第二章　机械振动

(一)选择题

1. 一弹簧振子，重物的质量为m，弹簧的劲度系数为k，该振子作振幅为A的简谐振动．当重物通过平衡位置且向规定的正方向运动时，开始计时．则其振动方程为：

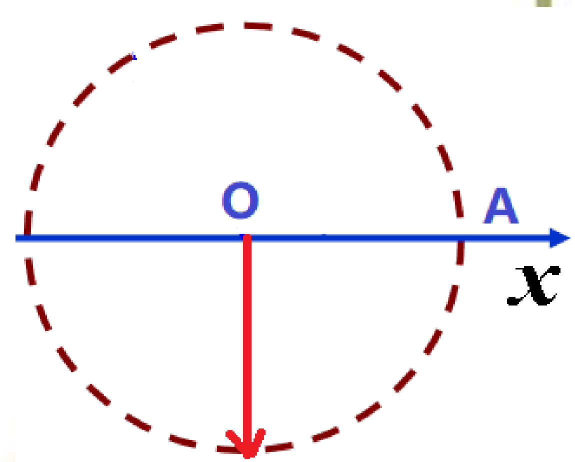
A. $x = A\cos(\sqrt{k/m}\,t + \frac{1}{2}\pi)$

B. $x = A\cos(\sqrt{k/m}\,t - \frac{1}{2}\pi)$

C. $A\cos\varphi(\sqrt{m/k}\,t + \frac{1}{2}\pi)$

D. $x = A\cos(\sqrt{m/k}\,t - \frac{1}{2}\pi)$

E. $x = A\cos\sqrt{k/m}\,t$



2. 一物体作简谐振动，振动方程为$x = A\cos(\omega t + \frac{1}{4}\pi)$．在 t = T/4（T为周期）时刻，物体的加速度为

A. $-\frac{1}{2}\sqrt{2}A\omega^2$

B. $\frac{1}{2}\sqrt{2}A\omega^2$

C. $-\frac{1}{2}\sqrt{3}A\omega^2$

D. $\frac{1}{2}\sqrt{3}A\omega^2$

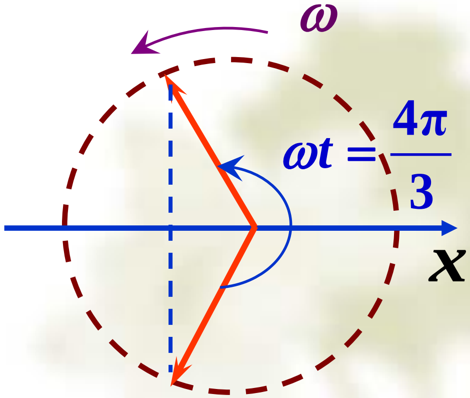
3. 质点作周期为T，振幅为A的谐振动，则质点由平衡位置运动到离平衡位置$A/2$处所需的最短时间是: ( )

A . $T/4$ B . $T/6$ C . $T/8$ D . $T/12$

4．一质点在x轴上做谐振动，振幅A=4cm，周期T=2s，其平衡位置取作坐标原点，若t=0时刻质点第一次通过x=-2cm处，且向x轴正方向运动，则质点第二次通过x=-2cm处时刻为

A. 1s B. 3s/2

C. 4s/3 D. 2s



5. 一质点以余弦函数规律沿x轴作简谐振动，其振幅为A，周期为T，初相位为 $\pi/2$，选平衡位置为坐标原点，则在$T/4$时刻质点的坐标为(　　)

A. $-A$　　B. $-\frac{A}{2}$　　C. $\frac{A}{2}$　　D. A

6. 对一个作简谐振动的物体，下面哪种说法是正确的

A. 物体处在运动正方向的端点时，速度和加速度都达到最大值；

B. 物体位于平衡位置向负方向运动时，速度和加速度都为零

C. 物体位于平衡位置且向正方向运动时，速度最大，加速度为零；

D. 物体处在负方向的端点时，速度最大，加速度为零。

7. 一质点同时参与两个在同一直线上的谐振动，其振动方程分别为

$$x_1 = 4\cos(2t + \frac{\pi}{6})\text{cm}, \quad x_2 = 3\cos(2t + \frac{7\pi}{6})\text{cm}$$

则关于合振动有结论：(　)

