

第一章

数学，战争，数学

第一节

古代战争与近代战争

翻开人类的历史，里面记录了大大小小各种战争。假如写一本从古到今的战争史，我们可以追溯到远古时代。随着人类文明的进步，武器在不断地进步和发展，相应地，战争的样式、规模、参战人数……也不断地发生了惊人的变化。

今天，我们已经不可能目睹古代战场上的厮杀场面，假如有，也只能从电影或电视画面中去了解。然而，其中有大量的情景是编剧、导演、演员们创造的，它们与战争的实际情况往往相差甚远。但有一点可以肯定，在第二次世界大战以前，绝大多数战争，不论是使用冷兵器、如刀、枪、剑、戟、弓、箭、斧、钺……还是使用火器，如火药枪，进而来复枪、机枪、冲锋枪，乃至大炮、飞机……都是以士兵之间的直接格斗、厮杀、射击……等为战斗的主要手段。我们看到的一些描述抗日战争的影片，如《狼牙山五壮士》，有不少伏击或肉搏的镜头。虽然这时的战争已经十分复杂，使指挥员面对震撼人心的战斗常常感到困惑，然而，那时的战场主要限于地面，所遇到的情况也没有现代战争中的复杂。

第二次世界大战可以说是由近代战争向现代战争转变的重要过渡。新式武器愈来愈多，性能也越来越好，毁伤能力成倍或成

几十倍地增长，……这一切都使战争的形式、面貌、涉及的战斗区域发生了巨大变化：战斗已由过去的密集队形变成疏散队形；战场也由地面发展为地面——空间、或海面——空间、或地面——海面——海面下——空间；而战斗却由士兵的射击、冲锋逐渐被大炮轰击、坦克冲锋和空中支援所代替。过去一个军长、师长所统率的部队和拥有的武器，种类都比较单一，现在所统率的部队，军兵种繁多，武器装备也复杂多样。战斗开始以后，战场形势瞬息万变。如果说，过去的军官或指挥员很勇敢，不怕死，在向敌人发起冲锋时，自己身先士卒，高举着手枪，口里大喊“跟我来！”便能凭着这一队士兵的旺盛斗志和精湛的个人军事技术，在双方格斗中取得胜利，那么，在今天的现代化战争中，他们便落伍了。今天的指挥员面对的是一个巨大的复杂的系统——战场涉及地面、空中，甚至太空，种类繁多的各种武器装备：坦克、大炮、飞机、直升机、各类近程、中程、远程导弹，各类电子通信侦察、传感、干扰设备，甚至于化学武器、生物武器、核武器……的系统，指挥员不但要注视战斗的前沿，而且还要注视着区域辽阔的纵深，乃至战斗的后方。指挥员手下有各种不同的技术兵种，在战斗中他们应该在指挥员的指挥下协同作战，彼此之间的战斗行动要协调得象一个人一样。所有这些，必须依靠科学的方法才有可能办到，而数学方法和电子计算机等科学工具自然是不可少的。

讲到数学在军事尤其是战争中的作用，古代的军事家便早有认识。他们很提倡用数量来描述和分析战争。我国古代春秋末期的伟大军事家孙武在他所著的世界最早的军事著作之一的《孙子兵法》中说过：“知彼知己，百战不殆”。怎样做到这一点呢？当然是要分析敌我双方形势，作出计划、策略。所以他又说“夫未战而庙算胜者，得算多也；未战而庙算不胜者，得算少也。多算胜，少算不胜，而况于无算乎？”怎样分析形势，特别是战场的形势呢？他又说：“兵法，一曰度，二曰量，三曰数，四曰称，五曰胜。地

生度，度生量，量生数，数生称，称生胜。”他这段话的意思是：指挥官应该了解敌我双方进行交战时的战场所占的地域（空间），度就是计算双方所占据的战场区域的（面积）大小。再根据所占地区的大小，估量它能容纳多少部队，进一步还可以估计它能提供多少人力、物力。“数”就是计算双方部队的人员、武器，以及能动员的人力、物力的数量。“称”就是根据上面所得来比较双方力量的优劣。通过这种力量的分析对比，便可判断哪一方有获胜的可能。在这本经典著作中，孙子还总结了历史上许多战例，得出了欲取胜的兵力的比例，他说：“用兵之法，十则围之，五则攻之，倍则分之，敌则能战之，少则能逃之，不若则能避之。”这些都是十分宝贵的经验。但这些经验都是通过流血的战争才总结出来的。

人们多么渴望能尽量少流血而获得战争规律的认识啊！这种愿望终于在本世纪初出现了比较大的突破。1914年，英国的工程师兰彻斯特(F. W. Lanchester)发表了关于战术范围内战斗的数学模型的论文，第一次采用微分方程的工具分析了数量优势与胜负的关系，定量地论证了孙子兵法中提出的集中使用兵力的正确性，并预见了战斗中可能出现的问题。他建立的兵员耗损的方程，被称为兰彻斯特方程，一直得到人们的重视和研究。人们曾经研究过数百个历史上的战例，都说明了兰彻斯特方程的科学性。

