

# 全国第六届研究生数学建模竞赛



## 题 目 枪弹头痕迹自动比对方法的研究

---

### 摘 要：

本文主要研究了基于光学设备采集的弹头数据，如何建立数学模型以及如何实现枪弹头痕迹的自动比对问题。

问题一的解决中，在弹痕测量数据存在转动和平移误差的情况下，根据空间几何坐标特性，建立了去弹痕趋势面转动误差消除模型，将转动误差的消除问题转换为最小二乘意义下的二次趋势曲面估计问题，并从理论上分析和证明了模型的合理性。在消除转动误差后利用  $M^3AD$  (Minimum Mean Mask Absolute Difference) 算法实现了平移误差的消除。

问题二的解决中，针对弹痕数据的固有特性，提出了双模板滤波处理算法来滤除弹头表面的随机误差和噪声。

问题三的解决中，建立了弹头次棱顺序匹配模型、得到了问题三所有数据的匹配方案斑马图；提出了三种能够有效描述弹痕数据特性的特征参数：弹痕深度差异标准偏差特征、匹配测度值特征以及线纹理角能量密度分布特征。在特征参数融合方面，提出了基于高斯分布的特征参数融合模型，巧妙的将不同尺度下的特征融合问题转换为相似概率的求取问题，从而得到比对对象的相似概率。

基于问题三所提出的弹头数据比对方法，对问题四的所有数据进行了两两比对处理。

**关键词：**弹痕比对、特征提取、特征融合

## 目录

目录.....	2
一、问题重述.....	3
二、问题分析.....	4
三、符号说明.....	6
四、模型的假设.....	6
五、问题 1：测量误差的消除.....	6
5.1 转动误差的消除.....	6
5.2 平移误差的消除.....	10
六、问题 2：随机误差和噪声的消除.....	13
七、问题 3：特征提取方法.....	15
7.1 次棱顺序匹配处理.....	15
7.2 特征提取.....	18
7.3 特征融合.....	25
八、问题 4 的求解.....	29
九、模型的评价与进一步讨论.....	35
参考文献.....	36

## 一、问题重述

在公安实践中,经常要根据弹头上的痕迹来判断两个弹头是否为同一支枪发射的。由于弹头、弹壳在枪支内运动受到严格的限制,弹头或者弹壳上形成的擦划痕或者印压痕迹有稳定的规律,多次反复射击得到的痕迹相似度很高,鉴定时根据弹头的痕迹相似度做出同一性认定结论具有很高的可靠性。

传统方法是通过显微镜用肉眼观察,比对两个弹头上的线条痕迹,看这些线条的粗细分布是否吻合。该方法有两个弱点:一是效率极低,对多个弹头(例如几十、几百个)的比对几乎无法进行;二是弹头样本不易保存,容易发生锈蚀损坏等情况。

现在运用较多的是自动比对方法,其过程分为以下两步:

首先,通过光学设备采集弹头的3维数据。测量的基准平面取为固定在测量设备上的空间直角坐标系的 $xoy$ 平面,沿 $x$ 轴方向和沿 $y$ 轴方向的测量步长均为2.75微米, $z$ 的测量精度为1微米,数据的单位是毫米。基准平面在弹头痕迹的附近,测量时应调节弹头的姿态使得:(1)弹头圆柱中心线尽量平行于基准平面;(2) $y$ 轴尽量平行于擦痕的走向。

然后,采用适当的方法,通过电脑比对,判别一个弹头与样本弹头的相似程度,以便确认发射该弹头的枪支。

要求解决如下问题:

1、在光学设备上采集弹头上痕迹的3维数据时,人工调节很难使两个弹头在同样位置和同样姿态情况下被测量,从而会造成测量误差。通常会造成0.03mm左右的平移误差和 $0.2^\circ$ 的转动误差。如何处理由位置和姿态造成的测量误差,使得两个弹头可以尽量在相同位置和相同姿态的情况下进行比对。

2、弹头表面的损伤、锈迹、油斑、杂质物及痕迹生成的随机性,会造成数据误差和噪声。采取怎样的方法去消除这些误差和噪声。

3、题目给出6支枪发射的12个弹头(每支枪发射2个弹头)的次棱部分的测量数据:

(1) 依据这些数据,怎样的特征可以用于比对;并给出提取这些特征的方法。

(2) 依据这些数据,采用数据的哪一部分用作比对,其效果比较好。

(3) 给出完整的比对方案、算法。

4、另外给出11支枪发射的22个弹头(每支枪发射2个弹头)次棱部分的测量数据:

- (1) 用解决第三个问题的方法给出这 22 个弹头痕迹两两之间的相似程度，并列表表示；
- (2) 根据 (1) 的结果，用列表的方式给出每个弹头按由高到低的顺序与之相似的前 5 位的弹头文件号。

## 二、问题分析

对于第一问，要消除人为原因造成的测量误差，关键是要消除测量中弹头的平移误差和转动误差，在消除该误差后对弹痕的比对结果才会更加准确。

首先讨论转动误差，本文认为转动误差表现在对  $y$  轴的确定中，弹头绕其自身中轴线旋转了一个角度  $\Delta\theta$ ，即转动误差，如图 1 所示。设弹痕上某点  $P$  在弹头旋转了  $\Delta\theta$  角后，移动到  $P'$  点，如图 2 所示，此时该点在  $z$  坐标上的值必然发生变化，并将对比对结果造成一定程度的影响。

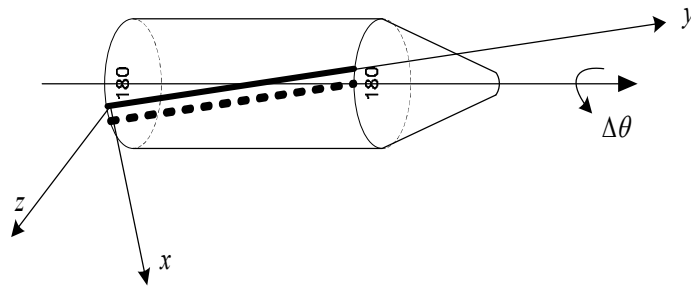


图 1 转动误差示意图

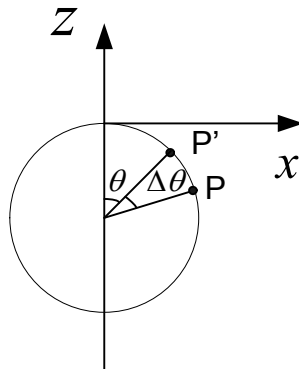


图 2 转动误差计算示意图

另外，转动误差也会导致测量时  $x$  轴采样间隔的变化，引起图像的扭曲。由题目可知，弹头直径为 7.9mm，转动误差在  $0.2^\circ$  左右，如图 3 所示，设  $l$  为次棱特征区域在  $x$  轴向的采样间隔， $l'$  为存在转动误差时的采样间隔， $\Delta\theta$  为转动误差。由三角关系得：

$$\Delta l = l' - l < l \cdot \tan \Delta\theta \cdot \sin \Delta\theta \approx l \cdot \tan 0.2^\circ \cdot \sin 0.2^\circ < 10^{-5} l$$

因此由转动误差引起的 $x$ 轴向上采样间隔的变化很小，可以忽略。

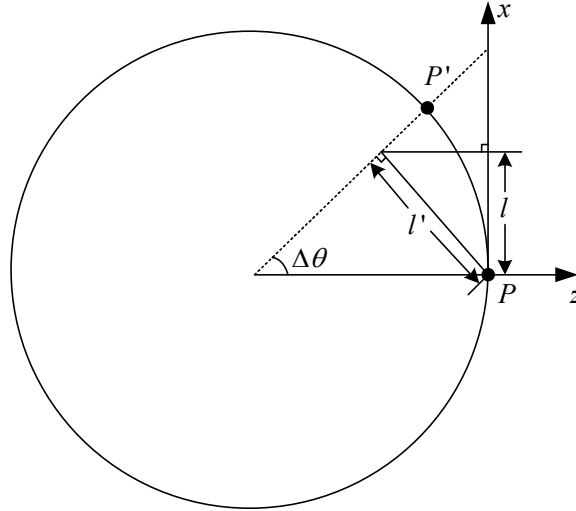


图 3  $x$  方向采样间隔变化说明图

接下来分析平移误差。观察数据采集装置发现，在进行弹痕测量时，平移误差主要发生在 $xoy$ 平面上，造成对两个弹头的观测区域不同。为了更好的进行比对，必须消除平移误差，使两条弹痕的观测区域重合，即使得弹痕在观测区域的同一位置。

根据空间几何坐标特性，本文建立了去弹痕趋势面转动误差消除模型，将转动误差的消除问题转换为最小二乘意义下的二次趋势曲面估计问题，并从理论上分析和证明了模型的合理性。在消除转动误差后利用  $M^3AD$ (Minimum Mean Mask Absolute Difference)算法实现了平移误差的消除。

对于第二问，弹头表面的损伤、锈迹、油斑、杂质物及痕迹生成的随机性，会造成数据误差和噪声，因此，在枪弹头自动比对系统处理流程中，弹痕测量数据必须要进行预滤波处理，滤波质量的好坏将会影响最终的弹头比对性能。本文结合弹痕数据的一些固有特性提出双模板滤波处理算法。

在第三问中，特征提取和选择是弹头自动比对的一个关键问题，它对最终比对的性能有很大的影响。特征提取和选择的任务是从样本的许多特征中提取出最有效的特征。通常情况下，特征分为三类，即物理特征、结构特征和数学特征。人工比对识别对象时是根据物理和结构特征，因为它们更为直观而且容易被人体感觉器官所发现。因此如何利用数学特征来描述物理特征和结构特征就是自动比对系统的关键技术所在。

枪支的个别特征主要是通过弹头上的细小线纹反映出来的，因此如何获得细小线纹以及如何提取细小线纹痕迹特征是识别系统的关键环节。本文提取了三种能够有效描述弹痕数据特性的特征参数：弹痕深度差异标准偏差特征、匹配测度值特征以及线纹理角能量密度分布特征。在特征参数融合方面，提出了基于高斯分布的特征参数融合模型，巧妙的将不同尺度下的特征融合问题转换为相似概率

的求取问题，从而得到比对对象的相似概率。

第四问，通过对 11 把枪的 11 组弹头数据采用本文方法进行两两比对，得出 22 个弹头之间的相似概率。

### 三、符号说明

$x$ ：基准平面的横坐标；

$y$ ：基准平面的纵坐标，与弹痕次棱平行的轴；

$z$ ：基准平面垂直的坐标轴，反映弹痕的深度；

$\Delta\theta$ ：转动误差角度；

$C_i$ ：弹头上某一次棱的测量数据，其中  $i = 1, 2, 3, 4$ 。

### 四、模型的假设

- 1、转动误差仅考虑测量时由于弹头沿其中轴线的转动所导致的测量误差；
- 2、平移误差仅考虑测量时由于在  $xoy$  坐标平面上移动所导致的测量误差；
- 3、假定  $x$  和  $y$  方向上的平移误差均为测量步长的整数倍；
- 4、由于子弹飞出枪膛的时间很短，旋转的角度有限，即枪膛擦痕与圆柱母线的夹角很小，因此假定膛线痕近似为直线；
- 5、在有效数值区域内，假设弹头为圆柱体。

