

概率统计期末练习题二

一. 单选题

1、事件 A 发生而事件 B 不发生的事件为 ()

- A、 $A \subset B$; B、 $A \supset B$; C、 $A - B$; D、 $A - \bar{B}$ 。

2、若 X 的概率分布是 $\begin{array}{c|ccc} X & 0 & 1 & 2 \\ \hline P & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{6} \end{array}$, 则下列结果中, 成立的是 ()。

- A、 $P\{x \leq 0\} = 0$; B、 $P\{0 < x < 1\} = 0$;
C、 $P\{1 \leq x \leq 2\} = 0$; D、 $P\{X < 0\} = \frac{1}{2}$ 。

3、若事件 $A \supset B$, 则有 ()。

- A、 $P(A - B) = P(A) - P(B)$; B、 $P(B - A) = P(B) - P(A)$;
C、 $P(AB) = P(A)P(B)$; D、 $P(AB) = 0$ 。

4、若 X 服从参数为 $\lambda = 1$ 的指数分布, 则 $Y = 2X$ 的密度函数是 ()。

- A、 $f_Y(y) = \begin{cases} 0.5e^{-0.5y}, & y > 0, \\ 0, & y \leq 0 \end{cases}$ B、 $f_Y(y) = \begin{cases} 2e^{-2y}, & y > 0, \\ 0, & y \leq 0 \end{cases}$
C、 $f_Y(y) = \begin{cases} e^{-y^2}, & y > 0, \\ 0, & y \leq 0 \end{cases}$ D、 $f_Y(y) = \begin{cases} e^{-y}, & y > 0, \\ 0, & y \leq 0 \end{cases}$ 。

5、假设检验中, 显著性水平 α 表示 ()。

- A、 H_0 为假, 但接受 H_0 的概率; B、 H_0 为真, 但拒绝 H_0 的概率;
C、 小于等于 10% 的一个数, 无具体意义; D、 可信度为 $1 - \alpha$ 。

二. 多选题 (共 5 题, 共 15 分)。

1、设总体 X 为标准正态分布，其分布函数为 $\Phi(x)$ ，则下列结果中成立的有 ()。

- A、 $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$; B、 $\Phi(-\infty) = 0$;
- C、 $\Phi(0) = 0.5$; D、 $\Phi(+\infty) = 1$ 。

2、设 X_1, X_2, \dots, X_n 是总体 X 的样本，且知 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ，其中 μ 已知， σ^2 未知，则 () 成立。

- A、 $\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2}{\sigma^2}$ 是统计量； B、 $\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{\sigma^2}$ 是统计量；
- C、 $s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$ 是统计量； D、 $D^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$ 是统计量。

3、对 $\alpha \in (0, 1)$ ，参数 θ 的置信水平 $1 - \alpha$ 的置信区间 (θ_1, θ_2) 的意义 ()。

- A、 $P\{\theta_1 < \theta < \theta_2\} = 1 - \alpha$; B、 (θ_1, θ_2) 可能含 θ ，也可能不含 θ ，并且含 θ 的概率为 $1 - \alpha$;
- C、 $P\{\theta \notin (\theta_1, \theta_2)\} = \alpha$; D、恒有 $\theta \in (\theta_1, \theta_2)$ 。

4、若 X_1, X_2, \dots, X_n 为总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的样本，令 $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ ， $s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$ ，则下列结果中成立的有 ()。

- A、 $\sum_{i=1}^n \frac{(X_i - \mu)^2}{\sigma^2} \sim \chi_n^2$; B、 $\sum_{i=1}^n \frac{(X_i - \bar{X})^2}{\sigma^2} \sim \chi_{n-1}^2$;
- C、 $\frac{\sqrt{n}(\bar{X} - \mu)}{s} \sim t_{n-1}$; D、 $\bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)$ 。

5、关于单个正态总体 t 检验，若记

$$S_n^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2, \quad S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2, \text{ 下列正确的是 () }。$$

A、 $H_0: \mu = \mu_0, H_1: \mu \neq \mu_0$, 则拒绝域为

$$\left\{ |\bar{x} - \mu_0| \geq t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1) \frac{S_n}{\sqrt{n-1}} \right\}。$$

