

## EXAMEN DE ROBOTIQUE – M2 IRR/PISI

Nom :

Prénom :

## Modélisation géométrique

On considère le robot manipulateur PPRRR représenté sur la figure jointe. On note  $\mathcal{R}_0$  le repère de base et  $O_7$  le point de référence de l'organe terminal.

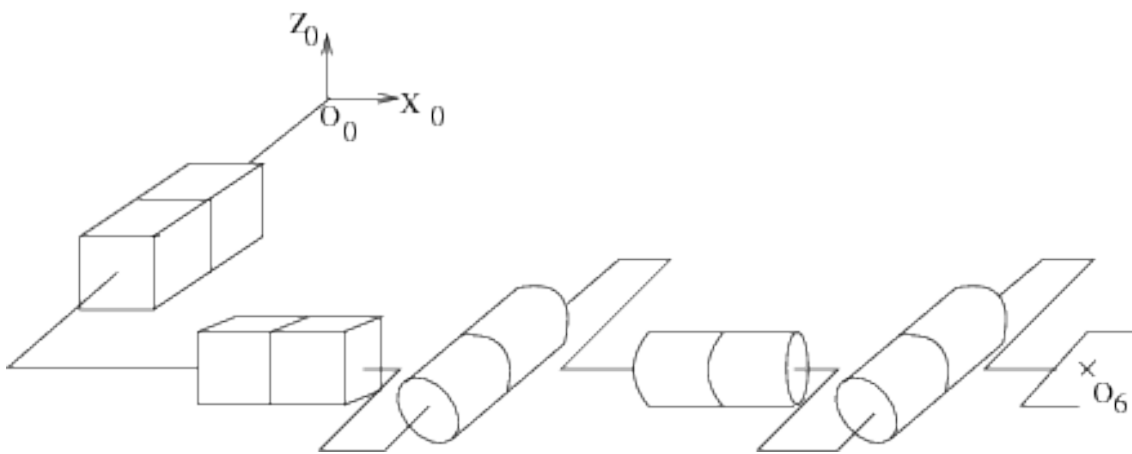


FIGURE 1 – Robot manipulateur PPRRR.

1. Positionner les repères  $\mathcal{R}_1$  à  $\mathcal{R}_5$  liés aux corps mobiles de ce robot.
2. En déduire le tableau des paramètres modifiés de Denavit/Hartenberg. On précisera les valeurs des coordonnées généralisées pour la figure.
3. Calculer les matrices de passage homogènes élémentaires  $T_{i-1,i}$ .
4. Valider précisément chacune de ces matrices pour la configuration représentée sur la figure proposée.
5. **Pour la configuration représentée sur la figure :**
  - (a) donner **sans aucun calcul** la matrice  $T_{05}$ . On pourra exploiter les repères préalablement positionnés.
  - (b) Sachant que l'on choisit comme coordonnées opérationnelles les cosinus directeurs partiels et les coordonnées cartésiennes, déterminer la situation correspondante de l'organe terminal.

- LISEZ ATTENTIVEMENT L'ENSEMBLE DU SUJET AVANT DE COMPOSER.
- IL NE SERA RÉPONDU À AUCUNE QUESTION. SI TOUTEFOIS VOUS CONSIDÉREZ ÊTRE EN PRÉSENCE D'UNE AMBIGUÏTÉ, EXPLIQUEZ EN QUOI ELLE CONSISTE ET INDIQUEZ EXPLICITEMENT PAR QUEL CHOIX VOUS LA RÉSOLVEZ.
- TOUS LES RÉSULTATS DEVRONT ÊTRE VÉRIFIÉS POUR LA CONFIGURATION DE LA FIGURE.
- UNE PRÉSENTATION SOIGNÉE EST L'ASSURANCE D'UNE CORRECTION PLUS INDULGENTE...

## Génération de mouvement

Pour la commande d'un axe de robot entre deux valeurs de sa coordonnée généralisée  $q(t)$ , on impose les profils de vitesse  $\dot{q}(t)$ , d'accélération  $\ddot{q}(t)$  et de jerk  $\dddot{q}(t)$  de la figure ??.

