平成２７年度４月期入学

京都大学大学院情報学研究科修士課程

システム科学専攻　入学資格者選考試験問題

【専門科目】

試験日時：平成２６年８月６日（水）　午後１時００分より同４時００分

問題冊子頁数（表紙を除いて）：　１６頁

選択科目：下記の科目のうち、２科目を選択し解答すること。

【論理回路】（３）
【工業数学】（３）
【電気・電子回路】（２）
【制御工学】（３）
【機械力学】（４）
【基本ソフトウェア】（２）
【確率統計】（２）
【オペレーションズ・リサーチ】（２）

なお（ ）内数字は解答用紙の最大使用枚数を示す。

注意：

（１）上記科目から２科目を超えて選択してはいけない。３科目以上選択した場合は、本専門科目の答案を無効にすることがある。<u>別紙の選択表への記入を忘れないこと</u>。

（２）すべての解答用紙に受験番号と氏名を記入すること。

（３）解答は上記最大使用枚数に注意すること。対応する解答用紙に解答中の科目名を明記すること。なお各問題に注意書きがあればそれに従うこと。

（４）解答を表面に記入しきれない場合は裏面に記入してもよいが、表面において氏名、受験番号、整理番号などと記された部分の裏面にあたる上部を空白にしておくこと。（この上部は切り離すので、点線部分より下側を使用すること。）

（５）解答用紙は記入の有無にかかわらず持ち帰ってはならない。

【論理回路】

注意：問題毎にそれぞれ別の解答用紙を使用すること.

問題1

次の論理関数の最簡積和形を求めよ.

(1) $f = A\overline{C} + B\overline{C} + \overline{B}C + \overline{A}C$

(2) $f = \overline{A}\overline{B}\overline{C}D\overline{E} + \overline{A}\overline{B}CDE + ABC\overline{D}\overline{E} + \overline{A}BCD\overline{E} + AB\overline{C}\overline{D}E + A\overline{B}\overline{C}DE$
$\quad + A\overline{B}CDE + \overline{A}B\overline{C}D\overline{E} + AB\overline{C}\overline{D}\overline{E} + \overline{A}\overline{B}CD\overline{E} + \overline{A}\overline{B}\overline{C}DE + ABC\overline{D}E$

問題2

内部状態と1ビットの入力Xによって1ビットの出力Yが決まる順序回路を考える. 時刻 $t-3, t-2, t-1, t$ の入力系列が, 0101 の場合に時刻 t の出力を1, それ以外の場合に時刻 t の出力を0とするとき, 以下の設問に答えよ.

(1) 入力系列として 00101011 が与えられた時の出力系列を示せ.

(2) 回路の内部状態に符号を割り当てて, 状態数が最小の状態遷移図を作成せよ.

(3) D フリップフロップと AND, OR, NOT 素子を用いて, できるだけ構成要素が少ない論理回路を構成せよ.

（論理回路の問題は次ページに続く）

問題3

JK フリップフロップを用いて以下の仕様を持つ自動販売機を設計し, 250 円のチケットを販売する.

- 100 円硬貨と 50 円硬貨の投入を一度にひとつずつ受け付け, 合計投入金額が 250 円以上になったときチケットと釣り銭を排出して初期状態に戻る.
- 入力を 2 ビット変数 $I = I_1I_0$ とし, 100 円硬貨投入時に I_1 が, 50 円硬貨投入時に I_0 がそれぞれ真になる.
- 内部状態を 3 ビット変数 $Q = Q_2Q_1Q_0$ とし, 機械に貯留されている金額を以下で表す.

0 円	50 円	100 円	150 円	200 円
$Q = 000$	$Q = 001$	$Q = 010$	$Q = 011$	$Q = 100$

- 出力を 2 ビット変数 $O = O_1O_0$ とし, O_1 が真のときチケットを, O_0 が真のとき 50 円の釣り銭をそれぞれ排出する.

以下の設問に答えよ.

(1) 上記仕様を満たす状態遷移図を描け.

(2) JK フリップフロップの入力をそれぞれ (J_i, K_i) とし, 状態 Q_i の次状態を Q_i^+ と書くことにする. J_i, K_i を表す論理関数を Q_i, Q_i^+ の最簡積和形で書け.

