壹、前言

一、研究動機

2020年,新冠肺炎(COVID-19)在全世界蔓延。世界各地的政府相繼頒布各種政策抗疫,包括頒布旅遊禁令、實施居家檢疫等限制人民自由的政策。透過過往實證研究得知,為防範疫情擴大而造成大規模的社區感染,限制人口的移動在世界各地儼然成為防疫重點。若能快速實施限制人口流動的政策的國家,能較有效地控制疫情,台灣即是典型的成功案例。台灣防疫得以成功,許多人歸因於台灣政府以及相關單位的超前部署和精準決策。在2020年1月21日在台灣出現了第一起境外移入的案例後,1月28日則有第1例本土確診個案(衛生福利部疾病管制署,2020),台灣政府立即採取最嚴格的態度面對疫情,相關政策包含:下令海外歸國者強制居家隔離14天、禁止口罩出口、和大眾運輸等密閉空間強制配戴口罩。本研究將透過政府限制人口流動的政策作為切入點,探討疫情會如何在城市之間因人口流量而擴散,以及封城等限制移動的措施是否對疫情控制有幫助,研究結果以提供作政府和相關單位,以作為未來防疫政策之參考。

二、研究目的

本研究目的為,比較三種不同狀況的模擬情境下,假設疫情在台北市爆發後,台灣各縣 市感染人數的變化。研究過程中,將透過調整模型的參數以進行模擬,並比較防疫措施的介 入與否和病毒傳染情形之差異。

三、研究方法

本研究將透過「SIR模型」以及「城市引力模型」來設定模擬參數和模擬疫情的擴散, 選擇以縣市為研究單位,以模擬各城市之間人們的互動情形。研究範圍僅為台灣本島,排除 外島是由於到外島的路線非常多變且外島交通航點不容易控制,因此選擇從研究範圍中排 除。

本研究使用三種模擬情形分析:台灣縣市之間(一)正常的人口流動;(二)人口流動量減為平常的一半;(三)完全沒有人口流動。後續結果以 QGIS 商業套裝軟體進行繪製,以呈現研究結果。

貳、本文

一、SIR 模型:

流行病學中常使用 SIR 模型協助模擬疫情的傳播。英文字母 $S \cdot I \cdot R$ 分別代表易感染、已感染、與康復人數的比例。易感染者為人口當中尚未感染的人,已感染者為人口中感染疫情但還未康復的人,康復人數則為染病後痊癒並不會重複感染的人。除此之外,在 SIR 模型中,通常會使用 γ 來表示康復率,能代表每天康復的比例,而有效傳染率則是使用 β 表示,有效傳染率又可細分成接觸率跟感染機率兩個概念,接觸頻率與感染機率乘積代表病毒能有效傳染的比率。簡單來說,若要使一位易感染者(S)轉變為已感染者(I),那易感染者必須和已感染者接觸,以及在接觸過程中被病毒所感染,因此 β 會隨著人的互動頻率或病毒種類的不同而改變。

瞭解各個符號所代表的意義後,便可探討以下公式 (Smith & Moore, 2004) (圖一):



 $\frac{\mathrm{dI}}{\mathrm{dt}} = \beta \mathrm{SI} - \gamma \mathrm{I}$

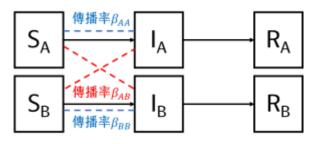
 $\frac{dR}{dt} = \gamma I$

(圖一資料來源: Smith, D., & Moore, L. (2004). The SIR model for spread of disease: the differential equation model. https://www.maa.org/press/periodicals/loci/joma/the-sir-model-for-spread-of-disease-the-differential-equation-model.