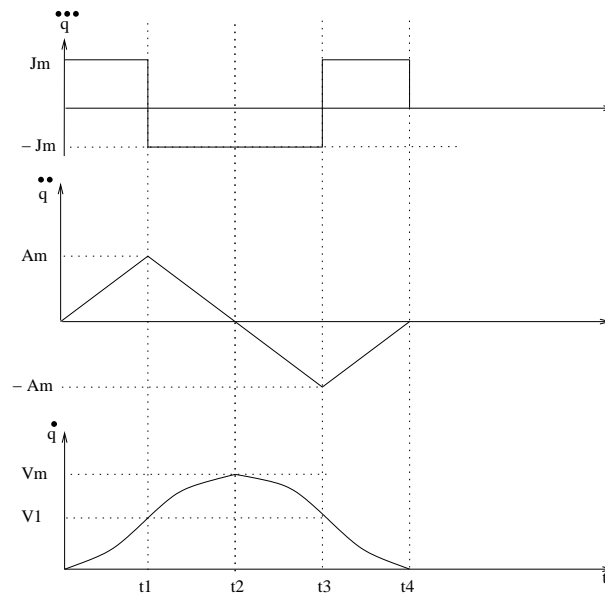


FIGURE 2 – Profils de commande en vitesse, accélération et jerk

Sachant que :  $J_m, V_m$  sont connus,  $q(0)$  et  $q(t_4)$  sont connues.  
 et que  $t_4 - t_3 = t_3 - t_2 = t_2 - t_1 = t_1$   $V_1 = \frac{V_m}{2}$

1. Calculer  $t_1$  et  $A_m$ .
  2. Pour l'intervalle temporel  $0 \leq t \leq t_2$  donner les équations d'évolution de  $\ddot{q}(t)$ , de  $\dot{q}(t)$  et  $q(t)$ .
- LISEZ ATTENTIVEMENT L'ENSEMBLE DU SUJET AVANT DE COMPOSER.
  - IL NE SERA RÉPONDU À AUCUNE QUESTION. SI TOUTEFOIS VOUS CONSIDÉREZ ÊTRE EN PRÉSENCE D'UNE AMBIGUÏTÉ, EXPLIQUEZ EN QUOI ELLE CONSISTE ET INDIQUEZ EXPLICITEMENT PAR QUEL CHOIX VOUS LA RÉSOLVEZ.
  - TOUS LES RÉSULTATS DEVRONT ÊTRE VÉRIFIÉS POUR LA CONFIGURATION DE LA FIGURE.
  - UNE PRÉSENTATION SOIGNÉE EST L'ASSURANCE D'UNE CORRECTION PLUS INDULGENTE...

**EXAMEN DE ROBOTIQUE**  
**UE Robotique et traitement d'images en production**  
**Tous documents autorisés - Durée : 1h**

Nom :

Prénom :

**Partie I : Modélisation géométrique**

On considère le robot PRRRR représenté sur la figure 1.

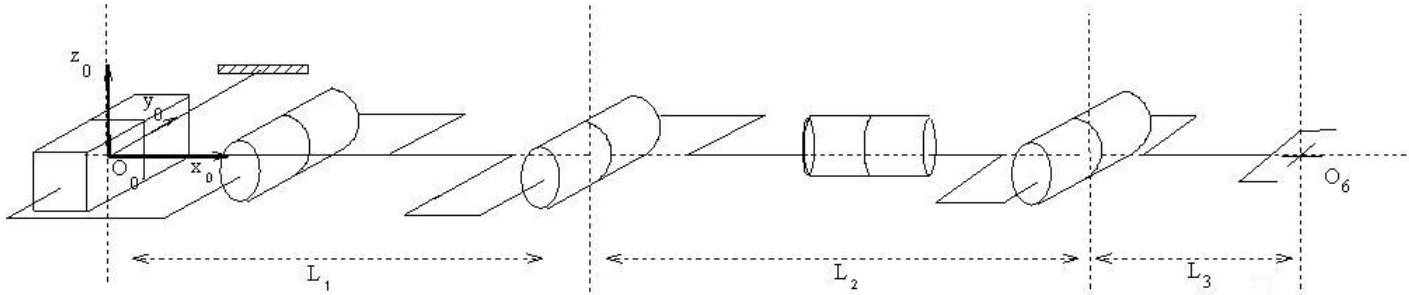


FIGURE 1 – Robot PRRRR.

On souhaite établir les modèles géométriques direct et inverse de ce robot. On note  $\mathcal{R}_0 (O_0, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  le repère de base lié au socle et  $O_6$  le centre de la pince. On pose  $L_1 = O_1O_2$ ,  $L_2 = O_2O_3$ , et  $L_3 = O_3O_4$ . Les distances  $L_i$  sont positives.

