VII. 泵浦 未耗尽 时，和频 频域解 $G_{3z}\left(k_{3x},k_{3y}\right)$ 的 近似解 final

$$
\begin{aligned}
G_{3z}\left(k_{3x},k_{3y}\right) &= \frac{\chi_{\mathrm{eff}}\omega_3^2}{c^2}\cdot\iiint C\left(g_x,g_y,g_z\right)\cdot\iint \mathcal{F}\left[E_{10}\left(x,y\right)\right]\Big|_{k_x,k_y}^{x,y}\mathcal{F}\left[E_{20}\left(x,y\right)\right]\Big|_{k_{3x}-g_x-k_x,k_{3y}-g_y-k_y}^{x,y}\frac{e^{ik_{zQ}z}-e^{ik_{3z}z}}{k_{zQ}^2-k_{3z}^2}\mathrm{d}k_x\mathrm{d}k_y\mathrm{d}g_x\mathrm{d}g_y\mathrm{d}g_z \\
&\approx \frac{\chi_{\mathrm{eff}}\omega_3^2}{c^2}\cdot\iiint C\left(g_x,g_y,g_z\right)\cdot\frac{1}{k_{zQ}'^2-k_{3z}^2}\cdot\iint \mathcal{F}\left[E_{10}\left(x,y\right)\right]\Big|_{k_x,k_y}^{x,y}\mathcal{F}\left[E_{20}\left(x,y\right)\right]\Big|_{k_{3x}-g_x-k_x,k_{3y}-g_y-k_y}^{x,y}\left(e^{ik_{zQ}z}-e^{ik_{3z}z}\right)\mathrm{d}k_x\mathrm{d}k_y\mathrm{d}g_x\mathrm{d}g_y\mathrm{d}g_z \\
&= \frac{\chi_{\mathrm{eff}}\omega_3^2}{c^2}\cdot\iiint C\left(g_x,g_y,g_z\right)\cdot\frac{1}{k_{zQ}'^2-k_{3z}^2}\cdot\begin{bmatrix} e^{ig_zz}\cdot\iint \mathcal{F}\left[E_{10}\left(x,y\right)\right]\Big|_{k_x,k_y}^{x,y}\mathcal{F}\left[E_{20}\left(x,y\right)\right]\Big|_{k_{3x}-g_x-k_x,k_{3y}-g_y-k_y}^{x,y}e^{ik_{zq}z}\mathrm{d}k_x\mathrm{d}k_y \\ -e^{ik_{3z}z}\cdot\iint \mathcal{F}\left[E_{10}\left(x,y\right)\right]\Big|_{k_x,k_y}^{x,y}\mathcal{F}\left[E_{20}\left(x,y\right)\right]\Big|_{k_{3x}-g_x-k_x,k_{3y}-g_y-k_y}^{x,y}\mathrm{d}k_x\mathrm{d}k_y \end{bmatrix}\mathrm{d}g_x\mathrm{d}g_y\mathrm{d}g_z \\
&= \frac{\chi_{\mathrm{eff}}\omega_3^2}{c^2}\cdot\iiint C\left(g_x,g_y,g_z\right)\cdot\frac{1}{k_{zQ}'^2-k_{3z}^2}\cdot\begin{bmatrix} e^{ig_zz}\cdot G_{1z}\left(k_{3x}-g_x,k_{3y}-g_y\right)*G_{2z}\left(k_{3x}-g_x,k_{3y}-g_y\right) \\ -e^{ik_{3z}z}\cdot g_1\left(k_{3x}-g_x,k_{3y}-g_y\right)*g_2\left(k_{3x}-g_x,k_{3y}-g_y\right) \end{bmatrix}\mathrm{d}g_x\mathrm{d}g_y\mathrm{d}g_z
\end{aligned}
$$

其中， $k_{zQ}=k_{zq}+g_z=\sqrt{k_1^2-k_x^2-k_y^2}+\sqrt{k_2^2-\left(k_{3x}-g_x-k_x\right)^2-\left(k_{3y}-g_y-k_y\right)^2}+g_z$

$$
k_{zQ}'=k_{zQ}\Big|_{k_x,k_y\to K_{1x},K_{1y}}=\sqrt{k_1^2-K_{1x}^2-K_{1y}^2}+\sqrt{k_2^2-\left(k_{3x}-g_x-K_{1x}\right)^2-\left(k_{3y}-g_y-K_{1y}\right)^2}+g_z
$$

要想将 分母 提出来，只需要对 k_x,k_y 限制。而从交叠积分的角度， 几乎只有特定 $\{k_{1x},k_{1y}\}$ 的地方， g_1 的值才非零，或比较大。
因此 k_x,k_y 只需要在 $g(\{k_{1x},k_{1y}\})$ 较大的 $\{k_{1x},k_{1y}\}$ 处，保证取值准确即可，在其他地方取什么值都影响不大，毕竟在那些地方 $g_1\approx 0$。
而且 k_x,k_y 也不必遍历 $\{k_{1x},k_{1y}\}$ 这个集合，而只需保证 $k_{1z}(k_x,k_y)\approx k_{1z}(\{k_{1x},k_{1y}\})$ 即可，那么只需保证所选的 $k_{1z}(K_x,K_y)$ 可代表 k_{1z} 的加权均值即可。