上节课内容回顾

- 电位移矢量

$$\boxed{\vec{D}=\varepsilon_0\vec{E}+\vec{P}}$$

$$\boxed{\vec{D}=\varepsilon_0\varepsilon_r\vec{E}=\varepsilon\vec{E}}$$

$$\boxed{\oiint_S \vec{D}\cdot \mathrm{d}\vec{s}=\sum q_{0内}}$$

$$\boxed{\vec{P}=(1-\frac{1}{\varepsilon_r})\vec{D}}$$

- 界面关系：注意方法

- 电容的计算

- 电容器储能

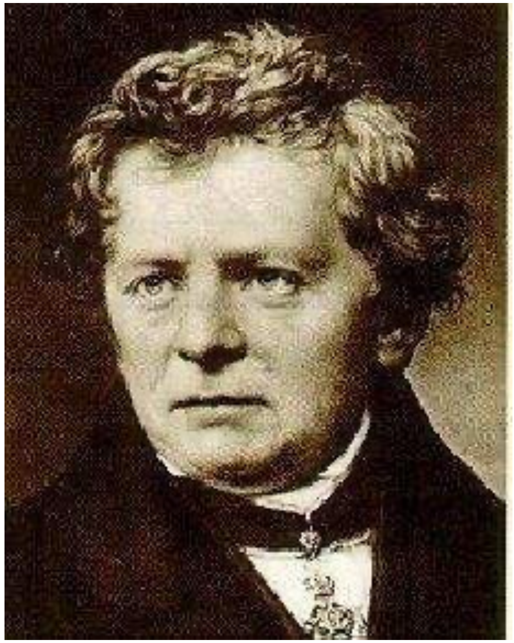
$$\boxed{W=\frac{Q^2}{2C}=\frac{1}{2}CU^2=\frac{1}{2}QU}$$

- 有介质的静电场能量密度

$$\boxed{w_e=\frac{1}{2}\vec{E}\cdot\vec{D}}$$

第十六章 稳恒电流

Georg Simon Ohm



李 渭

2024.10.08

电流是载流子如电子（金属）、空穴（半导体）、离子（溶液）等的定向运动。

导体中由载流子的定向运动形成的电流也叫传导电流

电流定义为某段时间内通过某一截面的总电量。

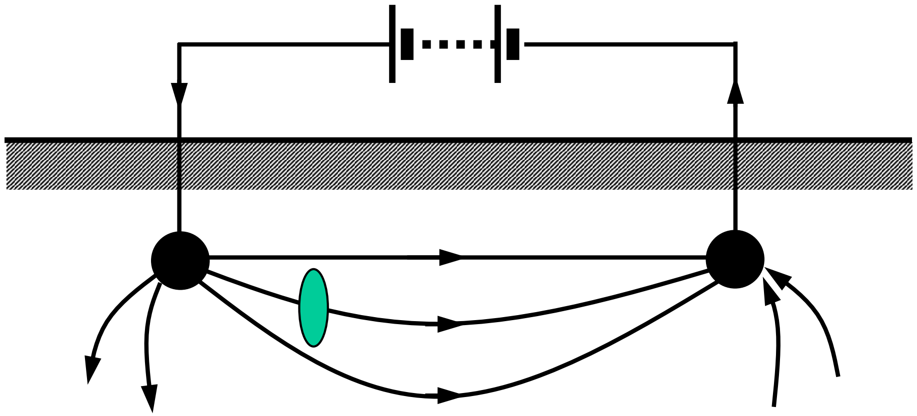
$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t},$$

国际单位为安培 A， $1\ A = 1C/s$

电流是广延量。

电流通过大块导体时？电流在导体内有分布，如何描述？

电阻法探矿



$$\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}S_{\perp}}\hat{\boldsymbol{n}}$$

第十六章 稳恒电流

§ 16.1 电流密度

在导电介质中，载流子如电子、空穴、离子等的定向运动形成一个矢量场 — 电流场。

描述电流场的基本物理量是电流密度矢量。

一. 电流密度矢量 $\vec{j}$

$$\boxed{\vec{j}=\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}S_{\perp}}\hat{n}}$$

大小：单位时间通过单位垂直面积的电量

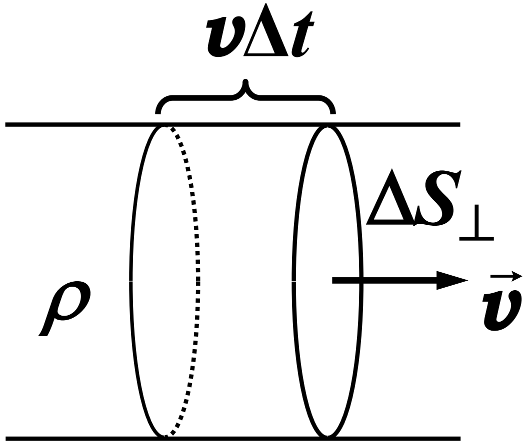
方向：对正载流子，与之运动同向；

对负载流子，与之运动反向。

可逐点精细描述导电介质中电流分布情况。

单位时间通过单位垂直面积的电量

1. 单一载流子



q： 载流子电荷（代数量）

$\vec{v}$： 载流子定向运动速度

n： 载流子数密度

ρ： 电荷密度，$\rho = nq$

$$\vec{j} = \frac{\rho(v\Delta t)\Delta S_{\perp}}{\Delta t\,\Delta S_{\perp}} \cdot \frac{\vec{v}}{v} = \rho\vec{v} = nq\vec{v}$$

2. 多种载流子 $\vec{j}=\sum_i \vec{j}_i=\sum_i \rho_i \vec{v}_i=\sum_i n_i q_i \vec{v}_i$

3. 金属 — 电子导电

设速度 $\vec{v}_i \to \vec{v}_i+\Delta\vec{v}_i$ 的电子数密度为 n_i：

$$\vec{j}=-\sum_i n_i e\vec{v}_i=-ne\left(\sum_i \frac{n_i}{n}\vec{v}_i\right)=-ne\langle\vec{v}\rangle$$

