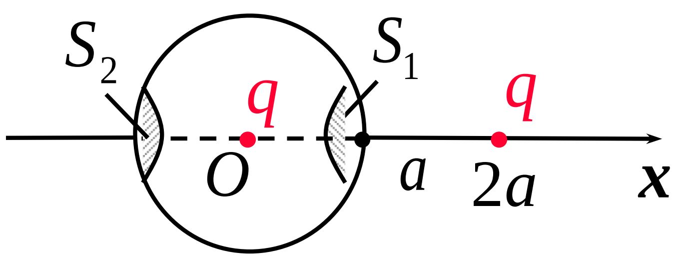


7．半径为r的均匀带电球面1,带电量为q;其外有一同心的半径为R的均匀带电球面2,带电量为Q,则此两球面之间的电势差U_1-U_2为



A. $\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{1}{r}-\dfrac{1}{R}\right)$　B. $\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{1}{R}-\dfrac{1}{r}\right)$　C. $\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{q}{r}-\dfrac{Q}{R}\right)$　D. $\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$

8. 有两个点电荷电量都是 $+q$，相距为$2a$。今以左边的点电荷所在处为球心，以a为半径作一球形高斯面， 在球面上取两块相等的小面积S_1和S_2, 其位置如图所示。设通过S_1 和 S_2的电场强度通量分别为Φ_1和Φ_2,通过整个球面的电场强度通量为Φ_S,则



A. $\Phi_1 > \Phi_2$, $\Phi_S = q/\varepsilon_0$

B. $\Phi_1 < \Phi_2$, $\Phi_S = 2q/\varepsilon_0$

C. $\Phi_1 = \Phi_2$, $\Phi_S = q/\varepsilon_0$

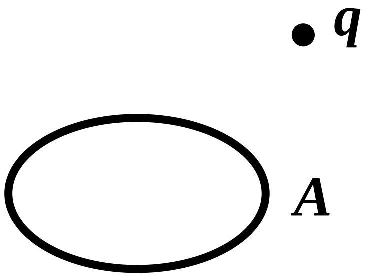
D. $\Phi_1 < \Phi_2$, $\Phi_S = q/\varepsilon_0$

9．一均匀带电球面，若球内电场强度处处为零，则球面上的带电量σdS的面元在球面内产生的电场强度是

A．处处为零　　B．不一定为零

C．一定不为零　　D．是常数

10．有一电荷q，旁边有一金属导体A，且A处于静电平衡，则（　）



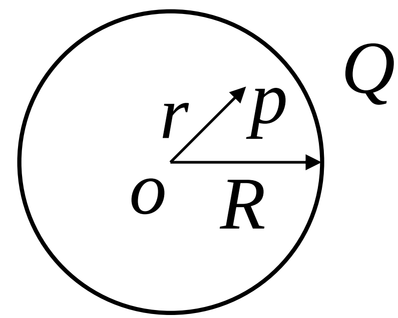
A．导体内$E_1=0$，q不在导体内产生场强

B．导体内$E_1\neq 0$，q在导体内产生场强

C．导体内$E_1=0$，q在导体内产生场强

D．导体内$E_1\neq 0$，q不在导体内产生场强

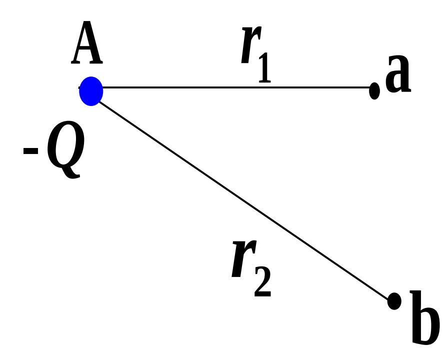
11. 真空中一半径为R的球面均匀带电Q，在球心O处有一带电量为q的点电荷，如图所示。设无穷远处为电势零点，则在球内离球心O距离为r的P点处电势为



A. $\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$　B. $\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{q}{r}+\dfrac{Q}{R}\right)$　C. $\dfrac{q+Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$

