科学与技术的完美融合：technique and knowledge = technology

一.弹弹堂的物理模型的构建：

以人物的正面朝向为 x 轴正向，以−g方向为 y 轴正向，在这个坐标系下进行物理模型的建立：(注：在这样的坐标系下 g 为负数，而 k 恒为负数这个事实与坐标系的选择无关，它表示阻力加速度 k**v** 恒与 **v** 反向)。

【在正式的推导之前，需要提醒的是，1.为了服务于方便地计算，k**v** 的 k 中包含了弹丸的质量作为分母，所以 k**v** **表示阻力所创造的加速度而不是阻力**；2.由于阻力加速度 k**v** 在 x 和 y 方向上的分量分别为 $kv_x \cdot \mathbf{i}$ 以及 $kv_y \cdot \mathbf{j}$，所以在阻力加速度的分量表达式中，阻力系数均仍为 k，我们将利用这个事实进行接下来的推导。】

①.y 方向的速度和位移(坐标)分量表达式推导：

(1). 由牛顿第二定律：$\frac{dv_y}{dt} = k \cdot v_y + g$

(2).移项并对两边积分即有：$\int_{v_{y0}}^{v_y} \frac{1}{k \cdot v_y + g} \cdot dv_y = \int_0^t dt$，凑微分可得：$\frac{1}{k} \cdot \ln \frac{|k \cdot v_y + g|}{|k \cdot v_{y0} + g|} = t$

(3).现由于在实际的物理模型中，y 方向的分加速度的方向不会随着时间的变化而变化，即任何一个末了时刻的加速度$k \cdot v_y + g$仍然同号于初始时刻的加速度$k \cdot v_{y0} + g$，那么原方程变为$t = \frac{1}{k} \cdot \ln \frac{|k \cdot v_y + g|}{|k \cdot v_{y0} + g|} = \frac{1}{k} \cdot \ln \left| \frac{k \cdot v_y + g}{k \cdot v_{y0} + g} \right| = \frac{1}{k} \cdot \ln \frac{k \cdot v_y + g}{k \cdot v_{y0} + g}$

(4).即有$\frac{k \cdot v_y + g}{k \cdot v_{y0} + g} = e^{k \cdot t}$，于是便得到分速度$v_y$的最终表达式：$v_y = \left(v_{y0} + \frac{g}{k}\right) \cdot e^{k \cdot t} - \frac{g}{k}$

(5).根据分速度v_y表达式得到：$\frac{dy}{dt} = \left(v_{y0} + \frac{g}{k}\right) \cdot e^{k \cdot t} - \frac{g}{k}$，移项并对方程左右两边积分：$\int_{y_0}^{y} dy = \int_0^t \left[\left(v_{y0} + \frac{g}{k}\right) \cdot e^{k \cdot t} - \frac{g}{k}\right] \cdot dt$

(6).于是我们便得到了分位移 y 的最终表达式：$y = \frac{\left(v_{y0} + \frac{g}{k}\right)}{k} \cdot \left(e^{k \cdot t} - 1\right) - \frac{g}{k} \cdot t + y_0$

②.同样的道理，x 方向的：

(1).速度分量表达式：$v_x = \left(v_{x0} + \frac{a}{k}\right) \cdot e^{k \cdot t} - \frac{a}{k}$

(2).位移(坐标)分量表达式：$x = \frac{\left(v_{x0} + \frac{a}{k}\right)}{k} \cdot \left(e^{k \cdot t} - 1\right) - \frac{a}{k} \cdot t + x_0$

它们的得来过程只需做如下替换：$y_0 \to x_0$，y→x，$v_y \to v_x$，g→a。其中，像 g 一样，a 的正负由水平风力加速度 **a** 相对于 x 轴正向(或者说 **i**)是否同向决定。

③.整理一下，我们便有两个坐标分量表达式：$x=\frac{\left(v_{x0}+\frac{a}{k}\right)}{k}\cdot\left(e^{k\cdot t}-1\right)-\frac{a}{k}\cdot t+x_0$，以及 $y=\frac{\left(v_{y0}+\frac{g}{k}\right)}{k}\cdot\left(e^{k\cdot t}-1\right)-\frac{g}{k}\cdot t+y_0$，现根据这两个表达式，并用以下两种分离两个含变量 t 的式子的方法，构造出两个连等式，并进而得出两个方程某边只含变量 t 的等式：

