



點空間型態 樣方分析

空間分析 2019.04.08
TA 杜承軒

Q1 : Binomial vs. Poisson Distributions

- 「模擬」機率事件 ($n=500$, $p=0.002$),
繪製機率分布圖, 並計算該分布的平均值與標準差
- 根據上述機率事件, 分別以二項分布與波以松分布, 計算 $x=2$ 的機率

Q2 : 台南市學校的空間型態檢定 (using quadrat analysis)

Quadrat Analysis

Step 1 - fishnet `GridTopology()`

Step 2 - calculate counts of points in each grid `poly.count()`

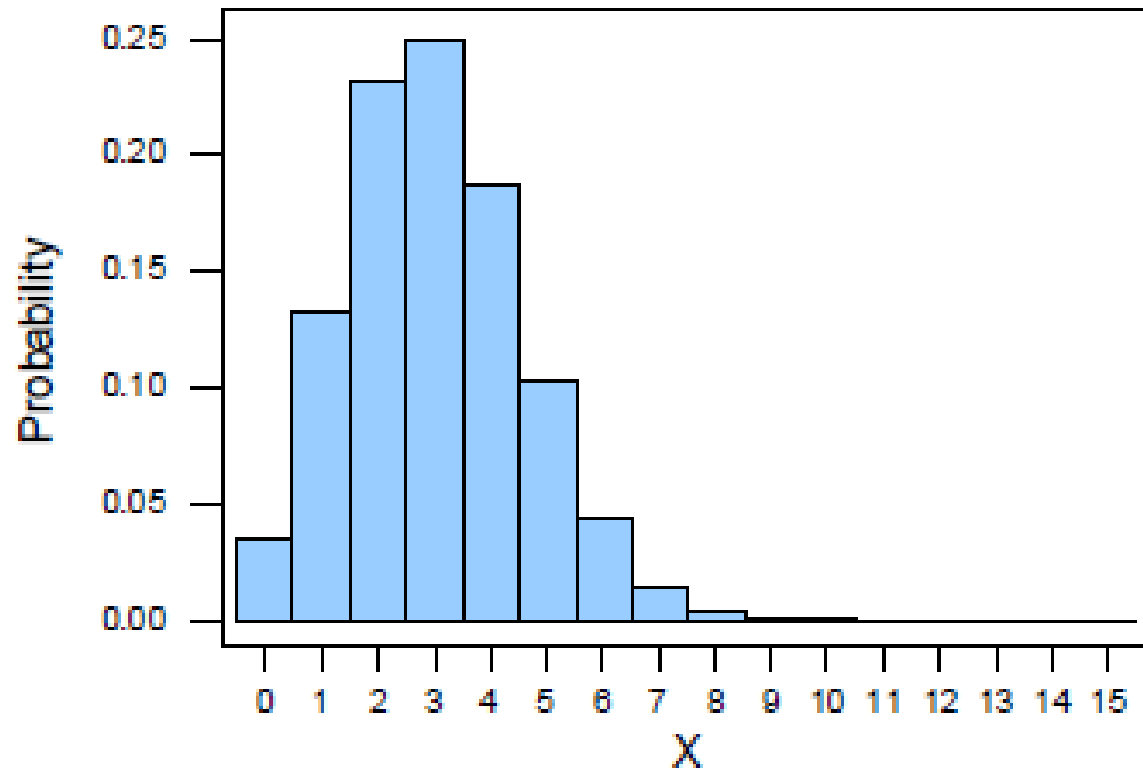
Step 3 - calculate `mean` and `variance` of counts

Step 4 - hypothesis testing: Variance-Mean Ratio Test (t-test)

