#### 平成25年度4月期入学

#### 京都大学大学院情報学研究科修士課程

#### システム科学専攻 入学資格者選考試験問題

### 【専門科目】

試験日時:平成24年8月6日(月) 午後1時00分より同4時00分

問題冊子頁数(表紙を除いて): 17頁

選択科目:下記の科目のうち、2科目を選択し解答すること。

【論理回路】(3) 【機械力学】(4)

【工業数学】 (3) 【基本ソフトウェア】 (2)

【電気·電子回路】(2) 【確率統計】(2)

【制御工学】(3) 【オペレーションズ・リサーチ】(2)

なお()内数字は解答用紙の最大使用枚数を示す。

#### 注意:

- (1) 上記科目から2科目を超えて選択してはいけない。3科目以上選択した場合は、本専門科目の答案を無効にすることがある。<u>別紙の選択表への記入を忘れないこと</u>。
- (2) すべての解答用紙に受験番号と氏名を記入すること。
- (3) 解答は上記最大使用枚数に注意すること。対応する解答用紙に解答中の科目名を明記すること。なお各問題に注意書きがあればそれに従うこと。
- (4) 解答を表面に記入しきれない場合は裏面に記入してもよいが、表面において氏名、受験番号、整理番号などと記された部分の裏面にあたる上部を空白にしておくこと。(この上部は切り離すので、点線部分より下側を使用すること。)
- (5) 解答用紙は記入の有無にかかわらず持ち帰ってはならない。

## 【論理回路】

注意:問題毎にそれぞれ別の解答用紙を使用すること.

#### 問題1

図 1 に示す 4 入力 (A0, A1, B0, B1) 3 出力 (S0, S1, S2) を持つ論理回路について、以下の設問に答えよ.

- (1) 点線で示した (a), (b), (c) のうち 2 つは論理的に等価な回路であり、1 つは異なる. 異なるものはどれか、根拠を添えて答えよ.
- (2) (1) で解答した回路について、配線のみを変えることによって、残り2つと等価となるようにした回路図を書け、
- (3) 図1の全体に対して(2)の修正を施した結果として得られる回路は、どのような機能を果たすか、自然言語で簡潔に説明せよ、

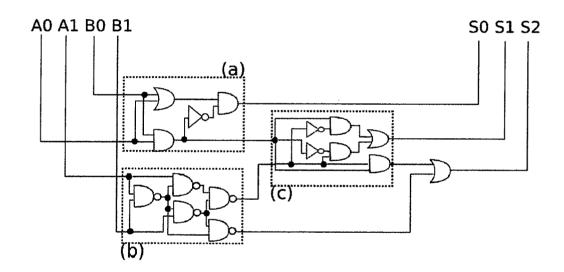


図 1: 回路図

# 【論理回路】(続き)

#### 問題2

図 2 の状態遷移図によって定義される順序回路について以下の設問に答えよ. なお、図中の X/Y の表記は入力 X に対する出力 Y を示している. 例えば、状態 A において入力 1 が与えられると 0 を出力し、状態 B に遷移する.

- (1) 状態の併合によって状態数を減らし、併合後の状態に状態名を割り当てた状態遷移表を示せ.
- (2) 求めた状態遷移表を実現する順序回路を JK フリップフロップと AND, OR, NOT 素子を用いて記述せよ.

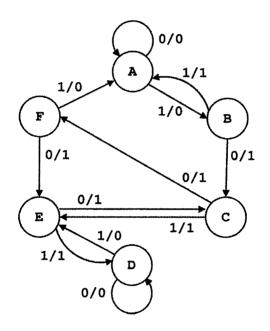


図 2: 状態遷移図

# 【論理回路】(続き)

#### 問題3

3入力 X,Y,Z に基づいて 4 状態  $\mathbf{q}_0,\mathbf{q}_1,\mathbf{q}_2,\mathbf{q}_3$  を遷移しながら 1 出力 T を出す順序回路 を考える。図 3 の状態遷移図において矢印は各条件における状態遷移の方向を表し,矢印に付された条件は X Y Z / T の形式で状態遷移方向選択条件と,そのときの出力を表す。たとえば 1 1 0 / 0 は (X,Y,Z)=(1,1,0) のときに矢印の方向へ状態遷移し,T=0 を出力することを表す。\* はドントケアを表す。4 状態  $\mathbf{q}_0,\mathbf{q}_1,\mathbf{q}_2,\mathbf{q}_3$  をそれぞれ 2 ビットコード (Q0,Q1)=(0,0),(0,1),(1,1),(1,0) に割り当てる。

次状態コード Q0', Q1' および出力 T を, 現状態コード Q0, Q1 と入力 X,Y,Z の最簡積和形論理式で表せ.