A. 振幅等于1cm，初相等于 π

B. 振幅等于7cm，初相等于 $\frac{4}{3}\pi$

C. 振幅等于1cm，初相等于 $\frac{7}{6}\pi$

D. 振幅等于1cm，初相等于 $\frac{\pi}{6}$

8. 一质点作简谐振动，振动方程为

$$x = A\cos(\omega t + \varphi)$$

当时间$t=T/2$（T为周期）时，质点的速度为

A. $-A\omega\sin\varphi$　　B. $A\omega\sin\varphi$

C. $-A\omega\cos\varphi$　　D. $A\omega\cos\varphi$

9.一质点同时参与两个在同一直线上的简谐振动，其振动方程分别为 $x_1 = \sqrt{3}\cos(2t + \frac{\pi}{6})\text{cm}$　$x_2 = 3\cos(2t + \frac{2\pi}{3})\text{cm}$

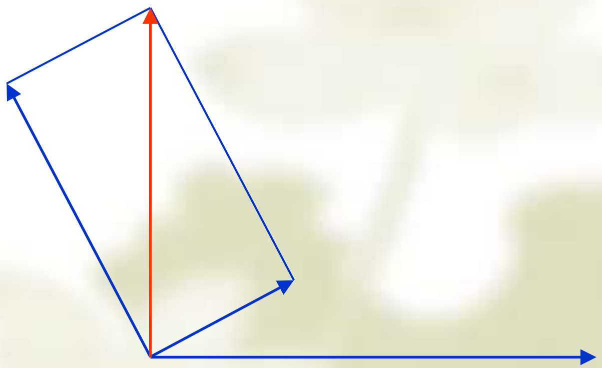
则关于合振动有结论

A. 振幅等于 $\sqrt{6}\text{cm}$ 初相等于 $\frac{\pi}{2}$

B. 振幅等于 $2\sqrt{3}\text{cm}$ 初相等于 $\frac{\pi}{3}$

C. 振幅等于 $\sqrt{6}\text{cm}$ 初相等于 $\frac{\pi}{3}$

D. 振幅等于 $2\sqrt{3}\text{cm}$ 初相等于 $\frac{\pi}{2}$



10. 一弹簧振子作简谐振动，当其偏离平衡位置的位移的大小为振幅的1/4时，其动能为振动总能量的

A. 7/16　B. 9/16　C. 11/16　D. 15/16

$$x = \frac{1}{4}A$$

$$E_p = \frac{1}{2}k(\frac{1}{4}A)^2 = \frac{1}{16}(\frac{1}{2}kA^2)$$

(二) 填空题

1.已知谐振动方程为 $x_1 = A\cos(\omega t + \varphi)$ ，振子质量为m，振幅为A，则振子最大速度为 $\underline{\omega A}$，最大加速度为 $\underline{\omega^2 A}$，振动系统总能量为 $\underline{\frac{1}{2}m\omega^2 A^2}$，平均动能为 $\underline{\frac{1}{4}m\omega^2 A^2}$，平均势能为 $\underline{\frac{1}{4}m\omega^2 A^2}$。

2. 一简谐振动的表达式为$x = A\cos(3t + \varphi)$，已知$t = 0$时的位移是0.04 m，速度是0.09m·s^{-1}。则振幅$A =$ $\underline{0.05\text{m}}$，初相$\varphi =$ $\underline{-0.2\pi}$ 。

-37^0

$$A = \sqrt{x_0^2 + \frac{\upsilon_0^2}{\omega^2}} \qquad \tan\varphi = -\frac{\upsilon_0}{x_0\omega} \qquad \tan\varphi = -\frac{3}{4}$$

3. 一质点作简谐振动，速度最大值vm = 5 cm/s，振幅A = 2 cm．若令速度具有正最大值的那一时刻为t = 0，则振动表达式为

$x = 2\times10^{-2}\cos[\frac{5}{2}t-\frac{\pi}{2}]$ ________________________.