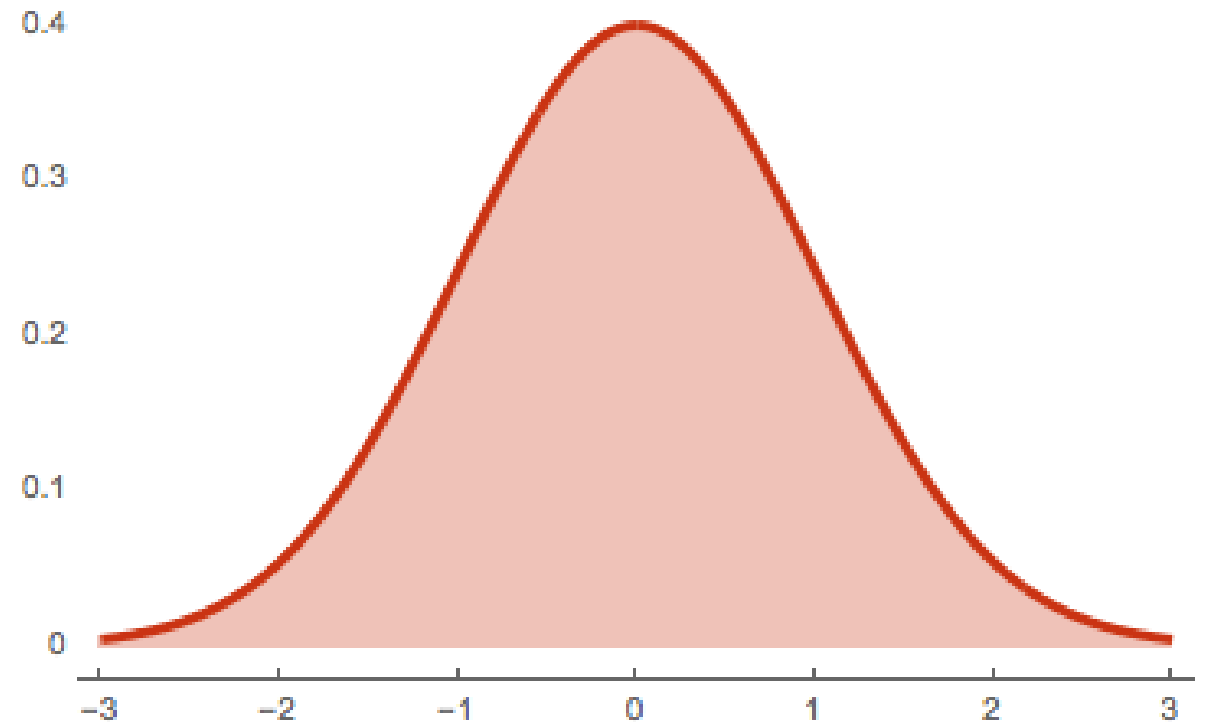
Step 5 - make a conclusion

Discrete
e.g. Binomial/Poisson

Binomial distribution with $n = 15$ and $p = 0.2$



Continuous
e.g. Normal



Poisson分布： 單位時間或空間中 隨機事件發生的次數之機率分布

單位區間內發生的次數 = λ

Poisson分布的性質

期望值(平均數)： λ

變異數： λ

Poisson過程

將單位分成n等分 ($n \rightarrow \infty$)

對於每一格小間隔

1. 兩兩獨立

2. 在小間隔中發生一次的機率為 $\frac{\lambda}{n}$

3. 在小間隔中發生兩次以上的機率為0

→ n個獨立Bernoulli試驗 (二項分配： $n=n, p=\frac{\lambda}{n}$)

$$P(X = k) = \lim_{n \rightarrow \infty} \binom{n}{k} \left(\frac{\lambda}{n}\right)^k \left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^{n-k} = \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!}$$

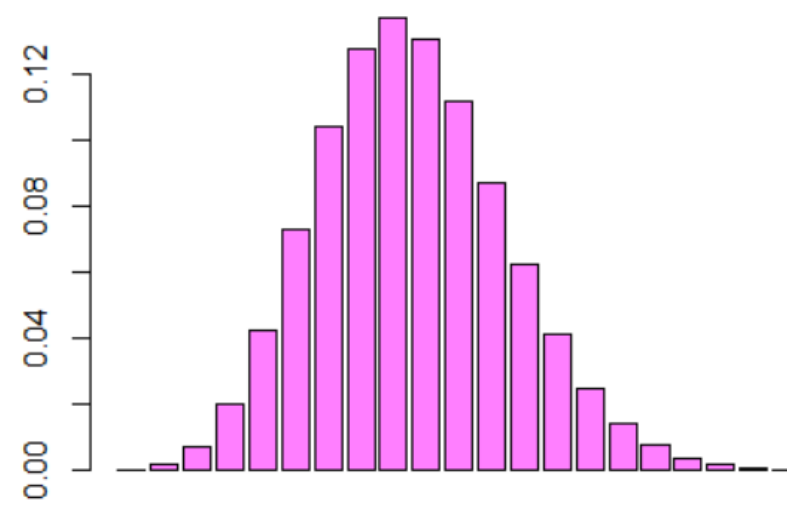
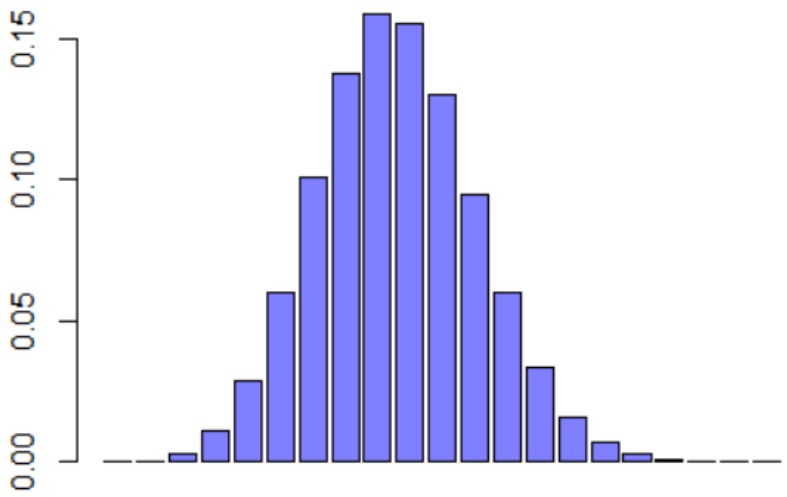
概念複習：Poisson