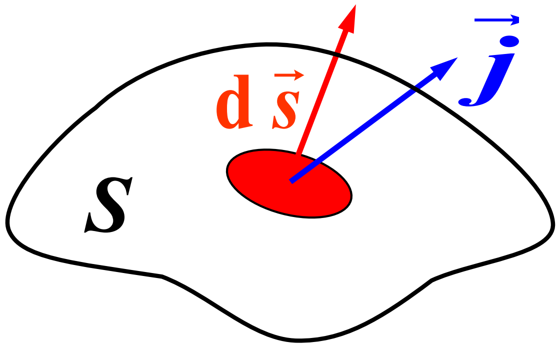
$\langle\vec{v}\rangle$ 是电子平均定向流动速度 — 飘移速度

无外电场时，电子作热运动 $\langle\vec{v}\rangle=0$

有外电场时，电子作定向流动 $\langle\vec{v}\rangle\neq 0$

一般 $\langle\vec{v}\rangle$：$10^{-2}\sim 10^{-1}$mm/s

二. 电流强度

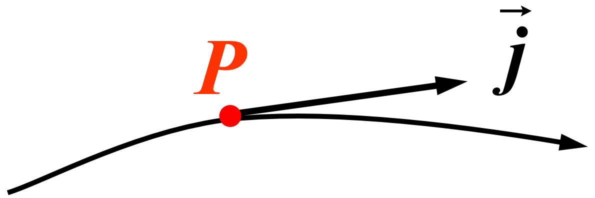


$$\mathrm{d}I = \vec{j} \cdot \mathrm{d}\vec{s}$$

$$\boxed{I = \iint_S \vec{j} \cdot \mathrm{d}\vec{s}}$$ —— 电流密度通量

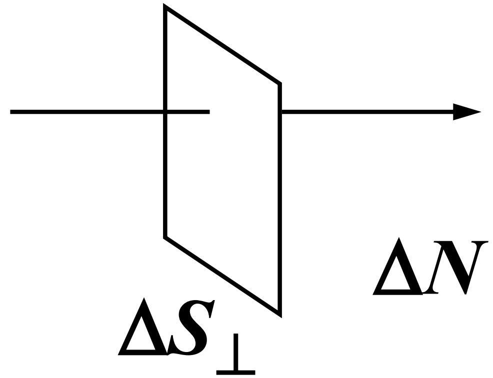
电流线概念

- 电流线上某点的切向为该点 $\vec{j}$ 的方向



- 电流线的数密度等于电流密度大小

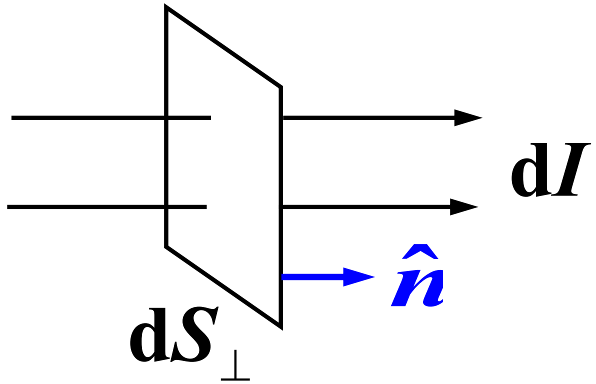
$$j = \lim_{\Delta S_\perp \to 0} \frac{\Delta N}{\Delta S_\perp} = \frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}S_\perp} = \frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}S_\perp}$$



电流强度就是穿过横截面电流线的数目。

由电流强度定义电流密度：

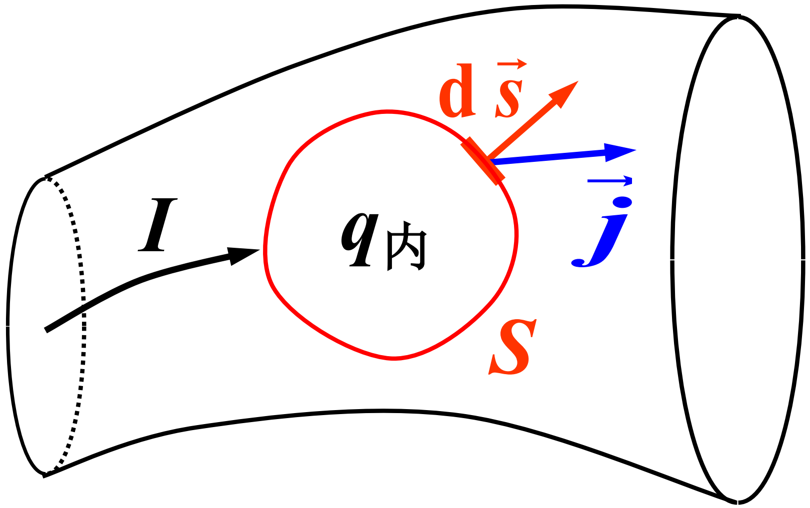
$$\boxed{\vec{j} = \frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}S_\perp}\hat{n}}$$



$\hat{n}$ 是指向电流方向的单位向量，与 $\mathrm{d}S_\perp$ 垂直。

三. 电流连续性方程

对任一闭合曲面，电流密度的通量满足：



$$\boxed{\oint\!\!\!\oint_S \vec{j}\cdot \mathrm{d}\vec{s} = -\frac{\mathrm{d}q_{内}}{\mathrm{d}t}}$$

电流连续性方程是电荷守恒定律的数学表述：

单位时间内“净”流出封闭曲面的电量，等于封闭曲面内电量的减少，反映了电流分布和电荷分布之间的普遍关系。

电流线起始、终止于电荷随时间变化之处：

$$\frac{\mathrm{d}q_{内}}{\mathrm{d}t}<0,\quad \oiint_S \vec{j}\cdot\mathrm{d}\vec{s}>0,$$ 有电流线发自面内，

面内积累负电荷，电荷密度减小。

$$\frac{\mathrm{d}q_{内}}{\mathrm{d}t}>0,\quad \oiint_S \vec{j}\cdot\mathrm{d}\vec{s}<0,$$ 有电流线止于面内，

面内积累正电荷，电荷密度增加。

$$\frac{\mathrm{d}q_{内}}{\mathrm{d}t}=0,\quad \oiint_S \vec{j}\cdot\mathrm{d}\vec{s}=0,$$ 电流线连续地穿过，

