實雅實體店面皮帶銷售總額 實驗設計之分析

四因子實驗設計:季度、品項定位、款式、分區

第一組

統計三 111304019 林承佑 統計三 111304032 許詩敏

統計三 111304012 尹沛綸

Contents

1	研究	說明	1
	1.1	實驗背景	1
		1.1.1 寶雅據點介紹	1
		1.1.2 皮帶品項定位	2
		1.1.3 皮帶款式類別	2
	1.2	實驗目標	3
	1.3	實驗設計	3
2	變異	數分析	5
	2.1	Mixed Model	5
		2.1.1 Residual 殘差分析	7
		2.1.2 ANOVA 結果分析	7
	2.2	Fixed Model	8
		2.2.1 Residual 殘差分析	9
		2.2.2 四因子與三因子 ANOVA 結果分析	9
		2.2.3 Contrast 款式	11
		2.2.4 Orthogonal Polynomial 季度	12
		2.2.5 Nested Model	14
		2.2.6 交互作用	15
	2.3	事後檢定 Tukey-HSD	16
		2.3.1 直轄市面向	16
		2.3.2 一般縣市面向	17
3	結論		18
	3.1	寶雅面向	18
	3 9	剪商而 台	1 2

1 研究說明

1.1 實驗背景

我們在 2024 年一整年中進行本場實驗,以同樣廠商的「皮帶產品」,在全台每間「實體的實 雅分店」中進行販售。

先行定義各個可被販售的皮帶產品中,每項的款式與品項定位;並在該年度中盡可能不主動 或被動下架任一產品,意即仍由廠商進行產品販售的規劃安排,如在同樣品項定位下,可進行 新增或修正不同的樣式,使其產品生命力延長,並成功持續於店鋪中販售。

由於寶雅公司的物流與管理模式緣故,所有產品非直接性寄送到各個分店進行上架,而是由 實雅的倉儲進行管理與分發;因此,我們記錄每筆寶雅的倉儲物流(及其倉儲系統下所提供的 資料),與廠商進銷貨的狀況作為資料來源,比對各個分店的產品銷售狀況,藉此探討縣市間的 銷售總額。

鑑於寶雅在 2024 年度中,仍於台灣各地進行據點的調整,不論是新增、合併或是減少,如新竹市於該 12 月時,開幕新分店,或寶雅將其子公司之特定店舖的「寶家」轉型回寶雅等。然而,為了確保實驗的可靠性及其完整性,我們撇除所有寶雅營運上的問題與調整,只保留在2024 該年度完整銷售一整年的店鋪的資料內容,其餘資料皆不採用。

1.1.1 寶雅據點介紹

實雅目前在全台灣中除了「嘉義市」與「連江縣」外,皆在各縣市中至少有一間分店數。而 從我們取得的實驗資料中,經由整理與撇除不適合的數據後,總共留下 244 間分店的資料作為 接下來分析使用。(此處的不適合指,該分店未於 2024 年一整年中進行完整銷售)

根據寶雅官網的分區規劃,將東北部列為北區,離島列為中區等,從 Figure 1 中,可以明顯發現北區的分店數明顯較多,而由於南部被劃分為兩個區塊,所以分店數量較少,這裡推估是鑑於寶雅其子公司寶家的分店狀況緣故,寶雅才於官網中以這樣的分區進行呈現。若將南區與高屏區合併觀看,北中南三區的分區狀況會落在平均 80 間左右。

而從 Figure 2 中,可以很明顯發現直轄市的明顯比一般縣市多出至少兩倍多的分店數;藉 此我們可以推估,實雅在西半部的分店狀況,北中南三區分店數平均,且以各區的直轄數分店 數最多,而一般縣市分布零星的分店,以服務與推廣在各縣市的潛在與各類型的客群。

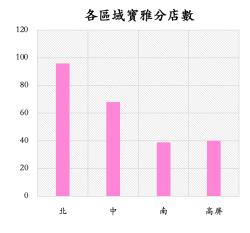


Figure 1: 各區域寶雅分店數

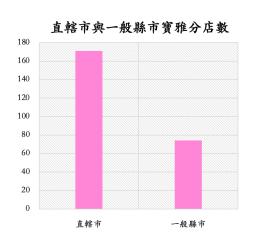


Figure 2: 直轄市與一般縣市寶雅分店數

1.1.2 皮帶品項定位

該廠商的皮帶分為三種品項定位,如 Figure 3 所示;分為男性、女性與中性。隨著時代的變化與開放的社會氛圍,其中的男性與女性的意涵亦逐漸廣義化,不再單單局限於性別上的差異,進而轉為風格或適用場合等的解釋。

此處仍以廠商對於品項定位的定義作為介紹與分類標準。左圖的男性品項較為嚴肅與穩重, 花紋與顏色表現上較為單一與正式,不會有過多的變化,適合商務與金融行業等類型的對象。

中間圖片則為女性品項,相較於其他兩種而言,女性品項的長度會較短一些,而不論花紋、顏色、帶頭的款式乃至皮帶的寬度與種類,都會有多樣的變化(圖中僅呈現寬度較窄,花紋不同的造型),適合喜歡穿搭與風格多變的類型。

右圖則為中性的品項,介於男性與女性款之間,風格上較於女性品項保守,而在男性品項上 開放,在皮帶本身會有不同的顏色呈現,且造型上較爲耐看非嚴肅的類型,適合大部分的休閒 風格與褲裝等,適合的場合數與使用的廣度也大幅提升,可謂實用且耐用型。



Figure 3: 品項定位圖(左:男性;中:女性;右:中性)

1.1.3 皮带款式類別

皮帶的款式可以有很多種方式進行分類,如皮帶的種類或類型、帶頭的款式與使用方式等。 本實驗以「帶頭的款式」作為款式的主要分類標準,如 Figure 4 所示;由上而下分為自動扣、 一般款、針棒。

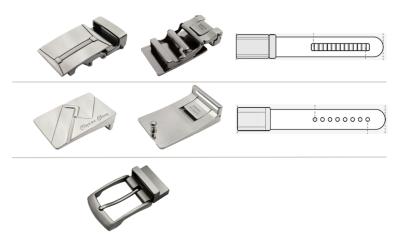


Figure 4: 款式圖 (上:自動扣;中:一般款;右:針棒)

首先,圖中最上橫列為「自動扣」,其使用方式與另外兩款不同,主要依靠皮帶尾巴有一塊 車入帶身的塑膠片(如該列最右側的圖片),當帶身尾巴插入帶頭後會自動卡住無法向後退出, 即可藉由尾巴向內插入的長度來調節適合的緊度;而按下帶頭背面第二橫列處的一個機關按鈕 (如該列中間的圖片),即可順利自動將帶身向外退出解開腰帶,因此稱其為「自動扣」。