- 一週會賣出2件，一個月？

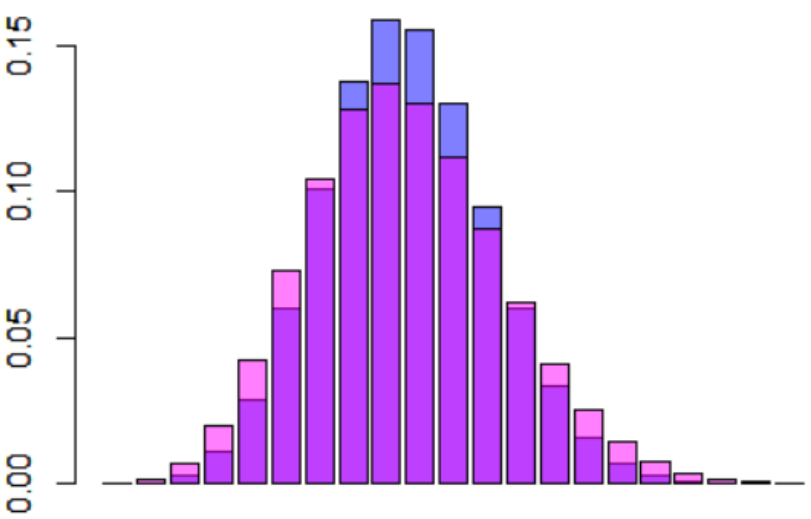
二項分配：
一天： $p=2/7$
30天： $n=30, p=2/7$

當 n 大， p 小：
二項分配近似Poisson
 $b(n, p) \rightarrow \text{poi}(\lambda=np)$

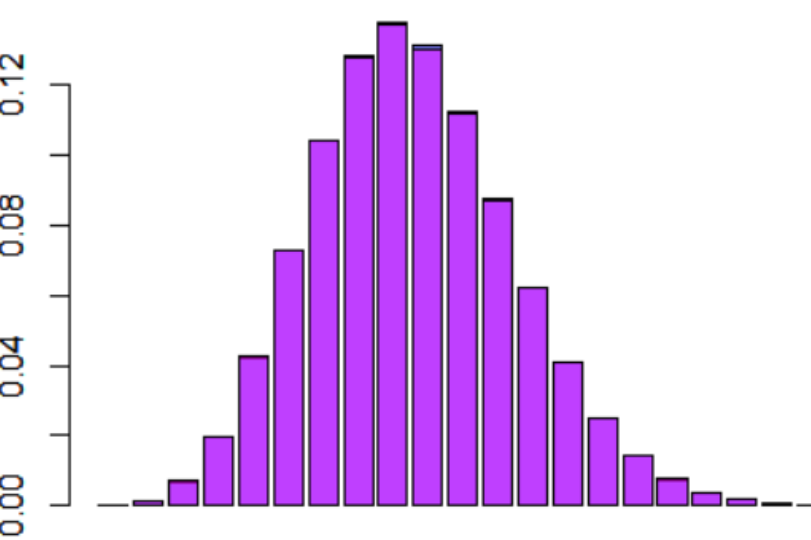
Poisson分配：
30天平均 $=60/7$
 $\lambda=60/7$



二項分配以天為單位(分30間隔)

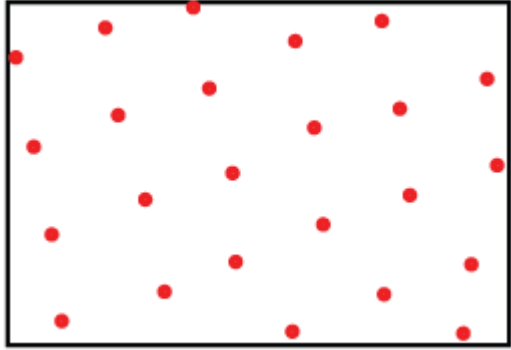


二項分配以小時為單位(分720間隔)