1. Positionner les repères  $\mathcal{R}_1$  à  $\mathcal{R}_5$ .
2. Déterminer les paramètres de Denavit-Hartenberg modifiés.
3. En déduire les matrices de passage homogènes élémentaires  $T_{i-1,i}$ . Vérifier vos résultats pour la configuration représentée sur la figure 1. **On n'effectuera pas les produits matriciels permettant de déterminer le MGD.**
4. En supposant la matrice  $T_{05}$  connue, donner la situation de l'organe terminal en utilisant les coordonnées cylindriques et les cosinus directeurs complets. Cette représentation est-elle minimale ? Justifier votre réponse.

**Partie II : Génération de trajectoire**

Dans le cadre d'une application robotique, on désire élaborer une commande en vitesse dans l'espace généralisé qui respecte le profil de la figure 2 entre quatre configurations ( $q_0$ ,  $q_1$ ,  $q_2$  et  $q_3$ ) avec des vitesses imposées ( $V_1$ ,  $V_2$  et  $V_3$ ) sur les morceaux de trajectoires. L'utilisateur impose donc les  $q_i$  et les  $V_i$  (voir figure 2).

L'objectif est de réaliser la trajectoire entre  $q_0$  et  $q_1$  à la vitesse  $V_1$ , la trajectoire entre  $q_1$  et  $q_2$  à la vitesse  $V_2$ , la trajectoire entre  $q_2$  et  $q_3$  à la vitesse  $V_3$  et de minimiser le temps global  $t_f$ .

Le robot part de  $q_0$  à vitesse nulle et arrive en  $q_3$  à vitesse nulle. Il possède une accélération/décélération, bornée, connue  $A_c$ .

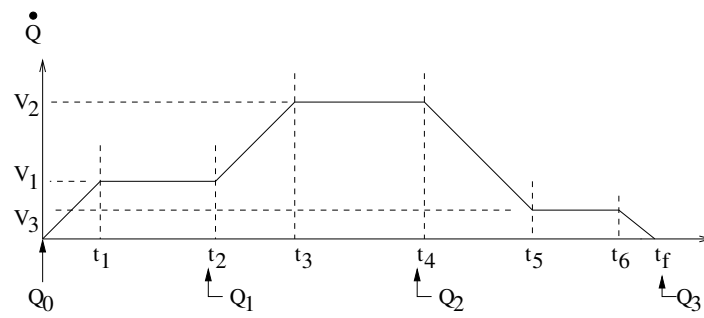


FIGURE 2 – Profil de vitesse

1. Calculer les instants de commutation  $t_i$ .
2. Donner les équations de  $q(t)$  et  $\dot{q}(t)$  entre  $t_0$  et  $t_5$ .
3. Peut-on toujours garantir d'avoir la vitesse  $V_1$  en  $q_1$  ( $t_2$ )? Sinon quel paramètre faut-il modifier et comment? Justifier votre réponse.

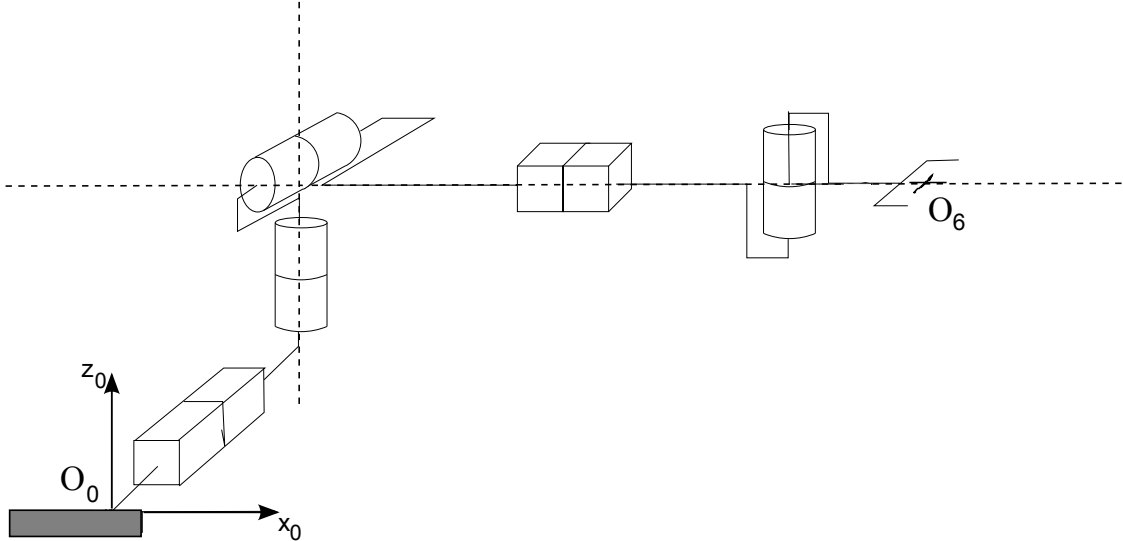
**EXAMEN DE ROBOTIQUE Janvier 2013**  
**UE Robotique et traitement d'images en production**  
**Tous documents autorisés - Durée : 1h**

