

數學練習題：W1

一、單選題

- 設多項式 $x^4 - 5x^3 - 11x^2 - 23x + 17 = a(x-7)^4 + b(x-7)^3 + c(x-7)^2 + d(x-7) + e$ ，則 e 值為下列何者？
 (A) 17 (B) 10 (C) 3
 (D) -4 (E) -11
- 根據監理機關的資料得知某都市的成年男性當中 80 % 的人有汽車駕照，20 % 的人沒有汽車駕照。又有汽車駕照的成年男性當中有 90 % 的人每天開車上班，沒有汽車駕照的成年男性當中亦有 30 % 的人每天開車上班。某一上班日警察路邊臨檢一位成年男性開車駕駛，則此人是無照駕駛的機率最接近下列哪一個選項？
 (A) 6 % (B) 7 % (C) 8 %
 (D) 9 % (E) 10 %
- 下表是小明參加大學指定科目考試五科原始分數以及全體考生五科的平均分數與標準差：

	國文	英文	數學	物理	化學
小明指考分數	92.6	83.1	76.4	74.6	80.0
全體考生平均分數	72.4	62.0	56.8	50.3	66.6
全體考生標準差	5.0	5.6	6.0	6.6	5.6

- 已知每一個考試科目的考試人數皆相同，則小明哪一個科目成績的標準化分數最佳？
 (A)國文 (B)英文 (C)數學
 (D)物理 (E)化學
- 對於實數 x, y ，若 $|x-1| \leq 2$ ， $|y-2| \leq 1$ ，則 $|x-2y+1|$ 的最大值為下列哪一個選項？
 (A) 6 (B) 5 (C) 4
 (D) 3 (E) 2
 - 設 $f(x)$ 是定義在實數上的奇函數，則 $f(-x) = -f(x)$ ，又當 $x \leq 0$ 時， $f(x) = x^2 - 4x$ ，則 $f(1) = ?$
 (A) 3 (B) -3 (C) 5
 (D) -5 (E) 無法確定
 - 設 $f(x)$ 為一實係數三次多項式且最高次項的係數為 1，已知 $f(1) = 2$ ， $f(2) = 4$ ， $f(7) = 14$ ，若 $f(x) = 0$ 的最大根介於 n 與 $n+1$ 之間， n 為自然數，則 n 的值為下列哪一個選項？
 (A) 5 (B) 6 (C) 7
 (D) 8 (E) 9
 - 設 a, b, c 為相異三實數，且

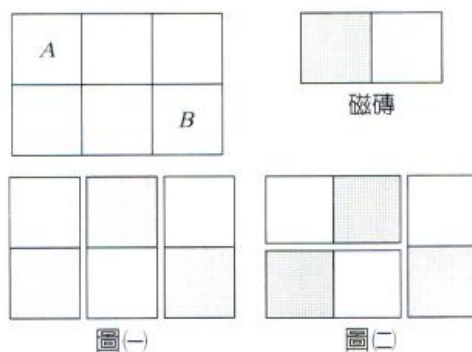
$$f(x) = \frac{(x-a)(x-b)(2x+5)}{(c-a)(c-b)} + \frac{(x-a)(x-c)(2x+5)}{(b-a)(b-c)} + \frac{(x-b)(x-c)(2x+5)}{(a-b)(a-c)} - x^3$$
 則 $f(x)$ 除以 $x+2$ 的餘式為下列哪一個選項？
 (A) -6 (B) -7 (C) -8
 (D) 9 (E) 12

二、多選題

8. 小明觀察一組正整數，當中 1 有 1 個、2 有 2 個、……、 n 有 n 個、……、30 有 30 個，則下列敘述何者正確？

(A) 這組資料的眾數是正整數
 (B) 這組資料的中位數是正整數
 (C) 這組資料的算術平均數是正整數
 (D) 這組資料的中位數大於算術平均數
 (E) 這組資料的中位數小於算術平均數

9. 右圖是牆上一個 2×3 單位的矩形框架，現在想用 2×1 單位的黑白磁磚來鋪滿這個框架，若只考慮鋪滿後黑白磁磚的位置，而不考慮鋪設的過程，例如右邊圖(一)、(二)兩種方式視為相同的鋪設方法，則下列選項何者正確？