1. $\frac{\frac{\left(v_{x0}+\frac{a}{k}\right)}{k}\cdot\left(e^{k\cdot t}-1\right)+x_0-x}{a}=\frac{t}{k}=\frac{\frac{\left(v_{y0}+\frac{g}{k}\right)}{k}\cdot\left(e^{k\cdot t}-1\right)+y_0-y}{g}\rightarrow\frac{\left(v_{x0}+\frac{a}{k}\right)\cdot\left(e^{k\cdot t}-1\right)+k\left(x_0-x\right)}{a}=\frac{\left(v_{y0}+\frac{g}{k}\right)\cdot\left(e^{k\cdot t}-1\right)+k\left(y_0-y\right)}{g}\rightarrow e^{k\cdot t}-1=\frac{\frac{k(y_0-y)}{g}-\frac{k(x_0-x)}{a}}{\frac{\left(v_{x0}+\frac{a}{k}\right)}{a}-\frac{\left(v_{y0}+\frac{g}{k}\right)}{g}}=k\cdot\frac{a(y_0-y)-g(x_0-x)}{g\left(v_{x0}+\frac{a}{k}\right)-a\left(v_{y0}+\frac{g}{k}\right)}=k\cdot\frac{a(y_0-y)-g(x_0-x)}{g\cdot v_{x0}-a\cdot v_{y0}}=k\cdot\frac{g(x-x_0)-a(y-y_0)}{g\cdot v_{x0}-a\cdot v_{y0}}=k\cdot\frac{\begin{vmatrix}g & a\\ y-y_0 & x-x_0\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}g & a\\ v_{y0} & v_{x0}\end{vmatrix}}$

2. $\frac{x-x_0+\frac{a}{k}\cdot t}{\frac{\left(v_{x0}+\frac{a}{k}\right)}{k}}=e^{k\cdot t}-1=\frac{y-y_0+\frac{g}{k}\cdot t}{\frac{\left(v_{y0}+\frac{g}{k}\right)}{k}}\rightarrow\frac{x-x_0+\frac{a}{k}\cdot t}{v_{x0}+\frac{a}{k}}=\frac{y-y_0+\frac{g}{k}\cdot t}{v_{y0}+\frac{g}{k}}\rightarrow t=\frac{\left(v_{x0}+\frac{a}{k}\right)(y_0-y)-\left(v_{y0}+\frac{g}{k}\right)(x-x_0)}{\frac{a}{k}\left(v_{y0}+\frac{g}{k}\right)-\frac{g}{k}\left(v_{x0}+\frac{a}{k}\right)}=\frac{(k\cdot v_{x0}+a)(y_0-y)-(k\cdot v_{y0}+g)(x-x_0)}{a\cdot v_{y0}-g\cdot v_{x0}}=\frac{(k\cdot v_{y0}+g)(x-x_0)-(k\cdot v_{x0}+a)(y_0-y)}{g\cdot v_{x0}-a\cdot v_{y0}}=\frac{\begin{vmatrix}k\cdot v_{y0}+g & k\cdot v_{x0}+a\\ y-y_0 & x-x_0\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}g & a\\ v_{y0} & v_{x0}\end{vmatrix}}$