第二节

第二次世界大战的启示

第二次世界大战是人类历史上迄今为止规模最大的一次战争，其交战国之多，战场地域之广阔，战斗时间之长，死伤的人数之多，人类财富损失之严重，都是无与伦比的。虽然大战已经结束40多年了，许多人谈起它来仍然心有余悸。

面对这样一场规模庞大、异常复杂的战争，不但指挥员要绞尽脑汁，还动员了众多的科学家来帮忙。科学家们研制了许多新式武器，如雷达、火箭、飞弹（后来发展成各种类型的导弹）、原子弹……。但同时也带来一个问题：如何操纵或使用这些武器和装备，才能最好地发挥它们的战斗效益？

一个最为典型的例子，就是为了有效地发挥雷达系统的功能而建立的作战研究小组——一个被称为勃拉凯特杂技团的小组。原来，在第二次大战前夕，英国面临着如何抵御德国飞机轰炸的问题。当时德国拥有一支强大的空军，英国是岛国，国内任何一地离海岸线都不超过一百公里，而这段距离，德国飞机只需飞行17分钟。假如英国空军在德机飞临英国的海岸线上空时才发出警报、并派出飞机起飞、爬高，再进行拦截，这些动作必须要在17分钟之内完成。这在当时的技术条件下是很困难的。能不能更早地发现敌机呢？1935年英国组成了防空委员会，并由沃森——瓦特（R. Watson-Watt）领导在1935年于英国东海岸建立起世界上第一个试验性雷达系统。然而，为了拦截敌机，仅有雷达系统是不够的，还必须研究和制造一套信息传递、信息处理与显示设备。只有这些设备配套成龙才能发挥武器系统的功能。这就促使英国雷达研究单位建立了世界上第一个有组织的、自觉地把各类专家组合在一起的跨学科小组。1940年8月，由物理学家勃拉凯特（P. M. S. Blackett）为首组成了一个12人的小组，目的是帮助防空部队研究高炮阵地的瞄准雷达，如何最好地使用雷达设备。这个小组叫做作战研究（Operational Research）小组，我们把它译作运筹小组。小组的成员包括数学家、物理学家、测量专家、生理学家和军官。由于是跨学科的，所以有人戏称它为勃拉凯特杂技团。有了这个小组的努力工作，英国的防空预警雷达系统才充分地发挥出它的功能。

勃拉凯特小组给人们以启发，许多国家的军队都纷纷组成各类跨学科的小组，研究各种军事活动中的问题。于是一门新的数

学分支就这样在第二次世界大战中诞生、发展了。这就是运筹学 (Operation Research)。

第二次世界大战中另一个巨大的特点是需要有强大的后勤系统的支持，大量的武器装备、各种弹药、各类军需物资的生产、管理、维修、分配、运输、贮存……也需要大量的数学家和统计学家。

大家都知道，在第二次世界大战后期美国成功地制造了原子弹。研究制造原子弹，固然离不开物理学家，当时有费米 (Fermi)、奥本海默 (Oppenheimer) 等著名的物理学家，然而，在研制过程中，需要进行大量的数据处理与计算。那时只有手摇或电动（仍然是机械的）的计算器，大量的计算人员夜以继日地工作。能不能研制出更先进的计算工具呢？数学家冯·诺以曼 (John von Neumann) 受命领导了这项工作，于1946年研制出世界上第一台电子计算机——ENIAC，它每秒钟能进行5000次运算。虽然从现代的眼光看，这是一台体积庞大、效率很低的机器，但它的出现却给科学和技术带来了巨大的冲击和革命。今天，电子计算机使用之广，已经使我们的生活发生了变化，同时也使武器装备系统产生了巨大变化。“智能型”的武器的问世，对人类来讲，已经不再是幻想了。

第二次世界大战中发生的这些事告诉我们，数学已经深深地渗透到军事活动的各个环节，许多数学家为赢得那次战争做出了重大贡献。至于到了今天，各国军队拥有更为先进的武器的情况下，数学和数学家的作用更是不容忽视。

第 三 节

现代战争涉及的数学问题

自从第二次世界大战结束到现在，已经度过了40多个春秋，然而，在这个星球上，战火仍然接连不断，著名的如中国人民的

解放战争、朝鲜战争、越南战争、中东战争、两伊战争等等。由于科学技术的迅速发展，大量的新式武器不断地出现在战场上。而每一种重要的新式武器的出现，几乎立即是强制性地引起作战方式的改变。一些兵种缩小甚至于消失了，另外一些新的兵种正在崛起。例如，五六十年前曾在战场上驰骋的骑兵，今天已在许多国家的军队中消失了，而20多年前尚不曾有过的导弹部队，今天已成为美、苏等军事强国的一支重要军事力量。这些变化就使得现代战争具备了许多与过去的战争不相同的特点。此外，一场战争，即使是较小的局部战争，也往往会给一个国家或地区带来历史性的变化。这就不仅是军事家的事，往往更为政治家以及广大人民所关注，同时，这里面蕴藏着大量的数学问题。

