博弈论

有限理性博弈的特点:

- 第一类有限理性，接近理性人但会犯偶然性错误，例如第三章中的颤抖手均衡。（中）

- 第二类有限理性，理性程度比较高，在预见性、判断分析、决策能力方面存在一定的局限，但具有较强的学习、模仿和调整能力。例如第八章的博弈学习模型。（高）
- 第三类有限理性，理性程度低，决策选择比较盲目，例如第八章中的进化博弈论。（低）

完全信息静态博弈

博弈活动构成要素

- 博弈方
- 各博弈方的策略或行为
- 博弈的次序或规则
- 博弈方的得益或支付

上策与上策均衡

- **上策:**不管其它博弈方选择什么策略，一博弈方的某个策略给他带来的得益 **始终高于其它的策略，至少不低于**其他策略的策略
  - 囚徒困境中的“坦白”;双寡头削价中“低价”。
- **上策均衡:**一个博弈的某个策略组合中的**所有策略都是各个博弈方各自的 上策**，必然是该博弈比较稳定的结果。

纳什均衡

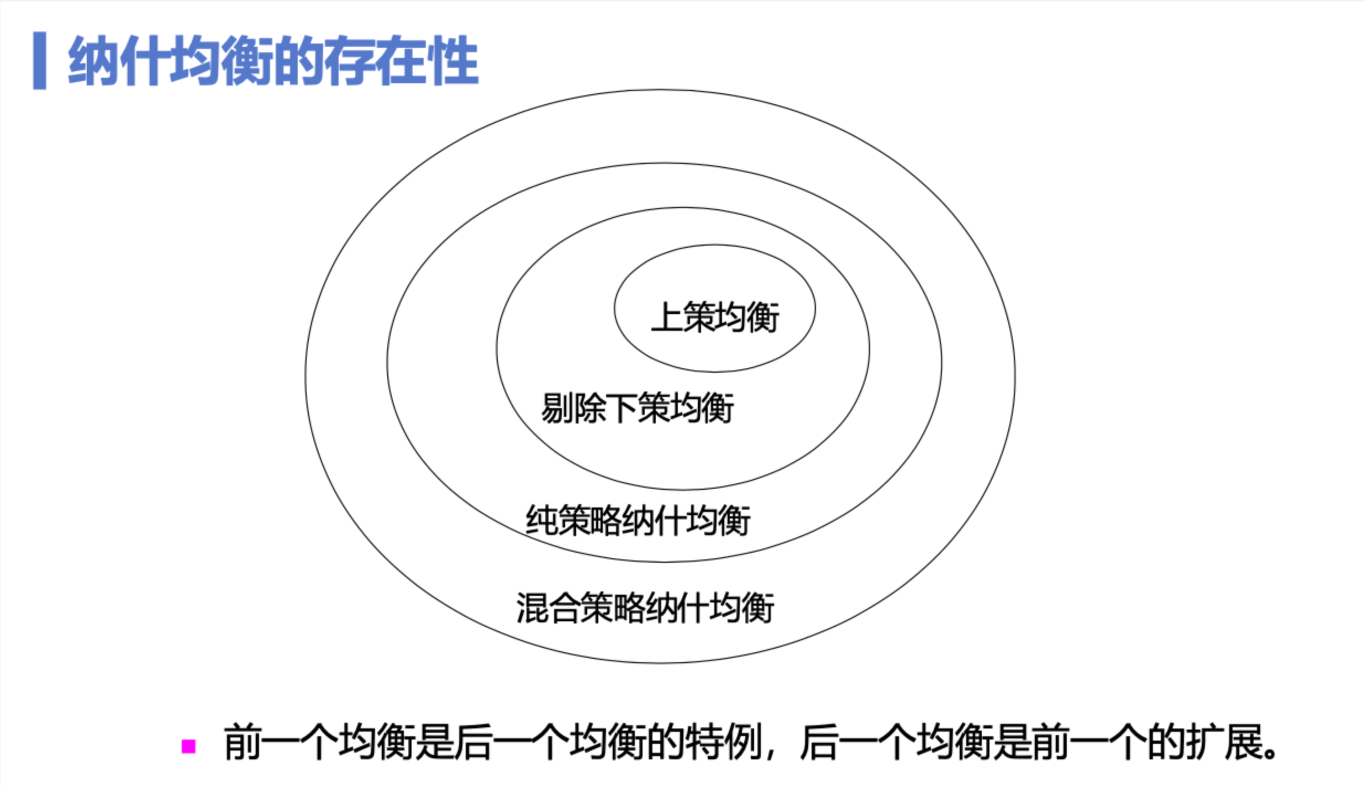
所有参与人选择的最优策略一起构成一个策略组合，即为纳什均衡。

任何一个玩家在已知其他玩家策略的前提下，**都没有动机单方面改变自己的策略**

关系

上策均衡一定是纳什均衡;纳什均衡不一定是上策均衡。

纳什均衡一定是重复剔除严格下策过程中没有被剔除的策略组合，但没有被剔除掉的策略组合不 一定是纳什均衡，除非它是唯一的



子博弈完美纳什均衡是完美贝叶斯均衡的一个特例，完美贝叶斯均衡在静态博弈 中就是纳什均衡(理性

属性	纳什均衡	帕累托效率
是否稳定	是（无偏离动机）	不一定
是否高效	不一定	是
评价角度	稳定性（博弈视角）	效率（资源配置视角）

有限策略：囚徒困境：划线法/箭头法

3.33 所有ppt

找出每个玩家在对方策略已知时的最优选择

（B固定L/R时A的最优）（A固定U/D时B的最优）

> **Note**
>
> | 玩家A \ 玩家B | 左（L） | 右（R） |