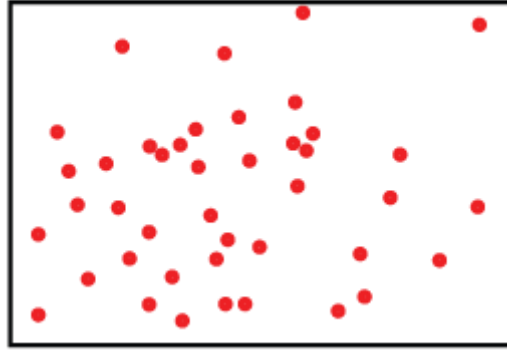
點型態分布

分散



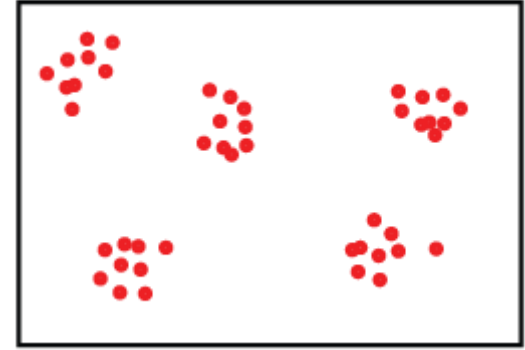
均勻分布
uniform
dispersion

隨機



隨機分布
random
independent

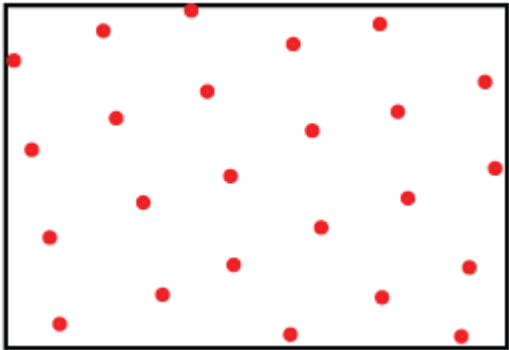
群聚



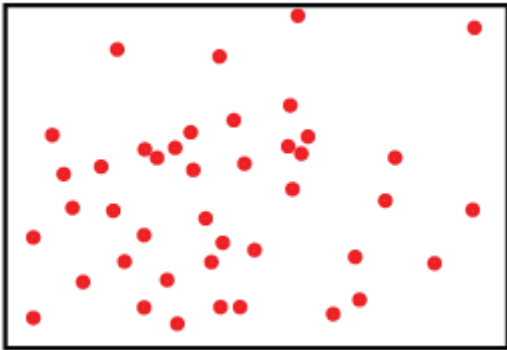
聚集分布
cluster
aggregated

點型態分布

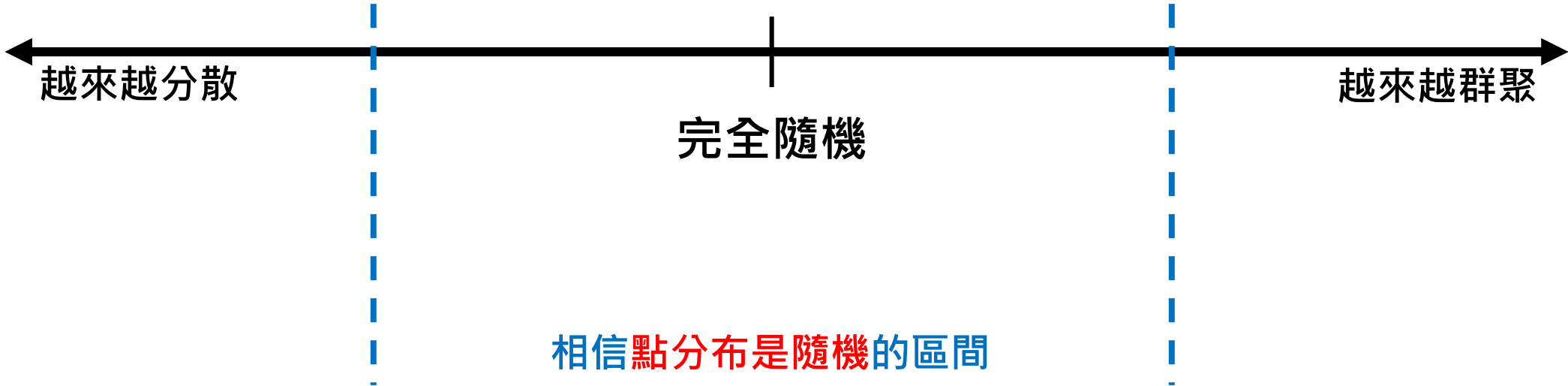
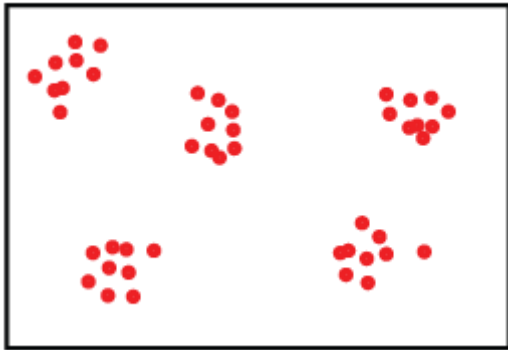
分散



