

一. 计算下列各题

1. $\frac{1}{3}(1+x^2)^{\frac{3}{2}} + C$; 2. $\underline{0}$; 3. $\underline{\frac{2}{3}}$; 4. $\underline{\frac{1}{2}}$; 5. $\underline{\frac{4}{e}}$; 6. $\underline{x \arctan x + \frac{\pi - 2}{(1+x^2)(4-\pi)}}$;
7. $\underline{1}$; 8. $\underline{\pm \frac{1}{\sqrt{3}}(1, 1, -1)}$.

三. $5\pi^2 a^3$ (P185 习题3.3 第10题)

五. $f(x) = x^{-2}e^{-1/x} > 0$, 定义域: $x \in (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$;

$f'(x) = x^{-4}e^{-1/x}(1 - 2x)$; 驻点: $x = 1/2$;

单调区间: 当 $x \in (-\infty, 0) \cup (0, 1/2)$, 递增, 当 $x \in (1/2, +\infty)$, 递减; $f(x)$ 在 $x = 1/2$ 取得极大值, $f(1/2) = 4e^{-2}$;

$f''(x) = x^{-6}e^{-1/x}(6x^2 - 6x + 1)$, 当 $x \in (-\infty, 0) \cup (0, \frac{3-\sqrt{3}}{6}) \cup (\frac{3+\sqrt{3}}{6}, +\infty)$, 上凹;

当 $x \in (\frac{3-\sqrt{3}}{6}, \frac{3+\sqrt{3}}{6})$, 下凹, 拐点: $(\frac{3 \pm \sqrt{3}}{6}, (3 \mp \sqrt{3})^2 e^{-(3 \mp \sqrt{3})})$;

渐近线: $x = 0, y = 0$.