上述公式中 $\frac{dS}{dt}$ 、 $\frac{dI}{dt}$ 、 $\frac{dR}{dt}$ 分別為易感染(S)、已感染(I)、與康復(R)比例隨時間 t 的變化量。

以上是針對單一封閉區域進行 SIR 模型時所使用的公式。然而,因為本次的研究探討的是縣市間人口流量對病毒傳播的影響,所以須考慮多重區域的互相影響,因此需要改寫以下公式後才可以使用。對於多重區域的條件下,由於各區域的易感染者有可能會與其他區域的已感染者接觸成為新的已感染者,所以須將各區域之間的有效傳染率納入考量,且受到接觸率的不同,各自區域內的有效傳染率與應該會較區域間的有效傳染率還高。以下用 A、B 兩個區域為例,考慮 A、B 之間的傳播率後,新的公式如下(圖二):

$$\begin{split} &\frac{dS_A}{dt} = -(\beta_{AA}S_AI_A + \beta_{AB}S_AI_B) \\ &\frac{dS_B}{dt} = -(\beta_{BB}S_BI_B + \beta_{BA}S_BI_A) \\ &\frac{dI_A}{dt} = \beta_{AA}S_AI_A + \beta_{AB}S_AI_B - \gamma I_A \\ &\frac{dI_B}{dt} = \beta_{BB}S_BI_B + \beta_{BA}S_BI_A - \gamma I_B \end{split}$$



圖二、兩個地區之 SIR 模式圖示 (圖二資料來源:研究者自行繪製)

$$\frac{dR_A}{dt} = \gamma I_A$$

$$\frac{dR_B}{dt} = \gamma I_B$$

 β_{ij} 為 i 區與 j 區之間的有效傳染機率,例如 β_{AA} 則表示 A 區民眾之間的有效傳染機率, β_{AB} 則表示 A 區民眾與 B 區民眾之間的有效傳染機率。因兩個不同區域的人互動較少,因此通常 β_{AA} 的數值會高於 β_{AB} 。

進一步,若將劃分的區域數目提升至 \mathbf{n} 個,可以使用以下通則,求第 \mathbf{i} 區感染人數隨時間的變化:

$$\frac{\mathrm{dS_i}}{\mathrm{dt}} = -\sum_{k=1}^n \beta_{ik} S_i I_k$$

$$\frac{\mathrm{d}I_{i}}{\mathrm{d}t} = \sum_{k=1}^{n} \beta_{ik} S_{i} I_{k} - \gamma I_{i}$$

$$\frac{dR_i}{dt} = \gamma I_i$$

使用 SIR 模型的時候,需要先知道各縣市的人口總數,而在這個總數裡,需要去假設有多少人已經患有這個疾病,多少人還沒被感染,和有多少人已經恢復健康然後不會再被感染。因此需要先有這些假設數值,才能對縣市之間去進行 SIR 模型的模擬。從模型中,可以透過 S 與 I 的人口比例評估縣市疫情的嚴重性,並也可以運用此資訊斷定病毒對各縣市所造成的影響。

二、城市引力模型:

除了 SIR 模型之外,在研究中也使用了牛頓的萬有引力定律為參考,進行人口流量參數的計算。牛頓於 1687 年發表了萬有引力定律,說明所有物體之間都有相互的吸引力,其引力可以用下方公式計算:

$$F = \frac{GM_1M_2}{r^2}$$

其中G為萬有引力常數, M_1 、 M_2 為物體質量,r為兩物體之間的距離。

本研究沿用牛頓萬有引力定律的概念,建立一個城市引力模型,原先物質之間互相的吸引力將被轉化為城市之間互相的影響,又可解釋為城市之間的互動量(郭錦婷,2000;郭迺鋒等人,2010)。人口流量的計算方法可以參照牛頓萬有引力定律的公式推得,互動量為兩城市人口相乘後,再除以距離平方,運用此公式,可以大致推論各縣市之間的流動關係。其