3. 对于 $t=\frac{\begin{vmatrix}k\cdot v_{y0}+g & k\cdot v_{x0}+a\\ y-y_0 & x-x_0\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}g & a\\ v_{y0} & v_{x0}\end{vmatrix}}$ 我们进一步操作：$t=\frac{\begin{vmatrix}k\cdot v_{y0} & k\cdot v_{x0}\\ y-y_0 & x-x_0\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}g & a\\ v_{y0} & v_{x0}\end{vmatrix}}+\frac{\begin{vmatrix}g & a\\ y-y_0 & x-x_0\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}g & a\\ v_{y0} & v_{x0}\end{vmatrix}}$，那么便有 $k\cdot t=k^2\cdot\frac{\begin{vmatrix}v_{y0} & v_{x0}\\ y-y_0 & x-x_0\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}g & a\\ v_{y0} & v_{x0}\end{vmatrix}}+k\cdot\frac{\begin{vmatrix}g & a\\ y-y_0 & x-x_0\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}g & a\\ v_{y0} & v_{x0}\end{vmatrix}}=k^2\cdot\frac{\begin{vmatrix}v_{y0} & v_{x0}\\ y-y_0 & x-x_0\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}g & a\\ v_{y0} & v_{x0}\end{vmatrix}}+e^{k\cdot t}-1$，即得到了一个非常壮丽的式子：$1-e^{k\cdot t}+k\cdot t=k^2\cdot\frac{\begin{vmatrix}v_{y0} & v_{x0}\\ y-y_0 & x-x_0\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}g & a\\ v_{y0} & v_{x0}\end{vmatrix}}$

这个式子是用来干什么的呢？或者说，从③.一开头到现在这里我们都在干些什么呢？

4. 弹弹堂的物理模型中，已知量为 a、g、x_0、y_0、x、y、k；未知量为 v_{x0}、v_{y0}、t，并且更进一步地，由于二维直角坐标速度空间 v_{x0}、v_{y0} 能够等效地与二维极坐标速度空间 v_0、θ 互相转化【$\tan\theta=\frac{v_{y0}}{v_{x0}}$；$v_0=\sqrt{v_{x0}^2+v_{y0}^2}$】，实际上真正的未知量为：$v_0$、$\theta$ 中的一个和 t，即，我们的弹弹堂和其所依赖的物理模型，实际上是自己先手动确定 v_0 或 θ 一个值，将此值代入我们接下来将要导出的超越方程中，求解，看是否能解出 t——若方程有解 t_0，则对于这个你所确定了 v_0(或 θ)，另一个量 θ(或 v_0)待定的，弹道轨迹簇中，存在一个合适的解 θ(或 v_0)，使得对应的弹道轨迹经过目标的绝对位置 (x,y) 或目标的相对位置 $(x-x_0,y-y_0)$——即在这个 θ(或 v_0)下，你打得到对方，并且将超越方程的解 t_0 代入那个待定的量 θ(或 v_0)的函数表达式中，即可得到你所需要的角度或力度。【不过通常我们是先确定角度 θ，将其作为已知量代入超越方程中，解出时间 t_0，再 t_0 代入，得到力度 v_0 的。】

根据 $\tan\theta=\frac{v_{y0}}{v_{x0}}$，现在我们设$M=k^2\cdot\frac{\begin{vmatrix} v_{y0} & v_{x0} \\ y-y_0 & x-x_0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} g & a \\ v_{y0} & v_{x0} \end{vmatrix}}=k^2\cdot\frac{\begin{vmatrix} \frac{v_{y0}}{v_{x0}} & 1 \\ y-y_0 & x-x_0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} g & a \\ \frac{v_{y0}}{v_{x0}} & 1 \end{vmatrix}}=k^2\cdot\frac{\begin{vmatrix} \tan\theta & 1 \\ y-y_0 & x-x_0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} g & a \\ \tan\theta & 1 \end{vmatrix}}=$ $k^2\cdot\frac{(x-x_0)\cdot\tan\theta-(y-y_0)}{g-a\cdot\tan\theta}$，则 M 中包含且只包含了所有必要的已知量的全部信息：a、g、x_0、y_0、x、y、k、θ，则超越方程$1-e^{k\cdot t}+k\cdot t=M$的解$t_0$，即将派上用场：将其代入到$v_0$的函数表达式中即可得到打击力度$v_0$。