(A) 共有 20 種不同的圖案
 (B) 共有 16 種不同的圖案
 (C) 字母 A 被黑色磁磚覆蓋的圖案有 8 種
 (D) 字母 A 與 B 皆被黑色磁磚覆蓋的圖案有 4 種
 (E) 字母 A 與 B 被不同顏色磁磚覆蓋的圖案有 4 種

10. 下列二表為兩次實驗得到的統計資料，若實驗(一)所得的相關係數為 r_1 ，且 y 關於 x 的迴歸直線斜率為 m_1 ；實驗(二)所得的相關係數為 r_2 ，且 y 關於 x 的迴歸直線斜率為 m_2 。

x	1	2	3	4	5
y	9	7	6	4	2

實驗(一)

x	2	4	6	8	10
y	12	10	9	7	5

實驗(二)

下列哪些選項的敘述是正確的？

(A) $2r_1 = r_2$
 (B) $r_1 = r_2$
 (C) $m_1 = m_2$
 (D) $2m_1 = m_2$
 (E) $m_1 < m_2$

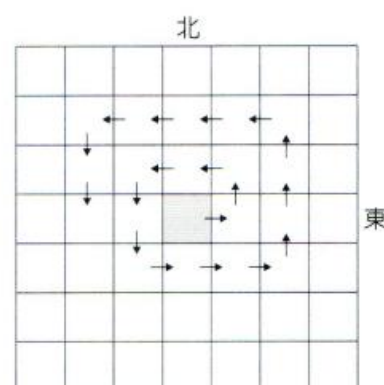
11. 已知 n 為正整數， $\langle a_n \rangle$ 為一數列。若有一等差數列 $\langle b_n \rangle$ ，其中 $b_n = \log_2(a_n - 1)$ ，且 $a_1 = 3$ ， $a_3 = 9$ ， $\langle a_n \rangle$ 的前 n 項和為 S_n ，則下列哪些選項是正確的？

(A) $\langle b_n \rangle$ 的公差為 1
 (B) $a_2 = 3\sqrt{3}$
 (C) $a_4 = 17$
 (D) $a_8 = 243$
 (E) $S_{10} < 2048$

三、填充題

12. 若多項式 $x \cdot f(x)$ 除以 $x-2$ 的餘式為 6，且 $x \cdot f(x)$ 除以 $x+1$ 的餘式為 3，則 $f(x)$ 除以 $(x-2)(x+1)$ 的餘式為_____。
13. 有一個數列 $\langle a_n \rangle$ 的遞迴表示法為 $\begin{cases} a_1=1 \\ a_{n+1}=2a_n+2, \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$ ，若將此數列每一項皆加上一個定數，使得新的數列為等比數列，則新的數列的第十項為_____。

14. 小明到某博物館參觀，他發現博物館大廳的地板鋪滿大小相同的正方形磁磚，其中正中央是一塊黑色磁磚，其餘皆為白色磁磚。小明站在黑色磁磚上，依照右圖的方式繞著中央黑色磁磚做逆時針移動，且每一次皆移動一格到相鄰的磁磚上。若小明想要移動到黑磁磚的東方 6 格北方 6 格的位置上，則他從中央出發需移動_____次才能達成目標。



15. 已知 $3^{40}=2^n$ ，則最接近 n 值的整數值為_____。
16. 坐標平面上，二次函數 $f(x)=x^2+ax+b$ 與 x 軸交 A, B 兩點，且 $\overline{AB}=3$ 。若將此函數 $y=f(x)$ 向下平移 k 單位，使得新的函數圖形與 x 軸交 C, D 兩點，且 $\overline{CD}=5$ ，則 $k=_____$ 。
17. 計算 $\left(\log \frac{1}{4} - \log 25\right) \div 100^{-\frac{1}{2}} = _____$ 。
18. 若 3^{100} 乘開後為 m 位數整數，且首位數字為 n ，則 $m+n=_____$ 。
19. 若 k 為一整數，且 $x=\log_3 k$ 滿足 $5^{x+1}=3^{x^2-1}$ ，則 $k=_____$ 。
20. 根據行政院環境保護署統計，目前臺灣每年回收高達 10 萬噸廢寶特瓶，總數約為 45 億支。若某資源回收場在 102 年回收 2 噸廢寶特瓶，並發展出可將廢寶特瓶再生碎片 60 % 應用於紡絲纖維製品，抽絲成布為再生環保紗。假設該回收場往後每年的回收量均為前一年的 1.5 倍，則至少_____年後，該回收場一年度可製成至少 100 噸的再生環保紗。（四捨五入計算至整數位）