

Точные решения > Нелинейные дифференциальные уравнения в частных производных (уравнения математической физики) > Нелинейные дифференциальные уравнения в частных производных второго порядка эллиптического типа

3. Нелинейные дифференциальные уравнения в частных производных второго порядка эллиптического типа

3.1. Нелинейные уравнения стационарной теплопроводности вида

$$rac{\partial^2 w}{\partial x^2} + rac{\partial^2 w}{\partial y^2} = f(w)$$

1.
$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = aw + bw^n.$$

2.
$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = aw^n + bw^{2n-1}.$$

3.
$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = ae^{\beta w}$$
.

4.
$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = ae^{\beta w} + be^{2\beta w}$$
.

5.
$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = \alpha w \ln(\beta w)$$
.

6.
$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = \alpha \sin(\beta w)$$
.

7.
$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = f(w)$$
.

3.2. Нелинейные уравнения теплопроводности для анизотропной

среды вида
$$rac{\partial}{\partial x}\Big[f(x)rac{\partial w}{\partial x}\Big] + rac{\partial}{\partial y}\Big[g(y)rac{\partial w}{\partial y}\Big] = f(w)$$

1.
$$\frac{\partial}{\partial x}\left(ax^n\frac{\partial w}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(by^m\frac{\partial w}{\partial y}\right) = f(w).$$

2.
$$a \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial y} \Big(b e^{\mu y} \frac{\partial w}{\partial y} \Big) = f(w)$$
.

3.
$$\frac{\partial}{\partial x} \left(ae^{\beta x} \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(be^{\mu y} \frac{\partial w}{\partial y} \right) = f(w).$$

4.
$$\frac{\partial}{\partial x} \left[f(x) \frac{\partial w}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[g(y) \frac{\partial w}{\partial y} \right] = kw \ln w$$
.

3.3. Нелинейные уравнения теплопроводности для анизотропной

среды вида
$$rac{\partial}{\partial x}\Big[f(w)rac{\partial w}{\partial x}\Big] + rac{\partial}{\partial y}\Big[g(w)rac{\partial w}{\partial y}\Big] = h(w)$$

1.
$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial y} \left[(\alpha w + \beta) \frac{\partial w}{\partial y} \right] = 0$$
. Стационарное уравнение Хохлова–Заболоцкой.

$$2. \quad \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial y} \Big(a e^{\beta w} \frac{\partial w}{\partial y} \Big) = 0, \qquad a > 0.$$

3.
$$\frac{\partial}{\partial x}\Big[f(w)\frac{\partial w}{\partial x}\Big]+\frac{\partial}{\partial y}\Big[g(w)\frac{\partial w}{\partial y}\Big]=0.$$
Нелинейное уравнение диффузии (теплопроводности) для анизотропной среды.

Веб-сайт EqWorld содержит обширную информацию о решениях различных классов обыкновенных дифференциальных уравнений, дифференциальных уравнений в частных производных, интегральных уравнений, функциональных уравнений и других математических уравнений.

© 2004–2005 А. Д. Полянин