上海财经大学

优化理论与算法 Final Project 列车排班模型

目标函数：根据 job-shop 模型，目标函数定义为等效于平均流程时间的列车经行平均总时长，若定义 $A(i,j)$ 为到达 j 站时 i 车所确定的时刻，$D(i,j)$ 为 ~~到达~~ 离开 j 站时 i 车所确定的时刻，$j\in\{N|[1,7]\}$，$i\in\{N|[1,16]\}$

从而目标函数为，

$$\min \frac{1}{16}\sum_{i=1}^{16}[D(i,7)-A(i,0)]$$

约束：单程线上不能超车，表示为

$$\text{if } D(i,k)<D(j,k) \text{ then } A(i,k+1)<A(j,k+1) \text{ for } j\neq i;k$$

引入 M 与两个 0,1 变量 $X(i,j,k,0)$ 与 $X(i,j,k,1)$

$$① \begin{cases} -M\cdot X(i,j,k,0)< D(i,k)-D(j,k)<M(1-X(i,j,k,0)) \\ -M\cdot X(i,j,k,1)<A(i,k+1)-A(j,k+1)<M[1-X(i,j,k,1)] \\ X(i,j,k,1)\geq X(i,j,k,0) \end{cases}$$

安全间隔时时为 3 min，则对任意不同的 i,j，有

$$|D(i,k)-D(j,k)|\geq 3 \text{ and } |A(i,k)-A(j,k)|\geq 3$$

利用或则关系展开绝对值，形如

$$② \begin{cases} 3+D(i,k)-D(j,k)\leq M\cdot Z(i,j,k) \\ 3+D(j,k)-D(i,k)\leq M\cdot[Z(i,j,k)-1] \end{cases}$$

$$Z(i,j,k)\in\{0,1\}$$

若有 $D(i,k)>D(j,k)$，则一定有 $D(i,k)\geq D(j,k)+3$，注意约束②只能保证有其一必然成立，但下述的条件关系可能保证 $D(i,k)<D(j,k)+3$ 时，一定有 $D(i,k)\leq D(j,k)-3$

③
$$
\begin{cases}
-My(i,j,k,0) < D(j,k)-D(i,k) < M[1-y(i,j,k,0)] \\
-My(i,j,k,0) < D(j,k)+3-D(i,k) < M[1-y(i,j,k,1)] \\
y(i,j,k,1) \ge y(i,j,k,0),\quad y(i,j,k,0|1) \in \{0,1\}
\end{cases}
$$

②、③约束同样对A也需建立

④ 时间资源有限，因此 $D(i,k=7) \le 150$, for all i

⑤ 在站内的等待时间有界， $2 \le D(i,k)-A(i,k) \le 15$ for 停留的 i 在 k

⑥ 跨越两站的中途时间有下界，即

$$A(i,k+1)-D(i,k) \ge \text{Time used on the way from } k \text{ to } k+1 \text{ for train } i, \text{ for all } i, k<7$$

后者的时间是可以计算得到的实参数

因而模型具有前缀为A、D的优化变量，以及前缀为x、y、z的0、1辅助变量，因为所确定的时间表精确到分钟，所以A、D在建模中，可以视为整数变量，具体的约束建立和模型修饰参见time_table.py、