

April 22th 數學練習

1. $\frac{d}{dx} \left(\frac{1}{\cos x} + \ln x \cdot e^x + \sqrt{x^2 + 1} \right) = \underline{\hspace{2cm}}$

2. $\int_0^9 \sqrt{\sqrt{x} + 1} dx = \underline{\hspace{2cm}}$

3. $\int \cos(\ln x) dx = \underline{\hspace{2cm}}$

4. 排序以下大小：

(1) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ 、 $\sqrt[6]{9}$ 、 $\sqrt[5]{81}$ 、 $9^{\frac{1}{4}}$

(2) 0.729 、 $\left(\frac{10}{9}\right)^{-4}$ 、 0.9^π

5. (1) 解方程式 $2 \cdot 6^x + 3^{x+2} - 3 \cdot 2^{x+1} - 3^3 = 0$

(2) 解 $\begin{cases} 2^x + 3^y = 17 \\ 2^{x+1} - 3^{y-1} = 13 \end{cases}$

6. 排序以下大小：

(1) $\log_{\frac{1}{4}} 5$ 、 $\log_{\frac{1}{5}} 4$ 、 $\log_{\frac{1}{4}} \left(\frac{1}{5}\right)$ 、 $\log_{\frac{1}{5}} \left(\frac{1}{4}\right)$

(2) $\log_{0.2} 0.3$ 、 $\log_2 3$ 、 $\log_{20} 30$

7. (1) 解 $\frac{1}{2} \log x + \log \sqrt{3x+1} = 1 + \frac{1}{2} \log 2$ 。

(2) 解 $\begin{cases} 7 \log x - 5 \cdot 3^y = -1 \\ \log x^6 + 3^{y+1} = 21 \end{cases}$

8. $\sin \theta = \frac{3}{5}$ ， $\tan \theta < 0$ ，求 $\frac{\sin \theta}{1+\tan \theta} + \frac{\cos \theta}{1-\tan \theta} = \underline{\hspace{2cm}}$

9. 設 θ 是第三象限角，滿足 $6 \sin^2 \theta + \sin \theta - 1 = 0$ ，求 $\cos \theta = \underline{\hspace{2cm}}$

10. 設 $x^2 - 4x + 2 = 0$ 之二根為 $\tan \alpha$ 、 $\tan \beta$ ，求 (1) $\tan(\alpha + \beta)$ (2) $\frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos(\alpha - \beta)}$

1. $\tan x \sec x + \frac{1}{x} \cdot e^x + \ln x \cdot e^x + \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$

2. $\frac{232}{15}$

3. $\frac{1}{2} x [\cos(\ln x) + \sin(\ln x)] + C$

4. (1) $\frac{1}{\sqrt{3}} < \sqrt[6]{9} < 9^{\frac{1}{4}} < \sqrt[5]{81}$

(2) $\left(\frac{10}{9}\right)^{-4} < 0.9^\pi < 0.729$

5. (1) $x = 1$ (2) $x = 3, y = 2$

6. (1) $\log_{\frac{1}{4}} 5 < \log_{\frac{1}{5}} 4 < \log_{\frac{1}{5}} \left(\frac{1}{4}\right) < \log_{\frac{1}{4}} \left(\frac{1}{5}\right)$

(2) $\log_{0.2} 0.3 < \log_{20} 30 < \log_2 3$

7. (1) $x = 8$ (2) $x = 100, y = 1$

8. $\frac{68}{35}$

9. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

10. (1) -4 (2) $\frac{4}{3}$