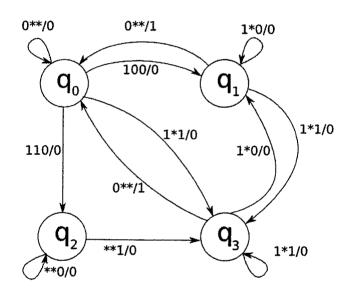


図 3: 状態遷移図

### 【機械力学】

注意:問題1,問題2はそれぞれ別の解答用紙に記入すること.

#### 問題1

図1に示すように、二つの力学台車の左側にそれぞればねが取り付けられている。最初は、左側の質量  $m_1$  の台車(台車1)は剛体壁に固定されており、右側の質量  $m_2$  の台車(台車2)は台車1と連結されている。次に台車1が左の矢印で示す連結装置から静かに解放されると、台車1のばねの圧縮で蓄えられた弾性エネルギー  $E_1$  により、二つの台車が一体となって右方向に走行を始める。左側の台車は重心の座標が  $x_1$ 、右側の台車については  $x_2$  とする。なお、台車が水平面上を走行するとき摩擦力は作用しない。系は保存系として解答せよ。

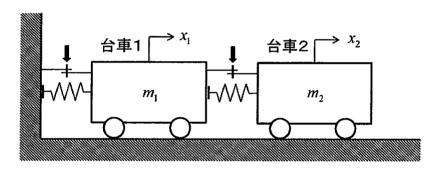


図 1

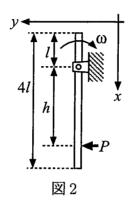
- 1. 二つの台車が一体となり一定速度で走行するとき、その速度を求めよ.
- 2. 上記の設問 1 により二つの台車が一定速度で走行している状態で、両者の間の連結が右側の矢印の位置で静かに切り離された。台車 2 のばねに蓄えられた弾性エネルギー  $E_2$  により相対速度が生じて二つの台車が離れていく。
  - (a) ここで, $E_1 = E_2 = E$ , $m_1 = m/2$ , $m_2 = m$  とおき,両者が分離した後に,それぞれ一定速度で運動するときの速度  $\dot{x}_1$ , $\dot{x}_2$  を求めよ.
  - (b) 同様に, $E_1 = E_2 = E$ , $m_1 = m_2 = m$  の場合について,両者が分離した後に,それぞれ一定速度で運動するときの速度  $\dot{x}_1$ , $\dot{x}_2$  を求めよ.このとき,単独で走行する台車 2 の運動エネルギーを求めよ.

(機械力学の問題は次ページに続く)

### 【機械力学】(続き)

#### 問題2

図 2 に示すように,水平な x-y 平面内に均質で一様断面の剛体棒(長さ 4l,質量 3m)が,一端からの距離 l の部分で x-y 平面と垂直な回転軸で支持され,x 軸と平行に静止している.



- 1. 剛体棒の、回転軸まわりの慣性モーメントを求めよ.
- 2. 回転軸から x 軸方向に距離 h の剛体棒上の点に, y 軸方向に力積 P (> 0) の打撃を与えるとき,回転軸が受ける y 軸方向の力積を Y とする. なお,下記の (a), (b) においては,解に P や Y が含まれても良い.
  - (a) 打撃直後の重心の y 軸方向速度成分を求めよ.
  - (b) 打撃直後の回転の角速度 ω を図の矢印の向きを正として求めよ.

ただし、打撃を受けている時間での剛体棒の運動は、その後の運動と比べて無視できるほど小さい.

3. 設問 2 において、回転軸に y 軸方向の力を発生させない条件を求めよ.

(機械力学の問題はここまで)

# 【工業数学】

注意:問題毎にそれぞれ別の解答用紙を使用すること.

本試験科目では、iで虚数単位を表す。また、zを複素数、 $\bar{z}$ をzの複素共役とする。

問題1 以下の設問に答えよ.