> | --- | --- | --- |
> | 上（U） | 3, 2 | 1, 1 |
> | 下（D） | 0, 0 | 2, 3 |
>
> 此博弈有两个纯策略纳什均衡

无限策略：反应函数法

3.63双寡头古诺模型 同时决策--选择产量-- P=8-Q

**习题*

3.66双寡头卡特尔模型 联合垄断--总体利益最大

**习题*

3.71双寡头伯特兰德模型 同时决策--选择价格

纯策略与混合策略

3.86

⚫策略:博弈方在给定信息集的情况下选择行动的规则，它规定博弈方在什么情况下选择什么行动，是博弈方的“相机行动方案”

⚫**纯策略**:如果一个策略规定博弈方在每一个给定的信息情况下只选择一种特定的行动。该策略为纯策略。

⚫**混合策略**:如果一个策略规定博弈方在给定信息情况下以**某种概率分布**随机地选择不同的行动，则该策略为混合策略。

纯策略是特殊的混合策略

⚫ **纳什定理:**任何有限策略博弈均有(混合策略的)纳什均衡存在。

- *习题* 3.92 寻找混合策略纳什均衡概率分布：**得益等值法**；几何法

一个玩家只会在自己各个可选策略**期望收益相同**（即无差异）的情况下才有动机混合使用这些策略，列出玩家的期望收益表达式，并设其等值。

> ⓘ **Note**
>
> | 玩家A \ 玩家B | L | R |
> |---|---|---|
> | U | 2, 1 | 0, 0 |
> | D | 1, 0 | 1, 2 |
>
> 1. **使玩家A对B的策略无差异:**
>
> 玩家A在L时的预期收益:
>
> $$EU_A(L) = 2p + 1(1-p) = 2p + 1 - p = p + 1 \quad (1)$$
>
> 玩家A在R时的预期收益:
>
> $$EU_A(R) = 0p + 1(1-p) = 1 - p \quad (2)$$
>
> 令两者相等:

$$p + 1 = 1 - p \Rightarrow 2p = 0 \Rightarrow p = 0 \tag{3}$$

- **奇数定理:**几乎所有有限静态博弈的纳什均衡的数目是有限的， 而且是奇数

多重纳什均衡

帕累托上策均衡 多个纳什均衡的某一个给所有博弈方带来的得益都大于其他所有纳什均衡带来的得益，则各个博弈方都会倾向于此纳什均衡的策略

风险上策均衡 如果所有博弈方在预计其他博弈方采用各种策略的概率相同时，某一策略给他带来的期望得益最大，各博弈方都偏爱这样的策略的策略组合

**习题* ！3.128 猎鹿博弈

完全且完美信息动态博弈

名词解释：完全了解得益；完全了解先行博弈过程；先后行动；

（扩展式表述：博弈树）

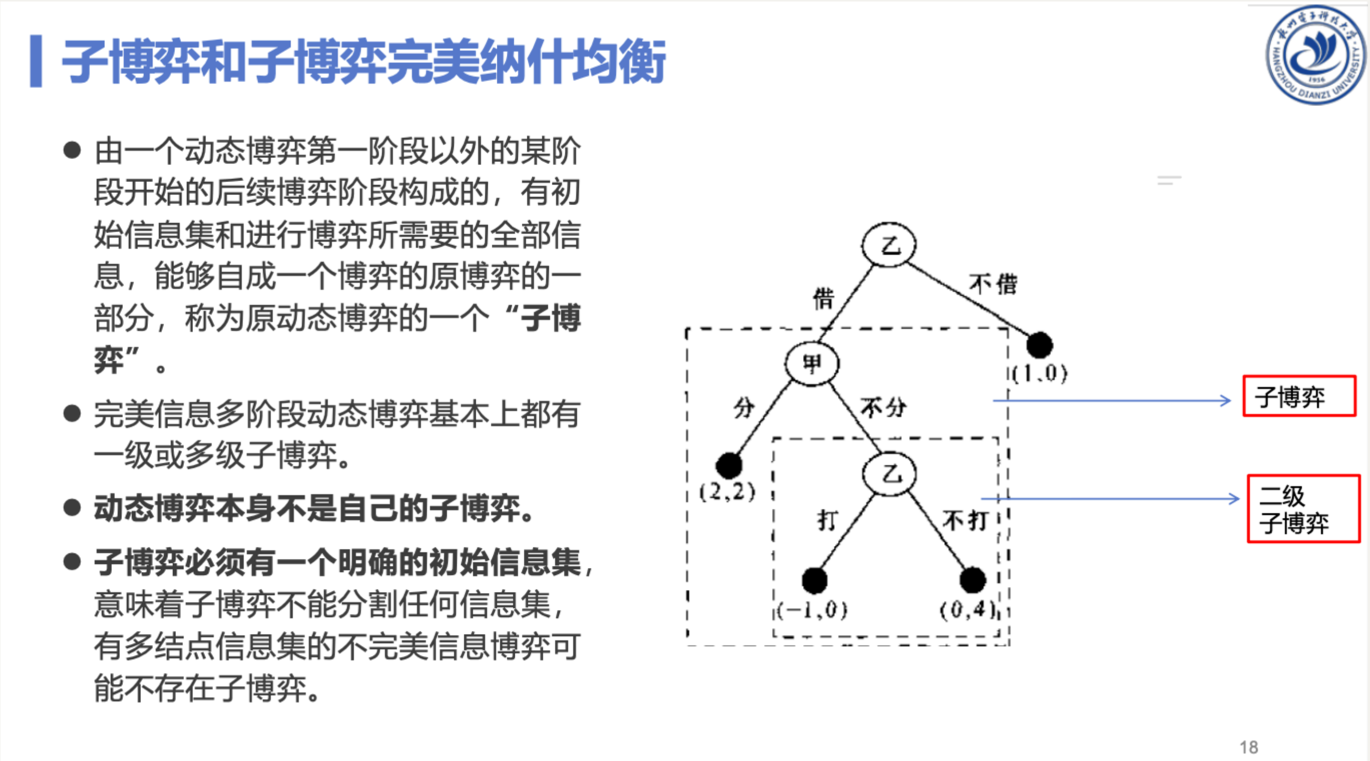
特性：

> **Important**
>
> （非对称的先行后行各有优势）

◆ **掌握信息的非对称性:**先后次序决定动态博弈必然是非对称的。
• 若先选择、行为的博弈方更有利，称有“先行优势”；
• 若先选择、行为的博弈方不如后行动的更有利，称有“后行优势”。

◆ **策略选择的相机性:**博弈方的策略是事先设定的、在博弈相应阶段实施的计划。但 这些策略没有强制力，无法阻止博弈方在博弈过程中改变计划。

◆ **行为选择的可信性:**相机选择会使博弈方策略设定的行为缺乏“可信性”。



如果一个完美信息的动态博弈中，各博弈方的策略构成的一个策略组合满足， 在整个动态博弈及它的所有子博弈中都构成纳什均衡，那么这个策略组合称为该动态博弈的一个 子博弈完美纳什均衡。（去除不可信的威胁或承诺）