D. $\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{q}{r}+\dfrac{Q-q}{R}\right)$

12. 在带电量为－Q的点电荷A的静电场中，将另一带电量为q 的点电荷B从 a点移到 b点，a、b两点距离点电荷A的距离分别为 r_1和 r_2，如图所示。则在电荷移动过程中电场力做的功为



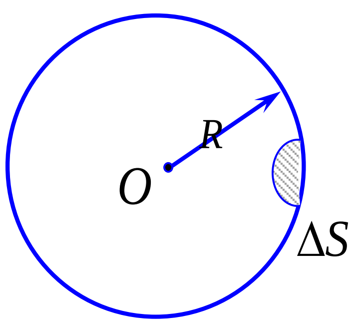
A. $\dfrac{-Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{1}{r_1}-\dfrac{1}{r_2}\right)$　B. $\dfrac{qQ}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{1}{r_1}-\dfrac{1}{r_2}\right)$

C. $\dfrac{-qQ}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{1}{r_1}-\dfrac{1}{r_2}\right)$　D. $\dfrac{-qQ}{4\pi\varepsilon_0(r_2-r_1)}$

二、填空题

1．真空中有一半径为R均匀带正电的细圆环，其电荷线密度为λ，则电荷在圆心处产生的电场强度 $\vec{E}$ 的大小为___0 (N/C)___。

2. 真空中一半径为R的均匀带电球面，总电量为Q（$Q > 0$）。今在球面上挖去非常小块的面积ΔS (连同电荷)，且假设不影响原来的电荷分布，则挖去ΔS后球心处电场强度的大小$E =$ ___$\frac{\Delta S}{4\pi\varepsilon_0 R^2}\frac{Q}{4\pi R^2}$___，其方向为___指向$\Delta S$___。



3．一质量为m、电量为q的小球，在电场力作用下，从电势为U的a点，移动到电势为零的b点，若已知小球在b点的速率为υ_b，则小球在a点的速率υ_a＝ $\sqrt{\upsilon_b^2-\frac{2qU}{m}}$ 。

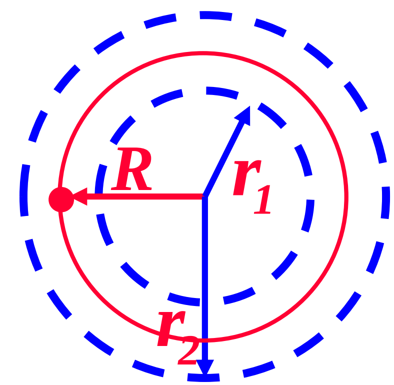
$$A_{a\to b}=q(U_a-U_b)=\Delta E_k=\frac{1}{2}m\upsilon_b^2-\frac{1}{2}m\upsilon_a^2$$

4．半径为R_1和R_2的两个同轴金属圆筒，其间充满着相对介电常数为ε_r的均匀介质，设两筒上单位长度带电量分别为$+\lambda$和$-\lambda$，则介质中的电位移矢量的大小$D=\lambda/2\pi r$,电场强度大小$E=\lambda/2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r$.

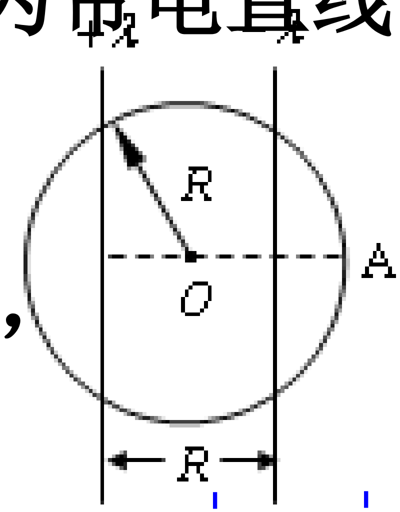
5．描述静电场性质的两个基本物理量是 $\vec{E}$和U；它们的定义式是 $\vec{E}=\vec{f}/q_0$ 和 $U_p=\int_p^{参考点}\vec{E}\cdot d\vec{l}$ 。

6．两个半径分别为R_1和R_2的导体球，带电量都为 Q，相距很远，今用一细长导线将它们相连，则两球上的带电量Q_1＝ $\dfrac{2QR_1}{R_1+R_2}$；Q_2＝ $\dfrac{2QR_2}{R_1+R_2}$ 。