綜合傳染病模型與城市引力模型模擬台灣縣市間疫情的傳播

實城市引力模型在19世紀末便已經被用來觀察並解釋城市間的經濟影響或居民移動量等。在本研究中,為了讓模擬過程更加方便且容易操縱,我們將城市引力模型改寫為以下公式:

$$C = \frac{\theta K P_1 P_2}{r^2}$$

其中 θ 與 K 為擬定的人口流量常數, P_1 、 P_2 為城市人口數, r 為城市之間的距離。將在下一段內文中詳細解釋參數設定和其數值的意義。

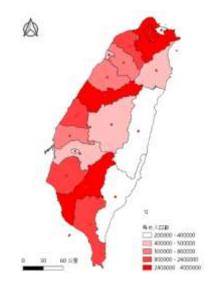
三、研究限制

首先,由於此研究模型透過人口重力模型計算人口流動,人口流動的估計值只受到各個縣市的人口數和縣市之間的距離影響。在這個模型當中,其他可能影響縣市之間人口流動和互動的因素,例如縣市之間交通的便利和地理關係。這會造成某些縣市之間人口流動模擬的結果不準確,例如雖然花蓮和彰化在地圖上的距離比花蓮害台東的距離短,中央山脈在花蓮和彰化中間會造成交通不方便,減少花蓮和彰化之間的人口流動。這個例子證明了較短的距離不代表兩個縣市之間的互動將會比較頻繁,但在本研究模型當中這將不被考慮。

除此之外,由於人口移動模型是以行政區的中心點來計算縣市之間的距離,所以在計算一些縣市之間的互動時,會有較大的誤差。例如台北到新北市的距離,由於新北市是一個環形行政區,所以它的中心點會和台北市行政區的中心點離特別近。另外,當在建立 SIR 模型時,假設了被感染者痊癒之後無法再次受到病毒的感染,但是現實中能發現有許多二次感染的病例,所以這個模型假設有可能會低估感染的人數。

四、參數設定

本研究中同時運用到了 SIR 模型與城市引力模型,這一段將描述如何運用這兩組模型進行疫情傳播的模擬。首先,我們從社會經濟資料服務平台獲取各縣市的人口數,並且利用 QGIS 軟體繪製各縣市的中心點(圖三)。有了這兩項數據後,便可以代入城市引力模型,計算各縣市之間的人口流量。將各縣市之間的人口流量整理成以下表格(表一)。



圖三、各縣市人口數及中心點位置 (圖三資料來源:研究者自行繪製)

綜合傳染病模型與城市引力模型模擬台灣縣市間疫情的傳播 表一、各縣市之間的人口流量(節錄)

	臺北市	新北市	桃園市	臺中市	臺南市	高雄市
臺北市	2	81056.9	4618.069	561.123	80.659	116.806
新北市	81056.9		7265.275	948.745	130.226	190.380
桃園市	4618.069	7265.275	14	934.688	90.747	127.767
臺中市	561.123	948.745	934.688	12.5	296.347	395.367
臺南市	80.659	130.226	90.747	296.347	100	4411.037
高雄市	116.806	190.380	127.767	395.367	4411.037	-

(表一資料來源:研究者自行繪製)

從表格結果可以發現,台北市與新北市的人口流量數值是當中最大的,因為兩城市的人口數都很高而且中心距離相當接近。現實中,居住在台北市、新北市的民眾也時常來往兩地,彷彿無城市邊界區隔。順著這個思考路徑,我們首先決定將台北市與新北市之間的人口流量參數當作基準,將整個表一都除以台北市與新北市之間的人口流量參數,即把台北市與新北市的人口流量設為 1,得到下方表二的結果(表二)。透過基準化來衡量、比較兩縣市之間的流動關係。而參數 K 的數值即是台北市與新北市的原始人口流量的倒數。

表二、雙北市流量基準化後各縣市間的人口流量(節錄)

	臺北市	新北市	桃園市	臺中市	臺南市	高雄市
臺北市		1	0.057	0.007	0.001	0.001
新北市	1		0.090	0.012	0.002	0.002
桃園市	0.057	0.090	=	0.012	0.001	0.002
臺中市	0.007	0.012	0.012	:=	0.004	0.005
臺南市	0.001	0.002	0.001	0.004	8 .	0.054
高雄市	0.001	0.002	0.002	0.005	0.054	-

(表二資料來源:研究者自行繪製)

