河海大学 2015~2016 学年第一学期

《实用数值分析》试题

考试对象：15 级专业学位硕士研究生

班级 ______________ 学号________________ 姓名______________ 成绩___________

一、填空题（每题 3 分，共 30 分）：

1、近似数 $x = 0.23$ 关于真值 $x^{\bullet} = 0.22945\cdots$ 有_____________位有效数字；

精确值 $x^* = \dfrac{1}{6}$，它的近似值 $x = 0.16666$，则 x 有____________位有效数字.

2、用二分法求方程 $x^3 - \sin x + 2x - 1 = 0$ 在区间 $[0,1]$ 上的根时，要使误差满足

$\left|x_k - x^*\right| < \dfrac{1}{2}\times 10^{-5}$，那么至少要迭代___________次.

3、已知矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -8 \end{pmatrix}$，取初始向量 $v_0 = (1,1)^T$，用规范化的幂法迭代 2 次，求得矩阵

A 的主特征值为_____________，相应的特征向量为_______________(保留 4 位小数).

4、分别写出用下列迭代法求解方程 $x^3 + 10x - 20 = 0$ 根的迭代公式：

(1) 牛顿法____；

(2) 弦截法____.

5、已知：$X = (1,-2)^T, A = \begin{pmatrix} 7 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$，则 $\|AX\|_1 =$_________ ， $\|A\|_\infty =$_________.

6、已知 $f(1) = 1.2,\ f(2) = 1.4,\ f(3) = 1.5$，则用复合梯形公式计算 $\int_1^3 f(x)dx \approx$_________ ，

用辛普生公式计算 $\int_1^3 f(x)dx \approx$_____________. (保留 4 位小数)

7、已知 $f(x) = 3x^6 + 2x - 1$，则差商 $f[2^0, 2^1] =$______， $f[2^0, 2^1, \cdots, 2^6] =$_______.

8、用改进欧拉(Euler)法解初值问题$\begin{cases} y' = y^2 \\ y|_{x=0} = 1 \end{cases}$，取步长$h = 0.1$，

则 $y_1 =$ ____________________（要求取到小数后第 4 位）.

9、在$C[-1,1]$上定义内积$(f,g) = \int_{-1}^{1} f(x)g(x)dx$，设 $f(x) = ax^2 + bx + 1$,与$1, x$都正交,

则常数$a =$ ___________，$b =$ _________.

10、牛顿—柯特斯（Newton—Cotes）数值求积公式

$$\int_a^b f(x)dx \approx (b-a)\sum_{i=0}^{n} C_i^{(n)} f(x_i)$$

当n为奇数时，至少具有______次代数精度；当n为偶数时，至少具有________次代数精度.

二、解答下列各题（共 70 分）：

11、(10 分)给定数据表：

x	-1	0	$1/2$	1
$f(x)$	-3	$-1/2$	0	1

(1) 构造差商表；

(2) 求 $f(x)$ 的三次牛顿插值多项式；

(3) 应用所求的牛顿插值多项式求 $f(-1/2)$ 的近似值(取小数点后四位).

12、(10 分) 已知方程组 $Ax=b$，其中 $A=\begin{pmatrix}1 & 0 & 2 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 1\\ 1 & 2 & 4 & 3\\ 0 & 1 & 0 & 3\end{pmatrix}$， $x=\begin{pmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\\ x_4\end{pmatrix}$， $b=\begin{pmatrix}5\\ 3\\ 17\\ 7\end{pmatrix}$，

(1)求矩阵 A 的 Doolittle 分解，即分解成 $A=LU$ 的形式，其中 L 为单位下三角矩阵，U 为上三角矩阵；

(2)利用上述分解求解方程组 $Ax=b$.

13、(10 分) 对于方程组 $\begin{cases}3x_1+2x_2+10x_3=15\\ 10x_1-4x_2-x_3=5\\ 2x_1+10x_2-4x_3=8\end{cases}$

通过适当调整,试建立收敛的雅可比迭代公式和高斯—塞德尔迭代公式,并说明收敛的理由.

14、(10 分)已知下列实验数据：

x_i	1	2	3	4	5
y_i	1	4	7	8	6

试用最小二乘法求拟合这组数据的二次多项式 $p_2(x)=a_0+a_1x+a_2x^2$.

15、(10 分) 确定求积公式 $\int_{-1}^{1} f(x)dx \approx A_0 f(-1)+A_1 f(-\frac{1}{2})+A_2 f(0)+A_3 f(1)$ 中的待定参数 A_0, A_1, A_2, A_3 的值，使其代数精度尽量高，并指出所得公式的代数精度.

16、(10 分)在区间$[-1,1]$上给定函数$f(x)=2x^3+x^2+2x-1$，求其在

$\Phi=\mathrm{span}\{1,x,x^2\}$上关于权函数$\rho(x)=1$的最佳平方逼近多项

17、(10 分)用龙贝格算法计算积分$I=\int_0^1\frac{dx}{x+1}$（要求二分三次）.