Machine Learning HW1

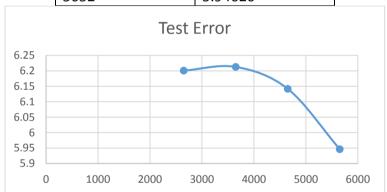
學號:R05943005 系級:電子所碩一姓名:呂丞勛

1. 請簡明扼要地闡述你如何抽取模型的輸入特徵 (feature) 答:

一天的資料中,總共有 18 個觀測值,利用前 9 小時的觀測值來當作一次的 feature 來預測第 10 個小時的 PM2.5,該 feature 有(9x18=162)個維度,並且由於一個月有 20 天可以使用,所以一個月會有 480 個小時,共有 471 筆 training data,12 個月便會有 5652 筆來當成 training data。

2.請作圖比較不同訓練資料量對於 PM2.5 預測準確率的影響 答:

Training Data Size	Test Error
2652	6.20088
3652	6.21268
4652	6.14157
5652	5.94626



原則上,資料越多應該會越好,但是如果搜集過多較差的資料(被雜訊干擾較大),則太多的資料反而會造成模型的訓練變差,而有較不好的預測結果,由上圖可以看到,越多資料越讓資料預測率降低,表示 training 資料的多寡是很重要的。

3. 請比較不同複雜度的模型對於 PM2.5 預測準確率的影響 答:

Feature Size	Test Error
Linear (162)	5.93514
Quadratic (325)	6.24071
Linear (9)	5.75747
Quadratic (18)	5.75745

以直覺來說,越複雜的模型可以較容易的預測出較好的結果,但是實際上複雜的模型 反而容易 overfit training data,造成訓練的時候雖然可以達到較低的錯誤率,但在 test 的表現上卻不一定較好,因此選擇適當的模型相當重要。 4. 請討論正規化(regularization)對於 PM2.5 預測準確率的影響答:

Regularization(labmda)	Training Error	Test Error (kaggle public)
0	5.679518	5.97192
0.0001	5.679519	5.97171
0.001	5.6796	5.97029
0.01	5.683493	5.98084
0.1	5.788625	6.28445

由上表可知,當我們使用 regularization 的時候,通常隨著 λ 的值越大,training 的結果 會使得誤差越大,然而,在 Test 的情況下則不一定,由於如果沒有任何 regularization,結果可能會使得 model 會 overfitting training data,導致在 test 的情況下變差,但是同樣的,當 λ 大超過一定程度的話,則會使得 test error 也隨之上升,因此該參數需要好好調整。

5. 在線性回歸問題中,假設有 N 筆訓練資料,每筆訓練資料的特徵 (feature) 為一向量 \mathbf{x}^n ,其標註(label)為一存量 \mathbf{y}^n ,模型參數為一向量 \mathbf{w} (此處忽略偏權值 \mathbf{b}),則線性回歸的損失函數(loss function)為 $\sum_{n=1}^N (y^n - w \cdot x^n)^2$ 。若將所有訓練資料的特徵值以矩陣 $\mathbf{x}^n = [\mathbf{x}^1 \mathbf{x}^2 \dots \mathbf{x}^N]$ 表示,所有訓練資料的標註以向量 $\mathbf{y} = [\mathbf{y}^1 \mathbf{y}^2 \dots \mathbf{y}^N]^T$ 表示,請以 \mathbf{x} 和 \mathbf{y} 表示可以最小化損失函數的向量 \mathbf{w} 。

答:

依照題目所敘述向量與矩陣,可以將關係列出如下

$$y = x^T w$$

若要解出使得題目所定義之 loss function,並使之最小,則必須乘上 $\mathbf{x}^{\mathbf{T}}$ 的 pseudo inverse 矩陣,依照 Moore- Penrose pseudo-inverse,我們可以得到該最佳解如下

$$\mathbf{w}_{\text{best}} = (\mathbf{x}\mathbf{x}^{\text{T}})^{-1}xy$$