

带膜分裂和促进剂的通讯膜系统求解 QSAT 问题

宋勃升 程 玉

湖南大学信息科学与工程学院 长沙 410082



摘 要 膜计算是自然计算的一个分支,膜计算中所研究的模型均称为膜系统,而细胞间通讯是膜系统的一个重要特征。带膜分裂的通讯膜系统是一种分布式并行计算模型,可以在多项式时间内解决计算困难问题。文中将促进剂引入带膜分裂的类细胞型通讯膜系统,提出了膜系统的一种变型——带膜分裂和促进剂的通讯膜系统,其中,一个促进剂可以同时控制多条规则,而促进剂本身不参与该条规则的进化。文中研究了带膜分裂和促进剂的通讯膜系统的计算效率,证明该类膜系统在使用同向规则长度为 2,每条规则中促进剂的个数最多为 1 时,可以在多项式时间内求解 PSPACE 完全问题(QSAT 问题)的统一解。

关键词:膜计算;细胞型 P 系统;同向/反向规则;QSAT 问题

中图法分类号 TP301

Uniform Solution to QAST Problem by Communication P Systems with Membrane Division and Promoters

SONG Bo-sheng and CHENG Yu

College of Information Science and Engineering, Hunan University, Changsha 410082, China

Abstract Membrane computing is a branch of natural computing, and all the computing models investigated in membrane computing are called membrane systems. Communication in cells is a significant characteristic of membrane systems. Communication P systems with membrane division are distributed parallel computing models, which can solve hard computational problems in polynomial time. In this work, promoters are introduced into communication P systems with membrane division, and a variant of P systems, called communication P systems with membrane division and promoters is proposed, where any number of rules can be guided by a promoter in one step, and promoters do not participate the evolution process when the evolved rules are used. The computational efficiency of this kind of P systems is studied. This paper presents a uniform solution to the PSPACE-complete problem QSAT by using symport rules of length at most 2 and promoters of length at most 1 in a polynomial time.

Keywords Membrane computing, Cell-like P system, Symport/antiport rule, QSAT problem

1 引言

膜计算是受活细胞的结构和功能启发的计算范式^[1]。经过 20 年的发展,该领域在理论^[2-3]和应用方面^[4-5]均取得了迅速发展。在膜计算领域内研究的所有模型都称为 P 系统^[6-7]。根据膜的结构,可以将 P 系统分为两类:细胞型 P 系统(膜的嵌套结构)^[1]和组织型 P 系统^[8]或神经型 P 系统(任意图结构)^[9]。本文研究的模型属于细胞型 P 系统。

细胞型 P 系统具有嵌套膜结构,膜嵌套在其他膜中。每个膜划定一个空间,称为区域,区域包含规则和物质多重集。膜内无其他膜的膜称为基本膜,否则称为非基本膜。最外层膜称为表皮膜。表皮膜“外部”的空间称为环境。相邻区域通

过使用同向/反向规则进行通讯^[10]。同向规则指物质沿同一个方向从一个区域移动到相邻区域,而反向规则指物质沿相反的方向在两个相邻区域之间移动。

具有同向/反向规则的细胞型 P 系统得到了广泛研究^[11-13]。学者们提出了具有同向/反向规则 P 系统的多种变型^[14]。文献[15]将膜分裂引入带同向/反向规则的 P 系统中,并根据通讯规则的长度研究了此类 P 系统的计算复杂性。文献[16]提出了带同向/反向规则和膜分裂的 P 系统,证明了通过使用基本膜分裂规则和长度最长为 3 的通讯规则,该膜系统可以在线性时间内求解子集和问题。此外,如果使用非基本膜的分裂规则,则该膜系统可以有效地解决 QSAT 问题的统一解。

到稿日期:2019-11-28 返修日期:2020-04-08 本文已加入开放科学计划(OSID),请扫描上方二维码获取补充信息。

基金项目:国家自然科学基金(61972138,61602192);中央高校基本科研业务费(531118010355)

This work was supported by the National Natural Science Foundation of China (61972138,61602192) and Fundamental Research Funds for the Central Universities (531118010355).

