

概率论>试题

一、填空题

1. 设 A 、 B 、 C 是三个随机事件。试用 A 、 B 、 C 分别表示事件
 - 1) A 、 B 、 C 至少有一个发生_____
 - 2) A 、 B 、 C 中恰有一个发生_____
 - 3) A 、 B 、 C 不多于一个发生_____
2. 设 A 、 B 为随机事件, $P(A)=0.5$, $P(B)=0.6$, $P(B|A)=0.8$ 。则 $P(B \cup A) =$ _____
3. 若事件 A 和事件 B 相互独立, $P(A)=\alpha$, $P(B)=0.3$, $P(\bar{A} \cup B)=0.7$, 则 $\alpha =$ _____
4. 将 C, C, E, E, I, N, S 等 7 个字母随机的排成一行, 那末恰好排成英文单词 *SCIENCE* 的概率为_____
5. 甲、乙两人独立的对同一目标射击一次, 其命中率分别为 0.6 和 0.5, 现已知目标被命中, 则它是甲射中的概率为_____
6. 设离散型随机变量 X 分布律为 $P\{X=k\}=5A(1/2)^k$ ($k=1,2,\dots$) 则 $A=$ _____
7. 已知随机变量 X 的密度为 $f(x)=\begin{cases} ax+b, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$, 且 $P\{x > 1/2\}=5/8$, 则
$$a = \underline{\hspace{2cm}} \quad b = \underline{\hspace{2cm}}$$
8. 设 $X \sim N(2, \sigma^2)$, 且 $P\{2 < x < 4\} = 0.3$, 则 $P\{x < 0\} =$ _____
9. 一射手对同一目标独立地进行四次射击, 若至少命中一次的概率为 $\frac{80}{81}$, 则该射手的命中率为_____
10. 若随机变量 ξ 在 $(1, 6)$ 上服从均匀分布, 则方程 $x^2 + \xi x + 1 = 0$ 有实根的概率是_____
11. 设 $P\{X \geq 0, Y \geq 0\} = \frac{3}{7}$, $P\{X \geq 0\} = P\{Y \geq 0\} = \frac{4}{7}$, 则 $P\{\max\{X, Y\} \geq 0\} =$ _____
12. 用 (X, Y) 的联合分布函数 $F(x, y)$ 表示 $P\{a \leq X \leq b, Y < c\} =$ _____
13. 用 (X, Y) 的联合分布函数 $F(x, y)$ 表示 $P\{X < a, Y < b\} =$ _____

14. 设平面区域 D 由 $y = x$, $y = 0$ 和 $x = 2$ 所围成, 二维随机变量 (x, y) 在区域 D 上服从均匀分布, 则 (x, y) 关于 X 的边缘概率密度在 $x = 1$ 处的值为_____。

15. 已知 $X \sim N(-2, 0.4^2)$, 则 $E(X+3)^2 =$ _____

16. 设 $X \sim N(10, 0.6), Y \sim N(1, 2)$, 且 X 与 Y 相互独立, 则 $D(3X - Y) =$ _____

17. 设 X 的概率密度为 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-x^2}$, 则 $D(X) =$ _____

18. 设随机变量 X_1, X_2, X_3 相互独立, 其中 X_1 在 $[0, 6]$ 上服从均匀分布, X_2 服从正态分布 $N(0, 2^2)$, X_3 服从参数为 $\lambda=3$ 的泊松分布, 记 $Y=X_1-2X_2+3X_3$, 则 $D(Y) =$ _____

19. 设 $D(X) = 25, D(Y) = 36, \rho_{xy} = 0.4$, 则 $D(X+Y) =$ _____

20. 设 $X_1, X_2, \dots, X_n, \dots$ 是独立同分布的随机变量序列, 且均值为 μ , 方差为 σ^2 , 那么当 n 充分大时, 近似有 $\bar{X} \sim$ _____或 $\sqrt{n} \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma} \sim$ _____。特别是, 当同为正态分布时,

对于任意的 n , 都精确有 $\bar{X} \sim$ _____或 $\sqrt{n} \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma} \sim$ _____。

21. 设 $X_1, X_2, \dots, X_n, \dots$ 是独立同分布的随机变量序列, 且 $EX_i = \mu, DX_i = \sigma^2 (i=1, 2, \dots)$

那么 $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2$ 依概率收敛于_____。

22. 设 X_1, X_2, X_3, X_4 是来自正态总体 $N(0, 2^2)$ 的样本, 令 $Y = (X_1 + X_2)^2 + (X_3 - X_4)^2$,

