

Точные решения > Функциональные уравнения > Нелинейные функциональные уравнения с одной независимой переменной

## 2. Нелинейные функциональные уравнения с одной независимой переменной

## 2.1. Функциональные уравнения с квадратичной нелинейностью

1. 
$$y(x+1) - ay^2(x) = f(x)$$
.

2. 
$$y(2x) - ay^2(x) = 0$$
.

3. 
$$y(2x) - 2y^2(x) + a = 0$$
.

4. 
$$y(x)y(a-x) = b^2$$
.

5. 
$$y(x)y(a-x) = f^2(x)$$
.

6. 
$$y^2(x) + y^2(a-x) = b^2$$
.

7. 
$$y^2(x) + Ay(x)y(a-x) + By^2(a-x) + Cy(x) + Dy(a-x) = f(x)$$
.

8. 
$$y(x)y(ax) = f(x)$$
.

9. 
$$y(x^2) - ay^2(x) = 0$$
.

10. 
$$y(x)y(x^a) = f(x), \quad a > 0.$$

11. 
$$y(x)y(a/x) = b^2$$
.

12. 
$$y(x)y(a/x) = f^2(x)$$
.

13. 
$$y^2(x) + Ay(x)y(a/x) + By^2(a/x) + Cy(x) + Dy(a/x) = f(x)$$
.

14. 
$$y(x)y\left(\frac{a-x}{1+bx}\right)=A^2$$
.

15. 
$$y(x)y\left(\frac{a-x}{1+bx}\right)=f^2(x)$$
.

16. 
$$y^2(x) + Ay(x)y(\frac{a-x}{1+bx}) + By(x) = f(x)$$
.

17. 
$$y(x)y(\sqrt{a^2-x^2}) = b^2, \quad 0 \leqslant x \leqslant a.$$

18. 
$$y(x)y(\sqrt{a^2-x^2}) = f^2(x), \quad 0 \leqslant x \leqslant a.$$

19. 
$$y(\sin x)y(\cos x) = a^2$$
.

$$20. \quad y(\sin x)y(\cos x)=f^2(x).$$

21. 
$$y(x)y(\omega(x))=b^2,$$
 где  $\omega(\omega(x))=x.$ 

22. 
$$y(x)y(\omega(x))=f^2(x),$$
 где  $\omega(\omega(x))=x.$ 

## 2.2. Функциональные уравнения со степенной нелинейностью

1. 
$$y(x+a) - by^{\lambda}(x) = f(x)$$
.

$$2. \quad y^{\lambda}(x)y(a-x) = f(x).$$

3. 
$$y^{2n+1}(x) + y^{2n+1}(a-x) = b$$
,  $n = 1, 2, ...$ 

4. 
$$y^{\lambda}(x)y(a/x) = f(x)$$
.

5. 
$$y^{\lambda}(x)y\left(\frac{a-x}{1+bx}\right)=f(x)$$
.

6. 
$$y^{\lambda}(x)y\left(\frac{ax-\beta}{x+b}\right)=f(x), \qquad \beta=a^2+ab+b^2.$$

7. 
$$y^{\lambda}(x)y\left(\frac{bx+\beta}{a-x}\right)=f(x), \qquad \beta=a^2+ab+b^2.$$

8. 
$$y^{\lambda}(x)y(x^a) = f(x)$$
.

9. 
$$y^{\lambda}(x)y(\sqrt{a^2-x^2})=f(x)$$
.

10. 
$$y^{\lambda}(\sin x)y(\cos x) = f(x)$$
.

## 2.3. Нелинейные функциональные уравнения общего вида

1. 
$$F(x, y(x), y(x+a)) = 0$$
.

2. 
$$F(x,y(x),y(a-x))=0$$
.

3. 
$$F(x, y(x), y(ax)) = 0, \quad a > 0.$$

4. 
$$F(x,y(x),y(a/x))=0$$
.

5. 
$$F\left(x,y(x),y\left(\frac{a-x}{1+bx}\right)\right)=0$$
.

6. 
$$F\left(x, y(x), y\left(\frac{ax-\beta}{x+b}\right)\right) = 0, \quad \beta = a^2 + ab + b^2.$$

7. 
$$F\left(x, y(x), y\left(\frac{bx+\beta}{a-x}\right)\right) = 0, \quad \beta = a^2 + ab + b^2.$$

8. 
$$F(x, y(x), y(x^a)) = 0$$
.

9. 
$$F(x,y(x),y(\sqrt{a^2-x^2}\,))=0, \qquad 0\leqslant x\leqslant a.$$

10. 
$$F(x, y(\sin x), y(\cos x)) = 0$$
.

11. 
$$F(x,y(x),y(\omega(x)))=0$$
, where  $\omega(\omega(x))=x$ .

12. 
$$F(x, y(x), y(x+1), y(x+2)) = 0$$
.

13. 
$$F\left(x, y(x), y\left(\frac{ax-\beta}{x+b}\right), y\left(\frac{bx+\beta}{a-x}\right)\right) = 0, \quad \beta = a^2 + ab + b^2.$$

- 14.  $F(x, y(x), y(x+1), \ldots, y(x+n)) = 0.$
- 15.  $F(x, y(x), y^{[2]}(x), \ldots, y^{[n]}(x)) = 0, \quad y^{[n]}(x) = y(y^{[n-1]}(x)).$
- 16.  $F(x, y(\theta_0(x)), y(\theta_1(x)), \ldots, y(\theta_{n-1}(x))) = 0.$

Веб-сайт EqWorld содержит обширную информацию о решениях различных классов обыкновенных дифференциальных уравнений, дифференциальных уравнений в частных производных, интегральных уравнений, функциональных уравнений и других математических уравнений.

© 2004–2005 А. Д. Полянин