我们无法列出现代战争的所有特点，但在此可列举一些能引起数学家关心的一些特点和问题。

新式武器的频繁出现，引起了一场军备竞争。我们能否从数学的角度分析这类军备竞争的规律？确实，有人从控制论的角度，采用微分方程或微分对策的方法来探讨这类问题。

由于新式武器的出现，常常使一些刚刚研制成功或刚装备部队的一些武器装备变成“过时”的东西，比如，第二次世界大战后，美国生产的重型轰炸机 B-29 已达上千架，但由于苏联的导弹技术的突破，使得 B-29 黯然失色，结果这些飞机只好退役报废。所以，为了取得军事优势，一旦武器“过时”，就应研究制造新的武器来取代它，然而这已经产生了不可避免的人力、物力、财力的浪费。为了避免浪费，就应在研制之先对研制何种武器进行论证。这涉及武器的性能指标、技术的可行性、使用效率、武器的寿命周期、费用分析等等。因此，这里不但有军事家的工作，也需要采用大量的数学方法、尤其是运筹学的方法进行论证。

有一些武器研制出来之后需要进行试验。然而，许多试验是很昂贵的。例如洲际导弹的试验就是如此。能否尽可能减少试验的次数，但却能获得必要的技术性能指标的数据？有两种方法。

其一，是从数学上研究如何分析“小子样”的试验的理论；其二，是利用电子计算机这个工具，建立关于武器性能的数学模型，在计算机上进行模拟；当然，这里要运用数学中的统计学的知识。

当一个国家在发展自己的武器时，其他国家也在发展新武器，尤其是假想敌对国家的武器发展更可能对自己国家的安全造成威胁。因此，作出武器发展前景等方面的军事预测，是十分重要的。

不单是对武器发展要作预测，政治家和军事家更关心的是国家或地区间可能发生冲突的预测。例如，60年代的古巴导弹危机、70年代的马尔维纳斯群岛的英—阿之战，或新的中东冲突，我们能否为这些政治家、军事家们分析一下冲突的可能的前景及应该采取的策略？这就会使用对策论(Game Theory)，这是一门数学，是研究带有矛盾、冲突等等因素的现象的数学理论。

在作战过程中，交战双方采取什么策略呢？许多国家都对自己的作战方针与假想敌在交战时可能遇到的情况进行模拟，据以制订应付各种战斗的方案。在英阿之间的马岛战争中，英国能在三天之内派出由40多艘舰船组成的特混舰队，反映出英国具有很强的应变能力。这是英国能迅速取胜的原因之一。一个军队能够适时地、快捷地、果断地进行决策，原因当然很多，但能预先制订有应变的作战方案是其原因之一。而进行模拟，一般是要建立可能会出现战斗的数学模型。这会用到兰彻斯特方程的理论、各种数学规划方法以及统计学的方法，当然，还要用到计算机科学中的若干技术，如专家系统、人工智能等等。

人们常常议论核战争，但除去1945年8月美军在广岛和长崎分别投掷一枚原子弹之外，迄今为止尚没有哪个国家使用过核武器，当然也未出现在战场上的核对抗。然而，究竟会不会发生核战争？一旦发生核战争又会是什么样子？有些科学家预言核战争之后，由于大量的核烟尘悬浮在云层，遮蔽着阳光，会使地面温度急剧下降，形成所谓“核冬天”。这种情况的估计是否有些耸人听闻？这是一些科学家通过试验和用数学方法模拟而得出的结论。

尽管这是很有争论的结果，但也引起了许多科学家、政治家的重视。

一旦进行核战争，其破坏威力之大使人会谈虎色变。在美国独家垄断核弹时，美国曾到处用它作为进行讹诈和威慑的武器。在美、苏双方都拥有很多核武器、并能互相毁灭若干次之时，便有一个核目标的分配问题：到底是打击敌方什么目标才最有效？怎样把有限的核弹头分配到你需打击的若干目标上去？在保存有第二次打击力量时，又该采取什么策略？这类讨论目标的选择与分配的数学工具，往往是整数规划或其他数学规划方法。

目前，世界上的许多战争都是常规战争。这是一种耗费大量武器弹药和各种军需物资的战争。以中东战争为例，在1973年第四次中东战争中，埃及和叙利亚在和以色列作战中，几乎完全依靠苏联的支持来补充、修理武器装备及其配件。开战后两天，以色列也开始从美国空运供应品，到接近停火时（由10月6日至10月27日），苏联空运物资约15000吨，美国空运物资20000吨以上。这还不包括双方各自经由地面道路直接运送到前线的弹药及军需物资。据估计，一个摩步师进攻时，日耗弹药量将达1000吨，一个集团军达8000吨。因此，现代战争中缺少强大的后勤保障和技术保障，就将坐等挨打，束手待毙。这样一来，我们面临着对军需品生产的组织、管理、贮存、运送等问题。这里就要用到图论与网络、数学规划、库存理论等等知识。

