

נתונות 16 תצפיות מאוכלוסייה שמתפלגת נורמלית עם שונות 100:

23.2	10.6	-1.5	-0.7	21.8	11.5	4	4.3	20.6	11.4	17.1	15.9	19.5	16	-1.4	15.7
------	------	------	------	------	------	---	-----	------	------	------	------	------	----	------	------

השתמש בממוצע המדגם  $\bar{X}$  ע"מ לבדוק את ההשערה ( $H_0$ ) כי  $\mu = 8$  לעומת ההשערה האלטרנטיבית ( $H_1$ ) כי  $\mu = 12$ . רמת המובהקות הנדרשת היא 1%.

1. נסחו את מערכת ההשערות. האם זו מערכת השערות חד-צדדית או דו-צדדית?

$$H_0 : \mu = 8$$

$$H_1 : \mu = 12 \quad \text{ניסוח ההשערות:}$$

שימו לב: האלטרנטיבה  $\mu = 12$  משמעה בעצם  $\mu > 8$ . לכן זוהי מערכת השערות חד-צדדית ימנית! אם הייתה בידינו מערכת השערות דו"צ, השערת האלטרנטיבה הייתה צריכה להיות  $H_1 : \mu \neq 8$ .

2. מה צריכים להיות איזורי הדחייה והקבלה?

בהמשך לסעיף א', אם ממוצע המדגם יהיה מספיק גבוה, נאמר שיש הוכחה מספיק חזקה לדחיית  $H_0$ . לכן אזור הדחייה יהיה מהצורה:  $C = \{\bar{X} \geq k\}$ . נקרא "הערך הקריטי" ועלינו למצוא אותו, כך שיתאים לדרישה של רמת מובהקות 0.01.

$$\bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right) \rightarrow \bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{100}{16}\right)$$

$$H_0 : \bar{X} \sim N\left(8, \frac{100}{16}\right) \quad \text{תחת } H_0 \text{ מתקיים:}$$

$$\alpha = P_{H_0}(C) = P_{H_0}(\bar{X} \geq k) = 1 - \Phi\left(\frac{k - 8}{\sqrt{\frac{100}{16}}}\right) = 0.01$$

$$\Phi\left(\frac{k - 8}{\sqrt{\frac{100}{16}}}\right) = 0.99 \rightarrow \frac{k - 8}{\sqrt{\frac{100}{16}}} = Z_{0.99} = 2.326 \rightarrow k = 13.815$$

$$\alpha = P(C / H_0) = 0.01$$

$$\boxed{\bar{C} = \{\bar{X} / \bar{X} < 13.815\}} \text{ :אזור הקבלה: } \boxed{C = \{\bar{X} / \bar{X} \geq 13.815\}} \text{ :אזור הדחייה:}$$

"הערך הקריטי" הוא 13.815 – מעליו איזור הדחייה ומתחתיו איזור הקבלה.

3. מהי עוצמת המבחן?

$$1 - \beta = P_{H_1}(C) = P_{H_1}(\underline{X} \geq 13.815) = 1 - \Phi\left(\frac{13.815 - 12}{\sqrt{\frac{100}{16}}}\right) = 1 - \Phi(0.726) = 1 - 0.7642 \\ = 0.2358$$

שימו לב שתחת  $H_1$  התוחלת של הממוצע הינה 12!

4. מהי מסקנת המחקר?

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{16} X_i}{16} = 11.75 < 13.815$$

נחשב את ממוצע המדגם, עפ"י התצפיות הנתונות בשאלה:

הממוצע קטן מהערך הקריטי, ולכן אנו נמצאים באזור הקבלה של  $H_0$   
 מסקנה: לא ניתן לדחות את  $H_0$ , כלומר לא ניתן לקבוע כי  $\mu = 12$  ברמת מובהקות 1%.