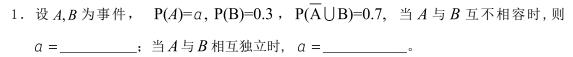
## 概率统计练习题一

一、填空题(每空2分,共36分)



- 2. 设连续型随机变量 X 的分布函数为  $F(x) = \begin{cases} a + be^{-0.5x}, & x \ge 0, \\ 0, & x < 0. \end{cases}$  其中 a = b 为常数,则 a = b , b = b 。
- 4. 随 机 变 量 X , Y 满 足  $P\{X \ge 0, Y \ge 0\} = 3/4$ , $P\{X \ge 0\} = P\{Y \ge 0\} = 4/7$ ,则  $P(\max(X,Y) \ge 0) = \underline{\hspace{1cm}}.$
- 5. 设 $X_1, X_2, X_3$ 相互独立,且 $X_1 \sim N(0,2), X_2 \sim N(1,3)X_3 \sim N(3,1)$ ,令  $X = 2X_1 + 3X_2 X_3$ ,则  $E(X) = ______$ , $Var(X) = ______$ 。进一步,记  $\Phi(x)$  为标准正态分布的分布函数,且 $\Phi(1) = 0.8413$ , $\Phi(2) = 0.9772$ ,则  $P\{0 < X < 6\} = _____$ 。
- 6. 某产品由甲、乙两车间生产,甲车间占 60%,乙车间占 40%,且甲车间的正品率为 90%, 乙车间的正品率为 95%,则任取一件是次品,它是乙车间生产的概率为\_\_\_\_\_。
- 7. 设二维随机向量(*X, Y*)的概率密度函数为 $f(x,y) = \begin{cases} \frac{1}{8}(x+y), & 0 \le x \le 2, 0 \le y \le 2, \\ 0, & 其他, \end{cases}$

$$E(X) = ____, Var(X) = ____, Cov(X, Y) = ____, \rho_{XY} = ____$$

8. 设 $X_1, X_2, \dots, X_n (n > 2)$  为抽自正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$  的随机样本,记

$$\overline{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} X_i, \quad S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (X_i - \overline{X})^2.$$

二、解答题

9. 设随机变量 
$$X$$
 的概率密度函数为  $f(x) =$  
$$\begin{cases} ax, & 0 < x < 2, \\ bx + c, & 2 \le x \le 4, \\ 0, & 其他, \end{cases}$$

 $P{1<X<3}=3/4$ , 求

- (1). 常数 a,b,c.
- (2). Var(X).
- 10. 设二维随机变量(X,Y)的联合概率密度函数为

$$f(x,y) = \begin{cases} c \cdot e^{-y}, & 0 \le x \le y < \infty, \\ 0, & 其他. \end{cases}$$

(1). 求常数 c;

- (2). 求 X 和 Y 的边缘概率密度  $f_{y}(x)$ ,  $f_{y}(y)$ ;
- (3). 问 X 和 Y 是否独立? 为什么? (4). 求 E(Y)。
- 11. 设随机变量 X 有概率密度函数  $f(x) = \begin{cases} 1-|x|, & x \in (-1, 1) \\ 0, & 其他. \end{cases}$  令  $Y = X^2$ ,求:
  - (1). Y的概率密度函数  $f_Y(y)$ ; (2).  $P\{0.25 < Y < 1.96\}$ ; (3). E(Y)和 Var(Y)。.
- 12. 若 $X_1, X_2, \cdots, X_n$  (n > 2) 为抽自总体X的随机样本,总体X有概率密度函数

$$f_X(x) = \begin{cases} (\theta+1)x^{\theta}, & 0 < x < 1; \\ 0 & \text{ id.} \end{cases}$$

其中 $\theta > -1$ 为待估参数,求 $\theta$ 的矩估计 $\hat{\theta}$ 与极大似然估计 $\theta^*$ 。

13. 从工厂产品库中随机抽取 16 只零件,测得他们的长度(单位为厘米)为

假设零件长度分布为 $N(\mu,\sigma^2)$ , 求如下三种参数的情况求置信系数为 0.95 的置信区间:

- (1).  $\sigma^2 = 0.01^2$ , 求  $\mu$  的置信系数为 0.95 的置信区间,
- (2).  $\sigma^2$ 未知,求  $\mu$  的置信系数为 0.95 的置信区间
- (3). 求 $\sigma^2$ 的置信系数为 0.95 的置信区间.
- 附: 标准正太分布、t 分布和  $\chi^2$  分布表:

$t_9(0.025)$	) = 2.2622	$t_9(0.05) = 1.8331$	$t_{10}(0.025) = 2.2281$	$t_{10}(0.05) = 1.8125$
$\chi_9^2(0.025)$	5) = 19.023	$\chi_9^2(0.05) = 16.919$	$\chi_9^2(0.975) = 2.700$	$\chi_9^2(0.95) = 3.325$

$\chi_{10}^2(0.025) = 20.483  \chi_{10}^2$	$c_{10}^2(0.05) = 18.307$	$\chi_{10}^2(0.975) = 3.247$	$\chi_{10}^2(0.95) = 3.940$
--	---------------------------	------------------------------	-----------------------------