武器弹药生产多少为好？常规弹药是部队中的大量消耗的物资，生产多少为好？生产量过多，若在平时，有些弹药可能因来不及消耗而贮存时日过久而失效，变成废品，形成浪费；但若生产量减少，却可能由于突发性的战争的爆发需要大量弹药而形成需求紧缺。因此，这是一个有折扣的有随机性需要急剧增长的贮存问题。这需要使用研究随机过程的数学工具进行讨论。

对于战略性武器，却可能由于新武器的出现而面临淘汰的危险。因而生产多少为好，也是一个值得讨论的问题。这里涉及一

个武器寿命的预测问题，武器的效能与费用的比值分析问题。

由于现代战争的复杂性，高机动性，战场情况瞬息万变，指挥员要指挥战争需要了解大量的信息。然而怎样处理这大量的情报和信息呢？美军最早在考虑防空问题时，曾提出把雷达系统、机场和指挥部联系起来的通讯、指挥系统，即 C^2 系统，发展成为 C^3I 系统，即指挥 (Command)、通讯 (Communication)、控制 (Control) 及信息 (Information) 的自动化系统。苏军称这样的系统为指挥自动化系统。这里需要信息理论、编码理论、随机网络、可靠性理论、控制论、决策理论、人工智能等等数学与计算机科学的知识。

交战双方之间的战争可能因旷日持久而感到负担过重，希望停战。但何种情况下停战为好？例如两伊战争，双方打了八年，损失都十分惨重，终于同意停战。若用数学方法来进行讨论，就是最优停止问题。我们可以采用随机过程的方法或随机对策的方法进行讨论。

现在，国际形势比较缓和，裁军谈判受到世界各国的重视。参加谈判的各国代表采取什么策略呢？这显然是一个典型的谈判对策的问题，而谈判是对策论 (Game Theory) 中的重要组成部分。

在第二次世界大战期间，德国用潜水艇与英美对抗，不断袭击英美的军舰与商船。在碧波万顷的茫茫大海之中，德国的潜水艇神出鬼没，曾经给英美以重大打击。英美海军面临着如何有效率地搜索德国潜艇。这类问题的解决引导人们建立了一个新的数学分支——搜索论 (Search Theory)。这一理论也可用于今日的恐怖活动与反恐怖活动的斗争，还可用于搜索敌方零星渗入的特种部队的斗争。

在军事活动中，如何评价一些行动的效益？由于这里充满了许多不确定因素，同时也由于对于行动的认识的差异而带来的执行中的差异，我们以为模糊数学在这里是大有可为的。

我们还可以列举出大量的军事活动中的数学问题。所有这些问题充分地说明数学方法已经深深地渗透到军事科学之中。在这本书里，我们将会比较详细地阐述其中的一些问题。

第 四 节

高技术与现代武器

笔者小的时候读过《封神演义》，曾经十分钦佩作者的丰富的想象力。书中的英雄豪杰、道长、仙姑、妖魔、天神，都有一些神奇的法宝作为武器。在20世纪的今日，由于不断地采用最新的科学技术成就，在相当大的程度上，使在封神演义中描述过的许多武器成为现实（尽管这些武器的研制者未必读过这本神怪小说）。

在目前的战场上，除去传统的武器（如自动步枪、机枪、各种火炮、坦克、飞机）之外，还有直升飞机、各类导弹、化学与生物战剂、核潜艇、核武器，还可能出现定向能武器、智能武器……一直到美国提出的“星球大战”计划中的各种武器装备；交战双方的战斗空间，已由过去的一个狭小的局部地区扩展为地面——空中——水面——水下——空间（指太空），而且也不再明显区分前沿阵地与后方。例如，两伊战争中，双方就是在前沿的对峙情况下发展了袭船战、袭城战。只是封神演义中的土行孙的地行术尚未出现而已。所有这些武器的出现，大大地改变了战争的作战方式。

在众多的新武器或即将出现的新武器中，我们想谈谈几类武器，它们都与我们通常谈到的高技术有密切关系。

一类是“自动寻的”的灵巧武器。在1982年英阿马岛之战中，精确制导武器发挥了令人瞩目的作用。历时两个月的交战中，双方共损失114架飞机和10艘船，其中半数以上是被“灵巧”武器击