(3) JK フリップフロップの入力のうち J_0, K_1 と, 出力 O_1, O_0 を表す論理関数をそれぞれ, 状態 $Q_2Q_1Q_0$ と入力 I_1I_0 の最簡積和形で書け.

(論理回路の問題はここまで)

【機械力学】

注意：問題毎にそれぞれ別の解答用紙を使用すること．

問題1

図1に示すように，大歯車，小歯車，連結棒が鉛直面内にある．連結棒は大歯車と同軸で，天井に固定された軸受を中心として揺動する．小歯車は連結棒端部の軸受を中心として回転する．大歯車は，天井に固定されているから，連結棒が振子状に揺動すると，それに伴い小歯車が回転する．連結棒の重心は両端の軸受間の中央にある．記号は次のように定義する．

小歯車の質量	m
小歯車の慣性モーメント（重心まわり）	I_p
大歯車のピッチ円半径	R
小歯車のピッチ円半径	r
連結棒の質量	M
連結棒の慣性モーメント（重心まわり）	I_b
重力加速度	g

大小の歯車のモジュールは等しく，連結棒の軸受間の距離は $R+r$ である．摩擦力，空気抵抗の作用，歯車のバックラッシュが無視できるとして以下の設問に答えよ．

(1) 連結棒が鉛直方向を中心として微小振幅で揺動する自由振動の周期を求めよ．

(2) 振れ角 θ が60度の状態で連結棒を静止させて，静かに解放した後，連結棒が鉛直となった瞬間の小歯車の回転角速度を求めよ．

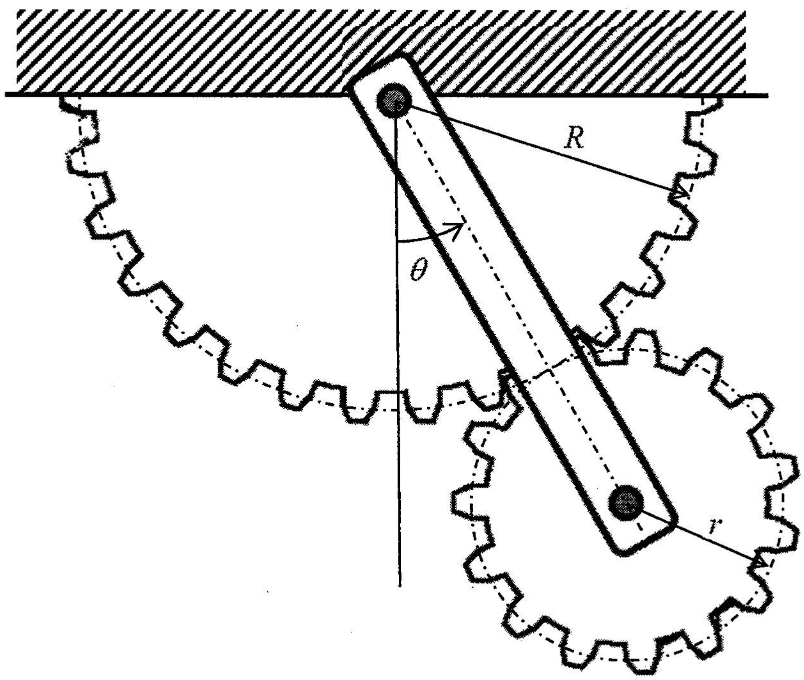


図1

（機械力学の問題は次ページに続く）

問題２

図２に示すように，太さの無視できる真直な剛体棒がその一端を中心として鉛直面内で回転できるよう回転軸に取り付けられている．回転軸は鉛直な壁に固定されており，回転軸まわりの摩擦力や剛体棒にはたらく空気抵抗は無視できるとする．回転の中心を原点Oとして壁から遠ざかる水平方向に x 軸，鉛直上方に y 軸をとり，反時計回りを正方向として x 軸から見た剛体棒の角度を θ とする．剛体棒は均質で一様断面を持ち，その質量を m，長さを ℓ とする．また，重力加速度を g とする．剛体棒が鉛直上方に直立した状態から0と見なせるほど微小な負の角速度を与えられて回転を始めたとして，以下の設問に答えよ．必要ならば逆三角関数を使ってよい．