其次,圖中下二橫列則依序分別為「一般款」與「針棒」,使用方式與大眾認知相同,藉由帶身上的孔洞進行腰帶的緊度調整;而一般款的設計,是依靠其帶頭背面的一個凸出的圓頭(點)進行調節,針棒款則是依靠中間那根針棒進行調節。藉此由於外表上的明顯差異,因此我們將其分為兩種款式。

最後,我們其實可以發現款式的類型與使用方式具有密不可分的關係,而此處我們僅以帶頭的款式作為分類標準,而其於樣式或皮帶本身的花紋造型,則由前一節的品項定位進行分類;剩餘關於皮帶本身仍可被分類的標準或內容皆不在本實驗中可控的範圍內,歸於實驗背景中描述之「廠商進行產品販售的規劃安排,如在同樣品項定位下,可進行新增或修正不同的樣式,使其產品生命力延長」所條件與實驗設定。

1.2 實驗目標

由前幾節的描述與說明,並以我們實驗過程中可取得的資料內容與限制,我們的實驗目標亦 逐漸明確與清晰:

找出不同地區及季度的產品最佳組合,並為廠商及寶雅提出銷售策略,並提升各地區的總銷 售額。

1.3 實驗設計

根據實驗目標之訂定與描述,我們的目標變數 y 為「銷售總金額」,即我們於實驗背景與實驗目標兩節中,所共同描述之探討縣市間或提升各地區的銷售總額。(即實驗中所收集,且經由整理後所得到的數據值。)各項因子及其符號表示如 Table 1 所呈現與下方列點描述與解釋。

符號	Factor	Level
$\begin{array}{c} \overline{\alpha} \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{array}$	季度 品項定位 款式 地區	第一季、第二季、第三季、第四季 中性、特定性別(男性與女性合併) 自動扣、一般款、針棒 直轄市、一般縣市

Table 1: 各因子說明表。

• 季度:

以三個月為一單位,1月至3月為第一季,4月至6月為第二季,以此類推至12月。

• 品項定位:

鑑於 1.1.2 節的介紹與說明,關於男性與女性的定位意涵已於時代的變化逐漸廣義 化,而非指特定生理(或心理)性別上的意義;因此,我們將其品項定位分為兩種,將具 有特地風格(男性或女性)合併為特定性別的定位,中性則保持不變。

• 款式:

保持如 1.1.3 節的介紹,三種款式。

• 地區:

依照臺灣各行政區類型劃分,分為直轄市與一般縣市。

	自動扣	一般款	針棒
男性	\mathbf{V}	\mathbf{v}	$\overline{\mathbf{v}}$
女性			\mathbf{V}
中性	${f V}$	${f V}$	\mathbf{V}

Table 2: 品項定位與款式的關係。

另外,補充說明品項定位與款式的關係部分,如 Table 2 所示,打勾 (V) 處為該品項定位存在該款式。我們可以從表格中明顯看出,品項定位為女性的部分僅有針棒該款式。因此,為了讓實驗與分析上更加順利,我們以前述列點之品項定位所描述,因其兩種定位皆具有「特定風格」的意涵存在,故以特定性別將兩種品項定位合併。

經由數據的整理,我們將每一個縣市下,各個分店的營業總額進行計算與合併,再依照我們實驗因子規劃進行整合與計算,實驗數據之每個 Treatment 的 mean 結果如 Table 3 所示;其中括號內所顯示之反覆數,恰為直轄市與一般縣市的數量。(與 1.1.1 節介紹相同,由於有兩縣市實雅無分店開設,故一般縣市中僅有 14 個縣市。)

			第-	一季		第二季				
		中性		特定性	别	中性		特定性別	1]	
一般縣市	一般款	1374.15	(14)	1352.85	(14)	1438.6875	(14)	1298.4375	(14)	
	自動扣	967.2375	(14)	915.864	(14)	1107.225	(14)	1057.35	(14)	
	針棒	1895.475	(14)	1510.5	(14)	1373.1	(14)	1560.1875	(14)	
直轄市	一般款	8270.675	(6)	7603.575	(6)	9153.9	(6)	6302.8875	(6)	
	自動扣	5396.286	(6)	5294.919	(6)	5690.7375	(6)	5167.05	(6)	
	針棒	8183.875	(6)	8950.375	(6)	9298.275	(6)	8950.375	(6)	

			第.	三季		第四季				
		中性		特定性	别	中性		特定性別		
一般縣市	一般款	1632.975	(14)	1428.0375	(14)	1900.9875	(14)	1467.5625	(14)	
	自動扣	887.775	(14)	1157.1	(14)	1201.9875	(14)	798	(14)	
	針棒	1462.65	(14)	1440.9375	(14)	1865.625	(14)	1401.1875	(14)	
直轄市	一般款	11079.42	(6)	7324.7125	(6)	10704.575	(6)	7173.1625	(6)	
	自動扣	6330.8	(6)	5632.55	(6)	6377.35	(6)	5586	(6)	
	針棒	9298.275	(6)	8509.8125	(6)	10377.85	(6)	8996.75	(6)	

註:因表格寬度過長,故在第二季與第三季中分段,以兩個表格進行呈現。

註:每一格為該 Treatment 的 mean ;括號內則為其 Replication 。

Table 3: 實驗數據表。

2 變異數分析

根據實驗目標的建立與說明,我們將不斷環繞且抽絲剝繭地為這段描述進行一步步的分析:

找出不同地區及季度的產品最佳組合,並為廠商及寶雅提出銷售策略,並提升各地區的總銷售額。

這段目標當中所提及的「最佳組合」為何呢?由我們實驗說明中的各小節的介紹與說明,我們認為在我們的實驗設計與因子的規劃下,最為重要亦影響著產品本身的即「款式」因子;不同的使用方式與其款式,很有可能會直接與間接性地影響潛在客戶。

對於本研究而言,我們最為關心的便為「款式」,然而,款式又分為三款;因此,我們期待 亦認為:

• 預期每種款式的售出狀況應該相似。

因為該廠商在過去幾十年的經營下,我們認為廠商應該已經對於市場的定位與潛在客戶具有一定的調整與修正,當今能在各大通路販售的產品與其款式,即為具有一定的潛在客戶與銷量,否則該款式並不會保留於此,乃至於寶雅販售。

更進一步地可以從寶雅進貨與陳列的演算法說明,由於寶雅為美妝生活百貨,能給予各個產品類別的空間具有限制,而皮帶並非主要且熱門產品(此處指於寶雅實體店的市場定位),因此皮帶於寶雅中具有品項和數量的雙重限制。甚至基於營運管理與演算法的計算,無法即時且充分補足於各個分店的各種款式。

