

K个影响力重要节点发现研究分析报告

指导教师: 曹玖新

姓名: 陈根文

学号: 235183

日期: 2024年12月25日

摘要

近几年,随着网络化信息的不断发展,社会网络越来越成为人们关注的焦点。发现社会网络中具有影响力的重要节点,已成为社会网络的热点研究的问题。在社会网络中,发现具有影响力的重要的节点,对于分析研究社会网络的具体结构,研究网络结构的变化以及网络中用户间关系的分析都有着极其重要的作用。

本研究报告深入探讨了当前社交网络领域的研究背景,并从不同角度介绍了节点中心性的相关研究。报告首先从网络局部拓扑性质和网络全局拓扑性质的中心性方法入手,接着探讨了基于节点位置属性和基于迭代的中心性方法,对它们的优缺点进行了详细分析。此外,报告还涉及了基于贪婪策略的影响力最大化方法和基于网络拓扑结构的影响力最大化方法,为社交网络影响力的研究提供了多维度的视角。

在最后的部分,报告提出了一些挑战与展望。首先,指出了需要构建多层复杂网络以深入研究用户之间的社交关系。其次,强调了迫切需要提升节点影响度量算法的效能,以更准确地评估节点的重要性。最后,指出了当前存在缺乏完备的节点影响评估标准的问题,为未来的研究方向提供了启示。本报告全面而深刻地剖析了社交网络研究的现状,为未来的研究和应用提供了有价值的参考

关键词: 社会网络: 重要节点: 影响力节点: 用户排名: 复杂网络

1. 研究背景

现实世界中大量交互的个体形成了复杂网络,网络中的节点代表个体或组织,边代表它们之间的交互关系。复杂网络可以是欧几里德空间中有形的对象,如高速公路构成的交通网、电站及输送线路构成的电力网、神经元交互构成的神经网等,也可以是抽象空间中的实体,如人类朋友关系网、科学家合作关系网、国家之间贸易关系网等。真实网络常常呈现出不同的拓扑结构特性[1],如小世界特性和无标度特性。将真实世界的复杂系统建模为复杂网络进行研究,是理解其功能和性质的成功方法。

为了研究复杂网络在结构上的共性,网络科学家采用图作为基本的工具。 图论起源于 18 世纪数学家欧拉对格尼斯堡七桥问题的研究,他试图找到一种方 法来遍历格尼斯堡的七座桥且每座桥只被访问一次。图论可用于解决现实中各 种问题,如计算输送管道网络中单位时间允许输送的最大流量、如何对地图中 的各个区域着色使得相邻节点的颜色不同并且所需的颜色数目最少。

上世纪五十年代,匈牙利数学家 Erdös 和 Rényi 在经过大量的实验后发现,真实世界中的网络大多都是毫无规律可言的,基于此他们二人提出了 ER 随机网络模型,该网络模型的提出拉开了复杂网络研究的序幕,在很长一段时间中随机网络模型一直是研究复杂网络的基本工具。直到二十世纪六十年代,美国哈佛大学社会心理学教授 Milgram^[2]提出了著名的"六度分离理论",标志着复杂网络领域进入了一个新的时代。在此基础上,1998 年,康奈尔大学的博士生 Watts 和他的导师 Strogatz 教授提出了 WS 小世界网络模型^[3],并借助互联网随机选取了六万名用户进行了邮件转发实验,实验结果成功印证了"六度分离"理论。

小世界网络模型是将规则网络中的连边以一定的概率p进行随机重新连接,过程中保持一端的节点不变,另一端的节点则随机选择网络中的任一节点进行连接,而改变重连概率p可以实现从规则网络(p=0)到随机网络的转变(p=1)。1999 年,美国某大学的教授 Barabási 和他的博士生 Albert 在顶级期刊《Science》中发表了一篇有关复杂网络结构特性的文章^[4],该文章指出真实世界中的网络往往具有无标度特性,网络的度分布满足幂律分布 $p(k)\sim k^{-\lambda}$ 的形式,在整个网络中少部分节点具有较大的度而绝大部分节点只有很少的邻居数量。