通信作者:宋勃升(boshengsong@hnu.edu.cn)

文献[17]提出的带促进剂/抑制剂的 P 系统将多重重写规则置于膜中,并证明了这类 P 系统是图灵通用的。在文献[18-19]中,促进剂被引入到组织型 P 系统中,以解决实际问题。文献[20]研究了带促进剂的组织型 P 系统的计算能力,证明了带细胞分裂的该类 P 系统在使用长度为 2 的反向规则时能解决 SAT 问题。

本文提出了一种细胞型 P 系统的变型,即带有膜分裂和促进剂的类细胞型通讯 P 系统,并研究了这类 P 系统的计算效率,证明带膜分裂的膜系统在同向规则长度为 2,每条规则中促进剂的个数最多为 1 时,可以在多项式时间内求解 PSPACE 完全问题(QSAT 问题)的统一解。

2 带膜分裂和促进剂的通讯 P 系统

本节仅提供带膜分裂和促进剂的通讯 P 系统以及相应的识别 P 系统的概念。对于形式语言理论的一些基本概念,可以参考文献[21]。

定义 1 带膜分裂和促进剂(度 $q \geq 1$)的通讯 P 系统为元组:

$$\Pi = (\Gamma, \epsilon, \mu, \mathcal{M}_1, \dots, \mathcal{M}_q, \mathcal{R}_1, \dots, \mathcal{R}_q, i_{out})$$

其中, Γ 和 ϵ 是两个有穷字母表,并且 $\epsilon \subseteq \Gamma$; μ 是一个含 q 个节点(记为 $1, \dots, q$)的根树; $\mathcal{M}_i (1 \leq i \leq q)$ 是 Γ 上的有穷多重集; $\mathcal{R}_i (1 \leq i \leq q)$ 是具有以下形式的有穷规则集。

(1)同向规则: $((pro, k) | (u, out)) \in \mathcal{R}_i$ 或 $((pro, k) | (u, in)) \in \mathcal{R}_i$, 其中 $pro, u \in \Gamma^*$, $k = i, j, 1 \leq i \leq q, 0 \leq j \leq q$, 膜 j 是膜 i 的父亲膜($j = f(i)$), $|u| > 0$ 。

(2)反向规则: $((pro, k) | (u, out, v, in)) \in \mathcal{R}_i$, 其中 $pro, u \in \Gamma^*$, $k = i, j, 1 \leq i \leq q, 0 \leq j \leq q$, 膜 j 是膜 i 的父亲膜($j = f(i)$), $|u| > 0, |v| > 0$ 。

(3)分裂规则: $[a]_i \rightarrow [b]_i [c]_j$, 其中 $i \in \{2, \dots, q\}, i \neq i_{out}, a, b, c \in \Gamma; -i_{out} \in \{0, 1, \dots, q\}$ 。

如果一条同向规则(resp., 反向规则)不受促进剂控制,则可以简单地表示为 (u, out) 或 (u, in) (resp., $(u, out; v, in)$)。带促进剂的同向规则的长度(resp., 带促进剂的反向规则)定义为 $|u|$ (resp., $|u| + |v|$)。

带膜分裂和促进剂的通讯 P 系统的格局、转移、计算和停机计算的定义方法与文献[19]相同。

当满足以下条件时,可以使用同向规则 $((pro, k) | (u, out)) \in \mathcal{R}_i$: 1) 多重集 u 存在于区域 i 中; 2) 促进剂物质 pro 存在于区域 i 或区域 j 中, $j = f(i)$ 。当使用该规则时,多重集 u 从区域 i 传送到区域 j 中。

当满足以下条件时,可以使用同向规则 $((pro, k) | (u, in)) \in \mathcal{R}_i$: 1) 多重集 u 存在于 j 中, ($j = f(i)$); 2) 促进剂物质 pro 存在于区域 i 或区域 j 中。当使用该规则时,多重集 u 从区域 j 传送到区域 i 中。

当满足以下条件时,可以使用反向规则 $((pro, k) | (u, out; v, in)) \in \mathcal{R}_i$: 1) 多重集 u 存在于区域 i 中; 2) 多重集 v 存在于区域 j 中; 3) 促进剂物质 pro 存在于区域 i 或区域 j 中。

使用该规则时,多重集物质从区域 i 发送到区域 j 中,同时多重集 v 从区域 j 传送到区域 i 中。

带膜分裂和促进剂的通讯 P 系统的规则以极大并行的方式使用^[1]。

定义 2 带膜分裂和促进剂($q \geq 1$)的识别通讯 P 系统为元组:

$$\Pi = (\Gamma, \epsilon, \Sigma, \mu, \mathcal{M}_1, \dots, \mathcal{M}_q, \mathcal{R}_1, \dots, \mathcal{R}_q, i_{out})$$