则当 $C =$ _____时 $CY \sim \chi^2(2)$ 。

23. 设容量 $n = 10$ 的样本的观察值为 $(8, 7, 6, 9, 8, 7, 5, 9, 6)$, 则样本均值=_____, 样本方差=_____

24. 设 X_1, X_2, \dots, X_n 为来自正态总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ 的一个简单随机样本, 则样本均值

$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ 服从_____

二、选择题

1. 设 A, B 为两随机事件, 且 $B \subset A$, 则下列式子正确的是_____。
(A) $P(A+B) = P(A)$; (B) $P(AB) = P(A)$;
(C) $P(B|A) = P(B)$; (D) $P(B-A) = P(B) - P(A)$
2. 以 A 表示事件“甲种产品畅销, 乙种产品滞销”, 则其对立事件 \bar{A} 为_____。
(A) “甲种产品滞销, 乙种产品畅销”; (B) “甲、乙两种产品均畅销”
(C) “甲种产品滞销”; (D) “甲种产品滞销或乙种产品畅销”。
3. 袋中有 50 个乒乓球, 其中 20 个黄的, 30 个白的, 现在两个人不放回地依次从袋中随机各取一球。则第二人取到黄球的概率是_____。
(A) $1/5$ (B) $2/5$ (C) $3/5$ (D) $4/5$
4. 对于事件 A, B , 下列命题正确的是_____。
(A) 若 A, B 互不相容, 则 \bar{A} 与 \bar{B} 也互不相容。
(B) 若 A, B 相容, 那么 \bar{A} 与 \bar{B} 也相容。
(C) 若 A, B 互不相容, 且概率都大于零, 则 A, B 也相互独立。
(D) 若 A, B 相互独立, 那么 \bar{A} 与 \bar{B} 也相互独立。
5. 若 $P(B|A) = 1$, 那么下列命题中正确的是_____。
(A) $A \subset B$ (B) $B \subset A$ (C) $A - B = \emptyset$ (D) $P(A - B) = 0$
6. 设 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 那么当 σ 增大时, $P\{|X - \mu| < \sigma\} =$ _____。
A) 增大 B) 减少 C) 不变 D) 增减不定。
7. 设 X 的密度函数为 $f(x)$, 分布函数为 $F(x)$, 且 $f(x) = f(-x)$ 。那么对任意给定的 a 都有_____。
A) $f(-a) = 1 - \int_0^a f(x)dx$ B) $F(-a) = \frac{1}{2} - \int_0^a f(x)dx$
C) $F(a) = F(-a)$ D) $F(-a) = 2F(a) - 1$
8. 下列函数中, 可作为某一随机变量的分布函数是_____。

$$A) F(x) = 1 + \frac{1}{x^2}$$

$$B) F(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arctan x$$

$$C) F(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}(1 - e^{-x}), & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$$

$$D) F(x) = \int_{-\infty}^x f(t)dt, \text{ 其中 } \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)dt = 1$$

9. 假设随机变量 X 的分布函数为 $F(x)$, 密度函数为 $f(x)$. 若 X 与 $-X$ 有相同的分布函数, 则下列各式中正确的是_____

$$A) F(x) = F(-x);$$

$$B) F(x) = -F(-x);$$

$$C) f(x) = f(-x);$$

$$D) f(x) = -f(-x).$$

10. 已知随机变量 X 的密度函数 $f(x) = \begin{cases} Ae^{-x}, & x \geq \lambda \\ 0, & x < \lambda \end{cases}$ ($\lambda > 0$, A 为常数), 则概率 $P\{\lambda < X < \lambda + a\}$

($a > 0$) 的值_____

A) 与 a 无关, 随 λ 的增大而增大 B) 与 a 无关, 随 λ 的增大而减小

C) 与 λ 无关, 随 a 的增大而增大 D) 与 λ 无关, 随 a 的增大而减小

11. X_1, X_2 独立, 且分布率为 $(i=1, 2)$, 那么下列结论正确的是_____

A) $X_1 = X_2$ B) $P\{X_1 = X_2\} = 1$ C) $P\{X_1 = X_2\} = \frac{1}{2}$ D) 以上都不正确

12. 设离散型随机变量 (X, Y) 的联合分布律为

(X, Y)	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(2,1)	(2,2)	(2,3)
P	1/6	1/9	1/18	1/3	α	β

且 X, Y 相互独立, 则_____

$$A) \alpha = 2/9, \beta = 1/9$$

$$B) \alpha = 1/9, \beta = 2/9$$

$$C) \alpha = 1/6, \beta = 1/6$$

$$D) \alpha = 8/15, \beta = 1/18$$

13. 若 $X \sim (\mu_1, \sigma_1^2)$, $Y \sim (\mu_2, \sigma_2^2)$ 那么 (X, Y) 的联合分布为