藉此我們可以得知,能夠被廠商列在寶雅販售的商品在市場中,或寶雅的潛在客群中皆具有一定的市場定位。因此,撇除各個產品的單價差異(亦可透過該款式產品的銷量進行平衡),我們便認為且預期每種款式的售出狀況應該相似。

2.1 Mixed Model

為貼合實驗目標及便於計算之由,我們計畫將資料設計為 Balance design 之形式。根據最少的 Replication 數,即為直轄市因子下的實驗數據為 6。藉此,針對地區中的一般縣市,我們採取事後分層抽樣,期待讓每筆數據抽出的結果之樣本分佈,與其地區中一般縣市的狀況大致相同,以達成實驗目的中所預期之分析。

我們分別從一般縣市中,計算期平均四季之銷售總額,並進行排序,如 Figure 5 所示。我們可以發現共有 14 個一般縣市。其中,後四名的銷售總額狀況與分佈大致相似,我們將其分為一層,而前十名的狀況則除了第一名彰化縣的分佈較為突出外,其餘則依排名順序逐一遞減。因此,我們將直接分為兩層,分別為 1-5 名與 6-10 名。故然,我們分別從三層中進行簡單隨機抽樣,每層抽出兩個縣市作為我們 Mixed Model 的樣本,使 Replication 相同,進而進行相關分析與計算。

期待藉由這樣的抽樣概念,達成實驗數據仍可一定程度與信賴區間內地表示一般縣市的結果。同時在實驗目標中,所期待的每種款式售出的狀況,仍可以藉由 Mixed Model 的分析結果,來說明其銷售總額相似的結論;而若我們分層隨機抽樣的結果不理想外,我們可以再額外討論關於縣市內的分佈與售出情況,並針對各縣市的客群與實雅的定位做更進一步的剖析或探討。

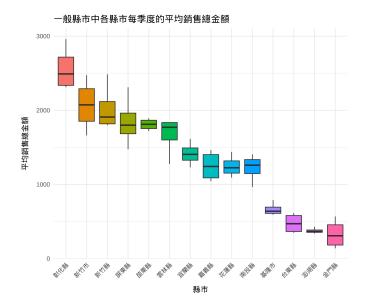


Figure 5: 一般縣市各季度平均排名盒鬚圖。

Mixed Model 與模型假設如下所示:

$$y_{ijklm} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \delta_l + (\alpha\beta)_{ij} + (\alpha\delta)_{il} + (\beta\delta)_{jl} + (\alpha\beta\delta)_{ijl} + \gamma_k + \epsilon_{ijklm}$$

- y_{ijklm} : 第 ijkl 組的第 m 次測量的銷售總金額。
- μ:整體平均效應。
- α_i : 李度 Fixed effect。(i=1,2,3,4,對應第一季、第二季、第三季、第四季)
- β_j : 品項定位 Fixed effect。(j=1,2), 對應特定性別、中性)
- δ_l : 地區 Fixed effect。(l=1,2), 對應直轄市、一般縣市)
- $(\alpha\beta)_{ij}$: 季度與品項定位的雙因子交互作用。 $((\alpha\beta)_{ij} \sim N(0,\sigma_{\alpha\beta}^2))$
- $(\alpha\delta)_{il}$: 季度與地區的雙因子交互作用。 $((\alpha\delta)_{il} \sim N(0,\sigma^2_{\alpha\delta}))$
- $(eta\delta)_{jl}$: 品項定位與地區的雙因子交互作用 $(\ (eta\delta)_{jl} \sim N(0,\sigma_{eta\delta}^2))$
- $(\alpha\beta\delta)_{ijl}$: 季度、品項定位與地區的三因子交互作用。 $((\alpha\beta\delta)_{ijl}\sim N(0,\sigma_{\alpha\beta\delta}^2))$
- γ_k : 款式 Random effect Assume $\gamma_k \sim N(0, \sigma_{\gamma}^2)$
- ϵ_{ijklm} : Experimential error $\{ egin{align*} l=1\,($ 直轄市 $),\,m=1,2,\ldots,6 \\ l=2\,($ 一般縣市 $),\,m=1,2,\ldots,6 \ \end{array} \}$ 。 Assume $\epsilon\sim N(0,\sigma^2)$

2.1.1 Residual 殘差分析

根據我們的 Mixed Model 與其模型假設,我們需要針對模型的 Residual 狀態進行確認,需要達成 $\epsilon \sim N(0,\sigma^2)$ 之下,才可接續並建立我們後續的分析。

從 Figure 6 之左圖可看出殘差呈現上下震盪,顯示出 σ^2 具齊一性;而右圖則能看出資料點 分佈大致貼合 qqline,顯示出資料近似常態分佈,符合模型之假設。

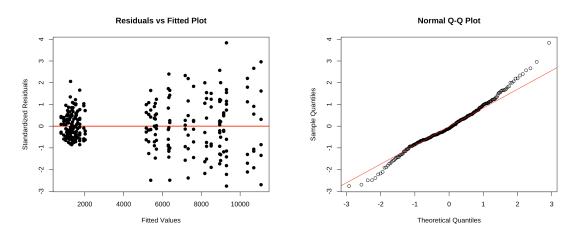


Figure 6: Mixed Model 之 Residual 分析結果

2.1.2 ANOVA 結果分析

Table 4 中顯示 Mixed Model 的分析結果;其中我們所關心的「款式」為隨機效應,並且結果顯著。代表基於 Mixed Model 下對隨機效應的假設檢定,可以得知 σ_{γ}^2 並不不相同,藉此款式售出的狀況並不相同的結果。

Source	DFn	DFd	F	p	p<.05	ges
	3	80	0.594	6.21e-01		0.016
品項定位	1	80	4.500	3.70 e-02	*	0.040
地區	1	80	459.520	6.70 e-35	*	0.808
款式	2	160	89.062	1.01e-26	*	0.229
季度: 品項定位	3	80	0.577	6.32 e-01		0.016
季度: 地區	3	80	0.578	6.31 e-01		0.016
品項定位: 地區	1	80	4.003	4.90 e-02	*	0.035
季度: 款式	6	160	0.933	4.73 e-01		0.009
品項定位: 款式	2	160	8.862	2.24e-04	*	0.029
地區: 款式	2	160	49.161	2.27e-17	*	0.141
季度: 品項定位: 地區	3	80	0.502	6.82 e-01		0.014
季度: 品項定位: 款式	6	160	0.861	5.25 e-01		0.009
季度: 地區: 款式	6	160	0.963	4.52e-01		0.010
品項定位: 地區: 款式	2	160	8.373	3.48e-04	*	0.027
季度: 品項定位: 地區: 款式	6	160	0.222	9.69 e-01		0.002

Signif. codes: 0 '*** 0.001 '** 0.01 '* 0.05 '.' 0.1 " 1

Table 4: ANOVA Table with Type II Tests

根據 Mixed Model 的分析結果,並回到我們的實驗目標當中:

- 找出不同地區及季度的產品最佳組合,並為廠商及實雅提出銷售策略,並提升各地區的總 銷售額。
 - 預期每種款式的售出狀況應該相似。

我們可以得知款式內的變異數並不相同,與我們對實驗目標當中的預期有所出入;故然,我們可以推測,款式下的三種 Level 有著不同的售出情況。因此,為了達成我們的研究目標中, 找出產品的最佳組合,我們將其視為 Fixed effect,進行下一步的分析與探討。

2.2 Fixed Model

基於前述的 Mixed model 的結果得知,原先的模型假設與結果與我們研究目標有所衝突與出入;使得我們將款式因子轉為 Fixed effect 的部分。因此,我們將持續相扣著研究目標,並且改變為 Fixed Model 的模型如下,繼續研究與說明。

$$y_{ijklm} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \gamma_k + \delta_l + (\alpha\beta)_{ij} + (\alpha\gamma)_{ik} + (\alpha\delta)_{il} + (\beta\gamma)_{jk} + (\beta\delta)_{jl} + (\gamma\delta)_{kl} + (\alpha\beta\gamma)_{ijk} + (\alpha\beta\delta)_{ijl} + (\alpha\gamma\delta)_{ikl} + (\beta\gamma\delta)_{ikl} + (\alpha\beta\gamma\delta)_{ijkl} + \epsilon_{ijklm}$$

- y_{ijklm} : 第 ijkl 組的第 m 次測量的銷售總金額。
- μ:整體平均效應。
- α_i : 李度 Fixed effect。(i=1,2,3,4,對應第一季、第二季、第三季、第四季)
- γ_k : 款式 Fixed effect。(k=1,2,3),對應自動扣、一般款、針棒)
- δ_l : 地區 Fixed effect。(l=1,2), 對應直轄市、一般縣市)
- $(\alpha\beta)_{ij}$: 季度與品項定位的雙因子交互作用。
- $(\alpha\gamma)_{ik}$: 季度與款式的雙因子交互作用。
- $(\alpha\delta)_{il}$: 季度與地區的雙因子交互作用。
- $(\beta\gamma)_{ik}$: 品項定位與款式的雙因子交互作用。
- $(\beta\delta)_{il}$:品項定位與地區的雙因子交互作用。
- $(\gamma\delta)_{kl}$: 款式與地區的雙因子交互作用。
- $(\alpha\beta\gamma)_{iik}$: 季度、品項定位與款式的三因子交互作用。
- $(\alpha\beta\delta)_{iil}$: 季度、品項地位與地區的三因子交互作用。
- $(\alpha\gamma\delta)_{ikl}$: 季度、款式與地區的三因子交互作用。
- $(\beta\gamma\delta)_{ikl}$: 品項定位、款式與地區的三因子交互作用。
- $(\alpha\beta\gamma\delta)_{ijkl}$: 四因子交互作用。
- ϵ_{ijklm} : Experimential error $\{ egin{align*} l=1\,(\,\,\dot{\mathbf{1}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r$

2.2.1 Residual 殘差分析

如同 Mixed Model 中對於殘差分析的描述,同樣地要為 Fixed Model 的殘差假設進行分析,以達到 $\epsilon \sim N(0,\sigma^2)$ 的結論,才可進一步對模型做分析或解釋與使用。

從 Figure 7 之左圖可看出殘差呈現上下震盪,顯示出 σ^2 具齊一性;而右圖則能看出資料點 分佈大致貼合 qqline,顯示出資料近似常態分佈,符合模型之假設。

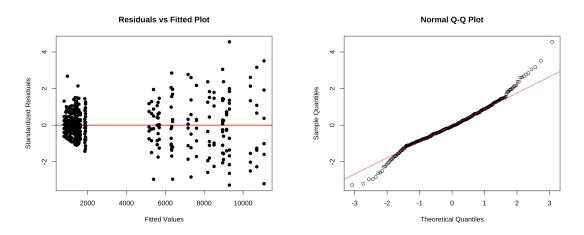


Figure 7: Fixed Model 之 Residual 分析結果

2.2.2 四因子與三因子 ANOVA 結果分析

從 Table 5 中,我們可以得知 Fixed Model 的分析結果。

Source	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
	3	10,009,792	3,336,597	1.7620	0.1537213
地區	1	4,105,056,538	4,105,056,538	2167.8003	$< 2.2 \times e^{-16} ***$
品項定位	1	26,178,704	26,178,704	13.8245	0.0002271 ***
款式	2	180,055,356	90,027,678	47.5419	$< 2.2 \times e^{-16} ***$
季度: 地區	3	12,598,370	4,199,457	2.2177	0.0854288 .
季度: 品項定位	3	$9,\!193,\!615$	3,064,538	1.6183	0.1844055
地區: 品項定位	1	29,347,908	29,347,908	15.4981	0.00009624 ***
季度: 款式	6	6,394,010	1,065,668	0.5628	0.7599973
地區: 款式	2	152,087,784	76,043,892	40.1573	$< 2.2 \times e^{-16} ***$
品項定位: 款式	2	14,063,044	7,031,522	3.7132	0.0251813 *
季度: 地區: 品項定位	3	13,591,644	4,530,548	2.3925	0.0679663 .
季度: 地區: 款式	6	5,853,474	$975,\!579$	0.5152	0.7969179
季度: 品項定位: 款式	6	4,064,062	677,344	0.3577	0.9053269
地區: 品項定位: 款式	2	25,648,217	12,824,109	6.7722	0.0012707 **
季度: 地區: 品項定位: 款式	6	3,478,457	579,743	0.3062	0.9336849
Residuals	432	818,057,083	1,893,651		

Signif. codes: 0 '*** 0.001 '** 0.01 '* 0.05 '.' 0.1 ° 1

Table 5: ANOVA Table with 季度*品項定位*款式*地區

從上述說明可知,四維交互作用不顯著,因此我們下一步將針對四維 ANOVA 中,近似顯著的「季度: 地區: 品項定位」、「地區: 品項定位: 款式」這兩種三因子交互作用的組合結果進行 ANOVA 分析,不過前者顯著的結果相對薄弱,我們仍將依序觀察與分析探討其因子間的交互作用。

然而,如果是三維的 ANOVA 分析中,三維的交互作用顯著,則要把整個資料集按照某一個因素不同取值拆開,然後在得到的多個「子資料集」中做兩因子 ANOVA,對另兩個因子的二維交互效應進行考察;如果三維交互效應不顯著,則進一步考察整個樣本中三個因素兩兩組合得到的三個二維交互效應的顯著性。同樣,如果二維交互效應顯著,則需要繼續在一個因素不同取值下拆分資料集,分別考慮另一因素的主效應;如果二維交互效應不顯著,則直接考慮整個樣本中單個因素的主效應。

