Flot maximum stable dans un réseau de transport multi-agent à capacités contrôlables

Nadia CHAABANE FAKHFAKH

LAAS -CNRS

- Sous la direction -
M. Cyril BRIAND
Mme. Marie José HUGUET

09 Juillet 2013

Plan de la présentation

1. Introduction
2. Réseau de transport multi-agent à capacités contrôlables
   - Définition du problème
   - Exemple
3. Analyse du Problème
   - Caractérisation d'un équilibre de Nash
   - Complexité temporelle
   - Formulation MILP
4. Conclusion et perspectives

Plan de la présentation

1. Introduction
2. Réseau de transport multi-agent à capacités contrôlables
   - Définition du problème
   - Exemple
3. Analyse du Problème
   - Caractérisation d'un équilibre de Nash
   - Complexité temporelle
   - Formulation MILP
4. Conclusion et perspectives

Introduction

Optimization multi-agent

- Intervention de plusieurs entités autonomes (agents) dans différentes étapes du processus d'optimisation.
- Chaque agent contrôle ses propres variables de décision avec ses propres préférences et contraintes.
- Chaque agent a son propre objectif qui dépend des décisions de tous les agents.
  $\Rightarrow$ Quelle stratégie choisir dans un système de prise de décision où les agents doivent satisfaire un objectif global tout en satisfaisant leurs propres objectifs ?

Optimization multi-objectif

$$\text{opt } F(x) = (f_1(x), f_2(x), \ldots, f_m(x)) \text{ s.c. } x \in \omega$$

Avec

- $A = \{A_1, \ldots, A_m\}$ ensemble d'agents
- $x = (x_1, \ldots, x_m)$ Vecteur des stratégies des agents
- $f_u(x)$ profit de l'agent A_u

Introduction

Optimization multi-agent

- Intervention de plusieurs entités autonomes (agents) dans différentes étapes du processus d'optimisation.
- Chaque agent contrôle ses propres variables de décision avec ses propres préférences et contraintes.
- Chaque agent a son propre objectif qui dépend des décisions de tous les agents.
  $\Rightarrow$ Quelle stratégie choisir dans un système de prise de décision où les agents doivent satisfaire un objectif global tout en satisfaisant leurs propres objectifs ?

Optimization multi-objectif

$$\text{opt}\, F(x) = (f_1(x), f_2(x), \ldots, f_m(x)) \text{ s.c. } x \in \omega$$

Avec

- $A = \{A_1, \ldots, A_m\}$ ensemble d'agents
- $x = (x_1, \ldots, x_m)$ Vecteur des stratégies des agents
- $f_u(x)$ profit de l'agent A_u

Qualificatifs d'une stratégie

Efficacité

- Une stratégie est efficace s'il n'existe pas une autre stratégie qui donne un meilleur profit pour ***tous*** les agents
- Optimisation multi-objectif : Oprtimum de Pareto.

Stabilité

- Une stratégie est stable si aucun agent ne peut changer ***localement*** sa stratégie pour améliorer son profit au dépend des profits des autres agents
- Théorie des jeux : Équilibre de Nash

Prix de la coopération

- Fonction objectif globale (FOG)
  - Prix de l'anarchie : $PA = (\text{valeur de FOG pour le pire EN})/(OPT)$ [a]
  - Prix de la stabilité : $PS = (\text{valeur de FOG pour le meilleur EN})/(OPT)$ [b]

---

a. E. Koutsoupias and C. Papadimitriou. Worst-case equilibria. 1999.
b. Angel E, Bampis E, Pascual F. The price of approximate stability for a scheduling game problem. 2006

Applications

Problème de transport et distribution multi-agent

- L'agent est une compagnie de transport
- Optimiser un coût de transport ou une quantité de produits à transporter -J. Adler and V. Blue. A cooperative multi-agent transportation management and route guidance system. 2002

Problème d'emploi du temps ou d'organisation d'activités

- L'agent est un participant à l'événement
- Préférences des agents pour participer à un événement
- Contraintes de participation -A. Darmann, E. Elkind, J. Lang, S. Kurz, J. Schauer and G. Woeginger. Group Activity Selection Problem. 2012