Nom :

Prénom :

**Partie I : Modélisation géométrique**

On considère le robot manipulateur PRRPR représenté sur la figure jointe. On note  $\mathcal{R}_0$  le repère de base et  $O_6$  le point de référence de l'organe terminal.



1. Positionner les repères  $\mathcal{R}_1$  à  $\mathcal{R}_5$  liés aux corps mobiles de ce robot.
2. En déduire le tableau des paramètres modifiés de Denavit/Hartenberg. On précisera les valeurs des coordonnées généralisées pour la figure.
3. Calculer les matrices de passage homogènes élémentaires  $T_{i-1,i}$ .

On considère maintenant un robot constitué de 3 liaisons. La matrice de passage homogène exprimant la situation du repère pince par rapport au repère de base s'écrit :

$$T_{0P} = \begin{pmatrix} \cos(q_1 + q_2) & -\sin(q_1 + q_2) & 0 & L_1 \cos(q_1) + L_2 \cos(q_1 + q_2) \\ \sin(q_1 + q_2) & \cos(q_1 + q_2) & 0 & L_1 \sin(q_1) + L_2 \sin(q_1 + q_2) \\ 0 & 0 & 1 & q_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

où  $L_1$  et  $L_2$  sont des données géométriques du robot.

1. A partir de cette matrice, indiquez si le robot comporte des liaisons rotoides et/ou prismatiques. Aucune réponse non justifiée ne sera acceptée.
2. On souhaite maintenant déterminer la valeur des  $q_i$  correspondant à la situation de la pince définie par la matrice  $T^*$ . En identifiant ces deux matrices, on obtient le système suivant :

$$\begin{cases} \cos(q_1 + q_2) & = & t_{11} \\ \sin(q_1 + q_2) & = & t_{21} \\ L_1 \cos(q_1) + L_2 \cos(q_1 + q_2) & = & t_{14} \\ L_1 \sin(q_1) + L_2 \sin(q_1 + q_2) & = & t_{24} \\ q_3 & = & t_{34} \end{cases}$$

où les éléments  $t_{ij}$  sont les éléments de  $T^*$  et sont donc connus.

## Partie II : Génération de trajectoire

On considère une loi de mouvement de type bang-bang ou trapèze (accélération et décélération maximum) sur un seul axe d'un robot dans l'espace généralisé.

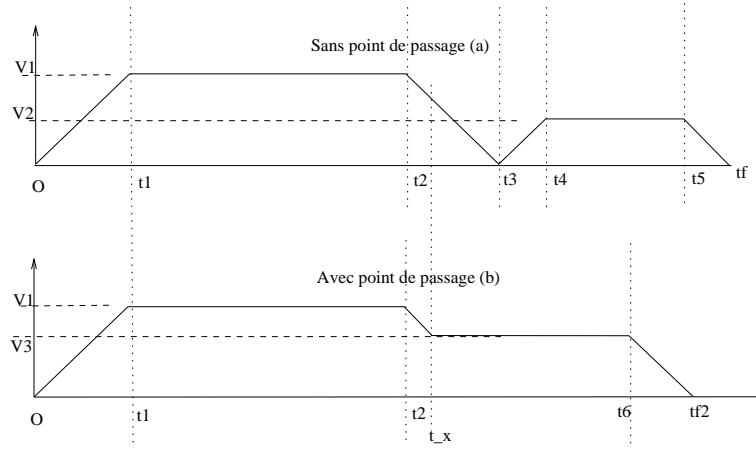


FIGURE 1 – Profils de vitesse en trapèze

Dans le cas d'un enchaînement entre 2 configuration  $q$  avec un point d'arrêt (vitesse nulle) on a le profil de la figure 1 (a) : le robot part de  $q_0$  à  $t = 0$ , passe à  $q_1$  à  $t = t_3$  avec une vitesse nulle et arrive en  $q_2$  à  $t = t_f$  avec une vitesse nulle.

