南京大学　电子科学与工程学院　全日制统招本科生

《大学物理Ⅰ》期末考试试卷

参考答案

一.（10 分）某理想气体在平衡温度T_2时的最概然速率与它在平衡温度T_1时的均方根速率相等，（1）求$\frac{T_2}{T_1}$；（2）如果已知这种气体的压强p和密度ρ，请给出其均方根速率表达式。

解:（1）理想气体在一定温度T时的最可几速率和均方根速率分别为:

$$v_p=\sqrt{\frac{2RT}{M}};$$

$$\sqrt{\overline{v^2}}=\sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

据题意:

$$\sqrt{\frac{2RT_2}{M}}=\sqrt{\frac{3RT_1}{M}}$$

得到:$\frac{\mathrm{T}_2}{\mathrm{T}_1}=\frac{3}{2}$

（2）由理想气体状态方程

$$\mathrm{pV}=\frac{m}{M}RT$$

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow\frac{RT}{M}=\frac{p}{\rho}$$

$$\sqrt{\overline{v^2}}=\sqrt{\frac{3RT}{M}}=\sqrt{\frac{3p}{\rho}}$$

二、（10 分）无线电所用的电子管的真空度为$1.33\times10^{-3}Pa$，设气体分子的有效直径为$3.0\times10^{-10}m$。试求在 27℃时单位体积内的分子数及分子平均自由程。

解：由理想气体状态方程 $p=nkT$，得 27℃时单位体积内的分子数：

$$n=\frac{p}{kT}=\frac{1.33\times10^{-3}}{1.38\times10^{-23}\times(273+27)}=3.21\times10^{17}(个/m^3)$$

分子的平均自由程：

$$\bar{\lambda}=\frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n}=\frac{1}{\sqrt{2}\times3.14\times(3.0\times10^{-10})^2\times3.21\times10^{17}}=7.79(m)$$

三、（15 分）容积为$20.0L$的瓶子以速率$v=200m/s$匀速运动，瓶子中充有质量为$100g$的氦气。设瓶子突然停止，且气体分子全部定向运动的动能全部转化为热运动动能，瓶子与外界没有热量交换。求平衡后氦气的温度、压强、内能及氦气分子的平均动能各增加多少？

解：氦气为单原子气体，其定体摩尔热容量$C_V=\frac{3}{2}R$，摩尔质量$M=4\times10^{-3}kg$

题中氦气的质量$m=100g=0.1kg$

气体分子的定向运动动能$E_K=\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}\times0.1\times200^2=2\times10^3J$

因此内能增量为$\Delta U=2\times10^3J$

由$\Delta U=\frac{m}{M}C_V\Delta T$，得温度增加$\Delta T=\frac{\Delta U\cdot M}{C_V m}=\frac{2\times10^{-3}\times4\times10^{-3}}{\frac{3}{2}\times8.31\times0.1}=6.42K$

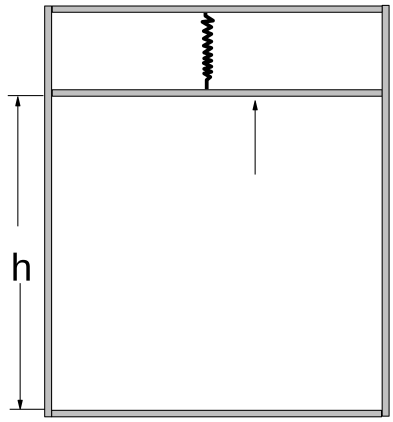
由理想气体状态方程$pV=\frac{m}{M}RT$，因体积不变，所以$\Delta p\cdot V=\frac{m}{M}R\Delta T$

压强增加$\Delta p=\frac{m}{MV}R\Delta T=\frac{01}{4\times10^{-3}\times0.02}\times8.31\times6.42=6.67\times10^4Pa$

由平均平动动能$\varepsilon_K=\frac{3}{2}kT$，平均平动动能增量

$$\Delta\varepsilon_K=\frac{3}{2}k\Delta T=\frac{3}{2}\times1.38\times10^{-23}\times6.42=1.33\times10^{-22}J$$