### 五、问题 1：测量误差的消除

正如前文所提到的，测量误差会影响弹头最终的比对性能，因此必须将其消除。由于转动误差的存在会影响平移误差的消除，本文先消除转动误差的影响，再处理平移误差。

#### 5.1 转动误差的消除

在光学设备上采集弹头上痕迹的 3 维数据时，由人工调节该弹头的位置和姿态，因此很难使两个弹头在同样位置和同样姿态情况下被测量，从而会造成测量误差。通常会造成 0.03mm 左右的平移误差和 0.2° 的转动误差。为了使得两个弹头在相同位置和相同姿态的情况下进行比对，就必须尽量消除平移及转动误差

的影响。

首先分析转动误差对数据测量值的影响。由于弹头有效数据区域可以近似为圆柱体，则弹头每一条次棱的测量区域可以看作是理想圆柱体表面与弹痕深度曲面这两块曲面的叠加，当弹痕曲面等于 0 时，即弹头在该次棱测量区域没有弹痕，此时测量值应该是理想的圆柱体表面，当测量区域存在弹痕时，测量值应该是一个叠加在标准二次圆柱面上的弹痕曲面。由三维空间几何坐标系特性可知，理想的圆柱体表面在任何三维坐标系下均是二次曲面，只是在不同的坐标系下二次曲面的系数会发生改变。因此，当存在转动误差时，测量二次曲面的系数会发生改变，但测量结果仍然为二次曲面。该算法流程如图 4 所示。

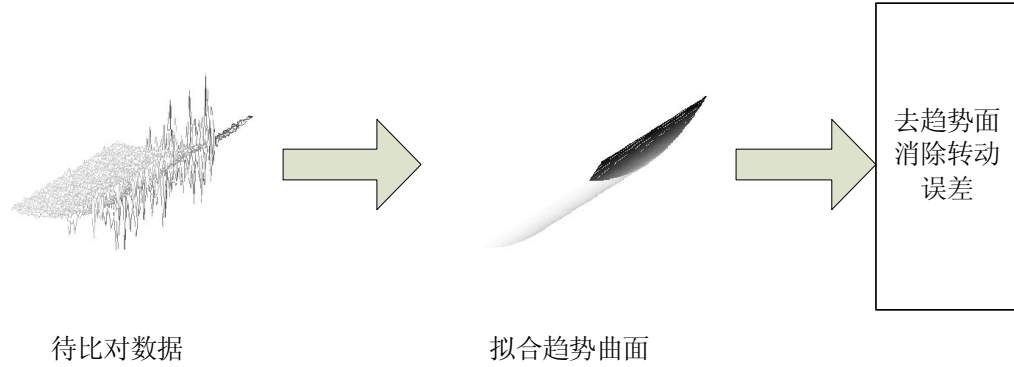


图 4 旋转误差补偿流程

通过上述分析，可以建立去趋势面转动误差消除模型。

**模型描述：**针对每一条次棱的测量数据  $C_i$ ，估计该测量数据在其测量坐标系中最小二乘情况下的二次趋势曲面  $S_i$ ，则  $T_i = C_i - S_i$  即为消除了转动误差的弹痕测量数据。

**模型合理性证明：**

设  $S$  为一二次曲面， $S$  在坐标系  $O(x, y, z)$  下的表达式可表述为  $z = ax^2 + by^2 + cxy + d$ 。设  $O'(x', y', z')$  为另一坐标系，该坐标系与  $O(x, y, z)$  存在转动关系，则  $S$  在坐标系  $O'(x', y', z')$  下的表达式可表述为  $z' = a'x'^2 + b'y'^2 + c'x'y' + d'$ 。设对曲面  $S$  在坐标系  $O(x, y, z)$  下进行二次趋势曲面估计时得到的估计曲面为  $S_s$ ，由最小二乘原理可知  $S_s$  的表达式显然为  $z = ax^2 + by^2 + cxy + d$ ，同样，可估计得到  $S$  在坐标系  $O'(x', y', z')$  中的最小二乘情况下的二次趋势曲面  $S'_s$  为  $z' = a'x'^2 + b'y'^2 + c'x'y' + d'$ 。则曲面  $S$  在两个坐标系中

去除各自坐标系下二次趋势曲面后的结果为：

$$\begin{aligned} T_O &= S - S_{ls} \\ &= (ax^2 + by^2 + cxy + d) - (ax^2 + by^2 + cxy + d) \\ &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} T_{O'} &= S - S_{ls}' \\ &= (a'x'^2 + b'y'^2 + c'x'y' + d') - (a'x'^2 + b'y'^2 + c'x'y' + d') \\ &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

由以上两式得出：

$$T_O = T_{O'} \quad (3)$$

因此同一测量对象在存在转动的坐标系中各自去除其对应的最小二乘二次趋势曲面即可消除转动所引起的测量误差。模型合理性由此得证。

由上述分析可知，在本文模型情况下，消除转动误差的关键在于测量数据的最小二乘情况下二次趋势曲面的求取，由弹头有效数据区域为圆柱体的假设可知该二次曲面为圆柱面。下面介绍最小二乘情况下该二次趋势圆柱面的求取方法。

为了决定圆柱面的方位，定义圆柱的轴线上离坐标原点最近点的坐标为  $P_0(x_0, y_0, z_0)$ ，轴线的矢量为  $a = (a_x, a_y, a_z)$ ，圆柱半径为  $R$ ，这些是待求参数。已知量包括表面上测量点的三维坐标  $P_i(x_i, y_i, z_i)$  ( $i=1, 2, 3, \dots$ ) 数据集合，以及各个顶点的单位法矢量  $n_i = (n_{ix}, n_{iy}, n_{iz})$ 。

**Step1:** 计算轴线矢量方向数；

由于圆柱表面上各点的法矢量与轴线矢量正交，可利用圆柱面上相邻顶点法线矢量之间的矢量积计算轴线矢量。根据柱面上任意两个测量点法矢量的有向夹角是否大于  $180^\circ$ ，把数据点分成两组，按包含数据点数(记为  $m$ )较多的一组各点的法线矢量的矢量积计算轴线矢量，并取算术平均以减小误差。

$$\begin{cases} a_x = \frac{\sum n_{iy} n_{jz} - n_{iz} n_{jy}}{m} \\ a_y = \frac{\sum n_{iz} n_{jx} - n_{ix} n_{jz}}{m} \\ a_z = \frac{\sum n_{ix} n_{jy} - n_{iy} n_{jx}}{m} \end{cases} \quad (4)$$

上式中， $i$  为柱面上任取参考点的顶点序号， $j$  为所选组内柱面上顶点编号，共有  $m$  个顶点。把轴线矢量转化为单位矢量。



Step2: 计算轴线位置和圆柱半径。

由于假设  $P_0$  是轴线上离坐标原点最近的点，所以从坐标原点  $O$  到  $P_0$  的向量与轴线矢量垂直，于是这两个矢量的标量积等于0，即：

$$a_x x_0 + a_y y_0 + a_z z_0 = 0 \quad (5)$$

圆柱的轴线方位可以用过点  $P_0$  的参数方程表示，

$$\begin{cases} x = x_0 + t a_x \\ y = y_0 + t a_y \\ z = z_0 + t a_z \end{cases} \quad (6)$$

上式中  $t$  为参数。根据圆柱面的几何特性，表面上任意点沿其法矢量方向的直线一定相交于轴线上。假设过圆柱面上任意点  $P_i$  沿法线矢量  $n_i$  作直线与轴线交于  $P$ ，则轴线方程对应的参数  $t$  等于  $P_0$  到点  $P$  之间的距离。由于轴线矢量作为单位矢量，进一步可以推导出轴线方程参数  $t$  的计算表达式，

$$t = x_i a_x + y_i a_y + z_i a_z \quad (7)$$

过圆柱面上任意点  $P_i$  且沿该点法矢量方向的直线可以采如下的直线参数方程表示，

$$\begin{cases} x = x_i + s n_{ix} \\ y = y_i + s n_{iy} \\ z = z_i + s n_{iz} \end{cases} \quad (8)$$

上式中  $s$  为参数，当过顶点的法线方程的参数  $s = -R$  时(交点在法线矢量的反方向，因而取负值)，轴线与法线交于点  $P$ 。由于存在测量误差，由测量数据计算生成的轴线与法线的交点同理论的交点之间存在偏差，以交点处的坐标分量表示偏差  $e$ ，有下列误差关系式，

$$e_i^2 = \Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2 \quad (9)$$

上述偏差反映表面拟合误差，因此利用最小二乘法原理，令累积误差平方和  $\sum e_i^2$  为最小，可以导出下列拟合计算目标函数式，

$$\begin{aligned} \min \sum [ & (x_0 + x_i a_x a_x + y_i a_x a_y + z_i a_x a_z - x_i + R n_{ix})^2 + \\ & (y_0 + x_i a_x a_y + y_i a_y a_y + z_i a_y a_z - y_i + R n_{iy})^2 + \\ & (z_0 + x_i a_x a_z + y_i a_y a_z + z_i a_z a_z - z_i + R n_{iz})^2 ] \end{aligned} \quad (10)$$

从上式可以看出，以圆柱轴线的位置 $(x_0, y_0, z_0)$ 参数和圆柱面的半径 $R$ 为变量的拟合计算目标函数是线性最小二乘问题，求解该线性方程组，即可获得圆柱表面的参数，完成对于圆柱面的拟合。

