


## • 课后作业一

- 作业一：已知光纤  $\text{SiO}_2$  在  $1.55 \mu\text{m}$  波长的损耗，约为  $0.2 \text{ dB / km}$ ，计算用  $\text{SiO}_2$  制备的光学微腔  $Q$  的极限是多少？

- 假设两面镜子完全不损耗，只存在腔内的介质的传输损耗，则根据寿命和吸收系数的定义   $\tau$  为传输到  $1/\alpha$  时，所用的时间

- 即  $\tau = \frac{1}{\alpha \cdot c/n} = \frac{n}{\alpha \cdot c} = \frac{1.4628}{0.000955 \cdot 2.9979 \times 10^8} = 5.11 \times 10^{-6} \text{ s}$ 
  - $\alpha = 0.2 \text{ dB / km} = 10^{\frac{-0.2}{10}} = 0.955 / \text{km} = 0.000955 / \text{m}$
  - $n(1550\text{nm}) = 1.4628$ 
    - ( from <https://zhidao.baidu.com/question/466233852.html> )
- $Q_{\max} = \tau \cdot \omega = 5.11 \times 10^{-6} \cdot 2\pi \cdot \frac{c}{\lambda} = 5.11 \times 10^{-6} \cdot 2\pi \cdot \frac{2.99792 \times 10^8}{1.55 \times 10^{-6}} = 6.21 \times 10^9$

## • 作业二：拉比学派

- 拉比 I.I.Rabi 的直系学生中，总共有 4 个 获得了诺贝尔奖
  - 在二战后不久，由于 磁共振效应 的发明，拉比 获得了 1944 年的 诺贝尔奖
    - 这直接导致了 Kusch 库什 在之后 因 精密测定电子磁矩 获得 1955 年的 诺贝尔奖
- 拉姆齐 Ramsey 在1989年，因其 研发了 超精密铯原子钟 和 氢 Maser 微波激射器 而获得 诺贝尔物理学奖
  - 他的研究为 核磁共振技术 (MRI) 的研发奠定了基础
- 1995年，卡尔·威曼 (Carl Wieman) 和 埃里克·康奈尔 (Eric Cornell) 成功地在 稀有原子气体中，实现了 1924 年所预测的 Bose-Einstein 凝聚 这一现象。
- 不完全统计，拉比 Tree 的学生中，总共有 19 个 获得了 诺贝尔奖
  - 所以拉姆齐 Ramsey 说 "The Rabi Tree is now the Rabi Forest."，拉比树，已经成为 拉比森林 了

## • 课后作业一

- 作业一：已知光纤  $\text{SiO}_2$  在  $1.55 \mu\text{m}$  波长的损耗，约为  $0.2 \text{ dB/km}$ ，计算用  $\text{SiO}_2$  制备的光学微腔 Q 的极限是多少？

- 假设两面镜子完全不损耗，只存在腔内的介质的传输损耗，则根据寿命和吸收系数的定义  $\tau$  为传输到  $1/\alpha$  时，所用的时间

- 即  $\tau = \frac{1}{\alpha \cdot c/n} = \frac{n}{\alpha \cdot c} = \frac{1.444}{4.6 \times 10^{-5} \cdot 2.99792 \times 10^8} = 1.04 \times 10^{-4} \text{ s}$

- $\frac{P_{\text{out}}}{P_{\text{in}}} / \text{m} = 0.2 \text{ dB/km} = 10^{\frac{-0.2}{10}} = 0.955 / \text{km}$

- 根据  $\frac{P_{\text{out}}}{P_{\text{in}}} = e^{-\alpha \cdot 1000 \text{ m}} = 0.955$

- 得  $\alpha = -\frac{\log_e(0.955)}{1000} = 4.6 \times 10^{-5} \text{ m}^{-1}$

- $n(1550 \text{ nm}) = 1.444$

- (from <https://zhidao.baidu.com/question/466233852.html>)

- $Q_{\text{max}} = \tau \cdot \omega = 1.04 \times 10^{-4} \cdot 2\pi \cdot \frac{c}{\lambda} = 1.04 \times 10^{-4} \cdot 2\pi \cdot \frac{2.99792 \times 10^8}{1.55 \times 10^{-6}} = 1.27 \times 10^{11}$

## • 作业二：拉比学派

- 拉比 I.I. Rabi 的直系学生中，总共有 4 个 获得了诺贝尔奖
  - 在二战后不久，由于 磁共振效应 的发明，拉比 获得了 1944 年的 诺贝尔奖
    - 这直接导致了 Kusch 库什 在之后因 精密测定 电子磁矩 获得 1955 年的 诺贝尔奖
  - 拉姆齐 Ramsey 在 1989 年，因其研发了 超精密铯原子钟 和 氢 Maser 微波激励器 而获得 诺贝尔物理学奖
    - 他的研究为 核磁共振技术 (MRI) 的研发奠定了基础
  - 1995 年，卡尔·威曼 (Carl Wieman) 和 埃里克·康奈尔 (Eric Cornell) 成功地在稀有原子气体中，实现了 1924 年所预测的 Bose-Einstein 凝聚 这一现象。
- 不完全统计，拉比 Tree 的学生中，总共有 19 个 获得了 诺贝尔奖
  - 所以 拉姆齐 Ramsey 说 "The Rabi Tree is now the Rabi Forest."，拉比树，已经成为 拉比森林 了

