

1

解 X 可取0, 1, 2, 3, Y 可取1, 3. 且 $Y=1$ 对应 $X=1$ 或 $X=2$,
 $Y=3$ 对应 $X=0$ 或 $X=3$. 所以, (X,Y) 的分布律为:

$$P\{X=0,Y=3\}=P\{X=0\}=1/8$$

$$P\{X=3,Y=3\}=P\{X=3\}=1/8$$

$$P\{X=1,Y=1\}=P\{X=1\}=3/8$$

$$P\{X=2,Y=1\}=P\{X=2\}=3/8$$

或写成:

(X,Y)	(0,3)	(1,1)	(2,1)	(3,3)
P	1/8	3/8	3/8	1/8

2

解 X,Y 可取-1, 1, 所以, (X,Y) 的分布律为:

$$P\{X=-1,Y=-1\}=P\{U\leq -1\}=1/4$$

$$P\{X=-1,Y=1\}=P\{U\leq -1\text{且}U<1\}=0$$

$$P\{X=1,Y=-1\}=P\{-1<U\leq 1\}=1/2$$

$$P\{X=1,Y=1\}=P\{U<1\}=1/4$$

或写成:

(X,Y)	$(-1,-1)$	$(1,-1)$	$(1,1)$
P	1/4	1/2	1/4

Y	-1	1
X		
-1	1/4	0
1	1/2	1/4

3

解 由于 $P\{X=0\}=0.4$, $P\{X=1\}=0.6$, 所以

$$P\{X=0, Y=j\}=P\{Y=j|X=0\}P\{X=0\}=0.4P\{Y=j|X=0\}$$

$$P\{X=1, Y=j\}=P\{Y=j|X=1\}P\{X=1\}=0.6P\{Y=j|X=1\}$$

所以, (X, Y) 的分布律为:

X \ Y	1	2	3
0	$1/10$	$1/5$	$1/10$
1	$3/10$	$1/10$	$1/5$

4

解 由于 $P\{Y=1|X=0\}=P\{X=0, Y=1\}/P\{X=0\}$

$$=b/(2/25+b)=3/5$$

所以, $b=3/25$.

又由于 $\sum p_{ij}=1$, 所以, $a=14/25$.

即, $a=14/25$, $b=3/25$.

5

解 $P\{\max(X, Y) \geq 0\}=P\{X \geq 0 \text{ 或 } Y \geq 0\}$

$$=P\{X \geq 0\}+P\{Y \geq 0\}-P\{X \geq 0, Y \geq 0\}$$

$$=4/7+4/7-3/7=5/7$$

6

解 (1) 由于

$$1 = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) dx dy = a \int_{-1}^1 dx \int_{x^2}^1 x^2 y dy = \frac{a}{2} \int_{-1}^1 x^2 (1 - x^4) dx = \frac{4a}{21}$$

所以, $a = 21/4$.

$$(2) P\{X < 0.5\} = \frac{21}{4} \int_{0.5}^1 dx \int_{x^2}^1 x^2 y dy = 0.3936$$

621/1024, 此处的积分区间为-1 到 0.5.

$$P\{Y < 0.5\} = \frac{21}{4} \int_{0.5}^1 dy \int_{-\sqrt{y}}^{\sqrt{y}} x^2 y dx = 0.9116$$

根号 2/16, 此处的积分区间为-1 到 0.5.