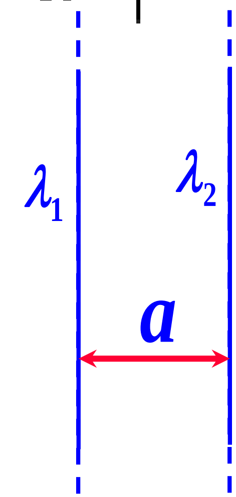
7．把一个均匀带电量＋Q的球形肥皂泡由半径r_1吹胀到r_2，则半径为R（r_1＜R＜r_2）的高斯球面上任一点的场强大小E由 $Q/4\pi\varepsilon_0 R^2$ 变为 0 ；电势U由 $Q/4\pi\varepsilon_0 R$ 变为 $Q/4\pi\varepsilon_0 r_2$ (选无穷远处为电势零点)。



8．有两根均匀带等量异号电荷的长直直线，其电荷线密度分别为$+\lambda$、$-\lambda$，相距R，O点为带电直线垂线的中点，则通过以O为圆心，R为半径的高斯面的电场强度通量为 <u>0</u> ，球面上A点的电场强度的大小为 $\underline{\dfrac{2\lambda}{3\pi\varepsilon_0 R}}$ ，方向为<u>水平向左</u>。



9．两根互相平行的长直导线，相距为a，其上均匀带电，电荷线密度分别为λ_1和λ_2，则导线单位长度所受电场力的大小为F_0 ＝ $\underline{\lambda_1\lambda_2/2\pi\varepsilon_0 a}$。



$$E_1=\lambda_1/2\pi\varepsilon_0 a$$

$$F=\int_q E_1\mathrm{d}q_2=E_1q_2=\lambda_1\lambda_2 l/2\pi\varepsilon_0 a$$

$$\boxed{F_0=\frac{F}{l}=\lambda_1\lambda_2/2\pi\varepsilon_0 a}$$

10. 半径为R的金属球A带电量为Q，把一个原来不带电的半径为$2R$的薄金属球壳罩在A球外面，离球心O为$1.5R$处P点电场强度$\underline{Q/4\pi\varepsilon_0(1.5R)^2}$，电势$\underline{Q/4\pi\varepsilon_0(1.5R)}$。把$A$和$B$用导线连接后，此时$P$点的电场强度$\underline{\ 0\ }$，电势$\underline{Q/4\pi\varepsilon_0(2R)}$。

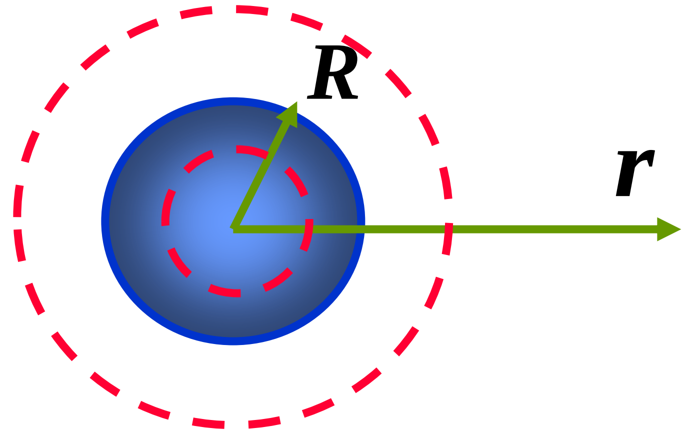
11． 有一内外半径分别为R及$2R$的金属球壳，在离其球心O为$R/2$处放一电量为q的点电荷，则球心O处的电势U_0=$\underline{3q/8\pi\varepsilon_0 R}$。在离球心$O$为$3R$处的电场强度大小$E$=$\underline{q/36\pi\varepsilon_0 R^2}$，电势$U$=$\underline{q/12\pi\varepsilon_0 R}$。

三、计算题

1．一半径为R的带电球体，其电荷体密度分布为

$$\begin{cases}\rho = Ar & (r \le R, \varepsilon) \\ \rho = 0 & (r > R, \varepsilon_0)\end{cases}$$