中而丧失战斗力的。其中英国的“谢菲尔德”号驱逐舰是一只价值 5000 万美元、装备十分先进的军舰，但却被成本仅为几十万美元的中程导弹一举击沉。这充分显示了精确制导武器的成本——效益性能。这类灵巧武器或“自动寻的”武器本身，都装备有电子设备，它可以探测或接收到所要袭击目标的电磁辐射、热辐射或声音，进行识别和跟踪目标，直到最后击中目标。为了对付这类灵巧武器，被攻击的目标当然也会采取许多措施来进行防御。这类防御措施大体分作两类，其一是建立主动的重点防御体系：在自己可能受到攻击的前方设置重点的拦截防御区域，采用飞机、导弹或其它方式甚至常规的火炮搜索与击毁前来进攻的灵巧武器。另一种方法是被动对抗措施，这些包括规避机动动作，对进攻兵器的雷达或传感器实施电子干扰，位置不固定的红外诱饵，或施放干扰箔条，使对方的武器攻击失效。这样，就引起了两个方面的发展：第一是对导弹本身及发射指挥系统进行改进，使之具有更强的探测、识别与跟踪的性能。它能规避对方武器的拦截，能够较好地识别真假目标，能够有效地进行目标跟踪，并达到击毁目标的目的。要做到这一切，就要赋予武器以“智能”，使武器在接受到所得的各种信息之后，能进行有效的分类、识别、处理，得出较正确的结论，“自动地”作出决策，跟踪和打击目标。这种智能型武器必需要有超小型、高性能的计算机并配置有完善的软件作为它的支持系统才能实现。其实，不止是导弹的智能化，智能飞机、智能坦克、智能火炮、智能军舰都会根据人们的需要而设计出来。这里有许多工作是需要应用数学方法才能完成的。从理论上讲，为了探测、识别敌方的各类辐射源（电磁、光、热、声等等），我们要研究与解算各类波的传播方程——它们都是很复杂的偏微分方程——这常常需要很复杂的数学工具——经典的偏微分方程理论、算子理论等等。在作数值解算时，需要计算方法与计算技巧。在对所得信息进行处理的时候，要除去不必要的各类干扰信息，这需要滤波理论，以及其它理论。根据所得的“正

确”信息进行武器本身行动的决策时，需要专家知识、经验和必要决策规则与逻辑推理，而这些工作中，很大一部分是要用到决策理论等数学方法的。

另一类是定向能武器，目前主要指激光武器。高能激光能很快地在一块相当厚的金属板上烧穿一个洞。激光的这种能力自然会使人们设想把它作为一种作战武器。人们设想中的激光武器可能是一种“射线枪”，一旦扳动扳机或揿动按钮，一束激光便会对准前来进攻的导弹、飞机或其他目标，并在瞬间将其摧毁。由于激光束以光的速度传播，因此不存在比它跑得更快或逃避它的可能性。人们已经在受控条件下进行了试验，用激光束击毁过小型的遥控的靶机。正因为它有如此的潜在性能，一些人认为，高能激光具有摧毁飞行中的洲际弹道导弹的潜力。美国前总统里根提出的“星球大战”计划中，也把激光武器作为一个重要的组成部分。当然，把激光作为武器至少在十年中还不会成为现实，因为这里实际上还存在许多困难，如激光束的远距离传播中的许多物理学的困难，还有就是实现它的技术困难与费用昂贵等等。虽然如此，由于激光武器与普通武器相比有三个特点：（1）它是以强电磁波束的形式向目标发射破坏性能量，而不是象传统的炮弹或导弹利用爆炸物；（2）它是以光速发射，而超音速导弹的速度仅为1~2公里/秒；（3）激光束必须直接命中目标才能击毁目标，而普通的爆炸弹头在相当远的距离——即在它的有效杀伤范围内仍能奏效。因此，在使用激光武器时必须对目标位置的探测误差小于目标的最小尺寸，而且激光武器必须以同样精度瞄准目标。正因为如此，人们现在只是设想把它安装在沿地球轨道运行的卫星上，使之对于敌方的洲际导弹或卫星进行攻击。当然，也可设想装在飞机、舰船或地面上。不过，这都需要有一套昂贵的支持系统与之匹配。

可以设想，这套激光武器系统应具有以下的功能：系统必须能探出目标并把它与可能出现的诱饵或背景中的其它物体区分

开，即探测的识别。系统要把激光束对准目标，跟踪其运动并发射光束使之穿过系统与目标间的介质而射击目标。在发射之后，系统要确定目标是否被击中，如未命中目标，系统就应确定激光束脱靶的程度与方向，进行纠正并再次射击，击中后应确定目标是否被摧毁，若未摧毁，应再进行射击直至摧毁。同时，系统还应向指挥所报告射击状况。显然，这些要求对系统来说是十分苛刻的。首先，保证精度就很困难，这里不但有对激光物理的研究，而且还有许多技术性问题。当然也需要控制理论和其它数学方法。