除了基準化的步驟之外,我們還利用了另一個變數 θ 。 θ 值本身的意義就是用來提升或降低基準化人口流量值,將人口流量的數值有真正實際的意義;後續會經過調整 θ 值來模擬不同的人口移動情境,在不改變縣市之間的互動性關係的條件下調控移動人口的比例。

透過這項轉換,我們得到了更容易套入到 SIR 模型的數值。回顧 SIR 模型中的有效傳染機率 β , β 為接觸率與感染機率的乘積。在閱覽了許多文獻後,採用 Syed & Sibgatullah (2020) 透過數據分析得到的新冠病毒有效傳染率,其值為 0.38。而在本研究中,各縣市內的 β 值都 設為 0.38,而兩縣市之間的 β 值則為 0.38 再乘上人口流量值,但當設定的人口流量值大於 1 時,便直接設定 β 值為 0.38。此模型建立的基準點是縣市之間的人口流量互動。因此當人口流量值為 1 時,由於這兩個城市的人口流動量極大,因此可以將其組合視為如同同一縣市的地區。

五、研究結果

以下的實例可以讓讀者們更加瞭解參數設定的意義。在模擬的情境中,我們分別更改了模型中的四項參數進行病毒傳播:初始病例數、出現初始病例的城市、θ值與感染天數,以 說明不同情境下的結果。

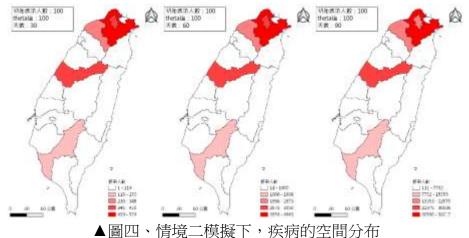
(一)情境一:模擬以正常縣市之間的人口移動

第一個要模擬的情境是台灣本島內若維持正常縣市人口移動時疫情的傳播情況。在經過一番考量後,決定將θ值設為100,這可以讓我們盡可能地貼近真實縣市人口的移動量。在此,我們模擬的結果可以用來探討若台灣政府並未才取任何防疫措施時,疫情的傳播概況會是如何。以下圖表為感染人數隨著初始病例數和傳染時間的變化(表三)。

0 -	100	感染天數				
$\theta = 100$		30	60	90		
, π4ΔΕΓ.	10	228	1,942	15,215		
初始感染人數	100	2,286	19,398	149,894		
未八数	1000	22,826	190,502	1,305,685		

表三、情境一模擬下,全台灣的感染人數

(表三資料來源:研究者自行繪製)



(二)情境二:模擬各縣市之間人口移動限制政策

第二個模擬情境是將 θ 值設為 50,也就是在情境二的狀況下,再減少 50%的人口流動量。 在此,我們可以對比情境二的感染人數,從數字上觀察到縣市之間人口移動限制政策的效率。 對比情境一的狀況下,感染人數有顯著的下降,疾病成長的效率也有明顯的減緩,代表說對

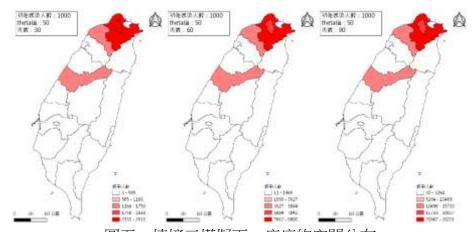
綜合傳染病模型與城市引力模型模擬台灣縣市間疫情的傳播

於疾病的控制,從人口流動的限制下手,可能會有幫助。空間分布上與情境一類似(圖十)。 但因為人口流量數值又比情境一低一半,因此更遠距離的地區受到的疫情影響也更低。

感染天數 $\theta = 50$ 60 90 30 101 332 893 10 初始感 100 1.025 3,324 8,901 染人數 1,000 10,240 33,116 87,810

表四、情境二模擬下,全台灣的感染人數

(表四資料來源:研究者自行繪製)



圖五、情境三模擬下,疾病的空間分布 (圖五資料來源:研究者自行繪製)