4.两个相同的弹簧以相同的振幅作谐振动，当挂着两个质量相同的物体时其能量__相等__，当挂着两个质量不同的物体仍以相同的振幅振动，其能量__相等__，振动频率__不等__。

5. 一弹簧振子作简谐振动，振幅为A，周期为T，运动方程用余弦函数表示，若$t=0$时，

(1)振子在正的最大位移处，则初相位为__0__。

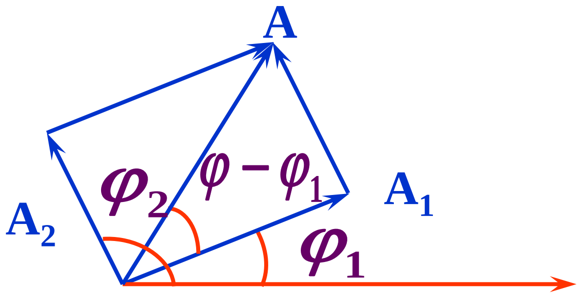
(2)振子在平衡位置向正方向运动，则初相位为__$-\pi/2$__。

(3)振子在位移$A/2$处，向负方向运动，则初相位为__$\pi/3$__。

6. 上面放有物体的平台，以每秒5周的频率沿竖直方向作简谐振动，若平台振幅超过__1cm__，物体将会脱离平台。（$g=9.8\text{m/s}^2$）

$$N-mg=ma \to N=0,\ -mg=m(-\omega^2 x) \Rightarrow x=\frac{g}{\omega^2}=1\text{cm}$$

7. 两个同方向同频率的简谐振动，其合振动的振幅为20cm,与第一个简谐振动的相位差 $\varphi-\varphi_1=\pi/6$ 若第一个简谐振动的振幅为 $10\sqrt{3}\text{cm}=17.3\text{cm}$ 。则第二个简谐振动的振幅为___10cm___cm。第一、二个简谐振动的相位差 $\varphi_1-\varphi_2$ 为___$-\pi/2$___。



8. 一物体质量为0.25kg，在弹性力作用下作简谐振动，弹簧的倔强系数 $k=25Nm^{-1}$，如果起始振动时具有势能0.06J和动能0.02J，则振动的振幅为<u>0.08m</u>；动能恰好等于势能时的位移为 $\pm 0.04\sqrt{2}(m)$；经过平衡位置时物体的速度为 <u>±0.8m/s</u>.

(三) 计算题

1. 一弹簧振子，振幅$A = 2$ cm，最大速度$\upsilon_m = 8\pi$ m/s。$t = 2$s时，$x < 0$，$\upsilon = \upsilon_m/2$。试求：（1）振子的振动频率；（2）振动方程。

解：(1) $\upsilon_{\mathrm{m}} = \omega A \rightarrow \omega = \upsilon_{\mathrm{m}} / A \quad = 400\pi$

$$\rightarrow \nu = \omega / 2\pi = 200\mathrm{Hz}$$

(2) $$\begin{cases} x = A\cos(\omega t + \varphi) \Big|_{t=2\mathrm{s}} < 0 \\ \upsilon = -\upsilon_m \sin(\omega t + \varphi) \Big|_{t=2\mathrm{s}} = \upsilon_m / 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos(\varphi) < 0 \\ \sin(\varphi) = -1/2 \end{cases}$$

φ在第3象限 $\varphi = -\dfrac{5\pi}{6}$

$$x = 2\cos(400\pi t - \frac{5\pi}{6}) \ \mathrm{cm}$$

2. 有一弹簧，当其下端挂一质量为m的物体时，伸长量为9.8×10^{-2}m。若使物体上、下振动，且规定向下为正方向。（1）当t=0时，物体在平衡位置上方8.0×10^{-2}m处，由静止开始向下运动，求运动方程；（2）当t=0时，物体在平衡位置并以0.6m/s的速度向上运动，求运动方程。