(1) 剛体棒の重心まわりの慣性モーメントと一端まわりの慣性モーメントをそれぞれ求めよ．

(2) 剛体棒の角速度 $\dot{\theta}$ を θ の関数として表せ．

(3) 剛体棒が回転軸から受ける抗力の x 成分と y 成分を θ の関数としてそれぞれ求めよ．

(4) 剛体棒が回転軸から受ける抗力の剛体棒に沿った成分が初めて0になるときの角度 θ を求めよ．

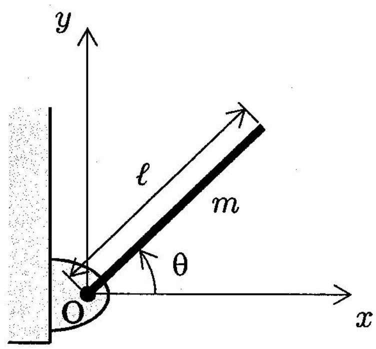


図２

（機械力学の問題はここまで）

【工業数学】

注意：問題毎にそれぞれ別の解答用紙を使用すること．

問題 1 z を複素変数とする．以下の設問に答えよ．

(1) 次の複素関数の極と，対応する位数と留数を求めよ．

$$\frac{2+z^4-2\cosh z^2}{z^9}$$

(2) z の多価関数

$$z^{3i}$$

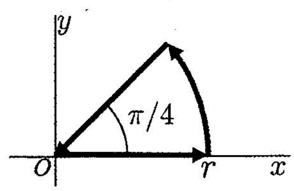
の $z=1-\sqrt{3}i$ における値を全て求めよ．ただし i は虚数単位とする．

(3) 次の積分を計算せよ．

$$\int_{C_0}\frac{dz}{1+z^4}$$

ただし C_0 は，z の実部，虚部をそれぞれ x, y としたときに，$x^2-xy+y^2+x+y=0$ で定義される複素平面における閉曲線を反時計回りに一周する経路である．

問題 2 閉路 C は図に示すように，複素平面において原点を中心とし，正の実軸と接した半径 r，中心角 $\pi/4$ の扇型の周囲を反時計回りに一周する経路である．



これに沿って

$$e^{-z^2}$$

を積分し $r\to\infty$ の極限をとることによって，無限積分

$$\int_0^\infty \sin x^2 dx$$

を求めよ．なお e を自然対数の底とする．また $\int_0^\infty e^{-x^2}dx=\frac{\sqrt{\pi}}{2}$ および正の実数 x に対して $\int_0^{\pi/2} e^{-x\sin\theta}d\theta<\frac{\pi}{2x}$ であることを証明無しに用いてよい．

（工業数学の問題は次ページに続く）

【工業数学】(続き)

問題 3 z を複素変数とし, 関数 f, g をそれぞれ

$$f(z) = \frac{z + z^{-1}}{2}, \quad w = g(z) = \frac{z - 1}{z + 1}$$

とおく. 以下の設問に答えよ.

(1) $f \circ f \circ g^{-1}(w)$ を求めよ. ただし, $\circ$ は関数の合成をあらわす.

(2) $f^n \circ g^{-1}(w)$ を求めよ. ただし

$$f^n = \underbrace{f \circ f \circ \cdots \circ f}_{n\ \text{個}}$$

である. n は非負の整数とする.

(3) 複素平面の右半面 $\{z \in \mathbb{C} \mid \mathrm{Re}\, z > 0\}$ の g による像を求めよ.

(4) z は純虚数ではないものとする. 数列 $z, f(z), f^2(z), f^3(z), \ldots$ が収束する z の値の範囲, ならびにそのときの極限値 $\lim_{n\to\infty} f^n(z)$ を求めよ.

