2.0

VIII. 泵浦 未耗尽 时，和频 频域解 $G_{3z}\left(k_{3x},k_{3y}\right)$ 的 近似解 Final 3D

$k_{3z}-g_z$ 卷不得

$$G_{3z}\left(k_{3x},k_{3y}\right)\approx\frac{\chi_{\mathrm{eff}}\omega_3^2}{c^2}\cdot\iiint C\left(g_x,g_y,g_z\right)\cdot\frac{\mathcal{F}\left[E_1(\mathbf{r})E_2(\mathbf{r})\right]\Big|_{k_{3x}-g_x,k_{3y}-g_y}^{x,y}\cdot e^{ig_z z}-\mathcal{F}\left[E_{10}E_{20}\right]\Big|_{k_{3x}-g_x,k_{3y}-g_y}^{x,y}\cdot e^{ik_{3z}z}}{k_{zQ}'^2-k_{3z}^2}\cdot\mathrm{d}g_x\mathrm{d}g_y\mathrm{d}g_z$$

$$=\frac{\chi_{\mathrm{eff}}\omega_3^2}{c^2}\cdot\iiint\frac{C\left(g_x,g_y,g_z\right)}{k_{zQ}''^2-k_{3z}^2}\cdot\left[\mathcal{F}\left[E_1(\mathbf{r})E_2(\mathbf{r})\right]\Big|_{k_{3x}-g_x,k_{3y}-g_y}^{x,y}\cdot e^{ig_z z}-\mathcal{F}\left[E_{10}E_{20}\right]\Big|_{k_{3x}-g_x,k_{3y}-g_y}^{x,y}\cdot e^{ik_{3z}z}\right]\cdot\mathrm{d}g_x\mathrm{d}g_y\cdot\mathrm{d}g_z$$

$$=\frac{\chi_{\mathrm{eff}}\omega_3^2}{c^2}\cdot\int\left[\frac{C\left(k_{3x},k_{3y},g_z\right)}{k_{zQ}''^2-k_{3z}''^2}*\mathcal{F}\left[E_1(\mathbf{r})E_2(\mathbf{r})\right]\Big|_{k_{3x},k_{3y}}^{x,y}\cdot e^{ig_z z}-\frac{C\left(k_{3x},k_{3y},g_z\right)}{k_{zQ}''^2-k_{3z}''^2}*\mathcal{F}\left[E_{10}E_{20}\right]\Big|_{k_{3x},k_{3y}}^{x,y}\cdot e^{ik_{3z}z}\right]\mathrm{d}g_z$$

$$G_{3z}\left(k_{3x},k_{3y}\right)=\frac{\chi_{\mathrm{eff}}\omega_3^2}{c^2}\cdot\sum_{l_x,l_y,l_z=-\infty}^{+\infty}C_{l_x,l_y,l_z}\cdot\left[\frac{\mathcal{F}\left[E_1(\mathbf{r})E_2(\mathbf{r})\right]\Big|_{k_{3x}-g_{l_x},k_{3y}-g_{l_y}}^{x,y}\cdot e^{ig_{l_z}z}-\mathcal{F}\left[E_{10}E_{20}\right]\Big|_{k_{3x}-g_{l_x},k_{3y}-g_{l_y}}^{x,y}\cdot e^{ik_{3z}z}}{k_{zQ}''^2-k_{3z}^2}\right]$$

其中，$k_{zQ}'=k_{zQ}\Big|_{k_x,k_y\to K_{1x},K_{1y}}=k_{zQ}=\sqrt{k_1^2-K_{1x}^2-K_{1y}^2}+\sqrt{k_2^2-\left(k_{3x}-g_x-K_{1x}\right)^2-\left(k_{3y}-g_y-K_{1y}\right)^2}+g_z$

$$k_{zQ}''=k_{zQ}'\Big|_{k_{2x},k_{2y}\to K_{2x},K_{2y}}=K_{1z}+K_{2z}+g_z\qquad k_{3z}=k_{3z}\Big|_{k_{3x},k_{3y}\to K_{3x},K_{3y}}=\sqrt{k_3^2-\left(K_{1x}+K_{2x}+g_x\right)^2-\left(K_{1y}+K_{2y}+g_y\right)^2}$$

$$k_{3z}''=k_{3z}\Big|_{g_x,g_y\to k_{3x},k_{3y}}=\sqrt{k_3^2-\left(K_{1x}+K_{2x}+k_{3x}\right)^2-\left(K_{1y}+K_{2y}+k_{3y}\right)^2}$$

为可卷积，k_{zQ} 必须 或包含 g_x,g_y，或包含 $k_{3x}-g_x,k_{3y}-g_y$，且二者可分离；且如果包含了 k_{3x},k_{3y}，则必须三者可两两分离。另一方面，这里分母也最好不参与卷积，否则又是单独算完每一项（除以了分母再卷积）之后再做差，而不是做了差之后再除以分母。这样就会导致遇到非零分子，除以零分母的错误。

因此，分母直接弄成与 g_x,g_y 无关，并从积分中提出来；依据同样是只有特定 $\{k_{2x},k_{2y}\}$ 处，g_2 值才非零，只需保证 $k_{2z}(K_{2x},K_{2y})$ 可代表 k_{2z} 的加权均值即可。