A) 二维正态, 且 $\rho = 0$

B) 二维正态, 且 ρ 不定

C) 未必是二维正态

D) 以上都不对

14. 设 X, Y 是相互独立的两个随机变量, 它们的分布函数分别为 $F_X(x), F_Y(y)$, 则 $Z = \max\{X, Y\}$ 的分布函数是

$$A) F_Z(z) = \max\{F_X(x), F_Y(y)\}; \quad B) F_Z(z) = \max\{|F_X(x)|, |F_Y(y)|\}$$

$$C) F_Z(z) = F_X(x) \cdot F_Y(y)$$

D) 都不是

15. 下列二无函数中, _____ 可以作为连续型随机变量的联合概率密度。

$$A) f(x, y) = \begin{cases} \cos x, & -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}, 0 \leq y \leq 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

$$B) g(x, y) = \begin{cases} \cos x, & -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}, 0 \leq y \leq \frac{1}{2} \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

$$C) \varphi(x, y) = \begin{cases} \cos x, & 0 \leq x \leq \pi, 0 \leq y \leq 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

$$D) h(x, y) = \begin{cases} \cos x, & 0 \leq x \leq \pi, 0 \leq y \leq \frac{1}{2} \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

16. 掷一颗均匀的骰子 600 次, 那么出现“一点”次数的均值为_____

- A) 50 B) 100 C) 120 D) 150

17. 设 X_1, X_2, X_3 相互独立同服从参数 $\lambda = 3$ 的泊松分布, 令 $Y = \frac{1}{3}(X_1 + X_2 + X_3)$, 则

$$E(Y^2) = \underline{\hspace{2cm}}$$

- A) 1. B) 9. C) 10. D) 6.

18. 对于任意两个随机变量 X 和 Y , 若 $E(XY) = E(X) \cdot E(Y)$, 则_____

- A) $D(XY) = D(X) \cdot D(Y)$ B) $D(X+Y) = D(X) + D(Y)$
C) X 和 Y 独立 D) X 和 Y 不独立

19. 设 $X \sim P(\lambda)$ (Poisson 分布), 且 $E[(X-1)(X-2)] = 1$, 则 $\lambda =$ _____

- A) 1, B) 2, C) 3, D) 0

20. 设随机变量 X 和 Y 的方差存在且不等于 0, 则 $D(X+Y) = D(X) + D(Y)$ 是 X 和 Y 的

- A) 不相关的充分条件, 但不是必要条件; B) 独立的必要条件, 但不是充分条件;
C) 不相关的充分必要条件; D) 独立的充分必要条件

21. 设 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ 其中 μ 已知, σ^2 未知, X_1, X_2, X_3 样本, 则下列选项中不是统计量的是_____

- A) $X_1 + X_2 + X_3$ B) $\max\{X_1, X_2, X_3\}$ C) $\sum_{i=1}^3 \frac{X_i^2}{\sigma^2}$ D) $X_1 - \mu$

22. 设 $X \sim \beta(1, p)$, X_1, X_2, \dots, X_n 是来自 X 的样本, 那么下列选项中不正确的是_____

A) 当 n 充分大时, 近似有 $\bar{X} \sim N\left(p, \frac{p(1-p)}{n}\right)$

B) $P\{\bar{X} = k\} = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}, k = 0, 1, 2, \dots, n$

C) $P\{\bar{X} = \frac{k}{n}\} = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}, k = 0, 1, 2, \dots, n$

D) $P\{X_i = k\} = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}, 1 \leq i \leq n$

23. 若 $X \sim t(n)$ 那么 $\chi^2 \sim$ _____

A) $F(1, n)$

B) $F(n, 1)$

C) $\chi^2(n)$

D) $t(n)$

24. 设 X_1, X_2, \dots, X_n 为来自正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 简单随机样本, \bar{X} 是样本均值, 记

$$S_1^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2, S_2^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2, S_3^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2,$$

$S_4^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2$, 则服从自由度为 $n-1$ 的 t 分布的随机变量是_____