(工業数学の問題はここまで)

【基本ソフトウェア】

注意：問題毎にそれぞれ別の解答用紙を使用すること．

問題 1

以下に示すＣ言語の関数 f(a,n) は，n 要素 ($n > 0$) の配列 a をソート (sort) するものである．ただし a の各要素は int 型の要素 key を持つ構造体 s へのポインタであり，ソートは key の昇順 (ascending order) で行われる．この関数 f() と，これから呼び出される関数 g() と h()，および f() で用いているソートアルゴリズム（以下 A と呼ぶ）について，設問 (1)〜(4) に答えよ．

```
int h(struct s **a, int p, int q) {
  return(a[p]->key<=a[q]->key ? p : q);
}
void g(struct s **a, struct s **b, int *x, int n) {
  int i;
  for (i=(n<<1)-2; i>0; i-=2)  x[(i-1)>>1] = h(a, x[i-1], x[i]);
  for (i=0; i<n-1; i++) {
    int j = n-1+x[0],  m;
    b[i] = (a)________ ;
    x[j] = n;
    for (; j>0; j=m) {
      m = (b)________ ;
      int k = (j & 1) ? (c)________ : (d)________ ;
      if (x[j]==n)         x[m] = x[k];
      else if (x[k]==n)    x[m] = x[j];
      else                 x[m] = (j&1) ? h(a, x[j], x[k]) : h(a, x[k], x[j]);
    }
  }
  b[i] = (e)________ ;
}
void f(struct s **a, int n) {
  int i,  *x = (int*)malloc(sizeof(int)*((n<<1)-1));
  struct s **b = (struct s**)malloc(sizeof(struct s*)*n);
  for (i=0; i<n; i++)  x[n-1+i] = i;
  g(a, b, x, n);
  for (i=0; i<n; i++)  a[i] = b[i];
  free(x);  free(b);
}
```

(1) 下線部 (a)〜(e) を埋めて，関数 g() を完成させよ．

(2) A の平均時間計算量および最悪時間計算量のオーダを，ソート対象のデータ数を N として求め，その理由を簡潔に示せ．

(3) A は本来は安定な (stable) ソートアルゴリズムであるが，f() はデータ数 N がある条件を満たす場合にのみ安定である．この条件を示せ．また任意の N について A が安定となるように h() の return 文を修正したものを示せ．

(4) A と平均時間計算量，最悪時間計算量，および作業領域量のオーダが等しい安定なソートアルゴリズムを一つ挙げよ．

（基本ソフトウェアの問題は次ページに続く）

【基本ソフトウェア】（続き）

問題 2

図 1 はある区画割付け方法（以下 M と呼ぶ）によって，プロセス A〜E が処理された場合の主記憶の空き領域の推移を示している．allocate(X), release(X) はそれぞれプロセス X が要求する領域の割付，解放を表しており，allocate(A) では，A に領域が割り付けられ，斜線部分が使用不可となっている．空き領域全体のサイズを 128KB とし，各プロセスが要求する領域は以下の通りとする．

A: 20KB,　B: 10KB,　C: 24KB,　D: 8KB,　E: 40KB

次の設問 (1)〜(4) に答えよ．

(1) 図 1 の (a)〜(e) の主記憶の状態をそれぞれ図示せよ．なお，使用不可の領域には斜線を引き，領域の分割と併合についても二重線の有無によって明示すること．