面内无电荷积累，电荷密度不变。

§ 16.2 稳恒电流和稳恒电场

稳恒电流：$\vec{j}$ 的分布不随时间变化的电流。

$\vec{j}$ 若不随时间变化，则电荷分布也不随时间变化：一些电荷从某地流动走的同时，另外一些等量的电荷必将流动过来进行补充。

$\therefore$ 对稳恒电流 $\dfrac{\mathrm{d}q_{内}}{\mathrm{d}t}=0$

电流线闭合

稳恒条件：$\boxed{\oint\!\!\!\oint_S \vec{j}\cdot\mathrm{d}\vec{s}=0}$

稳恒电场：稳恒电流情况下，电荷分布不随时间变化，则产生的电场不随时间变化。

稳恒电场与静电场的相同之处：

- 服从高斯定理：$\oiint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{s} = \dfrac{\sum q_{内}}{\varepsilon_0}$

  任何电场都服从高斯定理。

- 服从环路定理：$\oint_L \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = 0$

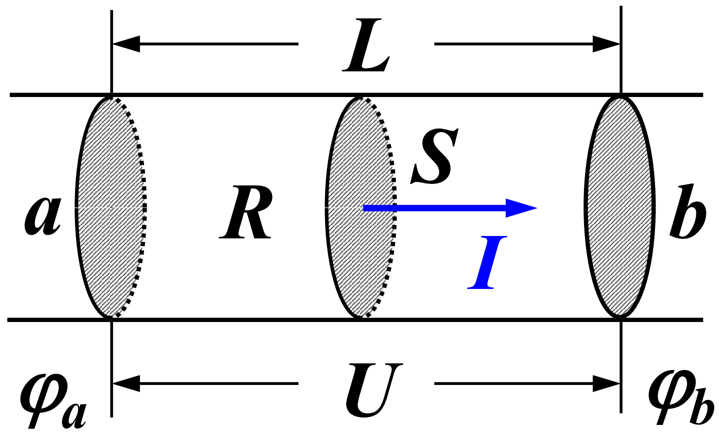
  电势和电势差概念仍然适用！

和静电场中的导体不同之处？

§ 16.3 欧姆定律

一. 积分形式

$$\boxed{U = IR}$$



$(U = \varphi_a - \varphi_b)$

均匀导体的电阻：

$$\boxed{R = \rho \cdot \frac{L}{S}}$$

ρ — 电阻率 单位：$\Omega \cdot \mathrm{m}$

电导：$G = \dfrac{1}{R}$ 单位：$\Omega^{-1} = \mathrm{S}$（西门子）

电导率：$\sigma = \dfrac{1}{\rho}$ 单位：$\Omega^{-1} \cdot \mathrm{m}^{-1}$

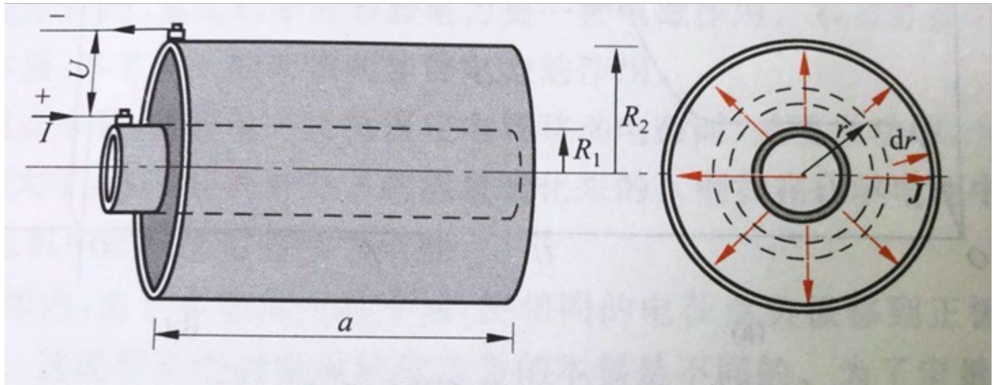


图 16.5 圆筒形材料总电阻的计算

如图所示的电阻率为ρ的圆筒，求其总电阻

$$\boxed{R=\rho\cdot\frac{L}{S}}$$

分清那个是L，哪个是S

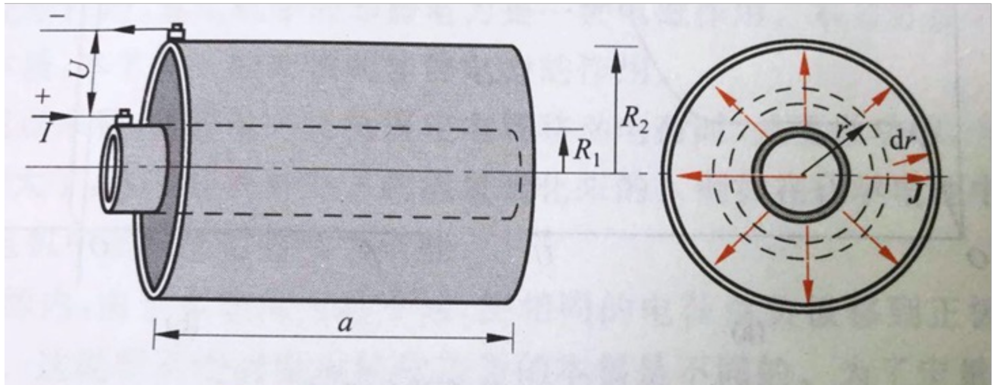


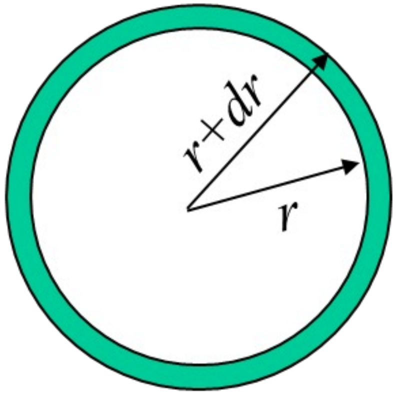
图 16.5　圆筒形材料总电阻的计算

如图所示的电阻率为ρ的圆筒，求其总电阻

$$\boxed{R=\rho\cdot\frac{L}{S}}$$

长度方向的变化为$L=dr$

该dr变化内薄圆筒的面积为 $S=2\pi ra$



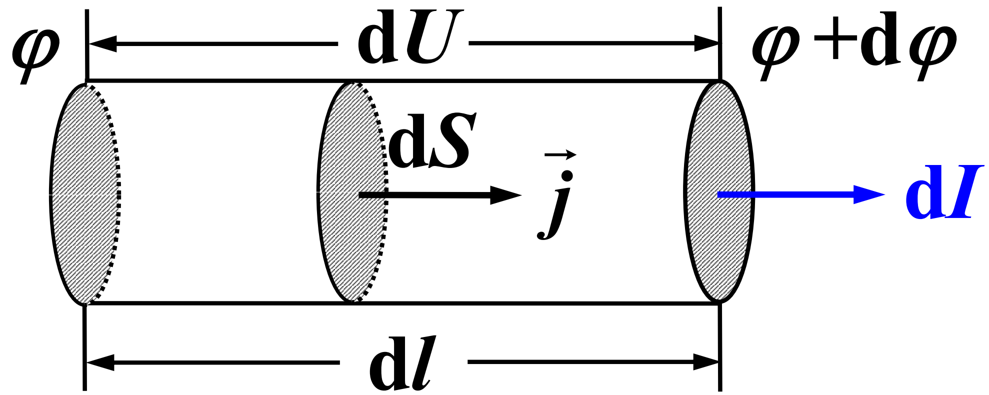
该dr变化内薄圆筒的电阻 $R=\rho\dfrac{dr}{2\pi ra}$