每一个具有有限个结的完美信息的动态博弈总有子博弈完美纳什均衡。（逆推归纳法）

（自下而上逆推，上图为（乙）不打，（甲）不分，（乙）不借）

> ⓘ **Note**
>
> 由于动态博弈的决策有先后次序，使静态博弈得出的部分纳什均衡不再合理，因此采用逆推法排除存在不可信威胁的不合理决策组合，即得到子博弈完美纳什均衡。

无限策略博弈--斯塔克伯格模型

概念：较强的一方(领导者)先选择产量，较弱的一方(追随者)后选择产量，且后选择厂商在选择时知道前者的选择。

思路：领导者预判跟随者行为，将对方的反应当作确定函数，来最大化自己的目标。

经典的动态博弈模型：无限策略博弈—斯塔克博格模型

- 反需求函数和边际成本
  - $P=8-Q$，$c_1=c_2=2$
- 得益函数
  - $u_1=Pq_1-c_1q_1=(8-q_1-q_2)\,q_1-2q_1=6-q_1-q_1q_2-q_1^2$
  - $u_2=Pq_2-c_2q_2=(8-q_1-q_2)\,q_2-2q_2=6-q_2-q_1q_2-q_2^2$
- 追随者（厂商2）的一阶条件：
  - $\frac{\partial u_2}{\partial q_2}=6-2q_2-q_1=0$

经典的动态博弈模型：无限策略博弈—斯塔克博格模型

- 追随者的反应函数
  - $q_2=0.5(6-q_1)=3-0.5q_1$
- 代入领导者（厂商1）的得益函数
  - $u_1=0.5(6-q_1)q_1$
- 领导者的一阶条件：
  - $\frac{\partial u_1}{\partial q_1}=3-q_1=0$
- 解得：子博弈完美纳什均衡$q_1=3$，$q_2=1.5$，其他$P=3.5$，$u_1=4.5$，$u_2=2.25$

劳资博弈/三回合讨价还价博弈/代理模型

颤抖手均衡

在对手会犯少量错误的情况下，仍然稳定的纳什均衡。（鲁棒性）

塞尔顿定理:每一个有限动态博弈至少存在一个颤抖手精练纳什均衡。

> **Note**
>
> 纳什均衡(D，L)(U，R)
>
> | 玩家A \ 玩家B | 左（L） | 右（R） |
> | --- | --- | --- |
> | 上（U） | 10，0 | 6，2 |
> | 下（D） | 10，1 | 2，0 |
>
> 对于均衡(D，L)来说，
>
> 如果博弈方2犯错误(即选R)的概率为α。
>
> 博弈方1选D的得益πD为10(1-α)+2α=10-8α
>
> 博弈方1选U的得益πU为10(1-α)+6α=10-4α
>
> $\pi U>\pi D$，博弈方1此时就不会再坚持选择D了，因此均衡(D，L)不稳定，不是颤抖手均衡。
>
> 相反，对于均衡(U，R)来说，
>
> 如果博弈方2犯错误(即选L)的概率为α。
>
> 博弈方1选D的得益πD为10α+2(1-α)=2+8α
>
> 博弈方1选U的得益πU为10α+6(1-α)=6+4α
>
> πU>πD
>
> 如果博弈方1犯错误(即选D)的概率为δ。
>
> 博弈方2选L的得益πL为0(1-δ)+δ=δ
>
> 博弈方2选R的得益πR为2(1-δ)+0δ=2(1-δ)

> 只要δ<2/3， πR >πL，均衡(U，R)稳定，是颤抖手均衡。

重复博弈

“同样结构”的博弈是指相同的博弈方集合、相同的策略空间、相同的效用函数。

- **有限次重复博弈:**由基本博弈的有限次重复构成，也就是预先知道重复次数，有明确结束时间的重复博弈。（不一定考虑贴现）
- **无限次重复博弈:**一个基本博弈G一直重复博弈下去的博弈，记为G(∞)。（一定考虑贴现）