，A为一常数，试求球体内外的场强分布和电势分布。



解：$$\oint_S \vec{D}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \sum_{S内} q_i$$

$$D_{内}\cdot 4\pi r^2 = \int_0^r \rho 4\pi r^2 \mathrm{d}r = \pi A r^4$$

$$D_{内} = \frac{Ar^2}{4};\quad E_{内} = \frac{Ar^2}{4\varepsilon}$$

$$D_{外}\cdot 4\pi r^2 = \int_0^R \rho 4\pi r^2 \mathrm{d}r = \pi A R^4$$

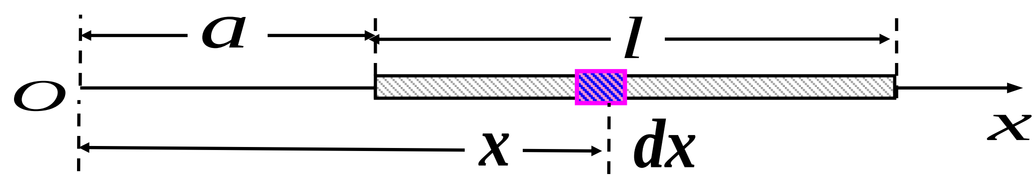
$$D_{外} = \frac{AR^4}{4r^2};E_{外} = \frac{AR^4}{4\varepsilon_0 r^2}.$$

$$U_{内} = \int_r^R E_{内}\mathrm{d}r + \int_R^\infty E_{外}\mathrm{d}r$$

$$= \frac{A(R^3 - r^3)}{12\varepsilon} + \frac{AR^3}{4\varepsilon_0}$$

$$U_{外} = \int_r^\infty E_{外}\mathrm{d}r = \frac{AR^4}{4\varepsilon_0 r}$$

2. 图中所示为一沿 x 轴放置的长度为l的不均匀带电细棒，其电荷线密度为 $\lambda = \lambda_0(x-a)$，λ_0为一常量。取无穷远处为电势零点，求坐标原点o处的电势。



解：$U = \int_q dU$

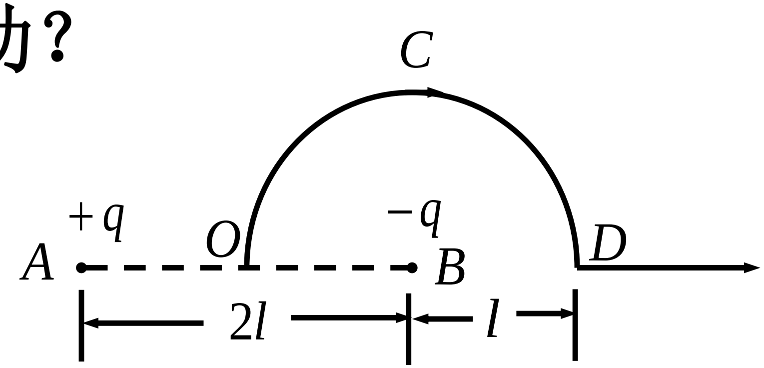
$$= \int_a^{a+l} \frac{\lambda dx}{4\pi\varepsilon_0 x}$$

$$= \frac{\lambda_0 l}{4\pi\varepsilon_0} - \frac{\lambda_0 a}{4\pi\varepsilon_0} \ln\frac{a+l}{a}$$