Applications

Problème de transport et distribution multi-agent

- L'agent est une compagnie de transport
- Optimiser un coût de transport ou une quantité de produits à transporter -J. Adler and V. Blue. A cooperative multi-agent transportation management and route guidance system. 2002

Problème d'emploi du temps ou d'organisation d'activités

- L'agent est un participant à l'événement
- Préférences des agents pour participer à un événement
- Contraintes de participation -A. Darmann, E. Elkind, J. Lang, S. Kurz, J. Schauer and G. Woeginger. Group Activity Selection Problem. 2012

Applications

Ordonnancement de projet multi-agent

- Les ressources et les tâches sont distribuées entre les agents :
  - Chaque agent peut contrôler la durée de sa tâche
    Objectif : les agents maximisent leurs propres objectifs et collaborent pour mener à terme le projet (objectif global pour satisfaire un client final)
    C.Briand, A. Agnetis and J.C. Billaud. The multi-agent scheduling problem : complexity of finding an optimal Nash Equilibrium. 2012
  - Coordination entre des groupes d'agents rationnels pour ordonnancer leurs tâches sur des ressources communes.
    J. Cohen, D. Cordeiroy, D. Trystramzx and F. Wagner. Coordination Mechanisms for Selfish Multi-Organization Scheduling. 2011

Plan de la présentation

1. Introduction
2. Réseau de transport multi-agent à capacités contrôlables
   - Définition du problème
   - Exemple
3. Analyse du Problème
   - Caractérisation d'un équilibre de Nash
   - Complexité temporelle
   - Formulation MILP
4. Conclusion et perspectives

Réseau de transport multi-agent à capacités contrôlables

Définition

Réseau de transport multi-agent $< G, \mathcal{A}, \underline{Q}, \overline{Q}, C, \pi, W >$:

- $G = (V, E)$ est un réseau de transport :
  - ensemble de noeuds V avec $s, t \in V$ les noeuds source et puits ;
  - ensemble d'arcs E chacun ayant une capacité et recevant un flot.
- $\mathcal{A} = \{A_1, \ldots, A_u, \ldots, A_m\}$ un ensemble de m agents ;
  - Chaque arc (i, j) appartient exactement à un seul agent ;
  - E_u ensemble d'arcs gérés par l'agent A_u ;
- $\underline{Q} = \{\underline{q}_{i,j}\}_{(i,j)\in E}$ et $\overline{Q} = \{\overline{q}_{i,j}\}_{(i,j)\in E}$ sont les vecteurs des capacités normales et maximales des arcs.
  - $q_{i,j} \in [\underline{q}_{i,j}, \overline{q}_{i,j}]$ est la capacité d'un arc (i, j).

Réseau de transport multi-agent à capacités contrôlables

Définition (suite)

- $C = \{c_{i,j}\}$ le vecteur des coût
  - où $c_{i,j}$ est le coût unitaire d'augmentation de $q_{i,j}$ par une unité sur l'arc (i,j) ;
  - Coût total d'augmentation de capacité pour un agent A_u est $\sum_{(i,j)\in E_u} c_{i,j}(q_{i,j} - \underline{q}_{i,j})$
- π récompense par unité de flot circulant dans le réseau
- $W = \{w_u\}$ vecteur de pondération entre agents pour le partage de la récompense
  - w_u part de la récompense pour l'agent A_u.
  - Récompense totale d'un agent A_u est $w_u \times \pi \times F$
- F flot circulant dans le réseau
  - $f_{i,j}$ flot sur l'arc (i,j) vérifie $f_{i,j} \leq q_{i,j}$ où $q_{i,j} \in [\underline{q}_{i,j}, \overline{q}_{i,j}]$

Réseau de transport multi-agent à capacités contrôlables

Programme linèaire multi-objectif

$$
\begin{array}{ll}
Max & (Z_1(S), Z_2(S), \ldots, Z_m(S)) \\
s.c. & \\
(i) & f_{i,j} \leq q_{i,j},\ \forall (i,j) \in E \\
(ii) & \sum_{(i,j)\in E} f_{i,j} = \sum_{(j,i)\in E} f_{ji},\ \forall j \in V\{s,t\} \\
(iii) & \underline{q}_{i,j} \leq q_{i,j} \leq \overline{q}_{i,j},\ \forall (i,j) \in E \\
 & f_{i,j} \geq 0,\ \forall (i,j) \in E
\end{array}
$$

où $Z_u(S) = w_u\ \pi\ (F(S) - \underline{F}) - \sum_{(i,j)\in E_u} c_{i,j}(q_{i,j} - \underline{q}_{i,j})$

Réseau de transport multi-agent à capacités contrôlables

- Jeu non coopératif entre les agents où chacun veut maximiser son profit.