总电阻为R_1到R_2内薄圆筒的电阻的串联

$$R_{总}=\int_{R_1}^{R_2}\rho\frac{dr}{2\pi ra}=\frac{\rho}{2\pi a}ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$$

二. 微分形式

将积分形式用于大块导体中的一小段：



$$\mathrm{d}U=\varphi-(\varphi+\mathrm{d}\varphi)=-\mathrm{d}\varphi=\mathrm{d}I\cdot R=j\,\mathrm{d}\cancel{S}\cdot\rho\cdot\frac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}\cancel{S}}$$

$$j=-\frac{1}{\rho}\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}l}=\sigma\cdot E$$

$$\boxed{\vec{j}=\sigma\cdot\vec{E}}$$ —— 欧姆定律的微分形式

三. 欧姆定律的适用范围

1. $\vec{j}=\sigma\vec{E}$ 比 $U=IR$ 适用范围广，对非均匀导体成立，对非稳恒电流也成立。

2. 有许多材料不服从欧姆定律。

例如：低压电离气体，半导体材料等，

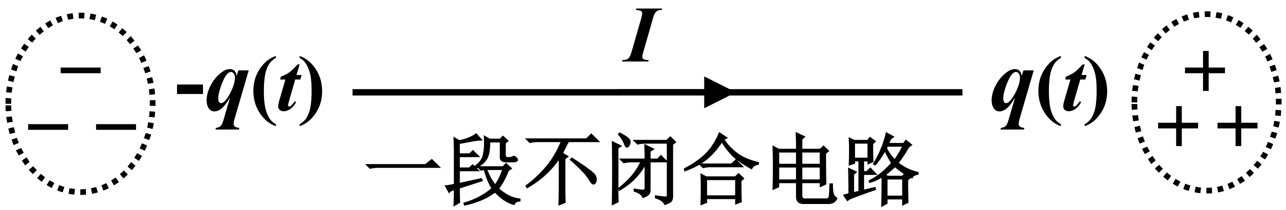
伏安特性曲线（$U \sim I$ 关系）呈非线性。

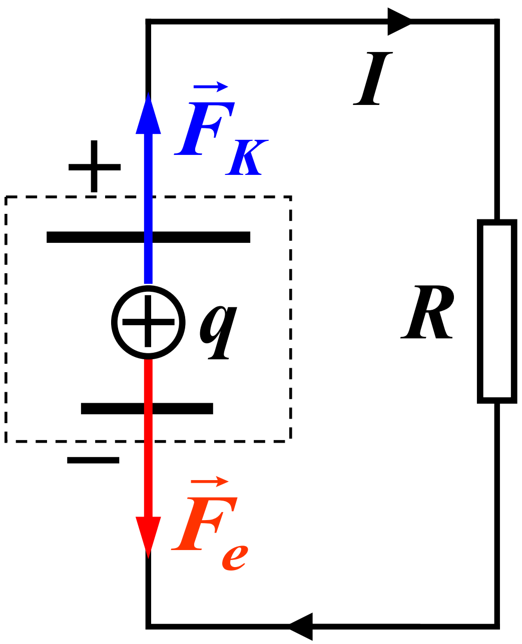
3. 强电场会导致 $\vec{j}$ 与 $\vec{E}$ 的非线性关系。

4. 理想导体的 $\sigma \to \infty$，但不能把超导体简单地看成是理想导体。

§ 16.4 电动势

稳恒电流要求电路闭合，否则破坏稳恒条件：





只有静电场无法维持稳恒电流，

必需依靠非静电力 $\vec{F}_K$ 才能使

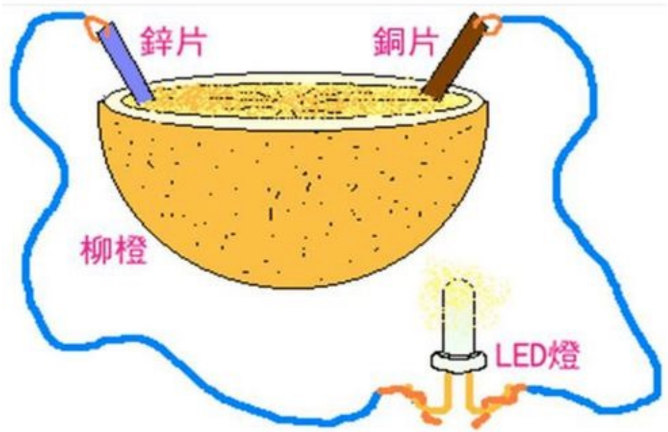
载流子从有电势变化的电路中

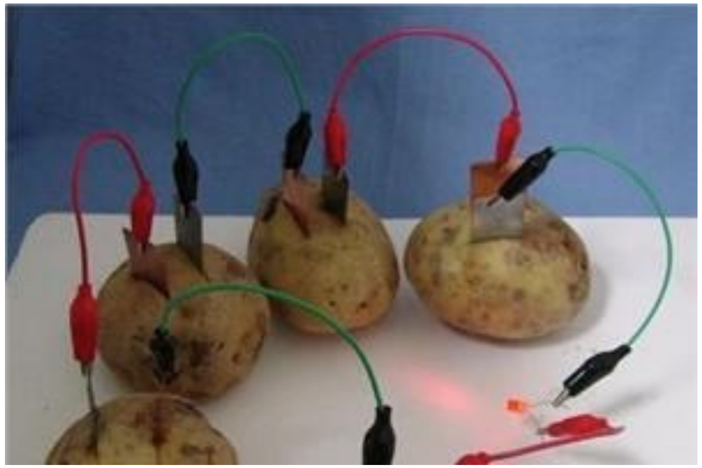
回到原位，形成稳恒电流。

$\vec{F}_K$：电磁、化学、热、原子…

能提供非静电力 $\vec{F}_K$:的装置，叫做电源

水果电池





定义非静电性场强 $\boxed{\vec{E}_K = \dfrac{\vec{F}_K}{q}}$

$\vec{E}_K$ 作用是反抗静电场而移动电荷。

仿照电势差的定义，定义电源电动势：

$$\varepsilon = \int_{(-)}^{(+)} \vec{E}_K \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \frac{A_{非}}{q}$$