(2) 区画割付け方法 M の名称を答えよ．

(3) 断片化と処理の時間コストの観点から M の利点及び欠点を論ぜよ．

(4) M において生じる内部断片化は最悪時におよそ何％であると考えられるか．その理由と共に答えよ．

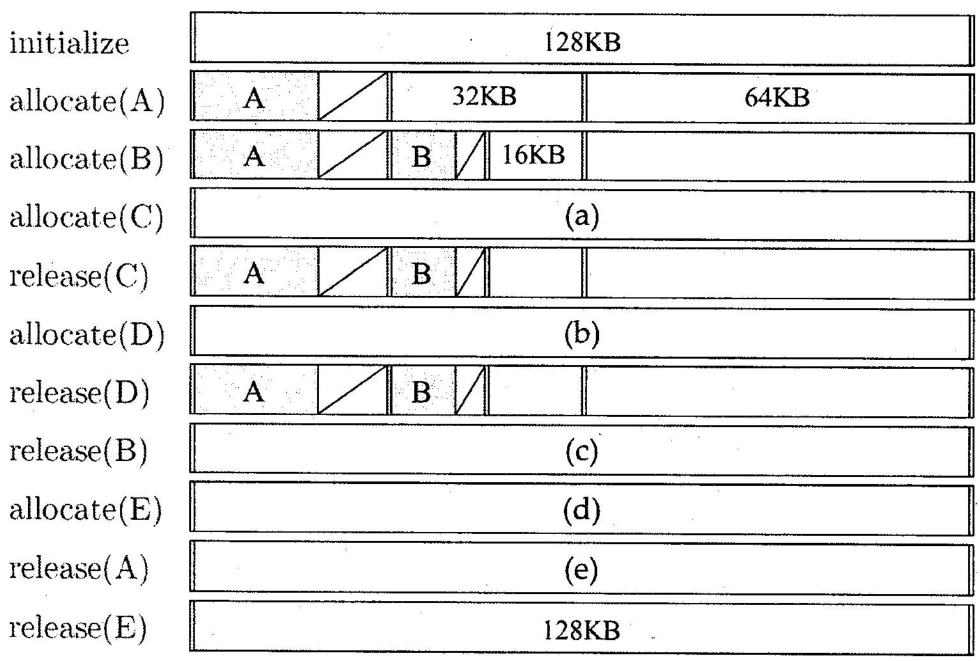


図 1: 主記憶の空き領域の推移

（基本ソフトウェアの問題はここまで）

【電気・電子回路】

注意：　問題毎にそれぞれ別の解答用紙を使用すること.

問題1 図1の回路において，Eは直流電圧源，Rは抵抗，Lはインダクタである.「状態A」はスイッチS_1がオン，スイッチS_2がオフの状態を,「状態B」はスイッチS_1がオフ，スイッチS_2がオンの状態をそれぞれあらわすものとする. 以下の設問に答えよ.

(1) 図1の回路において，時刻$t=0$にスイッチを操作して「状態A」とした. $t<0$で回路に電流が流れていなかったものとして，$t \geq 0$での抵抗Rの端子電圧Vをtの関数として求めよ.

(2) 設問(1)の操作に引き続いて，時刻$t=T_1$に再びスイッチを操作して「状態B」とした. $t \geq T_1$での抵抗Rの端子電圧Vをtの関数として求めよ.

(3) 「状態A」と「状態B」とを周期的に繰り返したところ，回路は周期的定常状態となった. 一周期での「状態A」の時間をT_1,「状態B」の時間をT_2とするとき，抵抗Rの端子電圧Vの最大値と最小値，およびそれぞれの値をいつ取るかを答えよ.

(4) 回路が設問(3)の周期的定常状態にあるものとし，さらに，抵抗を流れる電流Iの時間的な変動が小さく無視できることを仮定する. 抵抗Rの端子電圧Vを概算により求めるため，以下に答えよ.

(a) 一周期で回路が「状態A」にある間に，電源Eが回路になす仕事はいくらか.

(b) 一周期で回路が「状態A」にある間に，抵抗Rで消費されるエネルギーはいくらか.

(c) 一周期で回路が「状態B」にある間に，抵抗Rで消費されるエネルギーはいくらか.

(d) インダクタLが蓄積するエネルギーの時間的な変化に着目し，抵抗Rの端子電圧Vを概算により求めよ.

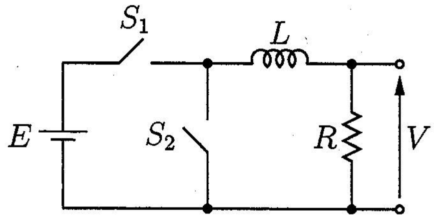


図1

(電気・電子回路の問題は次ページに続く)

【電気・電子回路】（続き）

問題2 図2の回路に関する以下の設問に答えよ．ただし，演算増幅器は理想的であるものとし，V_i は直流電圧源，R_1, R_2, R_3, R_4, R_5, R_L は抵抗である．

