概率统计练习题一

一、填空题（每空 2 分, 共 36 分）

1．设 A,B 为事件， $P(A)=a$, $P(B)=0.3$， $P(\overline{A}\cup B)=0.7$, 当 A 与 B 互不相容时, 则 $a=$__________；当 A 与 B 相互独立时， $a=$___________。

2．设连续型随机变量 X 的分布函数为 $F(x)=\begin{cases} a+be^{-0.5x}, & x\geq 0, \\ 0, & x<0. \end{cases}$ 其中 a 与 b 为常数，则 $a=$_____， $b=$______。

3．设随机变量 X 服从参数为 λ 的泊松分布，且 $P\{X=1\}=P\{X=2\}$，则 $\lambda=$______, $E(X)=$ ______。

4. 随机变量 X，Y 满足 $P\{X\geq 0, Y\geq 0\}$=3/4, $P\{X\geq 0)$=$P\{Y\geq 0\}$=4/7, 则 $P(\max(X,Y)\geq 0)=$ ___________________.

5．设 X_1,X_2,X_3 相互独立，且 $X_1\sim N(0,2), X_2\sim N(1,3) X_3\sim N(3,1)$，令 $X=2X_1+3X_2-X_3$，则 $E(X)=$______， $Var(X)=$______。进一步，记 $\Phi(x)$ 为标准正态分布的分布函数，且 $\Phi(1)=0.8413$，$\Phi(2)=0.9772$，则 $P\{0<X<6\}=$____。

6. 某产品由甲、乙两车间生产，甲车间占 60%，乙车间占 40%，且甲车间的正品率为 90%，乙车间的正品率为 95%，则任取一件是次品，它是乙车间生产的概率为______________。

7. 设二维随机向量 (X, Y) 的概率密度函数为 $f(x,y)=\begin{cases} \frac{1}{8}(x+y), & 0\leq x\leq 2, 0\leq y\leq 2, \\ 0, & \text{其他}, \end{cases}$ 则

$E(X)=$_____， $Var(X)=$_____，$Cov(X, Y)=$________，$\rho_{XY}=$_______。

8. 设 $X_1,X_2,\cdots,X_n(n>2)$ 为抽自正态总体 $N(\mu,\sigma^2)$ 的随机样本，记

$$\overline{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i,\quad S^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2.$$

则 $\overline{X}\sim$__________， $\sqrt{n}(\overline{X}-\mu)/\sqrt{S^2}\sim$__________， $(n-1)S^2/\sigma^2\sim$____________。

二、解答题

9. 设随机变量 X 的概率密度函数为 $f(x)=\begin{cases} ax, & 0<x<2, \\ bx+c, & 2\le x\le 4, \\ 0, & 其他, \end{cases}$ 又 $E(X)=2$，$P\{1<X<3\}=3/4$，求

(1). 常数 a,b,c.

(2). $Var(X)$.

10. 设二维随机变量 (X,Y) 的联合概率密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases} c\cdot e^{-y}, & 0\le x\le y<\infty, \\ 0, & 其他. \end{cases}$$

(1). 求常数 c；　　(2). 求 X 和 Y 的边缘概率密度 $f_X(x),\ f_Y(y)$；

(3). 问 X 和 Y 是否独立？为什么？　　(4). 求 $E(Y)$。

11. 设随机变量 X 有概率密度函数 $f(x)=\begin{cases} 1-|x|, & x\in(-1,\ 1) \\ 0, & 其他. \end{cases}$ 令 $Y=X^2$，求：

(1). Y 的概率密度函数 $f_Y(y)$；(2). $P\{0.25<Y<1.96\}$；(3). $E(Y)$ 和 $Var(Y)$。.

12. 若 $X_1,X_2,\cdots,X_n(n>2)$ 为抽自总体 X 的随机样本，总体 X 有概率密度函数

$$f_X(x)=\begin{cases} (\theta+1)x^{\theta}, & 0<x<1; \\ 0 & 其他. \end{cases}$$

其中 $\theta>-1$ 为待估参数，求 θ 的矩估计 $\hat{\theta}$ 与极大似然估计 θ^*。

13. 从工厂产品库中随机抽取 16 只零件，测得他们的长度（单位为厘米）为

2.14，2.10，2.13，2.15，2.13，2.12，2.13，2.10，

2.15，2.12，2.14，2.10，2.13，2.11，2.14，2.11.

假设零件长度分布为 $N(\mu,\sigma^2)$，求如下三种参数的情况求置信系数为 0.95 的置信区间：

(1). $\sigma^2=0.01^2$，求 μ 的置信系数为 0.95 的置信区间，

(2). σ^2 未知，求 μ 的置信系数为 0.95 的置信区间，

(3). 求 σ^2 的置信系数为 0.95 的置信区间.

附：标准正太分布、t 分布和 χ^2 分布表：

$t_9(0.025)=2.2622$	$t_9(0.05)=1.8331$	$t_{10}(0.025)=2.2281$	$t_{10}(0.05)=1.8125$
$\chi_9^2(0.025)=19.023$	$\chi_9^2(0.05)=16.919$	$\chi_9^2(0.975)=2.700$	$\chi_9^2(0.95)=3.325$

$\chi_{10}^2(0.025)=20.483$	$\chi_{10}^2(0.05)=18.307$	$\chi_{10}^2(0.975)=3.247$	$\chi_{10}^2(0.95)=3.940$