A) $t = \frac{\bar{X} - \mu}{S_1 / \sqrt{n-1}}$

B) $t = \frac{\bar{X} - \mu}{S_2 / \sqrt{n-1}}$

C) $t = \frac{\bar{X} - \mu}{S_3 / \sqrt{n}}$

D) $t = \frac{\bar{X} - \mu}{S_4 / \sqrt{n}}$

25. 设 $X_1, X_2, \dots, X_n, X_{n+1}, \dots, X_{n+m}$ 是来自正态总体 $N(0, \sigma^2)$ 的容量为 $n+m$ 的样本, 则统计量

$$V = \frac{m \sum_{i=1}^n X_i^2}{n \sum_{i=n+1}^{n+m} X_i^2}$$

服从的分布是_____

A) $F(m, n)$

B) $F(n-1, m-1)$

C) $F(n, m)$

D) $F(m-1, n-1)$

28. 设总体 X 服从正态分布, 又设 \bar{X} 与 S^2 分别为样本均值和样本方差, 又设

$X_{n+1} \sim N(\mu, \sigma^2)$, 且 X_{n+1} 与 X_1, X_2, \dots, X_n 相互独立, 求统计量 $\frac{X_{n+1} - \bar{X}}{S} \sqrt{\frac{n}{n+1}}$ 的分布。

29. 在天平上重复称量一重为 α 的物品, 假设各次称量结果相互独立且同服从正态分布

$N(\alpha, 0.2^2)$, 若以 \bar{X}_n 表示 n 次称量结果的算术平均值, 为使 $P(|\bar{X}_n - \alpha| < 0.1) \geq 0.95$ 成立,

求 n 的最小值应不小于的自然数?

30. 证明题 设 A, B 是两个事件, 满足 $P(B|A) = P(B|\bar{A})$, 证明事件 A, B 相互独立。

31. 证明题 设随即变量 X 的参数为 2 的指数分布, 证明 $Y = 1 - e^{-2X}$ 在区间 $(0, 1)$ 上服从均匀分布。

<数理统计>试题

一、填空题

1. 设 X_1, X_2, \dots, X_{16} 是来自总体 $X \sim N(4, \sigma^2)$ 的简单随机样本, σ^2 已知, 令

$\bar{X} = \frac{1}{16} \sum_{i=1}^{16} X_i$, 则统计量 $\frac{4\bar{X} - 16}{\sigma}$ 服从分布为_____ (必须写出分布的参数)。

2. 设 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 而 1.70, 1.75, 1.70, 1.65, 1.75 是从总体 X 中抽取的样本, 则 μ 的矩估计值为_____。

3. 设 $X \sim U[a, 1]$, X_1, \dots, X_n 是从总体 X 中抽取的样本, 求 a 的矩估计为_____。

4. 已知 $F_{0.1}(8, 20) = 2$, 则 $F_{0.9}(20, 8) =$ _____。

5. $\hat{\theta}$ 和 $\hat{\beta}$ 都是参数 a 的无偏估计, 如果有 _____ 成立, 则称 $\hat{\theta}$ 是比 $\hat{\beta}$ 有效的估计。

6. 设样本的频数分布为

X	0	1	2	3	4
频数	1	3	2	1	2

则样本方差 $s^2 =$ _____。

7. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, X_1, X_2, \dots, X_n 为来自总体 X 的样本, \bar{X} 为样本均值, 则 $D(\bar{X}) =$ _____。

8. 设总体 X 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, 其中 μ 未知, X_1, X_2, \dots, X_n 为其样本。若假设检验问题为 $H_0: \sigma^2 = 1 \leftrightarrow H_1: \sigma^2 \neq 1$, 则采用的检验统计量应_____。

9. 设某个假设检验问题的拒绝域为 W , 且当原假设 H_0 成立时, 样本值 (x_1, x_2, \dots, x_n) 落入 W 的概率为 0.15, 则犯第一类错误的概率为_____。

10. 设样本 X_1, X_2, \dots, X_n 来自正态总体 $N(\mu, 1)$, 假设检验问题为: $H_0: \mu = 0 \leftrightarrow H_1: \mu \neq 0$, 则在 H_0 成立的条件下, 对显著水平 α , 拒绝域 W 应为_____。

11. 设总体服从正态分布 $N(\mu, 1)$, 且 μ 未知, 设 X_1, \dots, X_n 为来自该总体的一个样本, 记

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i, \text{ 则 } \mu \text{ 的置信水平为 } 1-\alpha \text{ 的置信区间公式是 } \underline{\hspace{2cm}}; \text{ 若已知 } 1-\alpha = 0.95,$$

则要使上面这个置信区间长度小于等于 0.2, 则样本容量 n 至少要取 。

12. 设 X_1, X_2, \dots, X_n 为来自正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的一个简单随机样本, 其中参数 μ 和 σ^2 均

$$\text{未知, 记 } \bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i, \quad Q^2 = \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2, \text{ 则假设 } H_0: \mu = 0 \text{ 的 } t \text{ 检验使用的统计}$$

