

● 北京工业大学 2019—2020 学年第二学期

《概率论与数理统计》周末重修试卷(工、经)

考试说明：考试时间：2020 年 5 月 10 日；考试方式：开卷。

承诺：本人已学习了《北京工业大学考场规则》和《北京工业大学学生违纪处分条例》，承诺在考试过程中自觉遵守有关规定，服从监考教师管理，诚信考试，做到不违纪、不作弊、不替考。若有违反，愿接受相应的处分。

承诺人：_____ **学号：**_____ **班号：**_____

注：本试卷共 二 大题，共 3 页，满分 100 分。

卷面成绩汇总表（阅卷教师填写）

题号	一	二(1)	二(2)	二(3)	二(4)	二(5)	总成绩
满分	35	13	13	13	13	13	
得分							

一、填空题（本大题共 6 个小题，共 14 个空，每空 2 分，共 28 分）

1、设 A, B 是两个随机事件，已知 $P(A) = 0.5, P(B) = 0.6, P(A \cup B) = 0.8$ ，则

$$P(A\bar{B}) = \underline{\hspace{2cm}}, P(\bar{A} \cap \bar{B}) = \underline{\hspace{2cm}}, P(B - A) = \underline{\hspace{2cm}}.$$

2、甲、乙、丙三人独立地向同一目标各射击一次，他们击中目标的概率分别为 0.7，0.6 和 0.8，则目标被击中的概率为_____。

3、设连续型随机变量 X 的分布函数为 $F(x) = \begin{cases} a + be^{-0.5x^2}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$ ，其中 a 与 b 为常数，则 $a = \underline{\hspace{2cm}}, b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

4、若随机变量 X_1, X_2 相互独立，且 $X_1 \sim N(3, 2^2), X_2 \sim N(1, 1)$ ，令 $X = 2X_1 - 3X_2$ ，则 $X \sim \underline{\hspace{2cm}}, P\{-2 < X < 8\} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。注： $\Phi(x)$ 为正态分布 $N(0, 1)$ 的分布函数， $\Phi(1) = 0.8413, \Phi(2) = 0.9772$ 。

5、设总体为 $[0, \theta]$ 上的均匀分布，则 θ 的矩估计为_____ 极大似然估计为_____

6、若 $X_1, X_2, \dots, X_n (n > 2)$ 为抽自正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的随机样本，记 \bar{X} 和 S^2 分别为样本均值和样本方差，则 $\sqrt{n}(\bar{X} - \mu)/\sigma \sim \underline{\hspace{2cm}}, \sqrt{n}(\bar{X} - \mu)/\sqrt{S^2} \sim \underline{\hspace{2cm}}, (n-1)S^2/\sigma^2 \sim \underline{\hspace{2cm}}, E(S^2) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

资料由公众号【工大喵】收集整理并免费分享

二、计算题（本大题共 6 个小题，每题 12 分，共 72 分，做题时须写出解题过程，否则不能得分）

1、一批产品共 20 件，其中有 5 件是次品，其余为正品。现从这 20 件产品中不放回地任意抽取 3 次，每次只取 1 件，求下列事件的概率：

- (1) 在第一、第二次取到正品的条件下，第三次取到次品；
- (2) 第三次才取到次品；
- (3) 第三次取到次品。

2、设某地区每天的用电量 X （单位：百万千瓦·时）是一个连续型随机变量，概率密度函数为

$$f(x) = 12x(1-x)^2, 0 < x < 1$$

假设该地区每天的供电量仅有 80 万千瓦·时，求该地区每天供电量不足的概率。若每天的供电量上升到 90 万千瓦·时，每天供电量不足的概率是多少？

3、设随机变量 $X \sim N(0,1)$ ，求下列随机变量 Y 的概率密度函数：

- (1) $Y = 2X$ ；
- (2) $Y = e^{-X}$ ；
- (3) $Y = X^2$ ；

4、已知二维随机向量 (X, Y) 的联合概率密度函数为

$$f(x, y) = \begin{cases} A, & x^2 \leq y \leq x, \\ 0, & \text{其它,} \end{cases}$$

求：(1) 常数 A ；

(2) 边缘密度函数 $f_X(x)$, $f_Y(y)$ ；

(3) X 与 Y 是否独立？

5、正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的概率密度函数为

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, -\infty < x < \infty$$

其中 μ, σ^2 为待估参数。

求：(1) μ, σ^2 的矩估计；

(2) μ, σ^2 的极大似然估计。

6、设甲、乙两煤矿所产的煤中含煤粉率分别为 $N(\mu_1, \sigma^2)$ 和 $N(\mu_2, \sigma^2)$ ，其中 σ^2 未知。为检验这两个煤矿的煤含煤粉率有无明显差异，从两矿中取样若干份，测试结果如下：

甲矿（%）：24.3, 22.8, 23.7, 22.3, 19.4, 20.5; $\bar{x} = 22.17, \sum_{i=1}^6 (x_i - \bar{x})^2 = 17.75$

乙矿（%）：15.7, 16.9, 20.2, 16.7, 19.8; $\bar{y} = 17.86, \sum_{j=1}^5 (y_j - \bar{y})^2 = 16.17$

试在显著性水平为 0.05 下，检验“含煤粉率无差异”这个假设。

附： t 分布与 χ^2 分布表

$t_9(0.025) = 2.2622$	$t_9(0.05) = 1.8331$	$t_{10}(0.025) = 2.2281$	$t_{10}(0.05) = 1.8125$
$\chi_9^2(0.025) = 19.023$	$\chi_9^2(0.05) = 16.919$	$\chi_9^2(0.975) = 2.700$	$\chi_9^2(0.95) = 3.325$
$\chi_{10}^2(0.025) = 20.483$	$\chi_{10}^2(0.05) = 18.307$	$\chi_{10}^2(0.975) = 3.247$	$\chi_{10}^2(0.95) = 3.940$