平成１８年度

京都大学大学院情報学研究科修士課程

システム科学専攻

入学資格者選考試験問題

【専門科目Ｉ】

試験日時：平成１７年８月８日（月）　午後３時３０分より同５時３０分

問題冊子頁数（表紙を除いて）：　８頁

選択科目：下記の科目のうち、２科目を選択し解答すること。

【論理回路】（２）	【機械力学】（３）
【工業数学】（３）	【基本ソフトウェア】（２）
【電気・電子回路】（２）	【確率統計】（２）

なお（ ）内数字は解答用紙の最大使用枚数を示す。

注意：

（１）上記科目から２科目を越えて選択してはいけない。３科目以上選択した場合は、本専門科目の答案を無効にすることがある。<u>別紙の選択表への記入を忘れないこと</u>。

（２）すべての解答用紙に受験番号と氏名を記入すること。

（３）解答は上記最大使用枚数に注意すること。対応する解答用紙に解答中の科目名を明記すること。なお各問題に注意書きがあればそれに従うこと。

（４）解答を表面に記入しきれない場合は裏面に記入してもよいが、表面において氏名、受験番号、整理番号などと記された部分の裏面にあたる上部を空白にしておくこと。（この上部は切り離すので、点線部分より下側を使用すること）

（５）解答用紙は記入の有無にかかわらず持ち帰ってはならない。

【論理回路】

注意: 問題は2題ある．問題1，問題2とも解答すること．各問題はそれぞれ別の解答用紙に解答すること．

問題1

1. SR-FF (セットリセットフリップフロップ) の入力を S, R, 現在の出力を Q とする．このとき，次状態の出力 Q_+ を S, R, Q を用いて表せ．
2. SR-FF の回路を NAND 素子と NOT 素子を用いて示せ．
3. T-FF (トグルフリップフロップ) の入力を T，現在の出力を Q とする．このとき，次状態の出力 Q_+ を T, Q を用いて表せ．
4. SR-FF を使って T-FF を作りなさい．

問題2

1 bit の入力 X に，クロックに同期した 3 bit の信号を入力すると，多数決で決まる 1 bit の信号を出力 Y に出力する多数決回路を考える．回路は 3 bit 目の信号が入力され，多数決で決まる信号が出力されるまで，直前の多数決の結果を保持するものとする．

1. 直前の多数決の結果が “0” の場合の初期状態を q_0，“1” の場合の初期状態を q_1 として，回路の状態遷移表 (出力表を含む) を示せ．
2. 回路を JK フリップフロップを使って実現することを考える．各フリップフロップの入力を表す論理式を簡単化して示せ．

【機械力学】

解答用紙は問題ごとに別々のものを用いること．また，必要ならば裏面を利用せよ．

【問題 1】 図 1 のような x, y, z 座標系において，水平な床面 (x-y 平面) と半径 r, 質量 m の一様な薄い円板を考える．この円板が床面に垂直に立った状態で，x 軸に沿って正の方向に一定の角速度 $\omega(>0)$ で転がっている．ただし円板と床面は常に点接触をし，円板は滑らずに転がるものとする．

これについて以下の問いに答えよ．

(1) この円板の中心を通り円板に垂直な軸まわりの慣性モーメント I，および中心を通り円板に平行な軸（直径軸）まわりの慣性モーメント J を求めよ．

(2) 円板の中心まわりの角運動量ベクトル $\boldsymbol{L}$ を求めよ．

(3) 円板がもっている運動エネルギーを求めよ．

(4) ある瞬間に円板が x 軸回りに角速度 μ で傾きはじめたとすると，円板には $-\boldsymbol{\mu}\times\boldsymbol{L}$ というジャイロモーメントが働く．ここで $\boldsymbol{\mu}=(\mu,0,0)$ であり，$\boldsymbol{L}$ は (2) で求めた角運動量ベクトルである．ジャイロモーメントを計算し，$\mu>0, \mu<0$ それぞれの場合について円板の進路が左右どちらに変化するかを述べよ．

