



3. Нелинейные обыкновенные дифференциальные уравнения второго порядка

3.1. Обыкновенные дифференциальные уравнения вида

$$y''_{xx} = f(x, y)$$

1. $y''_{xx} = f(y)$. Автономное уравнение.
2. $y''_{xx} = Ax^n y^m$. Уравнение Эмдена–Фаулера.
3. $y''_{xx} + f(x)y = ay^{-3}$. Уравнение Ермакова.
4. $y''_{xx} = f(ay + bx + c)$.
5. $y''_{xx} = f(y + ax^2 + bx + c)$.
6. $y''_{xx} = x^{-1}f(yx^{-1})$. Однородное уравнение.
7. $y''_{xx} = x^{-3}f(yx^{-1})$.
8. $y''_{xx} = x^{-3/2}f(yx^{-1/2})$.
9. $y''_{xx} = x^{k-2}f(x^{-k}y)$. Обобщенно-однородное уравнение.
10. $y''_{xx} = yx^{-2}f(x^n y^m)$. Обобщенно-однородное уравнение.
11. $y''_{xx} = y^{-3}f\left(\frac{y}{\sqrt{ax^2 + bx + c}}\right)$.
12. $y''_{xx} = e^{-ax}f(e^{ax}y)$.
13. $y''_{xx} = yf(e^{ax}y^m)$.
14. $y''_{xx} = x^{-2}f(x^n e^{ay})$.
15. $y''_{xx} = \frac{\psi''_{xx}}{\psi}y + \psi^{-3}f\left(\frac{y}{\psi}\right), \quad \psi = \psi(x)$.

3.2. Обыкновенные дифференциальные уравнения вида

$$f(x, y)y''_{xx} = g(x, y, y'_x)$$

16. $y''_{xx} - y'_x = f(y)$. Автономное уравнение.
17. $y''_{xx} + f(y)y'_x + g(y) = 0$. Уравнение Льекарда.
18. $y''_{xx} + [ay + f(x)]y'_x + f'_x(x)y = 0$.
19. $y''_{xx} + [2ay + f(x)]y'_x + af(x)y^2 = g(x)$.
20. $y''_{xx} = ay'_x + e^{2ax}f(y)$.

21. $y''_{xx} = f(y)y'_x.$
22. $y''_{xx} = [e^{\alpha x}f(y) + \alpha]y'_x.$
23. $xy''_{xx} = ny'_x + x^{2n+1}f(y).$
24. $xy''_{xx} = f(y)y'_x.$
25. $xy''_{xx} = [x^k f(y) + k - 1]y'_x.$
26. $x^2 y''_{xx} + xy'_x = f(y).$
27. $(ax^2 + b)y''_{xx} + axy'_x + f(y) = 0.$
28. $y''_{xx} = f(y)y'_x + g(x).$
29. $xy''_{xx} + (n + 1)y'_x = x^{n-1}f(yx^n).$
30. $gy''_{xx} + \frac{1}{2}g'_x y'_x = f(y), \quad g = g(x).$
31. $y''_{xx} = -ay'_x + e^{ax}f(ye^{ax}).$
32. $xy''_{xx} = f(x^n e^{ay})y'_x.$
33. $x^2 y''_{xx} + xy'_x = f(x^n e^{ay}).$
34. $yy''_{xx} + (y'_x)^2 + f(x)yy'_x + g(x) = 0.$
35. $yy''_{xx} - (y'_x)^2 + f(x)yy'_x + g(x)y^2 = 0.$
36. $yy''_{xx} - n(y'_x)^2 + f(x)y^2 + ay^{4n-2} = 0.$
37. $yy''_{xx} - n(y'_x)^2 + f(x)y^2 + g(x)y^{n+1} = 0.$
38. $yy''_{xx} + a(y'_x)^2 + f(x)yy'_x + g(x)y^2 = 0.$
39. $yy''_{xx} = f(x)(y'_x)^2.$
40. $y''_{xx} - a(y'_x)^2 + f(x)e^{ay} + g(x) = 0.$
41. $y''_{xx} - a(y'_x)^2 + be^{4ay} + f(x) = 0.$
42. $y''_{xx} + a(y'_x)^2 - \frac{1}{2}y'_x = e^x f(y).$
43. $y''_{xx} + \alpha(y'_x)^2 = [e^{\beta x}f(y) + \beta]y'_x.$
44. $y''_{xx} + f(y)(y'_x)^2 + g(y) = 0.$
45. $y''_{xx} + f(y)(y'_x)^2 - \frac{1}{2}y'_x = e^x g(y).$
46. $y''_{xx} = xf(y)(y'_x)^3.$
47. $y''_{xx} = f(y)(y'_x)^2 + g(x)y'_x.$
48. $y''_{xx} = f(x)g(xy'_x - y).$

$$49. \quad y''_{xx} = \frac{y}{x^2} f\left(\frac{xy'_x}{y}\right).$$

$$50. \quad gy''_{xx} + \frac{1}{2}g'_x y'_x = f(y)h(y'_x \sqrt{g}), \quad g = g(x).$$

$$51. \quad y''_{xx} = f(y'^2_x + \alpha y).$$