量是 。(用 \bar{X} 和 Q 表示)

13. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 且 μ 已知、 σ^2 未知, 设 X_1, X_2, X_3 是来自该总体的一个样本,

则 $\frac{1}{3}(X_1 + X_2 + X_3) + \sigma^2$, $X_1 + 2\mu X_2 + 3\sigma X_3$, $X_1^2 + X_2^2 + X_3^2 - \mu$, $X_{(1)} + 2\mu$ 中是统计量的有 。

14. 设总体 X 的分布函数 $F(x)$, 设 X_1, X_2, \dots, X_n 为来自该总体的一个简单随机样本,

则 X_1, X_2, \dots, X_n 的联合分布函数 。

15. 设总体 X 服从参数为 p 的两点分布, p ($0 < p < 1$) 未知。设 X_1, \dots, X_n 是

来自该总体的一个样本, 则 $\sum_{i=1}^n X_i, \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2, X_n - 6, \max_{1 \leq i \leq n} \{X_i\}, X_n + pX_1$ 中是统计量的有 。

16. 设总体服从正态分布 $N(\mu, 1)$, 且 μ 未知, 设 X_1, \dots, X_n 为来自该总体的一个样本, 记

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i, \text{ 则 } \mu \text{ 的置信水平为 } 1-\alpha \text{ 的置信区间公式是 } \underline{\hspace{2cm}}。$$

17. 设 $X \sim N(\mu_X, \sigma_X^2)$, $Y \sim N(\mu_Y, \sigma_Y^2)$, 且 X 与 Y 相互独立, 设 X_1, \dots, X_m 为来自总体

X 的一个样本; 设 Y_1, \dots, Y_n 为来自总体 Y 的一个样本; S_X^2 和 S_Y^2 分别是其无偏样本方差,

则 $\frac{S_X^2 / \sigma_X^2}{S_Y^2 / \sigma_Y^2}$ 服从的分布是 。

18. 设 $X \sim N(\mu, 0.3^2)$, 容量 $n = 9$, 均值 $\bar{X} = 5$, 则未知参数 μ 的置信度为 0.95 的置信区间是 (查表 $Z_{0.025} = 1.96$)

19. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, X_1, X_2, \dots, X_n 为来自总体 X 的样本, \bar{X} 为样本均值, 则 D

$(\bar{X}) =$ _____。

21. 设 X_1, X_2, \dots, X_n 是来自正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的简单随机样本, μ 和 σ^2 均未知, 记

$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$, $\theta^2 = \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$, 则假设 $H_0: \mu = 0$ 的 t 检验使用统计量 T
=_____。

22. 设 $\bar{X} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m X_i$ 和 $\bar{Y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i$ 分别来自两个正态总体 $N(\mu_1, \sigma_1^2)$ 和 $N(\mu_2, \sigma_2^2)$ 的样本

均值, 参数 μ_1 , μ_2 未知, 两正态总体相互独立, 欲检验 $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$, 应用_____检验
法, 其检验统计量是_____。

23. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, μ, σ^2 为未知参数, 从 X 中抽取的容量为 n 的样本均值记为 \bar{X} ,
修正样本标准差为 S_n^* , 在显著性水平 α 下, 检验假设 $H_0: \mu = 80$, $H_1: \mu \neq 80$ 的拒绝域
为_____, 在显著性水平 α 下, 检验假设 $H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2$ (σ_0 已知), $H_1: \sigma_1 \neq \sigma_0^2$ 的
拒绝域为_____。

25. 设总体 $X \sim U[0, \theta]$, (X_1, X_2, \dots, X_n) 是来自 X 的样本, 则 θ 的最大似然估计量
是_____。

26. 设总体 $X \sim N(\mu, 0.9^2)$, X_1, X_2, \dots, X_9 是容量为 9 的简单随机样本, 均值 $\bar{x} = 5$, 则
未知参数 μ 的置信水平为 0.95 的置信区间是_____。

27. 测得自动车床加工的 10 个零件的尺寸与规定尺寸的偏差 (微米) 如下:

+2, +1, -2, +3, +2, +4, -2, +5, +3, +4

则零件尺寸偏差的数学期望的无偏估计量是_____

28. 设 X_1, X_2, X_3, X_4 是来自正态总体 $N(0, 2^2)$ 的样本, 令 $Y = (X_1 + X_2)^2 + (X_3 - X_4)^2$,

