

# 北京工业大学 2018—2019 学年第二学期 B 卷

## 《概率论与数理统计》(经)课程考试试卷

考试说明: 考试闭卷;可使用文曲星除外的计算器。

承诺:

本人已学习了《北京工业大学考场规则》和《北京工业大学学生违纪处分条例》, 承诺在考试过程中自觉遵守有关规定, 服从监考教师管理, 诚信考试, 做到不违纪、不作弊、不替考。若有违反, 愿接受相应的处分。

承诺人: \_\_\_\_\_ 学号: \_\_\_\_\_ 班号: \_\_\_\_\_

.....  
注: 本试卷共 6 大题, 共 7 页, 满分 100 分。考试时必须使用卷后附的草稿纸。

卷 面 成 绩 汇 总 表 (阅卷教师填写)

题号	一	二(1)	二(2)	二(3)	二(4)	二(5)	总成绩
满分	30	14	14	14	14	14	
得分							

### 一、填空题 (每空 2 分, 共 30 分)

1. 设  $A, B$  为事件, 且  $P(A)=0.4, P(A \cup B)=0.7$ 。当  $A$  与  $B$  相互独立时,  $P(B)=$  \_\_\_\_\_;  
互斥时,  $P(B)=$  \_\_\_\_\_;
2. 在区间  $(0, 1)$  中随机地抽取两个数  $X$  和  $Y$ , 则  $P(|X-Y|<0.5)=$  \_\_\_\_\_;
3. 设随机变量  $X$  服从  $[-2, 2]$  上均匀分布, 则  $Y=X^2$  的概率密度函数为  $f_Y(y)=$  \_\_\_\_\_  
( $0<y<4$ );
4. 若  $X$  服从  $[0, 1]$  区间上均匀分布, 记  $A=\{0.1 \leq X \leq 0.3\}$ ,  $Y$  表示对  $X$  进行 20 次独立观测后事件  $A$  发生的次数。则  $E(Y)=$  \_\_\_\_\_,  $Var(Y)=$  \_\_\_\_\_;
5. 设随机变量  $X$  可能取的三个值为  $-2, 0$  和  $1$ , 且  $P(X=-2)=0.4, P(X=0)=0.3$ , 则  $E(X)=$  \_\_\_\_\_,  $Var(X)=$  \_\_\_\_\_。
6. 设随机变量  $X \sim N(1, 1), Y \sim N(2, 2^2)$ , 且  $X$  与  $Y$  相互独立, 则  $2X-Y \sim$  \_\_\_\_\_;
7. 设  $X_1, X_2, \dots, X_n (n > 2)$  为抽自正态总体  $N(\mu, \sigma^2)$  的随机样本, 记
$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i, \quad S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2.$$
则  $\bar{X} \sim$  \_\_\_\_\_,  $\sqrt{n}(\bar{X} - \mu) / \sqrt{S^2} \sim$  \_\_\_\_\_,  $(n-1)S^2 / \sigma^2 \sim$  \_\_\_\_\_;
8. 设  $X_1, \dots, X_n$  是抽自参数为 2 的泊松分布的简单样本,  $\bar{X}$  和  $S^2$  分别为样本均值与样本方差, 求  $P\{X=E(2\bar{X}-S^2)\} =$  \_\_\_\_\_。

- 
9. 设  $X_1, \dots, X_{16}$  是来自总体  $X \sim N(\mu, 1)$  的随机样本, 且  $\bar{X} = 5$ , 则未知参数  $\mu$  的置信系数为 0.95 的置信区间为 [\_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_]。 ( $Z_{0.025} = 1.96$ )

## 二、解答题 (每小题 14 分, 共 70 分)

注: 每题要有解题过程, 无解题过程不能得分

1. 一批同型号零件由编号为 I、II、III 的三台机器同时生产, 各台机器生产零件数量分别占 35%, 40% 和 25%, 次品率分别为 2.0%, 2.5% 和 1.6%。
  - (1). 求该批零件的次品率;
  - (2). 现从该批零件中抽到一件次品, 求该次品由各台机器生产的概率。

---

2. 设连续型随机变量  $X$  的分布函数为

$$F(x) = \begin{cases} a - e^{-0.5x^2}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0, \end{cases}$$

其中  $a$  为常数。求：

(1).  $a$  的值； (2).  $X$  的概率密度函数  $f_X(x)$ ； (3).  $Y = \sqrt{X}$  的概率密度函数  $f_Y(y)$ 。

---

3. 设二维随机变量  $(X, Y)$  的联合概率密度函数为

$$f(x, y) = \begin{cases} cy^2, & 0 \leq y \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$$

(1). 求常数  $c$ ; (2). 求  $X$  和  $Y$  的边缘概率密度  $f_X(x)$ ,  $f_Y(y)$ ; (3). 计算  $E(XY)$ .

---

4. (本题 14 分) 设总体  $X$  有概率密度函数

$$f(x) = \begin{cases} \lambda^2 x e^{-\lambda x}, & \lambda > 0 \\ 0, & \lambda \leq 0, \end{cases}$$

其中  $\lambda > 0$  为未知参数,  $X_1, X_2, \dots, X_n$  为从总体  $X$  中抽出的随机样本。求:

(1).  $\lambda$  的矩估计; (2).  $\lambda$  的极大似然估计。

5. (本题 14 分) 假设某品牌日光灯的使用寿命(单位: 小时)服从正态分布  $N(\mu, \sigma^2)$ , 现从该品牌的日光灯中随机抽取 9 只进行试验, 测得寿命的平均值为 100.4, 样本方差为 0.49。

问在显著性水平  $\alpha = 0.05$  下, 从样本看:

(1). 可否认为  $\mu = 100$  ?

(2). 可否认为  $\sigma^2 = 0.5$  ?

附  $t$  分布与  $\chi^2$  分布表

$t_8(0.025) = 2.3060$	$t_8(0.05) = 1.8595$	$t_9(0.025) = 2.2622$	$t_9(0.05) = 1.8331$
$\chi_8^2(0.025) = 17.535$	$\chi_8^2(0.05) = 15.507$	$\chi_9^2(0.025) = 19.023$	$\chi_9^2(0.05) = 16.919$
$\chi_8^2(0.975) = 2.180$	$\chi_8^2(0.95) = 2.733$	$\chi_9^2(0.975) = 2.700$	$\chi_9^2(0.95) = 3.325$

---

草 稿 纸

姓名：\_\_\_\_\_ 学号：\_\_\_\_\_