

## 2010 级微积分(上)期末考试参考答案

## 一. 计算下列各题

1. 0; 2.  $x - \tan x + \sec x + C$ ; 3.  $\frac{x^2+1}{2} \arctan x - \frac{x}{2} + C$ ; 4.  $2 - \frac{\pi}{2}$ ; 5. 18;  
6.  $\frac{\pi}{2}$ ; 7.  $\frac{1}{p+1}$ ; 8. 8a; 9. 12; 10.  $\frac{\pi}{3}, \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

三. 定义域:  $x \neq 1$ ;  $f'(x) = \frac{(x+1)(x-3)}{4(x-1)^2}$ ; 驻点:  $x = -1, 3$ ;

单调区间: 当  $x \in (-\infty, -1) \cup (3, +\infty)$ , 递增, 当  $x \in (-1, 1) \cup (1, 3)$ , 递减;

$f''(x) = \frac{2}{(x-1)^3}$ , 当  $x \in (-\infty, 1)$ , 下凹; 当  $x \in (1, +\infty)$ , 上凹, 无拐点;

渐近线:  $x = 1, y = \frac{1}{4}x - \frac{5}{4}$ .

## 2011 级微积分(上)期末考试参考答案

## 一. 填空

1.  $\frac{1}{3}$ ; 2.  $a = -1, b = e^3$ ; 3. 6; 4.  $a = 4, b = -5$ ; 5.  $\frac{1}{2}$ ; 6.  $\ln 2$ ; 7.  $\frac{\pi}{2}$ ;  
8.  $\frac{1}{e} - 1$ .

## 二. 计算下列各题

1. 0; 2.  $x - \tan x + \sec x + C$ ; 3.  $\frac{x}{2}\sqrt{a^2+x^2} + \frac{a^2}{2}\ln(x+\sqrt{a^2+x^2}) + C$ ; 4.  $\frac{4}{9}(2e^3+1)$ ;  
5.  $\frac{\sqrt{2}\pi}{4}$ ; 6.  $e^{-x}(-x^2+195x-9406)$ ; 7.  $3x+y+5=0$ ; 8.  $\frac{4}{3}$ .

三. 定义域:  $x \neq 1$ ;  $f'(x) = \frac{(x+1)^2(x-5)}{(x-1)^3}$ ; 驻点:  $x = -1, 5$ ;

单调区间: 当  $x \in (-\infty, 1) \cup (5, +\infty)$  时递增, 当  $x \in (1, 5)$  时递减; 当  $x = 5$  时取得最小值;

$f''(x) = \frac{24(x+1)}{(x-1)^4}$ , 当  $x \in (-\infty, -1)$  时下凹; 当  $x \in (-1, 1) \cup (1, +\infty)$  时上凹, 拐点为  $(-1, 0)$ ;

渐近线:  $x = 1, y = x + 5$ .

$$\text{四. } \phi'(x) = \begin{cases} \frac{xf(x) - \int_0^x f(t)dt}{x^2}, & x \neq 0, \\ 1, & x = 0. \end{cases} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \phi'(x) = \phi'(0) = 1.$$

五. 设切点为  $(x_0, y_0)$ , 由题意 
$$\begin{cases} x_0 + y_0 = 5, \\ y_0 = px_0^2 + qx_0, \\ x_0 = -(1+q)/(2p) \end{cases}, \Rightarrow p = -(1+q)^2/20.$$

又抛物线与  $x$  轴的交点为  $x_1 = -q/p$ , 所以  $S(q) = \int_0^{x_1} (px^2 + qx)dx = \frac{q^3}{6p^2} = \frac{200q^3}{3(1+q)^4}$ ,

$S'(q) = \frac{200q^2(3-q)}{3(1+q)^5}$ . 故当  $q = 3, p = -4/5$  时,  $S(q)$  取得最大值, 最大值为  $225/32$ ,

## 2012 级微积分(上)期末考试参考答案

### 一. 填空

1.  $\frac{1}{2}$ ; 2.  $\frac{2}{3}$ ; 3.  $2 - \frac{\pi}{2}$ ; 4.  $\frac{\pi}{4}$ ; 5.  $\underline{x - 2y + 2z = 9}$ ; 6.  $\underline{\frac{x^2}{4}(2\ln x - 1) + C}$ ; 7.  $\frac{1}{2}$ ; 8.  $\underline{-1}$ ; 9.  $\underline{(-\infty, -1) \cup (3, +\infty)}$ ; 10.  $\underline{\frac{1}{1+x^2}dx}$ .

### 二. 计算下列各题

1.  $\underline{y = 0, y = x}$ ; 2.  $\underline{\frac{1}{2} \arctan(2 \tan x) + C}$ ; 3.  $\underline{\frac{x}{\sqrt{1-x^2}} \arcsin x + \ln \sqrt{1-x^2} + C}$ ;  
4.  $\underline{\frac{\sqrt{2}}{2}}$ ; 5.  $\underline{c = \frac{5}{2}}$ ; 6.  $\underline{y^{(n)} = \frac{(-1)^n(n-2)!}{x^{n-1}} (n > 2)}$ ; 7.  $\underline{9}$ ; 8.  $\underline{\frac{\pi}{3}, (-5, 3, -4)}$ .

四. 由假设可得  $c = 0, a + b = 2$ , 从联立方程 
$$\begin{cases} y = ax^2 + bx, \\ y = -x^2 + 2x \end{cases}$$
 可得两抛物线交点的横

坐标为  $x_0 = \frac{a}{1+a}$ . 所以  $S(a) = \int_0^{x_0} [(ax^2 + bx) - (-x^2 + 2x)]dx = -\frac{a^3}{6(1+a)^2}$ ,

$S'(a) = -\frac{a^2(3+a)}{(1+a)^3}$ . 故当  $a = -3, b = -5$  时,  $S(a)$  取得最小值.