以弹头数据“77t1-1812492”为例，转动误差消除结果如下图所示：

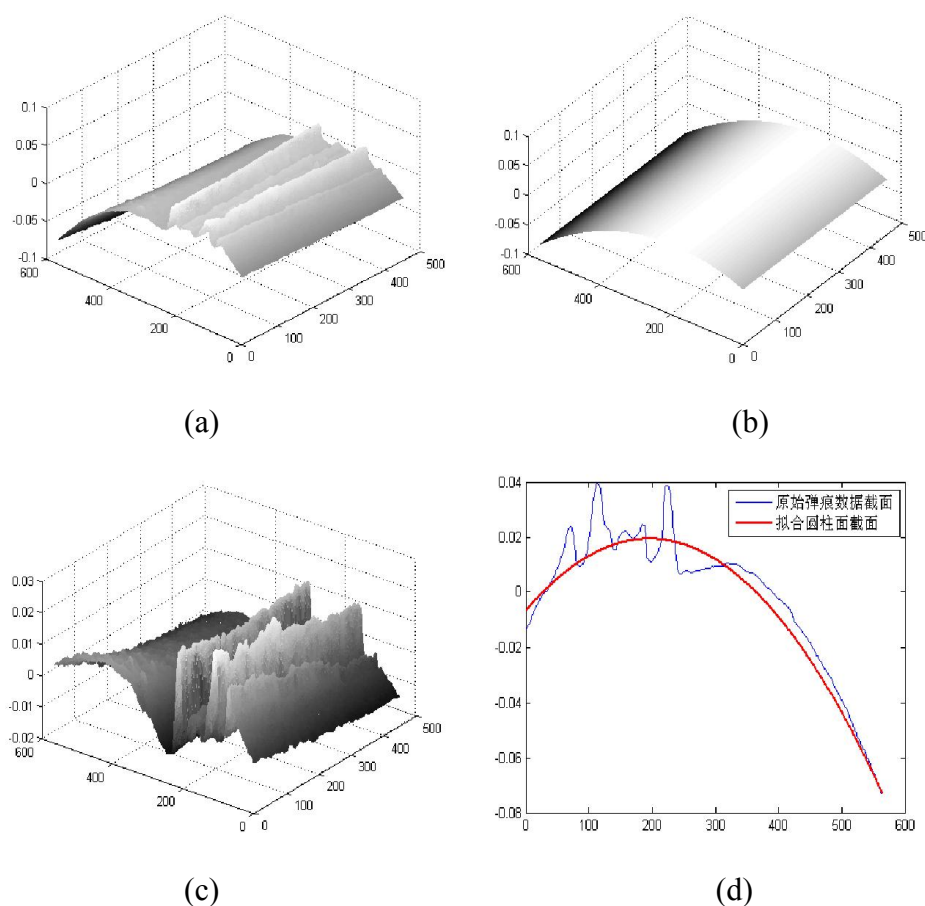


图 5 转动误差消除结果

上图中，(a) 是弹头数据“77t1-1812492”的c1次棱的三维显示结果，(b) 是利用最小二乘法拟合得到的二次趋势曲面，(c) 是c1次棱的原始数据减去趋势曲面的结果（即消除了转动误差），(d) 是二次趋势曲面及弹痕原始数据垂直于 $y$ 轴的截面图。

通过上述模型方法消除弹痕数据的转动误差后即可进行后续的平移误差消除处理。

## 5.2 平移误差的消除

平移误差的主要影响在于使得每次比对数据的测量区域不相同。如果要对两个弹痕进行比对，最好是在同一区域内进行，即弹痕数据的测量位置要相同。对

于平移误差的校正我们提出一种基于 MAD 方法改进的 M<sup>3</sup>AD(Minimum Mean Mask Absolute Difference)算法。

MAD(Minimum Absolute Difference)算法是一种基于弹痕深度的匹配方法，假设弹痕的两次测量数据经过转动误差消除后分别为  $T_1$ 、 $T_2$ ，要消除  $T_1$  与  $T_2$  得平移误差，一个直观的办法就是将其中一次测量数据 ( $T_1$ ) 作为基准数据，然后在基准测量数据 ( $T_1$ ) 中取一个大小适中的窗口 ( $T_{1W}$ )，将该窗口数据在待比对数据 ( $T_2$ ) 上滑动，在滑动的过程中可以求得两次测量数据重合区域的绝对差值，对该绝对值求和即可得到滑动过程中最小绝对差，此时由基准窗口数据在待比对数据中的位置可以得到两次测量数据的平移量，根据平移量即可消除平移误差所带来的测量误差，从而使得弹头可以在相同位置和相同姿态的情况下进行比对。

MAD方法类似如顾客去鞋店买鞋子，顾客脚等同于滑动窗口基准数据，所有尺码鞋子的集合等同于待比对数据，顾客通过试穿不同尺码的鞋子，总能找到一双与自己的脚最为吻合的鞋子。同样，在将滑动窗口基准数据在待比对数据上滑动的过程中总能找到最为吻合的区域。利用基于弹痕深度的最小绝对差算法计算得到弹头滑动窗口基准数据，对该组数据每点深度与弹头待比对测量数据每点深度之差取绝对值，其总和的分布最小值 (MAD值) 恰恰反映了他们之间的吻合度和相似度。

MAD算法最大的优点是运算快，结果的物理意义清晰。但是，MAD算法也有其明显的弊端，

- (1) MAD算法考虑的是每一点的深度，过于笼统的计算每个对应点的异同，这样不能突出弹头的细微特征；
- (2) MAD算法受噪声的影响过大，尤其是片状噪声的影响。

因此本文提出了一种基于MAD方法的改进的M<sup>3</sup>AD算法，算法具体步骤如下：3

Step1: 对两次测量数据  $T_1$ 、 $T_2$  作边缘检测处理，得到边缘描述二值掩膜图像  $mask_1$ 、 $mask_2$ ；

Step2: 在基准测量数据  $T_1$  中取一大小适中的窗口数据  $T_{1W}$ ，使其在待比对测量数据  $T_2$  上滑动，求取滑动过程中差值的绝对值的均值  $Mean_{mad}$ ，

$$Mean_{mad} = \langle |T_{1W} - T_{2W}| \cdot (mask_{1W} \parallel mask_{2W}) \rangle \quad (11)$$

其中 ‘ $\langle \cdot \rangle$ ’ 表示统计均值，‘ $\parallel$ ’ 表示 ‘或’ 运算， $mask_{1W}$ 、 $mask_{2W}$  表示  $T_{1W}$ 、

$T_{2w}$  所对应窗口位置的  $mask_1$ 、 $mask_2$  值；

Step3: 由  $\min(Mean_{mad})$  及其相应的位置即可得两次测量数据的平移量，从而进行平移误差补偿。

与MAD算法比较起来，改进的M<sup>3</sup>AD方法的优势主要体现在：

- 改进的M<sup>3</sup>AD方法降低了噪声对弹头匹配的影响，作边缘检测时，剔除了图像上一些小的尖点噪声；
- 改进的M<sup>3</sup>AD方法对图像做了边缘检测处理，并将弹痕纹理边缘信息作为绝对差值求和的掩膜，集中突出了比对图像纹理边缘特征而非整幅图像，这样比对的数据量小，效率高，结果更符合客观实际。

以弹头数据“77t1-1812492”与“77t2-1812492”的平移误差消除为例，处理过程中掩膜结果如下图所示：

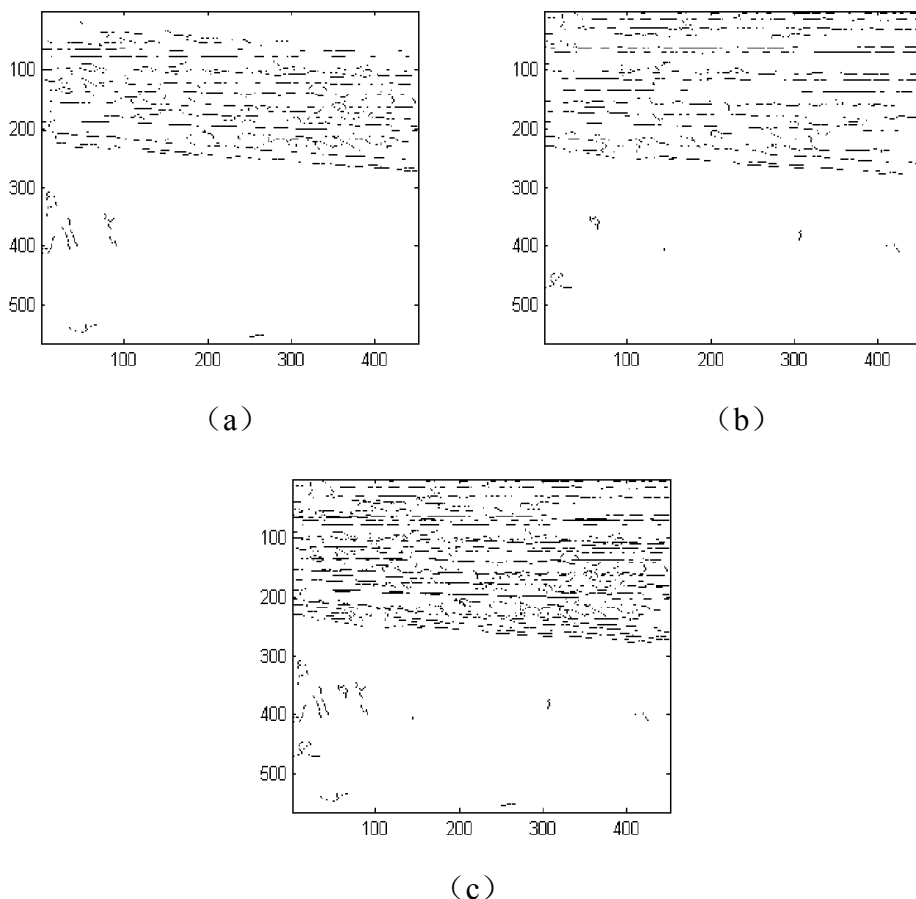


图 6 滑动窗口数据掩膜图

图 6 (a) 是窗口数据  $T_{1w}$  做边缘检测后得到的掩膜图像  $mask_1$ ，(b) 是  $T_{2w}$  所对应窗口位置数据做边缘检测后的掩膜图像  $mask_1$ ，(c) 是两幅掩膜图像‘或’运算的结果。

## 六、问题 2：随机误差和噪声的消除

在枪弹头自动比对系统处理的流程中，弹痕测量数据的预滤波处理是第一个环节，同时它是枪弹头自动比对技术中至关重要的一环，滤波质量的高低决定着整体算法的精度。高精度数据采集仪器测量得到的弹痕数据通常包含由损伤、锈迹、油斑、杂质物及痕迹生成的随机误差和噪声，必须先将它经过预滤波处理，消去大量的噪声信号，得到有效的弹痕数据信息，从而为弹痕的成功比对奠定基础。国内外研究人员针对一般噪声信号的预滤波处理作了大量的研究工作，比如均值滤波、中值滤波及高斯滤波等，针对弹痕滤波较为少见，弹痕数据具有如下特性：

- 1、数据结构中具有明显的线纹信息；
- 2、线纹近似于直线，且方向较为稳定；
- 3、弹头发射时在枪膛内处于高温高速的环境，因此会有大量的毛刺、冲击痕等随机噪声。

本文针对弹痕数据的固有特性提出了一种双模板滤波处理算法。通过对弹痕测量数据滤波窗口的方向矢量进行估计，得到滤波方向加权模板，该模板能有效的保留弹痕的线纹理特征；通过对滤波窗口内数据进行2倍标准偏差判别，得到标准偏差模板，该模板能有效的剔除毛刺等高亮点随机噪声。最后利用这两种模板对测量数据进行滤波处理即可得到弹痕特征保持较为完整的滤波数据，算法具体步骤如下：

Step1：将 $M \times N$ 大小的滤波窗口模板沿弹痕数据的水平和垂直方向上移动；

Step2：通过Radon变换得到该滤波窗口内数据的方向角 $\theta$ ，并统计该窗口数据的标准偏差 $\sigma_w$ ；（在实际弹痕数据大批量处理时，可以对方向角采取近似，因为测量时 $y$ 轴尽量保持与弹痕平行，故在大批量数据处理时为节省时间可以不做方向角估计，直接令 $\theta = 90^\circ$ 。）