表五、比較情境二與情境三的模擬,在初始感染於台北市 1000 人的情况下,90 天後六都的 感染人數

縣市	$\theta = 100$	$\theta = 50$	θ_{50}/θ_{100}
臺北市	193,780	17,119	9%
新北市	330,156	26,201	8%
桃園市	181,569	14,544	8%
臺中市	230,940	12,624	5%
臺南市	54,158	2,325	4%
高雄市	96,281	4,101	4%

(表五資料來源:研究者自行繪製)

(三)情境三:模擬縣市封城政策的實施

最後一個模擬的情境是各縣市之間的封城,也就是 θ 值為 0 的情况,因為在理想狀況下, 各縣市之間將不會有任何的互動和人口的流動。透過分析此情境的疫情傳播情況,可以推測 未來若是再次遇到新冠肺炎這種大型流行病,封城是否會是一個有效的防疫政策。 在 θ 值為 θ 的情境下,所有的疫情都只會發生在台北市,因為台北市與其他縣市不會有任何互動,因此疾病不會傳染到外縣市。

10/1	月元—		コンロコロコルメン	トノく女人	
0 – 0		感染天數			
0 =	$\theta = 0$		60	90	
÷π44 =1.	10	14	14	14	
初始感染人數	100	141	143	143	
	1000	1409	1430	1432	

表六、情境三模擬下,台北市的感染人數

(表六資料來源:研究者自行繪製)

從這個情境的模擬下,可見封城政策的效率對於抑制疫情傳染是非常高的,可將該地區的感染人數穩定維持在起初爆發病例時的感染人數。然而封城也很難達到人口流量完全下降到0,要模擬真實的狀況,可以在調整不同的 θ 值來觀察疫情發展。或是可以再透過不同參數組合,來模擬不同的情境,討論各種疫情與防疫狀況的預測。

透過以上情境中獲得的感染人數資料,可以看到當人口流量參數改變時,疾病的傳播也會有相對應的改變。所以,若在爆發疫情後仍不採取人口移動限制,全台的感染人數便會如情境一一樣,在數個月內大幅的增長。美國第一時間未執行人口移動和接觸的限制,感染人數也因此在短時間內大幅上升。相對的,因為台灣政府頒令了許多防疫政策,要求人民配戴口罩及梅花座相間分隔,因此有效的降低了人口移動和接觸率。就如情境二一般,感染人數的增加量明顯少了許多。我們只能盡可能地去推估各政策對於值的影響,但實際上很難去明確評判政策對於人口移動的改變,除非政府著實記錄每一個人的移動。利用現有的感染人數進行回推,目前台灣的 θ 值大約為 20,也就是說實施的政策減少了八成的人口移動量,而這也不難想像是如此。最後,可以看到封城政策的感染人數表明該政策顯著抑制了疫情的傳播。因為斷絕了與其他縣市的往來,疫情也因此無法傳染致其他地區。由此可見,第一時間採取對城政策的確可以大幅度降低疫情對該地區的影響。

叁、結論:

2020年,全球被症狀不斷變異且難以捉摸的新冠肺炎病毒肆虐。此病毒帶給世界的影響層面已不單是個人的健康層面,經濟、教育等方面已開始在許多國家亮出紅燈。現階段各國政府所面臨的最大課題是如果防止病毒傳播於人群中,因此各國防疫相關單位所實施的政策變得相當重要,在預防疾病傳染的同時也要思考如何把其他層面的影響及傷害降至最低。台灣在今年的新冠肺炎疫情下所做的防疫成果是世界有目共睹的,除了感謝政府和相關單位的超前部署和果斷政策之外,也歸功於台灣人民的高配合度,但我們依舊不能掉以輕心。

綜合傳染病模型與城市引力模型模擬台灣縣市間疫情的傳播

本研究因應時事,利用流行病學與地理學的觀點,結合程式運算,創造模擬疫情傳染的模式。我們的模擬以多個縣市的 SIR 模型機制,探討台灣縣市間人口流動量和疫情傳播導向之間的關係。利用流行病學的 SIR 模型去模擬感染的人口,將人口分為易受感染者、已感染者、和免疫的痊癒者三族群,而其中 SIR 模型所用的人口流量參數則是利用由重力模型所建構的城市引力模型計算出的,透過縣市中心點距離來模擬人口流量如何影響疾病傳播。

