南京大学　电子科学与工程学院　全日制统招本科生

《大学物理 I》期末 B 卷参考答案

一. 一个封闭的圆筒，内部被导热的，不漏气的可移动活塞隔为两部分，最初活塞位于筒中央，则圆筒两侧的长度相等，当两侧各充以T_1、 p_1与T_2、 p_2的相同气体后，放开活塞，问热平衡后活塞将在什么位置上，即圆筒两侧的长度之比$\frac{l_1}{l_2}$是多少？

解：由题意知，初始时两侧气体体积相等，设为V_0，并设圆筒的内截面积为S；

平衡时两侧气体的温度T和压强p相同，则由理想气体状态方程：

对左侧气体 1，有：$\frac{p_1V_0}{T_1}=\frac{pSl_1}{T}$；

对右侧气体 2，有：$\frac{p_2V_0}{T_2}=\frac{pSl_2}{T}$；

由上两式可得圆筒两侧的长度之比：$\frac{l_1}{l_2}=\frac{p_1T_2}{p_2T_1}$

二. 容器内贮有 1mol 的某种气体，今从外界输入$2.09\times10^2 J$的热量，测得其温度升高$10K$，求该气体分子的自由度。

解：气体系统吸收的热量全部转化为系统的内能，

1mol 气体系统的内能：$E=\frac{i}{2}RT$

内能的变化：$\Delta E=\frac{i}{2}R\Delta T$

所以：气体分子的自由度$i=\frac{2\Delta E}{R\Delta T}=\frac{2Q}{R\Delta T}=\frac{2\times2.09\times10^2}{8.31\times10}=5$

三．一容积为 $V=1.0m^3$ 的容器内装有 $N=4.0\times10^{24}$ 个氧分子，气体的压强 $p=2.58\times10^4Pa$，设气体分子的有效直径为$3.0\times10^{-10}m$，试求：

（1）利用理想气体压强公式，求分子的平均平动动能；

（2）气体的温度；

（3）气体分子的平均自由程。

解：（1）由理想气体压强公式 $p=\frac{2}{3}n\overline{\varepsilon_t}$，有

分子的平均平动动能 $\overline{\varepsilon_t}=\frac{1}{2}m\overline{v^2}=\frac{3}{2}\frac{p}{n}=\frac{3pV}{2N}=3\times\frac{2.58\times10^4\times1.0}{2\times4.0\times10^{24}}=9.68\times10^{-21}(J)$

（2）由理想气体的状态方程　$p=nkT$，有

$$T=\frac{p}{nk}=\frac{pV}{Nk}=\frac{2.58\times10^4}{1.38\times10^{-23}\times4.0\times10^{24}}=467(K)$$

（3）气体的平均自由程

$$\bar{\lambda}=\frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2n}=\frac{V}{\sqrt{2}\pi d^2N}=\frac{1}{\sqrt{2}\times3.14\times(3.0\times10^{-10})^2\times4.0\times10^{24}}=6.3\times10^{-7}(m)$$

四. 一容器内某双原子理想气体的温度为$T=273K$，压强为 $p=1.013\times10^5Pa$，密度为 $\rho=1.25kg/m^3$（气体分子为刚性分子，不考虑振动），试求：

（1）气体分子的平均速率？

（2）气体的摩尔质量？

（3）气体分子的平均平动动能和转动动能？

（4）单位体积内气体分子的总平动动能？

（5）设该气体有 0.3mol，求气体的内能？

解：（1）由平均速率公式及理想气体状态方程，有

$$\bar{v}=\sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}=\sqrt{\frac{8p}{\pi\rho}}=\sqrt{\frac{8\times1.013\times10^5}{3.14\times1.25}}=454(m/s)$$

（2）由理想气体状态方程 $pV=\frac{m}{M}RT$，气体的摩尔质量

$$M=\frac{\rho RT}{p}=\frac{1.25\times8.31\times273}{1.013\times10^5}=0.028(kg/mol)$$

由结果可知，这是 N_2 或 CO 气体

（3）由平均平动动能和转动动能公式，

平均平动动能$\overline{\varepsilon_t}=\frac{3}{2}kT=\frac{3}{2}\times 1.38\times 10^{-23}\times 273=5.56\times 10^{-21}J$

平均转动动能$\overline{\varepsilon_r}=kT=1.38\times 10^{-23}\times 273=3.77\times 10^{-21}J$

（4）单位体积内总平动动能

$$E_t=\overline{\varepsilon_t}\times n=\overline{\varepsilon_t}\times\frac{p}{kT}=5.56\times 10^{-21}\times\frac{1.013\times 10^{5}}{1.38\times 10^{-23}\times 273}=1.5\times 10^{5}(J/m^{3})$$

（5）由气体内能公式，有

$$E=\frac{m}{M}\times\frac{i}{2}RT=0.3\times\frac{5}{2}\times 8.31\times 273=1.70\times 10^{3}(J)$$

五. 一定量的双原子分子理想气体，其体积和压强按 $pV^2=a$ 的规律变化，其中 a 为已知常数。当气体从体积V_1膨胀到V_2，试求：

（1） 在膨胀过程中气体所作的功；

（2） 内能变化；

（3） 吸收的热量

解：（1）根据功的定义

$$A=\int_{V_1}^{V_2}pdV=\int_{V_1}^{V_2}\frac{a}{V^2}dV=a(\frac{1}{V_1}-\frac{1}{V_2})$$

（2）设气体初态温度为T_1，末态为T_2，双原子分子理想气体的定容摩尔热容为$C_V=\frac{5}{2}R$

则气体内能变化为：$\Delta E=\nu C_V(T_2-T_1)=\frac{5}{2}\nu R(T_2-T_1)=\frac{5}{2}(p_2V_2-p_1V_1)$

