

山东科技大学 2022-2023学年第一学期期末考试

《概率论与数理统计》卷

班级_____学号_____姓名_____

题号	一	二	三	总分
得分				

一、填空题（每空 4 分，共 44 分）

1. 已知 $P(B) = 0.3$, $P(A \cup B) = 0.7$, 且 A 与 B 相互独立, 则

$P(A) =$ _____。

2. 设随机变量 X 服从参数为二项分布, 且 $P\{X = 0\} = \frac{1}{2}$,

则 $p =$ _____。

3. 设 $X \sim N(3, \sigma^2)$, 且 $P\{X < 0\} = 0.1$, 则 $P\{3 < X < 6\} =$ _____

4. 设事件 A 与 B 独立, A 与 B 都不发生的概率为 $\frac{1}{9}$, A 发生且 B 不发生的概率与 B 发生且 A 不发生的概率相等, 则 A 发生的概率为: _____;

5. 已知随机变量 X 服从自由度为 n 的 t 分布, 则随机变量 X^2 服从的分布是_____。

6. 设 $X \sim B(200, 0.01)$ 且 X 与 Y 相互独立, 则

$D(2X-3Y) =$ _____, $\text{COV}(2X-3Y, X) =$ _____;

7. 设 X_1, X_2, \dots, X_5 是总体 $X \sim N(0, 1)$ 的简单随机样本, 则当

$$k = \underline{\hspace{2cm}} \text{ 时, } Y = \frac{k(X_1 + X_2)}{\sqrt{X_3^2 + X_4^2 + X_5^2}} \sim t(3);$$

8、设总体 $X \sim U(0, \theta)$ $\theta > 0$ 为未知参数, X_1, X_2, \dots, X_n 为其样本,

$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ 为样本均值, 则 θ 的矩估计量为: $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

9、设样本 X_1, X_2, \dots, X_9 来自正态总体 $N(a, 1.44)$, 计算得样本观察值 $\bar{x} = 10$, 求参数 a 的置信度为 95% 的置信区间上限是 $\underline{\hspace{2cm}}$; 置信区间下限是 $\underline{\hspace{2cm}}$;

二、计算题 (共 36 分)

1、(12 分) 已知 $R.V.(\xi, \eta)$ 有联合分布密度

$$p(x, y) = \begin{cases} kxy & 0 < x < 2, 0 < y < 3 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

试求未知量 k 以及边缘分布密度, 并考察 ξ 与 η 的独立性

2、(12 分) 已知 $R.V.\xi \sim N(10, 4)$. 试求概率 $P\{\xi < -2.8\}$,

$$P\{\xi > 11\}, P\{9 < \xi < 13\}$$

3、(12 分) 设总体 ξ 有分布密度

$$p(x) = \begin{cases} \theta x^{\theta-1} & 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

其中 $\theta > 0$ 是待估参数,

(0.11 ,0.24 ,0.09 ,0.43 ,0.07 ,0.38)为样本

(ξ_1 , ξ_2 , ..., ξ_6)的样本值,试求 θ 的矩估计量以及相应的矩估计值与最大似然估计。

三、应用题（共 20 分）

某种食品在技术处理前后分别取样，分析其脂肪的质量浓度（简称含脂率）（%）分别为

	0.19	0.18	0.21	0.30	0.66	
处理前 (ξ):	0.42	0.08	0.12	0.30	0.27	
	0.15	0.13	0.24	0.24	0.08	0.20
处理后 (ξ):	0.00	0.07	0.19	0.04	0.12	

假定技术处理前后该食品含脂率均服从正态分布，且方差不变，

即 $\xi \sim N(\mu_1, \sigma^2)$, $\eta \sim N(\mu_2, \sigma^2)$. 试在显著性水平 $\alpha = 0.05$ 下，

考察以下问题

- 1、技术处理前后该类食品含脂率有无显著变化？（10 分）
- 2、对该类食品进行技术处理后其含脂率是否明显降低？（10 分）