则当 $C =$ _____时 $CY \sim \chi^2(2)$ 。

29. 设容量 $n = 10$ 的样本的观察值为 (8, 7, 6, 9, 8, 7, 5, 9, 6), 则样本均值=_____,
样本方差=_____

30. 设 X_1, X_2, \dots, X_n 为来自正态总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ 的一个简单随机样本, 则样本均值

$$X = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \text{ 服从 } \underline{\hspace{2cm}}$$

二、选择题

1. X_1, X_2, \dots, X_{16} 是来自总体 $X \sim N(0,1)$ 的一部分样本，设：

$$Z = X_1^2 + \dots + X_8^2 \quad Y = X_9^2 + \dots + X_{16}^2, \text{ 则 } \frac{Z}{Y} \sim (\quad)$$

(A) $N(0,1)$ (B) $t(16)$ (C) $\chi^2(16)$ (D) $F(8,8)$

2. 已知 X_1, X_2, \dots, X_n 是来自总体的样本，则下列是统计量的是 ()

(A) $X + \bar{X} + A$ (B) $\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n X_i^2$ (C) $\bar{X} + a + 10$ (D) $\frac{1}{3} \bar{X} + a \bar{X}_1 + 5$

3. 设 X_1, \dots, X_8 和 Y_1, \dots, Y_{10} 分别来自两个相互独立的正态总体 $N(-1, 2^2)$ 和 $N(2, 5)$ 的样本，

S_1^2 和 S_2^2 分别是其样本方差，则下列服从 $F(7, 9)$ 的统计量是 ()

(A) $\frac{2S_1^2}{5S_2^2}$ (B) $\frac{5S_1^2}{4S_2^2}$ (C) $\frac{4S_1^2}{5S_2^2}$ (D) $\frac{5S_1^2}{2S_2^2}$

4. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ， X_1, \dots, X_n 为抽取样本，则 $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$ 是 ()

(A) μ 的无偏估计 (B) σ^2 的无偏估计 (C) μ 的矩估计 (D) σ^2 的矩估计

5. 设 X_1, \dots, X_n 是来自总体 X 的样本，且 $EX = \mu$ ，则下列是 μ 的无偏估计的是 ()

(A) $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n-1} X_i$ (B) $\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n X_i$ (C) $\frac{1}{n} \sum_{i=2}^n X_i$ (D) $\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n-1} X_i$

6. 设 X_1, X_2, \dots, X_n 为来自正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的一个样本，若进行假设检验，当_____时，

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S / \sqrt{n}}$$

一般采用统计量_____

(A) μ 未知，检验 $\sigma^2 = \sigma_0^2$

(B) μ 已知，检验 $\sigma^2 = \sigma_0^2$

(C) σ^2 未知，检验 $\mu = \mu_0$

(D) σ^2 已知，检验 $\mu = \mu_0$

7. 在单因子方差分析中，设因子 A 有 r 个水平，每个水平测得一个容量为 m_i 的样本，则下

列说法正确的是_____

(A) 方差分析的目的是检验方差是否相等

(B) 方差分析中的假设检验是双边检验

(C) 方差分析中 $S_e = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^{m_i} (y_{ij} - \bar{y}_{i.})^2$ 包含了随机误差外, 还包含效应间的差异

(D) 方差分析中 $S_A = \sum_{i=1}^r m_i (\bar{y}_{i.} - \bar{y})^2$ 包含了随机误差外, 还包含效应间的差异

8. 在一次假设检验中, 下列说法正确的是_____

(A) 既可能犯第一类错误也可能犯第二类错误

(B) 如果备择假设是正确的, 但作出的决策是拒绝备择假设, 则犯了第一类错误

(C) 增大样本容量, 则犯两类错误的概率都不变

(D) 如果原假设是错误的, 但作出的决策是接受备择假设, 则犯了第二类错误

9. 对总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ 的均值 μ 和作区间估计, 得到置信度为 95% 的置信区间, 意义是指这个区间_____

(A) 平均含总体 95% 的值

(B) 平均含样本 95% 的值

(C) 有 95% 的机会含样本的值

(D) 有 95% 的机会含 μ 的值

10. 在假设检验问题中, 犯第一类错误的概率 α 的意义是 ()

(A) 在 H_0 不成立的条件下, 经检验 H_0 被拒绝的概率

(B) 在 H_0 不成立的条件下, 经检验 H_0 被接受的概率

(C) 在 H_0 成立的条件下, 经检验 H_0 被拒绝的概率

(D) 在 H_0 成立的条件下, 经检验 H_0 被接受的概率

11. 设总体 X 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, X_1, X_2, \dots, X_n 是来自 X 的样本, 则 σ^2 的最大似然估计为_____

(A) $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$ (B) $\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$ (C) $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2$ (D) \bar{X}^2