由于美、苏手中的核武器以及其运载工具越来越多，20多年来，美、苏双方都变得容易遭受对方的初次打击或二次打击等等形式的毁灭性的核攻击，双方都为之小心翼翼。虽然如此，军备竞赛仍未停止。在这种情况下，美国前总统里根提出了“战略防御计划”(SDI)——也即通常人们所说的“星球大战”。提倡者倡言，“战略防御计划”的最终目的是消除核弹道导弹带来的威胁。这种防御，要求在敌方的核弹头的运载装置飞往其目的的途中，就将后者摧毁，或使其丧失作战能力。这当中可能使用的武器有激光、粒子束、电磁炮等等。各种武器组成四层拦截系统，即在敌方导弹飞行的四个阶段（(1)助推阶段；(2)助推后阶段；(3)中途阶段；(4)最终阶段）中的每个阶段都对之进行攻击。设想的SDI计划是在这四个阶段多次使用拦截武器，并务必使之摧毁。因之在每一层内，防御系统都必须成功地发现目标并跟踪它，然后才能将其摧毁。由于在不同的阶段是用不同的武器向对方的飞行物——导弹进行攻击的，这就需要有计算机和适当的软件来协调防御作战并评价其效率。这个协调过程称为作战控制。可以设想，在每一层的防御系统中，必须有一个用于作战控制的计算机和软件负责这一“局部”的工作，而每一层控制系统则又通过全球作战控制系统与其它层连接起来。指导某一层内的作战控制的软件应该控制该层的各类探测器和各类武器，这些探测器能确定目标所处的位置并且跟踪目标，同时也能识别目标的真假。必要时，

应产生一个“跟踪档案”，它储存着关于每一个目标的所有已知信息。通过软件将跟踪档案中的信息与已有武器和已经编好程序的作战规则协调起来，并能调配本防御层中的防御力量。全球作战控制系统将不断地对来攻击的行动进行估价并确定作战行动和策略。为了使下一层的防御系统能提前作好攻击准备，全球系统应在当前阶段所获得的跟踪信息传递给下一层的防御系统中去。由此可见，这个“战略防御计划”中的关键，在一定程度上是关于控制这一防御系统的软件。不难设想，编制这个庞大系统的软件，将是一项十分艰难、繁重、巨大的工程。

可以设想一下编制软件会遇到什么问题。首先，软件研制者应该能设想或预见每一种偶然情况，并据此确定软件应该作出什么反应，有时，甚至电子线路的故障也可能引起一场虚惊。1980年6月3日，北美防空联合司令部报告说，美国正受到导弹攻击，但事后发现，这是由于计算机电路发生故障引起的；又如，英国的“谢菲尔德号”军舰沉没的原因是因为该舰的雷达预警系统所用的程序，将阿方的“飞鱼式”导弹列为“友弹”，因为在英军的武器库中确有飞鱼导弹，这样，预警系统便放过了敌方（阿根廷）的这枚自动寻的导弹，结果导致英舰被击沉。另一个问题是软件可能出错。因此，如何发现软件错误和纠正软件错误，这也是软件工作者的任务。随之而来的便是系统的软件在执行过程中的可靠程度的估计问题。

这种系统的软件过于庞大，那么，怎样评价系统软件的性能和效率？编制软件时，可能是按现在已有的战术技术原则编制的，假如这种战术原则变化了，那么系统软件有无适时的调整或应变能力呢？假如作这种改编，会不会导致与原先的程序相矛盾的地方，而最终导致整个软件系统的破坏？编制的软件都是在尚未实现的环境和没有大规模实战经验条件下运算成功的，这也是值得认真讨论的问题。这给数学工作者和软件研究人员提供了大量的研究课题。

高技术用于军事系统或国防科学技术的例子，决不止上面所举的这一些。许多高技术的发展，常常使用了大量的数学工具，并还会提出大量新的数学问题。这就是为什么会有为数众多的数学家在国防部门工作的原因。

第五节

为了反对战争，必须研究战争

经受过战争折磨的人，无不厌恶战争，诅咒战争。的确，一场战争，不知有多少人家破人亡、流离失所。一曲“我的家在东北的松花江上……”，常常使我们想起抗日战争时一家家妻离子散、离乡背井、逃奔他乡的凄惨的流亡生活。战争太悲惨了！任何一个有正义感的、热爱生活的人都坚决反对战争这个怪物。

但是，世界十分复杂，许多地方的矛盾冲突十分尖锐，战争有时成为不可避免的事情，成为解决矛盾的最高手段。事实上，第二次世界大战以后，世界各地的局部性战争此伏彼起，从未间断过。当然，这里有许多战争是一部分被压迫的民族或国家为了求得解放而进行的正义战争，但相当一部分是大国欺侮小国的侵略战争。我们当然要旗帜鲜明地反对任何侵略战争。

怎样反对战争，维护世界的和平和安宁？最好的办法便是研究战争的规律，研究战争的各个方面。我们懂得了战争的起因，懂得了它的规律，懂得了战争带给人类的灾难，懂得了战争是怎样打的，我们就可以制订策略制止战争、反对战争和消灭战争。古今中外都有许多科学家为了反对战争、为了保卫自己的祖国而参加战斗的故事。如中国春秋时代的墨翟、欧洲古代的阿基米德(Archimedes)，等等。在第二次世界大战中，在中国和在外国，都有许多科学家为了反对法西斯的侵略而投身到国防科学技术的研究工作中去，为保卫和平而忘我工作。这里面当然包含许多数

