北京工业大学 2017——2018 学年第 Ⅱ 学期

“概率论与数理统计”课程(工)考试试卷 （答案）

考试说明： **考试闭卷；可使用文曲星除外的计算器。**

承诺：本人已学习了《北京工业大学考场规则》和《北京工业大学学生违纪处分条例》，承诺在考试过程中自觉遵守有关规定，服从监考教师管理，诚信考试，做到不违纪、不作弊、不替考。若有违反，愿接受相应的处分。

承诺人：____________ **学号：**_______________ **班号：**________

注：本试卷共 6 页，满分 100 分；考试时必须使用卷后附加的统一草稿纸。

卷 面 成 绩 汇 总 表（阅卷教师填写）

题号	一	二(1)	二(2)	二(3)	二(4)	二(5)	总成绩
满分	30	14	14	14	14	14	
得分							

一、 填空题（每空 2 分, 共 28 分）

1. 设 A 与 B 为事件，且 $\mathbf{P(A)=0.2, P(A\cup B)=0.6}$。则当 A 与 B 互斥时，$\mathbf{P(B)=}$________； A 与 B 相互独立时，$\mathbf{P(B)=}$________。答案：**0.4；0.5**

2. 若离散型随机变量 X 的概率分布为 $\mathbf{P(X=k)=\frac{k}{6}, k=1,2,3.}$ 令 $\mathbf{Y=(X-2)^2}$。则

$\mathbf{P(Y=1)=}$_______, $\mathbf{E(Y)=}$_______, $\mathbf{Var(Y)=}$_______ 答案：2/3；2/3；2/9

3. 设随机变量 X 服从参数为 λ 的指数分布，且 $\mathbf{P(X\le 2)=1-e^{-1}}$，则 $\lambda=$__________，$\mathbf{E(X)=}$_______, $\mathbf{Var(X)=}$_______。答案：0.5；2；4

4. 设随机变量 X, Y 相互独立，且 $\mathbf{X\sim N(2,2^2), Y\sim N(0,3^2)}$。令 $\mathbf{Z=2X+Y}$ 则 $\mathbf{E(Z)=}$_______, $\mathbf{Var(Z)=}$_______。进一步，记 $\Phi(x)$ 为标准正态分布的分布函数，且 $\mathbf{\Phi(1)=0.8413, \Phi(2)=0.9772}$，则 $\mathbf{P(-1<Z\le 14)=}$_______。答案：4；25；0.8185

5. 若 $\mathbf{X_1, X_2, \cdots, X_{10}}$ 为抽自正态总体 $\mathbf{N(1,10)}$ 的随机样本，分别记 $\overline{X}$ 与 S^2 为样本均值与样本方差(无偏方差)。则 $\overline{X}\sim$_________，$(n-1)S^2/\sigma^2\sim$_________。答案：N(1,1)；$\chi^2_{\mathbf{n-1}}$

6. 设 $\mathbf{X_1, X_2, \cdots, X_{25}}$ 是抽自总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$ 的随机样本，经计算得

$\bar{x}=4, s^2=0.16$。根据本试卷第 6 页上的 t 分布表与 χ^2 分布表，得未知参数 μ 的置信系数为 0.95 的置信区间为[__________,__________]，σ^2 的置信系数为 0.95 的置信区间为[__________,__________]。$\boxed{\text{答案：}[3.8349, 4.1651];[0.0976, 0.3097]}$

二、 解答题（共 72 分）

注： 每题要有解题过程，无解题过程不能得分！

1.（本小题 14 分）有型号相同的产品两箱，第一箱装 12 件产品，其中两件为次品；第二箱装 8 件产品，其中一件为次品。先从第一箱中随机抽取两件产品放入第二箱，再从第二箱中随机抽取一件产品。

(1). 求从第二箱中取出次品的概率；

(2). 若从第二箱中取出了次品，求从第一箱中未取到次品的概率。

2.(本小题 15 分)　设随机变量 X 与 Y 独立同分布，且都服从参数为 1 的指数分布，令 $U=\min\{X,Y\}$，　$V=\max\{X,Y\}$，求：

(1). U 的概率密度函数 $f_U(x)$；

(2). $U+V$ 的概率密度函数 $f_{U+V}(x)$。

3．（本小题 15 分）设二维随机变量(X, Y)的联合概率密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases} c\text{祇}^{x}, & 0 \quad y?\ x \quad ?, \\ 0, & \text{其他}. \end{cases}$$

(1). 求常数 c；　　(2). 求 X 和 Y 的边缘概率密度 $f_X(x)$, $f_Y(y)$；

(3). 问 X 和 Y 是否独立？为什么？　　(4). 求 $E(Y)$。

4.（本小题 14 分）设 $X_1, X_2, \cdots, X_n (n > 2)$ 为抽自正态总体 $N(\mu_0,\sigma^2)$的随机样本，其中 μ_0 已知，$\sigma^2 > 0$ 未知，求：

(1). σ^2 的矩估计 $\hat{s}^2$；

(2). σ^2 的极大似然估计估计 $\hat{s}^2$；

(3). $E(\hat{s}^2)$ 和 $Var(\hat{s}^2)$。

5.（本小题 14 分）设学生某次考试成绩服从正态分布$N(\mu,\sigma^2)$，现从该总体中随机抽取 25 位的考试成绩，算得样本均值为 76.5，标准差为 4.05。问在显著性水平 0.05 下，从样本看，

(1). 是否接受“$\mu=75$”的假设？

(2). 是否接受“$\sigma\le 4.0$”的假设？

附 t分布与χ^2分布表

$t_{24}(0.025)=2.0639$	$t_{24}(0.05)=1.7109$	$t_{25}(0.025)=2.0595$	$t_{25}(0.05)=1.7081$
$\chi^2_{24}(0.025)=39.364$	$\chi^2_{24}(0.05)=36.415$	$\chi^2_{25}(0.025)=40.646$	$\chi^2_{25}(0.05)=37.652$
$\chi^2_{24}(0.975)=12.401$	$\chi^2_{24}(0.95)=13.848$	$\chi^2_{25}(0.975)=13.120$	$\chi^2_{25}(0.95)=14.611$

草　稿　纸

姓名：＿＿＿＿＿＿＿＿　　　学号：＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