- (1) -1+i の 7 乗の実部と虚部を求めよ.
- (2) 方程式  $e^{z+i} = 1$  の解を求めよ.
- (3)  $\overline{(e^{iz})} e^{-i\overline{z}}$  の実部と虚部を求めよ.

**問題2** つぎの積分の値を求めよ.ただし,m は1以上の任意の整数である.

(1)

$$\int_{|z|=0.5} \frac{z}{z^m - 1} dz$$

(2)

$$\int_{|z|=4} \frac{\sin z}{(z+\pi)^2(z-5)} dz$$

問題 3 関数  $f(z)=\tanh z$  は  $|z|<\frac{\pi}{2}$  で以下のようにテイラー展開可能である。ただし、 $\tanh z=\frac{e^z-e^{-z}}{e^z+e^{-z}}$ , $a_n=\frac{f^{(n)}(0)}{n!}$ , $f^{(n)}(z)=\frac{d^n}{dz^n}f(z)$  である。

$$\tanh z = \sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n \qquad |z| < \frac{\pi}{2}$$

以下の設問に答えよ.

(1) 以下の関係式が成り立つことを示せ.

$$\frac{d}{dz}f(z) + \{f(z)\}^2 = 1$$

(2)  $n \ge 1$  に対して、以下が成り立つことを示せ、

$$a_{n+1} = -\frac{1}{n+1} \sum_{m=0}^{n} a_{n-m} a_m$$

- (3) 設問 (2) に示されている等式を用いて、偶数番目の係数が零になること、すなわち  $a_{2n}=0$  ( $n\geq 0$ ) を示せ、
- (4)  $a_1, a_3, a_5$  を求めよ.

### 【基本ソフトウェア】

注意:問題毎にそれぞれ別の解答用紙を使用すること. 問題1

次ページの C 関数 func (a,n,p,m) は,D 桁 (D  $\geq$  1) の十進数字列(たとえば D = 8 であれば "01234567" や "98765432" など)で表現された n 個の「くじ番号」a [0],...,a [n-1] と, $d_i$  桁 ( $1 \leq d_i \leq D$ ,  $d_i = p[i]$ .d) の当選番号  $c_i = p[i]$ .c の列 p[0],...,p[m-1] が与えられ,くじ番号の下  $d_i$  桁が当選番号に一致するくじに対して  $2^{d_i-1}$  単位の賞金が得られるものとしたとき,得られる賞金の総計をソートと二分探索により求めて返すものである.この関数 func () と,これから呼び出される関数 f (), g (), h () について,設問 (1) と (2) に答えよ.なお,たとえば p[0].d = 3,p[0].c = "567" である場合,p[0] は 3 桁の当選番号 "567" を表現し,下 3 桁が一致するくじ番号(たとえば "01234567")に対して  $2^{3-1} = 4$  単位の賞金が与えられる.また D は,たとえば #define D 8 のように定義されているものとする.

- (1) 関数 f (1) はソートを、関数 g (1) は当選番号とくじ番号の比較を、関数 h (1) は二分探索を、それぞれ行う関数である。下線部 (a)  $\sim$  (f) を埋めて、これらの関数を完成させよ。
- (2) 関数f() で用いているソートアルゴリズムについて、以下の設問 $(a)\sim(d)$ に答えよ.
  - (a) このアルゴリズムの名称を答えよ.
  - (b) このアルゴリズムの平均時間計算量および最悪時間計算量のオーダを、ソート 対象のデータ数を N として答えよ.
  - (c) このアルゴリズムが安定ソートであるか否かを答えよ.
  - (d) func()の機能を実現するためには、このアルゴリズムがクイックソートに比べてより適切である理由を、アルゴリズムの適用条件と性能の観点から述べよ.