策略:博弈方在每个阶段(即每次重复)针对每种情况(以前阶段的结果)如何行为的计划。

分析方法：逆推归纳法

得益计算：计算总得益/各阶段平均得益

- **重复博弈的得益**
  - 总得益
    - 有限次：$\pi = \sum_{t=1}^{T} \delta^{t-1}\pi_t$
    - 无限次：$\pi = \sum_{t=1}^{\infty} \delta^{t-1}\pi_t$
    - 随机停止：$\pi = \sum_{t=1}^{\infty} \left(\frac{1-p}{1+\gamma}\right)^{t-1}\pi_t$
  - 平均得益
    - 无限次：$\bar{\pi} = (1-\delta)\sum_{t=1}^{\infty} \delta^{t-1}\pi_t$

两人零和博弈

博弈方的正确策略是重复一次性博弈中的纳什均衡策略。

唯一纯策略纳什均衡博弈

重复囚徒/重复削价/重复连锁店

唯一均衡即各博弈方在每阶段(每次重复博弈)中都采用原博弈的纳什均衡策略。

多个纯策略纳什均衡博弈

两阶段三价

共性：最后一次均衡必定是原博弈其中一个纳什均衡

无限次重复博弈与有限次重复博弈的比较:

- 是否存在最后一次博弈。对有限次重复博弈，存在最后一次博弈，从而破坏了重复博弈中博弈方和行为的相互制约关系，使重复博弈无法实现更高效率均衡的关键问题。无限次重复博弈没有结束重复的确定时间，也就是最后一次重复。
- 无限次重复博弈必须考虑得益的贴现问题，将每一期的得益折算成现值。对博弈方行为选择和博弈均衡的分析必须以平均得益或总得益的现值为根据。
- 触发策略也是无限次重复博弈实现理想均衡的关键。

两寡头削价竞争（囚徒困境型

> **Note**
>
> | A \ B | 左（H） | 右（L） |
> |---|---|---|
> | 上（H） | 4，4 | 0，5 |
> | 下（L） | 5，0 | 1，1 |

- 触发策略：第一阶段采用H，如果前t-1阶段的结果都是(H,H)，则继续采用H，否则采用L。
- 双方都采取触发策略是纳什均衡：
  - 乙采用L，总得益现值为$\pi_L = 5 + \sum_{i=1}^{\infty} \delta^i = 5 + \frac{\delta}{1-\delta}$
  - 乙采用H，总得益现值为$\pi_H = \sum_{i=0}^{\infty} 4\delta^i = \frac{4}{1-\delta}$
  - 如果，要**保证触发策略为子博弈纳什均衡策略**，等价于

    $\pi_H > \pi_L$，即$\frac{4}{1-\delta} > 5 + \frac{\delta}{1-\delta} \Leftrightarrow \delta > \frac{1}{4}$