Stratégies des agents

- La stratégie d'un agent est de choisir la capacité des arcs qu'il gère de manière à maximiser son profit.

Stratégie du client

- Le client souhaite maximiser le flot et récompense pour cela les agents.

Exemple

Exemple de problème de flot multi-agent

- Réseau de transport $G(V, U)$ à capacités contrôlables
- Deux agents : Blue (A_B) et Green (A_G)
- Récompense et partage : $\pi = 120$ et $w_B = w_G = \frac{1}{2}$

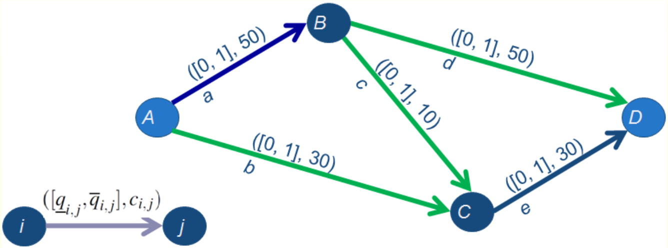

FIGURE : Exemple de problème de flot multi-agent

Exemple (suite)

Augmenter le flot

Trouver un chemin augmentant Γ dans le graphe d'écart tel que $cost_u(\Gamma) < w_u \times \pi$ pour tous les agents A_u.

- où $cost_u(\Gamma) = \sum_{(i,j)\in\Gamma^+\cap E_u} c_{i,j} - \sum_{(i,j)\in\Gamma^-\cap E_u} c_{i,j}$

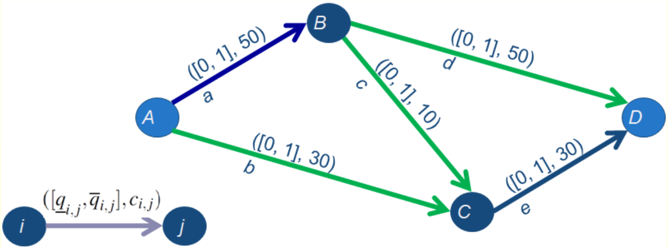

FIGURE : Exemple de problème de flot multi-agent

Exemple (suite)

Diminuer le flot

Trouver un chemin décroissant Γ dans le graphe d'écart tel que $profit_u(\Gamma) > w_u \times \pi$ pour tous les agents A_u.

- où $profit_u(\Gamma) = \sum_{(i,j)\in\Gamma^- \cap E_u} c_{i,j} - \sum_{(i,j)\in\Gamma^+ \cap E_u} c_{i,j}$

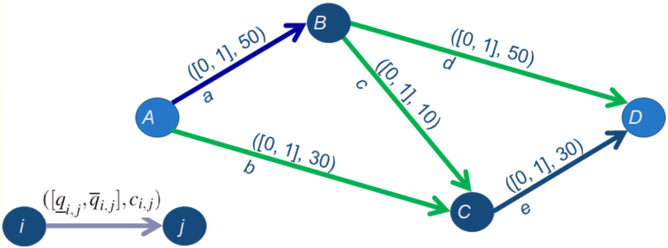

FIGURE : Exemple de problème de flot multi-agent

Exemple (suite)

Illustration de la dualité *Optimalité-Stabilité*

Stratégie	Flot	Récompense	$cost_G$	$cost_B$	Z_G	Z_B
S_0	0	0	0	0	0	0

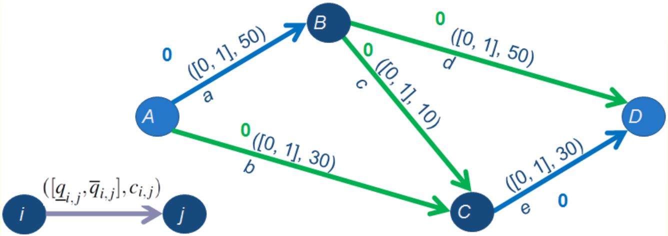

FIGURE : Stratégie S_0

Exemple (suite)