隨機



群聚



概念複習：假設檢定

- ① 設定虛無假設與對立假設
- ② 計算統計量
- ③ 比較p值與顯著水準 α
- ④ 決定是否拒絕虛無假設
- ⑤ 得出結論

概念複習：假設檢定

① 虛無假設與對立假設

虛無假設： H_0

現狀、沒有關係、沒有區別

② 計算統計量

③ 比較p值與 α

對立假設： H_a

現狀為非、有關係、有差別

④ 拒絕虛無假設？

※通常是研究者希望證明的

⑤ 得出結論

概念複習：假設檢定

- ① 虛無假設與對立假設
- ② 計算統計量
- ③ 比較p值與 α
- ④ 拒絕虛無假設？
- ⑤ 得出結論

雙尾檢定
A和B有沒有區別？

H_0

$$\begin{aligned} \mu &= 170 \\ \mu_1 - \mu_2 &= 0 \\ s^2 &= \lambda \end{aligned}$$

H_a

$$\begin{aligned} \mu &\neq 170 \\ \mu_1 - \mu_2 &\neq 0 \\ s^2 &\neq \lambda \end{aligned}$$

不等於

單尾檢定
A有沒有比B大/小？

$$\begin{aligned} \mu &= 170 & \mu &\leq 170 \\ \mu_1 - \mu_2 &= 0 & \text{或} & \mu_1 - \mu_2 \geq 0 \\ s^2 &= \lambda & & s^2 \leq \lambda \end{aligned}$$

(兩者的概念是一樣的)

$$\begin{aligned} \mu &> 170 \\ \mu_1 - \mu_2 &< 0 \\ s^2 &> \lambda \end{aligned}$$

大於、小於

概念複習：假設檢定

依照需求進行檢定，計算統計量。
→例如：t檢定、卡方檢定.....

① 虛無假設與對立假設

② 計算統計量

③ 比較p值與 α

④ 拒絕虛無假設？

⑤ 得出結論

- t檢定
 - 單一母體平均值
 - 兩母體平均差
- ANOVA 變異數分析 (F檢定)
 - 多母體平均是否一致
- 卡方檢定 (χ^2 檢定)
 - 獨立性檢定：兩個變數是否獨立
 - 齊一性檢定：母體分配是否相同
 - 適合度檢定：樣本是否服從某機率分配或某已知關係

概念複習：假設檢定

- ① 虛無假設與對立假設
- ② 計算統計量
- ③ 比較p值與 α
- ④ 拒絕虛無假設？
- ⑤ 得出結論

真實狀況

H_0 為真
(不應拒絕 H_0)

H_0 為假
(應拒絕 H_0)