小世界模型以及无标度模型的提出,随后复杂网络领域开启了快速的发展模型, 大量的基础理论和方法研究开始涌现。

2. 节点中心性的相关研究

评价复杂网络中的节点是否重要并没有明确的界定标准,对于同一个节点而言,从不同角度出发对该节点的重要程度进行定义所得的结果也不尽相同。信息网络科学领域已经进入了一个新的时代,研究者们也提出了多种算法去找出网络中的重要节点,大体上这些算法可以分为三类:基于网络拓扑性质的中心性方法、基于节点位置属性的中心性方法以及基于迭代的中心性方法,在网络拓扑性质中还可以分为网络局部拓扑性质的中心性方法和网络全局拓扑性质的中心性方法。

2.1 基于网络拓扑性质的中心性方法

基于网络拓扑性质的节点中心性方法可分为从网络局部的拓扑性质和网络全局的拓扑性质这两个方面。

2.1.1 网络局部拓扑性质的中心性方法

从网络局部的拓扑结构出发,利用网络的局部结构信息对节点进行重要性排序。这个方面经典的方法是度中心性,被广泛用于大规模网络中的节点排序,但是,度中心性对网络局部拓扑性质的利用极为有限,并不能准确地评估节点的重要性。因此,出现的改进方法包括: Chen 等人^[5]提出 LocalRank 中心性,该方法在度中心性的基础上,通过计算节点两跳以内的相邻节点的度的总和对节点进行排序,之后又提出 ClusterRank 中心性,该方法综合考虑了度中心性与聚集系数对节点进行排序。任卓明等人综合考虑度中心性与其相邻节点之间连接的紧密程度实现节点排序。Gao等人^[6]结合 LocalRank 和聚集系数提出一种局部结构中心性。吕琳媛等人提出 H-index 指数,其中 H 是指每个节点至少有 H 个邻居节点的度不小于 H,H-index 很好地桥接了度方法和 k-shell 方法^[7]。可以看出,基于局部拓扑结构的中心性方法时间复杂度普遍较低,因为这类方法只利用了有限的网络的局部结构信息,因此对网络中节点重要性的判断并不准确。

但这种方法优点: (1) 计算简单: 常见的局部中心性方法如度中心性、邻居度中心性等计算简单,适用于大规模网络。(2) 易于理解: 结果直观,能够

快速给出节点在网络中的相对重要性。

但缺点就是会忽略全局信息: 局部中心性方法忽略了节点与整个网络结构的关系,可能无法准确反映节点在整个网络中的重要性。

2.1.2 网络全局拓扑性质的中心性方法

其中典型的的中心性方法包括介数中心性和接近中心性。节点介数定义为网络中所有的节点对的最短路径中经过某一节点的路径数量。节点的接近中心性定义为该节点到网络中其他节点的平均距离的倒数。Freeman 等人^[8]提出一种流介数中心性,定义为在整个网络不重复的路径中,经过某个节点的路径数量。Hage 等人^[9]提出离心中心性,节点与网络中其他节点的距离反映了其传播影响力。Katz 等人^[10]提出一种 Katz 中心性,他们认为不同长度的路径对节点重要性的贡献不同,并通过加权系数对路径的贡献进行区分。类似利用不同长度路径的数目评估节点传播影响力的方法还有连通介数中心性和随机游走介数中心性等。Dangalche 等人^[11]提出剩余接近中心性,通过衡量某个节点被删除后对网络产生的影响来评估该节点的影响力。总体上来说,全局结构中心性度量方法能够较为准确地评估节点的影响力,但时间复杂度普遍较高,不适用于大规模网络。

这种方法存在优点: (1) 考虑全局结构: 能够更好地捕捉整个网络的拓扑结构, 例如介数中心性、特征向量中心性等^[12]。(2) 适用于信息传播: 在信息传播问题中,全局中心性方法能更好地识别关键节点。

但缺点就是: (1) 计算复杂: 一些全局中心性方法的计算复杂度较高,不适用于大规模网络。(2) 对噪声敏感: 在存在噪声或异常值的情况下,全局中心性方法的表现可能受到影响。