Illustration de la dualité *Optimalité-Stabilité*

Stratégie	Flot	Récompense	$cost_G$	$cost_B$	Z_G	Z_B
S_0	0	0	0	0	0	0
S_1	1	120	30	30	30	30

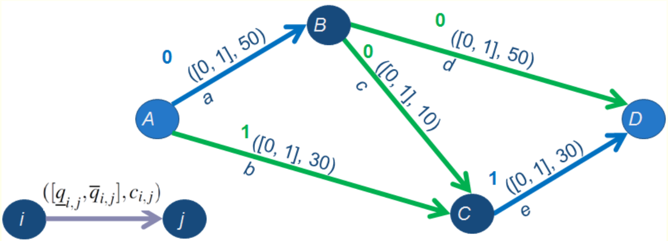

FIGURE : Stratégie S_1

Exemple (suite)

Illustration de la dualité *Optimalité-Stabilité*

Stratégie	Flot	Récompense	$cost_G$	$cost_B$	Z_G	Z_B
S_0	0	0	0	0	0	0
S_1	1	120	30	30	30	30
S_2	2	240	80	80	40	40

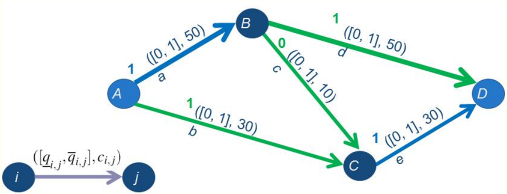

FIGURE : Stratégie S_2

Exemple (suite)

Illustration de la dualité *Optimalité-Stabilité*

Stratégie	Flot	Récompense	$cost_G$	$cost_B$	Z_G	Z_B
S_0	0	0	0	0	0	0
S_1	1	120	30	30	30	30
S_2	2	240	80	80	40	40

Optimalité-Stabilité

- S_2 maximise le flot circulant dans le réseau.
- S_2 est-elle stable au sens de Nash ?

Stratégie S_2

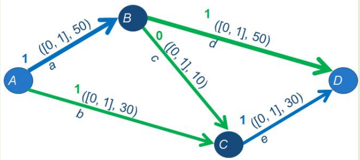

FIGURE : Stratégie S_2

Exemple (suite)

Illustration de la dualité *Optimalité-Stabilité*

Stratégie	Flot	Récompense	$cost_G$	$cost_B$	Z_G	Z_B
S_0	0	0	0	0	0	0
S_1	1	120	30	30	30	30
S_2	2	240	80	80	40	40

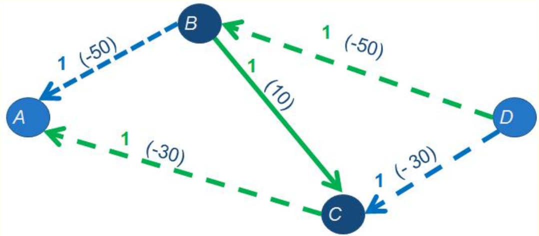

FIGURE : Graphe d'écart correspondant à la stratégie S_2

Exemple (suite)

Illustration de la dualité *Optimalité-Stabilité*

Stratégie	Flot	Récompense	$cost_G$	$cost_B$	Z_G	Z_B
S_0	0	0	0	0	0	0
S_1	1	120	30	30	30	30
S_2	2	240	80	80	40	40

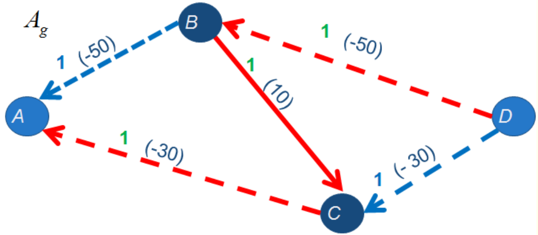

FIGURE : Chemin décroissant profitable pour l'agent A_G

Exemple (suite)

