一.（10 分）一瓶氧气，一瓶氢气，等压、等温，氧气体积是氢气的 2 倍，求(1)氧气和氢气分子数密度之比；(2)氧分子和氢分子的平均速率之比。

解：(1)因为 $p = nkT$ 则 $\frac{n_O}{n_H} = 1$

(2)由平均速率公式 $\bar{v} = 1.60\sqrt{\frac{RT}{M_{\mathrm{mol}}}}$，$\frac{\bar{v}_O}{\bar{v}_H} = \sqrt{\frac{M_{\mathrm{mol}H}}{M_{\mathrm{mol}O}}} = \frac{1}{4}$

二.（10 分）在气体放电管中，电子不断与气体分子相碰。因电子的平均速率远远大于气体分子的平均速率，所以后者可认为是静止不动的。设电子的“有效直径”比起气体分子的有效直径 d 可忽略不计。求电子与气体分子碰撞的平均自由程。

解：由于电子的“有效直径”比起气体的有效直径可忽略不计，所以碰撞截面为 $\frac{1}{4}\pi d^2$，设电子的平均速率为 $\bar{v}$，则平均碰撞频率为 $\bar{Z} = \frac{1}{4}\pi d^2 \cdot \bar{v} \cdot n$，其中 n 为气体分子的数密度，因此电子与气体分子碰撞的平均自由程为 $\bar{\lambda} = \frac{4}{\pi d^2 \cdot n}$

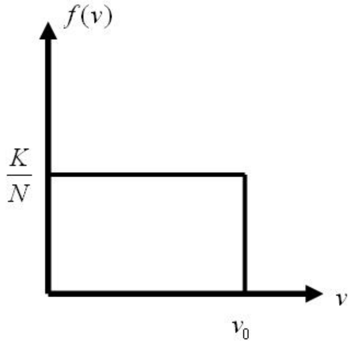
三、 （15 分）设 N 个平均质量 m 的粒子系统的速率分布函数为

$$\begin{cases} dN_v = Kdv & (v_0 > v > 0, K\text{为常数}) \\ dN_v = 0 & (v > v_0) \end{cases}$$

（1）画出分布函数图；（2）用 N 和 v_0 定出常量 K；(3)用 v_0 表示出算术平均速率和粒子的平均平动动能。

解：（1）分布函数 $f(v) = \begin{cases} \frac{dN_v}{Ndv} = \frac{K}{N} & (v_0 > v > 0) \\ 0 & (v > v_0) \end{cases}$

分布函数图如下：



(2) 由分布函数的归一性可得

$$\int_0^{+\infty} f(v)dv = 1 = \int_0^{v_0} \frac{K}{N} dv$$

$$K = \frac{N}{v_0}$$

（3）　由（2）可得

$$f(v) = \begin{cases} \dfrac{1}{v_0} & (v_0 > v > 0 \\ 0 & （v > v_0） \end{cases}$$

平均速率为：$\bar{v} = \int_0^{v_0} vf(v)dv = \frac{1}{2}v_0$

$$\overline{v^2} = \frac{1}{3}{v_0}^2$$

$$\varepsilon = \frac{1}{2}m\overline{v^2} = \frac{1}{6}m{v_0}^2$$

四．（15 分）具有绝热指数（热容比）为γ的气体在汽缸中的体积为V_0，温度为T_0，压强为p_0，然后缓慢地、绝热地压缩到$V_0/2$，在该体积下，让气体达到平衡温度T_0后，又让它缓慢并且等温地膨胀到原始体积V_0，试求活塞对气体所作的净功，用p_0、V_0、T_0来表示。

解：系统经绝热压缩过程、等体过程、等温膨胀过程完成一循环，其中等体过程活塞不做功。

设经绝热压缩后系统的压强为p_2，则由绝热过程方程 $p_0{V_0}^\gamma = p_2\left(\frac{V_0}{2}\right)^\gamma$

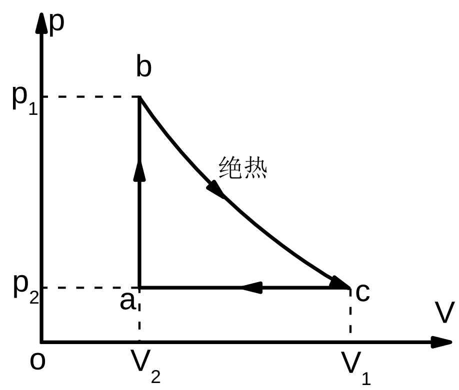
解得 $p_2 = 2^\gamma p_0$

活塞对系统所做的功 $A_1=\dfrac{p_2(\frac{V_0}{2})-p_0V_0}{\gamma-1}=p_0V_0\dfrac{2^{\gamma-1}-1}{\gamma-1}$

在等温膨胀过程中活塞对系统所做的功 $A_2=-RT_0\ln\dfrac{V_0}{V_0/2}=-p_0V_0\ln 2$

所以活塞对气体所作的净功 $A=A_1+A_2=p_0V_0\left(\dfrac{2^{\gamma-1}-1}{\gamma-1}-\ln 2\right)$