2.2 基于节点位置属性的中心性方法

基于节点位置属性的中心性方法是指网络的 k-shell 方法,以及对 k-shell 进行改进的一类方法。Kitsak 等人^[13]利用 k-shell 方法赋予网络中的节点不同的 KS 值,将这些节点划分到网络的不同层次当中,处于内层位置的节点 KS 值相对较高,便认为这部分节点比较重要,反之则不太重要。k-shell 因其快速且有效的特点而被广泛用于大型网络的分析中,但是,k-shell 本身的设计特点导致其划分结果的粒度较大,尤其在无标度网络中,k-shell 对节点重要性的判断的结果

在精确度上很不理想。因此,Zeng 等人^[14]提出一种混合度分解的方法对 k-shell 进行改进,此方法同时考虑节点的剩余度和耗尽度来评估节点的重要性。Liu 等人 ^[15]提出了改进的中心性度量方法,他们认为网络中其他节点到最内核的距离决定了节点的重要性及传播影响力。Bea 等人 ^[16]认为比较重要的节点应该与 K 值大的节点有较多的连边,他们提出一种扩展近邻核方法。Fu 等人 ^{[17][18]},结合网络的全局与局部结构,提出两阶段框架方法。文献在一定程度上改进了 k-shell 的性能,但在识别最重要的一部分网络节点时准确性不高。Basaras 等人 ^[19]提出一种 μ-PCI 方法,某个节点的 μ-PCI 值等于 k,则离该节点 μ 跳范围内的邻居中共有 μ×k 个节点,这些节点的度大于或等于 k。Liu 等人 ^[20]认为节点的重要程度取决于其邻居节点的重要程度,提出一种近邻中心性度量方法。Ma 等人 ^[21]将节点的 KS 值看作质量,将两个节点间的最短路径看作距离,引入牛顿力学公式计算节点的重要性。文献中的中心性方法的性能与参数的选取相关。文献 ^[22]将 k-shell 方法与其他方法相结合,但时间复杂度较高,不适合用于大规模网络上的应用。

这种方法存在优点: (1) 考虑节点属性: 能够综合考虑节点的属性信息,适用于包含节点属性的网络。(2) 对复杂网络有效: 在复杂网络中,节点的位置属性中心性能够更好地反映节点在网络中的作用。

但同时存在缺点: (1) 属性数据不一定可用: 对于一些网络,节点的属性信息可能不易获取,或者不具备代表性。(2) 属性的选取问题: 选择哪些节点属性以及如何量化这些属性可能是一个挑战。

2.3 基于迭代的中心性方法

基于迭代的中心性方法是通过逐步求精的方式评估节点的重要程度。经典的基于迭代方法是 Stephenson 等人^[23]提出特征向量中心性,EC 认为一个节点重要性既取决于其邻居节点的数量,也取决于每个邻居节点的重要程度。Poulin等人^[24]提出一种累计提名中心性,通过计数某个节点受到网络中其他节点提名的总数对节点进行排序。著名的 Google 搜索引擎使用的 PageRank,就是特征向量中心性的变种,PageRank 方法的时间复杂度为 O(MI),这里 M 是网络中边的数量,I 是迭代次数。Lu 等人^[25]引入 ground node 节点,提出 LeaderRank 方法,实验结果比 PageRank 排序的结果更加准确。引入参数 α 和 e 对特征向量中

心性进行改进, α 刻画网络内部连接的重要性, e 刻画其他重要性, 通过降低大度节点的特征向量值改进特征向量中心性。然而, 基于迭代的节点中心性方法的时间复杂度普遍较高。

以上介绍的中心性方法均针对无权网,在此基础上稍加改进便能够得到用于加权网的节点中心性方法。典型的包括加权介数中心性、加权接近中心性、加权 kshell 中心性和加权 H-index 等 Fork-Join、Pregel 等框架处理大型复杂网络。

这种方法存在优点: (1) 考虑动态变化: 能够通过迭代过程捕捉网络动态变化,适用于时间序列数据或者动态网络。(2) 适应性强: 能够更好地适应网络结构的变化。

但也存在缺点: (1) 计算复杂: 迭代方法通常需要多次迭代, 计算复杂度较高。(2) 可能收敛到局部最优解: 受初始条件的影响, 可能收敛到局部最优解而非全局最优解。