On a :

$$t_3 - t_2 = t_1, t_f - t_5 = t_4 - t_3$$

$$\text{Accélération maximale} = A_m$$

$$\text{Vitesse maximale} = V_M$$

$$V1 \text{ et } V2 \leq V_M$$

Toutes les variations de vitesse se font à accélération/décélération maximale.

Dans ce cas on sait calculer tous les paramètres  $t_{1,2,3,4,5,f}$  et  $V_{1,2}$ , on considère que toutes ces paramètres sont connues pour la suite du problème.

On considère maintenant le cas de la figure 1 (b) ou la configuration  $q_1$  devient une configuration de passage. L'intervalle de temps de variation de la vitesse,  $(t_3 - t_2)$  n'est plus identique puisque l'accélération/décélération se fait à valeur maximale. Cette variation de vitesse permet au robot d'atteindre le même point  $q_2$  à  $t_{f2}$  avec un temps plus petit que dans le cas (a).

Il est donc nécessaire de calculer  $V_3$ ,  $t_x$ ,  $t_6$  et  $t_{f2}$  connaissant les paramètres  $t_{1,2,3,4,5,f}$  et  $V_{1,2}$ .

1. Ecrire l'équation entre les 3 inconnues  $t_2$ ,  $t_x$  et  $V_3$ .
2. Ecrire l'équation entre les 3 inconnues  $t_6$ ,  $t_{f2}$  et  $V_3$ .
3. A ce stade vous possédez 2 équations à 4 inconnues  $V_3$ ,  $t_x$ ,  $t_6$  et  $t_{f2}$  En faisant l'hypothèse qu'on impose la contrainte  $t_6 - t_x = t_5 - t_3$ , calculer  $v_3$ .
4. Connaissant  $V_3$ , peut-on calculer les autres inconnues  $t_x$ ,  $t_6$  et  $t_{f2}$ ? Si oui donner les relations.

**EXAMEN DE ROBOTIQUE Septembre 2013**  
**UE Robotique et traitement d'images en production**

Tous documents autorisés - Durée : 1h

Nom :

Prénom :

**Partie I : Modélisation géométrique**

**I.** On considère le robot manipulateur RP4R représenté sur la figure ci-dessous. On note  $\mathcal{R}_0$  le repère de base et  $O_7$  le point de référence de l'organe terminal.

