

1. 设总体 X 的分布律为:

X	1	2	3
P	$1-\theta$	$\theta(1-\theta)$	θ^2

其中

$(0 < \theta < 1)$ 未知. 以 n_i 表示来自总体 X 的简单随机样本(样本容量为 n)中等于 i 的个数($i=1,2,3$), 求 θ 的最大似然估计.

2. 某元件的使用寿命 X 的概率密度函数为

$$f(x, \theta) = \begin{cases} 2e^{-2(x-\theta)}, & x \geq \theta \\ 0, & x < \theta \end{cases}$$

其中 $(\theta < 0)$ 未知. 设 x_1, x_2, \dots, x_n 是 X 的一组样本观测值, 求 θ 的矩估计和最大似然估计.

3. 设 $\hat{\theta}$ 是未知参数 θ 的无偏估计量, 方差 $D(\hat{\theta})$ 依赖于子样容量 n , 若 $\lim_{n \rightarrow \infty} D(\hat{\theta}) = 0$, 试证 $\hat{\theta}$ 是 θ 的相合估计量.

4. 已知一批零件的长度 X (单位: cm)服从正态分布 $N(\mu, 1)$, 从中随机地抽取16个零件, 算得长度的平均值为40cm, 求 X 的置信度为0.95的置信区间.

5. 用某仪器间接测量温度, 重复测5次得数据: 1250, 1265, 1245, 1260, 1275. 设温度 X 服从正态分布, 试求置信度为0.99的温度均值的置信区间.

6. 设分别从总体 $N(1, 2)$ 和 $N(2, 2)$ 中抽取容量为 n, m 的两个独立样本, 它们的样本方差分别为 S_{12} 和 S_{22} . 试证: (1) 对于任意常数 a, b ($a+b=1$), $Z=aS_{12}+bS_{22}$ 都是2的无偏估计量; (2) 确定常数 a, b , 使 $D(Z)$ 达到最小.