3．如图示，$\overline{AB}=2l$,OCD是以B为中心，l 为半经的半圆，A点有正电荷$+q$，B点有负电荷$-q$，求：

（1）把单位正电荷从O点沿OCD移到D点，电场力对它作的功？

（2）把单位正电荷从D点沿AB的延长线移到无穷远去，电场力对它作的功？

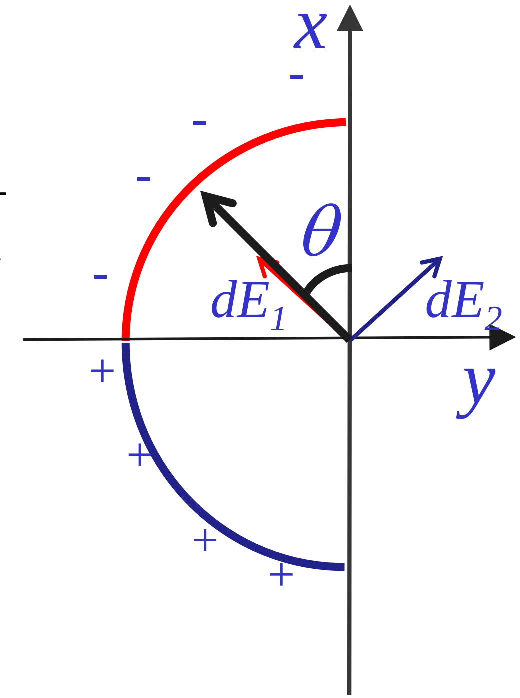


解：（1）
$$A=U_O-U_D$$
$$=-U_D=\frac{q}{6\pi\varepsilon_0 l}$$

$$U_0=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 l}+\frac{-q}{4\pi\varepsilon_0 l}=0 \qquad U_D=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 3l}+\frac{-q}{4\pi\varepsilon_0 l}=\frac{-q}{6\pi\varepsilon_0 l}$$

（2）
$$A=U_D-U_\infty=-\frac{q}{6\pi\varepsilon_0 l}$$

4．一细玻璃棒被弯成半径为*R*的半圆环，环的上半部均匀带负电荷，下半部均匀带正电荷，电荷的线密度分别为-λ和+λ。求圆心*O*点的电场强度*E*和电势*U*。



$$dE_1=\frac{dq_1}{4\pi\varepsilon_0 R^2}=\frac{\lambda_1 d\theta}{4\pi\varepsilon_0 R}\qquad dE_2=\frac{dq_2}{4\pi\varepsilon_0 R^2}=\frac{\lambda_2 d\theta}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

$$dE_x=dE_1\cos\theta+dE_2\cos\theta=\frac{2\lambda\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 R}d\theta$$

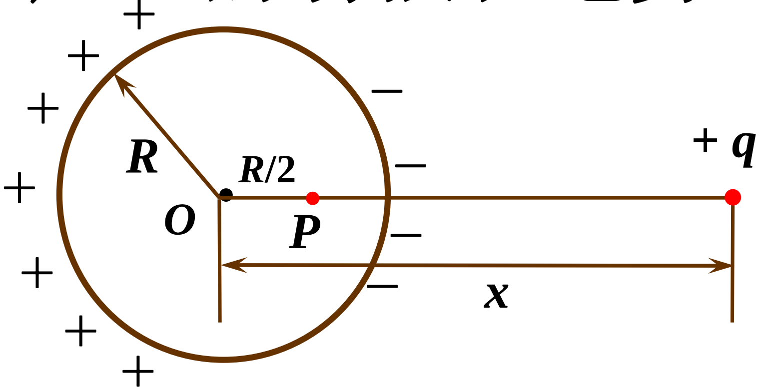
$$dE_y=dE_2\sin\theta-dE_1\sin\theta=0$$

$$\boxed{\therefore E_0=E_x=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{2\lambda\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 R}d\theta=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R}}$$

方向沿x轴正向

$$\boxed{U=U_1+U_2=0}$$

5.如图所示,半径为R的导体球原来带电为Q,现将一点电荷q 放在球外离球心距离为x（>R）处，导体球上的电荷在P点（$OP = R/2$）产生的场强和电势.



解：由于静电感应，使电荷重新分布, 球内处处场强为零. 因此P点总的电场强度也为零.

$$E'_P + \frac{q}{4\pi\varepsilon_0(x-R/2)^2} = 0$$

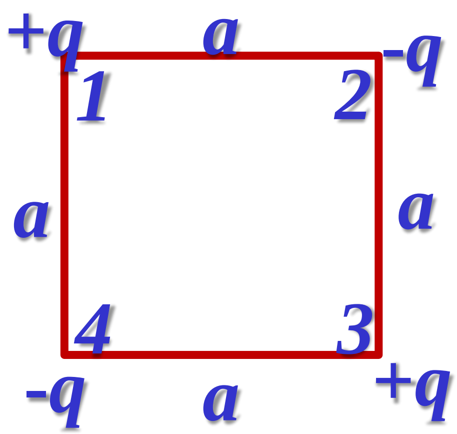
由静电平衡 $U_P = U_O$

$$U'_P + \frac{q}{4\pi\varepsilon_0(x-R/2)} = U_P$$

$$U_O = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R} + \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 x}$$

$$U'_P = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R} + \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 x} - \frac{q}{4\pi\varepsilon_0(x-R/2)}$$

