

含周期变动项的预测模型的建立与应用

吴 涛,许义生

(安徽大学 数学系,安徽 合肥 230039)

摘 要:经济指标的变动具有明显的周期性,普通的回归预期测模型仅能反映趋势变动,误差通常很大.本文利用周期图方法,搜索出变量的隐含周期,并在此基础上,构造含周期变动项的预测模型.实例表明,该模型具有很高的拟合度和预测精度.

关键词:周期变动;模型;预测误差

中图分类号:F224.7 **文献标识码:**B **文章编号:**1000 - 2162(2002)04 - 0014 - 04

0 引 言

国内外的经济发展表明经济指标的变动具有明显的周期性,但长期以来经济预测多是采取一般的线性回归分析模型,预测误差较大.文献[1]用比较均方误差来搜索周期的方法建立了一种含周期变动的回归预测模型,但经济波动并非是单周期变动,而是多周期的叠加,故该模型的预测精度并非很高.本文利用时间序列分析中的周期图特性确定经济变量的隐含周期,建立带周期变动项的预测模型,并将其应用于全国城镇居民年均生活消费额的预测,结果表明该种模型具有较高的拟合度和预测精度.

1 含周期变动项预测模型的结构

经济变量 Y 的变化主要包括三部分:长期变动趋势 Y_t 、周期变动 Y_c 及随机因素,即:
 $y = y_t + y_c + \dots$. 设与 y 相关的变量主要是 x_1, x_2, \dots, x_n , 则 y_t 可以表示为: $y_t = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$, 一般地,设 $f(\cdot)$ 是线性函数或特定的非线性函数; y 包含 k 个周期,其对应的频率分

别为 f_1, f_2, \dots, f_k , 则: $y_c = \sum_{j=1}^k (a_j \cos 2 f_j t + b_j \sin 2 f_j t)$, 其中: a_j, b_j 为常数, 是服从 $N(0, \sigma^2)$ 的随机误差. 于是,含周期变动的 y 的数学模型可以描述为:

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n) + \sum_{j=1}^k (a_j \cos 2 f_j t + b_j \sin 2 f_j t) + \epsilon_t \sim N(0, \sigma^2) \quad (1)$$

其中 t 表示时间,若有观测数据: $y^i, x_1^i, x_2^i, \dots, x_n^i, i = 1, 2, \dots, N$, 用最小二乘法,得到 y_t 的估计 $y_t = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$, 它是不含周期变动的趋势变化. 对序列 $y^i = y^i - y_t^i, i = 1, 2, \dots, N$, 估计 y 各周期的频率 f_j 及相应的系数 $\hat{a}_j, \hat{b}_j (j = 1, 2, \dots, k)$, 得 y 周期分量的估计:

收稿日期:2002 - 05 - 20

基金项目:安徽省教育厅自然科学基金资助项目(2002 KJ002).

作者简介:吴 涛(1970 -),男,安徽太和人,安徽大学讲师,硕士.

$y_c^j = \sum_{j=1}^k (\hat{a}_j \cos 2 f_j t + \sin 2 f_j t)$, 于是, y 关于(1)的回归模型是:

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n) + \sum_{j=1}^k (\hat{a}_j \cos 2 f_j t + \sin 2 f_j t) \quad (2)$$

下面说明 f_j 及 $\hat{a}_j, b_j, (j=1, 2, \dots, k)$ 的确定方法.

2 隐含周期的测定

设样本长度 N 为周期 $\frac{1}{f_j}$ 的 P_j 倍, 即: $f_j = \frac{P_j}{N}, 0 < P_j < \frac{N}{2}, j=1, 2, \dots, k$ (3)