完全但不完美信息动态博弈

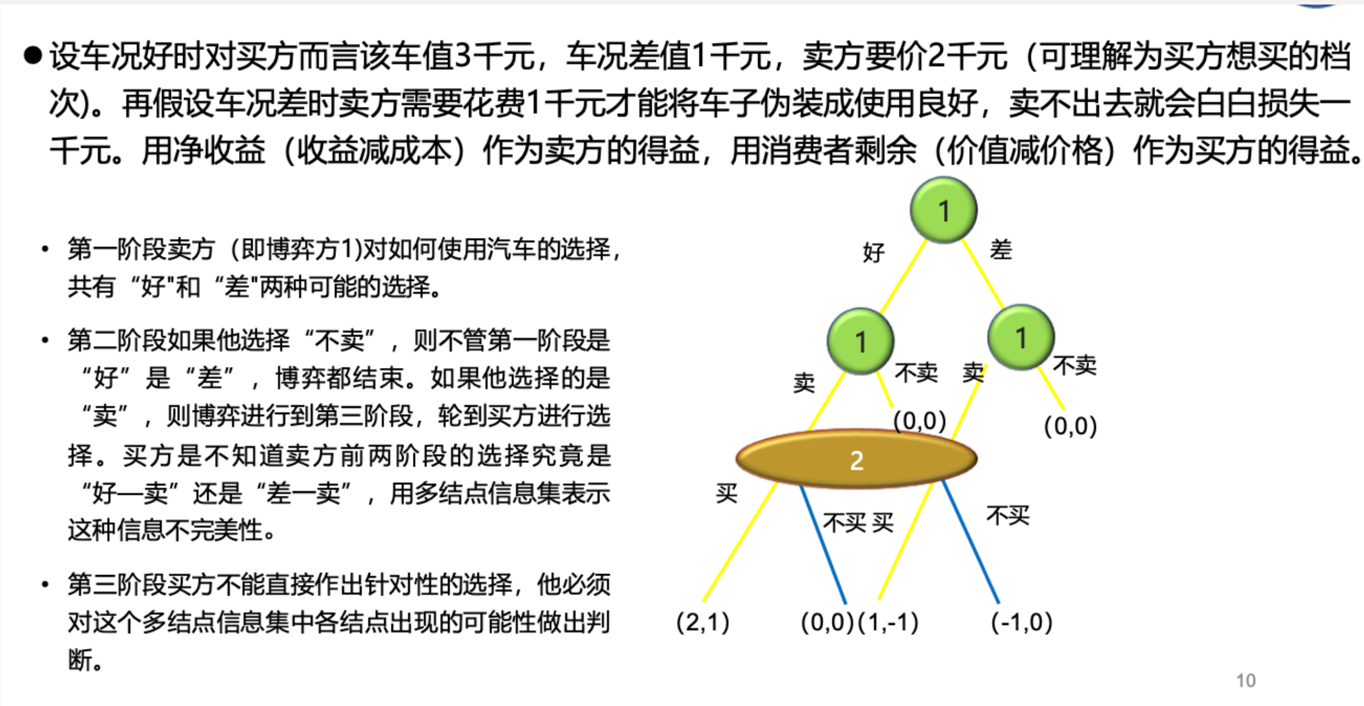
概念：（清楚收益但不知晓此前过程，决策时要判断情况，计算概率分布）

完全信息:完全清楚博弈结束时每个博弈方的得益。

完美信息:后面阶段的博弈方有关于**前面阶段博弈进程**的充分信息，进程信息。

完美信息动态博弈:动态博弈中的所有博弈方都有完美信息的博弈， 如下象棋。

完全但不完美信息动态博弈：简称不完美信息动态博弈，基本特征之一是博弈方之间在信息方面是不对称的，如二手车市场。



完美贝叶斯均衡

条件：

需有信念(Belief，本书译为“判断”):所有博弈方在每个信息集上需要拥有一个 信念。所谓信念就是信息集内各个结点达到的概率分布。如果单个结点信息集， 可“判断”达到该结点的概率为1(R1)。

遵循序列理性:在给定的信念前提下，每个博弈方会根据其他博弈方在该信息集 以后的对策选择最优策略(R2)。

按照贝叶斯法则:博弈方在均衡路径上信息集的信念，是通过贝叶斯法则与其他 博弈方的均衡策略来确定(R3)。博弈方在非均衡路径上信息集的信念，也是通过 贝叶斯法则与其他博弈方的均衡策略来确定(R4)。

关系：子博弈完美纳什均衡是完美贝叶斯均衡的一个特例，完美贝叶斯均衡在静态博弈中就是纳什均衡(理性)。

公式计算：

完美贝叶斯均衡

➢ 关于定义中的名词解释之一

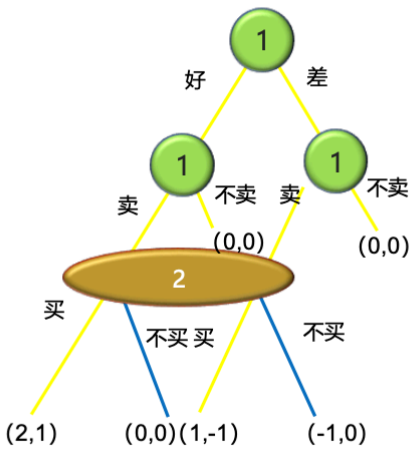
- **贝叶斯法则**：$P(A_i|B)=\frac{P(B|A_i)P(A_i)}{\sum_{j=1}^{n}P(B|A_j)P(A_j)}$，其中，$\cup_{j=1}^{n}A_j=\Omega$，$A_iA_j=\emptyset$。
- 在二手车交易中
- 当买方在卖方卖的情况下需要做出“判断”
  - ——车况是好还是差，概率各多少？$p(g|s)$、$p(b|s)$
  - 一般有$p(g|s)$+$p(b|s)$=1
- 用$p(g)$和$p(b)$来表示卖方使用车子情况好、差的概率，通常可以通过经验调查、实证研究得到。
- 用$p(s|g)$和$p(s|b)$表示卖方车况好、差时选择卖的概率。
- 根据贝叶斯法则有：$p(g|s)=\frac{p(g)p(s|g)}{p(g)p(s|g)+p(b)p(s|b)}$（买方需要的“判断”）
- 再由$p(b|s)=1-p(g|s)$求$p(b|s)$。