(1) 抵抗 R_3 と R_4 の接続点の電位を V_n としたとき，演算増幅器の出力の電位 V_o を，V_i, V_n, R_1, R_2 を用いて表せ．

(2) 抵抗 R_L に流れる電流 I_L と V_n の関係を，R_3, R_4, R_L を用いて表せ．

(3) I_L と V_o の関係を，R_3, R_4, R_5, R_L を用いて表せ．

(4) I_L が R_L の値に依存しなくなるための条件を，R_1, R_2, R_3, R_4, R_5 を用いて表せ．

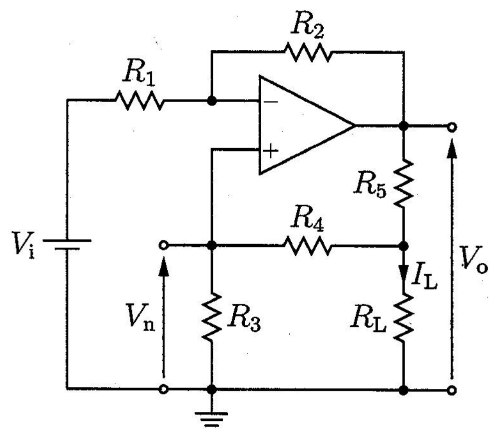


図 2

(電気・電子回路の問題はここまで)

【確率統計】

注意： 問題毎にそれぞれ別の解答用紙を使用すること.

問題 1 確率変数 X が以下の確率密度関数をもつ確率分布にしたがうものとする.

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{\dfrac{1}{\pi\alpha}} x^{-\frac{1}{2}} e^{-\frac{x}{\alpha}} & (x > 0) \\ 0 & (x \leq 0) \end{cases}$$

ここで，$\alpha > 0$ はパラメータである．以下の設問に答えよ．なお，設問への解答では以下の積分を証明なしに用いて良い．

$$\int_0^\infty x^{-\frac{1}{2}} e^{-\frac{x}{\alpha}} dx = \sqrt{\pi\alpha}$$

(1) 確率変数 X の期待値を求めよ．

(2) 確率変数 X の分散を求めよ．

(3) 上記の確率分布を母集団分布としてもつ母集団から n 個の無作為標本 $\mathcal{S} = \{X_1, X_2, \ldots, X_n\}$ が得られたとする．パラメータ α の，$\mathcal{S}$ に基づく最尤推定量を求めよ．

(4) 設問 (3) で求めた最尤推定量が，パラメータ α の不偏推定量であるかどうか，理由をつけて答えよ．

(確率統計の問題は次ページに続く)

【確率統計】（続き）

問題2 以下の設問に答えよ．

(1) 確率変数 X が標準正規分布にしたがうものとする．確率変数 $Y = e^X$ の確率密度関数を求めよ．

(2) 区間 (0,1) 上の一様分布にしたがう確率変数 X を，ある関数 f を用いて変数変換する．変換後の確率変数 $Y = f(X)$ が，確率密度関数

$$p(y) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda y} & (y > 0) \\ 0 & (y \leq 0) \end{cases}$$

をもつように，関数 f を定めよ．ただし，パラメータ $\lambda > 0$ である．

(3) 確率変数 X, Y が次の確率密度関数をもつ同時分布にしたがうものとする．

$$p(x, y) = \begin{cases} \dfrac{1}{\pi} & (x^2 + y^2 \leq 1) \\ 0 & (x^2 + y^2 > 1) \end{cases}$$

このとき，次の変数変換によって得られる確率変数 Z, W は，互いに独立であり，それぞれ標準正規分布にしたがうことを示せ．

$$Z = X\sqrt{\frac{-2\log_e(X^2 + Y^2)}{X^2 + Y^2}}$$
$$W = Y\sqrt{\frac{-2\log_e(X^2 + Y^2)}{X^2 + Y^2}}$$

(確率統計の問題はここまで)

【制御工学】

注意：問題毎にそれぞれ別の解答用紙を使用すること．

問題 1　以下の設問に答えよ．

(1) 図 1 のシステムにおいて，$n \geq 1$ とする．また，G の入出力関係は，w を入力，z を出力としたとき，

$$\frac{dz(t)}{dt} = -0.5z(t) + w(t)$$

で与えられる．図 1 のシステムのステップ応答の定常値 $\lim_{t\to\infty} y(t)$ を求めよ．

(2) 図 2 のフィードバック制御系において，$P(s)$ を $n = 2$ とした図 1 のシステムの伝達関数とし，$K(s) = \alpha$（定数）とする．この制御系のパラメータ $\alpha \in [0, \infty)$ に対する根軌跡を描け．

