● 北京工业大学 2021—2021 学年第二学期

《概率论与数理统计》周末重修试卷(工、经)

考试说明：考试时间：2021 年 5 月 16 日；考试方式：闭卷。

承诺：本人已学习了《北京工业大学考场规则》和《北京工业大学学生违纪处分条例》，承诺在考试过程中自觉遵守有关规定，服从监考教师管理，诚信考试，做到不违纪、不作弊、不替考。若有违反，愿接受相应的处分。

承诺人：__________　　学号：____________　　班号：__________

注：本试卷共 <u>二</u> 大题，共 <u>3</u> 页，满分 100 分。

卷 面 成 绩 汇 总 表（阅卷教师填写）

题号	一	二（1）	二（2）	二（3）	二（4）	二（5）	总成绩
满分	35	13	13	13	13	13	
得分							

一、填空题（本大题共 6 个小题，共 14 个空，每空 2 分, 共 28 分）

1、 设 A,B 是两个随机事件，已知 $P(A)=0.5, P(B)=0.6, P(A\cup B)=0.8$，则 $P(A\bar{B})=$_______，$P(\bar{A}\cap\bar{B})=$________，$P(B-A)=$_______。

2、 甲、乙、丙三人独立地向同一目标各射击一次，他们击中目标的概率分别为 0.7，0.6 和 0.8，则目标被击中的概率为_______。

3、 设连续型随机变量 X 的分布函数为 $F(x)=\begin{cases} a+be^{-0.5x^2}, & x\ge 0 \\ 0, & x<0 \end{cases}$，其中 a 与 b 为常数，则 $a=$________，$b=$_________。

4、 若随机变量 X_1, X_2 相互独立，且 $X_1 \sim N(3,2^2)$，$X_2 \sim N(1,1)$，令 $X=2X_1-3X_2$，则 $X\sim$________, $P\{-2<X<8\}=$_________。**注：**$\Phi(x)$ 为正态分布 $N(0,1)$ 的分布函数，$\Phi(1)=0.8413$，$\Phi(2)=0.9772$。

5、 设总体为$[0,\theta]$上的均匀分布，则θ的矩估计为______ 极大似然估计为______

6、 若 $X_1, X_2, \cdots, X_n (n>2)$ 为抽自正态总体 $N(\mu,\sigma^2)$ 的随机样本，记 $\bar{X}$ 和 S^2 分别为样本均值和样本方差，则 $\sqrt{n}(\bar{X}-\mu)/\sigma \sim$_________，$\sqrt{n}(\bar{X}-\mu)/\sqrt{S^2} \sim$_________，$(n-1)S^2/\sigma^2 \sim$_______，$E(S^2)=$_______。

二、计算题（本大题共 6 个小题，每题 12 分，共 72 分，做题时须写出解题过程，否则不能得分）

1、一批产品共 20 件，其中有 5 件是次品，其余为正品。现从这 20 件产品中不放回地任意抽取 3 次，每次只取 1 件，求下列事件的概率：

（1） 在第一、第二次取到正品的条件下，第三次取到次品；

（2） 第三次才取到次品；

（3） 第三次取到次品。

2、设某地区每天的用电量 X（单位：百万千瓦.时）是一个连续型随机变量，概率密度函数为

$$f(x) = 12x(1-x)^2, 0 < x < 1$$

假设该地区每天的供电量仅有 80 万千瓦.时，求该地区每天供电量不足的概率。若每天的供电量上升到 90 万千瓦.时，每天供电量不足的概率是多少？

3、设随机变量$X \sim N(0,1)$，求下列随机变量Y的概率密度函数：

（1）$Y = 2X$；（2）$Y = e^{-X}$；（3）$Y = X^2$；

4、已知二维随机向量(X,Y)的联合概率密度函数为

$$f(x,y) = \begin{cases} A, x^2 \le y \le x, \\ 0, 其它, \end{cases}$$

求：(1) 常数 A；

(2) 边缘密度函数 $f_X(x)$，$f_Y(y)$；

(3) X与Y是否独立？

5、 正态总体$N(\mu,\sigma^2)$的概率密度函数为

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma}e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}},-\infty<x<\infty$$

其中μ，σ^2为待估参数。

求：(1) μ，σ^2的矩估计；

(2) μ，σ^2的极大似然估计。

6、 设甲、乙两煤矿所产的煤中含煤粉率分别为$N(\mu_1,\sigma^2)$和$N(\mu_2,\sigma^2)$，其中σ^2未知。为检验这两个煤矿的煤含煤粉率有无明显差异，从两矿中取样若干份，测试结果如下：

甲矿（%）：24.3， 22.8，23.7，22.3，19.4，20.5；$\bar{x}=22.17$，$\sum_{i=1}^{6}(x_i-\bar{x})^2=17.75$

乙矿（%）：15.7， 16.9，20.2，16.7，19.8；$\bar{y}=17.86$，$\sum_{j=1}^{5}(y_j-\bar{y})^2=16.17$

试在显著性水平为 0.05 下，检验“含煤粉率无差异”这个假设。

附：t分布与χ^2分布表

$t_9(0.025)=2.2622$	$t_9(0.05)=1.8331$	$t_{10}(0.025)=2.2281$	$t_{10}(0.05)=1.8125$
$\chi_9^2(0.025)=19.023$	$\chi_9^2(0.05)=16.919$	$\chi_9^2(0.975)=2.700$	$\chi_9^2(0.95)=3.325$
$\chi_{10}^2(0.025)=20.483$	$\chi_{10}^2(0.05)=18.307$	$\chi_{10}^2(0.975)=3.247$	$\chi_{10}^2(0.95)=3.940$