Step3：利用步骤2得到的方向角 $\theta$ 构造 $M \times N$ 大小的滤波方向加权模板矩阵 $mask_\varphi$ ；

$$\begin{aligned} mask_\varphi(i, j) &= |\cos(\varphi)| \\ &= |\cos(\tan^{-1}[(i - \frac{M}{2})/(j - \frac{N}{2})] - \theta)| \end{aligned} \quad (12)$$

其中 $(i, j)$ 表示模板中点的位置坐标， $\varphi$ 为滤波方向与数据方向角方向的夹角，在该模板中参与滤波加权点的滤波方向与数据方向角方向的夹角越小，则说明该

点与待滤波点处的滤波加权系数越大，其示意图如图 7所示。

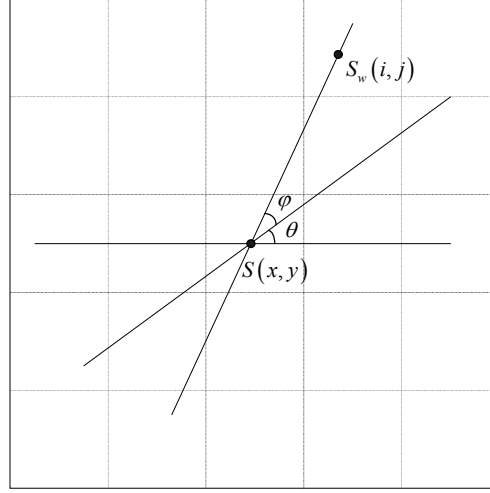


图 7 滤波方向加权模板示意图

Step4: 求取标准偏差模板  $mask_{\sigma}$ ；过程如下，

$$If \ S(x, y) - 2\sigma_w < S_w(i, j) < S(x, y) + 2\sigma_w$$

$$mask_{\sigma}(i, j) = 1$$

else

$$mask_{\sigma}(i, j) = 0$$

其中  $S(x, y)$  为当前待滤波像素值， $S_w(i, j)$  为滤波窗口内数据值，该模板能有效的剔除毛刺等高亮点随机噪声。

Step5: 利用下式对弹痕数据  $S$  进行滤波。

$$S(x, y) = \frac{\sum mask_{\phi} \cdot mask_{\sigma} \cdot S_w}{\sum mask_{\phi}} \quad (13)$$

其中  $(x, y)$  表示滤波点的位置坐标， $S_w$  为滤波窗口数据，‘ $\cdot$ ’ 表示矩阵的点乘。

以弹头数据“77t1-1812492”的某一次棱为例，双模板滤波算法滤波结果如下图所示：

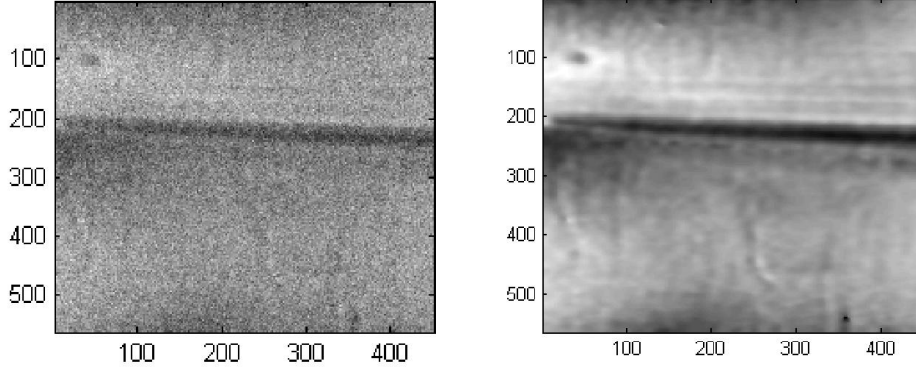


图 8 双模板滤波算法结果

通过上图的滤波结果可以看到，双模板滤波算法在有效的滤除斑点随机噪声、毛刺的情况下保留了弹痕的纹理信息，从而为后续比对处理奠定基础。

## 七、问题 3：特征提取方法

### 7.1 次棱顺序匹配处理

在问题 1 中我们已经通过合理的建模消除了平移与转动误差，使得两个弹头的测量数据处在相同测量位置和相同测量姿态下。但是在进行弹头数据比对前还要对弹头次棱顺序做匹配处理，从而使得用于比对的弹痕测量数据对应于同一次痕。

由于 4 条次棱的数据顺序是统一按照一个方向排序，因此可能存在的次棱匹配方案有且仅有如下 4 种：

方案  $M_1$ ：  $c_{m1} \rightarrow c_{n1}$ 、  $c_{m2} \rightarrow c_{n2}$ 、  $c_{m3} \rightarrow c_{n3}$ 、  $c_{m4} \rightarrow c_{n4}$

方案  $M_2$ ：  $c_{m1} \rightarrow c_{n2}$ 、  $c_{m2} \rightarrow c_{n3}$ 、  $c_{m3} \rightarrow c_{n4}$ 、  $c_{m4} \rightarrow c_{n1}$

方案  $M_3$ ：  $c_{m1} \rightarrow c_{n3}$ 、  $c_{m2} \rightarrow c_{n4}$ 、  $c_{m3} \rightarrow c_{n1}$ 、  $c_{m4} \rightarrow c_{n2}$

方案  $M_4$ ：  $c_{m1} \rightarrow c_{n4}$ 、  $c_{m2} \rightarrow c_{n1}$ 、  $c_{m3} \rightarrow c_{n2}$ 、  $c_{m4} \rightarrow c_{n3}$

在次棱匹配时只要确定了其中一条次棱对应于另一弹头次棱位置即可完成所有次棱顺序的一一匹配。最简单的次棱匹配方案是：取某一弹头的任意一条次棱  $c_{mi}$  与另一弹头的四条次棱分别作匹配性测度运算，通过匹配测度值的大小即可确定其在另一弹头上的匹配次棱，从而得到所有次棱的匹配顺序。但是，这种匹配方案在实际数据处理时可能会存在问题，当次棱  $c_{mi}$  的数据质量较差时可能不会得到正确的次棱匹配顺序。因此在实际处理时我们采用如下的次棱顺序匹配

算法：

Step1：对待匹配的两个弹头数据做预滤波处理，然后进行平移误差与转动误差消除；

Step2：在不同的匹配方案下，针对其相应的次棱做相似性计算，从而得到不同匹配方案下相似测度矩阵  $L(i, j)$ ；

其中  $i=1,2,3,4$ ，表示四种不同的匹配方案；  $j=1,2,3,4$ ，表示每一种匹配方案下不同弹头的四条次棱的两两相似性程度。如： $L(1,2)$  表示在匹配方案  $M_1$  的情况下，两比对弹头对应次棱  $c_{m2} \rightarrow c_{n2}$  的相似性程度。相似测度矩阵  $L(i, j)$  的计算表达式如下：

$$L(i, j) = \begin{cases} \sqrt{2\rho(i, j) - 1} & \text{if } \rho(i, j) \geq 0.5 \\ 0 & \text{if } \rho(i, j) < 0.5 \end{cases} \quad (14)$$

$$\rho(i, j) = \frac{\sum (S_1 - E[S_1]) \cdot (S_2 - E[S_2])}{\sqrt{\sum (S_1 - E[S_1])^2 \cdot \sum (S_2 - E[S_2])^2}} \quad (15)$$

其中  $S_1$ 、 $S_2$  表示在匹配方案  $M_i$  情况下两弹头的相应次棱数据，‘ $E$ ’ 为取均值运算。

Step3：对测度矩阵  $L(i, j)$  做行升排序处理，匹配方案  $M_i$  的匹配测度值  $C_i = \frac{L(i,3) + L(i,4)}{2}$ 。

下面利用上述弹痕次棱顺序匹配算法针对提供的数据进行相关匹配测度值计算。

同一枪支发射的弹头数据“77T1-1812492”与“77T2-1812492”在不同匹配方案下相关匹配测度值计算结果如表 1 所示：

表 1 “77T1-1812492”与“77T2-1812492”相关匹配测度值计算结果

匹配方案	$M_1$	$M_2$	$M_3$	$M_4$
匹配测度值	0.7335	0.4118	0.2412	0.4911

由上表中相关匹配测度值的最大值位置（表中着色区域）可以确定弹头数据“77T1-1812492”与“77T2-1812492”的次棱匹配方案为第一种  $M_1$ ，次棱对应关系如表 2 所示，



表 2 “77T1-1812492”与“77T2-1812492”次棱对应关系

77T1-1812492	c1	c2	c3	c4
77T2-1812492	c1	c2	c3	c4

不同枪支发射的弹头数据“77T1-1928033”与“77T1-1812492”的相关匹配测度值计算结果如下表所示：

表 3 “77T1-1928033”与“77T1-1812492”相关匹配测度值计算结果

匹配方案	$M_1$	$M_2$	$M_3$	$M_4$
匹配测度值	0	0.1673	0	0.1409

由上表中相关匹配测度值的最大值位置（表中着色区域）可以确定弹头数据“77T1-1928033”与“77T1-1812492”的次棱匹配方案为第二种 $M_2$ ，次棱对应关系为：

表 4 “77T1-1928033”与“77T1-1812492”次棱对应关系

77T1-1928033	c1	c2	c3	c4
77T1-1812492	c2	c3	c4	c1

通过批处理问题 3 的所有数据，得到次棱匹配方案分布的斑马图，如图 9 所示，图中每一种颜色代表一种匹配方案。

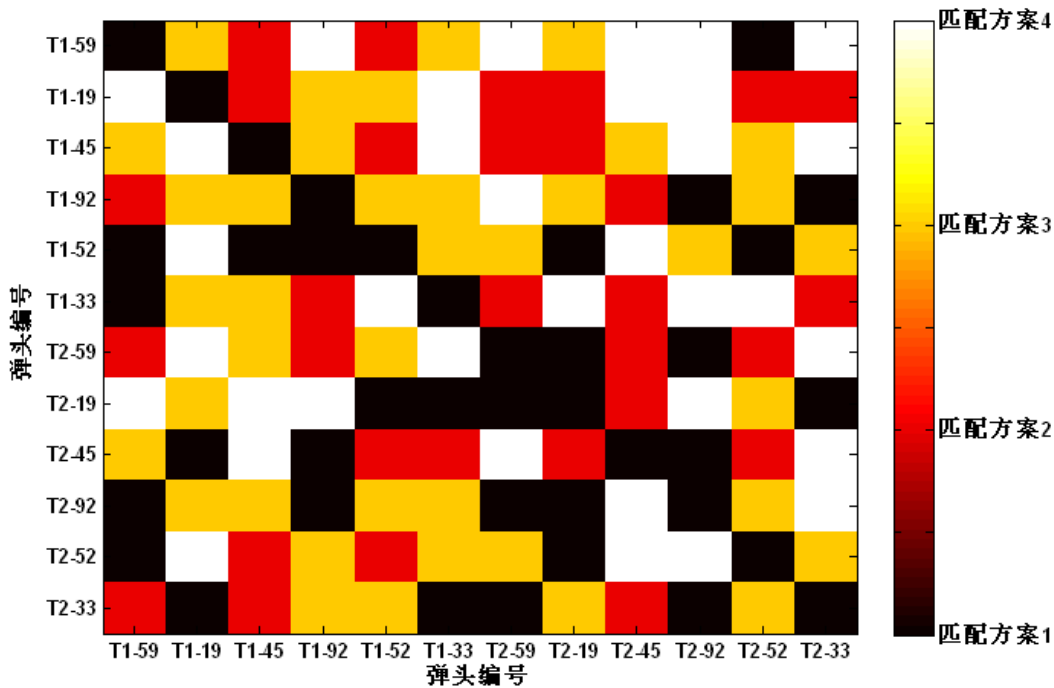


图 9 次棱匹配方案分布斑马图

注：上图中“T1-59”表述的是对应枪弹头“T1-1203959”的编号，在不影响分辨的情况下省略了五位数字。

分析上述结果可以得到两条重要结论：

- 比对弹头属于同一支枪发射时的匹配测度值明显大于不同枪支发射弹头的匹配测度值；

- 当比对弹头属于同一枪支发射时，不同匹配方案的匹配测度值大小差异明显；当比对弹头不属于同一枪支发射时，不同匹配方案的匹配测度值大小差异很小。

第一条结论具有重要意义，说明匹配测度值不但可以用于弹头次棱匹配方案的确定，还可以用于描述比对弹头之间的相似程度，匹配测度值越大说明比对弹头属于同一枪支发射的可能性就越大。因此匹配测度值可以作为弹头比对的有效特征参数之一。