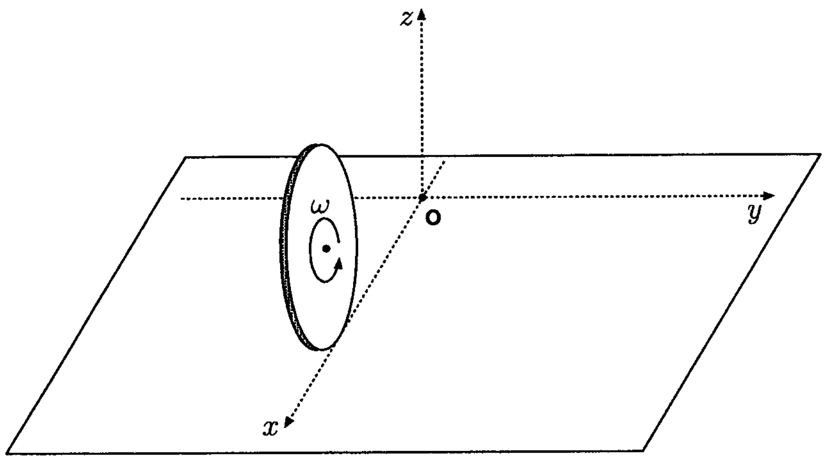


図 1: 床面を転がる円板

【機械力学】(続き)

問題2

図２に示すように均質で質量 m、半径 r の剛体円板が，質量の無視できる長さ r の糸で固定面から吊り下げられ，鉛直面内で自由に運動できるようになっている．平衡状態では，糸は鉛直方向を向き，円板は静止する（$\theta_1 = \theta_2 = 0$）．

1) 平衡状態からの微小振動について運動エネルギーとポテンシャルエネルギーを求めよ．

2) 微小振動の運動方程式を求めよ．

3) この系の固有振動数を求めよ．

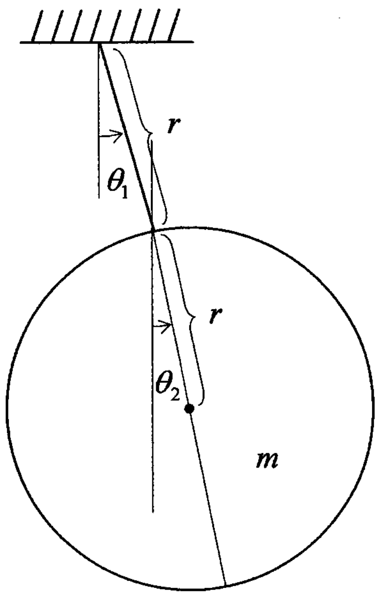


図2

[工 業 数 学]

問題1と2毎に解答用紙を変更すること．必要なら裏面を用いよ．

問題1　次の問に答えよ．

1) 1の8乗根 $\alpha\ (\neq 1)$ で正の偏角が最小のものを求めよ．

2) 上記の α の4乗を求めよ．

3) 指数関数 e^{x+iy} がコーシー・リーマンの関係(方程式)を満たすことを示せ．

4) $\tan z$ の極 $z_k = (k+\frac{1}{2})\pi,\ (k=0,1,2,\ldots)$ は1位の極であることを示せ．

5) 線分 $C : z(t) = te^{\frac{\pi}{4}i}\quad (0 \le t \le R)$ にそった次の積分 I_C の実部を $\cos t^2$ と $\sin t^2$ の積分で表せ．

$$I_C = \int_C e^{-z^2}dz$$

問題2　複素平面上の原点を含むある領域で正則な関数 $f(z)$ が，原点近傍で次のように2つの級数展開をもつとする．

$$f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n = \sum_{n=0}^{\infty} b_n z^n$$

1) 上式の n 回微分を考えることによって，$a_n = b_n\ (n=0,1,2,\cdots)$ であることを示せ．

2) $f(z)$ が奇関数のとき，すなわち $f(z)=-f(-z)$ のとき，$a_{2k}=0\ (k=0,1,2,\cdots)$ であることを示せ．

3) 上の2）の場合について，$f(z)$ が微分方程式 $f''(z)=-f(z)$ を満たすとき，$a_{2k+1}\ (k=0,1,2,\cdots)$ を求めよ．ただし，$a_1=1$ とする．