### 【基本ソフトウェア】(続き)

```
struct s { int d; char *c; };
char **f(char **a, char **b, int n) {
  int x[10], i, j; char **t;
  for ((a) ) {
    for (j=0; j<10; j++)
                         x[j] = 0;
    for (j=0; j< n; j++) x[a[j][i]-'0']++;
    for (j=1; j<10; j++) x[j] += x[j-1];
    for (j=n-1; j>=0; j--) b[(b)] = a[j];
    t = a; a = b; b = t;
  return(a);
int g(char *c, char *a, int d) {
  int i;
  for (i=1; i<=d; i++) {
    char cc = c[(c)], aa = a[(d)]
    if (cc<aa) return(-1);
    if (cc>aa) return(1);
  }
 return(0);
int h(char **a, int n, int d, char *c) {
 int i, j, k, e;
  if (g(c,a[0], d)<=0) return(0);
 if (g(c,a[n-1],d)>0) return(n);
 for (i=0, j=n, k=n>>1; i< j-1; k=(i+j)>>1) {
    if (g(c,a[k],d)>0)
                        (e)
   else
 }
 return(i+1);
}
int func(char **a, int n, struct s *p, int m) {
 int i, j, w=0;
 char **b = (char**)malloc(sizeof(char*)*n);
 a = f(a,b,n);
 for (i=0; i < m; i++,p++) {
   for (j=h(a,n,p->d,p->c); j< n; j++) {
     if (g(p->c,a[j],p->d)!=0) break;
     w += 1 << (p->d-1);
   }
 }
 return(w);
```

## 【基本ソフトウェア】(続き)

#### 問題2

プロセスのスケジューリングと排他制御に関する次の設問に答えよ. なお, すべての処理は単一コアで構成される単一 CPU によって実行されるものとする.

- (1) 表 1 のプロセスを処理する場合を考える.次の (a)  $\sim$  (c) のスケジューリング方式によって得られる処理系列を示し、平均ターンアラウンド時間を求めよ.ただし、タイムスライスを 2 とし、プロセスの切り替えに要するオーバーヘッドは無視できるものとする.
  - (a) 到着順サービス(first-come first-served: FCFS)
  - (b) 最短時間順サービス (shortest job first: SJF)
  - (c) ラウンドロビン (round-robin)

表 1: プロセス一覧

プロセス	到着時刻	処理時間					
P1	0	6					
P2	3	10					
P3	6	4					
P4	8	2					

- (2) Mutex はバイナリセマフォとも呼ばれ、ロック・アンロック操作によって排他制御を実現する. 次ページに示す Mutex を用いたプログラムの一部について、次の (a)  $\sim$ (d) の設問に答えよ. なお、mx,myは Mutex オブジェクトであり、例えば、mxに対して、7行目においてロック操作、10行目においてアンロック操作がなされている. 変数はすべて大域変数として定義されており、mx,my はいずれも初期化後にアンロックされているものとする.
  - (a) funcA() と funcB() の同時実行を一定回数繰り返したとき、1,3 の順で表示される場合と 2,3 の順で表示される場合の 2 通りの表示結果が得られた。Mutex による排他制御を行わずに同時実行したとき、得られる可能性のある表示結果 をすべて解答せよ。
  - **(b) funcC()** と **funcD()** を Mutex による排他制御を全く行わずに同時実行したとき, 2, 4 の順で表示結果が得られた. このとき, 考えられる処理の流れの一例を示せ.
  - (c) funcC() と funcD() を同時に実行したとき,実行中にある問題が発生した.想 定される問題とは何か,発生原因と共に説明せよ.
  - (d) (c) の問題を防止する方法を説明せよ.

# 【基本ソフトウェア】(続き)

```
1 int x = 0;
 2 \text{ int } y = 0;
 3 pthread_mutex_t mx;
 4 pthread_mutex_t my;
 6 funcA(){
 7
       pthread_mutex_lock(&mx);
       x = x + 1;
 9
       printf("%d\n", x);
10
       pthread_mutex_unlock(&mx);
11 }
12
13 funcB(){
       pthread_mutex_lock(&mx);
15
       x = x + 2;
16
       printf("%d\n", x);
17
       pthread_mutex_unlock(&mx);
18 }
19
20 funcC(){
21
       pthread_mutex_lock(&mx);
22
       x = x + 1;
23
       pthread_mutex_lock(&my);
24
       y = y + 2;
25
       printf("%d\n", x+y);
26
       pthread_mutex_unlock(&my);
27
       pthread_mutex_unlock(&mx);
28 }
29
30 funcD(){
31
       pthread_mutex_lock(&my);
32
       y = y + 1;
33
       pthread_mutex_lock(&mx);
       x = x + 2;
34
       printf("%d\n", x+y);
35
36
       pthread_mutex_unlock(&mx);
37
       pthread_mutex_unlock(&my);
38 }
```