由过程方程 $pV^2=a$ 可得 $p_2=\frac{a}{V_2^{\,2}}$， $p_1=\frac{a}{V_1^{\,2}}$

所以　　　$\Delta E=\frac{5}{2}a(\frac{1}{V_2}-\frac{1}{V_1})$

（3） 根据热力学第一定律，系统吸收的热量为

$$Q=\Delta E+A=\frac{3a}{2}(\frac{1}{V_2}-\frac{1}{V_1})$$

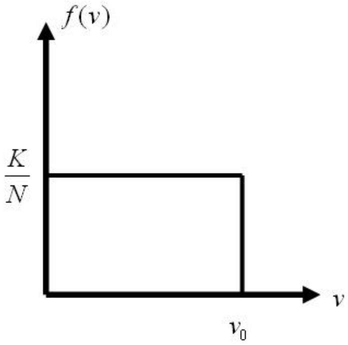
六. 设 N 个平均质量 m 的粒子系统的速率分布函数为

$$\begin{cases} dN_v = Kdv & (v_0 > v > 0, K\text{为常数}) \\ dN_v = 0 & (v > v_0) \end{cases}$$

（1）画出分布函数图；（2）用 N 和 v_0 定出常量 K；(3)用 v_0 表示出算术平均速率和粒子的平均平动动能。

解：（1）分布函数 $f(v) = \begin{cases} \dfrac{dN_v}{Ndv} = \dfrac{K}{N} & (v_0 > v > 0) \\ 0 & (v > v_0) \end{cases}$

分布函数图如下：



(2)由分布函数的归一性可得

$$\int_0^{+\infty} f(v) dv = 1 = \int_0^{v_0} \frac{K}{N} dv$$

$$K = \frac{N}{v_0}$$

（3）　由（2）可得

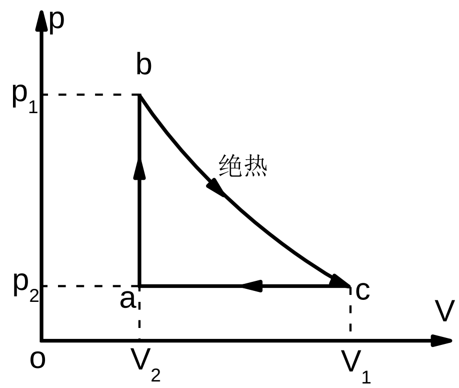
$$f(v) = \begin{cases} \dfrac{1}{v_0} & (v_0 > v > 0 \\ 0 & (v > v_0) \end{cases}$$

平均速率为：$\bar{v} = \int_0^{v_0} v f(v) dv = \dfrac{1}{2} v_0$

$$\overline{v^2} = \frac{1}{3} {v_0}^2$$

$$\varepsilon = \frac{1}{2} m\overline{v^2} = \frac{1}{6} m {v_0}^2$$

七．设有一以理想气体为工作物质的热机循环，如图所示，求其热效率



解：设图中状态 a 、b 、c 的状态温度分别为 T_a 、T_b 、T_c ，

图示循环中，过程 $b\rightarrow c$ 为绝热过程，与外界无热交换；

过程 $a\rightarrow b$ 为等容吸热过程，吸收热量 Q_1 为：

$Q_1=\dfrac{m}{M}C_{V,m}(T_b-T_a)$，式中 $C_{V,m}$ 为定容摩尔热容量

过程 $c\rightarrow a$ 为等压压缩过程，该过程放出的热量 Q_2 为：

$Q_2=\dfrac{m}{M}C_{p,m}(T_c-T_a)$，式中 $C_{p,m}$ 为定压摩尔热容量

所以热机循环的热效率为

$\eta=1-\dfrac{Q_2}{Q_1}=1-\gamma\dfrac{T_c-T_a}{T_b-T_a}=1-\gamma\dfrac{\dfrac{T_c}{T_a}-1}{\dfrac{T_b}{T_a}-1}$，式中 $\gamma=\dfrac{C_{p,m}}{C_{V,m}}$ 为热容比

由 $c\rightarrow a$ 的过程方程 $\dfrac{T_c}{V_1}=\dfrac{T_a}{V_2}\Rightarrow\dfrac{T_c}{T_a}=\dfrac{V_1}{V_2}$；

又由 $a\rightarrow b$ 的过程方程 $\dfrac{T_a}{p_2}=\dfrac{T_b}{p_1}\Rightarrow\dfrac{T_b}{T_a}=\dfrac{p_1}{p_2}$

所以热效率 $\eta=1-\gamma\dfrac{(\dfrac{V_1}{V_2})-1}{(\dfrac{p_1}{p_2})-1}$

八．一固态物质，质量为m，熔点为T_m，熔解热为L，比热容为c，如对它缓慢加热，使其温度从T_0上升为T_m，试求熵的变化。假设供给物质的热量恰好使它全部熔化。

解：该过程可以分为两个阶段来计算，第一阶段是物质从温度从T_0刚好上升到T_m，还没开始熔化，该阶段熵变

$$\Delta S_1 = \int_{T_0}^{T_m} \frac{cmdT}{T} = cm\ln\frac{T_m}{T_0}$$

第二阶段是从开始熔化到则好完全熔化，该过程是在恒温T_m下进行的，其熵变

$$\Delta S_2 = \frac{Q}{T_m} = \frac{mL}{T_m}$$

所以该物质总的熵变$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = cm\ln\frac{T_m}{T_0} + \frac{mL}{T_m}$