（电源内）

ε 是在电源内，把单位正电荷从“—”极移到“+”极，$\vec{E}_K$ 做的功 $A_{非}$。

若 $\vec{E}_K$ 存在于整个回路 L，则电动势为：

$$\varepsilon = \oint_{回路L} \vec{E}_K \cdot \mathrm{d}\vec{l} \quad （如感生电动势）$$

注意：电路中电势差（电压）由静电场产生：

$$U = \varphi_{12} = \int_{(1)}^{(2)} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l} \quad \text{— 与路径无关}$$

在回路中，沿 L 由点 1 到点 2 的电动势：

$$\varepsilon_{12} = \int_{(1)\,(L)}^{(2)} \vec{E}_K \cdot \mathrm{d}\vec{l} \quad \text{— 与路径有关}$$

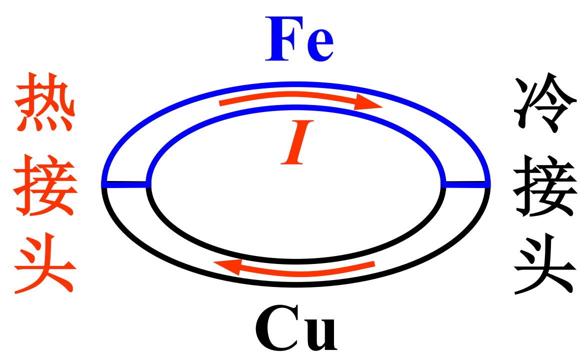
* 温差电现象

▲ 汤姆孙（W. Thomon）电动势：在同种金属中，温差造成自由电子的热扩散，产生电动势。

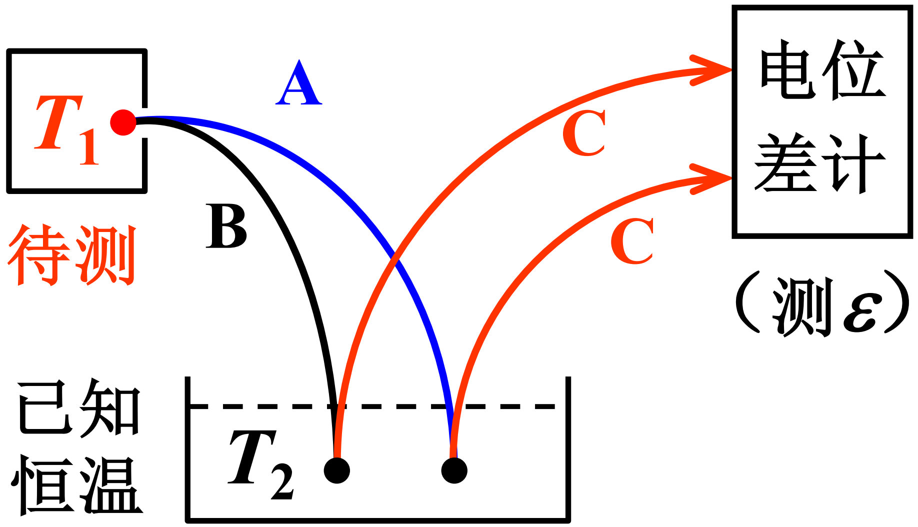
▲ 珀耳帖（J. C. A. Peltier）电动势：不同金属中，因自由电子浓度不同，在接头处产生与温度有关的扩散，产生电动势。

