《两类四边无限翻折中的代数结构》

以入口所在页上的“文字尾部→头部”方向（其他方向、依其他参照物参考的方向亦可，如//(水平外翻╟时大拇指所绕的转轴))，建立隧道截面的 y 轴正向（同向且平行，即顺平行//；//也是几何上的、不考虑方向的平行），再依正对观察者的纸面（文字所在的页）建立 x-o-y 平面直角坐标系，即确定 x 轴。然后依 **i**×**j**=**k** 的方式，建立 z 轴（穿出纸面⊙，即反平行于\\观察者的目光方向⊗）。

注意，相对于纸面建立了 o-x-y-z 坐标系后，无论以后的纸面怎么动，都不要再移动或转动 o-x-y-z 坐标系了；这样便可通过以下相对于所建立的坐标系的操作元素，来对纸面进行操作。

虽然翻折操作均是点对称操作，但翻折操作的集合不是点群，因为它们像对魔方的操作集合一样，不满足 5.交换律（不是阿贝尔群），但仍是个（有限）群，即“1.具有封闭性、2.满足结合律、3.存在单位元素、4.存在逆元素”，且秩为 5（指的是 8 片式，且考虑结构，但不考虑纸上信息）。

至于是不是对称操作群，8 片式折法是与点群一样的对称操作群；但框式折法，若沿用 8 片式折法的操作集合，则不是对称操作群（因为经历与 8 片式折法同样的系列操作流程后本该不变的点集，看上去虽然同一点集地重合了，但细看物理层面，框式折法却并没有像 8 片式折法那样严格重合；但若只看表面、忽略细节的话，框式折法确实也是对称操作群）。

【如果注意到了这一细节且硬要说它是对称操作群的话，那么需要重新定义生成元，以严格地数学化，群内元素在数量上和丰富程度将大打折扣。所以最好忽略这一细节并说它是与 8 片式折法完全相同的对称操作群。】

要注意，以下操作不是从无到有的折纸操作，而是折完之后，对所得的作品

进行翻折的操作——正如一般不关心魔方是怎么生产出来的，而关心生产出来后的魔方，该怎么复原的问题。

另外，由于翻折后还要写字或阅读（输出或输入信息），因此这里的群至少有两类，包括无字的纯折纸作品所对应的群；和包含文字（甚至页码）的位置和朝向，这一扩张后的折纸作品，所对应的群；更一般地，若还要考虑是否忽略八片式折法的折纸结构（框式折法已经默认结构与八片式结构一样了），则可能的群将有四类。

下表中给出的群是四类可能的群中，群元和生成元数目最多的那两类，即忽略了八片式折法结构的、且考虑了纸上信息的群（这种考虑是指，考虑了信息存在的可能，但信息不一定要在纸片上存在；而不是指纸上一定要有信息——因为即使纸上有信息也可以忽略掉信息）。

四边无限翻折操作集合中的 Group（数学符号来自 Unicode 制表符）：

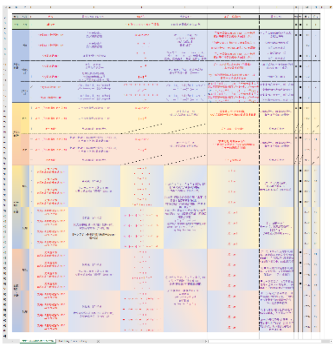

图 1：两类四边无限翻折中的代数结构

图 2：The key to unfold the mystery of my paper foldings