3. 社交网络影响力最大化问题的相关研究

社交网络上的影响力最大化概念最早由 Domingos 和 Richardson 二人引入^[26],他们首次给出了影响力最大化问题的详细定义,并提出了针对此问题的具体评价模型和指标。影响力最大化需要解决的问题是,如何在网络中选择 k 个种子节点组成初始种子节点集进行传播,使其在传播过程结束以后,感染的节点达到最多,即传播范围达到最大,其目标函数的优化已被证明是个 NP-hard 问题。近年来, 社交网络上影响力最大化的研究引起了复杂网络领域学者们的广泛关注,2003 年 Kempe 和 Kleinbe 二人^[27]第一次详细的研究了影响力最大化问题,他们描述了节点激活的行为模式,提出了一种自然的爬山贪心方法来解决社交网络的影响力最大化问题,并引进了独立级联模型,和线性阈值模型两个社会学传播模型来评估影响力最大化问题。对目前影响力最大化问题的相关研究,本节分两大类综述介绍如下:

3.1 基于贪婪策略的影响力最大化方法

首次将影响力最大化问题转换为用贪婪策略求解,是由 Kempe 等人^[28]在单调下模函数的理论框架下分析影响力最大化问题时完成的,实验得到的近似解的精确性不低于最优解的 63%。随后,他们提出一种更加通用的传播模型

Decreasing Cascade Model,并利用贪婪策略求解该模型下的影响力最大化问题。Leskovec 等人^[29]利用下模性质优化贪婪策略,提出 CELF 方法,其运行效率比 经典贪婪方法提高了 700 倍,但准确性有所降低。 Chen 等人^[30]对 CELF 进行进一步改进,将其效率提高了 15-30%。

基于社团结构的贪婪方法,先将网络划分社团再利用贪婪策略从不同社团内找出候选节点集,再取整个网络上的前 Top-k 个节点。Chen 等人^[31]提出一种启发式方法解决独立级联模型下的影响力最大化问题,该方法通过调节影响力的区域来平衡方法的执行时间和精确性。Chen 等人^[32]利用 H-cluster 划分社团,取每个社团的前 10%节点和连接不同社团的节点作为候选集,并在候选集中使用贪婪策略识别影响力大的节点集。Zhang 等人^[33]设计了两阶段挖掘方法GAUP,该方法基于向量空间计算用户的偏好,再使用贪婪策略找出给定数量的节点集。尽管有很多工作针对贪婪方法的效率进改进,然而效果并不显著。

这种方法存在优点: (1) 简单直观: 贪婪算法简单直观,易于理解和实现。 (2) 适用于大规模网络: 在某些情况下,贪婪策略可以通过贪婪选择最具影响力的节点来达到接近最优解。

但同样存在缺点: (1) 局部最优解: 贪婪算法容易陷入局部最优解,可能无法全局最优地选择节点。(2) 未考虑动态性: 贪婪策略通常是基于静态网络模型,未考虑信息传播过程中节点状态的动态变化。(3) 计算开销: 在大规模网络中,贪婪算法的计算开销可能相对较高。

3.2 基于网络拓扑结构的影响力最大化方法

为了降低贪婪策略的时间复杂度,研究人员从网络拓扑结构的角度解决影响力最大化问题。Borgatti 等人^[34]将该问题分为 KPP-POS 与 KPP-NEG 两类,前者拟在网络中找出一组节点来达到优化传播的目的,后者拟在网络中删除一组节点使得网络分裂的程度最大。Chen 等人^[35]提出一种 Degree Discount 方法,当一个节点被选为种子时,其邻居节点的度相应地减 1,迭代执行直至找出规定数量的节点集为止。Zhang 等人^[36]提出一种适用于带有社团结构的方法,他们将独立级联模型映射到边渗流模型上,利用 K-medoid 方法进行聚类后找出影响力最大的节点集,但 K-medoid 的收敛性需要一步探讨。使用 BGL 方法划分社团,然后选择规模大的若干个社团,在这些社团中使用度中心性确定影响力大

的节点集,但放弃从其他社团中选取节点会影响结果的准确性。Chen 等人^[35]利用 Kcut 方法或 SHRINK 方法划分社团,在 k 个最大规模的社团中利用节点排序方法找出候选节点,并在候选节点中利用 CDH 方法识别影响力大的节点集,但其忽略了连接不同社团之间的节点。