第二条结论具有合理的物理解释，当比对弹头属于同一枪支发射时，正确的匹配方案会使所有弹痕次棱的相关性最大，从而得到很高的匹配测度值，当匹配方案错误时，会降低所有次棱的相关性，从而使得匹配测度值大幅度减小；当比对弹头属于不同枪支发射时，两弹头的次棱数据样本相关性很低，因此无论使用何种匹配方案得到的匹配测度值变化都不大，并且数值较小。

## 7.2 特征提取

特征提取和选择是弹头自动比对的一个关键问题，它对最终比对的性能有很大的影响。特征提取和选择的任务是如何从样本的许多特征中提取出最有效的特征。通常情况下，把特征分为三类：即物理特征、结构特征和数学特征。人工比对识别对象时是根据物理和结构特征，因为它们更为直观而且容易被人体感觉器官所发现。因此如何利用数学特征来描述物理特征和结构特征就是自动比对系统的关键技术所在。

本文提出了三种有效的能够描述弹痕数据特性的特征参数：弹痕深度差异标准偏差特征、匹配测度值特征以及线纹理角能量密度分布特征。并对这些特征参数进行了深入的研究分析，文章最后的比对结果验证了特征参数提取的有效性。

### 特征一：弹痕深度差异标准偏差特征

弹痕深度差异标准偏差特征反映了弹痕局部空间结构的轮廓特征，标准偏差值的大小刻画了比对数据结构轮廓差异，该特征的提取方法及步骤如下：

Step1：对待比对弹痕数据做预滤波处理、转动误差及平移误差消除，得到预处理后弹痕数据；

Step2：利用前文的弹痕次棱匹配算法对预处理后弹痕数据做次棱匹配操作，得到匹配处理后的弹痕深度数据  $S_{li}$ 、 $S_{2j}$ ；

Step3：取两个深度差异最小的次棱对计算弹痕深度差异标准偏差值  $\sigma_h$ 。

$$\sigma_h = \sigma_{mn} + \sigma_{kl} \quad (16)$$

$$\sigma_{mn} = \sqrt{\frac{1}{N-1}(\sum((S_{1m} - S_{2n}) - \frac{1}{N}\sum(S_{1m} - S_{2n}))^2)} \quad (17)$$

$$\sigma_{kl} = \sqrt{\frac{1}{N-1}(\sum((S_{1k} - S_{2l}) - \frac{1}{N}\sum(S_{1k} - S_{2l}))^2)} \quad (18)$$

其中  $N$  为比对数据点数， $\sigma_{mn}$  表示匹配后深度差异最小的次棱  $S_{1m}$  与  $S_{2n}$  深度差的标准偏差值， $\sigma_{kl}$  表示匹配后深度差异次小的次棱  $S_{1k}$  与  $S_{2l}$  深度差的标准偏差值。

弹痕深度差异标准偏差值  $\sigma_h$  从某种意义上来说反映了比对弹头数据的相似程度，弹痕深度差异标准偏差值  $\sigma_h$  越小说明两弹头的相似性越强。对问题 3 的所有数据的深度差异计算标准偏差值  $\sigma_h$ ，结果如下表所示。

表 5 问题 3 所有数据深度差异标准偏差值  $\sigma_h$

	T1-59	T1-19	t1-45	t1-92	T1-52	T1-33	T2-59	T2-19	t2-45	t2-92	T2-52	T2-33
T1-59	0	0.0371	0.0168	0.0194	0.022	0.0105	0.0099	0.0181	0.0117	0.0145	0.0079	0.0272
T1-19	0.0284	0	0.0383	0.0296	0.0395	0.0291	0.0384	0.0299	0.0494	0.0377	0.0374	0.0438
t1-45	0.0071	0.0407	0	0.0218	0.0255	0.0177	0.0177	0.0213	0.0194	0.0247	0.0196	0.0234
t1-92	0.0141	0.043	0.0135	0	0.0108	0.0108	0.0135	0.0142	0.0086	0.009	0.0107	0.0237
T1-52	0.0134	0.046	0.0132	0.0109	0	0.0096	0.0123	0.0149	0.0105	0.012	0.0096	0.0237
T1-33	0.0122	0.0209	0.012	0.0151	0.0074	0	0.0148	0.0131	0.0055	0.0132	0.0098	0.0228
T2-59	0.0098	0.0248	0.0185	0.0149	0.012	0.0132	0	0.0131	0.0109	0.0139	0.0138	0.0206
T2-19	0.0126	0.041	0.028	0.0233	0.0273	0.0154	0.0148	0	0.014	0.0226	0.0278	0.0398
t2-45	0.0094	0.0199	0.0109	0.0119	0.0074	0.006	0.0131	0.014	0	0.011	0.0093	0.0216
t2-92	0.0114	0.0427	0.0163	0.0087	0.0132	0.0132	0.01	0.0153	0.0119	0	0.0161	0.0267
T2-52	0.0076	0.0223	0.0152	0.0119	0.0162	0.0068	0.0159	0.0147	0.0089	0.0136	0	0.0209
T2-33	0.0466	0.0586	0.0238	0.0614	0.041	0.0153	0.05	0.0456	0.0346	0.0397	0.0235	0

注：上表中弹头编号在不影响分辨的情况下均省略了五位数字，如：“T1-59”表述的是对应枪弹头“T1-1203959”的编号。

为了更好的显示与分析结果，上述表格数据的二维显示如下图所示。

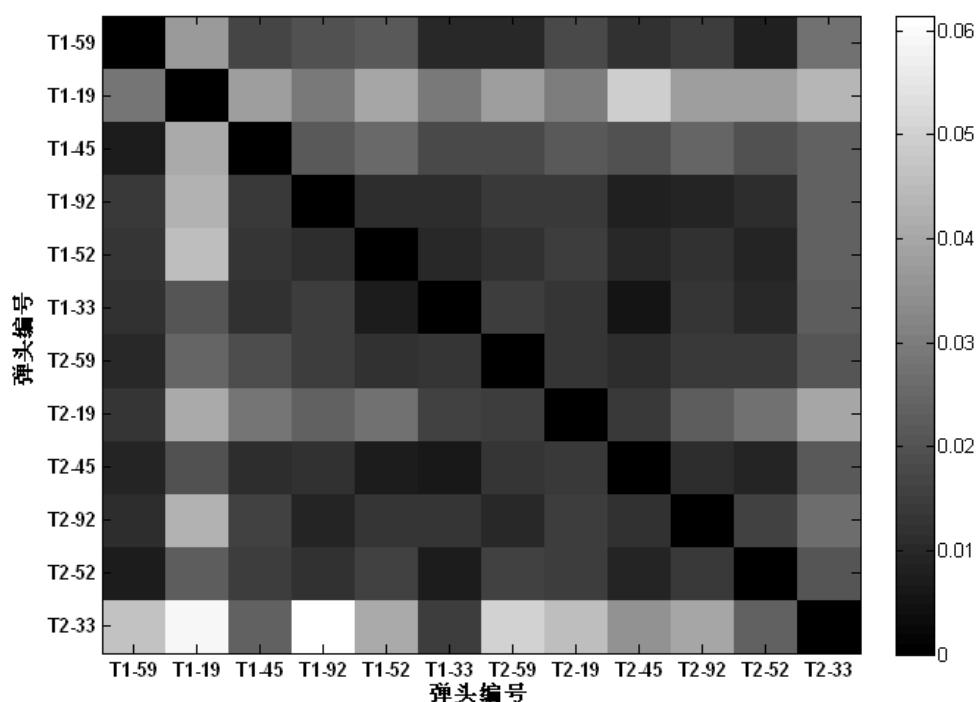


图 10 问题 3 所有数据深度差异标准偏差值  $\sigma_h$  二维斑马图

**数据分析：**理论上，弹头数据任何特征的两两比对结果应该完全对称分布在对角线两边，通过上图显示可知弹痕深度差异标准偏差值  $\sigma_h$  的比对结果基本上沿对角线对称分布，但仍存在一些细微的差异。导致这一细微差异的原因是尽管两次比对的弹头相同，但是实际比对区域却略有差异，比如“T1-59”与“T1-19”做比对时我们选取的基准弹头是“T1-59”，取的基准窗口是“T1-59”弹痕数据的中间部分，而“T1-19”与“T1-59”做比对时我们选取的基准弹头是“T1-19”，取的基准窗口是“T1-19”弹痕数据的中间部分，这样就会导致两次比对的结果略有差异。

## 特征二：匹配测度值特征

在前文的次棱顺序匹配模型和算法中我们得到了如下两条重要结论：

- 比对弹头属于同一支枪发射时的匹配测度值明显大于不同枪支发射弹头的匹配测度值；
- 当比对弹头属于同一枪支发射时，不同匹配方案的匹配测度值大小差异明显；当比对弹头不属于同一枪支发射时，不同匹配方案的匹配测度值大小差异很小。