五、（15 分）设有一以理想气体为工作物质的热机循环，如图所示，求其热效率



解：设图中状态 a、b、c 的状态温度分别为 T_a、T_b、T_c，

图示循环中，过程 $b\to c$ 为绝热过程，与外界无热交换；

过程 $a\to b$ 为等容吸热过程，吸收热量 Q_1 为：

$Q_1=\dfrac{m}{M}C_{V,m}(T_b-T_a)$，式中 $C_{V,m}$ 为定容摩尔热容量

过程 $c\to a$ 为等压压缩过程，该过程放出的热量 Q_2 为：

$Q_2=\dfrac{m}{M}C_{p,m}(T_c-T_a)$，式中 $C_{p,m}$ 为定压摩尔热容量

所以热机循环的热效率为

$\eta=1-\dfrac{Q_2}{Q_1}=1-\gamma\dfrac{T_c-T_a}{T_b-T_a}=1-\gamma\dfrac{\frac{T_c}{T_a}-1}{\frac{T_b}{T_a}-1}$，式中 $\gamma=\dfrac{C_{p,m}}{C_{V,m}}$ 为热容比

由 $c\to a$ 的过程方程 $\dfrac{T_c}{V_1}=\dfrac{T_a}{V_2}\Rightarrow\dfrac{T_c}{T_a}=\dfrac{V_1}{V_2}$；

又由 $a \to b$ 的过程方程 $\frac{T_a}{p_2} = \frac{T_b}{p_1} \Rightarrow \frac{T_b}{T_a} = \frac{p_1}{p_2}$

所以热效率 $\eta = 1 - \gamma \frac{(\frac{V_1}{V_2}) - 1}{(\frac{p_1}{p_2}) - 1}$

六、（**10** 分）一台冰箱工作的时候，其冷冻室中的温度为**-10**℃，室温为 **15**℃。若按照理想卡诺制冷循环理论，则此制冷机每消耗 10^3 **J** 的功，可以从冷冻室中吸收多少热量？

解：由公式 $e = \frac{T_2}{T_1 - T_2}$ 得：$e = \frac{T_2}{T_1 - T_2} = \frac{273-10}{(273+15)-(273-10)} = \frac{263}{25} = 10.5$

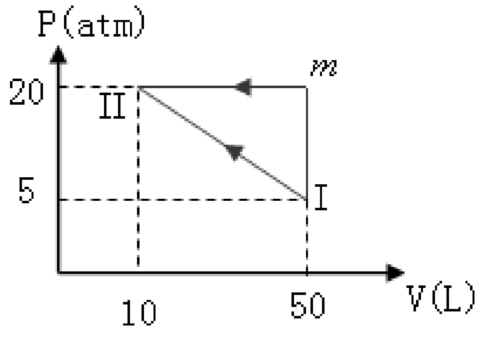
又由公式 $e = \frac{Q}{W}$ 得：$Q = We = 1.05 \times 10^4 J$

七、（**10** 分）一定质量的氧气经历以下两个过程

（**1**）$\mathrm{I} \to \mathrm{II}$

（**2**）$\mathrm{I} \to m \to \mathrm{II}$

求：两个过程中的系统所作的功 **A**、内能的变化 ΔE 和吸收的热量 **Q**。



解：（**1**）$\mathrm{I} \to \mathrm{II}$

$$A = -(5+20) \times (50-10) \times \frac{1}{2} \times 1.013 \times 10^5 \times 10^{-3} = -50650J$$

$$\Delta E = \frac{i}{2} \nu R(T_2 - T_1) = \frac{i}{2}(P_2 V_2 - P_1 V_1)$$

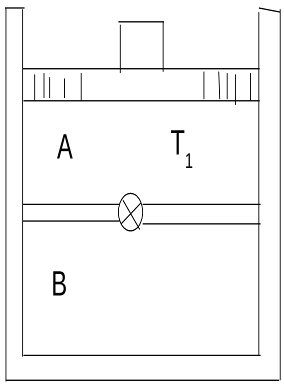
$=\frac{5}{2}\times(20\times10-5\times50)\times1.013\times10^{5}\times10^{-3}=-12662.5J$

$Q=\Delta E+A=-63312.5J$

（2）$A=-20\times(50-10)\times1.013\times10^{5}\times10^{-3}=-81040J$

$\Delta E=-12662.5J$，$Q=\Delta E+A=-93702.5J$

八.（**15** 分）设有 A、B 两室，容积相同，外壁绝热，两室中间有一可导热的隔板，板上有一阀门，开始时，阀门关闭。A 室装有 **1** mol 单原子理想气体，温度为 T_1，压强与上方自由放置的活塞相平衡；B 室为真空。若将 A、B 间阀门微微打开，则气体逐渐进入 B 室，A 室活塞随之下降，最后达到一平衡态。如图所示，试求在该过程中的熵变。



解：设初态时，A、B 两室的体积均为 V，末态时温度为 T_2，活塞下降到使 A 室的体积为 V_A，则在初态时，A 室有：

$pV=RT_1$

末态时，$A+B$ 室有：

$p(V+V_A)=RT_2$

由热力学第一定律可知：$p(V-V_A)=C_V(T_2-T_1)$

由以上三式可得：$T_2 = \frac{7}{5} T_1$

上述过程是一不可逆可程，但可设想系统经历一等压升温的准静态过程从初态到达末态，于是熵变为

$$\Delta S = \int \frac{dQ}{T} = \int_{T_1}^{T_2} C_p \frac{dT}{T} = \frac{5}{2} R \ln \frac{T_2}{T_1} = \frac{5}{2} R \ln \frac{7}{5} > 0$$

该过程中熵是增加的