12. X 服从正态分布, $EX = -1$, $EX^2 = 5$, (X_1, \dots, X_n) 是来自总体 X 的一个样本, 则

$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ 服从的分布为_____。

- (A) $N(-1, 5/n)$ (B) $N(-1, 4/n)$ (C) $N(-1/n, 5/n)$ (D) $N(-1/n, 4/n)$

13. 设 X_1, X_2, \dots, X_n 为来自正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的一个样本, 若进行假设检验, 当_____

$$U = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}$$

时, 一般采用统计量

- (A) μ 未知, 检验 $\sigma^2 = \sigma_0^2$ (B) μ 已知, 检验 $\sigma^2 = \sigma_0^2$
(C) σ^2 未知, 检验 $\mu = \mu_0$ (D) σ^2 已知, 检验 $\mu = \mu_0$

14. 在单因子方差分析中, 设因子 A 有 r 个水平, 每个水平测得一个容量为 m_i 的样本, 则下列说法正确的是_____

- (A) 方差分析的目的是检验方差是否相等
(B) 方差分析中的假设检验是双边检验

(C) 方差分析中 $S_e = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^{m_i} (y_{ij} - \bar{y}_{i.})^2$ 包含了随机误差外, 还包含效应间的差异

(D) 方差分析中 $S_A = \sum_{i=1}^r m_i (\bar{y}_{i.} - \bar{y})^2$ 包含了随机误差外, 还包含效应间的差异

15. 在一次假设检验中, 下列说法正确的是_____

- (A) 第一类错误和第二类错误同时都要犯
(B) 如果备择假设是正确的, 但作出的决策是拒绝备择假设, 则犯了第一类错误
(C) 增大样本容量, 则犯两类错误的概率都要变小
(D) 如果原假设是错误的, 但作出的决策是接受备择假设, 则犯了第二类错误

16. 设 $\hat{\theta}$ 是未知参数 θ 的一个估计量, 若 $E\hat{\theta} \neq \theta$, 则 $\hat{\theta}$ 是 θ 的_____

- (A) 极大似然估计 (B) 矩法估计 (C) 相合估计 (D) 有偏估计

17. 设某个假设检验问题的拒绝域为 W , 且当原假设 H_0 成立时, 样本值 (x_1, x_2, \dots, x_n) 落入 W 的概率为 0.15, 则犯第一类错误的概率为_____。

- (A) 0.1 (B) 0.15 (C) 0.2 (D) 0.25

18. 在对单个正态总体均值的假设检验中, 当总体方差已知时, 选用_____

- (A) t 检验法 (B) u 检验法 (C) F 检验法 (D) χ^2 检验法

19. 在一个确定的假设检验中, 与判断结果相关的因素有_____

- (A) 样本值与样本容量 (B) 显著性水平 α (C) 检验统计量 (D) A, B, C 同时成立

20. 对正态总体的数学期望 μ 进行假设检验, 如果在显著水平 0.05 下接受 $H_0: \mu = \mu_0$, 那

么在显著水平 0.01 下, 下列结论中正确的是_____

- (A) 必须接受 H_0 (B) 可能接受, 也可能拒绝 H_0
(C) 必拒绝 H_0 (D) 不接受, 也不拒绝 H_0

21. 设 X_1, X_2, \dots, X_n 是取自总体 X 的一个简单样本, 则 $E(X^2)$ 的矩估计是_____

- (A) $S_1^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$ (B) $S_2^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$
(C) $S_1^2 + \bar{X}^2$ (D) $S_2^2 + \bar{X}^2$

22. 总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, σ^2 已知, $n \geq$ _____ 时, 才能使总体均值 μ 的置信水平为 0.95 的置信区间长不大于 L

- (A) $15 \sigma^2 / L^2$ (B) $15.3664 \sigma^2 / L^2$ (C) $16 \sigma^2 / L^2$ (D) 16

23. 设 X_1, X_2, \dots, X_n 为总体 X 的一个随机样本, $E(X) = \mu, D(X) = \sigma^2$,

$\hat{\theta}^2 = C \sum_{i=1}^{n-1} (X_{i+1} - X_i)^2$ 为 σ^2 的无偏估计, $C =$ _____

- (A) $1/n$ (B) $1/n-1$ (C) $1/2(n-1)$ (D) $1/n-2$

24. 设总体 X 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, X_1, X_2, \dots, X_n 是来自 X 的样本, 则 σ^2 的最大似然估计为

- (A) $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$ (B) $\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$ (C) $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2$ (D) \bar{X}^2