# 【電気・電子回路】

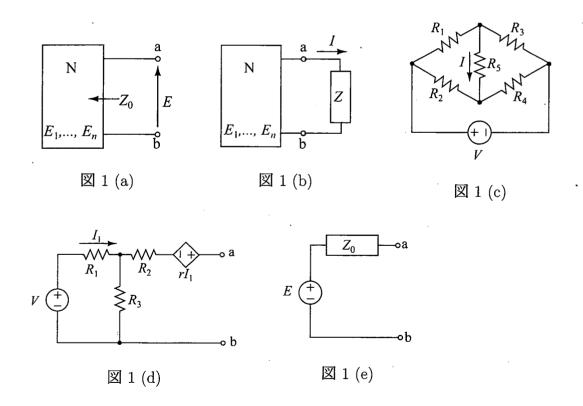
注意: 問題毎にそれぞれ別の解答用紙を使用すること.

問題1 以下の設問に答えよ.

(1) 図 1(a) のように、n 個の独立電圧源  $E_1, \ldots, E_n$  と線形受動素子からなる回路 N があり、端子 a-b 間の開放電圧を E とする。また、回路 N の全ての独立電圧源の電圧値を 0 としたときの、端子 a-b 間のインピーダンスを  $Z_0$  とする。図 1(b) のように回路 N の端子 a-b 間にインピーダンス Z を接続したとき、Z に流れる電流 I は次式で与えられること(テブナンの定理)を、重ねの理(重ね合わせの原理)を用いて示せ

$$I = \frac{E}{Z_0 + Z}$$

- (2) 図 1(c) に示す回路で、 $R_1, \dots, R_5$  は抵抗、V は独立直流電圧源である。 設問 (1) の式を用いて、抵抗  $R_5$  に流れる電流 I を求めよ
- (3) 図 1(d) に示す回路で, $R_1,R_2,R_3$  は抵抗,V は独立直流電圧源, $rI_1$  は電圧値が電流  $I_1$  の r 倍となる従属直流電圧源である.この回路の等価回路(図 1(e))の,等価電圧源電圧 E と等価インピーダンス  $Z_0$  を, $R_1$ , $R_2$ , $R_3$ ,r, V を用いて表せ.



(電気・電子回路の問題は次ページに続く)

# 【電気・電子回路】(続き)

問題2 以下の設問に答えよ. 但し、演算増幅器は理想的であるとする.

- (1) 図 2 の回路において、C はキャパシタ、R は抵抗である。接地面を基準 とした節点 A の電位  $v_A$  を  $v_o$  により表せ、
- (2) 回路の伝達関数  $T(j\omega) = v_o/v_i$  を求めよ.但し,j は虚数単位, $\omega > 0$  は 角周波数である.
- (3)  $|T(j\omega)|$  の値を最大とする角周波数  $\omega_{opt} > 0$  の値を求めよ.
- (4) 図2の回路に関する記述として最も適切なものを以下の(ア)から(ウ)の中から選択し、その理由を設問(2)の解答を使って述べよ。
  - (ア) 回路は低域通過フィルタとして動作する.
  - (イ) 回路は高域通過フィルタとして動作する.
  - (ウ) 回路は帯域通過フィルタとして動作する.

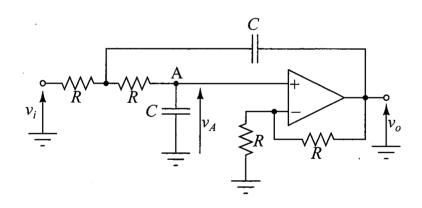


図 2

### 【確率統計】

以下ではPr(A) は事象 A の確率を表す.

問題 1  $X_1, X_2, ..., X_n$  (n > 2) は互いに独立で、同一の微分可能な確率分布関数 F(x) と 対応する確率密度関数 f(x) をもつ実数値確率変数とする. また、確率変数 Y, Z を

$$Y = \max\{X_1, X_2, ..., X_n\}, Z = \min\{X_1, X_2, ..., X_n\}$$

とおく. つまり、Y は  $X_1, X_2, ..., X_n$  の中の最大値、Z は  $X_1, X_2, ..., X_n$  の中の最小値である. このとき、以下の設問に答えよ.