学工作者的努力。我们这本小书就是想从军事与数学之间的关系，数学对军事科学渗透这个角度来进行讨论，以期引起对热心保卫和平的数学工作者的兴趣，并使用自己手中的工具来保卫和平。我们也期望引起军队中广大军官和战士的兴趣，让他们了解数学在军事中是如何应用的，引起他们对这方面的研究，以便把自己手中保卫和平的武器磨得更加犀利。

第二章

怎样用数学方法描述战争

第一节

每个司令官都希望预测战争的胜负

任何战争都是十分残酷的。交战双方都有惨重的伤亡，人民的生命、财产受到极大损失，国家元气大伤。两伊战争进行了八年，双方共耗费了8000亿美元。沉重的负担给两国人民带来贫困和灾难。所以，交战国的元首、两支交战部队的指挥官都会慎重考虑：一旦开战，其后果如何？我方是胜利还是失败？其代价是什么？其实，不光是国家的元首、军队的指挥官希望能预测战争的胜负，每一支军队里的战士、交战国的人民又何尝不希望知道战争的前景呢？所以，在抗日战争初期，毛泽东同志的《论持久战》一书对战争所作的预言，其历史意义之特别重大，便可以想见了。孙子曰：“兵者，国之大事，死生之地，存亡之道，不可不察也。”

然而，影响战争胜负的因素太多了。两国之间的战争与国际形势、国家的实力有关，也与国内的民情有关；作战时，和战场的气候条件有关，也和地形地貌有关；当然，与指挥官的军事素养、指挥艺术、两军的兵士数量、使用的武器装备、训练情况、纪律、士气，以及后勤保障、通讯联络等等均有密切关系；自然，也和双方采取的战略有关。这些都应该进行比较研究，才有可能取得胜利。所以，作战之前进行研究比较、有针对性的制订作战

方针，是很重要的。孙子曰：“夫未战而庙算胜者，得算多也；未战而庙算不胜者，得算少也。多算胜，少算不胜，而况于无算乎？吾以此观之，胜负见矣。”

虽然如此，但是在战争开始之前或战斗刚开始之时便能预见战争（或战斗）的胜负，究竟还不是易事。无怪乎人们对于诸葛亮在隆中之时便能预见到曹、刘、吴三分天下的局面是何等佩服了。所以，民间常把诸葛亮、刘伯温等军事家看作是智慧的化身。

预见胜负虽然很难，但是古代军事家从大量战争中也总结出一些数量的规律。孙子兵法中说：“用兵之法，十则围之，五则攻之，倍则分之，敌则能战之，少则能逃之，不若则能避之，故小敌之坚，大敌之擒也。”这里就讲了集中优势兵力的道理，也讲了自己一方如果弱小的话就应该避开敌人的道理。所有这些，能不能用数学的理论对它们加以说明呢？

究竟能不能预言战争的胜负？

第二节

兰彻斯特的战斗模型

17、18世纪数学的飞速发展，为描述战斗提供了数学工具。在第一次世界大战期间，英国工程师兰彻斯特于1916年提出了几个关于空战的战术的数学模型。这些模型引起了人们的兴趣，并不断进行研究推广，用于描述各类战斗——从孤立的战斗乃至整个战争。人们发现，这是一种相当能说明问题的模型。

让我们来设想两支军队，红军和蓝军怎样决策并行动。首先，我们讨论一种简单的情形，两支军队在某个战场上正在交战。设在交战的起始时刻 t_0 时，红、蓝两军的初始的参加战斗的兵力分别为 X_0 和 Y_0 ，在 t_0 以后的某时刻 t 时的兵力分别为 $x(t)$ 和 $y(t)$ 。这里， x 是代表红方的， y 是代表蓝方的。现在，我们实际上遇到了

麻烦，即双方的兵力的“量化”问题。显而易见，一支装备精良、训练有素的军队和一支乌合之众的军队是无法用人数的多寡这一标准来进行比较的。当年的义和团的勇士们人数虽多，也都很精于技击，但却终于败在外国侵略者的洋枪洋炮之下，便是例证。事实上，“兵力”的强弱涉及因素很多，比如，士兵的数量，战斗的准备情况，武器装备的性能，数量，指挥员的素质，士气的高涨与低落，作战环境的适应状况等等。不过，我们在这里暂时都把它们加以简化，即认为双方的战士素质、武器装备、指挥员的训练都相差不太大，可以认为他们的水平相当。这样一来，对于双方兵力强弱的描述与衡量，便可以只用士兵的数量作为标准了。所以，下面的 $x(t)$ ， $y(t)$ 分别代表红、蓝两军在时刻 t 时的战士的数量。

当我们描述别的战斗，例如两支坦克部队、或其他部队时， $x(t)$ ， $y(t)$ 可能代表 t 时刻两支军队仍在作战的作战单位（如一辆坦克……）的数量。这些都依我们描述的对象而定。

