不让古人,是谓有志;不让今人,是谓无量。

# 2023 3月第二周

总体上,依然保持之前的规划方向来学习。

对策略的调整是:每天早上开始就找两道自己力所能及得1500---1600范围内得题。 来保持自己得信心以及状态。

# 算法学习:

A

1. 🗅 单调队列优化.md

# 刷题

€ 3

- 1. atcoder
- 2. luogu(都是水题。)
  - 1. P1103 书本整理.md
  - 2. 〇 P1564 膜拜.md
  - 3. P1681 最大正方形II.md
  - 4. CHXY和序列.md

### contest



- 1. 上海理工大学天梯赛vp:
  - 1. Setsuna的K数列.md
  - 2. 🔷 叠硬币.md
  - 3. Wiki with Fake AKGPLT.md
- 2. div2 857
  - 1. D. Buying gifts.md
  - 2. C. The Very Beautiful Blanket.md (未补好)

atcoder

**E.RLE** 

 Editorial - Monoxer Programming Contest 2022 (AtCoder Beginner Contest 249)

### solve



### 状态定义:

定义状态 $f_{i,j}$ 表示S串长度为i, T串长度为j方案个数。

#### 状态转移

由小更新大的贡献转移角度:

 $1.dp_{i,j}$ 枚举k。然后贡献后方。

#### 复杂度分析

枚举i, j总体的复杂度应该是:  $O(N^3)$ 

### 考虑优化

关注从大到小直接统计转移:

当我们枚举计算某个状态时,发现贡献来源于几种不同二维数组中某一段之和。因此可以使用前缀和优化。具体的实现方案是:分析枚举在后面拼接不同的字母长度。将其对k的影响分类成三种情况,分别为1 10 100 1000 10000 10000 .假设拼接的的长度为1....9。对于j维度关注关注j - 2段的下标。假设拼接长度为 10 ....99 考虑 j - 3段的前缀。依此类推。

$$dp_{i,j}+=(sum[i-1][j-2]-sum[i-10][j-2]) imes 25; \ dp_{i,j}+=(sum[i-10][j-3]-sum[i-1000][j-3]) imes 25 \ ag{11}$$
推广到第 $10^k$ 次种长度 $dp_{i,j}+=(sum[i-10^k]-sum[i-10^{k+1}]) imes 25$ 

### 初始化

考虑那些全放同一个字母的各种方案作为最小状态:



```
#include < bits / stdc + + . h >
using namespace std;
using ll = long long;

const int N = 3E3 + 10;

ll dp[N][N];
int lg(int x) {
   int res = 1;
   while (x) {
      x /= 10;
}
```

```
res++;
       return res;//在基础上加1的刚刚好。
int main()
   {
       ios::sync_with_stdio(false);
       cin.tie(0);
       int n , p; cin >> n >> p;
       int pre[6] = {1 , 10 , 100 , 1000 , 100000 , 1000000};
       for (int i = 1; i <= n; i++) {
           dp[i][lg(i)] = 26;
       for (int i = 1; i <= n; i++) {
           for (int j = lg(i) + 1; j \le min(n, i * 2); j++) {
               for (int k = 1; k \le 4; k++) {
                   dp[i][j] += (((sum[max(0, i - pre[k - 1]))][j
   -k-1] - sum[max(0, i - pre[k])][j - k - 1]) + p) % p) *
   25;
                   dp[i][j] %= p;
               }
           }
           for (int j = 1; j <= n; j++) {
               sum[i][j] = (sum[i - 1][j] + dp[i][j]) % p;
           }
       ll ans = 0;
       for (int i = 1; i < n; i++) {
           ans = (ans + dp[n][i]) \% p;
       cout << ans << '\n';
```

# 洛谷水题:

3

#### P1103 书本整理

○ P1103 书本整理 - 洛谷 | 计算机科学教育新生态 (luogu.com.cn)



用一种非常暴力的dp定义方法。把之前的解中可以关注的大多数属性都关注了。对于简单问题这总是可行:

## 状态定义如下:

0

 $f_{i,j,k}$ 表示:当前考虑了前i个,书架上的上一本书宽度为j, 已经使用丢掉了k本书的最小不整齐代价。

### 状态转移方程如下

$$if(a[i]! = j)$$

$$f[i][j][k] = min(f[i][j][k], f[i-1][j][k-1])$$

$$if(a[i] == j)$$

$$f[i][a[i]][k] = min(f[i-1][a[i]][k], f[i-1][j][k] + abs(j-w))$$
(2)



```
1 #include<bits/stdc++.h>
 2 using namespace std;
 3 using ll = long long;
 6 const int N = 2E2 + 10;
7 const int inf = 1E9 + 10;
9 struct node {
       int h , w;
11 } a[N];
12 int f[N][N][N];
13 int main()
14 {
       ios::sync_with_stdio(false);
       cin.tie(0);
       int n , kk;
       cin >> n >> kk;
       for (int i = 0; i <= n; i++)
           for (int j = 0; j \le 200; j++)
                for (int k = 0; k \le kk; k ++) {
                    f[i][j][k] = inf;
```

```
for (int i = 1; i <= n; i++) {
        cin >> a[i].h >> a[i].w;
    sort(a + 1 , a + 1 + n , [&](node & i , node & j) {
        return i.h < j.h;</pre>
    });
    for (int i = 1; i <= n; i++) {
        f[i][a[i].w][i - 1] = 0;
    for (int i = 1; i <= n; i++) {
        for (int k = 1; k <= kk; k++)
            for (int j = 1; j <= 200; j++) {
                f[i][j][k] = min(f[i][j][k], f[i-1][j][k-1]
1]);
        for (int k = 0; k <= kk; k++ )
            for (int j = 0; j \le 200; j++) {
                f[i][a[i].w][k] = min(f[i][a[i].w][k], f[i-
1][j][k] + abs(a[i].w - j));
    int ans = (1 << 29);
    for (int i = 0; i <= 200; i++) {
        ans = min(ans , f[n][i][kk]);
   cout << ans << '\n';
```

## P1564 膜拜



将一段01字符串分成若干段。对于每一段满足:一段中字符相同,或两种字符数量的差别不超过m。求出最少可以分成多少段。

solve



线性dp,大概是属于被开发烂了的数组模型。但是事实上自己还是做的很慢。

#### 1. 状态定义

 $dp_i$ 表示1....i最少可以分成多少段。

### 2. 状态转移

$$dp_i = min(dp_j + 1)$$
前提是j ... i合法。



```
1 #include<bits/stdc++.h>
 2 using namespace std;
3 using ll = long long;
5 const int N = 3000;
6 int a[N];
7 int f[N];
8 int sum[N];
9 int main()
10 {
       ios::sync_with_stdio(false);
       cin.tie(0);
       int n , m;
       cin >> n >> m;
       fill(f + 1, f + 1 + n, 100000000);
       for (int i = 1; i <= n; i++) {
           cin >> a[i];
           sum[i] = sum[i - 1] + (a[i] == 1);
       }
       for (int i = 1; i <= n; i++) {
           for (int j = 1; j <= i; j++) {
               if (sum[i] - sum[j - 1] == i - j + 1 || sum[i] -
   sum[j-1] == 0 \mid | abs(i-j+1-2*(sum[i]-sum[j-1]))
   <= m ) {
                   f[i] = min(f[i], f[j-1] + 1);
               }
           }
       cout << f[n] << '\n';
```

### P1681 最大正方形II(double experiences)

○ P1681 最大正方形II - 洛谷 | 计算机科学教育新生态 (luogu.com.cn)

这种模型开发有限,但是也不大懂:

类似的问题如下:

○ P1387 最大正方形 - 洛谷 | 计算机科学教育新生态 (luogu.com.cn)

# 最大正方形



## solve

### 状态定义

定义 $f_{i,j}$ 表示以,i ,j 为右下角的的满足所有格子都是1的最大正方形边长。

定义 $w_{i,j}$ 表示当前点向左走的最大距离。 $h_{i,j}$ 表示向上走的最大距离。

### 状态转移方程

$$f_{i,j} = min(f_{i-1,j-1}, w_{i,j}, h_{i,j}) + (s_{i,j==1})$$



# 最大正方形二



### solve



1. 关注到关注的解是正方形。

### 状态定义

定义左下角为 $f_{i,j,0/1}$ 表示i,j作为右下角,该处为0/1的最大正方形的面积。

### 状态转移

如果当前位是0:

$$f_{i,j,0} = min(f_{i-1,j-1,0}, f_{i-1,j,1}, f_{i,j-1,1}) + 1$$

如果当前位是1

$$f_{i,j,1} = min(f_{i-1,j-1,1}, f_{i-1,j,0}, f_{i,j-1,0}) + 1$$

和上述比较,在指标函数中,就已经有了一些与最大h,最大w相关的长度。



```
#include < bits / stdc ++.h >
using namespace std;
using ll = long long;

const int N = 10000 + 10;

int a[N][N] , f[N][N][2];

int main()
```

```
ios::sync_with_stdio(false);
    cin.tie(0);
    int n , m; cin >> n >> m;
    int ans = 0;
    for (int i = 1; i <= n; i++)
        for (int j = 1; j <= m; j++) {
            cin >> a[i][j];
            if (a[i][j]) {
                f[i][j][1] = min({f[i-1][j-1][1], f[i-1]})
1][j][0] , f[i][j - 1][0]}) + 1;
                ans = max(f[i][j][1], ans);
            } else {
                f[i][j][0] = min({f[i - 1][j - 1][0], f[i - 1]]
1][j][1] , f[i][j - 1][1]}) + 1;
                ans = \max(f[i][j][0], ans);
            }
   cout << ans << '\n';
```

#### 天梯赛训练练习:

#### Setsuna的K数列

○ D-Setsuna的K数列\_2022年中国高校计算机大赛-团队程序设计天梯赛(GPLT) 上海理工大学校内选拔赛 (nowcoder.com)

```
时间限制,U/UTT 1秒,共低后音4秒
空间限制: C/C++ 262144K, 其他语言524288K
 64bit IO Format: %lld
题目描述 🔀
Komorebi非常喜欢数列,但他实在太弱了无法想象出一个数列该如何构造,于是他就去FD(Frog Department)找
Setsuna求助, Setsuna是一名光荣的FTCer(Frog,Time Controller),并没有很多空闲,就随口给Komorebi构造了一
个神秘的K数列,构建方法如下:
1、创建一个集合A_K, 集合内包含K的所有整数次幂, 如当K=3时, A_3包含1,3,9,27..., 但不会包含
2,4\ldots
2、取A_K内任意个元素各一个相加,并将他们放进一个新的集合B_K。
3、将B_K内的元素从小到大排序,得到的有序数列即是一个K数列S_K。
例如当K = 3时,S_3 = \{1, 3, 4(3+1), 9, 10(9+1), 12(9+3), 13(9+3+1), \dots\}。
Komorebi拿到这个数列后很开心,每天都要盯着这个K数列看很久。久而久之这个数列有些数被Komorebi弄丢了,
Komorebi想复原这个数列,又不好意思再去找Setsuna,他就只能来求助你了。
Komorebi想知道K数列S_K的第n项是多少,你可以帮帮他吗?当然这个数有可能会非常大,因此请输出答案对
10^9 + 7取模后的结果。
输入描述:
```

solve

2

观察出一些现象,

- 1. 假定一个具体的值  $k^a$ ,对于 $k^{0....a-1}$ 无论如何组合,都小于当前的数。
- 2. 类比二进制串:

然后找到一个严格的偏序关系。其实第 n大,各种数字的选择组合情况,就是n所表示的二进制的1上的情况。



```
#include<bits/stdc++.h>
using namespace std;
using ll = long long;

const int N = 1E6 + 10;
const int mod = 1E9 + 7;

int main()
{
    ios::sync_with_stdio(false);
    cin.tie(0);

int n , k; cin >> n >> k;
    ll now = 1;
    ll ans = 0;
    while (n) {
        if (n % 2) {ans = (ans + now) % mod;}
    }
```

# 叠硬币



○ H-叠硬币\_2022年中国高校计算机大赛-团队程序设计天梯赛(GPLT)上海理工大学校内选拔赛 (nowcoder.com)

# solve



### 定义dp状态:

 $f_{i,j}$ 表示考虑前i个情况下,当前硬币堆高度之和为j的最小的硬币堆数。

### 状态转移方程:

 $f_{i,j}=min(f_{i-1,j},f_{i-1,j-w}+1)$ 注意判j - w的大小。

### 但是上面没有解决所有问题:

对于找出转移路径:

定义 $pre_{i,j}$ 表示 $f_{i,j}$ 的解结构的尾部选择。

1. 转移更新时,保持记录即可。

关于还原:

 $oxed{1}$ . 如果已经得到尾部的物品,可以计算上一个子问题状态 $f_{i-1,h-a[pre[i][j]]}$ 

#### 但是还没有解决问题:

还要求求出字典序最小的方案:

经典问题: 倒过来考虑即可。进一步证明,在背包问题中的其它问法的笔记中写过:



```
#include<bits/stdc++.h>
  using namespace std;
3 using ll = long long;
5 const int N = 3E3 + 10;
6 const int inf = 1 << 29;
  int f[N][N] , pre[N][N];
  int a[N];
  int main()
  {
      ios::sync_with_stdio(false);
      cin.tie(0);
      int n , H; cin >> n >> H;
      for (int i = 0; i <= n + 1; i++) {
           for (int j = 0; j <= H; j++) {
               f[i][j] = inf;
          }
      }
      for (int i = 1; i <= n; i++) {
          cin >> a[i];
      sort(a + 1 , a + 1 + n);
      f[n + 1][0] = 0;
      for (int i = n; i >= 1; i--) {
          int x = a[i];
           for (int j = 0; j <= H; j++) {
               f[i][j] = f[i + 1][j];
               pre[i][j] = pre[i + 1][j];
          }
           for (int j = H; j >= x; j-- ) {
               if (f[i + 1][j - x] + 1 <= f[i][j]) {
                   f[i][j] = f[i + 1][j - x] + 1;
                   pre[i][j] = i;
               }
          }
      if (f[1][H] == inf) {cout << -1 << '\n';}
      else {
          cout << f[1][H] << '\n';
          queue<int> que;
```

#### Wiki with Fake AKGPLT

○ F-Wiki with Fake AKGPLT\_ "2021年中国高校计算机大赛-团队程序设计天梯赛(GPLT)上海理工大学校内选拔赛" (nowcoder.com)

### solve

6

看代码即可:



```
#include<bits/stdc++.h>
using namespace std;
using ll = long long;

const int N = 1E6 + 10;
```

```
string t = "AKGPLT";
int main()
    ios::sync_with_stdio(false);
    cin.tie(0);
    int n;
    cin >> n;
    while (n --) {
        string s;
        cin >> s;
        if (s > t) {
             cout << 0 << '\n';</pre>
             continue;
        }
        bool flag = true;
        for (int i = 0; i < (int)s.length(); i++) {</pre>
             if (i >= 2 \&\& s[i] > 'K') {
                 cout << i - 1 << '\n';
                 flag = false;
                 break;
             }
             if (s[i] != 'A') {
                 cout << i << '\n';</pre>
                 flag = false;
                 break;
        }
        if (flag) { cout << -1 << '\n';}
   }
```





1. 前缀的字符串(不相等)的字典序比其本身小

### 摘苹果

○ H-摘苹果\_2023年中国高校计算机大赛-团队程序设计天梯赛(GPLT)上海理工大学校内选拔赛(同步赛)(nowcoder.com)

## solve



注意到这种操作最多可以进行20次。维护未到尽头的点进行的单点修改即可。

赛时变量写错:惨痛经验。如果确定自己思路是对的。但是一直没有调出来。有可能是低级错误。

1. 变量名写错。

解决方法可以是:

- 1. 重新写一遍。
- 2. 再次审查代码中变量名称的意义。



```
void modify(int x, ll d) {
        for (; x \le n; x += x \& (-x)) {
            c[x] += d;
};
BIT d1, d2;
int main()
    ios::sync_with_stdio(false);
    cin.tie(0);
    cin >> n >> m;
    for (int i = 1; i <= n; i++) {
        cin >> a[i];
        if (a[i] >= 10) {
            rec.insert(i);
        }
        d1.modify(i , a[i]);
        if (a[i] < 100) {
            d2.modify(i , 1);
        }
    for (int i = 1; i <= m; i++) {
        int op , l , r; cin >> op >> l >> r;
        if (op == 1) {
            auto ptr = rec.lower_bound(l);
            while (ptr != rec.end() && *ptr <= r) {</pre>
                 ll t = a[*ptr];
                 int no = *ptr;
                 a[no] -= a[no] / 3 + (a[no] % 3 != 0);
                 d1.modify(no , a[no] - t);
                 if (a[no] < 100 && t >= 100) {
                     d2.modify(no , 1);
                 }
                 ptr++;
                 if (a[no] < 10) {
                     rec.erase(no);
```