其中, $(\Gamma, \epsilon, \mu, \mathcal{M}_1, \dots, \mathcal{M}_q, \mathcal{R}_1, \dots, \mathcal{R}_q, i_{out})$ 是带膜分裂和促进剂($q \geq 1$)的通讯 P 系统; Γ 有两个特殊的物质 yes 和 no; Σ 是严格包含于 Γ 的(输入)字母表,并且 $\epsilon \subseteq \Gamma \setminus \Sigma$; $\mathcal{M}_1, \dots, \mathcal{M}_q$ 是 $\Gamma \setminus \Sigma$ 上的有穷多重集; $i_{in} \in \{1, \dots, q\}$ 是输入膜,并且 $i_{out} = 0$; 同时需要满足以下两个条件:

1) 系统中所有的计算分支都停止;

2) 如果 C 是 Π 的一个计算格局,则必须在计算的最后一部将物质 yes 或者物质 no(但不是全部)释放到环境中。

本文用 $CDCP_t(k)$ (resp., $CDSP_t(k)$ 或 $CDAP_t(k)$) 表示一类带膜分裂和促进剂的识别通讯 P 系统,其中促进剂的长度最长为 t ,同向/反向规则(resp., 同向规则或反向规则)的长度最长为 k 。

定义 3 设 $X = (I_X, \theta_X)$ 是一个判定性问题,如果满足以下条件,则在多项式时间内由识别膜系统族 $\Pi = \{\Pi(n) | n \in \mathbb{N}\}$ 解决问题 X : 系统族 Π 是由图灵机在多项式时间内统一的; 在 I_X 上存在一个多项式时间内可计算函数对 (cod, s) 使得对于每个实例 $u \in I_X$, $s(u)$ 是自然数,同时 $cod(u)$ 是系统 $\Pi(s(u))$ 的输入多重集; 对于每一个 $n \in \mathbb{N}$, $s^{-1}(n)$ 是有穷集; 对于 (X, cod, s) , 系统族 Π 是多项式有界的、充分的和完备的。

本文用 $PMC_{CDCP_t(k)}$ (resp., $PMC_{CDSP_t(k)}$ 或 $PMC_{CDAP_t(k)}$) 表示所有判定问题的集合,这些问题可以通过 $CDCP_t(k)$ (resp., $CDSP_t(k)$ or $CDAP_t(k)$) 的识别 P 系统在多项式时间内求解其统一解。

3 带膜分裂和促进剂的通讯 P 系统求解 QSAT 问题的统一解

本节中,带膜分裂和促进剂的通讯 P 系统族提供了 QSAT 问题(PSPACE 完全问题^[22])的统一解。

现将 QSAT 问题描述如下: 给定与布尔公式 $\varphi(x_1, \dots, x_n)$ 相关联的(存在性)完全量化公式 φ^* , 并结合合取范式,确定 φ^* 是否可满足。

令 $\varphi(x_1, \dots, x_n)$ 为具有布尔变量 x_1, \dots, x_n 的合取范式的布尔公式,则称 $\varphi^* = \exists x_1 \forall x_2 \dots Q_n x_n \varphi(x_1, \dots, x_n)$ (如果 n 为奇数,则 Q_n 为 \exists , 否则为 \forall) 是与 $\varphi(x_1, \dots, x_n)$ 相结合的(存在性)完全量化公式。有关 QSAT 问题的详细信息,可参考文献[21-22]。

本文利用 $CDSP(2)$ 构建识别 P 系统族 $\Pi = \{\Pi(t) | t \in \mathbb{N}\}$ 以使每个系统 $\Pi(t)$ 都可以处理带有 n 个变量和 m 个子句(提供了适当的输入多集)的 QSAT 问题的所有实例,

其中 $t = \langle m, n \rangle$ 。

对于每个 $(m, n) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}$, 本文考虑 CDSP(2) 中的识别 P 系统, $\Pi(\langle m, n \rangle) = (\Gamma, \varepsilon, \Sigma, \mu, \mathcal{M}_1, \dots, \mathcal{M}_{2n+3}, \mathcal{R}_1, \dots, \mathcal{R}_{2n+3}, i_{in}, i_{out})$, 定义如下:

$$\Sigma = \{x_{i,j}, \bar{x}_{i,j} \mid 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m\}.$$

$$\varepsilon = \{\alpha_i \mid 1 \leq i \leq n^2 + 2n + 2m + 2k + 3\}.$$

$$k = \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor \text{ 是 } \varphi^* \text{ 中全称量词的数量.}$$

$$\Gamma = \Sigma \cup \varepsilon \cup \{\alpha_i, b_i, t_i, f_i \mid 1 \leq i \leq n\} \cup \{E_i \mid 0 \leq i \leq m+1\} \cup \{\alpha_0, t, \text{yes}, \text{no}\}.$$