$$mg = kx_0 \Longrightarrow \sqrt{\frac{k}{m}} = 10 = \omega$$

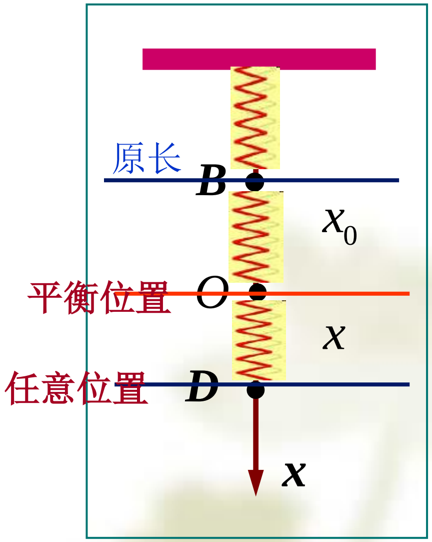
(1)从负最大位移向正方向振动，$\varphi = \pi$

$$x = 0.08\cos(10t + \pi)(\mathrm{m})$$

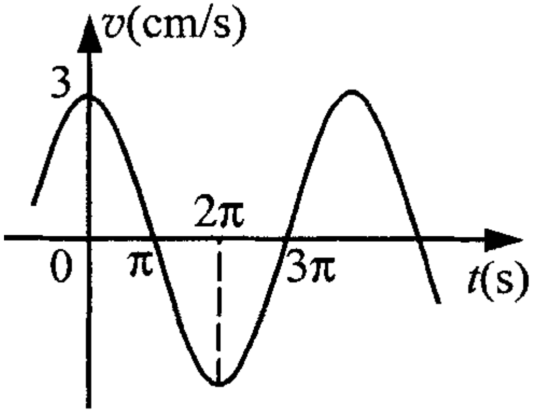
(2) $V_{max} = \omega A \Longrightarrow A = 0.06(m)$

从平衡位置向负方向振动，$\varphi = \frac{\pi}{2}$

$$x = 0.06\cos(10t + \frac{\pi}{2})(\mathrm{m})$$



3. 已知弹簧振子的速度曲线，如图所示。求它的运动方程。

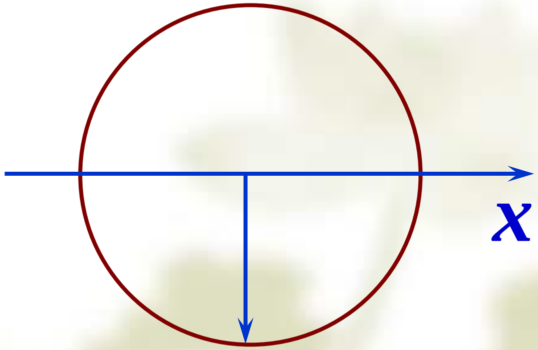


解：由图知：

$$T = 4\pi \rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{1}{2}$$

$$\upsilon_{max} = \omega A = 3 \rightarrow A = 6\text{cm}$$

t=0时，速度正最大 $\varphi = -\frac{\pi}{2}$



$$\rightarrow x = 6\cos(\frac{1}{2}t - \frac{\pi}{2})\text{cm}$$

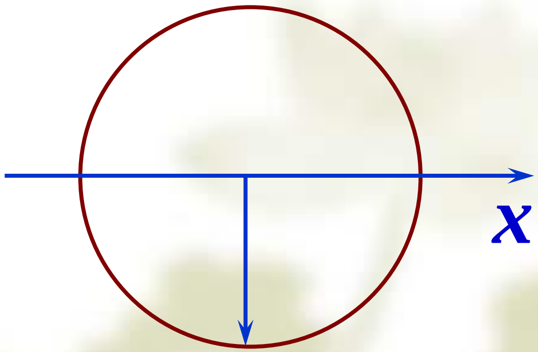
4. 作简谐振动的小球，速度最大值 $\upsilon_m = 3\text{cm/s}$ ，振幅为A=2cm，若从速度为正的最大值的某点开始计时时间，（1）求振动的周期；（2）求加速度的最大值；（3）写出振动表达式

解：$\upsilon_{\max} = \omega A = 3 \rightarrow \omega = \dfrac{3}{2}$

(1) $T = \dfrac{2\pi}{\omega} = \dfrac{4\pi}{3}$

(2) $a = \omega^2 A = 4.5\text{cm/s}^2$

(3) $\upsilon_{\max} > 0 \qquad \varphi = -\dfrac{\pi}{2}$



$$x = 2\cos\left(\frac{3}{2}t - \frac{\pi}{2}\right)\text{cm}$$

5 一轻弹簧在60N的拉力下伸长0.3m，现把质量为4kg的物体悬挂在该弹簧的下端并使之静止，再把物体向下拉0.1m，然后由静止释放并开始计时。求：

（1）物体的振动方程；

（2）物体在平衡位置上方0.05m时弹簧对物体的拉力；

（3）物体从第一次越过平衡位置时刻起到它运动到上方0.05m处所需要的最短时间。

解 弹簧劲度系数为 $k = \dfrac{F}{\Delta x_1} = 200\,N/m$

静止时弹簧伸长量为 $x_0 = \dfrac{mg}{k} = 0.2m$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 5\sqrt{2} = 7.07rad/s$$