第一条结论说明匹配测度值不但可以用于弹头匹配方案的确定，还可以用于描述比对弹头之间的相似程度，匹配测度值越大说明比对弹头属于同一枪支发射

的可能性就越大。因此匹配测度值可以作为弹头比对的有效特征参数之一。

匹配测度值描述的是两比对弹头数据结构信息的整体相似性，批处理问题 3 的所有数据，处理结果如下表所示。

表 6 问题 3 所有数据匹配测度值

	T1-5 9	T1-1 9	t1-4 5	t1-9 2	T1-5 2	T1-3 3	T2-5 9	T2-1 9	t2-4 5	t2-9 2	T2-5 2	T2-3 3
T1-5 9	1	0.5221	0.764	0.3853	0.5264	0.3383	0.6503	0.7628	0.7117	0.7092	0.7503	0.7303
T1-1 9	0.5379	1	0.4571	0.39	0.5478	0.1926	0.6605	0.6086	0.494	0.5674	0.6215	0.4228
t1-4 5	0.5024	0.347	1	0.6235	0.2987	0.6411	0.6304	0.6193	0.7805	0.6755	0.335	0.4469
t1-9 2	0.516	0.2402	0.5554	1	0.1819	0.3337	0.2291	0.589	0.5639	0.7134	0.3553	0.3964
T1-5 2	0.5847	0.4191	0.5683	0.4026	1	0.2541	0.6059	0.6736	0.3407	0.4746	0.7774	0.8599
T1-3 3	0.5207	0.494	0.5588	0.1673	0.3354	1	0.514	0.3992	0.6904	0.3371	0.3526	0.6896
T2-5 9	0.6652	0.4376	0.7005	0.3045	0.4248	0.0846	1	0.6494	0.5122	0.6921	0.5658	0.679
T2-1 9	0.6743	0.6932	0.7468	0.2123	0.3028	0	0.6065	1	0.4335	0.3968	0.4318	0.3496
t2-4 5	0.4159	0	0.7688	0.4109	0.3499	0.6685	0.602	0.505	1	0.416	0.3316	0.6789
t2-9 2	0.7116	0.5774	0.4919	0.7335	0.5173	0.3591	0.635	0.5666	0.514	1	0.5103	0.4235
T2-5 2	0.7391	0.7042	0.32	0.2186	0.7427	0.5801	0.7588	0.7341	0.5269	0.5984	1	0.8325
T2-3 3	0.5301	0.8208	0.7365	0.0385	0.6195	0.6867	0.7647	0.6304	0.5612	0.569	0.7685	1

**数据分析：**理论上，弹头数据匹配测度值特征的两两比对结果也应该完全对称分布在对角线两边，分析上表数据发现匹配测度值在对角线两边还是存在着较大的不对称特性。导致这一不对称特性的原因有两个：

- 尽管两次比对的弹头相同，但是实际比对区域同样略有差异；
- 因为匹配测度值是基于相关系数衍生而来，当两比对弹头不属于同一枪

支发射时，两比对数据样本的相关性会很低，而且相关性的随机性会很大，这就导致了略微的区域不同就会对相关系数带来很大的扰动，从而使得匹配测度值矩阵的对称性进一步下降。

综上所述，就不难理解匹配测度值的对称性差于弹痕深度差异标准偏差值的对称性。

### 特征三：线纹理角能量密度分布特征

前文的弹痕深度差异标准偏差特征反映了弹痕局部空间结构的轮廓特征；匹配测度特征描述的是两比对弹头数据结构信息的整体相似性；线纹理角能量密度分布特征则描述了弹痕数据一个非常重要的特征——线形纹理结构特征。本文采用二位连续小波变换来进行线形纹理结构估，下面我们引入二位连续小波。

令  $f(x_1, x_2)$  表示一个二维信号， $x_1, x_2$  分别是其横坐标和纵坐标； $\psi(x_1, x_2)$  代表二维的基本小波。则二维连续小波变换可以定义如下：令  $\psi_{a;b_1,b_2}(x_1, x_2)$  表示  $\psi(x_1, x_2)$  的尺度伸缩与二维位移，

$$\psi_{a;b_1,b_2}(x_1, x_2) = \frac{1}{a} \psi\left(\frac{x_1 - b_1}{a}, \frac{x_2 - b_2}{a}\right) \quad (19)$$

则

$$\begin{aligned} WT_f(a; b_1, b_2) &= \left\langle f(x_1, x_2), \psi_{a;b_1,b_2}(x_1, x_2) \right\rangle \\ &= \frac{1}{a} \iint f(x_1, x_2) \psi\left(\frac{x_1 - b_1}{a}, \frac{x_2 - b_2}{a}\right) dx_1 dx_2 \end{aligned} \quad (20)$$

其中的因子  $1/a$  是为了保证小波伸缩前后其能量不变而引入的归一因子。

这便是由一维小波变换引伸出的二维连续小波变换的定义。但是要进一步加以改进。式(20)的相应反演小波变换变换是：

$$f(x_1, x_2) = \frac{1}{c_\psi} \int_0^\infty \frac{da}{a^3} \iint WT_f(a; b_1, b_2) \psi\left(\frac{x_1 - b_1}{a}, \frac{x_2 - b_2}{a}\right) db_1 db_2 \quad (21)$$

式中，

$$c_\psi = \frac{1}{4\pi^2} \iint \frac{|\psi(\omega_1, \omega_2)|^2}{|\omega_1^2 + \omega_2^2|} d\omega_1 d\omega_2 \quad (22)$$

二维小波变换较之一维情况复杂之处在于：在尺度伸缩的同时还可以进行坐标旋转，也就是说尺度因子  $a$  可以改写成矩阵表示：

$$A = ar_\theta \quad (23)$$

式中的

$$r_\theta = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (24)$$

是旋转因子。因此，比式(20)和(21)更具一般性的表示是：

$$\psi_{A,\bar{b}}(\bar{x}) = \frac{1}{|A|} \psi \left[ A^{-1}(\bar{x} - \bar{b}) \right] = \frac{1}{a} \psi \left[ r_\theta^{-1} \left( \frac{\bar{x} - \bar{b}}{a} \right) \right] \quad (25)$$

$$WT_f(A, \bar{b}) = \left\langle f(\bar{x}), \psi_{A,\bar{b}}(\bar{x}) \right\rangle = \frac{1}{a} \int_{\mathbb{R}^2} f(\bar{x}) \psi \left[ r_\theta^{-1} \left( \frac{\bar{x} - \bar{b}}{a} \right) \right] d\bar{x} \quad (26)$$

式中  $a = \det A$ ， $\bar{x} = [x_1, x_2]^T$ ， $\bar{b} = [b_1, b_2]^T$ 。要注意的是(26)只是一种简记形式，它的具体含义是：

$$\begin{aligned} & WT_f(a, \theta, b_1, b_2) \\ &= \frac{1}{a} \iint f(x_1, x_2) \psi \left( \frac{(x_1 - b_1) \cos \theta - (x_2 - b_2) \sin \theta}{a}, \frac{(x_1 - b_1) \sin \theta + (x_2 - b_2) \cos \theta}{a} \right) dx_1 dx_2 \end{aligned} \quad (27)$$

具有旋转能力的小波变换，其优点是：作为“数学显微镜”，它不但具有放大能力，还可以选择最佳偏振方向进行分析。这正是我们应用二维连续小波变换进行线形纹理结构特征估计的基础。

不同于二维离散的小波变换，二维连续小波变换还能够提供准确的方位信息。且它的系数保存了能量，经推倒后可以得到下式

$$\int |f(\bar{x})|^2 d^2 \bar{x} = c_\psi^{-1} \int |WT_f(a, \theta, b)|^2 \frac{da d\theta d^2 \bar{b}}{a} \quad (28)$$

从结果中可以看出，二维小波变换的系数平方可以看作是对于给定的尺度方位和位移的能量密度。对于线形纹理结构特征估计问题，当位移参量为零时。弹痕数据在角度方向上的能量分布可以由下式表示，它可以称为线纹理角能量密度。

$$E(\theta) = \int |WT_f(a, \theta, b)|^2 \frac{da}{a} \quad (29)$$

对于一个正确选择的小波基函数，线纹理角能量密度代表了目标的线形纹理结构。此处推荐使用的方向小波基是二维墨西哥草帽小波，而不是二维 Morlet 小波，这是因为二维 Morlet 小波是调整后的高斯型，由于它是震荡小波，所以它不适合作为线纹理估计的小波基。而二维墨西哥草帽小波能够很好的反映图像中的线形结构，并且二维墨西哥草帽小波的是非震荡小波基，这对于线纹理估计很有利。二维墨西哥草帽小波的表达式为：

$$\psi(\bar{x}) = (2 - \|\bar{x}\|_\epsilon^2) \exp\left(-\|\bar{x}\|_\epsilon^2 / 2\right) \quad (30)$$

其中  $\|\bar{x}\|_\varepsilon^2 = x_1^2 + x_2^2 / \varepsilon$ ，参数  $\varepsilon$  为各向异性参数，如果  $\varepsilon$  为1的话，二维墨西哥草帽小波将不具有方向性。

目标的线纹理角能量密度分布通过下述参数确定

$$\begin{cases} \hat{\theta} = \arg \max_{\theta} E(\theta) \\ \hat{\sigma}_{\theta} = std(E(\theta)) \end{cases} \quad (31)$$

下面利用上述线纹理角能量密度分布特征提取方法处理弹头数据“77T1-1812492”与“77T2-1812492”，得到的线纹理角能量密度分布如下图所示：

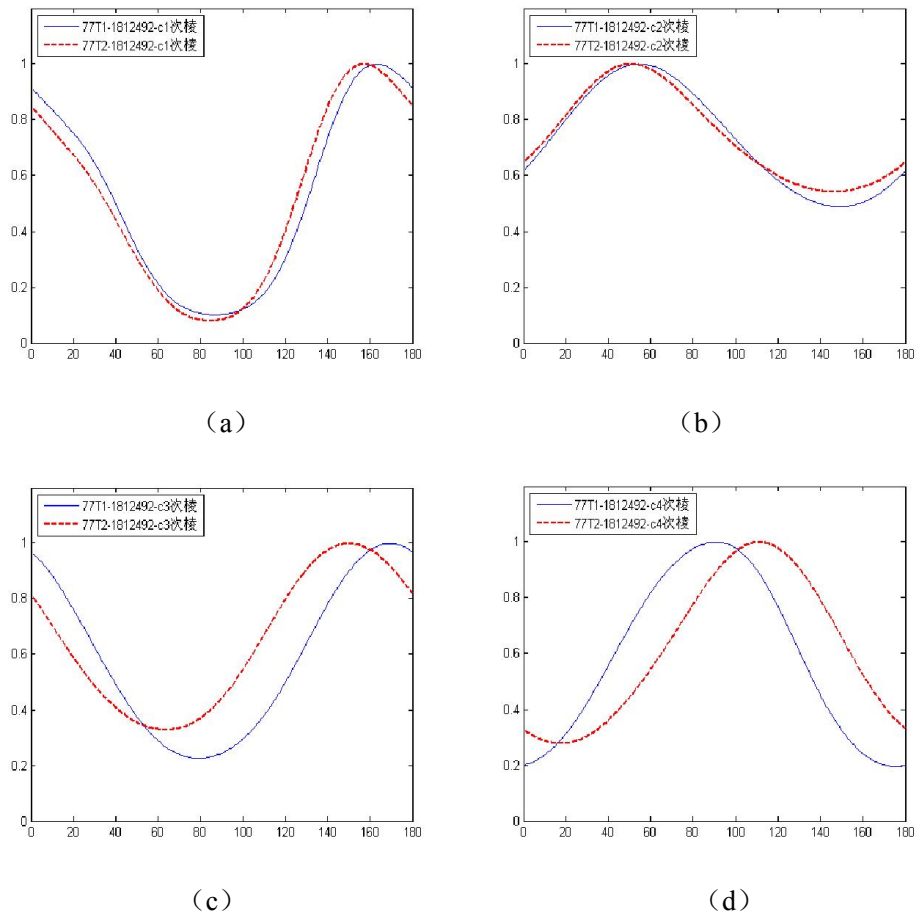
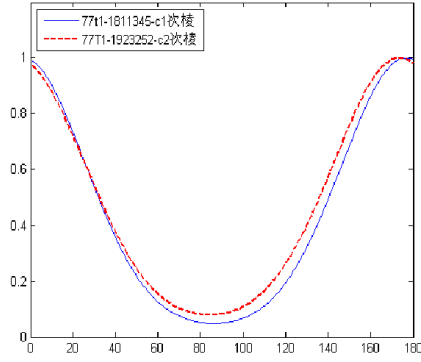