四、（10 分）在一密闭的抽空气缸中，有个劲度系数为 k 的弹簧，下面吊着一个质量不计且没有摩擦的滑动活塞，如图所示。弹簧下活塞的平衡位置位于气缸的底部，当活塞下面的空间引进一定量的摩尔定体热容为 C_V 的理想气体时，活塞上升到高度 h 。弹簧作用在活塞上的力正比于活塞的位移。如果该气体从原来的温度 T 升高到 T_1，问该过程中吸收的热量 Q 及活塞所在的高度 h' 等于多少？



解：设活塞面积为 S，当高度为 h 时，气体压强 $p=\dfrac{kh}{S}$，体积 $V=Sh$；

高度为 h' 时，压强 $p'=\dfrac{kh'}{S}$，体积 $V'=kh'$

由理想气体状态方程： $pV=kh^2=\dfrac{m}{M}RT$， $p'V'=kh'^2=\dfrac{m}{M}RT_1$

两式相比，得到 $h'=\sqrt{\dfrac{T_1}{T}}h$

当高度为 h 时， $pV=kh^2=\dfrac{m}{M}RT$，可得气体摩尔数 $\dfrac{m}{M}=\dfrac{kh^2}{RT}$

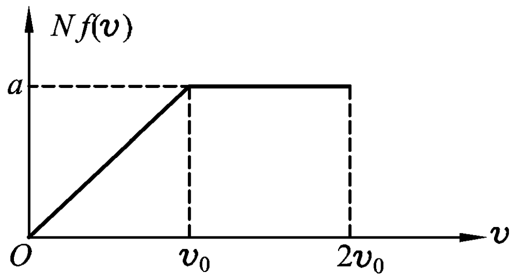
从高度 h 升高至 h'，气体对外做功 $W=\int_V^{V'}pdV=\int_h^{h'}kdh=\dfrac{1}{2}(kh'^2-kh^2)$

$W=\dfrac{1}{2}kh^2(\dfrac{T_1}{T}-1)$

气体内能增量 $\Delta U=\dfrac{m}{M}C_V(T_1-T)=\dfrac{kh^2}{RT}C_V(T_1-T)$

由热力学第一定律，吸收的热量 $Q=\Delta U+W=\dfrac{kh^2}{2T}(T_1-T)(1+\dfrac{2C_V}{R})$

五.（15 分）设有 N 个粒子的系统，其速率分布如图所示。求：(1)分布函数 $f(v)$ 的表达式；(2) a 和 v_0 之间的关系；(3) 粒子的平均速率。



解：(1) 由图可见

$$\begin{cases} Nf(v) = av/v_0 & (0 \le v \le v_0) \\ Nf(v) = a & (v_0 \le v \le 2v_0) \\ Nf(v) = 0 & (v \ge 2v_0) \end{cases}$$

所以分布函数 $f(v)$ 为：

$$f(v) = \begin{cases} av/Nv_0 & (0 \le v \le v_0) \\ a/N & (v_0 \le v \le 2v_0) \\ 0 & (v \ge 2v_0) \end{cases}$$

（2）由归一化条件，

$\int_0^{v_0} \frac{av}{Nv_0} dv + \int_{v_0}^{2v_0} \frac{a}{N} dv = 1$，得 $a = \frac{2N}{3v_0}$

（3）粒子的平均速率

$$\bar{v} = \int_0^{\infty} v f(v) dv = \int_0^{v_0} \frac{av^2}{Nv_0} dv + \int_{v_0}^{2v_0} \frac{av}{N} dv = \frac{11}{6} {v_0}^2 \cdot \frac{a}{N} = \frac{11}{6} {v_0}^2 \cdot \frac{2}{3v_0} = \frac{11}{9} v_0$$

六.（15 分）**一摩尔单原子分子理想气体：（a）在等温下，（b）在等压下，（c）在绝热下，从初始温度T_0及体积V_0膨胀到体积$2V_0$，对每种情况计算此膨胀过程中对外所作的功及所吸收的热量。**

解：（1）等温下，$W=\int_{V_0}^{2V_0} pdV = RT_0\int_{V_0}^{2V_0}\frac{dV}{V} = RT_0\ln 2$