因此,由於我們是四維的 ANOVA 分析,因此我們會先拆成兩組三因子 ANOVA 進行分析, 並針對兩者(四因子與三因子)的結果做更近一步的推估與解釋及說明。

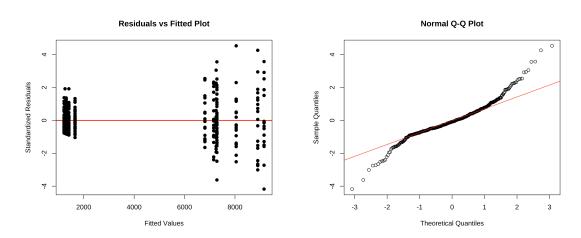


Figure 8: Fixed Model 下三因子「季度: 地區: 品項定位」之 Residual 分析結果

Source	\mathbf{Df}	$\mathbf{Sum} \ \mathbf{Sq}$	$\mathbf{Mean} \ \mathbf{Sq}$	F value	$\Pr(>F)$
品項定位	1	26,178,704	26,178,704	10.0413	0.0016318 **
地區	1	4,105,056,538	4,105,056,538	1574.5589	$< 2.2e^{-16} ***$
季度	3	10,009,792	3,336,597	1.2798	0.2806772
品項定位: 地區	1	29,347,908	29,347,908	11.2569	0.0008584 ***
品項定位: 季度	3	9,193,615	3,064,538	1.1755	0.3185894
地區: 季度	3	12,598,370	4,199,457	1.6108	0.1860543
品項定位: 地區: 季度	3	13,591,644	4,530,548	1.7378	0.1584154
Residuals	464	1,209,701,487	2,607,115		

Signif. codes: 0 '*** 0.001 '** 0.01 '* 0.05 '.' 0.1 ° 1

Table 6: ANOVA Table with 品項定位 * 季度 * 地區

鑑於我們需要針對四因子中的三因子做進一步的分析,模型的部分如同 Fixed Model 中的假設,並扣除款式因子及其 Fixed effect,包含其交互作用。並如同 Figure 8 所示,對於殘差而言仍有達成 $\epsilon\sim N(0,\sigma^2)$ 之假設。

因此,我們可以來觀看該模型的三因子 ANOVA 結果,如 Table 6 。我們可以發現三因子的部分與四因子的結果有所差距,在本表中三因子的交互作用並不顯著,而其中我們可以再觀察兩因子的交互作用情況。

季度與品項定位相對非常不顯著;季度與地區的部分結果中規中矩,近似於四因子當中,可 推測並沒有因為因子的增加或減少有被多或被少的解釋掉部分的內容;最後,品項定位與地區 則非常顯著,這個結果如同四因子當中的結果,且包含在另一三因子交互作用之中,並且於四 因子的結果亦可得到相同的結果,而接下來我們也將為該三因子交互作用進行分析與說明。

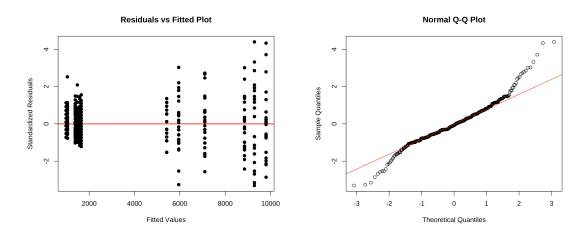


Figure 9: Fixed Model 下三因子「地區: 品項定位: 款式」之 Residual 分析結果

Source	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
品項定位	1	26,178,704	26,178,704	13.8712	0.0002196 ***
地區	1	4,105,056,538	4,105,056,538	2175.1340	$< 2.2e^{-16} ***$
款式	2	180,055,356	90,027,678	47.7027	$< 2.2e^{-16} ***$
品項定位: 地區	1	29,347,908	29,347,908	15.5505	$9.262e^{-5***}$
品項定位: 款式	2	14,063,044	7,031,522	3.7258	0.0248122 *
地區: 款式	2	152,087,784	76,043,892	40.2931	$< 2.2e^{-16***}$
品項定位: 地區: 款式	2	25,648,217	12,824,109	6.7951	0.0012330 **
Residuals	468	883,240,508	1,887,266		

Signif. codes: 0 '*** 0.001 '** 0.01 '* 0.05 '.' 0.1 ° 1

Table 7: ANOVA Table with 品項定位 * 款式 * 地區

接著,我們需要針對四因子中的另一個三因子做進一步的分析。模型的部分如同 Fixed Model 中的假設,並扣除季度因子及其 Fixed effect,包含其交互作用。並如同 Figure 9 所示,對於殘差而言仍有達成 $\epsilon \sim N(0,\sigma^2)$ 之假設。

我們可以來觀看該模型的三因子 ANOVA 結果,如 Table 7。我們可以發現三因子的部分與 四因子的結果相似,都具有相對顯著的結果。在本表中不論是三因子的交互作用,還是其之下 的兩兩因子的交互作用都相當顯著的情形。

根據以上的結果與分析,我們可以發現「款式」內的銷售情況有所不同外,也可以推估季度在本實驗中能夠被解釋的程度相對較低或薄弱;而回到我們的研究目標之下,我們期待找到產品的最佳組合,且我們仍所關注與在意的是款式的因子,因此我們將依據且針對交互作用與款式的關係再進一步地分析與探討,以達成我們期待的目標與預期。

2.2.3 Contrast 款式

由前面的 ANOVA 表可以知道,款式對於銷售總金額有顯著的影響。接下來我們將款式分成外觀相似的一般款、自動扣,以及外觀差異較大的針棒,想要進一步比較這兩組之間是否有顯著的差異。

變數比較	Estimate	Std. Error	t value	$\Pr(> \mathbf{t})$
一般款 + 自動扣 vs 針棒 = 0	1642.0	641.6	2.559	0.0108 *

Signif. codes: 0 '*** 0.001 '** 0.01 '* 0.05 '.' 0.1 ° 1

Table 8: Contrast result (0.5 * 一般款 + 0.5 * 自動扣 - 針棒)

做完檢測可以看到 p-value 小於 0.05,針棒的銷售總額明顯與其他有顯著差異,但仍無法確定具體多或少,再加上款式和其他因子也有交互作用,所以後面將從交互作用切入來分析具體銷售狀況。