其中: $[x]$ 表示不大于 x 的最大整数. 对 $y^t = \sum_{k=1}^k (\hat{a}_j \cos 2 f_j t + b_j \sin 2 f_j t) + \dots$ 中 \hat{a}_j, b_j 应用最小二乘法, 得正规方程:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^k \hat{a}_i \sum_{t=1}^N \cos 2 f_i t \cos 2 f_j t + \sum_{i=1}^k b_i \sum_{t=1}^N \cos 2 f_i t \sin 2 f_j t &= \sum_{t=1}^N y^t \cos 2 f_j t \\ \sum_{i=1}^k \hat{a}_i \sum_{t=1}^N \cos 2 f_i t \sin 2 f_j t + \sum_{i=1}^k b_i \sum_{t=1}^N \sin 2 f_i t \sin 2 f_j t &= \sum_{t=1}^N y^t \sin 2 f_j t, j=1, 2, \dots, k \end{aligned} \quad (4)$$

根据正、余弦函数的正交性有:

$$\begin{aligned} \sum_{t=1}^N \cos 2 \frac{pt}{N} \cos 2 \frac{qt}{N} &= \begin{cases} 0, & p \neq q \\ N, & p = q \end{cases} \quad 0 < p = q < \frac{N}{2} \\ \sum_{t=1}^N \sin 2 \frac{pt}{N} \sin 2 \frac{qt}{N} &= \begin{cases} 0, & p \neq q \\ N, & p = q \end{cases} \quad 0 < p = q < \frac{N}{2} \\ \sum_{t=1}^N \cos 2 \frac{pt}{N} \sin 2 \frac{qt}{N} &= 0, \quad p, q < \frac{N}{2} \end{aligned}$$

当 f_i 满足(3)式, 得:

$$\hat{a}_j = \frac{2}{N} \sum_{t=1}^N y^t \cos 2 f_j t, b_j = \frac{2}{N} \sum_{t=1}^N y^t \sin 2 f_j t, j=1, 2, \dots, \frac{N}{2} \quad (5)$$

由周期图的定义知: 序列 y^t 的周期图

$$I_N(f) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N y^t e^{i2\pi f t} \overline{y^t e^{i2\pi f t}} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N y^t \cos 2 \pi f t^2 + \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N y^t \sin 2 \pi f t^2$$

在(3)式给定的频率值上计算周期图值 $I_N(f_j)$, 结合(5)式有: 若 y^t 中隐含周期 $\frac{1}{f_j}$

$$I_j = \frac{N}{4} (\hat{a}_j^2 + b_j^2)$$

$$E(I_j) = \frac{N}{4} E(\hat{a}_j^2 + b_j^2) = \frac{N}{4} (a_j^2 + 2 \frac{1}{N} + (b_j^2 + 2 \frac{1}{N})) = \frac{N}{4} (a_j^2 + b_j^2) + \frac{1}{2} \quad (6)$$

由此可见, 当 f_j 确实是 $\{y^t\}$ 的隐含周期的频率时, $E(I_j) = O(N)$, 周期图有较大的峰值. 反

之,当 f_j 不是隐含周期的频率时, $a_j^2 + b_j^2$ 近似于 0, $E(I_j) = 2$, 其值很小,运用这个原理,可以判断满足(3)式的周期是否是序列 $\{y^l\}$ 的周期.

3 含周期变动项的城镇居民消费预测模型

下面我们依据 1991 ~ 1996 年的数据,建立全国城镇居民年人均消费 y 关于城镇居民年人均可支配收入 x 的预测模型,并与实际作比较.

用最小二乘法得全国城镇居导年人均消费的趋势模型为 $y_t = 67.103 + 0.802019x$,利用(2)中的方法得隐含周期的频率为: $f_1 = \frac{1}{16}, f_2 = \frac{1}{18}, f_3 = \frac{5}{16}$,故,最后的预测模型为:

$$y_t = 67.103 + 0.80019x - 21.488\cos\frac{2}{16}t - 407991\sin\frac{2}{16}t + 23.394\cos\frac{2}{8}t - 2.3254\sin\frac{2}{8}t - 17.514\cos2\frac{5}{16}t - 11.089\sin2\frac{5}{16}t$$

用此模型与文[1]中的模型进行数据似合,结果如表 1:

表 1 模型似合结果比较

年份	实际值	一般回归		文[1]的模型		本文模型	
		y	y - y	y	y - y	y	y - y
1981	456.84	467.2	10.356	452.99	3.8454	456.86	0.022058
1982	471	495.46	24.459	471.56	0.56449	494.77	23.771
1983	505.92	525.51	19.594	499.51	6.0407	482.73	23.187
1984	559.44	595.32	35.882	575.47	16.03	556.04	3.4005
1985	673.2	666.38	6.8218	658.98	14.222	675.69	2.4947
1986	798.96	795.24	3.72	802.64	3.6806	804.82	5.8632
1987	884.4	877.05	7.349	896.9	12.503	896.31	11.906
1988	1103.98	1021	82.96	1047	56.959	1083.4	20.563
1989	1210.95	1177.6	33.341	1201.5	9.4473	1217.7	6.7882
1990	1278.89	1285.6	6.7276	1299.8	20.929	1281.7	2.7646
1991	1453.81	1437.9	15.909	1437.9	15.909	1444.3	9.5009
1992	1671.73	1692.7	20.974	1678.5	6.7724	1685.2	13.468
1993	2110.81	2142.1	31.302	2118.2	7.4079	2103	7.8101
1994	2851.34	2869.6	18.261	2843.6	7.74	2864.7	13.328
1995	3537.57	3498.4	39.2	3478.5	59.052	3515.5	22.082
1996	3919.47	3941.2	21.747	3933.8	14.346	3925.6	6.138
平均绝对误差		23.663		15.988		10.818	
误差平方和		14546		8563.6		2808.8	

由此可见:该模型的拟合优度比一般回归模型、文[1]中的模型的拟合优度都有较大的提提高. 下面我们再利用已知的 1997、1998 年的城镇居民的人可支配收入,代入这种带周期的预测模型,预测这两个年度的城镇居民人均消费,结果如表 2.

表 2 城镇居民人均消费预测值

年份	实际值	文[1]中模型		本文模型	
		y	y - y	y	y - y
1997	4185. 6	4203. 9	18. 289	4186	0. 3658
1998	4331. 6	4428. 5	96. 947	4407. 5	75. 901

同样,模型(7)的测预结果优于文[1]中模型的预测结果,从而可知:这种建模的方法可以提高模型的拟合优度和预测精度,是可行且有效的. 我们可以建立城镇居民可支配收入的预测模型,用(7)进行中短期预测,以用于社会分配、消费结构变化等问题的研究.

参考文献:

[1] 葛新权. 一种包含周期变动的回归预测模型[J]. 预测,1998.
[2] 杜金观,等. 时间序列分析——建模与预报[M]. 合肥:安徽教育出版社,1991. 5.
[3] 国家统计局. 改革开放十七年的中国地区经济[M]. 北京:中国统计出版社,1996. 12.
[4] 国家统计局. 中国统计年鉴(1999) [M]. 北京:中国统计出版社,1999.

A kind forecasting model with cyclic fluctuation and its application

WU Tao XU Yi - sheng

(Department of Mathematics ,Anhui University ,Hefei 230039 ,China)

Abstract : Economic forecasting models that established using method of ordinary regression analysis often have high error rate ,for economic variables change petiodically ,but regression model just reflect trend fluctuation. Based on cyclic graph ,this paper mensurate the connotaaive cycles of variable and give a kind of forecasting model with cyclic fluctuation ,an instance indicates that this kind model improve the accuracy of economic forecasting.

Key words :cyclic fluctuation ,model ,forecasting error

论文降重、修改、代写请加微信（还有海量Kindle电子书哦）



免费论文查重，传递门 >> <http://free.paperyy.com>



阅读此文的还阅读了：

1. [包含周期变动的回归预测模型及其应用](#)
2. [含周期变动项的预测模型的建立与应用](#)
3. [Compertz预测模型的建立与应用](#)
4. [KPCA_SVM水文时间序列预测模型的建立与应用](#)
5. [一种包含周期变动的回归预测模型](#)
6. [事故预测模型的建立与应用](#)
7. [移动通信家庭用户预测模型的建立与应用](#)
8. [封闭气藏压力预测模型的建立与应用](#)
9. [蚕茧收购价格预测模型的建立与应用](#)
10. [辽宁省2005～2020年GDP预测模型的建立与应用](#)