Zhu 等人^[38]提出一种传播模型 CTMC-ICM,该模型结合了连续马尔可夫过程与独立级联模型,并提出一种 SpreadRank 排序方法。Zhao 等人^[38]利用图着色将网络中的节点划分为若干独立集,在最大独立集中利用节点排序选出排名靠前的 k 个节点作为影响力节点集。Morone 等人将影响力最大化问题映射到最优渗流问题,提出 CI 方法识别最小规模的影响力节点集,这一工作的时间复杂度降低到 O(nlogn),但未考虑影响力节点集的数量给定时的情况。而 IM-LPA方法迭代地删除网络中度最大的节点及其邻居节点直至网络为空,并将每次删除的度最大的节点作为候选节点集,然后将这些候选节点标上不同的标签进行标签传播,最后取每个标签能影响到的最多节点数作为该节点的影响力,这种方法的识别结果并不理想。VoteRank 方法就是每个节点都能给其邻居投票,被投票数最大的节点作为种子节点并不再参与投票和被投票,同时削弱其邻居的投票权值,进行下一轮投票直至选出 k 个节点集,该方法不能处理最大被投票数相同的情况。总体看来,通过网络拓扑结构找出影响力节点集的方法一定程度提高了效率。

这种方法存在优点: (1) 考虑网络结构: 能够充分利用网络拓扑结构的信息,通过模拟信息传播过程来找到最具影响力的节点。(2) 适用于大规模网络: 针对大规模网络,基于网络拓扑结构的方法通常较为高效。

但同样存在缺点: (1) 忽略节点属性: 通常只考虑网络拓扑结构,忽略节点的属性信息。(2) 静态模型: 大多数方法基于静态的模型,未考虑信息传播过程中节点状态的动态变化。

4. 挑战与展望

节点影响力是复杂网络的研究重点问题,虽然已经在研究方面取得了较好的成就,但在部分方面任然存在缺陷可以改进。

- (1)过去的研究重点是静态网络中节点的重要程度,而在现实生活中节与 节点之间的关系始终都在随着时间的推移而发生变化,社交网络是动态的,如 何正确预测出将要发生和将有可能发生的节点间变化也是一个值得关注的研究 内容,在这种网络中节点的影响力判定需要综合考虑多种关系对于个体的作用。
- (2)现实生活中个体之间的关系是极其错综复杂的,例如两个用户之间既是朋友关系同时又是合作伙伴,那他们俩之间的权值要远大于与普通用户之间的权值,而依靠单层网络并不能准确反映出用户之间的相互关系,需要构建多层复杂网络以对用户之间的社交关系进行深入研究,而如何使构建出的网络更加贴近实际也是亟需解决的问题。
- (3) 亟需提升节点影响度量算法的效能。网络中最显著的节点通常是群集中心或者跨越多个社群的"桥梁"节点。一些基于整体网络结构的度量算法虽然具有较高的准确性,但其时间复杂度过高,难以适应当前复杂的网络环境。目前已有的基于局部网络结构的节点影响度量方法在中心性识别方面表现良好,但对于'桥'特征的挖掘尚显不足。在合理选取影响因素的基础上,急需研究设计基于全局网络测量算法的准确且高效的局部度量方法。
- (4) 存在缺乏完备的节点影响评估标准。用户的影响力并非能够直接观察得到的量,目前的解决方法主要依赖于人工识别重要节点,或者通过 SIR 等传染病模型中感染规模和效率的度量来评估用户的影响力。然而,这些方法在各个方面并不能始终取得令人信服的结果。因此,深入研究影响形式的定义,并提出更为准确的评价标准,对于实际应用具有重要的意义

总结

本篇研究报告全面介绍了当前社交网络研究的背景和关键问题,通过对节点中心性的几种主要方法进行详细的探讨和优缺点分析,提供了深刻的理解。报告首先从网络局部拓扑性质的中心性方法、网络全局拓扑性质的中心性方法、基于节点位置属性的中心性方法和基于迭代的中心性方法入手,对不同的分析角度进行了全面的梳理。有助于我们对该方面的内容进行深刻的了解,并选择最合适的方法来解决具体问题。

特别值得关注的是报告对基于贪婪策略的影响力最大化方法和基于网络拓扑结构的影响力最大化方法的详细介绍。这两种方法分别从局部和全局的角度 出发,对影响力最大化问题提供了两种不同的解决途径。然而,报告也明确指 出了它们各自的优缺点,提供了他们在实际应用中权衡选择的依据。