（1）设向下为x轴正方向，平衡位置为坐标原点，则 $\varphi = 0$

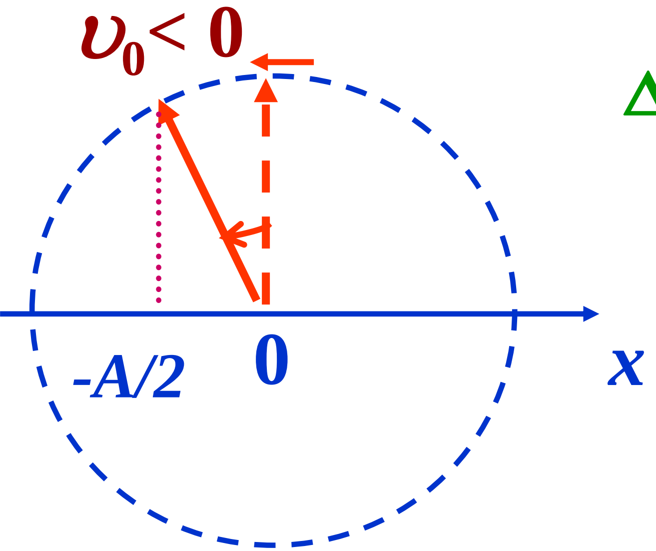
振动方程为 $x = 0.1\cos(5\sqrt{2}t)\mathrm{m}$

（2）物体在平衡位置上方0.05m时弹簧的净伸长为l=0.2-0.05=0.15m

弹簧对物体的拉力

$$F = kl = 200 \times 0.15 = 30\,N$$

（3）从平衡位置运动到-A/2处且向负方向振动



$$\Delta\varphi = \frac{\pi}{6} \qquad t = \frac{\Delta\varphi}{\omega} = \frac{\pi}{6\omega} = 0.074s$$

5. 一弹簧振子沿x轴做简谐振动，振子的质量为2.5kg，弹簧的劲度系数为250N·m^{-1}，当振子处于x轴正半轴某一位置且向x轴的负方向运动时开始计时（$t = 0$），此时振子动能与势能相等，总能量为31.25J。求弹簧振子的运动方程。

解： $$E = 31.25 = \frac{1}{2}kA^2 \to A = 0.5\text{m}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 10\text{rad/s}$$

$$\frac{1}{2}kx_0^2 = \frac{1}{2}\bullet\frac{1}{2}kA^2 \to x_0 = \frac{\sqrt{2}}{2}A$$

$$\cos\varphi = x_0 / A = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \therefore \varphi = \frac{\pi}{4}$$

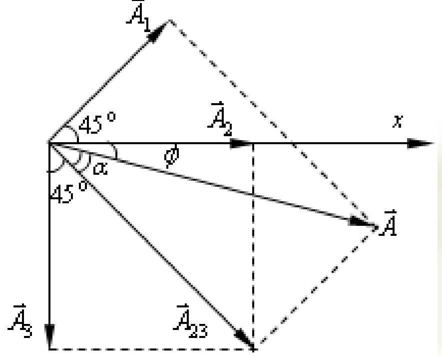
$$x = 0.5\cos(10t + \frac{\pi}{4})\ \text{m}$$

6. 一个质点同时参与的三个同方向、同频率简谐振动分别为

$$x_1 = A_0\cos(\omega t + \frac{\pi}{4}),\ x_2 = \sqrt{\frac{3}{2}}A_0\cos\omega t,\ x_3 = \sqrt{\frac{3}{2}}A_0\sin\omega t$$

试用简谐振动的矢量表述，确定质点的合振动方程。

解：$x_3 = \sqrt{\frac{3}{2}}A_0\cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$



x_2与x_3合成后振幅为 $\sqrt{3}A_0$

$$x_{23} = \sqrt{3}A_0\cos(\omega t - \frac{\pi}{4})$$

再与x_1合成后二者相位差为 $\frac{\pi}{2}$ 所以合成振幅为 $2A_0$

合成相位为 $\phi = -(\frac{\pi}{4} - \alpha) = -(\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{6}) = -\frac{\pi}{12}$ $\cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$

最后合成的振动方程为 $x = 2A_0\cos(\omega t - \frac{\pi}{12})$