

數學複習進階試題第一回

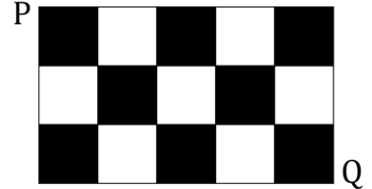
一、選擇題

1. 已知 $x^2 - 5x + a + 3 = 0$ 有兩個正整數根，則 a 的值是 ()。

(A) $a = 1$ (B) $a = 3$ (C) $a = 1$ 或 $a = 3$ (D) $a = 1$ 或 $a = 4$

難度：★☆☆

2. 15 塊磁磚排列如圖示，一隻螞蟻沿著磁磚的邊行走，總是使它左邊是一塊黑色磁磚，如果磁磚邊長是 10 公分，一隻螞蟻按照規則從 P 走到 Q 的最短路程是 () 公分。



(A) 80 (B) 180
(C) 120 (D) 100

難度：★☆☆

3. 一間商店進了一批水果共 500 公斤，測定含水量為 98%，過幾天後，再測定含水量為 96%，這時這批水果的質量是 () 公斤。 P.S. 假設只有水分含量會改變。

(A) 150 (B) 250 (C) 300 (D) 475

難度：★☆☆

4. P 是凸多邊形內的一點，P 與四個頂點連接得到的四條線段的長分別是 1、2、3、4，那麼，這四邊形的面積最大值為 ()。

(A) 10.5 (B) 12 (C) 12.5 (D) 15

難度：★★☆

5. 設直角三角形的兩條直角邊的長分別是 a 、 b ，斜邊為 c ，其中 a 、 b 、 c 都是正整數， a 為質數，則 $2(a + b + 1)$ 被 3 除的整數可能是 ()。

(A) 0 或 1 (B) 0 或 2 (C) 1 或 2 (D) 0、1 或 2

難度：★★★

6. 已知 x_1, x_2, \dots, x_{10} 都是正整數， $x_1 + x_2 + \dots + x_{10} = x_1 x_2 \dots x_{10}$ ，且其中一個取最大值，則 $x_1 + x_2 + \dots + x_{10}$ 的值是 ()。

(A) 19 (B) 20 (C) 21 (D) 22

難度：★★★

二、填充題

1. 用大小兩種箱子裝 720 件產品，若產品的一半用大箱子裝，一半用小箱子裝，那麼需要 75 個箱子；若產品的 $\frac{2}{3}$ 用大箱子裝， $\frac{1}{3}$ 用小箱子裝，那麼可以少用 5 個箱子；若產品的 $\frac{5}{6}$ 用大箱子裝，其餘用小箱子裝，共需 _____ 個箱子；

難度：★☆☆

2. 邊長為 18、24、30 的三角形，重心到外心的距離為_____，內心到垂心的距離為_____。

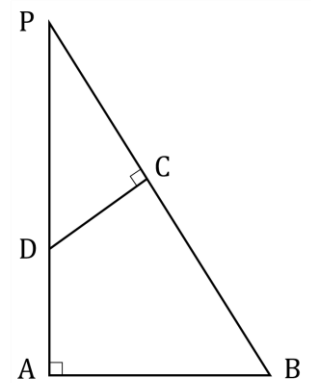
難度：★★☆

3. 不超過 $(\sqrt{7} + \sqrt{5})^6$ 的值的最大整數是_____。

難度：●●●

4. 如圖所示，在四邊形 ABCD 中， $\overline{AD} = \overline{DC} = 1$ ， $\angle DAB = \angle DCB = 90^\circ$ ， \overline{BC} 、 \overline{AD} 的延長線交於點 P，則 $\overline{AB} \times S_{\triangle PAB}$ 的最小值是_____。 P. S. $S_{\triangle PAB}$ 代表 $\triangle PAB$ 的面積。

難度：★★☆



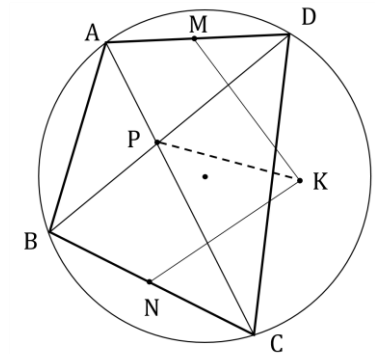
三、計算題

1. 解方程 $x = \sqrt{x - \frac{1}{x}} + \sqrt{1 - \frac{1}{x}}$ 。

難度：★★★★

2. ABCD 是圓內接四邊形，其對角線交於 P。M、N 分別是 \overline{AD} 、 \overline{BC} 的終點，過 M、N 分別作 \overline{BD} 、 \overline{AC} 的垂直線交於 K，求證： $\overline{KP} \perp \overline{AB}$ 。

難度：★★★★



3. 求對於任何正整數 n，總能整除 $n^4 + 2n^3 + 11n^2 + 10n$ 的最大正整數 m。

難度：★★★★