最后,报告提到了当前研究领域面临的挑战与展望,并为未来研究提供了 具体的方向,以推动社交网络研究取得更为深入和全面的成果。通过这份报告 不仅我们深入了解该方面的知识,也希望其他读者可以通过阅读本研究报告准 确把握 K 个影响力重要节点的研究现状。

参考文献

- [1] Girvan M, Newman M E J. Community structure in social and biological networks[J]. Proceedings of the national academy of sciences, 2002, 99(12): 7821-7826.
- [2] Milgram S. The small-world problem. Psychology Today, 1967,2(1):61-67.
- [3] Watts D J, Strogatz S H. Collective dynamics of 'small-world' networks[J]. Nature, 1998. 393: 440-442.
- [4] Barabási A L, Albert R. Emergence of scaling in random networks[J]. Science, 1999, 286: 509-512.
- [5] D. Chen, L. Lü, M.-S. Shang, Y.-C. Zhang, and T. Zhou, "Identifying influential nodes in complex networks," Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, vol. 391, pp.1777–1787, Jan. 2012.
- [6] S. Gao, J. Ma, Z. Chen, G. Wang, and C. Xing, "Ranking the spreading ability of nodes in complex networks based on local structure," Physica A, vol. 403, pp. 130–147, Jun. 2014.
- [7] 张德龙. 社会网络中的节点影响力研究[D]. 吉林大学,2014.
- [8] L. C. Freeman, S. P. Borgatti, and D. R. White, "Centrality in valued graphs: A measure of betweenness based on network flow," Social Networks, vol. 13, no. 2, pp. 141–154,Jun. 1991.
- [9] P. Hage and F. Harary, "Eccentricity and centrality in networks," Social Networks, vol.17, pp. 57–63, 1995.
- [10]L. katz, "A New Status Index Derived From Sociometric Analysis," Psychometrika, vol.18, pp. 39–43, 1953.
- [11] C. Dangalchev, "Residual closeness in networks," Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, vol. 365, no. 2, pp. 556–564, Jun. 2006.
- [12]周铨.基于社区发现的社交网络影响力最大化算法研究[D].华中科技大学,2019.DOI:10.27157/d.cnki.ghzku.2019.002445
- [13] M. Kitsak, L. K. Gallos, S. Havlin, and F. Liljeros, "Identifying influential spreaders incomplex networks," arXiv preprint arXiv., p. arXiv:1001.5285, 2010.
- [14] A. Zeng and C.-J. Zhang, "Ranking spreaders by decomposing complex networks," Physics Letters A, vol. 377, no. 14, pp. 1031–1035, Jun. 2013.
- [15] J.-G. Liu, Z.-M. Ren, and Q. Guo, "Ranking the spreading influence in complex networks," Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, vol. 392, no. 18, pp. 4154–4159, Sep. 2013.
- [16] J. Bae and S. Kim, "Identifying and ranking influential spreaders in complex networks by neighborhood coreness," Physica A, vol. 395, pp. 549–559, Feb. 2014.
- [17] Y.-H. Fu, C.-Y. Huang, and C.-T. Sun, "Identifying Super-Spreader Nodes in ComplexNetworks," Mathematical Problems in Engineering, vol. 2015, no. 6, pp. 1–8, 2015.
- [18] Y.-H. Fu, C.-Y. Huang, and C.-T. Sun, "Using global diversity and local topology