判斷結果

拒絕 H_0

接受 H_0

型一錯誤

正確

α ：顯著水準，容許型一錯誤發生的機率上限

p：犯型一錯誤的機率

正確

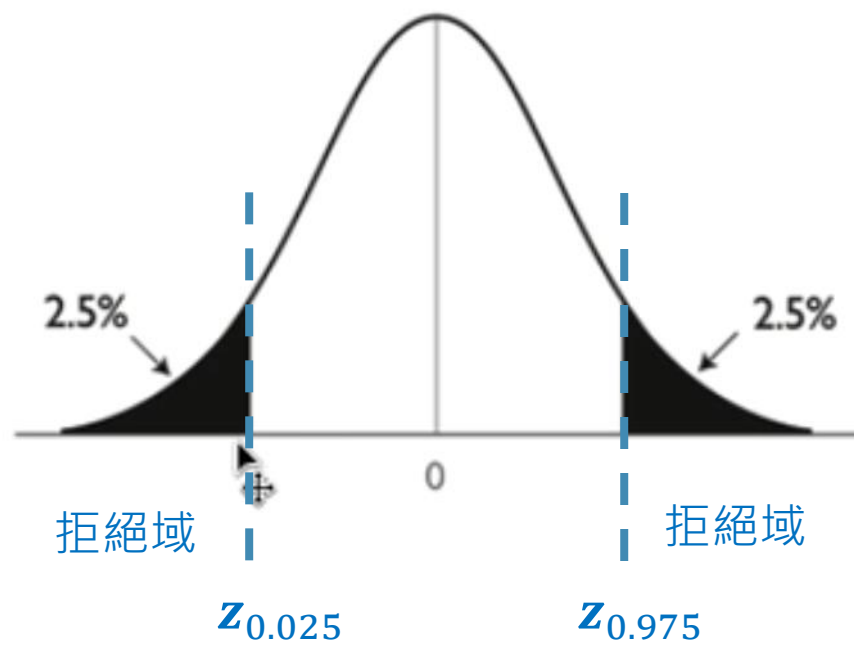
型二錯誤

概念複習：假設檢定

$$\alpha = 0.05$$

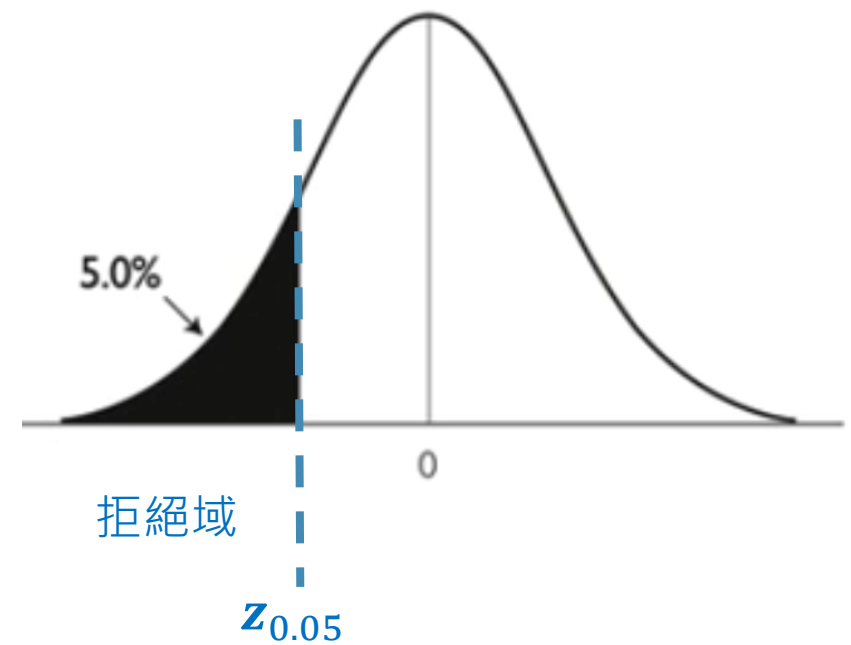
雙尾檢定

Two-tailed test



單尾檢定

One-tailed test



※統計量落在拒絕域→p值小於 α (→拒絕虛無假設)