4) 上の3）の場合について，級数 $f(z)$ の収束半径をその根拠とともに示せ．

【基本ソフトウェア】

注意：各問題はそれぞれ別の解答用紙に解答すること．

問題 1

以下の C 言語で記述された関数について下記の問いに答えよ．

```
void func(int n, int ra[]){
  int i,j,temp;
  for (i=n-1; i>0; i--){
     for (j=0; j<i; j++){
        if (ra[j]<ra[j+1]){
          temp=ra[j];
          ra[j]=ra[j+1];
          ra[j+1]=temp;
        }
     }
  }
  for (i=0; i<n; i++) printf("%d ",ra[i]);
}
```

(1) 関数 func への入力として n=5，ra[0]=−1, ra[1]=10, ra[2]=38, ra[3]=5, ra[4]=−3 を与えた場合，関数中の printf 文で出力される ra[0]〜ra[4] の値を答えよ．

(2) 上記の結果を例として，関数 func が配列 ra に行う動作を解説せよ．

(3) 上記の func を関数の再帰呼び出しを使用したプログラムに書き換えよ．但し，printf 文を含む行については考慮しなくてよい．

【基本ソフトウェア】（続き）

問題2

プログラムの実行時間に関する最適化に関して，図1のプログラム例を用いながら，以下の問いに答えよ．

(1) 列挙した最適化技法について説明せよ．

a. 演算子の置換え

b. 共通式の削除

c. インライン展開

d. 不変部の移動

(2) 次に，アルゴリズムの改善を考える．図1のプログラムのアルゴリズムを工夫し，画期的に演算数を減少させるには，7～12行目の相当部分をどのように改善すれば良いか述べよ．

```
 1  !    台形則による積分
 2      real*8 sq/0.0/,delta, rj, rjj, s, t
 3      parameter ( n=10000000)
 4      sq = 0.0 ; t = n
 5      delta=1.0/t
 6      do 100 j=1,n
 7      rjj = float(j-1)/t*float(j-1)/t
 8      rj = float(j)/t*float(j)/t
 9      call daikei( s ,rjj,rj,delta)
10      sq = sq + s
11  100 continue
12      write(6,600) sq
13  600 format(5x, e12.5)
14      stop
15      end
16     subroutine daikei( s ,rjj,rj, delta)
17      real*8   s, delta, rj, rjj
18      s = delta*(rj + rjj)/2.0
19      return
20      end
```

図1. 台形則により $\int_0^1 x^2\,dx$ を求めるプログラム

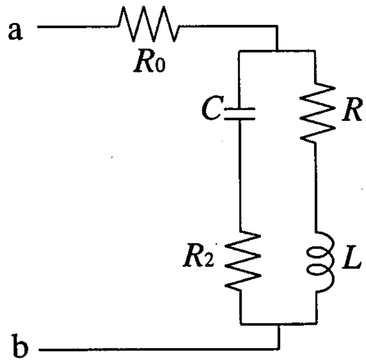
（注意　各行の先頭の数字は便宜上付加されている。）

【電気・電子回路】

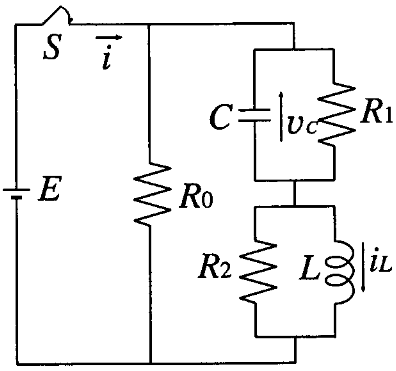
問題 1. 図1の回路に関して以下の問に答えよ.

(1) 図1(a) の回路について，点 ab 間の複素インピーダンスが周波数に関係なく一定になるための $R_k(k=0,1,2), L, C$ 間の関係を求めよ.