B、 $H_0: \mu = \mu_0, H_1: \mu > \mu_0$, 则拒绝域为 $\left\{ \bar{x} \geq \mu_0 + t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1) \frac{S}{\sqrt{n}} \right\}。$

C、 $H_0: \mu = \mu_0, H_1: \mu \neq \mu_0$, 则拒绝域为 $\left\{ |\bar{x} - \mu_0| \geq t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1) \frac{S}{\sqrt{n}} \right\}。$

D、 $H_0: \mu = \mu_0, H_1: \mu < \mu_0$, 则拒绝域为 $\left\{ \bar{x} \leq \mu_0 - t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1) \frac{S_n}{\sqrt{n-1}} \right\}。$

三. 填空题

1. 设 A, B 是两个随机事件, 已知 $P(A) = 0.6$, $P(B) = 0.7$, $P(A \cup B) = 0.8$, 则 $P(A|B) =$ _____, $P(A - B) =$ _____。

2. 10 只乒乓球中有 4 只是白色, 6 只是黄色, 现从 10 只乒乓球中随机地取出两只, 则取到两只黄球的概率是 _____, 取到一只白球一只黄球的概率是 _____。

3. 设随机变量 X 可能取的三个值为 $-2, 0$ 和 1 , 且 $P(X = -2) = 0.2$, $P(X = 0) = 0.3$, 则 $E(X) =$ _____ $Var(X) =$ _____。

4. 设随机变量 X_1, X_2 相互独立, 且 $X_1 \sim N(-1, 4)$, $X_2 \sim N(2, 9)$ 。令 $X = 2X_1 - X_2$, 则 $X \sim$ _____。进一步, 记 $\Phi(x)$ 为标准正态分布的分布函数, 且 $\Phi(1) = 0.8413$, $\Phi(2) = 0.9772$, 则 $P\{-9 < X < 1\} =$ _____。

5. 若 X 服从 $[0, 1]$ 区间上均匀分布, 记 $A = \{0.2 \leq X \leq 0.5\}$, Y 表示对 X 进行 15 次独立观测后事件 A 发生的次数。则 $E(Y) =$ _____, $Var(Y) =$ _____。

四. 计算题

1. 三个箱子，第一个箱子中有 4 个黑球、1 个白球，第二个箱子中有 3 个黑球、3 个白球，第三个箱子中有 3 个黑球、5 个白球。现随机地取一个箱子，再从这个箱子中取出 1 个球。问：

- (1) 这个球是白球的概率；
- (2) 已知取出的球是白球，此球属于第二个箱子的概率。

2. 设二维随机变量 (X,Y) 有联合密度函数

$$f(x) = \begin{cases} Cxe^{-y} & 0 < x < y < +\infty, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases}$$

- (1) 求参数 C 的值； (2) 求 X,Y 的边缘概率密度 $f_X(x)$, $f_Y(y)$ ； (3) 求 $E(X)$

3. 设 X_1, X_2, \dots, X_n 为来自概率密度为

$$f(x) = \begin{cases} \theta x^{\theta-1}, & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

的总体的样本， θ 未知，求 (1) θ 的矩估计；

(2) θ 的极大似然估计

4. 设学生某次考试成绩服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$ ，现从该总体中随机抽取 25 位的考试成绩，算得样本均值为 76.5，标准差为 9.5 分。若平均分大于等于 75 分时认为考题难度合适，否则考题则偏难了。问在显著性水平 0.05 下，从样本看，

(1). 是否认为本次考试题偏难了？

(2). 是否接受 “ $\sigma \leq 10$ ” 的假设？

附 t 分布与 χ^2 分布表

$t_{24}(0.025) = 2.0639$	$t_{24}(0.05) = 1.7109$	$t_{25}(0.025) = 2.0595$	$t_{25}(0.05) = 1.7081$
$\chi_{24}^2(0.025) = 39.364$	$\chi_{24}^2(0.05) = 36.415$	$\chi_{25}^2(0.025) = 40.646$	$\chi_{25}^2(0.05) = 37.652$
$\chi_{24}^2(0.975) = 12.401$	$\chi_{24}^2(0.95) = 13.848$	$\chi_{25}^2(0.975) = 13.120$	$\chi_{25}^2(0.95) = 14.611$