2.2.4 Orthogonal Polynomial 季度

雖然從前小節中的分析結果中,我們的三因子交互作用所得到的結論,得知季度這個因子較為不顯著。

但我們仍針對季度該因子做正交化的多項式來嘗試進行分析;此處我們將季度因子視為數值 型因子,進行正交化的處理,模型的建立與假設如下。

$$y_{ijklm} = \mu + \alpha_1 P_{1i} + \alpha_2 P_{2i} + \beta_j + \gamma_k + \delta_l + (\alpha \beta)_{1ij} P_{1i} + (\alpha \beta)_{2ij} P_{2i} + (\alpha \gamma)_{1ik} P_{1i} + (\alpha \gamma)_{2ik} P_{2i} + (\alpha \delta)_{1il} P_{1i} + (\alpha \delta)_{2il} P_{2i} + (\beta \gamma)_{jk} + (\beta \delta)_{jl} + (\gamma \delta)_{kl} + (\alpha \beta \gamma)_{1ijk} P_{1i} + (\alpha \beta \gamma)_{2ijk} P_{2i} + (\alpha \beta \delta)_{1ijl} P_{1i} + (\alpha \beta \delta)_{2ijl} P_{2i} + (\alpha \gamma \delta)_{1ikl} P_{1i} + (\alpha \gamma \delta)_{2ikl} P_{2i} + (\beta \gamma \delta)_{jkl} + (\alpha \beta \gamma \delta)_{1ijkl} P_{1i} + (\alpha \beta \gamma \delta)_{2ijkl} P_{2i} + \epsilon_{ijklm}$$

- y_{ijklm}: 第 i j k l 組的第 m 次測量的銷售總金額。
- μ:整體平均效應。
- $\alpha_1 P_{1i}, \alpha_2 P_{2i}$: 季度的 Orthogonal Polynomial effect,分別代表線性 (P_{1i}) 和二次項 (P_{2i}) 。
- $\beta_i, \gamma_k, \delta_k$: 分別代表品項定位、款式、地區的 Main effect。
- $(\alpha\beta)_{1ij}P_{1i}, (\alpha\beta)_{2ij}P_{2i}$: 季度與品項定位的雙因子交互作用。
- $(\alpha\gamma)_{1ik}P_{1i}, (\alpha\gamma)_{2ik}P_{2i}$: 季度與款式的雙因子交互作用。
- $(\alpha\delta)_{1il}P_{1i}, (\alpha\delta)_{2il}P_{2i}$: 季度與地區的雙因子交互作用。
- $(\beta\gamma)_{jk}, (\beta\delta)_{jl}, (\gamma\delta)_{kl}$:除了季度外的兩兩因子進行雙因子的交互作用。
- $(\alpha\beta\gamma)_{1ijk}P_{1i}, (\alpha\beta\gamma)_{2ijk}P_{2i}$: 季度、品項定位與款式的三因子交互作用。
- $(\alpha\beta\delta)_{1ijl}P_{1i},(\alpha\beta\delta)_{2ijl}P_{2i}$: 季度、品項定位與地區的三因子交互作用。
- $(\alpha\gamma\delta)_{1ikl}P_{1i},(\alpha\gamma\delta)_{2ikl}P_{2i}$: 季度、款式與地區的三因子交互作用。
- $(\beta\gamma\delta)_{ikl}$:品項定位、款式與地區的三因子交互作用。
- $(\alpha\beta\gamma\delta)_{1ijkl}P_{1i}, (\alpha\beta\gamma\delta)_{2ijkl}P_{2i}$:四因子交互作用。
- ϵ_{ijklm} : Experimential error $\{ egin{align*} l=1\,(\,\,\dot{\mathbf{1}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r}}\,\,&\dot{\mathbf{r$

如同前面所建立過的 Model 相同,我們同樣要對該模型中的殘差進行分析,以達到 $\epsilon \sim N(0,\sigma^2)$ 的結論,才可進一步對模型做分析或解釋與使用。

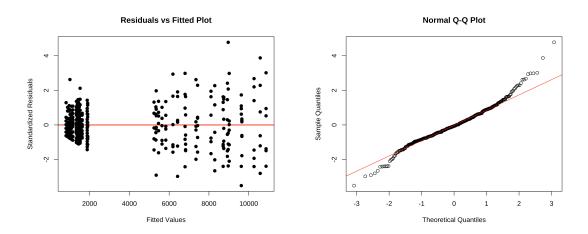


Figure 10: Model 之 Residual 分析結果

從 Figure 10 之左圖可看出殘差呈現上下震盪,顯示出 σ^2 具齊一性;而右圖則能看出資料點分佈大致貼合 qqline,顯示出資料近似常態分佈,符合模型之假設。

Source	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
地區	1	4105056538	4105056538	2199.7938	$< 2.2e^{-16} ***$
品項定位	1	26178704	26178704	14.0285	0.0002038 ***
款式	2	180055356	90027678	48.2435	$< 2.2e^{-16} ***$
linear	1	9301905	9301905	4.9847	0.0260710 *
quadratic	1	318118	318118	0.1705	0.6798926
地區: 品項定位	1	29347908	29347908	15.7268	$8.529e^{-5}$ ***
地區: 款式	2	152087784	76043892	40.7500	$< 2.2e^{-16} ***$
品項定位: 款式	2	14063044	7031522	3.7680	0.0238400 *
地區:linear	1	11501840	11501840	6.1635	0.0134095 *
地區:quadratic	1	69539	69539	0.0373	0.8470160
品項定位:linear	1	8950365	8950365	4.7963	0.0290409 *
品項定位:quadratic	1	66240	66240	0.0355	0.8506453
款式:linear	2	2353684	1176842	0.6306	0.5327275
款式:quadratic	2	1251476	625738	0.3353	0.7152924
地區: 品項定位: 款式	2	25648217	12824109	6.8721	0.0011501 **
地區: 品項定位:linear	1	9114797	9114797	4.8844	0.0276101 *
地區: 品項定位:quadratic	1	4475905	4475905	2.3985	0.1221624
地區: 款式:linear	2	287752	143876	0.0771	0.9258101
地區: 款式:quadratic	2	107885	53943	0.0289	0.9715091
品項定位: 款式:linear	2	1653505	826753	0.4430	0.6423680
品項定位: 款式:quadratic	2	2091139	1045569	0.5603	0.5714446
地區: 品項定位: 款式:linear	2	2525445	1262722	0.6767	0.5088352
地區: 品項定位: 款式:quadratic	2	618220	309110	0.1656	0.8474001
Residuals	444	828552691	1866110		

Signif. codes: 0 '*** 0.001 '** 0.01 '* 0.05 '.' 0.1 ' 1

Table 9: ANOVA Table with Polynomial 季度

從 Table 9 的 ANOVA Table 可得知,季度及其交互作用僅 Linear 項顯著,Quadratic 項皆不顯著,顯示模型由線性項解釋即可,不須加入高次方項,因此,事實上如同前述分析之結果,季度在本實驗中無法提供相對的解釋能力,甚至從本結果中可得相同結果之,無需針對季度進行正交化處理。

