



华中科技大学
HUAZHONG UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY

随机过程

Stochastic Process

A diagram illustrating a stochastic process, showing a horizontal axis with an upward arrow and a curve that starts at the origin and increases, representing a random walk or a similar stochastic process.

§ 2.6 随机过程的分类 (三)

主讲：王湘君



平稳过程



定义2.6.1

设 $\{X_t, t \in T\}$ 为 (Ω, \mathcal{F}, P) 上的一个随机过程,

- 1 若 X_T 的任意有限维分布在时间平移下不变, 即对任意 $n \in \mathbb{N}, t_1, t_2, \dots, t_n, \tau \in T, (X_{t_1}, \dots, X_{t_n}) \sim (X_{t_1+\tau}, \dots, X_{t_n+\tau})$, 则我们称 X_T 为一个严 (狭义) 平稳过程;
- 2 若 X_T 为一个二阶矩过程, 且一阶、二阶矩在时间平移下不变, 即

$$m_X(t) = m_X, R_X(s, t) = R_X(s - t),$$

则我们称 X_T 为一个 (宽、广义) 平稳过程.

注2.6.2

一个二阶矩存在的严平稳过程一定是宽平稳过程, 反之不成立, 但对正态过程来说, 两者是等价的.



例子

例2.6.2

前面实际上已经出现了很多平稳过程的例子了，如例0.4，

$$X_t = A \cos(\omega t + \Phi)$$

X_T 为平稳过程.

例2.6.3

再来看§2.2 作业2中

$$X_t = A \cos \omega t + B \sin \omega t, Y_t = A \sin \omega t + B \cos \omega t,$$

X_T 和 Y_T 都是平稳过程，且为正态过程，所以 X_T 和 Y_T 都是严平稳过程；

但若令 $Z_t = X_t + Y_t$ ，则 Z_T 为正态过程，但不是平稳过程.

我们将在第6章介绍平稳过程的理论和应用.



作业



- 1 若 $\{X_t, t \in \mathbb{R}\}$ 为一正态平稳过程, $m_X(t) = 0$, 令 $Y_t = X_t^2$, 证明 $\{Y_t, t \in \mathbb{R}\}$ 为一平稳过程.
- 2 证明例2.6.3 中 Z_T 为正态过程, 但不是平稳过程.



华中科技大学
HUAZHONG UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY

谢谢