### • 作业三

#### • 1. 推导在 FP 和 WGM 谐振腔内 单个光子 产生的力 分别为 $F = \frac{\hbar\omega}{L}$ 、 $F = \frac{\hbar\omega}{R}$

- 据 德布罗意 关系, 光子动量  $p = \frac{h}{\lambda} = \frac{h\nu}{c} = \frac{\hbar\omega}{c}$ 
  - 对于 FP 腔, 光打到 某面镜子 并反射 后
    - 光子动量 改变量  $\Delta p = \frac{2\cdot\hbar\omega}{c}$
    - 光子撞 同一个壁 的 周期  $\Delta t = \frac{2\cdot L}{c}$ 
      - 光子撞了一次镜壁后, 需要在 FP 腔里, 来回走一圈, 即  $2\cdot L$  的光程, 才能 第二次 撞同一个镜壁
    - 所以同一个镜面, 因单光子动量改变, 在单光子寿命时间内, 受到的持续的 光压力的大小 为:  $F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{\frac{2\cdot\hbar\omega}{c}}{\frac{2\cdot L}{c}} = \frac{\hbar\omega}{L}$
  - 对于 WGM 腔, 在驻波条件下, 认为光子 转一周 回到 原位置, 则 光子的路径 是 正多边形
    - 则 考虑腔壁中 某一固定的、被光子 碰撞的位置
      - 假设 光子在撞壁 前, 所处的 多边形的 某条边, 其作为 圆腔壁 的 某条弦, 所对应的 弦心角 为  $\Delta\theta$ 
        - 该位置的 腔壁, 对单光子 的单次反射, 对应的 光子动量改变量 为  $\Delta p = \frac{2\cdot\hbar\omega}{c} \cdot \cos(\frac{\pi-\Delta\theta}{2}) = \frac{2\cdot\hbar\omega}{c} \cdot \sin(\frac{\Delta\theta}{2})$
        - 每次反射 (碰撞) 与下次反射 (碰撞) 间, 光子传播的时长为:  $\Delta t = \frac{R\cdot 2}{c} \cdot \sin(\frac{\Delta\theta}{2})$ 
          - 该次全反射 所对应的 光子所走光程 为  $R\cdot 2\cdot \sin(\frac{\Delta\theta}{2})$
        - 该壁点处的 光力  $F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{\frac{2\cdot\hbar\omega}{c} \cdot \sin(\frac{\Delta\theta}{2})}{\frac{R\cdot 2}{c} \cdot \sin(\frac{\Delta\theta}{2})} = \frac{\hbar\omega}{R}$

#### • 2. 计算 腔长分别为 $1\ \mu\text{m}$ 、 $100\ \mu\text{m}$ 、 $1\ \text{mm}$ 时, 单个光子 产生的 光力大小

- 据  $n\cdot L = m\cdot\lambda$ 
  - 得  $\nu = \frac{m\cdot c}{n\cdot L}$ 
    - 即  $\hbar\omega = h\frac{m\cdot c}{n\cdot L}$
    - 则  $F = \frac{\hbar\omega}{L} = h\frac{m\cdot c}{n\cdot L^2}$ 
      - 又  $m \geq 1$ 
        - 则  $F \geq h\frac{c}{n\cdot L^2}$
        - 即 单个光子 对腔产生的力, 至少是  $F \geq 6.62607015 \times 10^{-34} \cdot \frac{2.99792 \times 10^8}{n\cdot L^2} = \frac{1.99 \times 10^{-25}}{n\cdot L^2}$
  - 取  $n = 1$ ; 且 对于 FP 腔 和 WGM 腔, 都认为  $L =$  上述尺寸
    - 对于  $L = 1\ \mu\text{m}$ 
      - 光力  $F \geq 0.2\ \text{pN}$
    - 对于  $L = 100\ \mu\text{m}$ 
      - 光力  $F \geq 2.0 \times 10^{-5}\ \text{pN}$
    - 对于  $L = 1\ \text{mm}$ 
      - 光力  $F \geq 2.0 \times 10^{-7}\ \text{pN}$

• 作业五：为什么光纤中一般只能存在反向受激布里渊散射？

- 对于散射，哪怕是这里所讨论 的，声子作为 散射中心 的 非弹性散射
- 一般而言，光 在被声子 散射 前后 频移变化量也是很小的
  - 所以光 在被声子 散射 前后，频率变化量 or 能量变化量 对光波本身的高频率 可以忽略不计
  - 并且 因此，光波 的 波矢改变量 相对于 短波长、大波矢 的光波矢，也可以忽略不计
  - 因此有  $\omega_p \approx \omega_s$  、  $k_p \approx k_s$  ，那么 stokes、反 stokes 过程 中，动量守恒 所构成 的 波矢三角形 近似 等腰三角形，如图所示：



- 因此有  $k_A \approx 2 \cdot k_p \cdot \sin \frac{\theta}{2}$ 
  - 而光纤中  $\theta$  只能取 0 或  $\pi$ 
    - 但若取 0 则等价于 正常传播、没发生 散射、没产生声子
    - 所以 取  $\pi$ ，以至于  $k_A \approx 2 \cdot k_p$ ，以至于  $\omega_A \approx 2 \cdot k_p \cdot v_A$

• 因此 光纤中一般只能存在反向受激布拉格散射

- 对于 stokes 过程
  - 能量守恒与动量守恒过程为：  $\omega_p = \omega_s + \omega_A$  、  $k_p = k_s + k_A$ 
    - 于是有  $\omega_s = \omega_p - \omega_A = \omega_p - 2 \cdot k_p \cdot v_A$
    - 频移量约为  $\Delta\omega = \omega_s - \omega_p = -2 \cdot k_p \cdot v_A$
- 对于反 stokes 过程
  - 能量守恒方程变为  $\omega_p + \omega_A = \omega_s$ 
    - 频移量为  $\Delta\omega = \omega_s - \omega_p = 2 \cdot k_p \cdot v_A$