▲ 温差电动势 — 塞贝克（Seebeck）电动势

两种金属接成一个回路，若两个接头处的温度不同，则回路中形成温差电动势：是珀尔帖电动势与汤姆孙电动势之和。



▲ 温差电偶

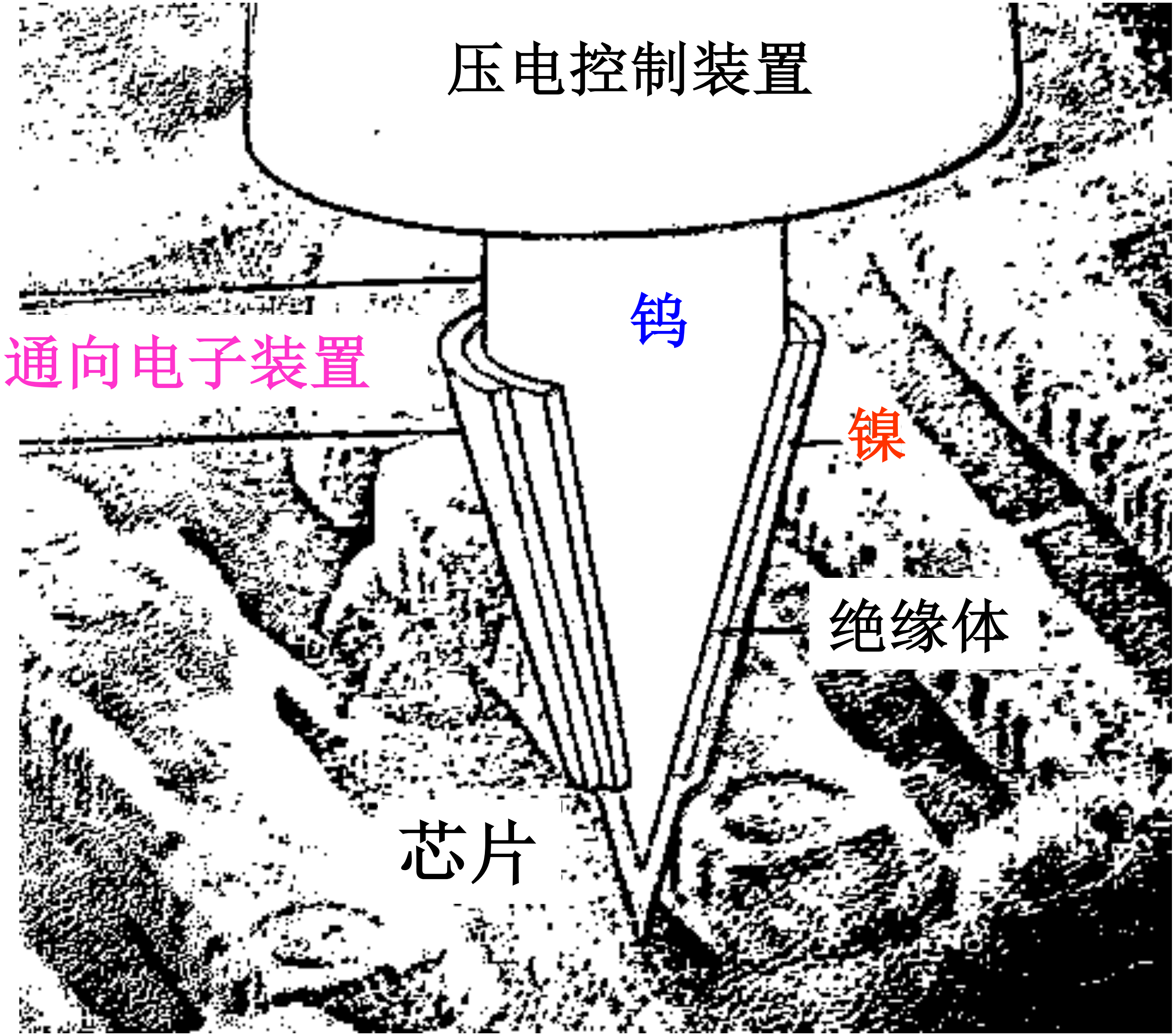


一般 $\varepsilon \sim$ mV/100 °C

优点：
- 热容小，灵敏度高（10^{-3} °C）
- 可逐点测量，测小范围内温度变化
- 测温范围大（–200 °C — 2000 °C）
- 便于自动控制

【演示】测温热电偶，温差电磁铁，温差电机

温差电现象的现代应用实例：



扫描热显微镜

钨和镍在探针尖处相接，形成热电偶的测温端。

扫描热显微镜简介

▲**性能：**热探针针尖直径只有约30nm，可在数十纳米的尺度上，测出万分之一度的温度变化。

▲**工作原理：**通电流使探针加热并接近试样表面。针尖和被测表面距离↓→针尖散热↑→温度↓；针尖和被测表面距离↑ →针尖散热↓→温度↑。由此可反映出探针尖与试样表面间隙的大小。当探针在试样表面上扫描时，就能测出试样表面的起伏状况。

▲扫描热显微镜的应用：

- 检测电子芯片表面的质量。
- 探测活细胞中温度的变化，从而给出新陈代谢方式的线索。
- 通过探针尖端热量的散失情况，测定微细气流或液流的流量。
- 检测试样表面成分（光热吸收分光术）：用激光照射试样，改变激光波长，同时测试样温度的变化，进而给出试样表面成分在极小尺度上的变化，实现微观尺度上的光谱分析。

△ § 16.5 稳恒电路

一. 稳恒电路特点

1. 导体内部无净电荷分布，净电荷只能分布在导线表面或导体的不均匀处，如电极处，导线的表面、交界面、弯折处等。

证：稳恒条件、高斯定理。【作业题】

2. 外电路的导线内部，电流线与电场线方向一致（ $\vec{j} = \sigma \cdot \vec{E}$ ），且必然与表面平行，否则表面电荷不断堆积，破坏电流稳定性。

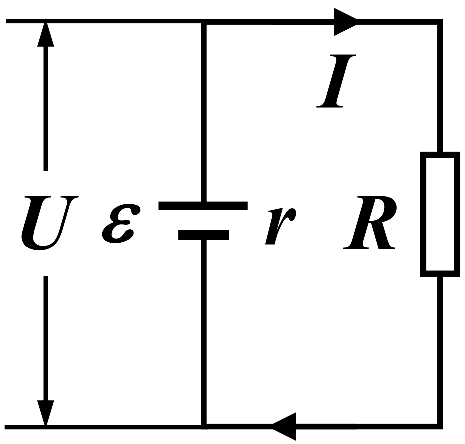
3. 电源内部，载流子是在静电力和非静电力的共同作用下运动，所以电流密度满足：

$$\boxed{\vec{j} = \sigma(\vec{E} + \vec{E}_K)}$$

— 欧姆定律向稳恒电路的推广

二. 全电路欧姆定律

把式 $\vec{j}=\sigma(\vec{E}+\vec{E}_K)$ 从电源内部积分得：



$$\underset{（电源内）}{\int_{(+)}^{(-)}}\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{l}+\underset{（电源内）}{\int_{(+)}^{(-)}}\vec{E}_K\cdot\mathrm{d}\vec{l}=\underset{（电源内）}{\int_{(+)}^{(-)}}\frac{\vec{j}}{\sigma}\cdot\mathrm{d}\vec{l}$$

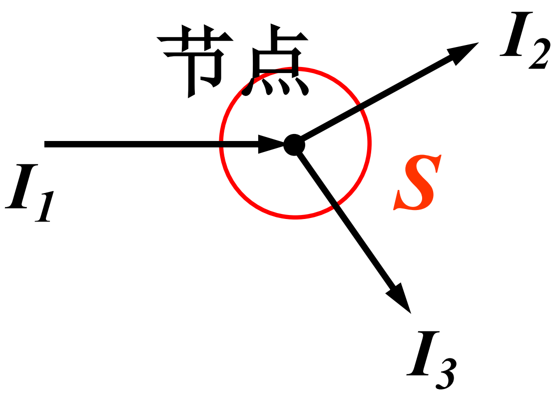
U — 电源端电压

$$U-\varepsilon=\underset{（电源内）}{\int_{(+)}^{(-)}}I\frac{\rho}{S}\cdot\mathrm{d}l=-Ir$$