$\mu = [[[[\dots [[[]_{2n+1}]_n []_{2n-1}]_{n-1} \dots]_2 []_{n+1}]_1 []_{2n}]_{2n+2}]_{2n+3}$ (表皮膜标记为 $2n+3$, 其子代膜标记为 $2n+2$; 每个标记为 $2n+2$ 的膜分别包含两个标记为 $2n$ 和 1 的膜; 每个标记为 $i (1 \leq i \leq n-1)$ 的膜包含标记为 $i+1$ 的非基本膜和标记为 $n+i$ 的基本膜)。

$\mathcal{M}_1 = \{a_1, b_1\}$; $\mathcal{M}_i = \{b_i\}$, $2 \leq i \leq n-1$; $\mathcal{M}_{n+1} = \{b_i'\}$, $1 \leq i \leq n-1$; $\mathcal{M}_n = \mathcal{M}_{2n} = \emptyset$; $\mathcal{M}_{2n+1} = \{t, a_2, \dots, a_n, E_0, E_1, \dots, E_{m+1}\}$; $\mathcal{M}_{2n+2} = \{b_n\}$; $\mathcal{M}_{2n+3} = \{p, p', q, z, \alpha_0, \text{yes}, \text{no}\}$ 。

$i_{in} = 2n+1$ 为输入膜, 并且 $i_{out} = 0$ 为输出区域。

规则集定义如下:

$$\text{规则 } \mathcal{R}_i (1 \leq i \leq n): r_{1,i} = [a_i]_i \rightarrow [t_i]_i [f_i]_i$$

$$\text{规则 } \mathcal{R}_i (2 \leq i \leq n): r_{2,i,j} = (t_i, in) \text{ and } r_{3,i,j} = (f_i, in), 1 \leq j \leq i-1$$

$$\text{规则 } \mathcal{R}_i (3 \leq i \leq n): r_{4,i,j} = (a_j, out), 2 \leq j \leq i-1$$

规则 \mathcal{R}_{2n+1} :

$$r_{5,i} = (t_i, in), 1 \leq i \leq n$$

$$r_{6,i} = (f_i, in), 1 \leq i \leq n$$

$$r_{7,i} = ((t_i, 2n+1) \mid (a_{i+1}, out)), 1 \leq i \leq n-1$$

$$r_{8,i} = ((f_i, 2n+1) \mid (a_{i+1}, out)), 1 \leq i \leq n-1$$

$$r_9 = ((t_n, 2n+1) \mid (E_0 E_1, out))$$

$$r_{10} = ((f_n, 2n+1) \mid (E_0 E_1, out))$$

$$r_{11,i} = ((E_j, n) \mid (t_i x_{i,j}, out)), 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m$$

$$r_{12,i} = ((E_j, n) \mid (f_i \bar{x}_{i,j}, out)), 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m$$

$$r_{13,j} = (E_j, in), 1 \leq j \leq m$$

$$r_{14,i,j} = ((x_{i,j}, n) \mid (E_{j+1}, out)), 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m$$

$$r_{15,i,j} = ((\bar{x}_{i,j}, n) \mid (E_{j+1}, out)), 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m$$

$$r_{16,i,j} = (x_{i,j}, in), 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m$$

$$r_{17,i,j} = (\bar{x}_{i,j}, in), 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m$$

$$r_{18} = ((E_{m+1}, n) \mid (t, out))$$

$$\text{规则 } \mathcal{R}_n: r_{19} = (t, out)$$

$$\text{If } Q_{i+1} = \forall (1 \leq i \leq n-1):$$

$$(*) \text{ 规则 } \mathcal{R}_{n+1}: r_{20,i} = (b_i t, in), r_{21,i} = ((b, n+i) \mid (b_i', out))$$