- featuresto identify influential network spreaders," Physica A, vol. 433, pp. 344–355, Sep. 2015. 47
- [19]P. Basaras, D. Katsaros, and L. Tassiulas, "Detecting Influential Spreaders in Complex, Dynamic Networks," IEEE Computer Society, pp. 1–6, Mar. 2013.
- [20] Y. Liu, M. Tang, T. Zhou, and Y. Do, "Identify Influential Spreaders in ComplexNetworks, the Role of Neighborhood," Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, vol. 452, pp. 289–298, Jun. 2016.
- [21] L.-L. Ma, C. Ma, H.-F. Zhang, and B.-H. Wang, "Identifying influential spreaders in complex networks based on gravity formula," Physica A, vol. 451, pp. 205–212, Jun. 2016.
- [22]王益文. 复杂网络节点影响力模型及其应用[D]. 浙江大学, 2015.
- [23]K. STEPHENSON and M. ZELEN, "Rethinking Centrality: Methods and Examples," Social Networks, vol. 11, pp. 1–37, 1989.
- [24] R. Poulin, M. C. Boily, and B. R. Masse, "Dynamical systems to define centrality in social networks," Social Networks, vol. 22, pp. 187–220, Jun. 2000.
- [25] L. Lü, Y.-C. Zhang, C. H. Yeung, and T. Zhou, "Leaders in Social Networks, the Delicious Case," PLOS ONE, vol. 6, no. 6, pp. e21202–9, Jun. 2011.
- [26] M. Richardson and P. Domingos, "Mining Knowledge-Sharing Sites for Viral Marketing," Proceedings of the eighth ACM SIGKDD international conference on Knowledge discovery and data mining, pp. 61–70, 2002.
- [27] D. Kempe, J. Kleinberg, and E. V. Tardos, "Maximizing the Spread of Influence through a Social Network," Proceedings of the ninth ACM SIGKDD international conference on Knowledge discovery and data mining, pp. 137–146, 2003.
- [28] D. Kempe, J. Kleinberg, and E. V. Tardos, "Influential Nodes in a Diffusion Model for Social Networks," International Colloquium on Automata, Languages, and Programming, pp. 1127–1138, Apr. 2005.
- [29] J. Leskovec, A. Krause, C. Guestrin, C. Faloutsos, and J. VanBriesen, "Cost-effective Outbreak Detection in Networks," Proceedings of the th ACM SIGKDD international conference on Knowledge discovery and data mining, pp. 420–429, 2007.
- [30] W. Chen, Y. Wang, and S. Yang, "Efficient Influence Maximization in Social Networks," Proceedings of the th ACM SIGKDD international conference on Knowledge discovery and data mining, pp. 199–208, Apr. 2009.
- [31] W. Chen, C. Wang, and Y. Wang, "Scalable Influence Maximization for Prevalent Viral Marketing in Large-Scale Social Networks," Proceedings of the th ACM SIGKDD international conference on Knowledge discovery and data mining, pp. 1029–1038, 2010.
- [32] Y.-C. Chen, W.-Y. Zhu, W.-C. Peng, W.-C. Lee, and S.-Y. Lee, "CIM: Community-Based Influence Maximization in Social Networks," ACM Trans. Intell. Syst. Technol., vol. 5,no. 2, pp. 1–31, Apr. 2014.
- [33] Y. Zhang, J. Zhou, and J. Cheng, "Preference-Based Top-K Influential Nodes Mining in Social Networks," presented at the 2011 IEEE 10th International Conference on Trust, Security and Privacy in Computing and Communications (TrustCom), 2011, pp. 1512–1518.

- [34] S. P. Borgatti, "Identifying sets of key players in a social network," Comput Math Organiz Theor, vol. 12, no. 1, pp. 21–34, Apr. 2006.
- [35] Y.-C. Chen, W.-C. Peng, and S.-Y. Lee, "Efficient algorithms for influence maximization in social networks," Knowl Inf Syst, vol. 33, no. 3, pp. 577–601, Sep. 2012.
- [36] X. Zhang, J. Zhu, Q. Wang, and H. Zhao, "Identifying influential nodes in complex networks with community structure," Knowledge-Based Systems, vol. 42, no. C, pp. 74–84, Apr. 2013.
- [37] J.-L. He, Y. Fu, and D.-B. Chen, "A Novel Top-k Strategy for Influence Maximization in Complex Networks with Community Structure," PLOS ONE, vol. 10, no. 12, pp.e0145283–10, Dec. 2015.
- [38] T. Zhu, B. Wang, Bin Wu, and C. Zhu, "Maximizing the spread of influence ranking insocial networks," INFORMATION SCIENCES, pp. 1–10, Apr. 2014.
- [39] X.-Y. Zhao, Bin Huang, M. Tang, H.-F. Zhang, and D.-B. Chen, "Identifying effective multiple spreaders by coloring complex networks," EPL, vol. 108, p. 68005, 2015.