图 11 “77T1-1812492”与“77T2-1812492”线纹理角能量密度分布

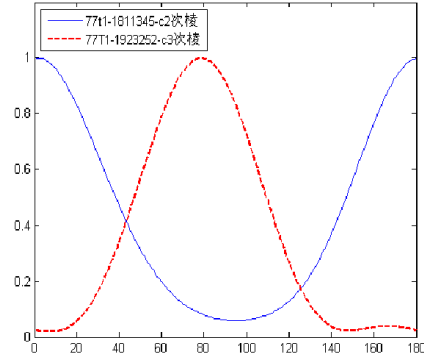
可以看到同一枪支发射的比对弹头数据在做相应的预处理及次棱顺序匹配后，线纹理角能量密度分布非常吻合。

对于不同枪支发射的弹头数据“77T1-1812492”与“77T2-1812492”的线纹理角能量密度分布如下图所示：

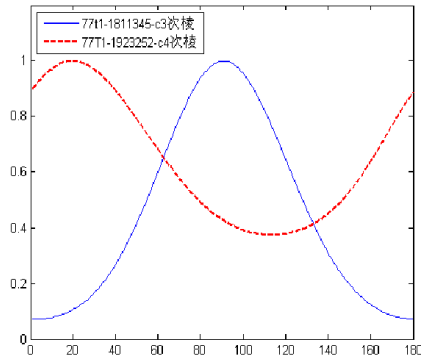




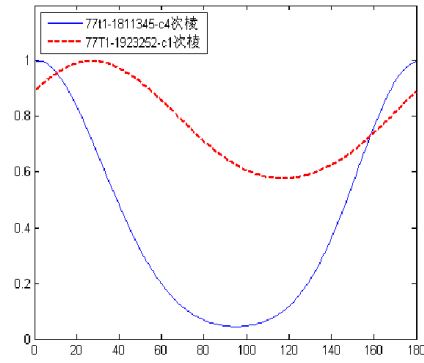
(a)



(b)



(c)



(d)

图 12 “77T1-1812492”与“77T2-1812492”线纹理角能量密度分布

可以看到不同枪支发射的弹头数据在做相应的预处理及次棱顺序匹配后，线纹理角能量密度分布差异很明显。因此线纹理角能量密度分布可以作为有效的特征用于弹头比对。在实际特征比对时我们主要比较的是  $\hat{\theta} = \arg \max_{\theta} E(\theta)$  的差异，具体过程如下：

Step1：对比对每一条次棱数据估计其线纹理角能量密度分布的  $\hat{\theta}$  参数，然后两两次棱的  $\hat{\theta}$  参数做差，得到  $\Delta\hat{\theta}_i$ ， $i=1,2,3,4$ 。

Step2：对  $\Delta\hat{\theta}_i$  做升排序处理，令线纹理角能量密度分布特征度量  $\Delta\hat{\theta} = \Delta\hat{\theta}_3 + \Delta\hat{\theta}_4$ 。

进行比对的过程中，考虑到弹痕中部的数据比较稳定，我们选取每个弹头次棱中间部分的区域进行特征提取和比对。

### 7.3 特征融合

通过上节的特征参数提取方法我们可以得到三种有效的能够描述弹痕数据

特性的特征参数：弹痕深度差异标准偏差特征、匹配测度值特征以及线纹理角能量密度分布特征。如何对这三种特征参数进行有效的融合处理，从而使融合结果能够描述比对结果的相似程度是本节重点解决的问题。分析三个特征量的取值区间及其与相似程度的关系可以得到如下结论：

- 相对于匹配测度值、线纹理角能量密度参数值，弹痕深度差异标准偏差的取值非常小，弹痕深度差异标准偏差的取值越小反映比对对象的相似程度越高；
- 匹配测度值近似于相似性程度，取值区间为 $[0,1]$ ，其值越大反映比对对象的相似程度越高；
- 线纹理角能量密度差异参数的取值区间为 $[0^\circ, 180^\circ]$ ，取值越小反映比对对象的相似程度越高。

相似程度描述数值的合理分布区间应该是 $[0,1]$ ，通过上述分析结论可以发现三种特征参数的分布区间相差很大，而且各自数值的变化趋势反映比对对象的相似程度趋势也不尽相同。因此利用一般融合方法对这三种参数进行融合处理会有较大困难。

本文提出一种参数高斯分布的特征融合模型，该模型能有效的解决上述融合难题，而且该融合模型具有合理的物理解释和意义。上述三种特征参数都是随机变量，而随机变量可以通过其概率分布函数来描述。高斯分布作为一种最常用的分布统计模型，能够很好的描述随机量的随机性。本文假设提取得到的三种特征参数均服从高斯分布，从而建立相应的融合算法进行融合处理，融合方法的具体步骤如下：

**Step1:** 利用高斯分布来拟合三种特征参量的随机分布特性，得到三组描述高斯分布的分布参数 $(\mu_1, \sigma_1)$ 、 $(\mu_2, \sigma_2)$ 和 $(\mu_3, \sigma_3)$ ，其分别对应于弹痕深度差异标准偏差特征 $\sigma_h$ 、匹配测度值特征 $C_p$ 以及线纹理角能量密度分布特征 $\Delta\theta$ 的随机分布；

**Step2:** 结合各特征参数数值的变化趋势与比对对象的相似程度趋势的关系，可以利用下述方法将相应的特征参数值转换成能够描述比对对象的相似程度的相似概率；

$$P_1 = \int_{-\infty}^{2\mu_1 - \sigma_h} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_1} \exp \frac{(x - \mu_1)^2}{2\sigma_1^2} dx \quad (32)$$

$$P_2 = \int_{-\infty}^{C_p} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_2} \exp \frac{(x - \mu_2)^2}{2\sigma_2^2} dx \quad (33)$$

$$P_3 = \int_{-\infty}^{2\mu_3 - \Delta\theta} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_3} \exp \frac{(x - \mu_3)^2}{2\sigma_3^2} dx \quad (34)$$

Step3: 通过对每一次比对结果的三个特征参数的融合处理即可得到反映每一次比对对象相似程度的相似概率:

$$P = \frac{P_1 + P_2 + P_3}{3} \quad (35)$$

由此可知相似概率  $P$  的取值区间为  $[0,1]$ , 而且相似概率  $P$  能够完整的反映各特征参数数值的变化趋势与比对对象的相似程度趋势的关系。

由于第四问的数据量较大, 更能合理的估计高斯分布参数, 下面利用第四问的数据验证上述融合模型假设的合理性:

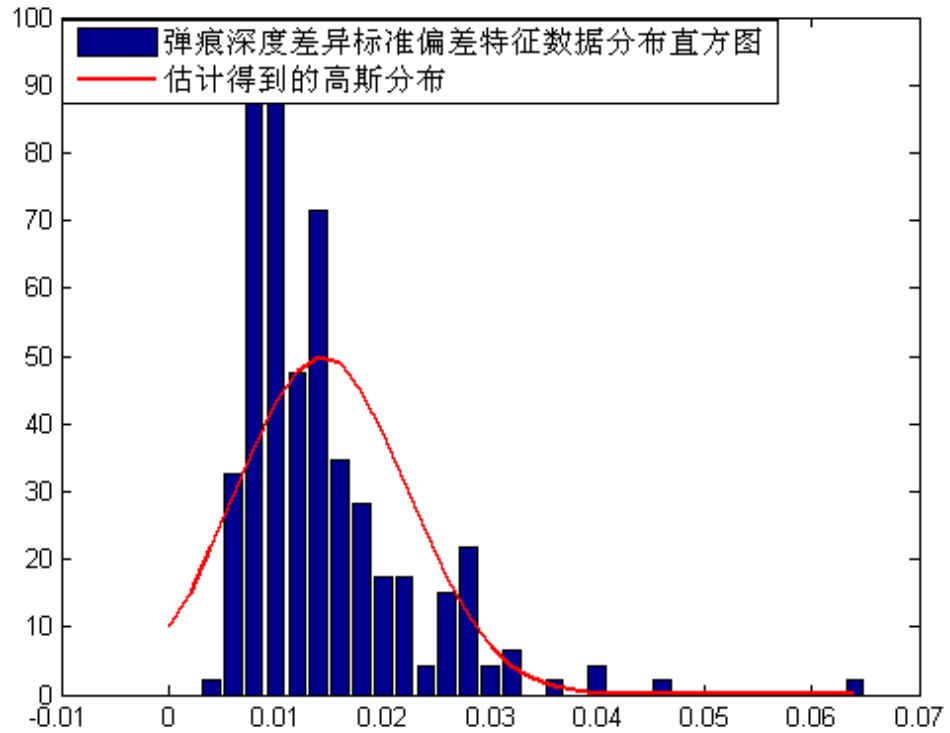


图 13 弹痕深度差异标准偏差特征数据高斯拟合

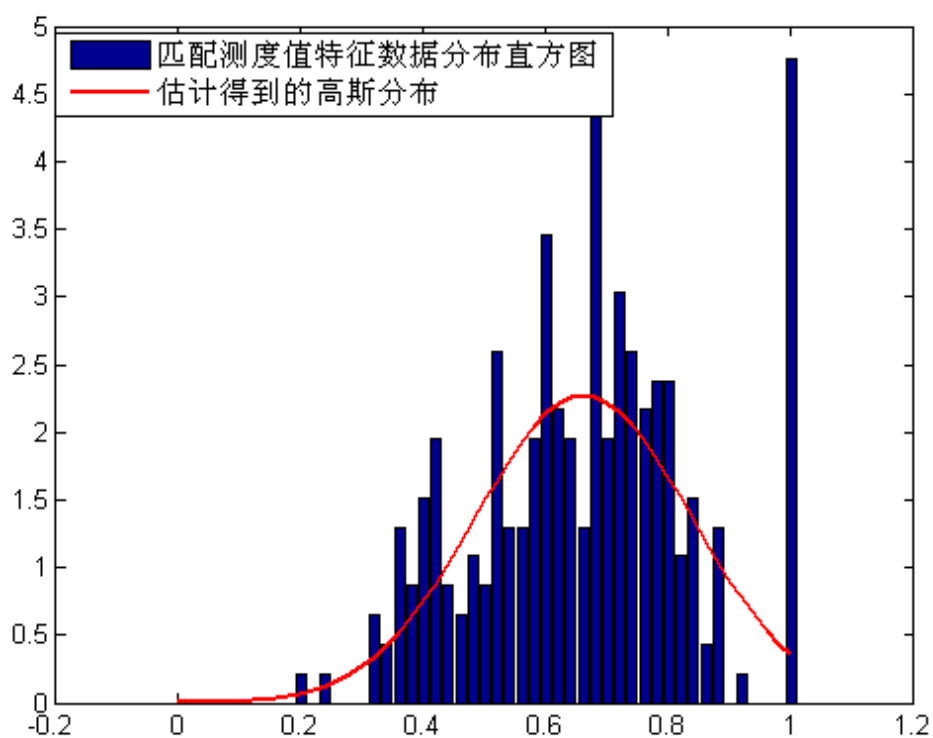


图 14 匹配测度值特征数据高斯拟合

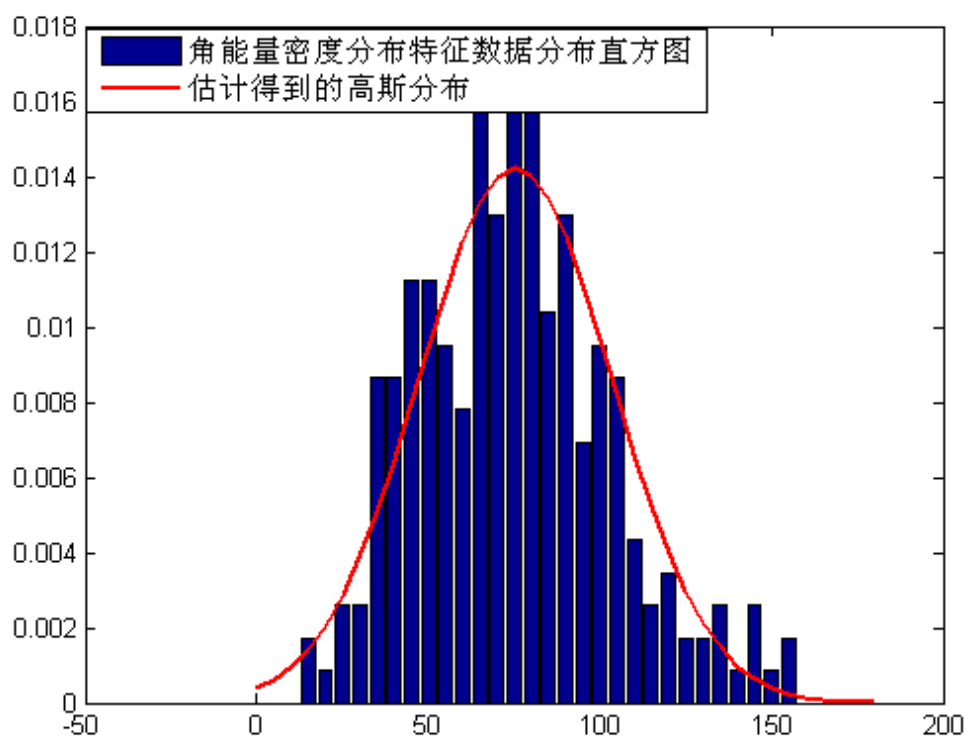


图 15 角能量密度分布特征数据高斯拟合

分析上述结果可以发现，高斯分布基本能够吻合这三个特征参数的随机分布特性。

至此，本章选取了三个特征作为弹头比对的依据，并建立基于高斯分布的特征融合模型，弹头痕迹自动比对处理流程如下图所示。

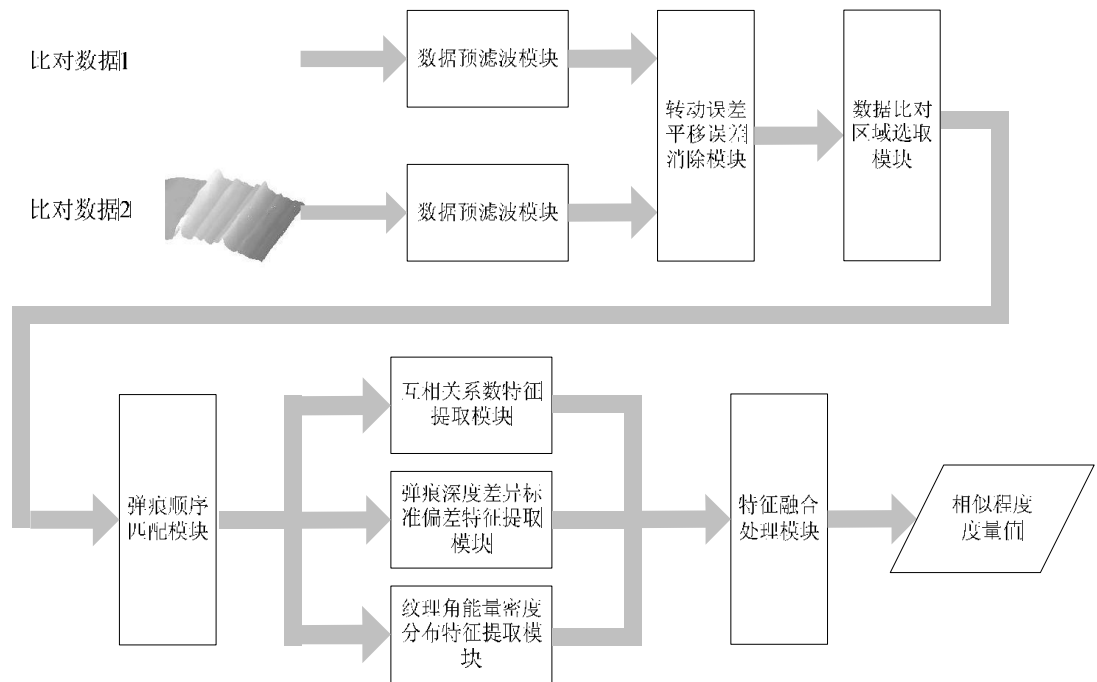


图 16 弹头相似度估计流程图

## 八、问题 4 的求解

基于第三问提出的模型和方法，对 22 个弹头两两之间的相似程度的比较结果如下列表格所示。其中表 7 所示为匹配方案选择表，表 8 为弹痕深度差异标准偏差值，表 9 为匹配测度值，表 10 为线纹理角能量密度分布特征，表 11 为融合后的相似概率。表 12 给出与各个弹头按相似度由高到低排列的前 5 位。

表 7 匹配方案选择表

	T01	T02	T03	T04	T05	T06	T07	T08	T09	T10	T11	T12	T13	T14	T15	T16	T17	T18	T19	T20	T21	T22
T01	1	3	3	1	1	3	2	1	4	4	1	4	4	1	1	1	2	1	3	1	3	3
T02	0	1	1	2	2	2	4	3	3	3	3	4	1	3	3	4	3	2	1	4	4	1
T03	0	0	1	1	4	1	1	3	2	4	2	4	1	2	2	3	3	4	4	1	4	1
T04	0	0	0	1	2	2	2	4	4	4	3	2	2	2	4	3	1	4	4	3	2	2
T05	0	0	0	0	1	3	2	1	1	2	3	1	3	1	1	3	1	1	3	2	3	2
T06	0	0	0	0	0	1	4	3	2	1	3	4	2	1	3	3	3	1	1	4	4	1
T07	0	0	0	0	0	0	1	4	3	1	4	1	1	3	3	1	4	3	1	1	1	2
T08	0	0	0	0	0	0	0	1	4	2	2	1	3	4	1	3	1	1	2	3	3	3
T09	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2	2	3	4	4	1	1	2	1	4	4	3	4
T10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	3	2	1	3	1	3	3	3	1	4	4	1
T11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2	3	1	3	3	1	4	1	3	2	3
T12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	3	1	1	3	1	1	2	2	2	4
T13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2	2	1	4	2	1	2	4	2
T14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	3	2	4	2	4	1	1
T15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	3	1	3	3	2	3	4
T16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	3	3	1	4	3
T17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2	3	2	4	3
T18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	4	1	1	2
T19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	4	2
T20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	2
T21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2
T22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1

注：表中灰色上三角区域的数据才有意义，下表等同。

表 8 弹痕深度差异标准偏差值 (单位: mm)

[illegible]





表 10 线纹理角能量密度分布特征 (单位:  $^{\circ}$ )[illegible]



表 12 弹头相似程度前五位排名

	1	2	3	4	5
T01	T14	T11	T08	T20	T18
T02	T08	T15	T12	T03	T14
T03	T08	T22	T21	T05	T09
T04	T07	T08	T05	T13	T21
T05	T22	T18	T08	T07	T03
T06	T05	T22	T03	T19	T21
T07	T05	T21	T08	T13	T04
T08	T21	T22	T01	T20	T03
T09	T21	T14	T22	T08	T16
T10	T14	T08	T17	T20	T16
T11	T01	T14	T20	T16	T17
T12	T08	T15	T13	T20	T09
T13	T05	T16	T07	T08	T20
T14	T01	T11	T08	T20	T10
T15	T05	T08	T12	T21	T22
T16	T20	T13	T09	T01	T11
T17	T21	T08	T10	T20	T01
T18	T05	T01	T14	T09	T06
T19	T20	T06	T14	T17	T02
T20	T08	T16	T01	T11	T14
T21	T08	T09	T17	T03	T20
T22	T08	T05	T21	T03	T09

## 九、模型的评价与进一步讨论

通过对模型的校验与实际分析结果的比较,我们认为本文所选取的三个特征量和使用的模型是有效的,基本上能够满足弹头比对的要求,具有较强的鲁棒性和稳定性。弹头比对的过程具有一定的随机性和不稳定性,因此存在一些误判在所难免。在这种情况下,如何更加有效的提取和利用数据中所包含的弹头信息量是一个值得进一步讨论的问题。

我们认为,本文在对数据比对区域的选取中还存在不足,由于时间紧迫,没有继续往下讨论,在此给出我们的思路。在 7.2 节,对三个特征量提取的过程中,可设定一个合理的门限,选择特征量大于该门限的区域作为比对区域的一部分,最后进行统一的比对处理。

## 参考文献

- [1] 杨少波, 弹头痕迹摄像与识别系统, 华中科技大学硕士学位论文, 2004.
- [2] 崔屹, 数学形态学方法与应用, 科学出版社, 2009
- [3] 潘自勤, 对枪弹头痕迹特征自动检索技术探讨, 警察技术, 2003
- [4] 线条状痕迹检测中非线性理论与应用研究, 东北大学博士论文, 2004
- [5] 表面形貌及弹头发射痕迹的接触与非接触两用测量系统, 华中理工大学博士论文, 1999
- [6] 复杂曲面的三维建模研究, 杨家涛, 2003