

## 北京工业大学 2021 —2022 学年第一学期

## 《复变函数与积分变换》 考试试卷

考试说明： 本次考试为闭卷考试，考试时间为 95 分钟

承诺：

本人已学习了《北京工业大学考场规则》和《北京工业大学学生违纪处分条例》，承诺在考试过程中自觉遵守有关规定，服从监考教师管理，诚信考试，做到不违纪、不作弊、不替考。若有违反，愿接受相应的处分。

承诺人： 学号： 班号：

注：本试卷共 大题，共 页，满分 100 分，考试时必须使用卷后附加的统一草稿纸。

卷面成绩汇总表（阅卷教师填写）

| 题号 | 一  | 二  | 三  | 四  | 五  | 总成绩 |
|----|----|----|----|----|----|-----|
| 满分 | 20 | 25 | 30 | 15 | 10 |     |
| 得分 |    |    |    |    |    |     |

得分

一、填空题（每题 2 分，共 20 分）

1、设复数  $z = \frac{1}{i} - \frac{3i}{1-i}$ ，则  $\operatorname{Re}(z) =$  。2、 $\cos(2\pi + 7i) =$  。3、设  $v(x, y) = -3xy^2 + x^3$ ， $f(z)$  是以  $v$  为虚部的解析函数，且  $f(0) = 0$ ，则 $f(z) =$  。4、设  $f(z) = x^2 - y^2 + ay + i(bxy + 3x)$  为解析函数，则  $a =$ ， $b =$ 。5、 $i^i =$  。6、幂级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4^n} z^n$  的收敛半径为  $R =$  。

资料由公众号【工大喵】收集整理并免费分享

7、 $z=0$  是  $\frac{1}{z^2(3\sin z+(z^3-3))}$  的 \_\_\_\_\_ 级极点。

8、计算留数  $\text{Res}\left(\frac{ze^z}{z^2-1}, 1\right) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

9、 $\mathcal{F}^{-1}[\delta(w+2)+\delta(w-2)] = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

10、 $\mathcal{F}[t^2 \sin t] = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

|     |
|-----|
| 得 分 |
|     |

二、计算题（每题 5 分，共 25 分）

1、计算  $81^{\frac{1}{4}}$

2、计算  $(-1-i)^{11}$

3、计算  $\text{Ln}(1+\sqrt{3}i)$

4、计算  $\int_0^i z \cos z \, dz$

5、计算留数  $\text{Res}\left[\frac{1}{\sin\left(\frac{z-1}{z+1}\right)}, 1\right]$

资料由公众号【工大喵】收集整理并免费分享

|     |
|-----|
| 得 分 |
|     |

三、计算积分。(共 30 分)

1、设  $C$  为自原点到  $3+4i$  的直线段, 计算积分  $\int_C |z-1|^2 dz$ 。(10 分)

2、计算积分  $\frac{1}{2\pi i} \int_{|z|=1} \left[ 2 + \left( z + \frac{1}{z} \right) \right] e^{\frac{z}{2-z}} \frac{dz}{z}$ 。(10 分)

3、利用留数计算积分  $\int_0^{2\pi} \frac{1}{7 + \cos \theta} d\theta$ 。(10 分)

|     |
|-----|
| 得 分 |
|     |

四、求已知函数的展开式。(共 15 分)

1、把函数  $f(z) = \frac{1}{5-4z}$  在  $z_0 = 1+i$  展开成泰勒级数。(7 分)

2、将函数  $f(z) = \frac{1}{z^2+1}$  在  $0 < |z-i| < 2$  内展成洛朗级数。(8 分)

资料由公众号【工大喵】收集整理并免费分享

|     |
|-----|
| 得 分 |
|     |

五、求函数  $f(t) = \begin{cases} 1+t, & -1 < t < 0, \\ 1-t, & 0 < t < 1, \\ 0, & |t| > 1. \end{cases}$  的 Fourier 积分。(10 分)

草 稿 纸