(2) 図1(b) の回路において，時刻 $t=0$ にスイッチ S を閉じて回路を流れる電流 i を観測したところ，$t \geq 0$ において，$i = I$(一定値) であったとする．このとき，L を流れる電流 i_L，C の両端の電圧 v_C について成立する微分方程式を求めその解を示せ．また回路定数 $R_k(k=0,1,2), L, C$ 間の関係を求めよ．ただし，スイッチを閉じる前においては C は充電されておらず，また回路内に電流は流れていないものとする.



(a)



(b)

図1

問題 2. 図2は理想的オペアンプと2つの素子 g_1, g_2 を接続した回路である．2つの素子のそれぞれについて，素子を流れる電流 i_k と各素子両端の電圧 v_k の関係は，$i_k = g_k(v_k)$ ならびにその逆に $v_k = g_k^{-1}(i_k)$ と表わすことができるとする．以下の問いに答えよ.

(1) 出力 v_{out} と入力 v_{in} の関係式を $v_{out} = G(v_{in})$ の形で表わせ.

(2) (1) の特殊な場合として，2つの素子の一方が線形抵抗素子の場合 (2通り) の v_{out} と v_{in} の関係式をそれぞれ示せ.

(3) これまでの結果を利用して，対数増幅回路 (符号は反転) を作成したい．両素子 g_1, g_2 にどのような性質を持つ素子を接続するとよいかを説明したあと，そのような素子の名称を挙げよ．また，対数増幅回路の回路図を描け.

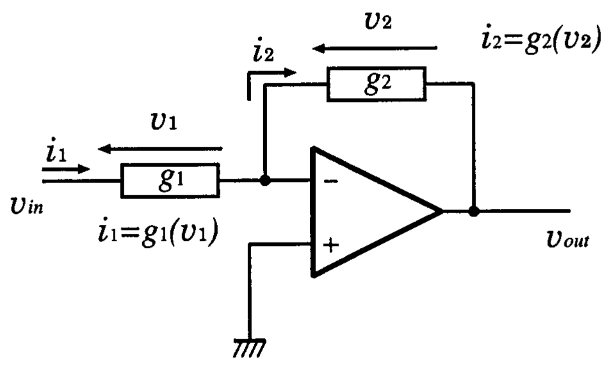


図2

【 確率統計 】

問 1 以下の量を考える．ただし，$a > 0$ とする．

$$Q(a) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_a^\infty e^{-\frac{x^2}{2}} dx$$

このとき，以下の問に答えよ．

(i) 確率変数 X, Y は互いに独立でそれぞれ標準正規分布 $\mathcal{N}(0,1)$ に従うとするとき

$$(Q(a))^2 = \Pr(X \geq a, Y \geq a)$$

であることを示せ．

(ii) つぎの不等式を示せ．

$$\Pr(X \geq a, Y \geq a) < \frac{1}{4} \Pr(X^2 + Y^2 \geq 2a^2)$$

(iii) 上記の右辺の確率を計算し, $Q(a)$ の上界を求めよ．

問 2 $X_1, X_2, \ldots, X_N$ は互いに独立で同一分布に従うサンプルで，平均値はμ，分散はσ^2 とする．ただし，$N > 1$ とする．このとき，以下の問に答えよ．

(i) μ の推定量として

$$\hat{\mu} = \sum_{i=1}^{N} g_i X_i$$

を考える．ただし，$g_1, g_2, \ldots, g_N$ は定数で

$$\sum_{i=1}^{N} g_i = 1$$

を満足する．この $\hat{\mu}$ は μ の不偏推定量であること，すなわち，

$$E[\hat{\mu}] = \mu$$

であることを示せ．

(ii) $\hat{\mu}$ の分散を最小とする $g_1, g_2, \ldots, g_N$ を求めよ．

(iii) σ^2 の推定量として

$$\hat{\sigma}^2 = k \sum_{i=1}^{N-1} (X_{i+1} - X_i)^2$$

を考える．この $\hat{\sigma}^2$ が σ^2 の不偏推定量となるよう定数 k を定めよ．