



2. Линейные обыкновенные дифференциальные уравнения второго порядка

2.1. Обыкновенные дифференциальные уравнения, содержащие степенные функции

1. $y''_{xx} + ay = 0$. *Уравнение свободных колебаний.*
2. $y''_{xx} - ax^n y = 0$.
3. $y''_{xx} + ay'_x + by = 0$.
Линейное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами.
4. $y''_{xx} + ay'_x + (bx + c)y = 0$.
5. $y''_{xx} + (ax + b)y'_x + (\alpha x^2 + \beta x + \gamma)y = 0$.
6. $xy''_{xx} + ay'_x + by = 0$.
7. $xy''_{xx} + ay'_x + bxy = 0$.
8. $xy''_{xx} + ny'_x + bx^{1-2n}y = 0$.
9. $xy''_{xx} + ay'_x + bx^n y = 0$.
10. $xy''_{xx} + (b - x)y'_x - ay = 0$. *Вырожденное гипергеометрическое уравнение.*
11. $(a_2x + b_2)y''_{xx} + (a_1x + b_1)y'_x + (a_0x + b_0)y = 0$.
12. $x^2y''_{xx} + axy'_x + by = 0$. *Уравнение Эйлера.*
13. $x^2y''_{xx} + xy'_x + (x^2 - \nu^2)y = 0$. *Уравнение Бесселя.*
14. $x^2y''_{xx} + xy'_x - (x^2 + \nu^2)y = 0$. *Модифицированное уравнение Бесселя.*
15. $x^2y''_{xx} + axy'_x + (bx^n + c)y = 0$, $n \neq 0$.
16. $x^2y''_{xx} + axy'_x + x^n(bx^n + c)y = 0$.
17. $x^2y''_{xx} + (ax + b)y'_x + cy = 0$.
18. $(1 - x^2)y''_{xx} - 2xy'_x + n(n + 1)y = 0$, $n = 0, 1, 2, \dots$.
Уравнение Лежандра.
19. $(1 - x^2)y''_{xx} - 2xy'_x + \nu(\nu + 1)y = 0$. *Уравнение Лежандра.*
20. $(ax^2 + b)y''_{xx} + axy'_x + cy = 0$.
21. $(1 - x^2)y''_{xx} + (ax + b)y'_x + cy = 0$.

$$22. \quad x(x-1)y''_{xx} + [(\alpha + \beta + 1)x - \gamma]y'_x + \alpha\beta y = 0.$$

Гипергеометрическое уравнение.

$$23. \quad (1-x^2)^2 y''_{xx} - 2x(1-x^2)y'_x + [\nu(\nu+1)(1-x^2) - \mu^2]y = 0.$$

Уравнение Лежандра.

$$24. \quad (x-a)^2(x-b)^2 y''_{xx} - cy = 0, \quad a \neq b.$$

$$25. \quad (ax^2 + bx + c)^2 y''_{xx} + Ay = 0.$$

$$26. \quad x^2(ax^n - 1)y''_{xx} + x(arp^n + q)y'_x + (arx^n + s)y = 0.$$

2.2. Обыкновенные дифференциальные уравнения, содержащие экспоненциальные и другие функции

$$27. \quad y''_{xx} + ae^{\lambda x}y = 0, \quad \lambda \neq 0.$$

$$28. \quad y''_{xx} + (ae^x - b)y = 0.$$

$$29. \quad y''_{xx} - (ae^{2\lambda x} + be^{\lambda x} + c)y = 0.$$

$$30. \quad y''_{xx} + ay'_x + be^{2ax}y = 0.$$

$$31. \quad y''_{xx} - ay'_x + be^{2ax}y = 0.$$

$$32. \quad y''_{xx} + ay'_x + (be^{\lambda x} + c)y = 0.$$

$$33. \quad y''_{xx} - (a - 2q \operatorname{ch} 2x)y = 0. \quad \text{Модифицированное уравнение Матье.}$$

$$34. \quad y''_{xx} + (a - 2q \cos 2x)y = 0. \quad \text{Уравнение Матье.}$$

$$35. \quad y''_{xx} + a \operatorname{tg} x y'_x + by = 0.$$

2.3. Обыкновенные дифференциальные уравнения, содержащие произвольные функции

$$36. \quad y''_{xx} + fy'_x + a(f-a)y = 0.$$

$$37. \quad y''_{xx} + xfy'_x - fy = 0.$$

$$38. \quad xy''_{xx} + (xf+a)y'_x + (a-1)fy = 0.$$

$$39. \quad xy''_{xx} + [(ax+1)f + ax-1]y'_x + a^2xfy = 0.$$

$$40. \quad xy''_{xx} + [(ax^2 + bx)f + 2]y'_x + bfy = 0.$$

$$41. \quad x^2y''_{xx} + xfy'_x + a(f-a-1)y = 0.$$

$$42. \quad y''_{xx} + (f + ae^{\lambda x})y'_x + ae^{\lambda x}(f + \lambda)y = 0.$$

$$43. \quad y''_{xx} - (f^2 + f'_x)y = 0.$$

$$44. \quad y''_{xx} + 2fy'_x + (f^2 + f'_x)y = 0.$$

$$45. \quad y''_{xx} + (1-a)fy'_x - a(f^2 + f'_x)y = 0.$$

46. $y''_{xx} + fy'_x + (fg - g^2 + g'_x)y = 0.$

47. $fy''_{xx} - af'_xy'_x - bf^{2a+1}y = 0.$

48. $f^2y''_{xx} + f(f'_x + a)y'_x + by = 0.$

49. $y''_{xx} - f'_xy'_x + a^2e^{2f}y = 0.$

50. $y''_{xx} - f'_xy'_x - a^2e^{2f}y = 0.$