Illustration de la dualité *Optimalité-Stabilité*

Stratégie	Flot	Récompense	$cost_G$	$cost_B$	Z_G	Z_B
S_0	0	0	0	0	0	0
S_1	1	120	30	30	30	30
S_2	2	240	80	80	40	40

Agent A_G peut améliorer son profit en modifiant sa stratégie

Stratégie	Flot	Récompense	$cost_G$	$cost_B$	Z_G	Z_B
S_2'	1	120	10	80	50	-20

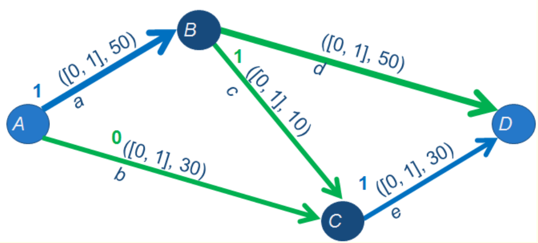

FIGURE : Stratégie S_2'

Exemple (suite)

Dualité *Optimalité-Stabilité*

- La stratégie S_2 est Pareto Optimale mais n'est pas un équilibre de Nash
- La stratégie S_1 est un équilibre de Nash qui n'est pas un optimum de Pareto

Objectif

- Trouver une stratégie maximisant le flot qui soit un EN.

Plan de la présentation

1 Introduction

2 Réseau de transport multi-agent à capacités contrôlables
- Définition du problème
- Exemple

3 Analyse du Problème
- Caractérisation d'un équilibre de Nash
- Complexité temporelle
- Formulation MILP

4 Conclusion et perspectives

Caractérisation d'un équilibre de Nash

Equilibre de Nash

- Une stratégie non-pauvre S est un équilibre de Nash si et seulement s'il n'existe aucun chemin profitable Γ tels que :
  - Γ est un chemin augmentant et il existe un agent A_u tel que $cost_u(\Gamma_{aug}) < w_u\ \pi$ (i.e., il est profitable pour l'agent A_u d'augmenter le flot)
  - Γ est un chemin décroissant et il existe un agent A_u tel que $profit_u(\Gamma_{dec}) \geq w_u\ \pi$ (i.e., il est profitable pour l'agent A_u de diminuer le flot)

Complexité temporelle

Existe-t-il une stratégie profitable ayant un flot strictement supérieur à une valeur ϕ ?

- NP-complet au sens fort

Réduction à partir d'un problème 3-partition

- Considérons un ensemble $\zeta = \{a_1, \ldots, a_K\}$ de $K = 3k$ entiers, tels que :
  - chaque entier $a_i \in]B/4, B/2]$, pour tout $i = 1, \ldots, K$
  - $\sum_{i=1}^{K} a_i = k \times B$
- Existe-t-il une partition en k sous-ensembles tel que la somme des entiers dans chaque sous-ensemble est égale à B [a] ?

a. Garey, M.R. and Johnson, D.S. (1979). Computers and Intracability : A guide to the Theory of NP-Completeness. W.H. Freeman and Co., New York, USA.

Complexité temporelle

Réduction à partir d'un problème 3-partition

- Réduire une instance du problème 3-partition à une instance du problème Flot maximum Multi-agent stable.
- Construire un réseau de transport à partir de l'instance du problème 3-partition avec $K = 9$, $k = 3$, $B = 24$ et $\zeta = \{7, 8, 7, 7, 7, 8, 9, 10, 9\}$.
  - Réseau de transport multi-agent avec $k = 3$ agents
  - chaque agent gère $K = 9$ arcs
  - chaque entier a_i est représenté par 3 arcs parallèles ayant une capacité $q_{i,j} \in [0, 1]$ et un coût $c_{i,j} = a_i$
  - flot $= 0$
  - Récompense de l'agent A_u : $w_u \times \pi = B + \epsilon$ où ϵ est une petite valeur positive.
- Existe-t-il un équilibre de Nash tel que le flot > 0 ?

Complexité temporelle

Eléments de preuve (suite)

- Construire le réseau de transport multi-agent à partir d'une instance 3-partitions
- Chercher un chemin profitable tel que le coût pour chaque agent ne dépasse pas sa récompense $B = 24$

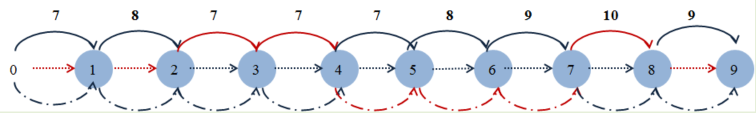

FIGURE : Réduction à partir d'un problème 3-partition avec $k = 3$

Complexité du problème

Le problème de flot à coût minimum multi-agent où les agents ont des profits non négatifs ($Z_u(S) \geq 0$) et des capacités q_i ayant un flot $F(S) \geq \phi$ est NP-complet.

Formulation mathématique

Trouver un EN qui maximise le flot

$$
\begin{array}{ll}
Max & F \\
s.c. & \\
(i) & f_{i,j} \leq q_{i,j},\ \forall (i,j) \in E \\
(ii) & \sum_{j \in \Gamma^+(i)} f_{i,j} - \sum_{j \in \Gamma^-(i)} f_{ji} = \begin{cases} 0 \ \forall i \neq s,t \\ F\ ,\ i = s \\ -F\ ,\ i = t \end{cases} \\
(iii) & \underline{q}_{i,j} \leq q_{i,j} \leq \overline{q}_{i,j},\ \forall (i,j) \in E \\
(iv) & profit_u(\Gamma_{dec}) < w_u \pi,\ \forall A_u \in \mathcal{A} \\
 & f_{i,j} \geq 0,\ \forall (i,j) \in E
\end{array}
$$

Travail en cours

Formuler les contraintes de stabilité au sens de Nash comme des contraintes d'un programme linéaire en nombres entiers.

- Reformulation des contraintes basée sur l'identification des chemins Γ_{dec} ayant le profit maximum $profit_u(\Gamma_{dec})$

Plan de la présentation

1. Introduction
2. Réseau de transport multi-agent à capacités contrôlables
   - Définition du problème
   - Exemple
3. Analyse du Problème
   - Caractérisation d'un équilibre de Nash
   - Complexité temporelle
   - Formulation MILP
4. Conclusion et perspectives

Conclusion

Flot max de coût min multi-agent

Probléme de flots dans les réseaux à coût minimum multi-agent avec des capacités contrôlables.

- Notions de stabilité et d'efficacité.
- Problème d'optimisation : trouver un équilibre de Nash qui maximise le flot à coût minimum
  - NP-difficile au sens fort.

Perspectives

- Résolution centralisée
  - Modélisation mathématique en programmation linéaire : résolution exacte pour trouver le meilleur équilibre de Nash qui qui maximise le flot.
  - Autres approches.

Conclusion

Flot max de coût min multi-agent

Probléme de flots dans les réseaux à coût minimum multi-agent avec des capacités contrôlables.

- Notions de stabilité et d'efficacité.
- Problème d'optimisation : trouver un équilibre de Nash qui maximise le flot à coût minimum
  - NP-difficile au sens fort.

Perspectives

- Résolution centralisée
  - Modélisation mathématique en programmation linéaire : résolution exacte pour trouver le meilleur équilibre de Nash qui qui maximise le flot.
  - Autres approches.

Conclusion

Perspectives

- Résolution distribuée
  - proposer des approches distribuées pour chercher des stratégies efficaces et qui soient stables au sens de Nash.
  - se baser sur les principes des méthodes distribuées recensées dans la littérature des DCOP et DisCSP.
- Autres problèmes d'optimisation de réseau
  - Arbre couvrant, affectation, transbordement, etc.
  - Généralisation des méthodes distribuées spécifiques pour des problèmes de réseau

Conclusion

Perspectives

- Résolution distribuée
  - proposer des approches distribuées pour chercher des stratégies efficaces et qui soient stables au sens de Nash.
  - se baser sur les principes des méthodes distribuées recensées dans la littérature des DCOP et DisCSP.
- Autres problèmes d'optimisation de réseau
  - Arbre couvrant, affectation, transbordement, etc.
  - Généralisation des méthodes distribuées spécifiques pour des problèmes de réseau

Merci pour votre attention !