

1: 对黑体辐射解释的理论中, 瑞利金斯的解释在什么频率与实验相符? 在什么频率与实验不符? 维恩的解释在什么频率与实验相符? 在什么频率与实验不符?

低频相符高频不符, 高频相符低频不符。

2: 对黑体辐射解释的普朗克的解释与瑞利金斯的解释的不同之处?

普朗克认为: 可以将黑体看作一些带电谐振子, 谐振子只能处于一系列不连续的状态, 它的能量只能是  $h\nu$  的整数倍, 也只能吸收或放出  $h\nu$  的整数倍的能量。存疑

3: 爱因斯坦对光电效应解释中, 对光子有  $E=h\nu$ , 和相对论导出的  $E=cp$ , 可以推导出动量  $P=$

$h\nu/c$

4: 根据波尔的氢原子理论, 计算赖曼线系主线的波长? (从第二个能级跃迁到第一个能级,  $m=1$ ,  $n=2$ , 跃迁发出的波长)

$$1/\lambda = R(1/m^2 - 1/n^2)$$

1: 请回答德布罗意假设?

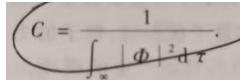
一切实物粒子都具有波粒二象性

2: 请根据波尔的理论计算氢原子基态能量, 对应此能量的德布罗意波长? 对应基态能量的轨道半径为 0.529 埃 (是否可以计算出半径?), 比较算出的德布罗意波长与轨道半径大小, 可以看出什么问题?

4: 波函数

$$\Phi(x,y,z,t) = C\Psi(x,y,z,t)$$

请将波函数归一化, 并求出归一化常数  $C=$


$$C = \frac{1}{\int |\Phi|^2 d\tau}$$

1: 何为自由粒子?, 自由粒子的波函数?

自由粒子即为没有外场影响, 有确定的能量  $E$  和动量  $P$  的粒子, 有德布罗意关系和一定波长单色平面波表达式可推导: 自由粒子波函数为  $Ae^{(i/\hbar)(p \cdot r - Et)}$

2: 波函数的标准条件?

波函数标准条件为: 单值, 有限, 连续 (满足薛定谔方程)

3: 量子力学态迭加原理, 迭加是波函数的迭加还是几率的迭加?

是波函数的线性叠加。

4: 薛定谔方程:

薛定谔方程是描述非相对论性微观粒子的波动方程。

1: 几率流密度?

$$\vec{J} = \frac{i\hbar}{2m} (\psi \nabla \psi^* - \psi^* \nabla \psi)$$

2: 几率守恒?

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{J} = 0$$

3: 什么叫定态? 定态薛定谔方程?

定态即为粒子所在的场不受时间影响, 波函数与  $t$  无关, 例如氢原子的核外电子。

定态薛定谔方程为

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi + U(r)\psi$$

4: 定态的性质?

在定态时, 几率分布和能量与时间无关。

1: 一维无限深势阱能量? 能级间隔?

答: 能量

$$E = \frac{\pi^2 \hbar^2 n^2}{8\mu a^2}$$

$$\begin{aligned} \text{能级间隔 } \Delta E_n &= E_n - E_{n-1} \\ &= \frac{n^2 \pi^2 \hbar^2}{8\mu a^2} - \frac{(n-1)^2 \pi^2 \hbar^2}{8\mu a^2} \\ &= \frac{\pi^2 \hbar^2}{8\mu a^2} (2n-1) \end{aligned}$$

$$n \gg 1 \text{ 时, } \Delta E_n \approx \frac{\pi^2 \hbar^2}{8\mu a^2} 2n \text{ 能级间隔与 } n \text{ 成正比}$$

2: 一维无限深势阱波函数? 基态的几率密度?

答: 一维无限深势阱波函数

$$\psi(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{a}} \sin \frac{n\pi}{2a} (x+a) & |x| < a \\ 0 & |x| \geq a \end{cases}$$

基态时

$$n=1, \psi_1(x) = \frac{1}{\sqrt{a}} \sin \frac{\pi}{2a} (x+a), |\psi_1(x)|^2 = \frac{1}{a} \sin^2 \frac{\pi}{2a} (x+a)$$

3: 一维线性谐振子能量? 相邻的能级间隔?

$$E = (n + \frac{1}{2}) \hbar \omega, \quad (n = 0, 1, 2, \dots)$$

相邻的能级间隔

$$\Delta E = E_n - E_{n-1} = \hbar \omega$$

4: 一维线性谐振子波函数? 写出基态、第一激发态的波函数?

一维线性谐振子波函数

$$\psi_n = N_n H_n(\xi) e^{-\frac{\xi^2}{2}}$$

$$\text{其中, } N_n = \left( \frac{\alpha}{2^n n! \pi^{\frac{1}{2}}} \right)^{\frac{1}{2}} \quad H_n(\xi) \text{ 为 } n \text{ 阶厄米多项式}$$

给出n的值可以得到具体的波函数

基态的波函数

$$n=0, \psi_0(x) = \sqrt{\frac{\alpha}{\sqrt{\pi}}} e^{-\frac{\alpha^2 x^2}{2}}$$

第一激发态的波函数

$$n=1, \psi_1(x) = \sqrt{\frac{\alpha}{2\sqrt{\pi}}} 2\alpha x e^{-\frac{\alpha^2 x^2}{2}}$$

1: 经典物理里的势垒散射, 当入射粒子能量小于势垒能量 ( $E < U_0$ ), 透射系数和反射系数是多少? 当入射粒子能量大于势垒能量 ( $E > U_0$ ), 透射系数和反射系数是多少?

经典物理中

$$E < U_0, \quad D = 0, \quad R = 1$$

全部反射, 没有透射

$$E > U_0, \quad D = 1, \quad R = 0$$

全部透射, 没有反射

2: 量子力学里的势垒散射, 当入射粒子能量小于势垒能量 ( $E < U_0$ ), 透射系数和反射系数是多少? 当入射粒子能量大于势垒能量 ( $E > U_0$ ), 透射系数和反射系数是多少?

量子力学中

$$E < U_0, \quad 0 < D < 1, \quad 0 < R < 1$$

部分透射, 部分反射

$$E > U_0, \quad 0 < D < 1, \quad 0 < R < 1$$

部分透射, 部分反射

3: 隧道效应?

粒子在能量  $E$  小于势垒高度时仍能贯穿势垒

1: 请写出常用的量子力学算符, 动能算符, 角动量算符, 能量算符 (哈密顿算符)

$$\text{动能算符 } \hat{T} = \frac{\hat{p}^2}{2\mu} = -\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla^2 \quad \xrightarrow{f(r, p)} \hat{f}(r, p)$$

$$\text{角动量算符 } \hat{L} = \hat{r} \times \hat{p} = \vec{r} \times (-i\hbar \nabla)$$

能量算符 (哈密顿算符)

$$\hat{H} = \hat{T} + \hat{U} = -\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla^2 + U(r, t)$$

2: 举例说明何为本征方程? 本征值? 本征函数?

如果一算符  $\hat{A}$  作用于函数  $\psi$ ，所得结果等于一个常数  $\lambda$  与  $\psi$  的乘积，即

$$\hat{A}\psi = \lambda\psi$$

则：

$\lambda$  称为算符  $\hat{A}$  的本征值

$\psi$  称为算符  $\hat{A}$  的本征函数（本征态）

上式称为算符  $\hat{A}$  的本征方程

例如，定态薛定谔方程  $\hat{H}\psi = E\psi$

### 3: 厄米算符的定义？

定义：如果对于两任意波函数  $\psi$  和  $\phi$ ，算符

$\hat{F}$  满足下列等式 
$$\int \psi^* \hat{F} \phi dx = \int (\hat{F} \psi)^* \phi dx$$

则称  $\hat{F}$  为厄米算符。式中  $x$  代表所有的变量，积分范围是所有变量变化的整个区域。

量子力学中，表示力学量的算符是厄米算符。

### 4: 何为算符对易？

如果两个算符  $\hat{A}, \hat{B}$  作用于同一个任意波函数  $\psi$ ，所得结果与两个算符作用的顺序无关。即

$$\hat{A}\hat{B}\psi = \hat{B}\hat{A}\psi$$

则称算符  $\hat{A}, \hat{B}$  对易，记为  $\hat{A}\hat{B} = \hat{B}\hat{A}$

如  $\hat{A}\hat{B} \neq \hat{B}\hat{A}$ ，称  $\hat{A}, \hat{B}$  不对易

### 1: 动量几率分布 $c(p, t)$ 的意义？

$c(\vec{p}, t)$  是动量几率分布的意义

粒子动量在  $p_x$  到  $p_x + dp_x$   
 $p_y$  到  $p_y + dp_y$   
 $p_z$  到  $p_z + dp_z$

区间的几率是  $dW(\vec{p}, t) = |c(\vec{p}, t)|^2 dp_x dp_y dp_z$

### 2: 已知粒子位置的波函数 $\psi(r, t)$ ，请写出 $c(p, t)$ 的计算公式

$$c(\vec{p}, t) = \frac{1}{(2\pi\hbar)^3} \int_{-\infty}^{+\infty} \int \int \psi(\vec{r}, t) e^{-\frac{i}{\hbar}(\vec{p} \cdot \vec{r} - Et)} dx dy dz$$

注意一维时

$$c(\vec{p}, t) = \frac{1}{(2\pi\hbar)^2} \int \psi(\vec{r}, t) e^{-\frac{i}{\hbar}(\vec{p} \cdot \vec{r} - Et)} dx$$

3: 写出动量  $\vec{p}$  的平均值公式, 动量函数  $f(\vec{p})$  的平均值公式

$$\overline{p} = \int p |c(\vec{p}, t)|^2 dp_x dp_y dp_z$$

$$\overline{F(\vec{p})} = \int F(\vec{p}) |c(\vec{p}, t)|^2 dp_x dp_y dp_z$$

4: 写出一维动量算符的本征方程和本征函数?

$$\hat{p}_x \psi = p_x \psi$$

$$\psi = A e^{\frac{i}{\hbar} p_x x}$$

1: 经典力学中角动量表达式,  $L_x = ?$   $L_y = ?$   $L_z = ?$

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$$

$$L_x = y p_z - z p_y$$

$$L_y = z p_x - x p_z$$

$$L_z = x p_y - y p_x$$

2: 量子力学算符  $\hat{L}$  及直角坐标中三个分量的表达式

$$\hat{L} = \hat{r} \times (-i\hbar \nabla)$$

$$\hat{L}_x = \hat{y} \hat{p}_z - \hat{z} \hat{p}_y = \frac{\hbar}{i} (y \frac{\partial}{\partial z} - z \frac{\partial}{\partial y})$$

$$\hat{L}_y = \hat{z} \hat{p}_x - \hat{x} \hat{p}_z = \frac{\hbar}{i} (z \frac{\partial}{\partial x} - x \frac{\partial}{\partial z})$$

$$\hat{L}_z = \hat{x} \hat{p}_y - \hat{y} \hat{p}_x = \frac{\hbar}{i} (x \frac{\partial}{\partial y} - y \frac{\partial}{\partial x})$$

3:  $L^2$  及  $L_z$  的本征方程

$$\hat{L}^2 Y(\theta, \varphi) = L^2 Y(\theta, \varphi)$$

$$\hat{L}_z Y(\theta, \varphi) = L_z Y(\theta, \varphi)$$

1: 氢原子中电子的定态薛定谔方程

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu}\nabla^2 + \left(-\frac{Ze_s^2}{r}\right)\right]\psi = E\psi$$

2: 出氢原子核外电子波函数径向部分和角向部分函数满足的方程

$$\frac{1}{R(r)} \frac{d}{dr} \left[ r^2 \frac{dR(r)}{dr} \right] + \frac{2\mu r^2}{\hbar^2} \left( E + \frac{Ze_s^2}{r} \right) = \lambda$$

$$-\left[ \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial Y(\theta, \varphi)}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2 Y(\theta, \varphi)}{\partial \varphi^2} \right] = \lambda Y(\theta, \varphi)$$

3: 氢原子电子波函数中三个量子数 n, l, m 的取值规则

$$\begin{aligned} \text{主量子数} \quad n &= 1, 2, 3, \dots, \quad \rightarrow \\ \text{角量子数} \quad l &= 0, 1, \dots, n-1, \\ \text{磁量子数} \quad m &= 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l \end{aligned}$$

4: 写 n=1, l=0, m=0 时的氢原子电子基态波函数  $\Psi_{100}$  = ?

n=2, l=1, m=1 时的氢原子电子波函数  $\Psi_{211}$  = ?

$$R_{10}(r) = \left(\frac{1}{a_0}\right)^{\frac{3}{2}} 2 \exp\left(-\frac{r}{a_0}\right) \quad Y_{0,0} = \frac{1}{\sqrt{4\pi}}$$

$$\psi_{100}(r) = R_{10}(r)Y_{00}(\theta, \varphi) = \frac{1}{\sqrt{\pi a_0^3}} e^{-\frac{r}{a_0}}$$

$$R_{21}(r) = \left(\frac{1}{2a_0}\right)^{\frac{3}{2}} \frac{r}{a_0 \sqrt{3}} \exp\left(-\frac{r}{2a_0}\right) \quad Y_{1,1} = \sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin \theta e^{i\varphi}$$

$$\psi_{211} = \underline{R_{21}(r)} Y_{11}(\theta, \varphi) = \left(\frac{1}{2a_0}\right)^{\frac{3}{2}} \frac{r}{a_0 \sqrt{3}} \exp\left(-\frac{r}{2a_0}\right) \sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin \theta e^{i\varphi}$$

1: 何为简并? 主量子数 n=3, l 和 m 的可能取值? 写出所有可能的氢原子中电子波函数, 简并度是多少?

简并: 对应着某一能级  $E_n$ , 有多种状态 (波函数) 存在。

$$\text{当 } n=3, \quad E_3 = -\frac{\mu e_s^4}{18\hbar^2}$$

而波函数有九种

$$\psi_{300}, \psi_{311}, \psi_{310}, \psi_{31-1}, \psi_{322}, \psi_{321}, \psi_{320}, \psi_{32-1}, \psi_{32-2}$$

2: 厄米算符本征函数的正交归一性?

厄米算符的属于不同本征值的本征函数是相互正交的, 属于相同本征值的本征函数是归一化的。

$$\int \phi_k^* \phi_l d\tau = \delta_{kl}$$

其中  $\delta_{kl} = \begin{cases} 1, & \text{当 } k=l \\ 0, & \text{当 } k \neq l \end{cases}$

3: 厄米算符本征函数的完全性?, 表示完全性的公式中, 其中  $c_n$  计算公式,  $c_n$  的物理意义?

任意波函数  $\psi(x)$  可用任何一个力学量算符  $\hat{F}$  的本征函数  $\phi_n(x)$  的线性迭加表示, 即

$$\psi(x) = \sum_n c_n \phi_n(x)$$

$$c_n = \int \phi_n^*(x) \psi(x) dx$$

$c_n$  的绝对值的平方  $|c_n|^2$  表示体系处于态  $\phi_n(x)$

的几率。

4: 在  $\Psi$  状态中, 力学量  $F$  的平均值计算公式?

$$\bar{F} = \int \psi^*(x) \hat{F} \psi(x) dx$$

1: 一个力学量何时确定值?

答: 力学量处于本征态时有确定值

2: 在什么条件下, 两力学量同时有确定值?

如果力学量  $F$  和  $G$  在某一状态下同时有确定值,

这是指描写此状态的波函数就应该是算符

$\hat{G}$  的共同本征函数。

逆定理: 如果两个算符对易, 则这两个算符有组成完全系的共同本征函数。

3: 测不准关系?

算符  $\hat{F}, \hat{G}$  的对易关系为

$$\hat{F}\hat{G} - \hat{G}\hat{F} = i\hbar$$

算符  $\hat{F}, \hat{G}$  之间有测不准关系

$$\overline{(\Delta F)^2} \overline{(\Delta G)^2} \geq \frac{\hbar^2}{4}$$

1: 受到微扰后能量的表达式 (修正到二级)

受到微扰后能量表达式

$$E_n = E_n^{(0)} + E_n^{(1)} + E_n^{(2)} + \dots = E_n^{(0)} + H'_{nn} + \sum_m' \frac{|H'_{mn}|^2}{E_n^{(0)} - E_m^{(0)}} + \dots$$

$$H'_{mn} = \int \psi_m^{(0)*} \hat{H}' \psi_n^{(0)} \cdot d\tau$$

$$H'_{nn} = \int \psi_n^{(0)*} \hat{H}' \psi_n^{(0)} \cdot d\tau$$

2: 受到微扰后波函数的表达式 (修正到一级)

$$\psi_n = \psi_n^{(0)} + \psi_n^{(1)} + \dots = \psi_n^{(0)} + \sum_m' \frac{H'_{mn}}{E_n^{(0)} - E_m^{(0)}} \psi_m^{(0)} + \dots$$

$$\psi_n^{(1)} = \sum_m' \frac{H'_{mn}}{E_n^{(0)} - E_m^{(0)}} \psi_m^{(0)},$$

$$H'_{mn} = \int \psi_m^{(0)*} \hat{H}' \psi_n^{(0)} \cdot d\tau$$

1: 量子跃迁几率?

量子跃迁几率: 体系受微扰后, 从一个量子态跃迁到另一个量子态的几率。

LED 光

2: 体系在微扰作用下, 由初态是  $\Phi_k$  跃迁到终态是  $\Phi_m$  态的几率。

体系在微扰作用下, 由初态  $\Phi_k$  跃迁到终态  $\Phi_m$  的几率为

$$W_{k \rightarrow m} = |a_m(t)|^2 = \frac{1}{\hbar^2} \left| \int_0^t \hat{H}'_{mk} e^{i\omega_{mk}t'} dt' \right|^2$$

1: 电子自旋是多大?

2: 电子自旋算符的对易关系

3: 全同粒子?

4: 费米子? 玻色子? 波函数特点?

5: 泡利不相容原理?

不能有 2 个及以上的费米子处于同一状态