$$(*) \text{ 规则 } \mathcal{R}_i: r_{22,i} = (b' t, out)$$

$$\text{If } Q_{i+1} = \exists (1 \leq i \leq n-1):$$

$$(*) \text{ 规则 } \mathcal{R}_i: r_{23,i} = (b_i t, out)$$

$$\text{规则 } \mathcal{R}_{2n+2}: r_{24} = (b_n t, out)$$

规则 \mathcal{R}_{2n+3} :

$$r_{25} = (pz, out)$$

$$r_{26,i} = ((\alpha_i, 2n+3) \mid (\alpha_{i+1} p, in)), 0 \leq i \leq n^2 + 2n + 2m + 2k + 2$$

$$r_{27,i} = ((p, 0) \mid (\alpha_i p', out)), 0 \leq i \leq n^2 + 2n + 2m + 2k + 2$$

$$r_{28,i} = ((\alpha_i, 2n+3) \mid (\alpha_{i+1} p', in)), 0 \leq i \leq n^2 + 2n + 2m + 2k + 2$$

$$r_{29,i} = ((p', 0) \mid (\alpha_i p, out)), 0 \leq i \leq n^2 + 2n + 2m + 2k + 2$$

$$r_{30} = ((t, 2n+3) \mid (q \text{ yes}, out))$$

$$r_{31} = ((q, 2n+3) \mid (\alpha_{n^2+2n+2m+2k+3} \text{ no}, out))$$

3.1 计算概述

本节描述了利用具有输入多重集 $\text{cod}(\varphi^*)$ 的 P 系统 $\Pi(s(\varphi^*))$ 解决 QSAT 问题的具体过程。

QSAT 问题的求解过程包括 4 个阶段: 产生阶段、检查阶段、量词阶段以及输出阶段。

产生阶段包含两个并行过程。一方面, 系统将真值分配给所有变量 $x_i (1 \leq i \leq n)$ 。另一方面, 膜 $2n+3$ 中的计数器物质 α_i 通过使用规则 $r_{26,i} - r_{29,i}$ 来增加其下标。

当物质 α_i 出现在带有标签 i 的每个膜的同一步骤中时, 系统开始对变量 $x_i (1 \leq i \leq n-1)$ 的真值进行赋值。具体地, 通过使用规则 $r_{1,i}$ 将每个非基本膜 i 分裂成具有相同标签的两个膜 i , 新生成的两个膜 i 分别包含物质 t_i (代表真值 true) 和 f_i (代表真值 false)。放置在膜 i 中的所有膜和物质都将复制到新产生的膜中。当物质 t_i (resp., f_i) 出现在新产生的膜 i 中时, 使用规则 $r_{2,i,j}, r_{5,i}$ (resp., $r_{3,i,j}, r_{6,i}$) 将其发送到膜 $2n+1$ 中。当物质 t_i (resp., f_i) 出现在每个膜 $2n+1$ 中时, 使用规则 $r_{7,i}$ (resp., $r_{8,i}$), 将膜 $2n+1$ 中的物质 a_{i+1} 送到膜 n 。在接下来的步骤中, 依次使用规则 $r_{4,i,j}$, 将物质 a_{i+1} 同时送到每个膜 $i+1$ 中。

当物质 a_{i+1} 出现在每个膜 $i+1$ 中时, 系统会继续为变量 x_{i+1} 进行真值赋值, 这与为变量 x_i 进行真值赋值的情况类似。可以检查变量 $x_i (1 \leq i \leq n)$ 的真值赋值过程是否需要 $2n+2i+2$ 步。

因此, 产生阶段需要 $n^2 + n$ 步。当产生阶段完成时, 系统的膜结构如图 1 所示。

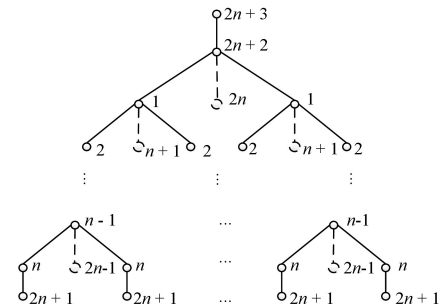


图 1 产生阶段完成时的膜结构 (圆点边上的数字代表膜的标号)

Fig. 1 Membrane structure of system when generation phase completes

当膜中存在物质 t_n (resp., f_n) 时, 使用规则 r_9 (resp.,

r_{10}),则将物质 E_0, E_1 送到膜 n 。当物质 E_0, E_1 存在于膜 n 中时,检查阶段开始。检查每个子句需要两步,因此检查 m 个子句需要 $2m$ 步。