29. 设 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 其中 μ 已知, σ^2 未知, X_1, X_2, X_3, X_4 为其样本, 下列各项不是统计量的是_____

- (A) $\bar{X} = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 X_i$ (B) $X_1 + X_4 - 2\mu$
(C) $K = \frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^4 (X_i - \bar{X})^2$ (D) $S^2 = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^4 (X_i - \bar{X})$

30. 设 $\xi \sim N(\mu, \sigma^2)$, 其中 μ 已知, σ^2 未知, X_1, X_2, X_3 为其样本, 下列各项不是

统计量的是 ()

- (A) $\frac{1}{\sigma^2}(X_1^2 + X_2^2 + X_3^2)$ (B) $X_1 + 3\mu$
(C) $\max(X_1, X_2, X_3)$ (D) $\frac{1}{3}(X_1 + X_2 + X_3)$

三、计算题

1. 已知某随机变量 X 服从参数为 λ 的指数分布, 设 X_1, X_2, \dots, X_n 是子样观察值, 求 λ 的极大似然估计和矩估计。

2. 某车间生产滚珠, 从某天生产的产品中抽取 6 个, 测得直径为: 14.6 15.1 14.9
14.8 15.2 15.1 已知原来直径服从 $N(\mu, 0.06)$, 求: 该天生产的滚珠直径的置信区间。

给定 ($\alpha = 0.05$, $Z_{0.05} = 1.645$, $Z_{0.025} = 1.96$)

3. 某包装机包装物品重量服从正态分布 $N(\mu, 4^2)$ 。现在随机抽取 16 个包装袋, 算得平均包装袋重为 $\bar{x} = 900$, 样本均方差为 $S^2 = 2$, 试检查今天包装机所包物品重量的方差是否有变化? ($\alpha = 0.05$) ($\chi_{0.975}^2(15) = 6.262$, $\chi_{0.025}^2(15) = 27.488$)

4. 设某随机变量 X 的密度函数为 $f(x) = \begin{cases} (\lambda + 1)x^\lambda & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$ 求 λ 的极大似然估计。

5. 某车间生产滚珠, 从长期实践可以认为滚珠的直径服从正态分布, 且直径的方差为

$\sigma^2 = 0.04$, 从某天生产的产品中随机抽取 9 个, 测得直径平均值为 15 毫米, 试对 $\alpha = 0.05$

求出滚珠的平均直径的区间估计。($Z_{0.05} = 1.645$, $Z_{0.025} = 1.96$)

6. 某种动物的体重服从正态分布 $N(\mu, 9)$, 今抽取 9 个动物考察, 测得平均体重为 51.3 公斤,

问: 能否认为该动物的体重平均值为 52 公斤。($\alpha = 0.05$) ($Z_{0.05} = 1.645$, $Z_{0.025} = 1.96$)

8. 某矿地矿石含少量元素服从正态分布, 现在抽样进行调查, 共抽取 12 个子样算得 $S = 0.2$, 求 σ 的置信区间 ($\alpha = 0.1$, $\chi_{\frac{\alpha}{2}}^2(11) = 19.68$, $\chi_{1-\frac{\alpha}{2}}^2(11) = 4.57$)

10. 某出租车公司欲了解: 从金沙车站到火车北站乘租车的时间。

随机地抽查了 9 辆出租车, 记录其从金沙车站到火车北站的时间, 算得 $\bar{x} = 20$ (分钟), 无

偏方差的标准差 $s = 3$ 。若假设此样本来自正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$, 其中 μ, σ^2 均未知, 试求 σ

的置信水平为 0.95 的置信下限。

17. 设总体 X 在 $(0, \theta)$ ($\theta > 0$) 上服从均匀分布, X_1, \dots, X_n 为其一个

样本, 设 $X_{(n)} = \max\{X_1, \dots, X_n\}$

(1) $X_{(n)}$ 的概率密度函数 $p_n(x)$ (2) 求 $E[X_{(n)}]$

20. 某大学从来自 A, B 两市的新生中分别随机抽取 5 名与 6 名新生, 测其身高 (单位: cm)

后算得 $\bar{x} = 175.9$, $\bar{y} = 172.0$; $s_1^2 = 11.3$, $s_2^2 = 9.1$ 。假设两市新生身高分别服从正态分布

$X \sim N(\mu_1, \sigma^2)$, $Y \sim N(\mu_2, \sigma^2)$ 其中 σ^2 未知。试求 $\mu_1 - \mu_2$ 的置信度为 0.95 的置信区间。

($t_{0.025}(9) = 2.2622$, $t_{0.025}(11) = 2.2010$)