

# 2018-2019 学年第 1 学期《概率论与数理统计》(工类) 考试试卷

北京工业大学2018—2019学年第一学期  
《概率论与数理统计》(工类) 课程考试 A 卷

考试说明: 考试闭卷; 可使用文具以外的计算器。  
承诺: 本人已学习了《北京工业大学考场规则》和《北京工业大学学生违纪处分条例》, 承诺在考试过程中自觉遵守有关规定, 服从监考教师管理, 诚信考试, 做到不违纪、不作弊、不抄袭。若有违反, 愿接受相应的处分。

承诺人: \_\_\_\_\_ 学号: \_\_\_\_\_ 班号: \_\_\_\_\_ 得分: \_\_\_\_\_

注: 本试卷共 6 大题, 共 7 页, 满分 100 分。考试时必须使用卷后附加的统一答题纸或草稿纸。

页面成绩汇总表 (阅卷教师填写)

题号	一	二 (1)	二 (2)	二 (3)	二 (4)	二 (5)	总分
得分							
教师							

一、填空题 (15 个空, 每空 2 分, 共 30 分)

1. 设  $P(A) = 0.3$ ,  $P(A \cup B) = 0.7$ , 则当  $A$  与  $B$  互斥时,  $P(B) =$  \_\_\_\_\_;  $A$  与  $B$  相互独立时,  $P(B) =$  \_\_\_\_\_。
2. 在相同条件下做 4 次独立试验, 假设每次试验时事件  $A$  发生的概率都是  $p$ , 且 4 次试验中  $A$  恰发生 1 次与发生 2 次的概率相等, 用  $X$  表示 4 次试验中  $A$  发生的次数时,  $E(X) =$  \_\_\_\_\_,  $Var(X) =$  \_\_\_\_\_。
3. 设随机变量  $X$  服从参数  $\lambda$  的泊松分布, 且  $P\{X \geq 1\} = 1 - e^{-2}$ , 则  $\lambda =$  \_\_\_\_\_,  $E(X^2) =$  \_\_\_\_\_。
4. 设随机变量  $X$  可能取的值为  $-2, 0$  和  $1$ , 且  $P\{X = -2\} = 0.4$ ,  $P\{X = 0\} = 0.3$ , 则  $E(X) =$  \_\_\_\_\_,  $Var(X) =$  \_\_\_\_\_。
5. 若随机变量  $X_1, X_2$  相互独立, 且  $X_1 \sim N(3, 3^2)$ ,  $X_2 \sim N(1, 2^2)$ ,  $Y = X_1 - 2X_2$ , 则  $Y \sim$  \_\_\_\_\_,  $P\{-4 < Y < 6\} =$  \_\_\_\_\_。
6. 设  $X_1, X_2, \dots, X_n$  为独立正态总体  $N(\mu, \sigma^2)$  的随机样本,  $\mu$  与  $\sigma^2$  为未知常数,  $\bar{X}$  与  $S^2$  分别为样本均值与方差, 即  $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ ,  $S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$ , 则  $\bar{X} \sim$  \_\_\_\_\_,  $\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim$  \_\_\_\_\_,  $\frac{\bar{X} - \mu}{\sqrt{S^2/n}} \sim$  \_\_\_\_\_,  $\mu$  的置信度为  $1 - \alpha$  的置信区间 \_\_\_\_\_,  $\sigma^2$  的置信度为  $1 - \alpha$  的置信区间 \_\_\_\_\_。

注: 标准正态分布分布函数值  $\Phi(1) = 0.8413$ ,  $\Phi(1.96) = 0.975$ ,  $\Phi(1.645) = 0.95$ 。

1

## 二、解答题 (每题 14 分, 共 70 分)

注: 由此以下各题都要写过程, 否则没有分数!

1. 有型号相同的产品三箱, 第一箱装 12 件, 其中 2 件为次品; 第二箱装 8 件, 其中只有 1 件为次品; 第三箱装 20 件, 其中 4 件为次品。
- (1). 从三箱抽取 1 箱, 然后从中随机抽取 1 件产品, 求抽到次品的概率;
  - (2). 如发现抽到的产品为次品, 求其来自第 1 箱的概率。

2

2. 设随机变量  $X_1, X_2$  相互独立, 且二者均服从  $[0, 1]$  区间上均匀分布, 令  $X = X_1 + X_2$ , 求
- (1).  $X$  的概率密度函数  $f_X(x)$ ;
  - (2).  $E(X)$  和  $Var(X)$ ;
  - (3).  $Y = X^2$  的概率密度函数  $f_Y(y)$ 。

3. 设二维连续型随机变量  $(X, Y)$  有联合概率密度函数

$$f(x, y) = \begin{cases} ay(1-x), & 0 \leq y \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

- (1). 确定常数  $a$ ;
- (2). 求边缘概率密度函数  $f_X(x)$  和  $f_Y(y)$ ;
- (3). 回答  $X$  与  $Y$  是否独立? 为什么?
- (4). 计算  $E(Y)$ 。

4. 设  $X_1, X_2, \dots, X_n$  是总体  $X \sim N(0, \sigma^2)$  的随机样本,  $\sigma^2 > 0$  是未知参数. 求
- (1).  $\sigma^2$  的矩估计  $\hat{\sigma}^2$ ;
  - (2).  $\sigma^2$  的极大似然估计  $\hat{\sigma}^2$ ;
  - (3). 回答  $\hat{\sigma}^2$  是否为  $\sigma^2$  的无偏估计, 为什么?

5. 假设某品牌日光灯的使用寿命 (单位: 小时) 服从正态分布  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ,  $\mu$  和  $\sigma^2$  未知. 现从该品牌的日光灯中随机抽取 9 只进行试验, 测得它们寿命的平均值为 100.4, 样本方差为 0.49. 问在显著性水平  $\alpha = 0.05$  下, 从样本看:
- (1). 能否认为  $\mu = 100$ ? (2). 能否认为  $\sigma^2 < 0.5$ ?

t 分布与  $\chi^2$  分布表

$t_8(0.025) = 2.3060$	$t_8(0.05) = 1.8595$	$t_8(0.025) = 2.2622$	$t_8(0.05) = 1.8331$
$\chi^2_8(0.025) = 17.535$	$\chi^2_8(0.05) = 15.507$	$\chi^2_8(0.025) = 19.023$	$\chi^2_8(0.05) = 16.919$
$\chi^2_8(0.975) = 2.180$	$\chi^2_8(0.95) = 2.733$	$\chi^2_8(0.975) = 2.700$	$\chi^2_8(0.95) = 3.325$