2.2.5 Nested Model

由於一開始我們對於實驗的設計時,便是將地區劃分為直轄市與一般縣市,差距與結果定然會較大,因此獲得顯著之結果的可能性亦較高。而事實上我們期待藉由將直轄市和一般縣市下的各個縣市嵌入於模型當中,查看各個縣市對於地區的顯著情況;深入查看各縣市對於地區是否也存在顯著差異,以期能推估各地區、縣市的客群狀況與結論。

以此達到我們研究目標中,除了發現產品的最佳組合外,亦期待藉此推估各地區乃至縣市的 客群狀況,以對廠商或寶雅提供商業性的建議。我們將模型建立為 Nested Model 其表示與假設 如下。

$$y_{ijklmr} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \gamma_k + \delta_l + \zeta_{(l)m} + (\alpha\beta)_{ij} + (\alpha\gamma)_{ik} + (\beta\gamma)_{jk} + (\alpha\beta\gamma)_{ijk} + \epsilon_{ijklmr}$$

- y_{ijklm} : 第 ijkl(m) 組的第 r 次測量的銷售總金額。
- μ:整體平均效應。
- α_i : 李度 Fixed effect \circ (i=1,2,3,4, 對應第一季、第二季、第三季、第四季)
- β_i : 品項定位 Fixed effect。(j=1,2), 對應特定性別、中性)
- γ_k : 款式 Fixed effect。(k=1,2,3),對應自動扣、一般款、針棒)
- δ_l : 地區 Fixed effect。(l=1,2), 對應直轄市、一般縣市)
- $\zeta_{(l)m}$:縣市在地區內的 Fixed effect,嵌套於地區 l : $\{ l=1 \, ($ 直轄市 $), m=1,2,\ldots,6$ 。 $l=2 \, ($ 一般縣市 $), m=1,2,\ldots,14$
- $(\alpha\beta)_{ij}$: 季度與品項定位的交互作用。
- $(\alpha \gamma)_{ik}$: 季度與款式的交互作用。
- $(\beta\gamma)_{jk}$:品項定位與款式的交互作用。
- $(\alpha \beta \gamma)_{ijk}$: 季度、品項定位與款式的三因子交互作用。
- ϵ_{ijklm} : Experimential error \circ (r=1) Assume $\epsilon \sim N(0, \sigma^2)$

Nested Model 如同前面所建立過的 Model 類似,同樣地要對該模型中的殘差,進行分析以達到 $\epsilon \sim N(0,\sigma^2)$ 的結論,才可進一步對模型做分析或解釋與使用。

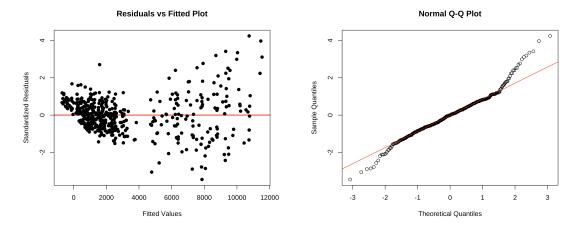


Figure 11: Nested Model 之 Residual 分析結果

從 Figure 11 之左圖可看出殘差大致呈現上下震盪,顯示出 σ^2 具齊一性;而右圖則能看出資料點分佈大致近似貼合 qqline,顯示出資料近似常態分佈,符合模型之假設。

Source	Df	$\mathbf{Sum} \ \mathbf{Sq}$	$\mathbf{Mean} \ \mathbf{Sq}$	F value	$\Pr(>F)$
季度	3	10,009,792	3,336,597	2.6981	0.045409 *
品項定位	1	26,178,704	26,178,704	21.1689	$5.518e^{-6}$ ***
款式	2	180,055,356	90,027,678	72.7992	$< 2.2e^{-16} ***$
地區	1	4,105,056,538	4,105,056,538	3319.4760	$< 2.2e^{-16} ****$
季度: 品項定位	3	9,193,615	3,064,538	2.4781	0.060720 .
季度: 款式	6	6,394,010	1,065,668	0.8617	0.523019
品項定位: 款式	2	14,063,044	7,031,522	5.6859	0.003649 **
地區: 縣市	18	520,243,396	28,902,411	23.3714	$< 2.2e^{-16} ***$
季度: 品項定位: 款式	6	4,064,062	677,344	0.5477	0.771799
Residuals	437	$540,\!419,\!541$	$1,\!236,\!658$		

Signif. codes: 0 '*** 0.001 '** 0.01 '* 0.05 '.' 0.1 " 1

Table 10: ANOVA Table with Nested Model

從 Table 10 的 ANOVA Table 可得知,縣市嵌套於地區的主成份項顯著,顯示同地區內的縣市間的銷售總額存在顯著差異。

2.2.6 交互作用

接著,仍然環扣我們的實驗目標,期待找到產品的最佳組合,而我們延續本節中的 Fixed Model 結果,觀察我們實驗中的各項因子對於銷售總金額的關係與結果。從中我們已可獲得除了季度外的因子具有交互作用。因此,本小節中我們將針對三因子的交互作用進行繪圖呈現,使其結果更加明確,並為後續的分析進行鋪陳。

從 Figure 12 結果中可觀察出以下的論點。在直轄市下,一般款的中性銷售總金額高於特定性別非常多;而在一般縣市下,一般款的中性銷售總金額與特定性別相差不遠。然而,鑑於該圖表呈現上的限制,我們將其中一因子拆為各個 Level,進行與其他因子間的交互作用呈現,故然會有些許不夠明確或難以解釋之處,並且同於 2.2.2 小節的分析,我們應當針對其中兩兩因子的交互作用進行觀察,因此,結果如 Figure 13 呈現。

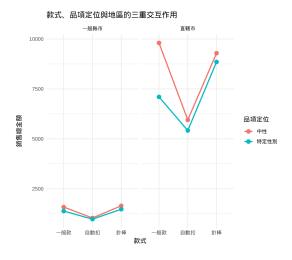


Figure 12: 款式 * 品項定位 * 地區之交互作用圖。

針對兩兩因子的交互作用部分 (Figure 13), 依序我們具有以下的解釋與說明:

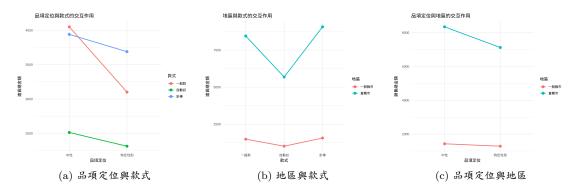


Figure 13: 款式 * 品項定位 * 地區,三因子下兩因子交互作用圖。

- 品項定位與款式:中性的一般款與針棒銷售總金額差距不大,但特定性別的針棒高於一般 款不少。
- 地區與款式:不論在直轄市或一般縣市,自動扣的銷售總金額都是所有款式裡最少,但一般縣市中三者之間差異不大,直轄市中自動扣與另外兩個有明顯落差。
- 品項定位與地區:一般縣市下,中性銷售總金額與特定性別相差不遠;直轄市的中性明顯 高於特定性別。