5.同样，根据两个坐标分量方程：$x=\frac{\left(v_{x0}+\frac{a}{k}\right)}{k}\cdot\left(e^{k\cdot t}-1\right)-\frac{a}{k}\cdot t+x_0$，以及$y=\frac{\left(v_{y0}+\frac{g}{k}\right)}{k}\cdot\left(e^{k\cdot t}-1\right)-\frac{g}{k}\cdot t+y_0$，可以得到$v_{x0}$和$v_{y0}$的表达式：$v_{x0}=\frac{k^2(x-x_0)+a\cdot kt}{k(e^{k\cdot t}-1)}-\frac{a}{k}=\frac{k^2(x-x_0)+a\cdot(kt-e^{k\cdot t}+1)}{k(e^{k\cdot t}-1)}=\frac{k^2(x-x_0)+a\cdot M}{k(e^{k\cdot t}-1)}$，同理有$v_{y0}=\frac{k^2(y-y_0)+g\cdot M}{k(e^{k\cdot t}-1)}$，那么$v_0$的函数表达式：$v_0=\sqrt{v_{x0}^2+v_{y0}^2}=\sqrt{\left(\frac{k^2(x-x_0)+a\cdot M}{k(e^{k\cdot t}-1)}\right)^2+\left(\frac{k^2(y-y_0)+g\cdot M}{k(e^{k\cdot t}-1)}\right)^2}=\frac{\sqrt{(k^2(x-x_0)+a\cdot M)^2+(k^2(y-y_0)+g\cdot M)^2}}{|k^2\cdot t-k\cdot M|}$，于是在这个$v_0$的函数表达式中，只剩下一个变量 t；而 t 又能够通过方程$1-e^{k\cdot t}+k\cdot t=M$的求解来得到，于是我们便实现了已知θ求$v_0$的整个过程。【若调整 k 观察图像或者对它求二阶导发现它是个凸函数：$1-e^{k\cdot t}+k\cdot t$，可发现这个方程$1-e^{k\cdot t}+k\cdot t=M$从数学上来看可能会有多个$t_0$解，不过由于：1.$t_0$>0 的解才是符合条件的解，2.在$v_0$的函数表达式中，$|k^2\cdot t-k\cdot M|$也许会保证，对于不同的$t_0$，会映射得到相同的$v_0$。所以不仅在物理上，即使在数学上，该方程的所有$t_0$解也均应映射得到同一个$v_0$】

④.综上：制作辅助所需要的三条线索被总结如下：

1.$M=k^2\cdot\frac{(x-x_0)\cdot\tan\theta-(y-y_0)}{g-a\cdot\tan\theta}$

2.$1-e^{k\cdot t}+k\cdot t=M$

3.$v_0=\frac{\sqrt{(k^2(x-x_0)+a\cdot M)^2+(k^2(y-y_0)+g\cdot M)^2}}{|k^2\cdot t-k\cdot M|}$

二.利用 Excel 绘制 x-y 散点图：

绘出$(x-x_0,y-y_0)$数学表达式对应的图形，检验它们是否贴切于实际情况。Develop 解超越方程的 VB 语言，将反解语言 link 代码到按钮上，或者编码待单元格数值变化时自启动代码的代码，启用宏。

三.利用易语言制作游戏辅助：

1.会对 Excel 开放接口，以获得用 Excel 自带的 VB 语言编写的反解工具，主要是以期获得反解结果，目的性很强。

2.代码利用了在一个大的无条件循环里的两个 goto 进行条件判断，利用键盘钩子等待用户键入有效按键，若否，则跳入另一个 goto 循环内部的首部；若是，则执行该按键

所对应的外部信息，赋值给此信息对应的变量，然后跳出 goto 循环，进入大的无条件循环中往下通透地运算一遍，并输出函数图形，然后返回无条件循环首部，继续进入 goto 循环等待按键。

3.调用了大漠插件以及其所对应的图色命令函数。

4.使用了外部接口(Excel)和模块(用来使用里面的 waitkey()函数)。

5.是一种及时的跟踪用户每一步操作，并以用户新键入的信息更新对应的新的弹道轨迹的辅助，辅助能够通过图色命令实现自动识别敌我，以及敌我距离和高差，以及自动识别角度等等，但风力的识别需要用户手动输入。辅助允许用户自由指定实施攻击的对象和被攻击的对象，即可以帮队友打敌人。