北京工业大学 2020 —2021学年 第I学
"概率论与数理统计"课程期末考试试卷（经类，B卷）

考试说明： 考试闭卷；可使用文曲星除外的计算器

考试时间： 2021年1月4日

承诺： 本人已学习了《北京工业大学考场规则》和《北京工业大学学生违纪处分条例》，承诺在考试过程中自觉遵守有关规定，服从监考教师管理，诚信考试，做到不违纪、不作弊、不替考。若有违反，愿接受相应的处分。

承诺人： ________ **学号：** ____________ **班号：** ________

注： 本试卷共 6 页，满分100分；考试时必须使用卷后附加的统一草稿纸。

卷 面 成 绩 汇 总 表（阅卷教师填写）

题号	一	二	三	四(1)	四(2)	四(3)	四(4)	总成绩
满分	18	12	30	10	10	10	10	
得分								

一、单项选择题（6个题，每题3分，共18分）

1. 掷一枚匀质的骰子，则在出现奇数点的条件下出现3点的概率为（ ）.

A. 1/3； B. 2/3； C. 1/6； D. 3/6.

2. 设随机变量的概率密度 $f(x)=\begin{cases} qx^{-2} & x>1 \\ 0 & x\le 1 \end{cases}$，则 $q=$（ ）.

A. 1/2； B. 1； C. -1； D. 3/2.

3. 设随机变量 X 与 Y 不相关，且 $E(X)=2, E(Y)=1, \mathrm{Var}(X)=3$，则 $E[X(X+Y-2)]=$（ ）

A. -5； B. -3； C. 3； D. 5.

4. 设随机向量 (X,Y) 服从单位圆域上的均匀分布，则 X 与 Y 为（ ）的随机变量.

A.独立同分布；B.独立不同分布；C.不独立但同分布；D.不独立也不同分布.

5. 设随机变量 X 服从正态分布 $N(0,1)$，Y 服从正态分布 $N(1,4)$，且 X 与 Y 的相关系数是-1，则下列（ ）是正确的：

A. $P\{Y=-2X-1\}=1$； B. $P\{Y=2X-1\}=1$；
C. $P\{Y=-2X+1\}=1$； D. $P\{Y=2X+1\}=1$.

6. 在正态总体均值的假设检验中，当总体方差未知时，采用的检验方法是（ ）.

A. t 检验法； B. U 检验法；
C. t 或 U 检验法； D. 其他检验法.

二、多选题（4个小题，每小题3分，共12分）

1. 随机变量 X 与 Y 线性无关等价于（ ）.

A. $\mathrm{Cov}(X,Y)=0$； B. X 与 Y 独立；
C. $\mathrm{Var}(X+Y)=\mathrm{Var}(X)+\mathrm{Var}(Y)$； D. $\mathrm{Var}(X-Y)=\mathrm{Var}(X)-\mathrm{Var}(Y)$.

2. 设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为正态总体 $N(\mu,\sigma^2)$ 的随机样本，记 $\bar{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$ 为样本均值，$S^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2$ 为样本方差，$S=\sqrt{S^2}$，则结论正确的为（ ）.

A. $\sqrt{n}(\bar{X}-\mu)/\sigma \sim N(0,1)$； B. $(n-1)S^2/\sigma^2 \sim \chi^2_{n-1}$；
C. $\sqrt{n}(\bar{X}-\mu)/S \sim t_n$； D. $\bar{X}$ 与 S 线性相关.

3. 对总体参数 θ，其矩估计和极大似然估计（ ）.

A. 可以相同，也可以不同； B. 总是相同；
C. 都是 θ 的无偏估计； D. 不一定是 θ 的无偏估计.

4. 设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为正态总体 $N(\mu,\sigma^2)$ 的随机样本，记 $\bar{X}$ 和 S^2 分别为本均值和样本方差，再记 $S=\sqrt{S^2}$ 为样本标准差，当 μ 和 σ^2 未知时，对给定的显著性水平 $\alpha(0<\alpha<1)$，下列假设检验中(H_0 的)拒绝域正确的是（ ）.