- ① 虛無假設與對立假設
- ② 計算統計量
- ③ 比較p值與 α
- ④ 拒絕虛無假設？
- ⑤ 得出結論

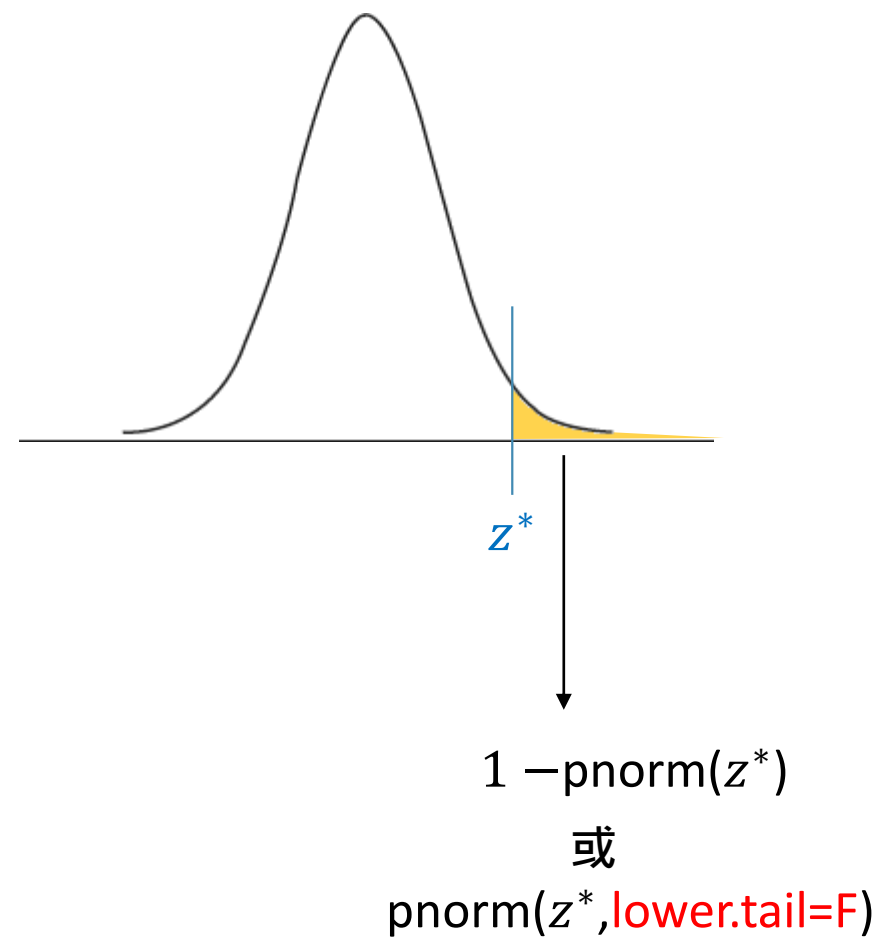
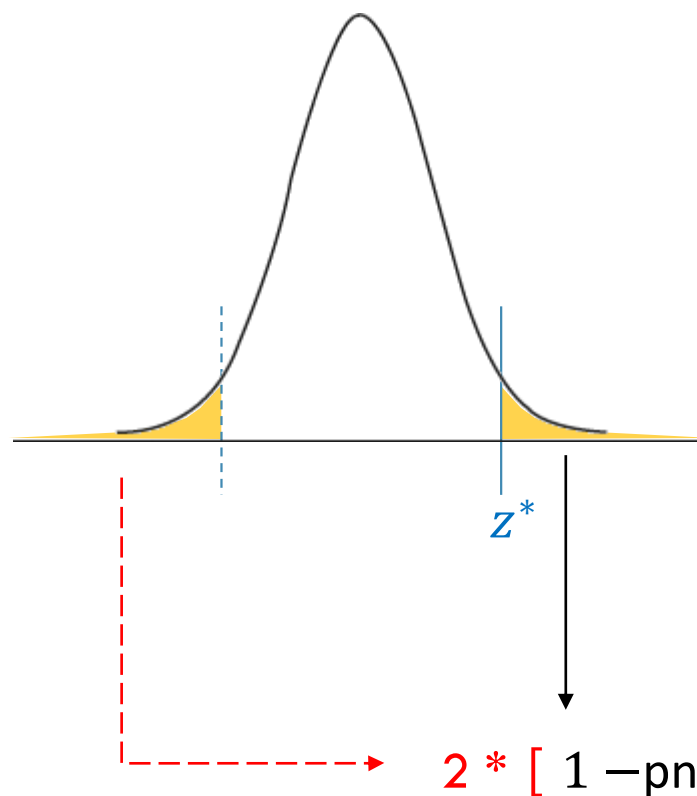
概念複習：假設檢定