19

完美贝叶斯均衡

➢ 关于定义中的名词解释之一

- $p(g|s)=\frac{p(g)p(s|g)}{p(g)p(s|g)+p(b)p(s|b)}$
- 如果，$p(s|g)=1$，$p(s|b)=0.5$，$p(g)=p(b)=0.5$
- $p(g|s)=\frac{p(g)p(s|g)}{p(g)p(s|g)+p(b)p(s|b)}=\frac{0.5\times1}{0.5\times1+0.5\times0.5}=\frac{2}{3}$
- 这是买方对卖方所卖车是好车概率的判断。



20

市场类型

	部分成功	接近失败	完全成功	完全失败
买方	买	不买	买	
卖方	卖	卖	好卖坏不卖	不卖

均衡类型

分开均衡:不同情境选择不一样策略的均衡。如拥有商品质量不同的卖方会采取不同的策略。在这种均衡中，卖方的行为完全反映他商品的质量，能给不完美信息博弈方的"判断"提供充分的依据。

合并均衡:不同情境选择一样策略的均衡。如拥有不同品质商品的卖方采取相同行为。在这种均衡中，完美信息博弈方的行为不会透露任何有用的信息。

混成均衡:某种情境中，一部分选择与另一种情境相同的策略，另一部分选择与另一种情境不同的策略的均衡。在这种均衡中，卖方的行为会给买 方提供一定的信息，但又不足以让买方得出肯定的"判断"，只能得到一个概率分布的"判断"。

> **Note**
>
> ## 双价二手车
>
> **市场完全成功的完美贝叶斯均衡**
>
> - 条件✓ C>Ph-Pl 买是不买的绝对上策
>
> **完美贝叶斯均衡**
>
> - 卖方在车好时要高价，车差时要低价
> - 买方在卖方要高价、要低价时都买
> - 买方的信念是p（g｜h）=1，p（b｜h）=0，p（g｜l）=0，p（b｜l）=1

- **市场完全成功的完美贝叶斯均衡（证明）**
  - **买方：**
    - ✓ 如果卖方要高价，买的期望得益为：$p(g|h)(V - P_h) + p(b|h)(W - P_h) = V - P_h > 0$
    - ✓ 如果卖方要低价，买的期望得益为：$p(g|l)(V - P_l) + p(b|l)(W - P_l) = W - P_l > 0$
    - ✓ 两种情况下不买的得益都是0，因此买是相对于不买的绝对上策。
  - **卖方：**
    - ✓ 给定买方的的策略，车好时，$P_h > P_l$，要高价；车差时，$P_l > 0 > P_h\text{-}C$，要低价。即车好卖高价，车差卖低价，是唯一的序列理性策略。

市场部分成功

- 可能亏损但总收益大于零，买方还是愿意买一些，只不过优劣混淆。

市场完全失败

- $C<Ph-Pl$，$pg(V-Ph)+pb(W-Ph)<0$
- 买方选择买的期望得益小于0，卖方卖不出去，此时，意味着出现阿克罗夫的”柠檬市场“(信息不对称——有得骗白不骗)--价格与质量螺旋式下降--市场崩溃。
- 由于消费者的信息不完美，不能识别商品质量，因而不愿付高价购买商品，最终 引起优质品逐渐被劣质品赶出市场的过程，通常被称为**“逆向选择”**，或**劣币驱逐良币**。

有退款保证：买方高价买到差车时卖方必须赔偿买 方$V-W$的损失