由這些圖可得知,這三個因子之間確實有明顯的交互作用,不過具體到底有沒有顯著差異, 還需透過後面的事後檢定驗證。

2.3 事後檢定 Tukey-HSD

最後,同樣地回到實驗目標中的說明,其中提及希望「並為廠商及寶雅提出銷售策略」;因此,我們將利用交互作用的結果(即 2.2.6 小節所描述),來查看顯著之相關的因子與其交互作用的結論,來檢定其中不同的 Level 比較結果。本研究我們選用檢定嚴謹度適中的 Tukey - HSD 進行事後檢定。

而我們將同時站在廠商或寶雅總公司立場,分別探討直轄市或一般縣市之下,何種「品項定位」或「款式」產品的總銷售額較佳的情況。

2.3.1 直轄市面向

Contrast	Estimate	\mathbf{SE}	$\mathbf{d}\mathbf{f}$	t.ratio	p.value
中性 - 特定性別	1222	229	432	5.330	<0.0001 ***

Contrast	Estimate	SE	df	t.ratio	p.value
一般款 - 自動扣	2767	281	432	9.851	<.0001 ***
一般款 - 針棒	-619	281	432	-2.204	0.2380
自動扣 - 針棒	-3386	281	432	-12.055	< 0.001 ***

Table 11: 直轄市之事後檢定結果。

在直轄市下,我們對品項定位與款式進行事後檢定,結果如 Table 11。在品項定位中具有顯著結果;其中從 Figure 14 (左上)中可得之,中性的商品銷售總額狀況較佳。而在款式因子當中,僅「一般款」與「針棒」之結果較為不顯著;從 Figure 14 (右上)中仍可獲得相對的結果,其中針棒跟一般款的銷售總額仍比自動扣佳。

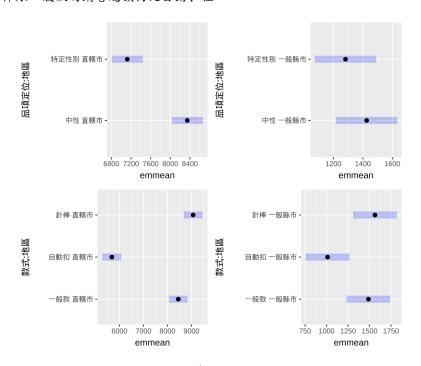


Figure 14: 事後檢定結果圖。

2.3.2 一般縣市面向

Contrast	Estimate	SE	\mathbf{df}	t.ratio	p.value
中性 - 特定性別	143	150	432	0.955	0.7753

Contrast	Estimate	SE	df	t.ratio	p.value
一般款 - 自動扣	475	184	432	2.584	0.1034
一般款 - 針棒	-77	184	432	-0.419	0.9984
自動扣 - 針棒	-552	184	432	-3.003	0.0335 *

Table 12: 直轄市之事後檢定結果。

接著,我們將結果專注於一般縣市之下,檢定結果如 Table 11。在品項定位該因子中,結果不具有顯著結果,無法得知品項定位的差異,亦無法從圖中做出其他的解讀或推測;而在款式當中:僅「針棒」與「自動扣」具顯著結果;同樣地,從 Figure 14 (右下)中,僅能部分解釋針棒銷售總額明顯大於自動扣。

3 結論

我們第二節的分析中,我們藉由 Contrast 款式的部分 (Table 13),獲得了以下的結論:

•「針棒」的銷售總金額明顯與「外觀相似的其他組」存在顯著差異。

但我們並不了解是哪一個 Level 的款式具有較好或較差的推論結果;然而,仍可以獲得與我們實驗目標相同的結論方向。因此,我們藉由其他的相關的分析,如交互作用與其事後分析等,我們可以獲得更近一步的結果,並且達成我們對本研究的期許與目標。其中我們將事後檢定的結果簡易地整合在 Table 13。

並且我們為了對廠商及寶雅提出銷售策略,我們將分別為其提供不同面向的剖析與建議,並給予相對應的結論說明,期待這場實驗可以帶給不同對象的正向效應,同時能夠改變管理或營運上的瓶頸或困難,以提升各地區的總銷售額達到雙贏的未來與結果。

	款式			品項定位	立
變數	一般款	自動扣	針棒	特殊性別	中性
直轄市			V		V
一般縣市			V		

Table 13: 事後檢定之表格結果。

3.1 寶雅面向

對於寶雅而言,物流成本與銷售額的狀況是主要關注的內容。首先,鑑於直轄市的針棒和中性銷售狀況較佳且顯著,建議可以針對直轄市地區的倉庫或店面增加這類型的產品;其次,由於直轄市與一般縣市的分店數有落差,針對一般縣市仍可以相對顯著的針棒款式進行進貨與販售,而品項則不限制;另外,由於本實驗中地區分法的限制,而從 Nested Model 的結果亦可得知,事實上,縣市的產業分布與寶雅本身商店的定位,亦會對於皮帶該產品的銷量具有一定層面的直接或間接性影響。

另外,如同第一節中對於寶雅進貨方式的描述,可知其管理模式與資訊系統的演算法緣故,無法對於特定地區補齊特定產品,各分店僅能針對已被售出過的產品進行進貨。因此,我們僅從此角度給予不同的回饋與建議。

3.2 廠商面向

對於廠商而言,壓低產品的成本與提高售出減少退貨機率(即提升迴轉率)為關鍵。同時,在台灣中由於量販店中的管理模式,與社會風俗息觀之緣故,注重顧客的感受。因此,管理模式與實雅之資訊系統的演算法緣故,無法對於特定地區增加特定產品,將會是廠商的倉儲或中盤商上管理的瓶頸點。

因此,首先,為了讓廠商能夠持續延長或創新產品的生命力,根據我們的結果,亦建議廠商可以針棒款式的皮帶為未來販售或製作的主要產品,增加數量或調整製造比例,以降低成本。而由於直轄市仍為寶雅大宗的分店位置,廠商可以中性產品為主進行設計或主要販售,以同時滿足直轄市與一般縣市的販售需求(中性商品仍可低度滿足購買特定性別產品的顧客);另外,考量到縣市的產業分布,本處建議廠商以更寬廣的角度思考,可將台灣未來產業發展作為切入點,部分改變或影響縣市產業分布與整體數量,進而影響皮帶產品的銷量結果。(本處將皮帶視為非流行性產品,或將皮帶之款式或品項定位的流行定義為週期性流行,不受此時代潮流影響)