答案中的被积函数与题目中的被积函数不一样

2、

解 $$E(Y)=\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} yf(x,y)dxdy=\int_{1}^{+\infty}dx\int_{1/x}^{x}\frac{1}{2x^3y}dy=\frac{3}{4}$$

$$E(\frac{1}{XY})=\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{1}{xy}f(x,y)dxdy=\int_{1}^{+\infty}dx\int_{1/x}^{x}\frac{1}{2x^4y^3}dy=\frac{3}{5}$$

3、

$$E(X)=\int_{-1}^{0}x(1+x)\mathrm{d}x+\int_{0}^{1}x(1-x)\mathrm{d}x=0,$$

$$E(X^2)=\int_{-1}^{0}x^2(1+x)\mathrm{d}x+\int_{0}^{1}x^2(1-x)\mathrm{d}x=\frac{1}{6},$$

于是 $$D(X)=E(X^2)-[E(X)]^2=\frac{1}{6}-0^2=\frac{1}{6}.$$

4、

$$\begin{aligned}D(2X^3+5)&=D(2X^3)+D(5)\\&=4D(X^3)\\&=4[E(X^6)-(E(X^3))^2]\end{aligned}$$

$$E(X^6)=(-2)^6\times\frac{1}{3}+0^6\times\frac{1}{2}+1^6\times\frac{1}{12}+3^6\times\frac{1}{12}=\frac{493}{6},$$

$$[E(X^3)]^2=\left[(-2)^3\times\frac{1}{3}+0^3\times\frac{1}{2}+1^3\times\frac{1}{12}+3^3\times\frac{1}{12}\right]^2$$

$$=\frac{1}{9},$$

故 $D(2X^3+5)=4[E(X^6)-(E(X^3))^2]$

$$=\frac{2954}{9}.$$

5、

$$E(X)=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}xf(x,y)dxdy=\int_0^1dx\int_x^1x\cdot 8xydy=\frac{8}{15}$$

$$E(Y)=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}yf(x,y)dxdy=\int_0^1dx\int_x^1y\cdot 8xydy=\frac{4}{5}$$

$$E(XY)=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}xyf(x,y)dxdy=\int_0^1dx\int_x^1xy\cdot 8xydy=\frac{4}{9}$$

$$Cov(X,Y)=\frac{4}{9}-\frac{4}{5}\cdot\frac{8}{15}=\frac{4}{225}$$

6、

解：由$X \sim N(1,3^2)$有$EX=1$，$DX=9$，

由$Y \sim N(0,4^2)$有$EY=0$，$DY=16$，又由

$\rho_{XY}=-\frac{1}{2}$有$Cov(X,Y)=\rho_{XY}\sqrt{DXDY}=-6$。

（1）$EZ=\frac{1}{3}EX-\frac{1}{2}EY=\frac{1}{3}$,

$$DZ=\frac{1}{9}DX+\frac{1}{4}DY-2\frac{1}{3}\frac{1}{2}Cov(X,Y)=7。$$

(2) $Cov(X,Z)=Cov(X,\ \frac{1}{3}X-\frac{1}{2}Y)$

$$=\frac{1}{3}DX-\frac{1}{2}Cov(X,Y)=6,$$

$$\rho_{XZ}=\frac{Cov(X,Z)}{\sqrt{DXDZ}}=\frac{2\sqrt{7}}{7}.$$

(3) X与Z不独立。因为 $\rho_{XZ}\neq 0$。