LOGO

力学考试题

助教：孙春杰

1.一质点沿某条直线做减速运动，其加速度为a=-Cv²，C为常数。若t=0时，质点的速度为v_0、并位于S_0的位置上。求任意时刻t,质点的速度和位置。

解：此题错的比较多，问题是大部分同学对微积分不熟悉。

$$a = \frac{dv}{dt} = -cv^2 \quad \text{加速度的定义}$$

$$-cdt = \frac{1}{v^2}dv \quad \text{积分}$$

$$\int_0^t -cdt = \int_{v_0}^{v} \frac{1}{v^2}dv$$

$$-ct = \frac{1}{v_0} - \frac{1}{v}$$

$$v = \frac{v_0}{1+ctv_0}$$

$$v = \frac{ds}{dt}$$

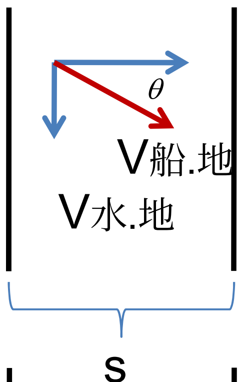
$$ds = \frac{v_0}{1+ctv_0}dt \quad \text{积分}$$

$$\int_{s_0}^{s} ds = \int_0^t \frac{v_0}{1+cv_0 t}dt$$

$$s = s_0 + \frac{1}{c}\ln(1+cv_0 t)$$

2.河宽1000m,河水以2m每秒的速度流向正南。一人向东划船渡河，船相对于河水的速度为3m每秒。求(1)船相对于地面的速度、渡河所需要的时间；(2)欲达正对岸，船应该超何方向划？此时船相对于地面的速度、渡船所需要的时间。

解：此题比较简单，正确率比较高。关键是要理解船相对于河水的速度的意义。



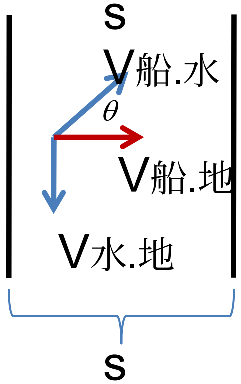
(1)

$$\overrightarrow{v_{船对地}}=\overrightarrow{v_{船对水}}+\overrightarrow{v_{水对地}}=\sqrt{13}m/s$$

$$\tan\theta=\frac{v_{水对地}}{v_{船对水}}=2/3$$

船相对于地的速度方向为东偏南 arctan 2/3.

$$t=\frac{s}{v_{船对水}}=1000/3\ s$$



(2)

$$\sin\theta=\frac{v_{水对地}}{v_{船对水}}=2/3$$

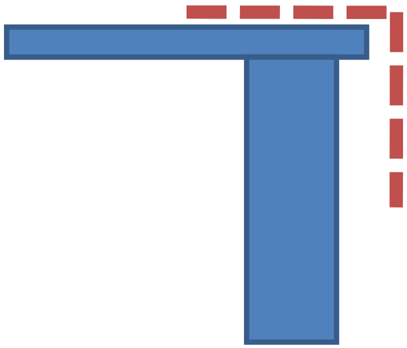
船应该朝东偏北 $\arcsin 2/3$的方向

$$\overrightarrow{v_{船对地}}=\overrightarrow{v_{船对水}}+\overrightarrow{v_{水对地}}=\sqrt{3^2-2^2}=\sqrt{5}m/s$$

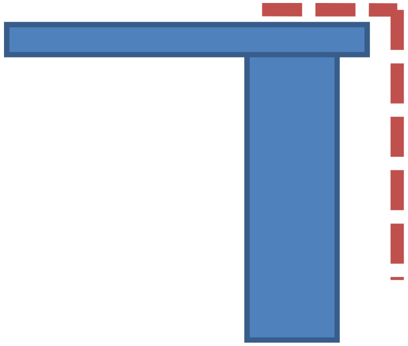
$$t=\frac{s}{v_{船对地}}=200\sqrt{5}s$$

3.一根长为L，质量为M，均匀的软绳，放在光滑的水平桌面上，并且软绳的一端有长度为a的一段被推出桌子边缘。初始时刻，软绳在重力作用下由静止开始下落，求下落长度为b时，软绳的下落速度(a<b<L).

解：同学们关于下落长度为b的理解有分歧，在批改时两种理解都算对，这里以下落到长度为b为准。



a



b

假设绳的线密度为$\rho=\dfrac{\mathrm{M}}{\mathrm{L}}$

根据能量守恒定律，重力势能的减少量等于动能的增加量

以桌面为参考面

$$\frac{1}{2}Mv^2=-\rho ag\frac{a}{2}-(-\rho bg\frac{b}{2})$$

$$v=\sqrt{\frac{(b^2-a^2)g}{L}}$$

4.设有一个Π^+介子，在静止下来后，衰变为U+子和中微子γ，三者的静止质量分别为m_{Π} m_u 和0。求u+子和中微子γ的动能

解：∵Π+介子静止下来后开始分裂

∴根据能量守恒$m_{\Pi}C^2=m_uC^2+E_{ru}+E_{kr}$

由动量守恒可知：$p_u+p_r=0$

又∵相对论动量能量关系式

$$\begin{cases} E^2=p^2c^2+m_o^2c^4 \\ E_k=E-m_oC_2 \end{cases}$$

得到$E_k^2=p^2c^2-2E_km_oc^2$

$$\therefore \begin{cases} E_{ru}^2 = p_u^2c^2-2E_{ru}m_{uc}^2 \\ E_{kr}^2 = p_r^2c^2 \end{cases}$$