(i)

$$\Pr(Y \le y) = \Pr(X_1 \le y, X_2 \le y, ..., X_n \le y),$$
  
 $\Pr(Z \ge z) = \Pr(X_1 \ge z, X_2 \ge z, ..., X_n \ge z)$ 

であることを示せ.

(ii) 確率変数 Y, Z の結合確率分布関数を G(y, z) とすると,

$$G(y,z) = \Pr(Y \le y) - \Pr(Y \le y, Z > z)$$

$$= \begin{cases} (F(y))^n - (F(y) - F(z))^n & (y > z) \\ (F(y))^n & (y \le z) \end{cases}$$

であることを示せ、また、対応する結合確率密度関数 g(y,z) を求めよ、

(iii) 最大値と最小値の差の確率変数を W=Y-Z とすると、W の確率分布関数 H(w) は

$$H(w) = n \int_{-\infty}^{\infty} f(z) [F(z+w) - F(z)]^{n-1} dz$$

で与えられることを示せ.

(iv)  $X_i$  が (0,1) 上の一様分布に従うとき,H(w) を求め,その確率密度関数が最大となる w の値を求めよ.

(確率統計の問題は次ページに続く)

# 【 確率統計 】(続き)

- 問題 2 平均値  $\mu$ , 分散  $\sigma^2$  が未知の正規母集団  $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$  から大きさ (n+1) の互いに独立なサンプル  $\{X_1, ..., X_n, X_{n+1}\}$  をとる。そして、 $\{X_1, ..., X_n\}$  に対する標本平均を  $\bar{X}$ 、標本平方和を  $S = \sum_{i=1}^n (X_i \bar{X})^2$  とする。このとき、以下の設問に答えよ。
  - (i)  $X_{n+1} \bar{X}$  の従う分布を求めよ.
  - (ii)  $\bar{X}$  と確率変数ベクトル  $(X_1 \bar{X}, ..., X_n \bar{X})$  は独立であることを示せ.
  - (iii)  $\frac{S}{\sigma^2}$  は自由度 (n-1) のカイ二乗分布に従うことを用いて, $\sigma^2$  の不偏推定量  $\hat{\sigma}^2$  を作れ.
  - (iv)  $X_{n+1} \bar{X} \, \, \angle \, \hat{\sigma}^2 \,$ は独立であることを示し、

$$\frac{X_{n+1} - \bar{X}}{\hat{\sigma}\sqrt{1 + \frac{1}{n}}}$$

が従う分布を述べよ.

(v)  $X_{n+1}$  に対する予測区間を $\bar{X}$  と $\hat{\sigma}$ を用いて, $[\bar{X}-k\hat{\sigma},\bar{X}+k\hat{\sigma}]$  とするとき,この 区間に $X_{n+1}$  が存在する確率が $1-\alpha$  である,すなわち, $\Pr(\bar{X}-k\hat{\sigma}\leq X_{n+1}\leq \bar{X}+k\hat{\sigma})=1-\alpha$  (0 <  $\alpha$  < 1) となるk を求めよ.ただし,設問 (iv) の分布の 分位点を定義して解答してよい.

(確率統計の問題はここまで)

### 【制御工学】

下図に示す制御系に関して下記の設問に答えよ.

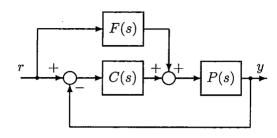


図 1: 制御系

(a-1) P(s), C(s), F(s)  $\mathcal{N}$ 

$$P(s) = \frac{1}{s(s+10)}, \quad C(s) = \frac{K_1s + K_2}{s}, \quad F(s) = K_0$$

で与えられ、 $K_0$ 、 $K_1$ 、 $K_2$  は非負の定数ゲインとする。制御系が安定となるためにゲインの組 $(K_0, K_1, K_2)$  が満たすべき条件を求めよ.

(a-2) 設問 (a-1) において、r(t) をステップ目標値とする。制御系が安定である限り、 $K_0$  の値にかかかわらず、y(t) が定常偏差なく r(t) に追従することを示せ。

(b-1) 
$$P(s) = \frac{1}{s(s+10)}, \quad C(s) = \frac{10s+1}{s}, \quad F(s) = 0$$

とする. 周波数  $0.01 \sim 100 \text{ rad/s}$  の範囲で一巡伝達関数 P(s)C(s) のボード線図を描け. ゲイン線図は折れ線近似で良い. 位相に関しては下表の一次系のデータを参照せよ.