(3) 図 2 のフィードバック制御系において

$$P(s) = \frac{1}{s^3 + 2s^2 + 5s + 1}, \qquad K(s) = \frac{\alpha}{s}$$

とする．このとき，$\alpha = 1$ の場合と $\alpha = 3$ の場合のそれぞれについて，入力 $r(t) \equiv 1$ に対する定常偏差 $\lim_{t\to\infty}(y(t) - r(t))$ が 0 になるか否かを理由とともに答えよ．

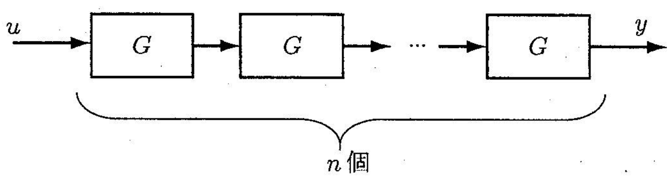


図 1

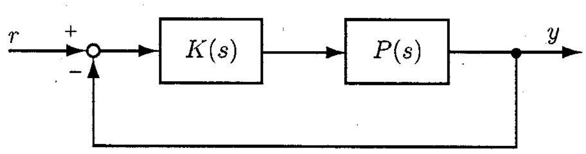


図 2

（制御工学の問題は次ページに続く）

【制御工学】（続き）

問題 2　以下の設問に答えよ．

(1) ゲイン線図の折れ線近似が図 3 のようになる伝達関数を一つ求めよ．

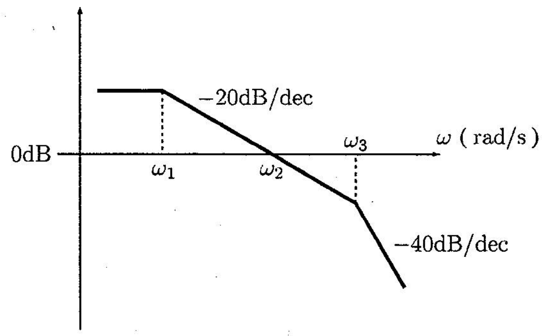


図 3

(2) 図 4 の制御系において，

$$P(s) = \frac{1}{s(s+2)}$$

とする．このとき，閉ループ系を安定化する PD 補償器 $K(s) = K_1 + K_2 s$ の中で，開ループ伝達関数 $P(s)K(s)$ のゲイン交差周波数 が 20 rad/s，位相余裕が 90° となるようなもの（K_1 と K_2 の組）を一つ求めよ．

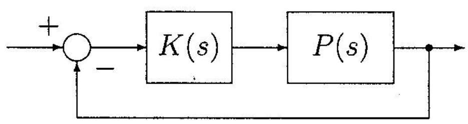


図 4

（制御工学の問題はここまで）

【オペレーションズ・リサーチ】

注意：問題毎にそれぞれ別の解答用紙を使用すること.

問題 1

客が 1 人ずつ平均到着間隔 $1/\lambda$ のポアソン過程に従って到着し，先着順にサービスを受け退去する無限バッファ待ち行列モデルを考える．システムにはサーバが 2 人配置されており，客はサーバ 1 とサーバ 2 の両方から同時にサービスを受け始め，サービス時間は互いに独立で，それぞれ平均が $1/\mu_1$，$1/\mu_2$ の指数分布に従う．客が退去するまでに受けるサービスの形態として，下記の MIN 型と MAX 型の 2 つの場合を考える．なお，客のサービスは，直前の客がシステムから退去した直後，あるいは空のシステムに到着した直後から，サーバ 1 とサーバ 2 で同時に開始される．

- MIN 型
  客はサーバ 1 とサーバ 2 の両サービスを同時に受け始めるが，どちらかのサービス時間が終了すれば退去する．すなわちサーバ 1 およびサーバ 2 のサービス時間をそれぞれ T_1，T_2 とすると，サービス所要時間 T は，$T = \min(T_1, T_2)$ となる．客が退去した時点で，まだ継続中のサービスは終了する．