可逆等温过程中，吸收的热量全部用来对外做功，吸收的热量

$Q=W=RT_0\ln 2$

（2）等压过程，由理想气体状态方程，压强$p=\dfrac{RT_0}{V_0}$，末态温度$T_2=2T_0$

$W=\int_{V_0}^{2V_0} pdV = \dfrac{RT_0}{V_0}\int_{V_0}^{2V_0} dV = RT_0$

内能的变化$\Delta U = C_V\Delta T = \dfrac{3}{2}R\Delta T = \dfrac{3}{2}RT_0$

由热力学第一定律，吸收的热量$Q=\Delta U + W = \dfrac{5}{2}RT_0$

（3）绝热过程中，系统吸热$Q=0$，对外做的功等于内能增量的负值。

$W=-\Delta U = -C_V\Delta T$

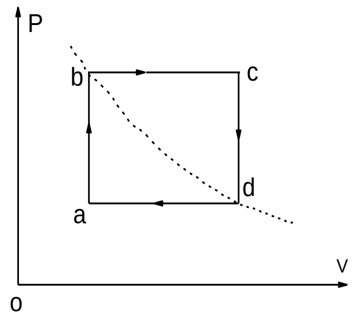
由理想气体绝热过程方程$V^{\gamma-1}T=C$，对单原子理想气体，热容比$\gamma=\dfrac{5}{3}$，设末态温度为T，有$T=2^{-2/3}T_0$

所以$W=\dfrac{3}{2}RT_0(1-2^{-2/3})$

七、（15 分）**1mol 单原子分子的理想气体，在$p-V$图上完成由两条等容线和两条等压线构成循环过程，如图所示。已知状态a的温度为T_1，状态c的温度为T_3，状态b和状态d位于同一等温线上，试求：**

（1）　状态b的温度T；

（2）　循环过程的效率。



解：（1）设状态b的温度为T，对状态a、b、c、d其状态方程分别为：

$p_1V_1=RT_1$， $p_2V_2=RT$， $p_3V_3=RT_3$， $p_4V_4=RT$

因为$p_1=p_4$， $p_2=p_3$，$V_1=V_2$，$V_3=V_4$，因此可得：

$$\frac{T_1}{T}=\frac{T}{T_3}$$

故状态b的温度为$T=\sqrt{T_1T_3}$

（1） 对于单原子分子理想气体，$C_V=\frac{3}{2}R$，$C_p=\frac{5}{2}R$

$a\to b,b\to c$过程中系统吸热，所以

$$\begin{aligned}Q_1&=C_V(T-T_1)+C_p(T_3-T)\\&=\frac{3}{2}R(\sqrt{T_1T_3}-T_1)+\frac{5}{2}R(T_3-\sqrt{T_1T_3})\\&=\frac{R}{2}(5T_3-2\sqrt{T_1T_3}-3T_1)\end{aligned}$$

在$c\to d$，$d\to a$过程中系统放热，所以

$$\begin{aligned}Q_2&=C_p(T_3-T)+C_V(T-T_1)\\&=\frac{R}{2}(3T_3+2\sqrt{T_1T_3}-5T_1)\end{aligned}$$

故此循环的效率为

$$\begin{aligned}\eta&=1-\frac{Q_2}{Q_1}=\frac{R(T_3-2\sqrt{T_1T_3}+T_1)}{\frac{R}{2}(5T_3-2\sqrt{T_1T_3}-3T_1)}\\&=\frac{2(T_3-2\sqrt{T_1T_3}+T_1)}{5T_3-2\sqrt{T_1T_3}-3T_1}\end{aligned}$$

八、（10 分）有一热容为C_1，温度为T_1的固体与热容为C_2、温度为T_2的液体共置于一绝热容器内。（1）试求平衡建立后，系统最后的温度；（2）试确定系统总的熵变。

解：（1）因系统能量守恒，要求一物体丧失的热量等于另一物体获得的热量；设最后温度为$T^{'}$，则有

$$\Delta Q_1 = -\Delta Q_2$$

$$C_1(T^{'} - T_1) = -C_2(T^{'} - T_2)$$

由此得：

$$T^{'} = \frac{C_1T_1 + C_2T_2}{C_1 + C_2}$$

对于无限小的变化来说， $dQ = CdT$. 设固体的升温过程是可逆的，则 $\Delta S_1 = \int \frac{dQ_1}{T}$ ；

设想液体的降温过程也是可逆的，则 $\Delta S_2 = \int \frac{dQ_2}{T}$ ，于是，总的熵变为

$$\Delta S = \int \frac{dQ_1}{T} + \int \frac{dQ_2}{T} = C_1 \ln \frac{T^{'}}{T_1} + C_2 \ln \frac{T^{'}}{T_2}$$