1、报童沿街向行人兜售报纸. 设每位行人买报的概率为0.2, 且他们买报与否是相互独立的. 求报童在向100位行人兜售之后, 卖掉15~30份报纸的概率.

解 记 $X_i=\begin{cases}1, & 第i人买报纸\\ 0, & 第i人不买报纸\end{cases}$

则Xi～B(1, 0.2), E(Xi)=0.2, D(Xi)=0.16, i=1, 2,…, 100.

于是

$$P\{15<\sum_{i=1}^{100}X_i<30\}=P\{-\frac{5}{4}<\frac{\sum_{i=1}^{100}X_i-20}{4}<\frac{10}{4}\}$$

$$=\phi(2.5)-\phi(-1.25)=\phi(2.5)+\phi(1.25)-1$$

$$=0.99379+0.89435-1=0.88814$$

2. 随机地选取两组学生, 分别在两个实验室里测量某种化合物的PH值, 每组80人. 假定各人测量的结果是随机变量,它们相互独立, 且服从同一分布, 数学期望为5, 方差为0.3, 以 $\overline{X}$, $\overline{Y}$ 分别表示第一组和第二组所得结果的算术平均, 求: (1) $P\{4.9<\overline{X}<5.1\}$; (2) $P\{-0.1<\overline{X}-\overline{Y}<0.1\}$.

解 (1)$P\{4.9<\overline{X}<5.1\}=P\{|\frac{\overline{X}-5}{\sqrt{0.3/80}}|<\frac{0.1}{\sqrt{0.3/80}}\}$

$$\approx 2\Phi(\frac{0.1}{\sqrt{0.3/80}})-1$$

$$=2\Phi(1.63)-1=0.8969$$

(2) 由 $\overline{X} \overset{近似地}{\sim} N(5,0.00375)$，$\overline{Y} \overset{近似地}{\sim} N(5,0.00375)$

得 $\overline{X}-\overline{Y} \overset{近似地}{\sim} N(0,0.0075)$

$$P\{-0.1<\overline{X}-\overline{Y}<0.1\}=P\{|\frac{\overline{X}-\overline{Y}}{\sqrt{0.0075}}|<\frac{0.1}{\sqrt{0.0075}}\}$$

$$\approx 2\Phi(\frac{0.1}{\sqrt{0.0075}})-1$$

$$=2\Phi(1.15)-1=0.7498$$

3、设X1, X2,…,Xn相互独立，均服从参数为2的指数分布，则 $Y_n=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i^2$ 依概率收敛于________.

解　由于独立同分布序列均值收敛到自身的数学期望，而 E(Xi2) = D(Xi) + E2(Xi) = 1/2，故，应填“1/2”.

4. 一部件包括10部分，每部分的长度是一个随机变量，它们相互独立，且服从同一分布，其数学期望为2mm，均方差为0.05mm．规定总长度为(20±0.1)mm时产品合格，试求产品合格的概率.

解　记X=“总长度”，Xi=“第i部分长度”

由已知，Xi独立同分布，且X=X1+X2+…+X10

于是，$(X-10\times2)/(\sqrt{10},0.05)$近似服从标准正态分布.

$$P\{产品合格\}=P\left\{\ |X-20|<0.1\ \right\}$$

$$=P\left\{|\frac{X-20}{\sqrt{10}\times0.05}|<\frac{0.1}{\sqrt{10}\times0.05}\right\}$$

$$=2\phi(0.63)-1=0.4714$$

5、已知某厂生产的晶体管的寿命服从均值为100小时的指数分布，现在从该厂的产品中随机地抽取64只，求这64只晶体管的寿命总和超过7000小时的概率.（假定这些晶体管的寿命是相互独立的.）

解　记第i只晶体管的寿命为Xi，则Xi～E(1/100).

所以，E(Xi)=100，D(Xi)=10000，i=1, 2,…, 64

于是

$$P\{\sum_{i=1}^{64} X_i > 7000\} = P\{\frac{\sum_{i=1}^{64} X_i - 64\times 100}{\sqrt{64}\times 100} > \frac{7000-6400}{800}\}$$

$$=1-\phi(0.75)=1-0.77337=0.22663$$

6. (1)一个复杂系统由100个相互独立起作用的部件组成. 在整个运行期间，每个部件损坏的概率为0.1，为使整个系统起作用，至少须有85个部件正常工作，求整个系统起作用的概率.

(2)一个复杂系统由n个相互独立起作用的部件组成，每个部件的可靠性为0.9，且至少须有80%的部件工作才能使整个系统正常工作. 问n至少为多大才能使系统的可靠性不低于0.95.

解 (1) 记X＝“100个部件损坏的件数”，则X～B(100,0.1)

$$P\{X<15\} = P\{\frac{X-10}{3} < \frac{5}{3}\} \approx \Phi(1.67) = 0.9525$$

(2) P{X>0.8n}＝ $P\{\frac{X-0.9n}{\sqrt{0.09n}} > -\frac{0.1n}{\sqrt{0.09n}}\} \approx \Phi(\frac{0.1n}{\sqrt{0.09n}}) \ge 0.95$

$\frac{0.1n}{\sqrt{0.09n}} \ge 1.65$　所以，n≥24.5，即n至少为25.