- MAX 型
  客はサーバ 1 とサーバ 2 の両サービスを同時に受け始め，両方のサービス時間が終了すれば退去する．すなわちサービス所要時間 T は，$T = \max(T_1, T_2)$ となる．

この待ち行列モデルに関して，定常状態の存在を仮定し，各設問に答えよ．

(1) サービスが MIN 型の場合における 1 人の客へのサービス所要時間の確率分布，平均および分散を示せ．

(2) サービスが MAX 型の場合における 1 人の客へのサービス所要時間の確率分布，平均および分散を示せ．

(3) サービスが MIN 型の場合において，定常状態でのシステム内客数の確率母関数と平均を求めよ．

(4) サービスが MAX 型の場合において，定常状態でのシステム内客数の確率母関数と平均を求めよ．

（オペレーションズ・リサーチの問題は次ページに続く）

問題2

サーバ数が無限のサービスシステム・モデルを考える．客は1人ずつ平均到着間隔 $1/\lambda$ のポアソン過程に従って到着する．到着した客には直ちに一つの空きサーバが割り当てられ，サービスが開始される．客のサービス時間は独立でかつ同一の分布に従うものとする．任意の客のサービス時間を X としたとき，その分布関数を H と定義する．すなわち，$H(x) = \Pr(X \leq x)$ $(x \geq 0)$ とする．さらに，平均サービス時間は $h \in (0, \infty)$ とする．このサービスシステム・モデルに関して，次の各設問に答えよ．

(1) 時間区間 $(0, t]$ $(t > 0)$ における客の到着数を $N(t)$ とする．このとき，確率 $\Pr(N(t) = n)$ $(t > 0,\ n = 0, 1, \ldots)$ を示せ．

(2) 時刻 $u \in (0, t]$ に到着した客が，時刻 t においてシステム内にとどまっている (すなわち，サービスを受けている) 確率を求めよ．

(3) ポアソン過程の性質から，任意の時間区間 $(0, t]$ における到着数 $N(t)$ の値が条件として与えられたとき，当該区間に到着した客の到着時刻は，独立でかつ時間区間 $(0, t]$ 内に一様に分布する．したがって，$N(t) = n$ $(t > 0,\ n = 1, 2, \ldots)$ が条件として与えられたとき，時間区間 $(0, t]$ 内の n 個の到着時刻から任意に選んだ一点を T と定義すると，T の分布は他の $n - 1$ 個の到着時刻とは独立でかつ次式を満たす．

$$\Pr(T \in [u, u + \Delta u] \mid N(t) = n) = \frac{\Delta u}{t}, \qquad 0 < u < u + \Delta u \leq t.$$

以上の事実に基づいて，$N(t) = n$ $(t > 0,\ n = 1, 2, \ldots)$ が条件として与えられたとき，時間区間 $(0, t]$ 内に到着した任意の客が，時刻 t においてシステム内にとどまっている確率 p_t を求めよ．

(4) $N(t) = n$ $(t > 0,\ n = 1, 2, \ldots)$ が条件として与えられたとき，時間区間 $(0, t]$ 内に到着した客のうち，k $(k = 0, 1, \ldots, n)$ 人が時刻 t においてシステム内にとどまっている確率を $q_t(n, k)$ とする．このとき p_t を用いて $q_t(n, k)$ を表せ．ただし，サービスシステム・モデルの仮定から，システムに到着した後の客の挙動は，他の客とは独立であることに留意せよ．

(5) 時刻 t $(t \geq 0)$ におけるシステム内の客数を $L(t)$ とする．ただし，$L(0) = 0$ とする．このとき，確率 $\Pr(L(t) = k)$ $(t > 0,\ k = 0, 1, \ldots)$ を，λ と p_t を用いて表せ．

(6) $\rho = \lambda h$ と定義する．このとき，ρ を用いて $\lim_{t \to \infty} \Pr(L(t) = k)$ $(k = 0, 1, \ldots)$ を表せ．

(オペレーションズ・リサーチの問題はここまで)