$$\boxed{\varepsilon=I(R+r)=U+Ir}$$

规定： I 的正向是电源内由“－”极指向“＋”极

三. 基尔霍夫第一定律



对电路的节点：

根据 $\oiint_S \vec{j}\cdot \mathrm{d}\vec{s} = 0$ 得：

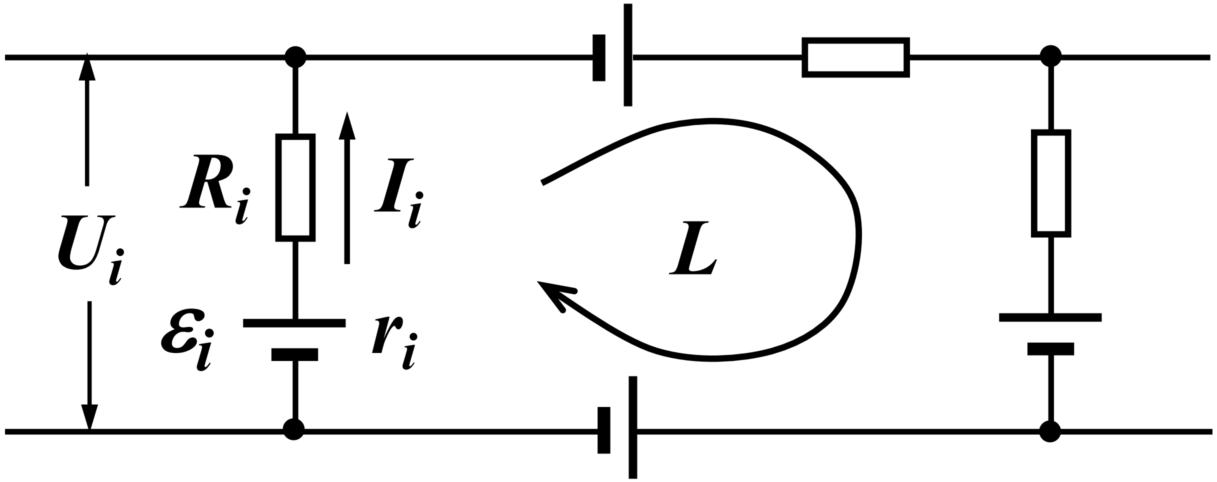
$$\boxed{\sum_i I_i = 0}$$ —— 节点电流方程

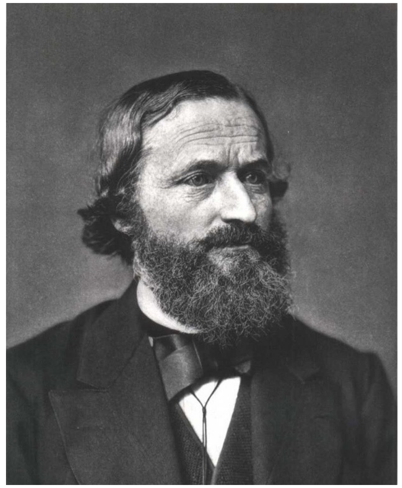
规定：流出节点 $I > 0$，流入节点 $I < 0$。

$$-I_1 + I_2 + I_3 = 0$$

四. 基尔霍夫第二定律

Gustav Robert Kirchhoff





对复杂电路中的任一闭合回路，其全部组成支路上的电压代数和为零 — 回路电压方程：

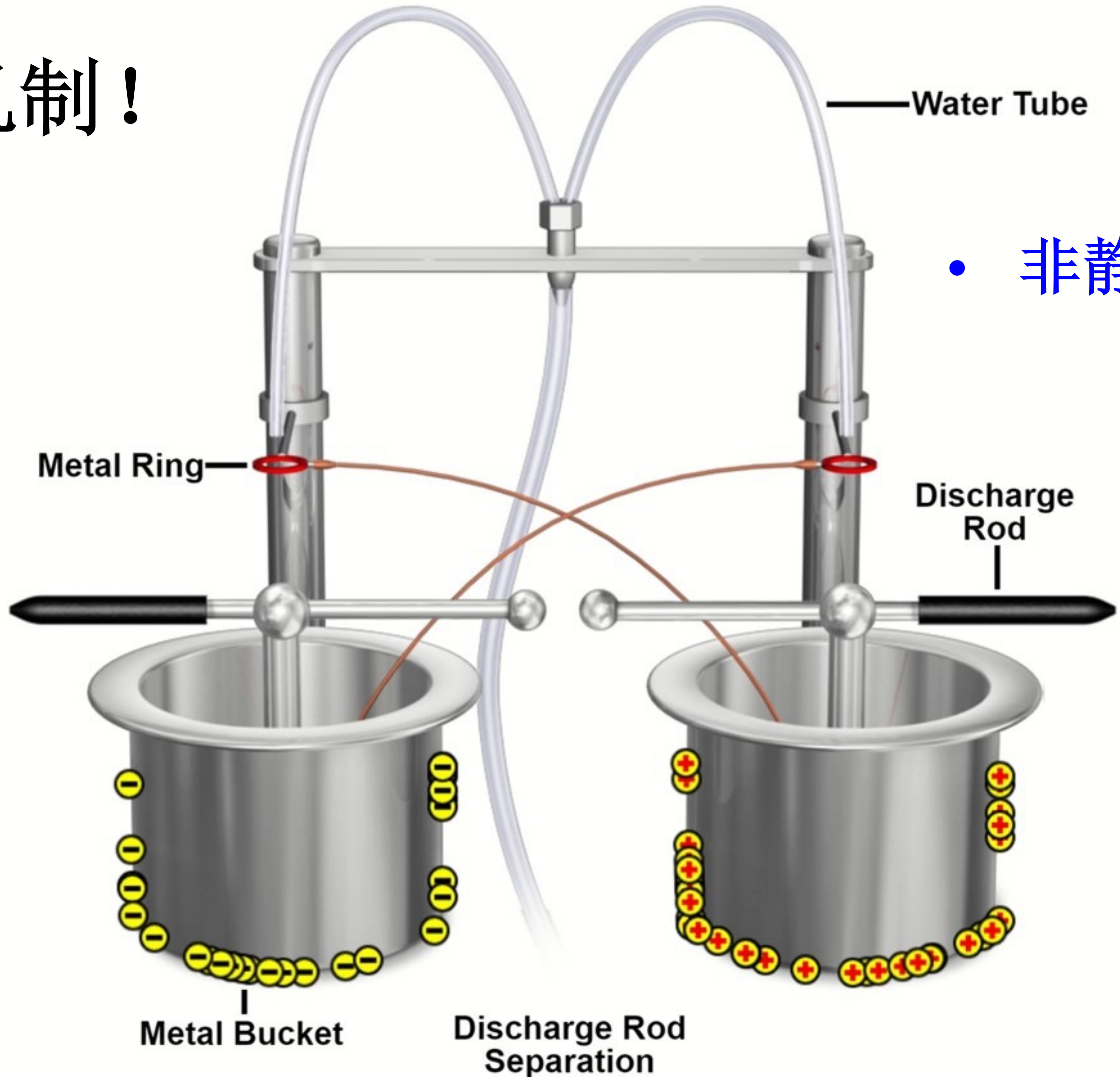
$$\boxed{\sum U_i = \sum(-\varepsilon_i + I_i R_i + I_i r_i) = 0}$$

规定：I_i、ε_i 与回路 L 绕向一致为正。

Kelvin's water dropper

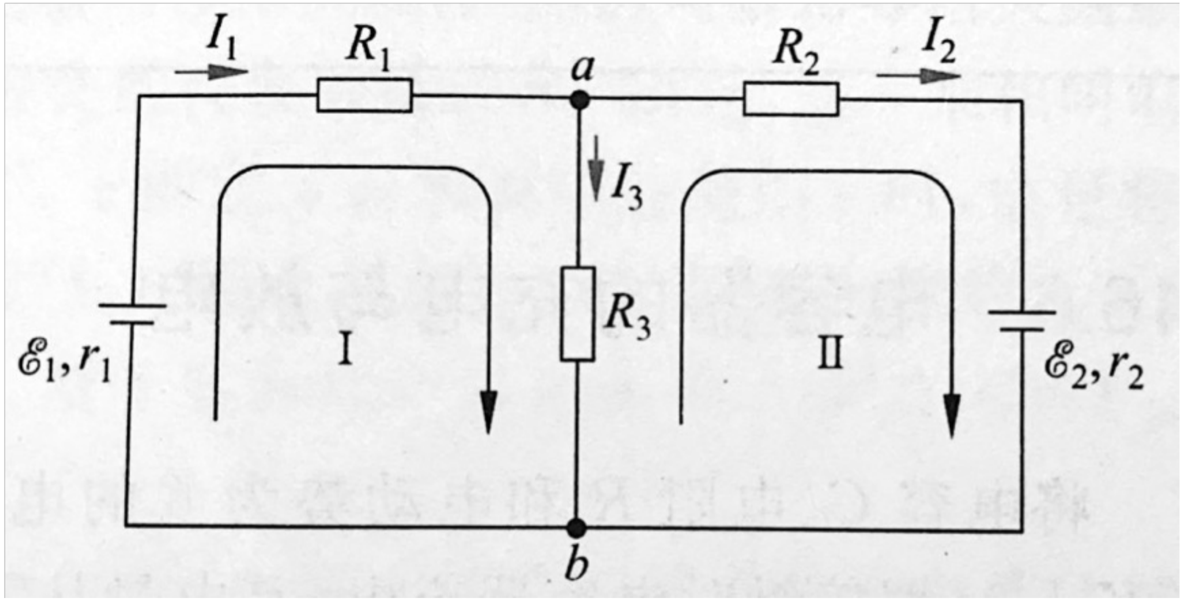
"Lord Kelvin's Thunderstorm"

正反馈机制！



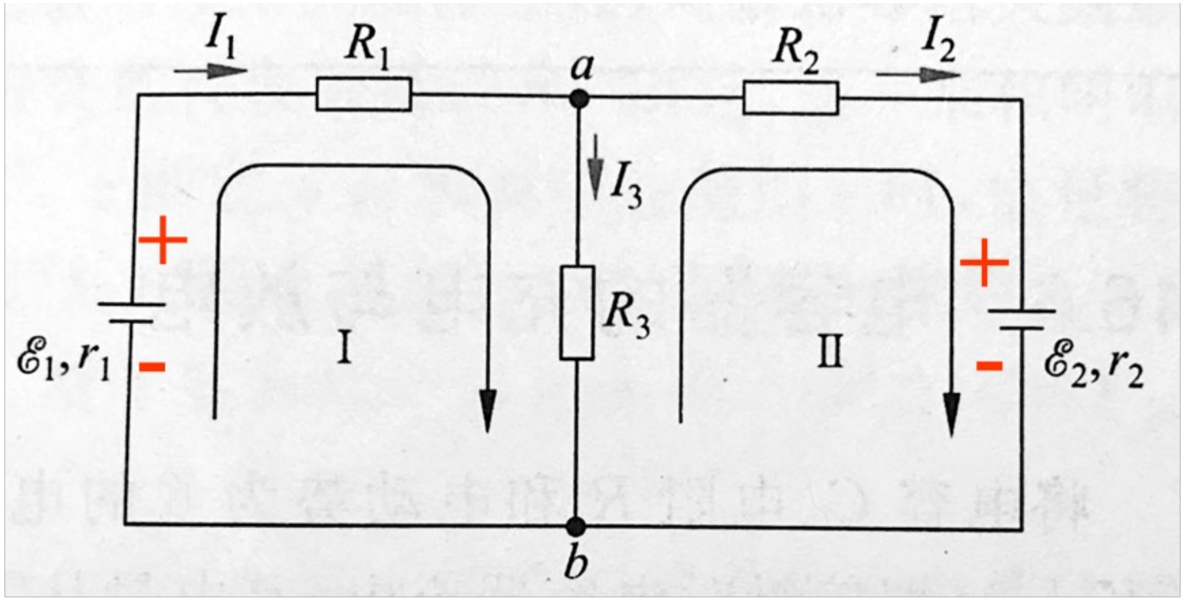
- 非静电力？

【例】求I_1、I_2、I_3。图中其他量均已知。



基尔霍夫第一定律

基尔霍夫第二定律



对于节点a： $-I_1 + I_2 + I_3 = 0 \rightarrow I_1 = I_2 + I_3$

回路I: $-\mathscr{E}_1 + I_1(r_1 + R_1) + I_3R_3 = 0$

回路II： $\mathscr{E}_2 + I_2(r_2 + R_2) - I_3R_3 = 0$