现在让我们看看在战场上双方力量的变化。不难设想，作战的一方，比如红军，其兵力（强弱）的变化率与以下几个因素有关：首先是由于参加战斗时红方伤亡的人数。当然，这里的伤亡，是指红方退出战斗的人数，单位时间内的伤亡数叫做战斗损耗率。其次是由于客观的作战环境引起的人员减少。例如赤壁之战曹操的军队中，由于士卒均为北方人，不服水土，不习水战，因而生病、逃亡者皆有。诸葛亮南征孟获时，五月渡泸，深入不毛，将士受瘴气的侵袭而病故者不乏其人。解放战争中的辽沈战役，困守在长春的国民党军队因为没有粮食而饿死者不计其数，当然，开小差、自杀或投降我军者也为数不少。这种由于疾病、开小差或其他非战斗原因产生的单位时间的减员称为“自然损耗率”。还有一项是增援率，指的是在单位时间内新投入战斗的兵员数。例如红方拥有第二梯队，并在必需时有计划的投入战斗，这样一来，我们可以给出以下的关系：

$$\begin{aligned} \text{(红方)兵力的变化率} = & -(\text{战斗损耗率} \\ & + \text{自然损耗率}) + \text{增援率}. \end{aligned} \quad (2.1)$$

对于蓝方，可类似分析。

讲到变化率，我们自然会想到微分学中的导数。所以，我们自然会设想红、蓝两方的兵力 $x(t)$ 和 $y(t)$ 都是时间 t 的可微分函数。这实在是一种太理想的假设。因为，这首先要求 $x(t)$ 和 $y(t)$ 都是关于时间 t 为连续变化的。然而，我们说某次战斗中，上午9:00时有5000名红方的战士，而到上午9:05时红方有4995.23人，你就很难理解4995.23人的含义。换言之，0.23人指的是什么？一个人要么仍在战斗，要么丧失战斗力退出战斗。但是，当我们作数学处理时，为了方便简单起见，我们就应该作这些假设。甚至，我们还要假设 $x(t)$ ， $y(t)$ 的图形是处处光滑的。虽然，这与实际情况相去甚远，但正是由于这种理想化，反而使我们能容易揭露战斗中人员变化的规律。

让我们继续分析红军的人员变化率。不妨假设红方的战斗减员与蓝方参加战斗的战士数量有关。参加战斗的红方战士都可能被蓝方射击而伤亡。显然，蓝方参加战斗的人越多，红方被射中而伤亡的机会就越多，这二者是成比例的。我们可假设

$$\begin{aligned} \text{红方战斗损耗率} &= b(t) \times \text{蓝方参加战斗人数} \\ &= b(t)y(t), \quad b(t) > 0, \end{aligned}$$

其中 $b(t)$ 就是蓝方每个战士所造成的红方的损耗率，称它为战斗效果系数。这里，我们把此系数看作是 t 的函数。这是因为，同一战士，当他精力旺盛时，和他受了一些伤或精神疲惫时的作战效果不一样。此外，不同的战士，例如一个经验丰富的老兵和一个刚刚穿上军装的新兵，其作战效果也不一样。所以，这里的 $b(t)$ 应该看成是在 t 时刻全体参战蓝军的平均作战效果系数。同时，为简单计，我们再假设 $b(t)$ 是一个正常数 b 。

红方的自然损耗率当然和红方在战场上的人数有关。我们不妨设它与红方的人数成比例，即

$$\begin{aligned}\text{红方的自然损耗率} &= \alpha(t) \times \text{红方参加战斗人数} \\ &= \alpha(t)x(t), \alpha(t) > 0.\end{aligned}$$

自然, $\alpha(t)$ 也应该理解为在 t 时刻红方战士平均受到恶劣环境伤害的程度. 诸葛亮的大军五月渡泸时遇到的瘴气据说是一种传染病, 然而, 不同的战士体质不同, 抵抗力也会不同, 毅力、信仰也会有差异. 当然, 为了讨论简单计, 我们不妨也设它是一个正常数 α . 此外, 再设时刻 t 时红方的增援率为 $R(t)$. 于是, 红方人员的变化率 $\frac{dx(t)}{dt}$ 便应该是:

$$\frac{dx(t)}{dt} = -\alpha(t)x(t) - b(t)y(t) + R(t).$$

类似地, 蓝军人员的变化率 $\frac{dy(t)}{dt}$ 应该是

$$\frac{dy(t)}{dt} = -a(t)x(t) - \beta(t)y(t) + B(t).$$

其中

$\alpha(t)$ ——红方每个战士在时刻 t 时对蓝方士兵的 (平均) 战斗效果系数;

$\beta(t)$ ——在时刻 t 时环境对蓝方每个战士的平均伤害程度;

$B(t)$ ——蓝方在时刻 t 时的增援率.

这样一来, 我们便应该用以下的方程组来描述战斗:

$$\begin{cases} \frac{dx(t)}{dt} = -\alpha(t)x(t) - b(t)y(t) + R(t), \\ \frac{dy(t)}{dt} = -a(t)x(t) - \beta(t)y(t) + B(t), \\ x(t_0) = X_0, y(t_0) = Y_0. \end{cases} \quad (2.2)$$

这实际上是对常规战争的描述. 而当 α, a, b, β 都是常数时, (2.2) 变成