$\alpha=0.05$

雙尾檢定

單尾檢定

- ① 虛無假設與對立假設
- ② 計算統計量
- ③ 比較p值與 α
- ④ 拒絕虛無假設？
- ⑤ 得出結論



概念複習：假設檢定

① 虛無假設與對立假設

• $p\text{值} < \alpha \rightarrow \text{拒絕} H_0$

② 計算統計量

③ 比較p值與 α

④ 拒絕虛無假設？

• $p\text{值} \geq \alpha \rightarrow \text{接受} H_0$

⑤ 得出結論

概念複習：假設檢定

① 虛無假設與對立假設

② 計算統計量

③ 比較p值與 α

④ 拒絕虛無假設？

⑤ 得出結論

• $p\text{值} < \alpha \rightarrow \text{拒絕} H_0$

結論：雙尾－顯著有差、有關係
單尾－顯著較大 / 小

• $p\text{值} \geq \alpha \rightarrow \text{接受} H_0$

結論：沒有關係、沒有區別

概念複習：假設檢定

$$H_0 : s^2 = \lambda \text{ (隨機分布)}$$

① 虛無假設與對立假設

② 計算統計量

③ 比較p值與 α

④ 拒絕虛無假設？

⑤ 得出結論

• $p\text{值} < \alpha \rightarrow \text{拒絕} H_0$

結論：雙尾－顯著有差、有關係
單尾－顯著較大 / 小

非隨機分布

群聚現象

• $p\text{值} \geq \alpha \rightarrow \text{接受} H_0$

結論：沒有關係、沒有區別

隨機分布

Quadrat Analysis

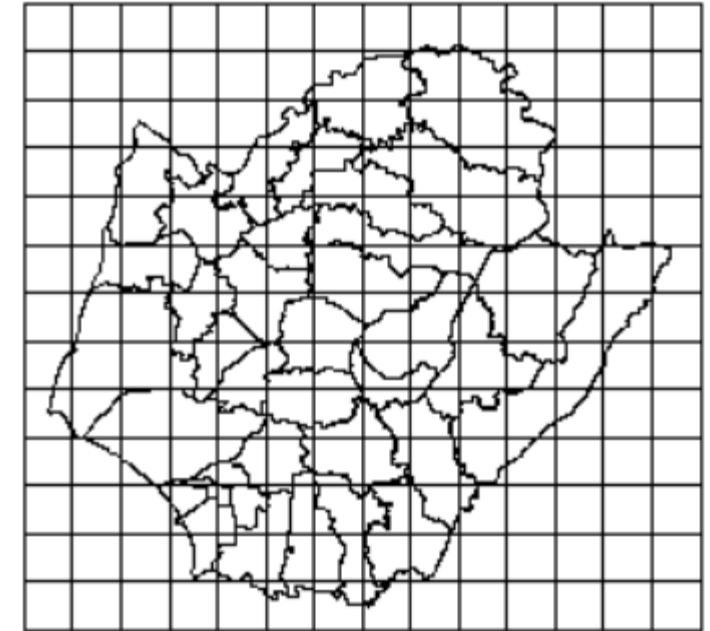
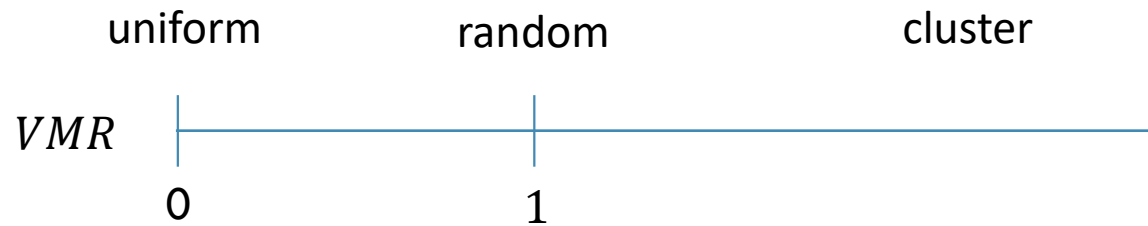
Step 1 - fishnet `GridTopology()`

Step 2 - calculate counts of points in each grid `poly.count()`

Step 3 - calculate **mean** and **variance** of counts

Step 4 - hypothesis testing: Variance-Mean Ratio Test (t-test)

Step 5 - make a conclusion



VMR Test

$$VMR = \frac{vairance}{mean}$$

$$t = \frac{VMR - 1}{s.e.}, \quad s.e. = \sqrt{\frac{2}{k - 1}}, \quad df = k - 1$$

```
grd = GridTopology(cellcentre.offset, cellsize, cells.dim)
```

到底需要多少格子？

```
if cellcentre.offset = min,
```

$$\text{cells.dim} = \left\lceil \frac{\text{max} - \text{min}}{\text{cellsize}} + 0.5 \right\rceil$$

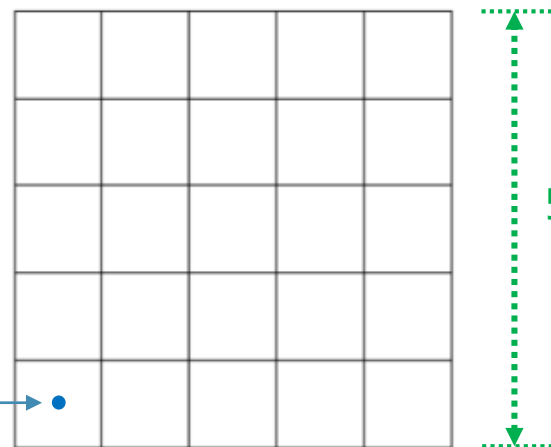
$$= \text{round} \left(\frac{\text{max} - \text{min}}{\text{cellsize}} \right) + 1$$

$c(x,y)$

$c(1000,1000)$

$c(5,5)$

1000



```
grd = as.SpatialPolygons.GridTopology(
  grd, proj4string = TN@proj4string) → 之後要對照的CRS
```

※需要有表格可以使用SpatialPolygonsDataFrame