表 1: T(s) = 1/(s+1) の周波数応答(位相)

$\omega \; (\mathrm{rad/s})$	0.1	0.2	0.5	1	2	5	10
$\angle T(j\omega)$ ( $^{\circ}$ )	-6	-11	-27	-45	-63	-79	-84

(b-2) 設問 (b-1) のボード線図中に位相余裕の大きさを明示し、その値 (°) を求めよ.

(c-1) 
$$P(s) = \frac{1}{s^3 + 4s^2 + s + 1}, \quad C(s) = 1, \quad F(s) = 0$$

とする. P(s) のベクトル軌跡 ( $\omega=0\sim\infty$  まで変化させた時の  $P(j\omega)$  の軌跡) の概形を描け. ただし、図中には、軌跡の始点と終点を示し、実軸および虚軸と軌跡が交わる点の座標およびその時の角周波数  $\omega$  の値を明示すること.

(c-2) ナイキストの安定判別法の目的と手順について説明し、これに基づいて、設問 (c-1) の場合に制御系が安定か否か判別せよ、また、制御系が安定である場合はゲイン余裕を求めよ、

### 【オペレーションズ・リサーチ】

注意: 各問題はそれぞれ別の解答用紙に解答すること.

#### 問題 1

M 種類のタイプの客がそれぞれ到着率  $\lambda_i$   $(i=1,\ldots,M)$  のポアソン過程に従って到着する待ち行列モデルを考える。各客を,M 人のサーバから選ばれた 1 人のサーバに割り当て,各客はそのサーバから,平均  $1/\mu$  の指数分布に従う時間のサービスを受ける。このサービス時間はタイプには依存しないものとする。また,システム内の客数には上限はないものとする。

客の各サーバへの割り当てに関しては次の2つの場合を考える.

- 1. 各タイプにそれぞれ1人のサーバが割り当てられており、サーバは空き状態であって も割り当てられたタイプ以外の客は処理できない、従ってそれぞれのタイプ毎に待ち 行列ができる、これを分散型モデルと呼ぶことにする、
- 2. 各タイプの客はどのサーバからでも処理を受けられる. 従って待ち行列は客全体に共通でひとつである. これを集中型モデルと呼ぶことにする.

分散型モデルおよび集中型モデルに関して平衡状態の存在を仮定し、次の問に答えよ.

- 問1 分散型モデルで平衡状態においてシステム内に滞在するタイプ *i* の客数の分布 と平均客数を示せ.
- 問2 集中型モデルで平衡状態においてシステム内に滞在する客の総数の分布と平均 総客数を示せ.

上の集中型モデルで M 人のサーバを 1 人のスーパー・サーバで置き換えたときに次の間に答えよ、但しこの場合のサービス時間は平均  $1/(M\mu)$  の指数分布に従うものとする.

問3 平衡状態においてシステム内に滞在する客の総数の分布と平均総客数を示せ.

### 【オペレーションズ・リサーチ】(続き)

#### 問題 2

生産ラインの待ち行列モデルとして次のようなものを考える。半製品が到着率  $\lambda$  のポアソン過程に従い到着し、1 台の機械で最終加工を受け、出荷される。ライン内の加工待ち半製品総数には制限がないものとする。

各半製品は先着順に加工処理を受け、1 回の加工時間は一定長 c であり、加工終了後検査を受け、良品であれば出荷される。不良品であれば再度直ちに引き続き加工され、検査に合格するまで一定時間長 c の加工処理が繰り返される。毎回の加工処理後、検査に合格する確率を p とし、検査に要する時間を無視できるときに、平衡状態の存在を仮定し、次の間に答えよ。

- 問1 1個の半製品に関して、初めての加工開始から始まり、出荷されるまでの総加工 時間分布を求めよ、分布のLST (ラプラス・スティルチェス変換)を示しても 良い.
- 問2 平衡状態において生産ライン内に滞留する半製品の個数分布の確率母関数と平均総個数を示せ.

上の生産ラインで 1 回の加工時間が一定長ではなく、平均  $1/\mu$  の指数分布に従う場合を考える、次の間に答えよ、

問3 平衡状態において生産ライン内に滞留する半製品の個数分布の確率母関数と平均総個数を示せ.