6. 要把四个点电荷从无穷远聚集到如图所示的位置，外力需做多少功?电场力的功 $A_{ab}=q_o(U_a-U_b)$



$$A_1=0 \qquad A_2=-qU_{2\infty}=-\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 a}$$

$$A_3=qU_{3\infty}=\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{2}a}-\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 a}$$

$$A_4=-qU_{4\infty}=-\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 a}+\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{2}a}-\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 a}$$

$$\therefore A=A_1+A_2+A_3+A_4=-0.21\frac{q^2}{\varepsilon_0 a}$$

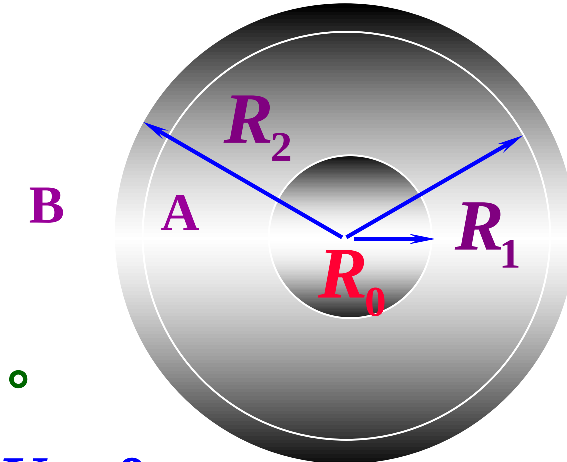
7．如图所示，金属球A和金属球壳B同心放置，它们原先都不带电。设球A的半径为R_0，球壳B的内、外半径分别为R_1和R_2。求在下列情况下，A、B的电势差

（1）使B带电$+q$；

（2）使A带电$+q$；

（3）使A带电$+q$，使B带电$-q$；

（4）使A带电$-q$，将B外表面接地。



解(1) B带电$+q$，A不带电，等势体 $\Delta U = 0$

(2) A带电$+q$，球壳内感应$-q$外表面 感应$+q$

$$U_A = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R_0} + \frac{-q}{4\pi\varepsilon_0 R_1} + \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R_2}$$

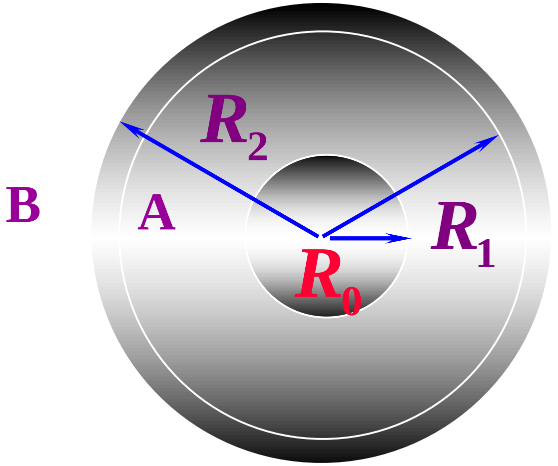
$$U_B = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R_2} + \frac{-q}{4\pi\varepsilon_0 R_2} + \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R_2}$$

$$\Delta U = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_0} - \frac{1}{R_1}\right)$$

7．如图所示，金属球*A*和金属球壳*B*同心放置，它们原先都不带电。设球*A*的半径为R_0，球壳*B*的内、外半径分别为R_1和R_2。求在下列情况下，*A*、*B*的电势差

（3）使*A*带电+*q*，使*B*带电-*q*；

（4）使*A*带电-*q*，将*B*外表面接地。



(3) *A*带电+*q*，*B*内表面带-*q*，外表面0

$$U_A = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R_0} + \frac{-q}{4\pi\varepsilon_0 R_1}$$

$$U_B = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R_2} + \frac{-q}{4\pi\varepsilon_0 R_2} \qquad \Delta U = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_0} - \frac{1}{R_1}\right)$$