A. $H_0:\mu=\mu_0 \leftrightarrow H_1:\mu\ne\mu_0$，拒绝域 $\left\{|\bar{X}-\mu_0|\ge\frac{\sigma}{\sqrt{n}}Z_{\alpha/2}\right\}$；

B. $H_0:\mu=\mu_0 \leftrightarrow H_1:\mu\ne\mu_0$，拒绝域 $\left\{|\bar{X}-\mu_0|\ge\frac{S}{\sqrt{n}}t_{n-1}(\alpha/2)\right\}$；

C. $H_0:\mu=\mu_0 \leftrightarrow H_1:\mu<\mu_0$，拒绝域 $\left\{\bar{X}-\mu_0\le-\frac{S}{\sqrt{n}}t_{n-1}(\alpha/2)\right\}$；

D. $H_0:\sigma=\sigma_0 \leftrightarrow H_1:\sigma\ne\sigma_0$，拒绝域 $\left\{(n-1)S^2\ge\sigma_0^2\chi^2_{n-1}(\alpha/2)\right\}$.

三、填空题（10个空，每空3分，共30分）

1. 设 A 和 B 为事件，且 $P(A)=0.4$，$P(A\cup B)=0.6$. 当与 B 互不相容时，$P(B)=$ ________；A 与 B 相互独立时，$P(B)=$ ________.

2. 设随机变量X的分布函数为 $F(x)=\begin{cases} a+be^{-0.5x}, & x\ge 0, \\ 0, & x<0. \end{cases}$ 其中 a 与 b 为常数，则 $a=$ ________，$b=$ ________.

3. 设随机变量 X 服从参数为 λ 的泊松分布，且 $P\{X=1\}=P\{X=2\}$，则 $E(X^2)=$ ________.

4. 设随机变量 X 可能取三个值-2, 0 和 1, 且 $P(X=-2)=0.25$，$P(X=1)=0.35$，

$E(X)=$________，$\mathrm{Var}(X)=$________.

5. 设随机变量 X_1, X_2 相互独立，且 $X_1 \sim N(3, 3^2)$，$X_2 \sim N(1, 2^2)$. 令 $X=X_1-2X_2$，

则 $X\sim$________. 进一步，若记 $\Phi(x)$ 为标准正态分布的分布函数，且已知

$\Phi(1)=0.8413$，$\Phi(2)=0.9772$，则 $P\{-4<X<11\}=$________.

6. 设 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 为正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的随机样本，样本均值 $\bar{x}=9.5$，μ 的置信度为 0.95 的双侧置信区间的置信上限为 10.8，则 μ 的置信度为 0.95 的双侧置信区间为__[________，________]__.

四、(4个小题，每小题10分，共40分)

注：每题下列各题时必须有解题过程，无解题过程的不能得分.

1. 某一地区肺癌发病率为 0.005. 已知肺癌患者做肿瘤标记物试验，结果呈阳性概率为 0.95，非癌症患者做试验呈阳性概率为 0.03. 求：

(1) 任选一人做肿瘤标记物试验，结果呈阳性的概率；

(2) 一人做肿瘤标记物试验结果呈阳性，其是癌症患者的概率.

2. 设二维随机向量 (X,Y) 的联合概率密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases} cy^2, & 0\le y\le x\le 1 \\ 0, & \text{其他}. \end{cases}$$

(1) 求 Y 的常数 c；(2) 求 X 和 Y 的边缘概率密度 $f_X(x)$ 与 $f_Y(y)$；(3). $E(XY)$.

3. 设总体X有概率密度函数

$$f(x)=\begin{cases}\lambda^2 x e^{-\lambda x}, & x>0\\ 0, & x\le 0,\end{cases}$$

其中$\lambda>0$为未知参数，$X_1,X_2,\cdots,X_n$为从总体X中抽出的随机样本.

(1) 求λ的矩估计$\hat{\lambda}$；

(2) 求λ的极大似然估计$\tilde{\lambda}$.

4. 设学生某次考试成绩服从正态分布$N(\mu,\sigma^2)$，现从该总体中随机抽取25位的考试成绩，算得样本均值为75.5，标准差为3.95．问在显著性水平0.05下，从样本看，

(1)是否接受"$\mu=75$"的假设？ (2)是否接受"$\sigma=4$"的假设？

附 t分布与χ^2分布表

$t_{24}(0.025)=2.0639$	$t_{24}(0.05)=1.7109$	$t_{25}(0.025)=2.0595$	$t_{25}(0.05)=1.7081$
$\chi^2_{24}(0.025)=39.364$	$\chi^2_{24}(0.05)=36.415$	$\chi^2_{25}(0.025)=40.646$	$\chi^2_{25}(0.05)=37.652$
$\chi^2_{24}(0.975)=12.401$	$\chi^2_{24}(0.95)=13.848$	$\chi^2_{25}(0.975)=13.120$	$\chi^2_{25}(0.95)=14.611$