透過模型來進一步的模擬不同情況下,台灣縣市人口流動量如何影響疫情在台灣的擴散。本次研究模擬了三種不同情境,正常的人口流動,代表著各縣市的人口流動和平常一樣,並沒有任何的遞減或限制;人口流動量減為平常的一半,代表著縣市間已對人口流動稍有控管及限制;最後是完全沒有人口流動,代表著各縣市已下令全面封城。

經過模擬之後,我們發現如果感染時間相同而初始感染人數不同,最終的感染人數會以初始感染人數的相同倍數,來呈現正比的模式增加。但如果在相同的初始感染人數的情況下而感染時間不同,最終的感染人數會不只以倍數增加,反而會更貼近指數成長的模式增加,這也透露出短時間內的果斷和快速的防疫政策抉擇是相當重要的。而最重要的參數是人口流量數值的高低,一旦人口流量數值降低,疫情最終的感染人數以及疫情人數成長的速率都會降低許多,因此控制縣市之間的人口移動的確能有效減緩疫情的成長。

綜上所述,在模擬之後,能發現疫情會隨著人口流量限制和時間長短而有不同的影響, 當城市之間人口流量參數降低之後,全台感染人口也會跟著降低。因此,若政府限制城市之 間人口流量,能有效的幫助疫情趨緩。

肆、引注資料

- Nesteruk, I. (2020). Estimations of the coronavirus epidemic dynamics in South Korea with the use of SIR model. Preprint. ResearchGate.
- Nesteruk, I. (2020). Statistics-based predictions of coronavirus epidemic spreading in mainland China. *Innov Biosyst Bioeng*, *4*(1),13-18.
- Nesteruk, I. (2020). Stabilization of the coronavirus pandemic in Italy and global prospects. *medRxiv*.
- Sanche, S., Lin, Y., Xu, C., Romero-Severson, E., Hengartner, N., & Ke, R. 2020. High Contagiousness and Rapid Spread of Severe Acute Respiratory Syndrome Coronavirus 2. *Emerging Infectious Diseases*, 26(7), 1470-1477.
- Smith, D. & Moore, L. (2004). The SIR Model for Spread of Disease The Differential Equation Model. Retrieved from https://www.maa.org/press/periodicals/loci/joma/the-sir-model-for -spread -of- disease-the-differential-equation-model .

- Syed, F., & Sibgatullah, S. (2020). Estimation of the Final Size of the COVID-19 Epidemic in Pakistan. medRxiv.
- World Health Organization (2020). WHO Director-General's opening remarks at the media briefing on COVID-19 11 March 2020 Retrieved from https://www.who.int/dg/speeches/detail/ who-director-general-s-opening-remarks-at-the-media-briefing-on-covid-19---11-march-2020.
- 王逸翔(2013)。**建立追蹤傳染病群聚擴散過程的時空模式**。臺灣大學地理環境資源學研究所: 碩士論文。
- 林惠君(2008)。**傳染性疾病傳播之空間分析與時空分析之適切性比較:以 2002 年底特律之** 西尼羅病毒疫情為例。亞洲大學生物資訊學系碩士班:碩士論文。
- 郭迺鋒、彭素玲、劉名寰、謝雨豆、詹智盛(2010)。仿冒威脅對全球創意經濟商品貿易流量之影響—配對國家追蹤資料引力模型的驗證。台灣經濟論衡,8:10,61-89。
- 郭錦婷(2000)。「**引力模式」應用在雙邊貿易之分析—以亞太國家為例**。國立政治大學國際 貿易學系碩士班:碩士論文。
- 衛生福利部疾病管制署(2020)。嚴重特殊傳染性肺炎——疾病介紹。取自 https://www.cdc.gov.tw/Category/Page/vleOMKqwuEbIMgqaTeXG8A。
- 龔建華、孫戰利、李小文、曹春香、李小英、錢貞國、周潔萍(2003)。SARS 疫情控制的模擬分析。**遙感學報,7(4)**,260-265。