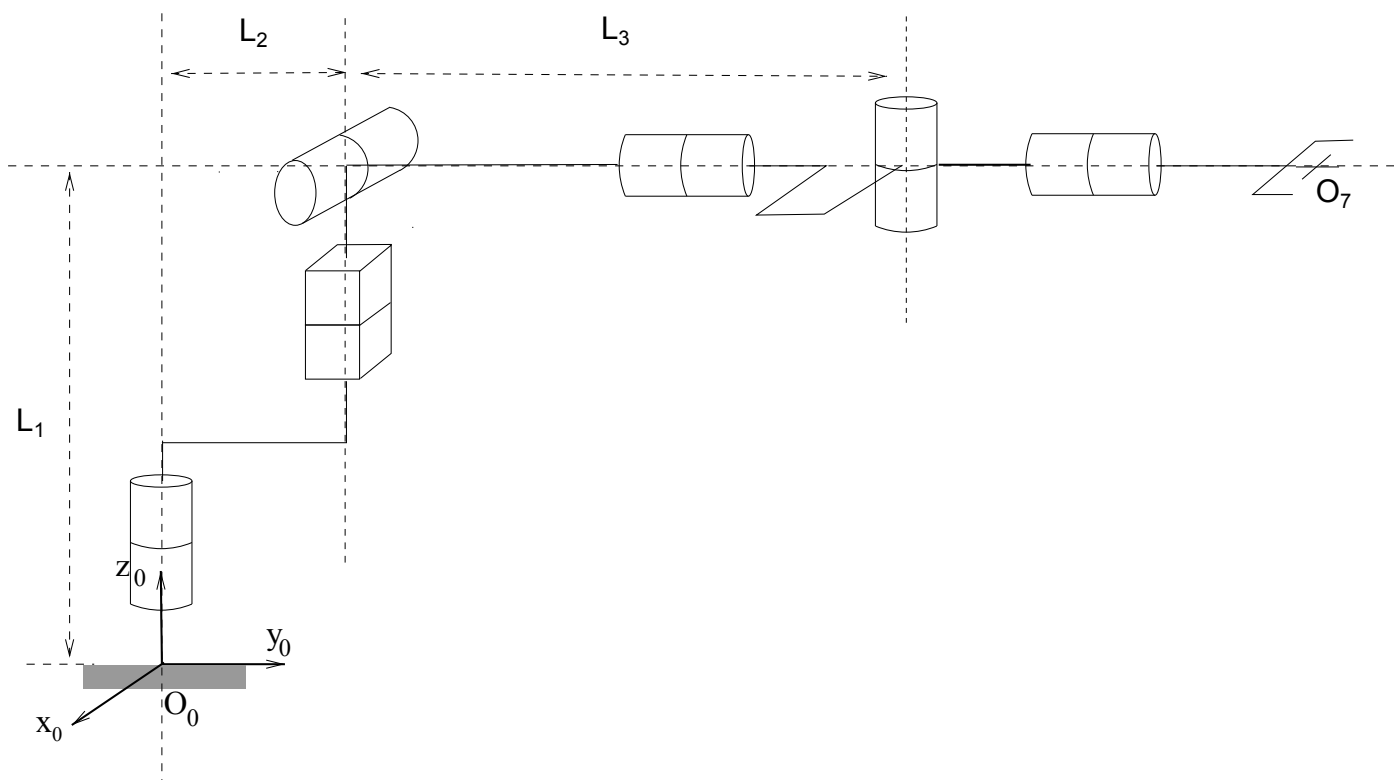


FIGURE 1 – Robot manipulateur RP4R.

1. Positionner les repères  $\mathcal{R}_1$  à  $\mathcal{R}_6$  liés aux corps mobiles de ce robot.
2. En déduire le tableau des paramètres modifiés de Denavit/Hartenberg. On précisera les valeurs des coordonnées généralisées pour la figure.
3. Calculer les matrices de passage homogènes élémentaires  $T_{i-1,i}$ .

**II. Question de cours :** Définir la notion de matrice de passage homogène. Quel(s) intérêt(s) présentent-elles pour la modélisation géométrique des robots ? **Il ne s'agit pas ici de recopier le cours et la réponse attendue peut être donnée sans calcul.**

## Partie II : Génération de trajectoire

Dans le cadre d'une application robotique, on désire élaborer une primitive de mouvement correspondant à une trajectoire opérationnelle circulaire passant par trois points  $A, B, C$  définis dans un plan  $(x, y)$ .  $A$  : point de départ,  $C$  : point final,  $B$  point intermédiaire.

L'utilisateur impose la vitesse aux trois points ( $V_A, V_B, V_C$ ) et les changements de vitesse sont toujours linéaires (voir figure 2).

Le problème est d'établir les équations de mouvement permettant de réaliser cette trajectoire.

On connaît :

- les coordonnées  $(x_i, y_i)$  des trois points  $A, B, C$
- les vitesses  $V_A, V_B, V_C$