在检查阶段的第 j 个循环($1 \leq j \leq m$)的第一步,膜 n 中存在物质 E_j 的情况下,使用规则 $r_{11,i,j}$ (resp. $r_{12,i,j}$) 和规则 $r_{13,i,j}$,将物质 $t_i, x_{i,j}$ (resp. $f_i, \bar{x}_{i,j}$) 送到膜 n 中,然后将物质 E_j 送到膜 $2n+1$ 。注意,可能有一些物质 $t_i, x_{i,j}$ (resp. $f_i, \bar{x}_{i,j}$) 被送到膜 n ,并且所有这些物质将在下一步被送回膜 $2n+1$ 。

在检查阶段的第 j 个循环($1 \leq j \leq m$)的第二步中,膜 n 中存在物质 $x_{i,j}$ (resp. $\bar{x}_{i,j}$) 的情况下,使用规则 $r_{14,i,j}$ (resp. $r_{15,i,j}$) 将物质 E_{j+1} 发送到膜 n 。同时,使用规则 $r_{5,i}, r_{16,i,j}$ (resp. $r_{6,i}, r_{17,i,j}$) 将所有物质 $t_i, x_{i,j}$ (resp. $f_i, \bar{x}_{i,j}$) 送到膜 $2n+1$ 中。

当物质 E_{m+1} 出现在膜 m 中时,使用规则 r_{18} 将物质 t 送到膜 n 中。在下一步中,使用 r_{19} 规则将物质 t 送到膜 $n-1$ 。

因此,检查阶段需要 $2m+2$ 步。

在量词阶段,膜 i 对应于量词 Q_j , 其中 $1 \leq i \leq n-1$, 标记为 $2n+2$ 的膜对应于量词 Q_1 。如果 $Q_j = \exists$, 则只需来自较低层的单个物质 t 即可;但是,如果 $Q_j = \forall$, 则仅当物质 t 来自两个较低级别的膜时,才会被传递给较高层的膜。

对于量词 $Q_{i+1} = \exists$ ($1 \leq i \leq n-1$ 且 i 为偶数),在所有膜 i 中使用规则 $r_{23,i}$,所有物质 b_i, t 将被送到其上层膜。注意,如果在膜 i 中有两个物质 t ,则由于在膜 i 中只有一个物质 b_i ,因此只有一个物质 t 被送到其上层膜。当 $Q_1 = \exists$ 时,使用规则 r_{24} 将一个物质 t 送到膜 $2n+3$ 。

对于量词 $Q_{i+1} = \forall$ ($1 \leq i \leq n-1$ 且 i 为偶数),当且仅当在膜 i 中有两个物质 t 时,才可以将一个物质 t 发送到上层膜。通过使用规则 $r_{20,i}$,将物质 b_i, t 送到膜 $n+i$ 中。在膜 $n+i$ 中存在物质 b_i 的情况下,使用规则 $r_{21,i}$ 将物质 b_i' 送到膜 i 中。在下一步中,使用规则 $r_{22,i}$ 将物质 b_i', t 送到其上层膜中。

由此,所有全称量词的模拟都需要 $3k$ 步,所有存在量词的模拟都需要 $n-k$ 步。因此,量词阶段需要 $n+2k$ 步。

输出阶段从步骤 1 开始,使用规则 r_{25} 将物质 z, p 送到环境中。在膜 $2n+3$ 中存在物质 α_i 和环境中存在物质 p (resp. p') 的情况下,使用规则 $r_{26,i}, r_{27,i}$ (resp. $r_{28,i}, r_{29,i}$) 将物质 α_{i+1}, p 送到表皮膜中,将物质 α_i, p' 送到环境中 (resp. 将物质 α_{i+1}, p' 送到表皮膜中,将物质 α_i, p 送到环境中)。

如果 QSAT 是可满足的,则在步骤 $n^2+2n+2m+2k+3$, 物质 t 出现在膜 $2n+3$ 中。当物质 t 出现在膜 $2n+3$ 中时,启用规则 $r_{26,i}, r_{27,i}$ 或 $r_{28,i}, r_{29,i}$ 和规则 r_{30} 将物质 q, yes 送到环境中,并停止计算。

如果不满足 QSAT,则在步骤 $n^2+2n+2m+2k+4$ 中仅使用规则 $r_{26,i}, r_{27,i}$ 或 $r_{28,i}, r_{29,i}$, 并且在膜 $2n+3$ 中生成物质 $\alpha_{n^2+2n+2m+2k+3}$ 。如果物质 q 仍出现在膜 $2n+3$ 中,则使用规则 r_{31} 将物质 $\alpha_{n^2+2n+2m+2k+3}, \text{no}$ 送到环境,并停止计算。

3.2 计算资源

可以得知,用来解决 QSAT 问题的膜系统 $P(\langle m, n \rangle)$ 可在多项式时间内被构造(关于参数 m, n), 因为构造 $P(\langle m, n \rangle)$ 所需的资源如下。

- 1) 字母表的大小: $n^2 + 2nm + 6n + 3m + 2k + 9 \in O(n^2 + nm)$ 。
- 2) 初始膜个数: $2n + 3 \in O(n)$ 。
- 3) 初始物质数: $3n + m + 9 \in O(n + m)$ 。
- 4) 规则的数量: $(11n^2 + 12nm + 29n + 18m + 16k + 30)/2 \in O(n^2 + nm)$ 。
- 5) 规则的最大长度: $2 \in O(1)$ 。

因此,存在确定性的图灵机,该图灵机(关于参数 m 和 n) 可以在多项式时间内构建系统 $P(\langle m, n \rangle)$ 。

从 3.1 节中得知,带有输入多重集 $\text{cod}(\varphi^*)$ 的 P 系统 $P(\langle m, n \rangle)$ 在最后一步总是停止并将物质 yes 或 no 送到环境中。具体来说,在步骤 $n^2 + 2n + 2m + 2k + 4$ 中将物质 yes 送到环境,系统停止;在第 $n^2 + 2n + 2m + 2k + 5$ 步时将物质 no 送到环境,系统停止。所以,该膜系统是多项式有限步的。

因此,根据定义 3,带膜分裂和促进剂的识别通讯 P 系统族 Π 可以在多项式时间内解决 QSAT 问题。所以,可获得如下结果。

定理 1 $QSAT \in PMC_{CDSP_1(2)}$

由于复杂类 $PMC_{CDSP_1(2)}$ 在多项式时间规约内是封闭的,因此得到如下结果。

推论 1 $PSPACE \in PMC_{CDSP_1(2)}$

结束语 本文将促进剂引入带膜分裂的通讯 P 系统中,并提出了 P 系统的一种变型,即带膜分裂和促进剂的通讯 P 系统。文中研究了该 P 系统的计算效率,并证明了带膜分裂的膜系统在同向规则长度为 2,每条规则中促进剂的个数最多为 1 时,可以在多项式时间内求解 QSAT 问题的统一解。

细胞分离^[22-23]已经在膜计算中得到了广泛的研究,它可以在多项式时间内生成指数级的工作空间,因此具有膜分离 P 系统的多种变型可以解决 NP 完全问题。具有膜分离和促进剂的通讯 P 系统的计算效率问题值得进一步研究。

目前,学者们已经成功地在时间无关或扁平极大并行模式下解决计算困难问题^[24-26]。研究带膜分裂和促进剂的通讯 P 系统的时间无关或扁平极大并行模式下求解 NP 完全问题或 PSPACE 完全问题值得深入研究。

参 考 文 献

- [1] PÄUN G H. Computing with Membranes [J]. J. Comput. Syst. Sci., 2000, 61(1): 108-143.
- [2] AMAN B, CIOBANU G. Efficiently Solving The Bin Packing Problem Through Bio-Inspired Mobility [J]. Acta Inform., 2017, 54(4): 435-445.
- [3] SONG B, ZHANG C, PAN L. Tissue-Like P Systems with Evo-

lutional Symport/Antiport Rules [J]. *Inf. Sci.*, 2017, 378: 177-193.

[4] DÍAZ-PERNIL M A, PEÑA-CANTILLANA F, GUTIÉRREZ-NARANJOMA. A Parallel Algorithm for Skeletonizing Images by Using Spiking Neural P Systems [J]. *Neurocomputing*, 2013, 115: 81-91.

[5] PENG H, WANG J, PÉREZ-JIMÉNEZ M J, et al. Fuzzy Reasoning Spiking Neural P System for Fault Diagnosis [J]. *Inf. Sci.*, 2013, 235: 106-116.

[6] PĂUN G H. *Membrane Computing. An Introduction* [M]. Berlin: Springer-Verlag, 2000.

[7] PĂUN G H, ROZENBERG G, SALOMAA A. *The Oxford Handbook of Membrane Computing* [M]. New York: Oxford University Press, 2010.

[8] MATÍN-VIDE C, PAZOS J, PĂUN G H, et al. Tissue P Systems [J]. *Theor. Comput. Sci.*, 2003, 296(2): 295-326.

[9] IONESCU M, PĂUN G H, YOKOMORI T. Spiking Neural P Systems [J]. *Fund. Informa.*, 2006, 71(2/3): 279-308.

[10] PĂUN A, PĂUN G H. The Power of Communication: P Systems with Symport/Antiport [J]. *New Generat. Comput.*, 2002, 20(3): 295-305.

[11] ALHAZOV A, FREUND R. P Systems with One Membrane and Symport/Antiport Rules of Five Symbols Are Computationally Complete [C]// *Proceedings of the Third Brainstorming Week on Membrane Computing*. Sevilla: Fénix Editora, 2005: 19-28.

[12] ALHAZOV A, ROGOZHIN Y U. Towards A Characterization of P Systems with Minimal Symport/Antiport and Two Membranes [J]. *Lect. Notes. Comput. Sc.*, 2006, 4361: 135-153.

[13] BERNARDINI F, GHEORGHE M. On the Power of Minimal Symport/Antiport [C]// *Proceedings of the Third Workshop on Membrane Computing*. Tarragona: Fénix Editora, 2003: 72-83.

[14] CIOBANU G, PAN L, PĂUN G H, et al. P Systems with Minimal Parallelism [J]. *Theor. Comput. Sci.*, 2007, 378: 117-130.

[15] MACÍAS-ROMOS L F, SONG B, PAN L, et al. Membrane Fission: A Computational Complexity Perspective [J]. *Complexity*, 2016, 21(6): 321-334.

[16] SONG B, PÉREZ-JIMÉNEZ M J, PAN L. Efficient Solutions to Hard Computational Problems by P Systems with Symport/Antiport Rules and Membrane Division [J]. *BioSystems*, 2015, 130: 51-58.

[17] BOTTONI P, MARTÍN-VIDE C, PĂUN G H, et al. Membrane Systems with Promoters/Inhibitors [J]. *Acta Inform.*, 2002, 38: 695-720.

[18] ARDELEAN I, DÍAZ-PERNIL D, GUTIÉRREZ-NARANJO M A, et al. Counting Cells with Tissue-Like P Systems [C]// *Proceedings of the Tenth Brainstorming Week On Membrane Computing*. Sevilla: Miguel Fénix Editora, 2012: 69-78.

[19] REINA-MOLINA R, DÍAZ-PERNIL D, GUTIÉRREZ-NARANJO M A. Cell Complexes and Membrane Computing for Thinning 2D and 3D Images [C]// *Proceedings of the Tenth Brainstorming Week On Membrane Computing*. Sevilla: Fénix Editora, 2012: 167-186.

[20] SONG B, PAN L. The Computational Power of Tissue-Like P Systems with Promoters [J]. *Theor. Comput. Sci.*, 2016, 641: 43-52.

[21] ROZENBERG G, SALOMAA A. *Handbook of Formal Languages* [M]. Berlin: Springer-Verlag, 1997.

[22] PAPADIMITRIOU C H. *Computational Complexity* [M]. Addison Wesley Publishing Company, 1994.

[23] PAN L, SONG B, VALENCIA-CABRERA L, et al. The Computational Complexity of Tissue P Systems with Evolutional Symport/Antiport Rules [J]. *Complexity*, 2018, 3745210: 1-22.

[24] PAN L, PĂUN G H, SONG B. Flat Maximal Parallelism in P Systems with Promoters [J]. *Theor. Comput. Sci.*, 2016, 623: 83-91.

[25] SONG B, PÉREZ-JIMÉNEZ M J, PAN L. An Efficient Time - Free Solution to QSAT Problem Using P Systems with Proteins on Membranes [J]. *Inform. Comput.*, 2017, 256: 287-299.

[26] SONG B, PÉREZ-JIMÉNEZ M J, PĂUN G H, et al. Tissue P Systems with Channel States Working in the Flat Maximally Parallel Way [J]. *IEEE T. Nanobiosci.*, 2016, 15(7): 645-656.



SONG Bo-sheng, born in 1986, Ph.D, associate professor, is a member of China Computer Federation. His main research interests include bio-inspired computing, computational intelligence and GNN.