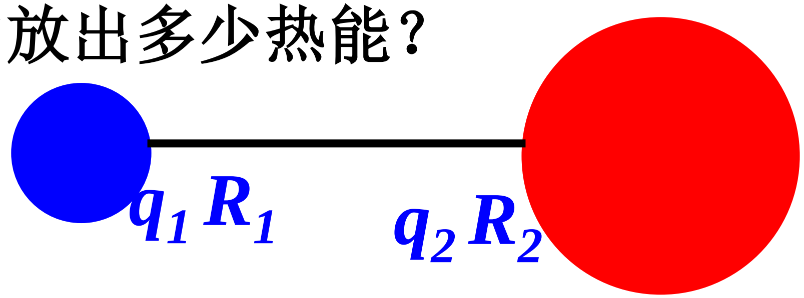
(4) *A*带电-*q*，*B*内表面带+*q*，外表面接地

外表面接地 $U_B = 0$ $\quad U_A = \frac{-q}{4\pi\varepsilon_0 R_0} + \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R_1}$

$$\Delta U = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_0}\right)$$

8. 半径分别为 R_1 和 R_2 的两个导体球A和B，相距很远且离地面亦很远（可视为两孤立导体球），A球原来带电Q，B球不带电。现用一根导线将两球连接，静电平衡后忽略导线带电，问：（1）A、B各带多少电量？（2）在电荷移动过程中放出多少热能？

（1）静电平衡后两球电势相同



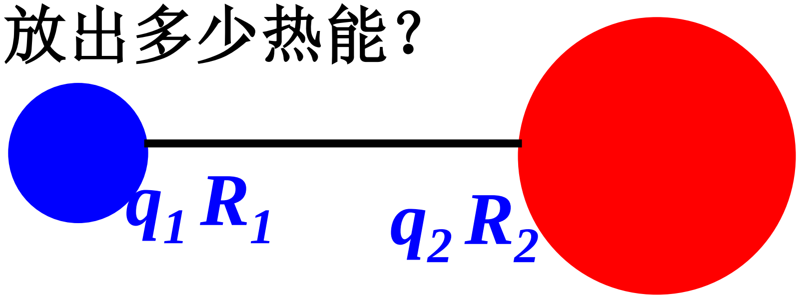
$$\frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 R_1} = \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 R_2}$$

$$q_1 + q_2 = Q$$

$$q_1 = \frac{R_1 Q}{R_1 + R_2} \qquad q_2 = \frac{R_2 Q}{R_1 + R_2}$$

（2）电荷移动过程中放出的热能等于电能的减少

8.半径分别为R_1和R_2的两个导体球A和B，相距很远且离地面亦很远（可视为两孤立导体球），A球原来带电Q，B球不带电。现用一根导线将两球连接，静电平衡后忽略导线带电，问：（1）A、B各带多少电量？（2）在电荷移动过程中放出多少热能？



（2）电荷移动过程中放出的热能等于电能的减少

$$W_1 = \frac{1}{2}U_1 Q = \frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0 R_1}$$

$$W_2 = \frac{1}{2}U_2(q_1 + q_2) = \frac{1}{2}\frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 R_1}Q \qquad q_1 = \frac{R_1 Q}{R_1 + R_2}$$

$$W_2 = \frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0 (R_1 + R_2)}$$

$$\Delta W = \frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0 R_1} - \frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0 (R_1 + R_2)} = \frac{R_2 Q^2}{8\pi\varepsilon_0 R_1 (R_1 + R_2)}$$

9. 一电容为C的空气平行板电容器，接端电压为U的电源充电后随即断开，试求把两个极板间距离增大至n倍时外力所作的功。

充电后断开电源，则保持电量不变。

$$E=\frac{\sigma}{\varepsilon_0},\quad \Delta U=Ed$$

$$C=\frac{\varepsilon_0 S}{d},\quad C'=\frac{\varepsilon_0 S}{nd}$$

$$W_1=\frac{Q^2}{2C'}-\frac{Q^2}{2C}=\frac{1}{2}(n-1)CU^2 \qquad Q=CU$$