



WY 未央学社

2023 年高数上 杭州电子科技大学 期中考试题 (回忆版)

(2024 年 1 月 22 日)

一、单选题 (本大题共 12 小题, 每小题 3 分, 共 36 分)

1. 下列各式正确的是 ()

A. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x} = 1$

B. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\tan x}{x} = 1$

C. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \tan x)^{\cot x} = e$

D. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - x)^{\frac{1}{x}} = e$

2. 若函数 $f(x)$ 具有 n 阶导数, 则 $[f(2x+1)]^{(n)} = ()$

A. $f^{(n)}(2x+1)$

B. $2^n f^{(n)}(2x+1)$

C. $2 f^{(n)}(2x+1)$

D. $n! f^{(n)}(2x+1)$

3. 若函数 $y = f(x)$ 是可微函数, 则微分 $dy ()$

A. 与 Δx 无关

B. 当 $\Delta x \rightarrow 0$ 时为 Δx 的高阶无穷小

C. 为 Δx 的线性函数

D. 与 Δx 为等价无穷小

4. 已知函数 $f(x)$ 满足 $f''(x) + \cos^2 f'(x) = \sin x$, 且 $f'(0) = 0$, 则必有 ()

A. $f(0)$ 是 $f(x)$ 的极大值

B. $f(0)$ 是 $f(x)$ 的极小值

C. $(0, f(0))$ 是 $f(x)$ 的拐点

D. $f(0)$ 不是 $f(x)$ 的极值, $(0, f(0))$ 也不是 $f(x)$ 的拐点

5. 若 $f'(\cos^2 x) = \sin^2 x$, 则 $f(x) = ()$

A. $\sin x - \frac{1}{2} \sin^2 x + C$

B. $x + \frac{1}{2} x^2 + C$

C. $\cos x - \frac{1}{2}\cos^2 x + C$ D. $x - \frac{1}{2}x^2 + C$

6. 若函数 $f(x)$ 的一个原函数是 $\frac{\ln x}{x}$ ，则 $\int x f'(x) dx = (\quad)$

A. $\frac{1-2\ln x}{x} + C$ B. $\frac{x}{2} + C$ C. $\frac{\ln x}{x} + C$ D. $\frac{1+\ln x}{x} + C$

7. 定积分 $\int_0^{\frac{3\pi}{4}} |\cos 2x| dx = (\quad)$

A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{3}{2}$ D. $-\frac{3}{2}$

8. 设 $f(x)$ 为连续函数，且 $F(x) = \int_{x^2}^{e^{x-1}} f(t) dt$ ，则 $F'(1) = (\quad)$

A. $f(1)$ B. $-f(1)$ C. $f(1) - f(0)$ D. $f(0) - f(1)$

9. 下列反常积分发散的是 (\quad)

A. $\int_0^{+\infty} \frac{x}{1+x^2} dx$ B. $\int_0^{+\infty} x e^{-x^2} dx$

C. $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^2} dx$ D. $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}} dx$

10. 曲线 $y = \int_0^x \sqrt{\cos t} dt \left(0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \right)$ 的长度为 (\quad)

A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{9}{4}$ C. $\frac{3}{2}$ D. 2

11. 满足方程 $f(x) + \int_0^x f(t) dt = x^2$ 的解 $f(x) = (\quad)$

A. $2e^x + 2(x-1)$ B. $2e^{-x} + 2(x-1)$

C. $Ce^x + 2(x-1)$ D. $Ce^{-x} + 2(x-1)$

12. 已知微分方程 $y'' + ay' + by = ce^x$ 的通解为 $y = (C_1 + C_2x)e^{-x} + e^x$, 则 a, b, c 依次为 ()

- A. 2,1,4 B. 2,1,3 C. 1,0,1 D. 1,0,2

二、填空题 (本题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

13. 设函数 $f(x) = \int_0^{x^2} (e^{t^2} - 1)dt$, 则当 $x \rightarrow 0^+$ 时, $f(x)$ 是关于 x 的___阶无穷小.

14. 曲线 $x + y + e^{xy} = 0$ 在 $(0, -1)$ 处的切线方程为_____.

15. 函数 $\varphi(x) = \int_0^x \frac{3t}{t^2 + t + 1} dt$ 在区间 $[0, 1]$ 内的最小值_____.

16. 定积分 $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (\cos^2 x + x) \cos x dx =$ _____.

17. 不定积分 $\int \frac{1}{\sqrt{3 + 2x - x^2}} dx =$ _____.

18. 由曲线 $\rho = 3\theta (0 \leq \theta \leq 2\pi)$ 与极轴围成的平面区域的面积 $S =$ _____.

三、计算题

19. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(a + bx)e^x - 1}{x} = 2$, 求 a, b

20. $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{e^x + 1} & x < 0 \\ \frac{1}{x + 1} & x \geq 0 \end{cases}$, 求 $\int_0^2 f(x-1)dx$

21. $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^2 e^{n(x-1)} + ax + b}{e^{n(x-1)} + 1}$, 其中 n 为自然数

(1) 求 $f(x)$

(2) 当 a, b 取何值时, $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 连续且可导。

22. $f(x) = x - \int_0^x t f(t) dt + x \int_0^x f(t) dt$, 求 $f(x)$

23. 过点 $(1, 0)$ 作抛物线 $x = 2 + y^2$ ($y > 0$) 的切线, 求切线、抛物线, x 轴围成的面积, 绕 y 轴一周的体积。

详细解析后续会多渠道发出, 敬请关注

未央新一代产品: 跃界正在打造, 欢迎提前关注小红书“跃界”(本期解析也会小红书中发布)



欢迎关注小红书: 跃界 破壁行远, 共解迷惘