div2 857

D. Buying gifts

## solve



考虑对解空间进行枚举优化:对于第一个朋友的礼物选择。枚举一个价值最大值。于是发现可以对解空间进行。只要对每一个最大值d的所有可能枚举完全即可。

- 1. 关注某个最大值的解空间:
  - 1. 用有序的眼光考察:发现同一种(属于第一个朋友)比当前枚举最大值大的,都要选 $b_j$ ,而比它小的任意选:考虑最优条件:必选最大值,以及通过可自由选择的一些最大值进行调整。
    - 1. 如果必选b中最大值大于max.那么最优方案已经确定
    - 2. 如果必选b中最大值小于。然后从自由选择的值中,找第一个比max大的,以及第一个小于等于max的。



- 1. contest中,满脑子想着二分。但是二分的途中就已经确定了解。
- 2. 有一些问题,二分check的过程中,可能就已经重复了所有的解。我相当于使用了一个最蠢的方法。每一次枚举所有的最优子集。然后看是否出过check值。但其实已经得到了所有的最优子集。在一次check的过程中就已经可以算出来。

平常的普通问题:最优子集比较庞大,或者不容易枚举。所有采用一种局部枚举的二分操作。



```
1 #include<bits/stdc++.h>
 2 using namespace std;
 3 typedef long long ll;
 5 const int oo = 0x0fffffff;
 6 const int N = 1E6 + 10;
8 struct node {
       int x;
       int y;
11 } a[N];
12 int n;
15 int sux[N];
16 int solve() {
       set<int> rec1;
       int ans = 1E9;
       for (int i = 1; i <= n; i++) {
           int mx = 0;
           if (i != n) {
               mx = sux[i + 1];
               ans = min(ans , abs(a[i].x - mx));
               if (mx < a[i].x) {
                    auto ptr = rec1.lower_bound(a[i].x);
                    if (ptr != rec1.end()) ans = min(abs(*ptr -
   a[i].x), ans);
                    if (ptr != rec1.begin()) -- ptr;
                    ans = min(ans , abs(*ptr - a[i].x));
           } else {
                auto ptr = rec1.lower_bound(a[i].x);
```

```
if (ptr != rec1.end()) ans = min(abs(*ptr -
   a[i].x), ans);
                if (ptr != rec1.begin()) -- ptr;
                ans = min(ans , abs(*ptr - a[i].x));
            rec1.insert(a[i].y);
       return ans;
41 }
   void work(int testNo)
   {
       cin >> n;
        for (int i = 1; i <= n; i++) {
            cin >> a[i].x >> a[i].y;
       sort(a + 1 , a + 1 + n , [\&](const node \& i , const node \&
   j) {
            return i.x < j.x;</pre>
        });
        sux[n + 1] = 0;
        for (int i = n; i >= 1; i--) {
            sux[i] = max(sux[i + 1], a[i].y);
       cout << solve() << '\n';</pre>
57 }
   int main()
   {
        ios::sync_with_stdio(false);
       cin.tie(0);
        int t; cin >> t;
        for (int i = 1; i <= t; i++)work(i);
```

### C. The Very Beautiful Blanket

Problem - C - Codeforces

简介



构造一个举证。满足矩阵中的每一个4\*4的矩阵中满足如下条件

- $1. a_{11} \oplus a_{12} \oplus a_{21} \oplus a_{22} = a_{33} \oplus a_{34} \oplus a_{43} \oplus a_{44}$
- $a_{13} \oplus a_{14} \oplus a_{23} \oplus a_{24} = a_{31} \oplus a_{32} \oplus a_{41} \oplus a_{42}$

找出一个元素种数最多的矩阵。

### solve



特殊的,构造一个矩阵满足以下形式:任何一个四块的异或和都为0.

如果一个数字上的某个位置上有1怎么消除? 并且要保证两两不同:

- 1. 对于最高的位置上: 不同的行打1个1.于是同行的两个必然可以消掉。行与行的数字之间 就不会有交叉。
- 2. 对于较低的位置上,从1开始填比较低的位置。这样任意两行之间,上下两个元素就可以 把低位的1给中和掉。于是无论怎么圈,都可以找出一个异或和为0的正方形:

