2. 逻辑代数基础

2.1 逻辑代数

- 基本逻辑关系及表示
- 基本公式、常用公式、重要定理
- 逻辑函数及其表示方法

2.2 逻辑函数的简化

- 公式化简法
- 卡诺图化简法

2.1 逻辑代数

一、逻辑运算

1、算术运算

当两个二进制数码表示两个数量大小时，它们之间进行的数值运算，称为算术运算。

2、逻辑运算

当两个二进制数码表示不同的逻辑状态时，它们之间按照某种指定的因果关系进行的运算。

2.1 逻辑代数

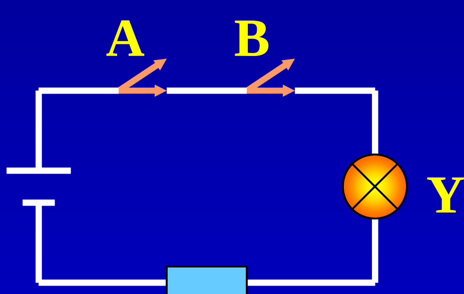
二、三种基本逻辑运算

1、逻辑与

（1）概念

只有决定事件的全部条件都同时具备时，事件才会发生，这种因果关系叫逻辑与、逻辑相乘。

（2）物理意义



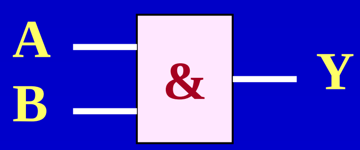
（3）真值表

设 A、B 闭合为1，
断开为0；
灯亮Y为1，灭为0；

A B	Y
0 0	0
0 1	0
1 0	0
1 1	1

（4）逻辑函数式　　$Y = AB$

（5）逻辑符号



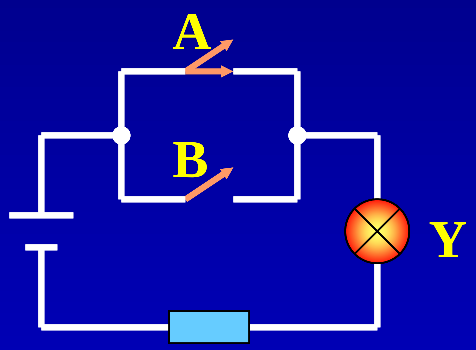
2.1 逻辑代数

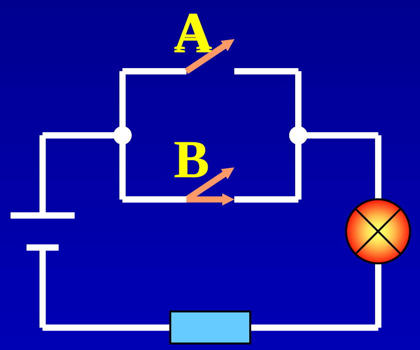
2、逻辑或

(1) 概念

在决定事件的各种条件中，只要有任何一个满足，事件就会发生，这种因果关系叫逻辑或、逻辑相加。

(2) 物理意义





(3) 真值表

设 A、B 闭合为1，

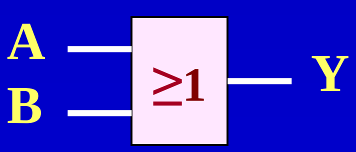
断开为0；

灯亮Y为1，灭为0；

A B	Y
0 0	0
0 1	1
1 0	1
1 1	1

(4) 逻辑函数式 $Y = A + B$

(5) 逻辑符号



2.1 逻辑代数

3、逻辑非

（1）概念

只要条件具备，事件就不会发生，而条件不具备时，事件一定发生，这种因果关系叫逻辑非、逻辑求反。

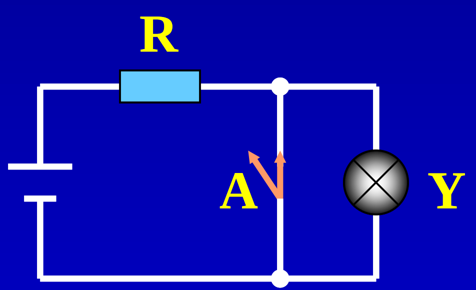
（2）物理意义

（3）真值表

设 A 闭合为1，

断开为0；

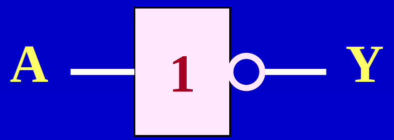
灯亮Y为1，灭为0；



A	Y
0	1
1	0

（4）逻辑函数式 $Y = \overline{A}$

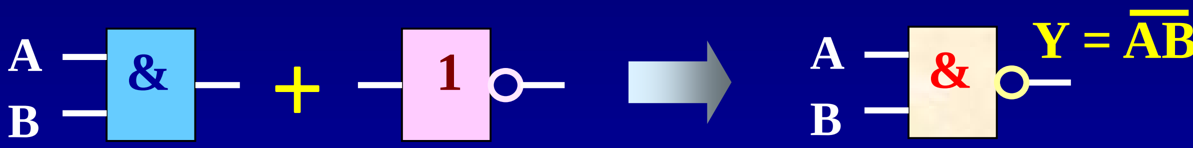
（5）逻辑符号



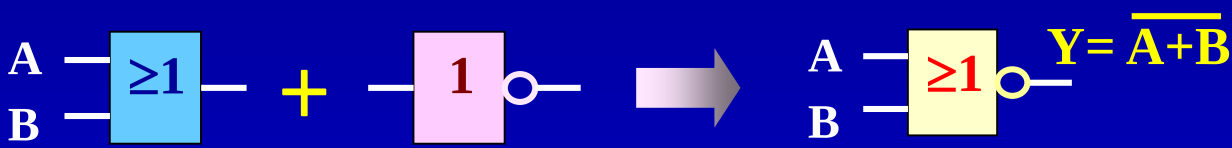
2.1 逻辑代数

三、常用复合逻辑运算

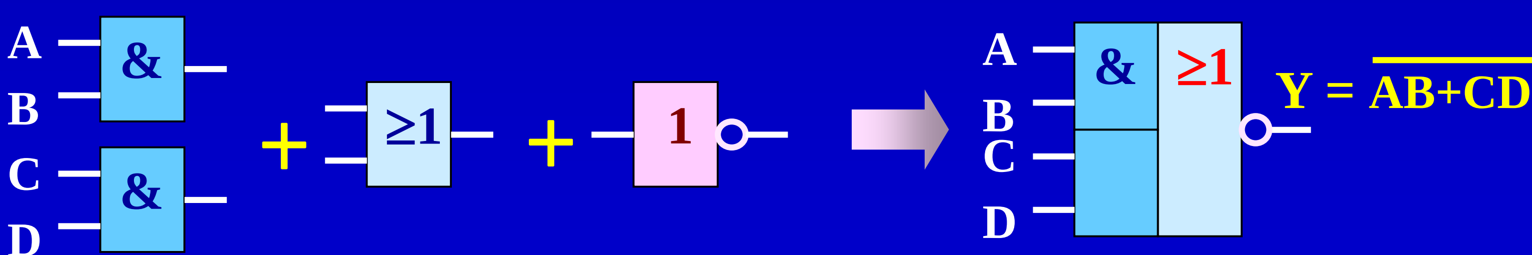
1、与非 $Y = \overline{AB}$



2、或非 $Y = \overline{A+B}$



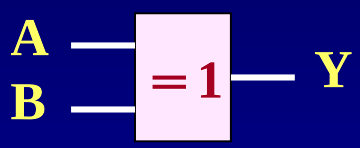
3、与或非 $Y = \overline{AB + CD}$



2.1 逻辑代数

4、异或

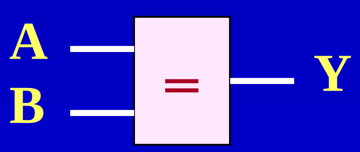
$$Y=\bar{A}B+A\bar{B}=A\oplus B$$



A	B	$A\oplus B$	$A\odot B$
0	0	0	1
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

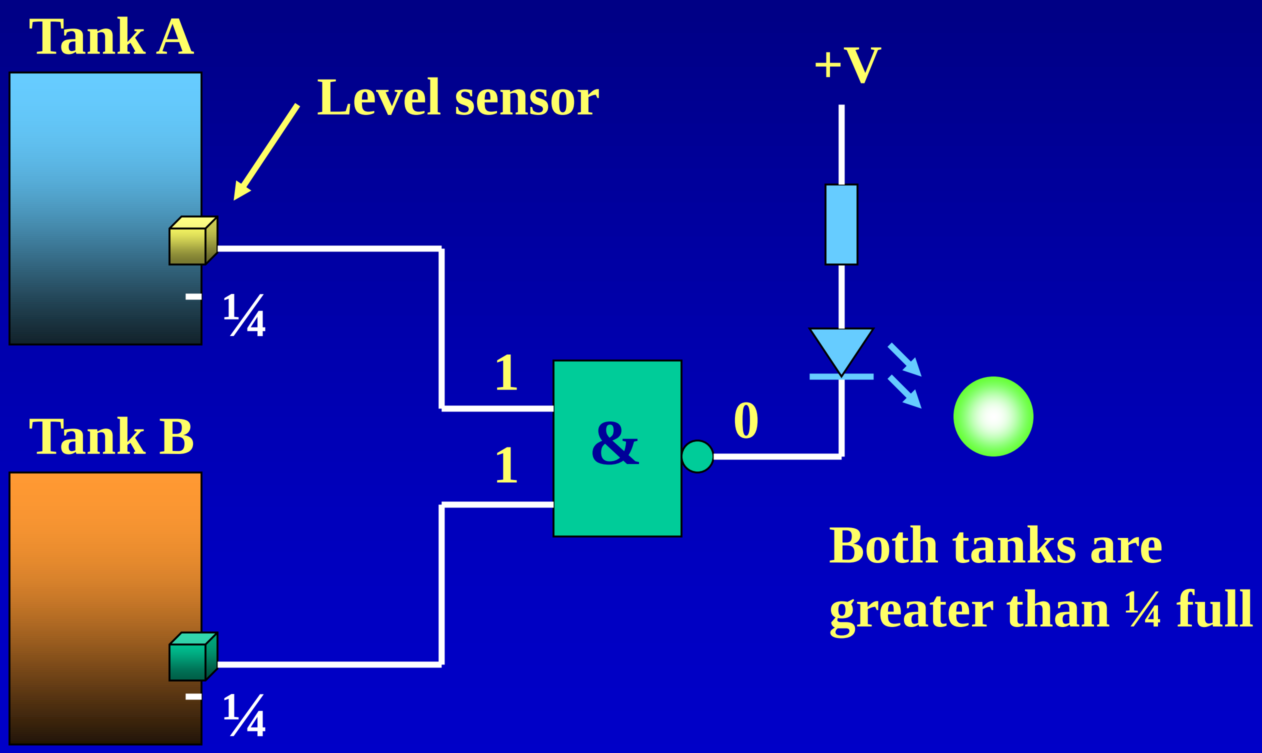
5、同或

$$Y=AB+\bar{A}\,\bar{B}=A\odot B=\overline{A\oplus B}$$



2.1 逻辑代数

想一想：指示灯何时亮？



2.1 逻辑代数

四、基本公式和常用公式

1、基本公式

（1）交换律 $A \cdot B = B \cdot A$； $A + B = B + A$

（2）结合律 $A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C$； $A + (B + C) = (A + B) + C$

（3）分配律 $A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$

$A + BC = (A + B) \cdot (A + C)$

（4） 0、1律 $A \cdot 1 = A$； $A + 1 = 1$

$A \cdot 0 = 0$； $A + 0 = A$

（5）互补律 $A \cdot \overline{A} = 0$； $A + \overline{A} = 1$

（6）重叠律 $A \cdot A = A$； $A + A = A$

（7）否定律 $\overline{\overline{A}} = A$

(8) 反演律 $\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$; $\overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$

(摩根定律)

(9) 冗余律 $AB + \overline{A}C + BC = AB + \overline{A}C$

证明:

$$\begin{aligned} & AB + \overline{A}C + BC \\ = {} & AB + \overline{A}C + (\overline{A} + A)BC \\ = {} & AB + ABC + \overline{A}C + \overline{A}BC \\ = {} & AB + \overline{A}C \end{aligned}$$

$$AB=AC \xrightarrow{?} B=C$$

A=0,B=0,C=1,不成立

$$A+B=A+C \xrightarrow{?} B=C$$

A=1,B=0,C=1,不成立

请注意与普通代数的区别！

2.1 逻辑代数

2、常用公式

(1) $A + AB = A$

(2) $AB + A\overline{B} = A$

(3) $A + \overline{A}B = A + B$

(4) $AB + \overline{A}C + BC = AB + \overline{A}C$

基本公式、常用公式，可由真值表证明。

例、用真值表法证明 $\overline{A+B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$

列出输入变量的所有取值组合

A	B	$\overline{A+B}$	$\overline{A} \cdot \overline{B}$
0	0	1	1
0	1	0	0
1	0	0	0
1	1	0	0

2.1 逻辑代数

五、三个重要定理

1、代入定理

在任何一个逻辑恒等式中，

若将等式两边都出现的某一个变量A，同时代之以一个逻辑函数F，则等式仍成立。

主要用途：

- 扩展公式的应用范围
- 用于证明恒等式

2.1 逻辑代数

2、反演定理（德·摩根定理）

对任意一个逻辑函数表达式F，若将F中所有的：

① "·" ➡ "+"

② "+" ➡ "·"

③ "1" ➡ "0"

④ "0" ➡ "1"

⑤ 原变量 ➡ 反变量

⑥ 反变量 ➡ 原变量

并保持原来的运算优先级，则所得到的表达式为F的反函数$\overline{F}$。

主要用途：

- 直接求任何一个逻辑函数的反函数

2.1 逻辑代数

例1 已知 $F = A \cdot B + C$，求 $\overline{F}$。

解：

方法 1

根据反演定理，可得：$\overline{F} = (\overline{A} + \overline{B}) \cdot \overline{C}$

保持运算优先级不变

方法 2

$$\overline{F} = \overline{A \cdot B + C} = \overline{AB} \cdot \overline{C}$$

$$= (\overline{A} + \overline{B}) \cdot \overline{C}$$

例2 已知 $F = A + \overline{B + \overline{C} \cdot \overline{D + \overline{E}}}$，求 $\overline{F}$。

解：

$$\overline{F} = \overline{A} \cdot \overline{\overline{B} \cdot (C + \overline{\overline{D} \cdot E})}$$

2.1 逻辑代数

3、对偶定理

对任意一个逻辑函数表达式F，若将 F 中所有的：

① “·” ➡ “＋”
② “＋” ➡ “·”
③ “1” ➡ “0”
④ “0” ➡ “1”

并保持运算优先级不变，则所得到的表达式为F的对偶式 F’。

重要性质 若两个逻辑函数式相等，则它们的对偶式也相等。

主要用途： 证明恒等式

$$Y = A\overline{B} + C\overline{D}E \longrightarrow Y' = (A+\overline{B})(C+\overline{D}+E)$$

$$Y = A + \overline{B + \overline{C} + \overline{D + \overline{E}}} \longrightarrow Y' = A \cdot \overline{B \cdot \overline{C} \cdot \overline{D \cdot \overline{E}}}$$

2.1 逻辑代数

六、逻辑函数的描述方法

逻辑函数可用真值表、函数式、逻辑图、卡诺图等多种形式描述。

2.1 逻辑代数

例、某公司有A、B、C 三个股东，分别占公司50%、30%和 20% 的股份。一个议案要获得通过，必须有**超过** 50%股份的股东投赞成票。

试列出该公司表决电路的 真值表 和 逻辑函数式 。

解：

(1) 真值表

A B C	股份	F
0 0 0	0	0
0 0 1	20	0
0 1 0	30	0
0 1 1	50	0
1 0 0	50	0
1 0 1	70	1
1 1 0	80	1
1 1 1	100	1

A、B、C $\begin{cases} 1: & \text{股东赞成} \\ 0: & \text{股东反对} \end{cases}$

F $\begin{cases} 1: & \text{议案通过} \\ 0: & \text{议案未通过} \end{cases}$

(2) 逻辑函数式

⇨ $A\bar{B}C$

⇨ $AB\bar{C}$

⇨ ABC

$$F = A\bar{B}C + AB\bar{C} + ABC$$

2.1 逻辑代数

七、逻辑函数的两种标准形式

1、最小项表达式

（1）什么是最小项？

① 乘积项

② 包含了全部输入变量

③ 每个输入变量都以原变量或反变量的形式在乘积项中出现、且仅出现一次

最小项表

（2）什么是最小项表达式？

由最小项相加构成的表达式，称为最小项表达式、标准与或式、标准积之和式。

例1

2.1 逻辑代数

3变量最小项

最小项	使最小项为1的变量取值 A B C	对应十进制数	编号
$\bar{A}\bar{B}\bar{C}$	0 0 0	0	m_0
$\bar{A}\bar{B}C$	0 0 1	1	m_1
$\bar{A}B\bar{C}$	0 1 0	2	m_2
$\bar{A}BC$	0 1 1	3	m_3
$A\bar{B}\bar{C}$	1 0 0	4	m_4
$A\bar{B}C$	1 0 1	5	m_5
$AB\bar{C}$	1 1 0	6	m_6
ABC	1 1 1	7	m_7

2.1 逻辑代数

例1、求函数 $F(A,B,C)=A\overline{B}+BC+A\overline{B}\,\overline{C}$ 的最小项表达式

解：

〖方法〗

利用基本公式 $A+\overline{A}=1$，将乘积项中所缺的变量逐个补齐，可把任意一个逻辑函数展开成最小项表达式。

$$
\begin{aligned}
F(A,B,C) &= A\overline{B}+BC+A\overline{B}\,\overline{C} \\
&= A\overline{B}\,(C+\overline{C}) + (A+\overline{A})\,BC+A\overline{B}\,\overline{C} \\
&= A\overline{B}C+A\overline{B}\,\overline{C}+ABC+\overline{A}BC+A\overline{B}\,\overline{C} \\
&= A\overline{B}C+A\overline{B}\,\overline{C}+ABC+\overline{A}BC \\
&= m_3+m_4+m_5+m_7 \\
&= \sum m(3,4,5,7)
\end{aligned}
$$

2.1 逻辑代数

2、最大项表达式

（1）什么是最大项？

① 和项

② 包含了全部输入变量

③ 每个输入变量都以原变量或反变量的形式在和项中出现、且仅出现一次

最大项表

（2）什么是最大项表达式？

由最大项相乘构成的表达式，称为最大项表达式、标准或与式、标准和之积式。

例2

2.1 逻辑代数

3变量最大项

最大项	使最大项为0的变量取值 A B C	对应十进制数	编号
$A+B+C$	0 0 0	0	M_0
$A+B+\bar{C}$	0 0 1	1	M_1
$A+\bar{B}+C$	0 1 0	2	M_2
$A+\bar{B}+\bar{C}$	0 1 1	3	M_3
$\bar{A}+B+C$	1 0 0	4	M_4
$\bar{A}+B+\bar{C}$	1 0 1	5	M_5
$\bar{A}+\bar{B}+C$	1 1 0	6	M_6
$\bar{A}+\bar{B}+\bar{C}$	1 1 1	7	M_7

2.1　逻辑代数

例2、求函数 $F(A, B, C) = A\,(\bar{B}+C)$ 的最大项表达式

解：

$$F(A,B,C) = (A + B\bar{B} + C\bar{C})(A\bar{A} + \bar{B}+C)$$

$$= (A + B\bar{B} + C)(A + B\bar{B} + \bar{C})(A +\bar{B}+C)(\bar{A} +\bar{B}+C)$$

$$= (A+B+C)(A+\bar{B}+C)(A+B+\bar{C})(A+\bar{B}+\bar{C})$$

$$(A+\bar{B}+C)(\bar{A}+\bar{B}+C)$$

$$= (A+B+C)(A+\bar{B}+C)(A+B+\bar{C})(A+\bar{B}+\bar{C})(\bar{A}+\bar{B}+C)$$

$$= M_0 \bullet M_1 \bullet M_2 \bullet M_3 \bullet M_6$$

$$= \Pi M(0, 1, 2, 3, 6)$$

2.1 逻辑代数

3、最小项与最大项间的关系 $M_i = \overline{m_i}$

3变量最小项、最大项

对应十进制数	A B C	最小项 m_i	最大项 M_i
0	0 0 0	$\bar{A}\bar{B}\bar{C} = m_0$	$A+B+C = M_0$
1	0 0 1	$\bar{A}\bar{B}C = m_1$	$A+B+\bar{C} = M_1$
2	0 1 0	$\bar{A}B\bar{C} = m_2$	$A+\bar{B}+C = M_2$
3	0 1 1	$\bar{A}BC = m_3$	$A+\bar{B}+\bar{C} = M_3$
4	1 0 0	$A\bar{B}\bar{C} = m_4$	$\bar{A}+B+C = M_4$
5	1 0 1	$A\bar{B}C = m_5$	$\bar{A}+B+\bar{C} = M_5$
6	1 1 0	$AB\bar{C} = m_6$	$\bar{A}+\bar{B}+C = M_6$
7	1 1 1	$ABC = m_7$	$\bar{A}+\bar{B}+\bar{C} = M_7$

2.1 逻辑代数

4、最小项表达式与最大项表达式间的关系

给定函数 $Y = \sum m_i$ ⇨ $\overline{Y} = \sum_{k \neq i} m_k$

⇨ $Y = \overline{\sum_{k \neq i} m_k}$ ⇨ $Y = \prod_{k \neq i} \overline{m_k}$ ⇨ $Y = \prod_{k \neq i} M_k$

结论：

已知逻辑函数为 $Y = \sum m_i$ 时，定能将Y化为编号为i以外的那些最大项的乘积。

例3、将例1中 $F(A, B, C) = \overline{A}B + BC + A\overline{B}\,\overline{C}$ 化为最大项表达式

解： 由例1， $F = \sum m(3, 4, 5, 7)$

$= \prod M(0, 1, 2, 6)$

2.2　逻辑函数的简化

一、逻辑函数的最简形式

(1) 逻辑函数的**最简与或式**

- 乘积项（与项）个数：　最少
- 每个乘积项中包含的变量数：　最少

(2) 逻辑函数的**最简或与式**

- 相加项（或项）个数：　最少
- 每个相加项中包含的变量数：　最少

2、逻辑函数的多种主要表达形式

(1) $Y = AB + AC$ —— 与或式

$= \overline{\overline{AB+AC}} = \overline{\overline{AB}\cdot\overline{AC}}$ —— 与非－与非式

$= \overline{(\overline{A}+\overline{B})\cdot(\overline{A}+\overline{C})}$ —— 或与非式

$= \overline{\overline{A}+\overline{B}} + \overline{\overline{A}+\overline{C}}$ —— 或非－或式

(2) $Y = (A+B)\cdot(A+C)$ —— 或与式

$= \overline{\overline{(A+B)\cdot(A+C)}}$

$= \overline{\overline{A+B}+\overline{A+C}}$ —— 或非－或非式

$= \overline{\overline{A}\cdot\overline{B}+\overline{A}\cdot\overline{C}}$ —— 与或非式

$= \overline{\overline{A}\cdot\overline{B}}\cdot\overline{\overline{A}\cdot\overline{C}}$ —— 与非－与式

2.2　逻辑函数的简化

二、逻辑函数的公式化简法

运用逻辑代数的基本公式、定理和规则来化简逻辑函数。

通用：不受任何条件限制

灵活：没有固定步骤，需要经验技巧

糊涂：不易判断是否已达最简

1、并项法

利用公式 $AB+A\overline{B}=A$ 将两项合并成一项。

例1、化简逻辑函数 $Y=A(B+C)+A\cdot\overline{B+C}$

$$Y=A(B+C)+A\cdot\overline{B+C}$$

$$=A[(B+C)+\overline{B+C}]$$

$$=A$$

2.2　逻辑函数的简化

2、吸收法

利用公式 $A+AB=A$，吸收 AB 项。

例2、化简逻辑函数 $Y=A\bar{C}+AB\bar{C}$

$Y=A\bar{C}+AB\bar{C}=A\bar{C}$

3、消项法

利用公式 $AB+\bar{A}C+BC=AB+\bar{A}C$，消掉BC项。

例3、化简逻辑函数 $Y=ABC+\bar{A}D+\bar{C}D+BD$

$$
\begin{aligned}
Y &= ABC+\bar{A}D+\bar{C}D+BD \\
&= ABC+(\bar{A}+\bar{C})D+BD \\
&= ABC+\overline{AC}D+BD = ABC+\overline{AC}D \\
&= ABC+(\bar{A}+\bar{C})D = ABC+\bar{A}D+\bar{C}D
\end{aligned}
$$

2.2 逻辑函数的简化

4、消因子法

利用公式 $A+\overline{A}B=A+B$，消去多余因子$\overline{A}$。

例4、化简逻辑函数 $Y=AB+\overline{A}C+\overline{B}C$

$$Y=AB+\overline{A}C+\overline{B}C=AB+(\overline{A}+\overline{B})C$$

$$=AB+\overline{AB}\,C=AB+C$$

2.2 逻辑函数的简化

5、配项法

利用公式 $A+\overline{A}=1$， $AB+\overline{A}C=AB+\overline{A}C+BC$。

例5、化简逻辑函数 $Y=A\overline{B}+B\overline{C}+\overline{B}C+\overline{A}B$

$$
\begin{aligned}
Y &= A\overline{B}+B\overline{C}+\overline{B}C+\overline{A}B \\
&= A\overline{B}+B\overline{C}+\overline{B}C(A+\overline{A})+\overline{A}B(C+\overline{C}) \\
&= A\overline{B}+B\overline{C}+A\overline{B}C+\overline{A}\overline{B}C+\overline{A}BC+\overline{A}B\overline{C} \\
&= A\overline{B}+B\overline{C}+\overline{A}\overline{B}C+\overline{A}BC \\
&= A\overline{B}+B\overline{C}+\overline{A}\overline{B}C+\overline{A}BC \\
&= A\overline{B}+B\overline{C}+\overline{A}C
\end{aligned}
$$

利用对偶或反函数化简：

$$Y=(\overline{B}+D)(\overline{B}+D+A+G)(C+E)(\overline{C}+G)(A+E+G)$$

解：① 先求出Y的对偶函数Y′，并对其进行化简。

$$Y'=\overline{B}D+\cancel{\overline{B}DAG}+CE+\overline{C}G+\cancel{AEG}$$
$$=\overline{B}D+CE+\overline{C}G$$

② 求Y'的对偶函数，得到Y的最简或与表达式。

$$Y=(\overline{B}+D)(C+E)(\overline{C}+G)$$

2.2 逻辑函数的简化

例6、设计一个8421 BCD码非法组合检测器

解：① 根据题意列真值表，并得出逻辑函数式。

合法组合

ABCD	F
0 0 0 0	0
0 0 0 1	0
0 0 1 0	0
0 0 1 1	0
0 1 0 0	0
0 1 0 1	0
0 1 1 0	0
0 1 1 1	0
1 0 0 0	0
1 0 0 1	0

真值表⇨函数式

非法组合

ABCD	F	
1 0 1 0	1	$A\bar{B}C\bar{D}$
1 0 1 1	1	$A\bar{B}CD$
1 1 0 0	1	$AB\bar{C}\bar{D}$
1 1 0 1	1	$AB\bar{C}D$
1 1 1 0	1	$ABC\bar{D}$
1 1 1 1	1	$ABCD$

$$F = A\bar{B}C\bar{D}+A\bar{B}CD+AB\bar{C}\bar{D}+AB\bar{C}D+ABC\bar{D}+ABCD$$

2.2 逻辑函数的简化

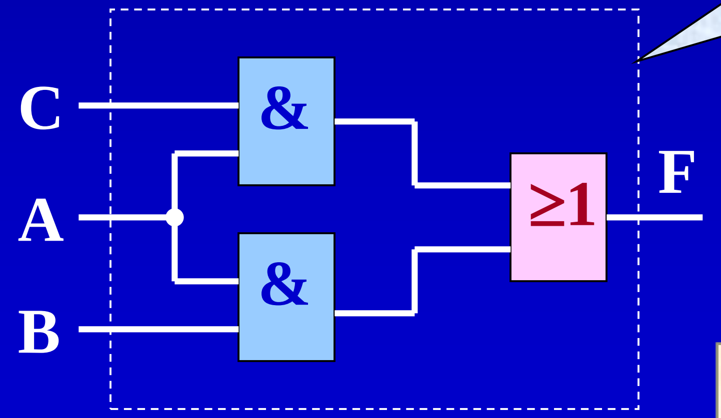
② 化简

$$F = A\bar{B}C\bar{D}+A\bar{B}CD+AB\bar{C}\bar{D}+AB\bar{C}D+ABC\bar{D}+ABCD$$

$$= A\bar{B}C+AB\bar{C}+ABC \quad = A\bar{B}C+AB$$

$$= A(\bar{B}C+B) \quad = A(C+B) \quad = AC+AB$$

③ 画逻辑图



非法组合检测器

例7

2.2 逻辑函数的简化

真值表 → ? → 逻辑函数式

- 找出使逻辑函数 F＝1 的输入变量的取值组合；
- 每组输入变量的取值组合对应一个乘积项；
- 将各乘积项相加，即可求得F的逻辑函数式。

返回例6

2.2 逻辑函数的简化

三、卡诺图化简法

1、什么是卡诺图？

① 是真值表的一种变形

② 真值表的每一行对应一个小方格

③ 小方格按相邻原则排列

④ 直接用于逻辑函数的化简

什么是相邻原则?

几何上邻接的小方格里的最小项，只有一个变量互为反变量，其余变量完全相同。

2.2 逻辑函数的简化

卡诺图的一般形式

A \ B	0	1
0	m_0	m_1
1	m_2	m_3

2变量

A \ BC	00	01	11	10
0	m_0	m_1	m_3	m_2
1	m_4	m_5	m_7	m_6

3变量

AB \ CD	00	01	11	10
00	m_0	m_1	m_3	m_2
01	m_4	m_5	m_7	m_6
11	m_{12}	m_{13}	m_{15}	m_{14}
10	m_8	m_9	m_{11}	m_{10}

4变量

AB \ CDE	000	001	011	010	110	111	101	100
00	m_0	m_1	m_3	m_2	m_6	m_7	m_5	m_4
01	m_8	m_9	m_{11}	m_{10}	m_{14}	m_{15}	m_{13}	m_{12}
11	m_{24}	m_{25}	m_{27}	m_{26}	m_{30}	m_{31}	m_{29}	m_{28}
10	m_{16}	m_{17}	m_{19}	m_{18}	m_{22}	m_{23}	m_{21}	m_{20}

5变量

2.2 逻辑函数的简化

2、用卡诺图表示逻辑函数

逻辑函数式 $\xrightarrow{?}$ 卡诺图

逻辑函数包含哪些最小项，与其对应的位置上填 1，其余位置填 0，就得到表示该逻辑函数的卡诺图。

例、用卡诺图表示逻辑函数

$F(A, B, C) = \Sigma(1, 3)$

C \ AB	00	01	11	10
0	0	0	0	0
1	1	1	0	0

思考： 卡诺图 $\xrightarrow{?}$ 逻辑函数式

真值表 $\xrightarrow{?}$ 卡诺图

2.2 逻辑函数的简化

3、用卡诺图化简逻辑函数

（1）化简依据

公式法　利用 $AB+A\overline{B}=A$，合并乘积项

卡诺图法

凡是在卡诺图中：

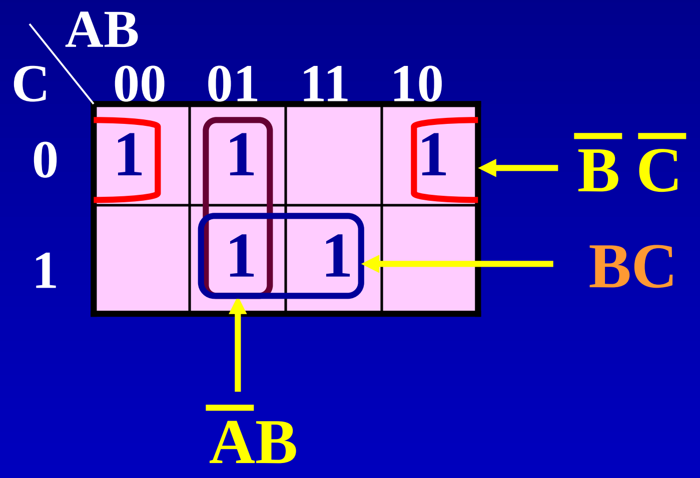
① 具有逻辑相邻性
② 取值为 1
③ 2^i 个（1、2、4、8）

最小项可以合并，消去不同的因子

2.2　逻辑函数的简化

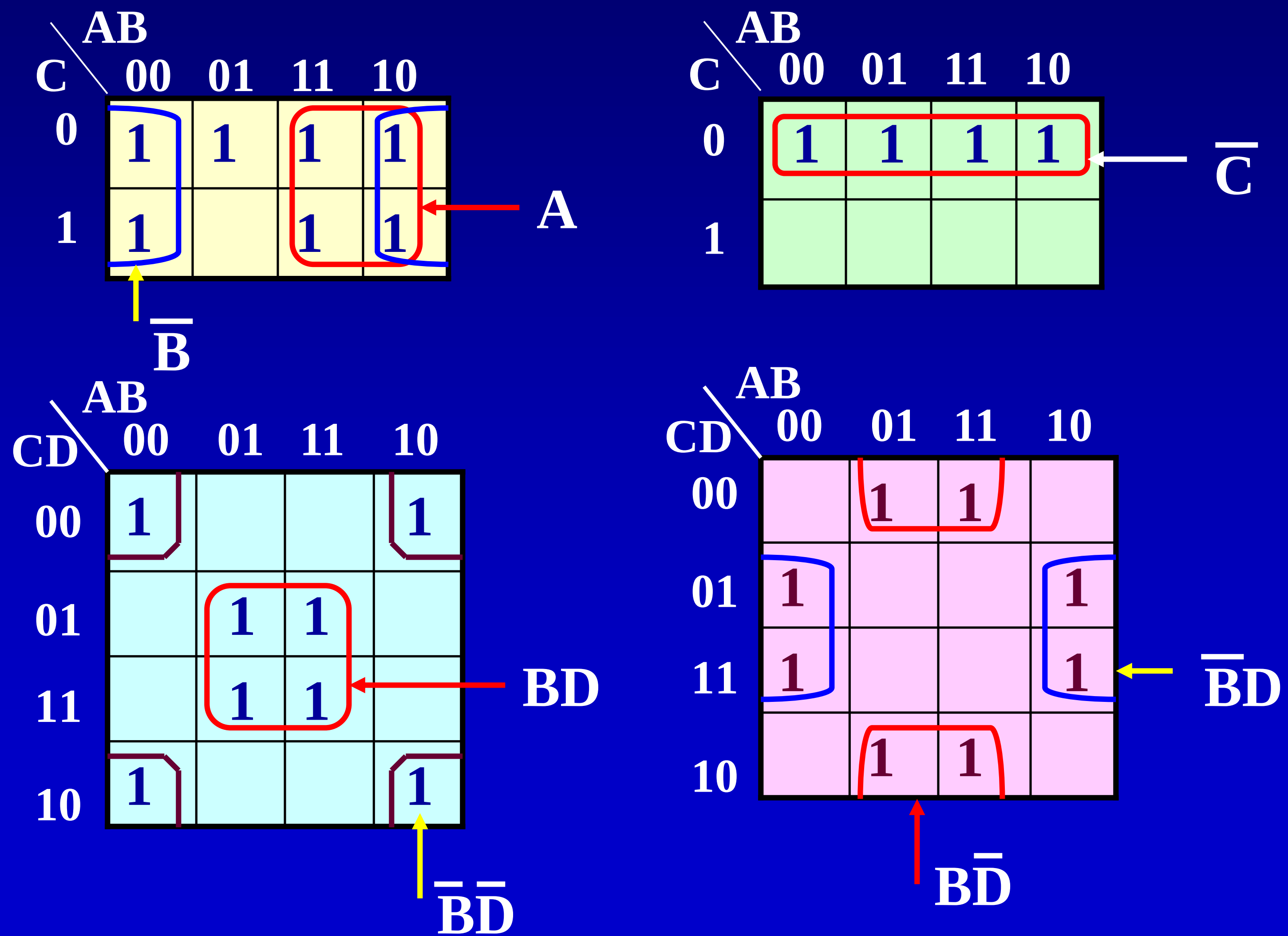
(2) 化简方法

① 逻辑相邻的**2个**最小项为1，消去1个变量



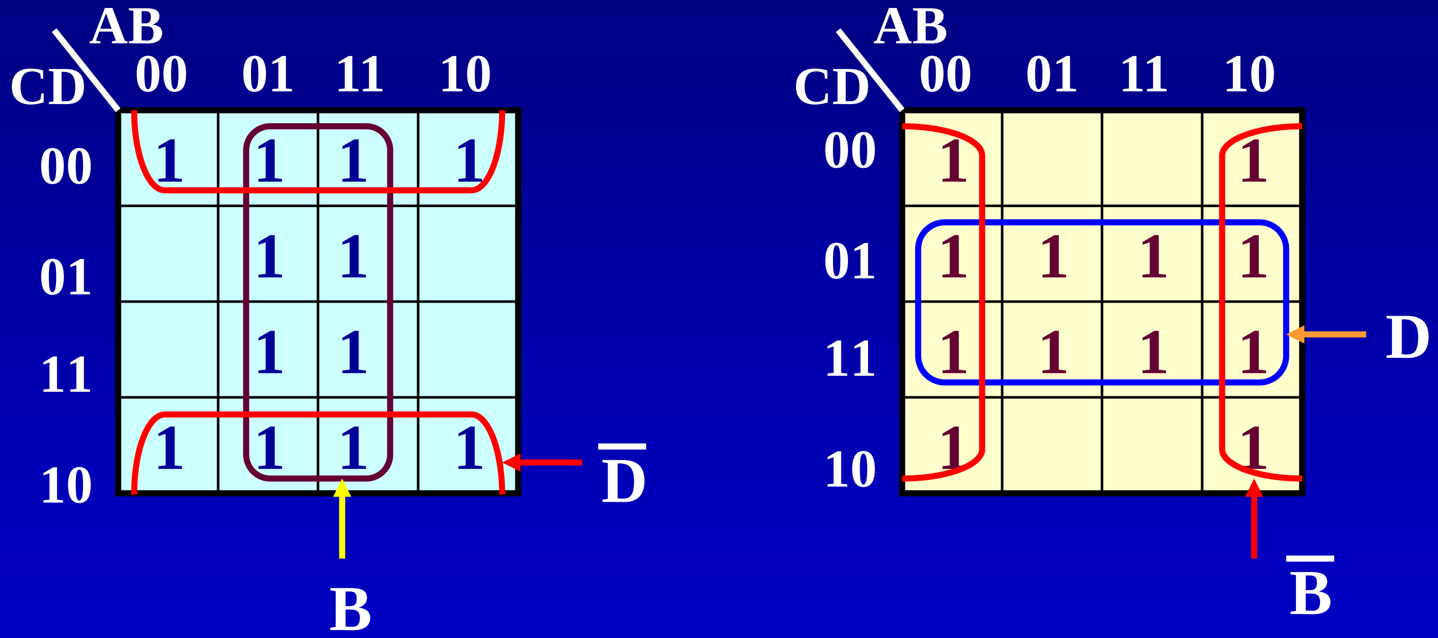
2.2 逻辑函数的简化

② 逻辑相邻的4个最小项为1，消去2个变量



2.2 逻辑函数的简化

③ 逻辑相邻的8个最小项为1，消去3个变量



2.2 逻辑函数的简化

（2）化简步骤

- 画出逻辑函数的卡诺图
- 将逻辑相邻的1格圈圈，直到所有1格均被覆盖
- 将每个圈用相应的乘积项表示
- 将各乘积项相加

逻辑函数的<u>最简与或式</u>

2.2 逻辑函数的简化

（3）化简原则

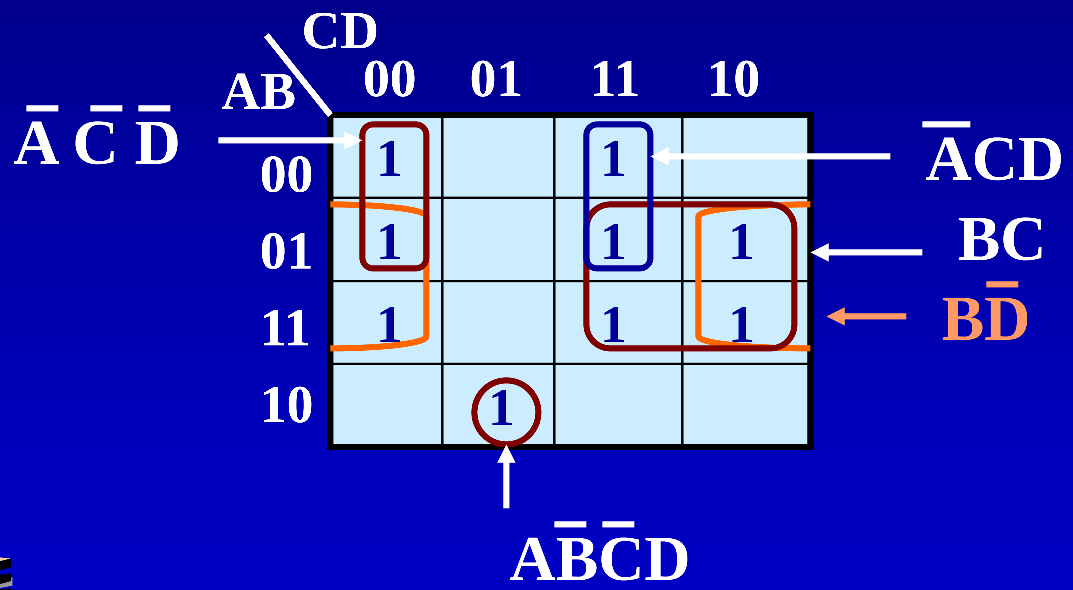
- 圈尽可能大（乘积项中因子少）
- 圈个数尽可能少（乘积项个数少）
- 同一个1格可以被圈多次
- 每个圈必须有新1格

满足上述条件，圈的方案可能不同，化简结果有时不唯一。

2.2 逻辑函数的简化

例1、求函数 F(A, B, C, D) = Σm (0, 3, 4, 6, 7, 9, 12, 14, 15) 的*最简与或式*。

解：



$$F = BC + B\bar{D} + \bar{A}CD + \bar{A}\bar{C}\bar{D} + A\bar{B}\bar{C}D$$

2.2 逻辑函数的简化

例2、求函数F(A, B, C, D) = Σm (1, 5, 6, 7, 11, 12, 13, 15) 的***最简与或式***。

解：

AB \ CD	00	01	11	10
00		1		
01		1	1	1
11	1	1	1	
10			1	

BD 多余项!

$$F = AB\overline{C} + \overline{A}BC + \overline{A}\,\overline{C}D + ACD$$

2.2 逻辑函数的简化

例3、求函数F(A, B, C, D) = Σm (0, 2, 3, 5, 7, 8, 10, 11, 13) 的***最简或与式***。

解：

AB \ CD	00	01	11	10
00	1	0	1	1
01	0	1	1	0
11	0	1	0	0
10	1	0	1	1

$\overline{B}+D$

$\overline{A}+\overline{B}+\overline{C}$

$B+C+\overline{D}$

$$F = (\overline{B}+D)(\overline{A}+\overline{B}+\overline{C})(B+C+\overline{D})$$

2.2 逻辑函数的简化

例4、求函数 F(A, B, C, D) = ΠM (0, 1, 2, 5, 7) 的***最简或与式***。

解：

AB \ CD	00	01	11	10
00	0	0		0
01		0	0	
11				
10				

A+B+C

A+B+D

$A+\overline{B}+\overline{D}$

$F = (A+B+C)\,(A+B+D)\,(A+\overline{B}+\overline{D})$

2.2 逻辑函数的简化

4、利用无关项化简逻辑函数

(1) 什么是无关项？

在一个逻辑函数中，

① 变量的某些组合不会出现

② 函数在变量的某些组合时输出不确定，可能为0，也可能为1

这样的变量取值组合（最小项）称为无关项

(2) 如何利用无关项？

- 有利于化简的作1格处理
- 不利于化简的仍作0格处理

最简与或式

2.2 逻辑函数的简化

例5、设计一个31天月份检测电路

解： 根据实际情况，列真值表

无关项 →

A B C D	月份	F
0 0 0 0	0	X
0 0 0 1	1	1
0 0 1 0	2	0
0 0 1 1	3	1
0 1 0 0	4	0
0 1 0 1	5	1
0 1 1 0	6	0
0 1 1 1	7	1
1 0 0 0	8	1
1 0 0 1	9	0
1 0 1 0	10	1
1 0 1 1	11	0
1 1 0 0	12	1
1 1 0 1	13	X
1 1 1 0	14	X
1 1 1 1	15	X

无关项

2.2 逻辑函数的简化

① 不利用无关项

AB \ CD	00	01	11	10
00	X	1	1	
01		1	1	
11	1	X	X	X
10	1			1

$$F = A\bar{B}\bar{D} + A\bar{C}\bar{D} + \bar{A}D$$

② 利用无关项

AB \ CD	00	01	11	10
00	X	1	1	
01		1	1	
11	1	X	X	X
10	1			1

作1格处理

$$F = \bar{A}D + A\bar{D}$$

$$= A \oplus D$$

2.2 逻辑函数的简化

总结对比

卡诺图化简法

A、简单、直观，有固定的化简步骤

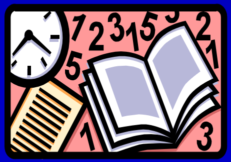
B、可得 最简与或式
最简或与式

C、局限性：
变量少于5个

公式化简法

A、通用性强
不受任何条件限制

B、没有固定化简步骤，需要经验、技巧



本章重点

- 基本逻辑运算、复合逻辑运算及其转换
- 基本公式、常用公式、三个定理
- 逻辑函数的几种表示方法及其转换
  - 逻辑函数表达式
    最小项表达式、最大项表达式
  - 真值表
  - 卡诺图
  - 逻辑图
- 逻辑函数的化简方法
  - 公式法
  - 卡诺图法(包含无关项)

课后作业

2.9 (2、3)；**2.10** (1、3)；**2.11** (2)；

2.12 (1)；**2.13** (3、5)；**2.15** (4、5、6)；

2.16 (1、3、4)；**2.17** (3、4)；