由上面的式子可得到$E_{ru}=\dfrac{(m_\pi-m_u)^2C^2}{2m_\pi}$

$$\textbf{Ekr} = \frac{(m_\pi-m_u)^2C^2}{2m_\pi}$$

5.一个质量为2Kg物体受到一个指向原点的吸引力作用，即$F=-6X^2$
其中F的单位是N，x的单位是m
求：1）为了使物体静止于a点（距离原点1m），需要怎么的外力？
2）将物体由a点移至b点（距离原点2m），外力需要做多少功？
3）再将物体在b点静止释放，该物体经过原点时的速度是多少？

1）为使物体静止于a，则此时外力 F' =F

所以，F '=6N（背向原点）

2）外力做功等于克服从a到b所需要的能量

所以，$W=\int Fdl=\int_1^2 6X^2=14J$

3）释放物体，则物体只受吸引力F的作用

∴从能量的角度，F从b到原点做的功全部转化为动能

$\therefore \int F\,dl=1/2mv^2=\int_0^2 -6X^2dx=16$

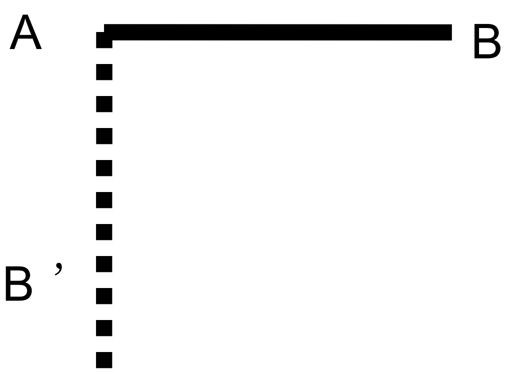
V=4m/s（指向原点）

6.用手抓住长为2L的均匀细棒AB的两端，使它在水平方向静止不动。先放开B端的手，让棒子绕A端转动。忽略棒与手之间的摩擦，当棒转到竖直位置（AB'）时，再放开A端的手，让它自由运动下落，求：

1）棒绕A端转动至竖直位置（AB ’ ）时，质心的线速度；

2）在放开A端后的下落过程中质心的运动轨迹如何，质心的加速度如何？

3）当棒从竖直位置（AB ‘ ）下落h高度时，它绕质心转了几圈？



解：1）根据定轴转动的动能定理

$mgL=1/2JW^2$

$\therefore J=(2L)^2m/3=4/3\ mL^2$

$\therefore w=\sqrt{\dfrac{3g}{2L}}$

质心线速度$V_C=wL=\sqrt{\dfrac{3gL}{2}}$

2) 质心做平抛运动，运动轨迹为：

$S_x=V_ot$

$S_y=gt/2$

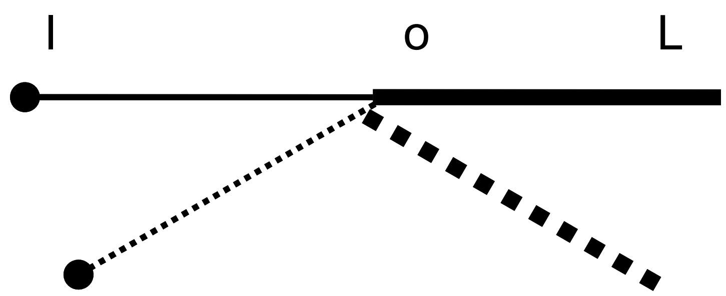
3)下落h，$t=\sqrt{\dfrac{2h}{g}}$

$n=\dfrac{wt}{2\pi}=\dfrac{\sqrt{3h/L}}{2\pi}$

7.如图所示，一长为L，质量为M的均匀细棒，可绕水平轴o在竖直平面内转动；另有一质量也为M的小球，以轻绳系着，也可绕水平轴o转动。设所有的摩擦可忽略不计，开始时棒与小球都放在水平位置，然后让它们同时自由下落，且它们在相同的时间内转过相同的角度。

1）求绳的长度l

2）若小球与棒碰撞后，两者一起运动，求它们的角速度



解：1)对于小球而言，运用能量守恒

$Mgl\sin\theta=0.5\ MV_1^2$

$\therefore v_1=\sqrt{2gl\sin\theta}$

$w_1=v_1/l=\sqrt{\dfrac{2g\sin\theta}{l}}$

对于细棒而言，根据定轴转动的动能定理

$MgL\sin\theta/2=JW^2/2$

$\therefore w_2=\sqrt{\dfrac{3g\sin\theta}{L}}$

相同的时间转过相同的角度

则W1=W2

所以：l=2/3L

2）运动到低端时

小球与细棒的w= $\sqrt{3g/L}$

因为，碰撞过程中合外力距是0，所以角动量守恒

所以$(J_{球}-J_{棒})w = (J_{球}+J_{棒})w'$

（ $M(2L/3)^2 - ML^2/3$ ） = （$M(2L/3)^2+ML^2/3$）w'

所以w'= $\frac{1}{7}\sqrt{\frac{3g}{L}}$

LOGO Brooks

Thank You !