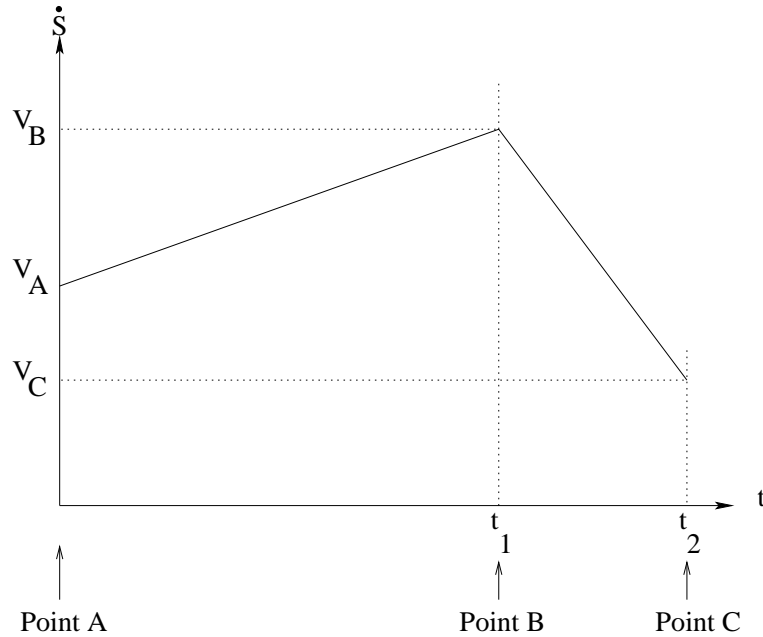


FIGURE 2 – Profils de vitesse opérationnelle,  $\dot{s}(t)$ , entre 3 points  $(x, y)$

1. Calculer  $t_1, t_2$  (utiliser l'équation de la vitesse moyenne entre deux points).
2. Calculer la valeur des accélérations entre les points  $A$  et  $B$ ,  $K_{AB}$ , et entre les points  $B$  et  $C$ ,  $K_{BC}$ .
3. Déterminer les lois d'évolution  $s(t)$ ,  $\dot{s}(t)$ ,  $\ddot{s}(t)$  de l'abscisse curviligne.
4. On désire maintenant que la trajectoire soit parcourue en temps minimal mais en respectant une contrainte sur l'accélération  $|\ddot{s}(t)| \leq A_{max}$ . Expliciter la conséquence de cette contrainte et donner les modifications induites au niveau des équations.



**EXAMEN DE ROBOTIQUE Mars 2014**  
**UE Robotique et traitement d'images en production**  
**Tous documents autorisés - Durée : 1h**

Nom :

Prénom :

**Partie I : Modélisation géométrique**

On considère le robot manipulateur cartésien 3P3R représenté sur la figure ci-dessous. On note  $\mathcal{R}_0$  le repère de base et  $O_6$  le point de référence de l'organe terminal.

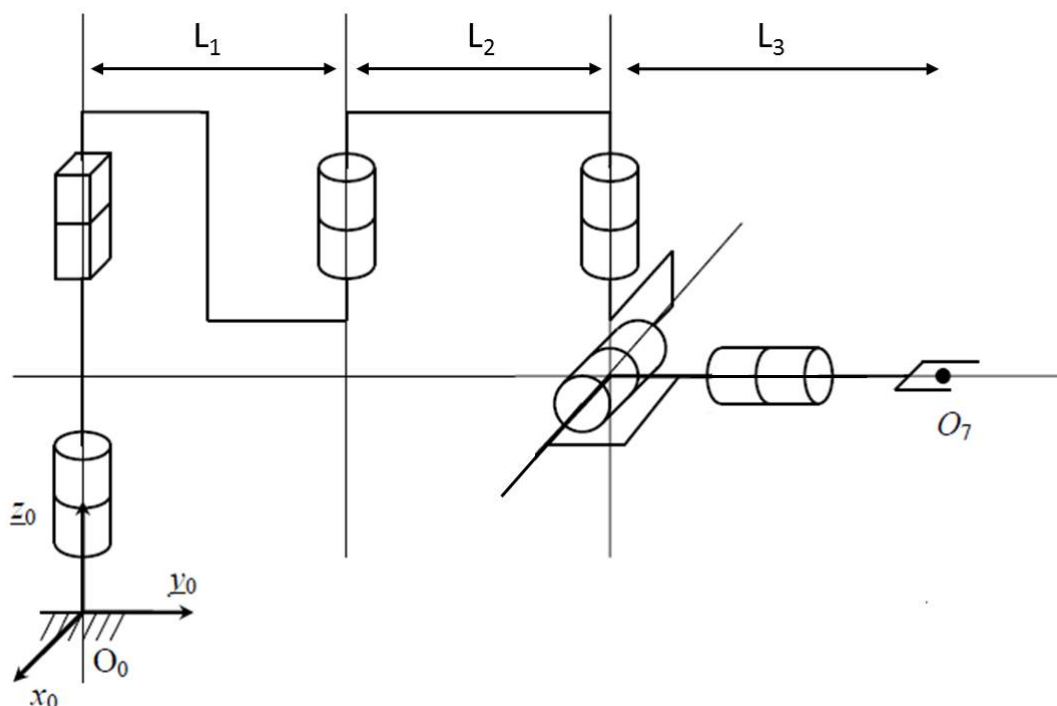


FIGURE 1 – Robot manipulateur cartésien RP4R.

1. Positionner les repères  $\mathcal{R}_1$  à  $\mathcal{R}_6$  liés aux corps mobiles de ce robot.
2. En déduire le tableau des paramètres modifiés de Denavit/Hartenberg. On précisera les valeurs des coordonnées généralisées pour la figure.

Question de cours : Le MGI : définition et utilité en robotique. **Il ne s'agit pas ici de recopier le cours mais d'en faire une synthèse. La réponse attendue peut être donnée sans calcul.**

**Partie II : Génération de trajectoire**

## Partie II : Génération de trajectoire

On considère une loi de mouvement de type bang-bang ou trapèze (accélération et décélération maximum) sur un seul axe d'un robot dans l'espace généralisé.

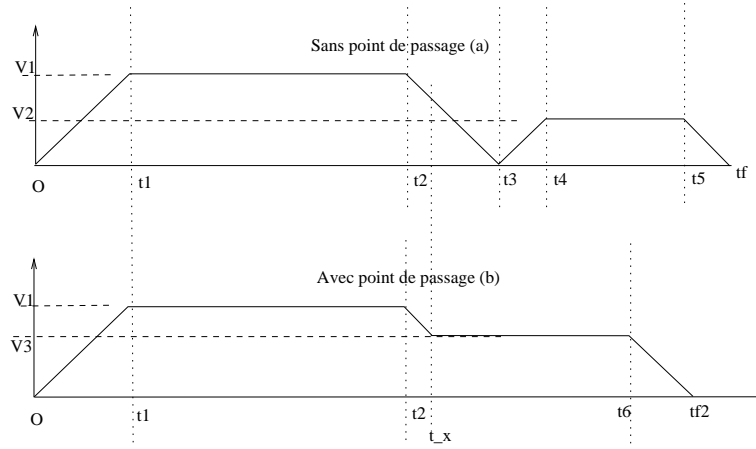


FIGURE 1 – Profils de vitesse en trapèze

Dans le cas d'un enchaînement entre 2 configuration  $q$  avec un point d'arrêt (vitesse nulle) on a le profil de la figure 1 (a) : le robot part de  $q_0$  à  $t = 0$ , passe à  $q_1$  à  $t = t_3$  avec une vitesse nulle et arrive en  $q_2$  à  $t = t_f$  avec une vitesse nulle.

On a :

$$t_3 - t_2 = t_1, t_f - t_5 = t_4 - t_3$$

$$\text{Accélération maximale} = A_m$$

$$\text{Vitesse maximale} = V_M$$

$$V1 \text{ et } V2 \leq V_M$$

Toutes les variations de vitesse se font à accélération/décélération maximale.

Dans ce cas on sait calculer tous les paramètres  $t_{1,2,3,4,5,f}$  et  $V_{1,2}$ , on considère que toutes ces paramètres sont connues pour la suite du problème.

On considère maintenant le cas de la figure 1 (b) ou la configuration  $q_1$  devient une configuration de passage. L'intervalle de temps de variation de la vitesse,  $(t_3 - t_2)$  n'est plus identique puisque l'accélération/décélération se fait à valeur maximale. Cette variation de vitesse permet au robot d'atteindre le même point  $q_2$  à  $t_{f2}$  avec un temps plus petit que dans le cas (a).

Il est donc nécessaire de calculer  $V_3$ ,  $t_x$ ,  $t_6$  et  $t_{f2}$  connaissant les paramètres  $t_{1,2,3,4,5,f}$  et  $V_{1,2}$ .

1. Ecrire l'équation entre les 3 inconnues  $t_2$ ,  $t_x$  et  $V_3$ .
2. Ecrire l'équation entre les 3 inconnues  $t_6$ ,  $t_{f2}$  et  $V_3$ .
3. A ce stade vous possédez 2 équations à 4 inconnues  $V_3$ ,  $t_x$ ,  $t_6$  et  $t_{f2}$  En faisant l'hypothèse qu'on impose la contrainte  $t_6 - t_x = t_5 - t_3$ , calculer  $v_3$ .
4. Connaissant  $V_3$ , peut-on calculer les autres inconnues  $t_x$ ,  $t_6$  et  $t_{f2}$ ? Si oui donner les relations.