

全国第八届研究生数学建模竞赛



题 目 吸波材料与微波暗室问题的数学建模

摘 要：

本文在合理的假设的基础上，根据题目要求，讨论的电磁波在尖劈空缺的光学反射模型。首先研究了二维情况下，电磁波在尖劈空缺之间的反射关系，得出在其他条件一定的情况下，顶角越小，波在尖劈空缺内反射次数越多。进而从而确定了尖劈的几何参数同最终反射方向的关系；反射波的辐射强度随着次数的增加，成反射率的幂次方减弱。推广到三维，将斜入射的电磁波分解成两个方向，一个沿着无限远方向，这个分量无反射，方向不变；另一个方向为与尖劈斜面垂直的平面平行的方向，该方向的分量满足二维的结论，最后合成。

第二问讨论了墙面辐射对静区的影响。为了计算墙面之间的辐射互相影响，借助辐射度学中的辐射角系数的概念的，建立基于辐射角系数的暗室模型，采用数值积分的方法计算出暗室中六个墙面间的辐射角系数、墙面与静区间的辐射角系数、及天线与墙面、天线与静区间的辐射角系数，根据暗室中每个面接收的辐射总通量与辐射总通量间的关系建立的方程组，可以求得各个墙面总的辐射总通量，进而得到静区受到墙面的辐射总通量，最终得到 γ 。在 $\rho=0.5$ 时， $\gamma_{\min}=0.2067>0.03$ ，微波暗室的不满足仿真要求；而当 $\rho=0.05$ 时， $\gamma_{\max}=0.011<0.03$ ，微波暗室能够满足仿真的要求，其中 γ 取最小的条件 $t=2s$ ，此时视在天线正好运动到圆弧的中心处。该模型把墙面之间复杂的相互作用关系转化为墙面之间的角系数使得其物理过程相对清晰，有利于问题的求解计算。

从两问的模型和计算结果看出，反射率越低，暗室墙面对静区的照射影响就越小，暗室的性能也就越好；同时吸波材料的形状对于增加反射次数有着很大影响，电磁波在吸波材料上反射的次数越多，对降低反射率的贡献越大。

关键词：微波暗室 几何光学 静区 辐射角系数 数值积分

吸波材料与微波暗室问题的数学建模

一、问题重述

无回波暗室能够屏蔽外界干扰信号，通过内墙（包括地面与天顶面）敷设的吸波体，吸收各类反射信号，使室内反射大为减弱。为了提高无回波暗室的吸波性能，一般使用锥体（正四棱锥或正圆锥体等）或尖劈形状的吸波体，大量锥体或尖劈有规律地排列组成的整体粘贴在墙上构成吸波体。采用这些形状的主要理由是它们能使得辐射波在尖形的几何空缺间形成多次反射和透射-反射，降低反射出去的能量，实现高效率吸波。

图 1-1 示意了一条想象中的辐射线（实际上是在一个微小立体角内辐射）射入尖劈吸波体后，经过多次反射以及透射过尖劈后进入相邻尖劈空间形成反射的情况。 2α 为尖劈角， h 为尖劈的高， d 为尖劈的底部宽度。

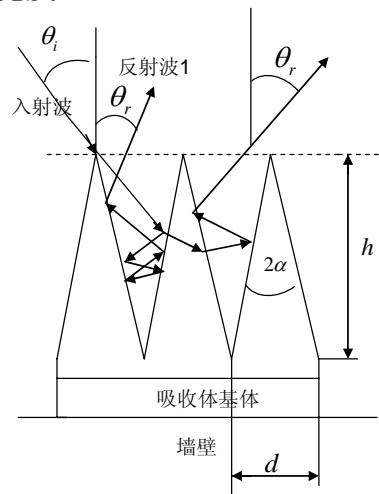


图 1-1 尖劈形吸波体吸波功能的示意

题目中的两个问题，问题一的实质是考虑电磁波在相邻尖劈形吸波材料^[1]间的传播问题，由于不考虑电磁波的散射和在尖劈顶端的绕射，其实是电磁波在三维空间的反射传播问题。直接研究三维里面的电磁波传导是有一定难度的，因此我们可以首先研究电磁波在二维平面的传播，进而推广到三维空间。而问题二的实质，是研究电磁波在矩形空间内的传播，由于天线发射的电磁波到达暗室墙面后墙面上的每个点都会成为二次辐射源对外辐射电磁波，因此弄清楚暗室的六个墙面之间的相互作用是解决问题的关键。

二、问题分析

2.1、问题一的分析

问题一其实是解决电磁波在相邻尖劈形吸波材料之间形成的空间内的反射传播问题，包括反射波的传播方向、在尖劈之中反射的次数和反射波的辐射强度。如图 2-1 所示，由于题目中给定的尖劈吸波材料在 x 方向上是无限长的，因此基本思路就是将电磁波在 x 方向和 yOz 平面上的分别进行分解，首先研究电磁波在 yOz 平面(即二维上)的传播和反射规律，然后将其在三维上进行合成，从而得到电磁波在空间中的传播和反射规律。

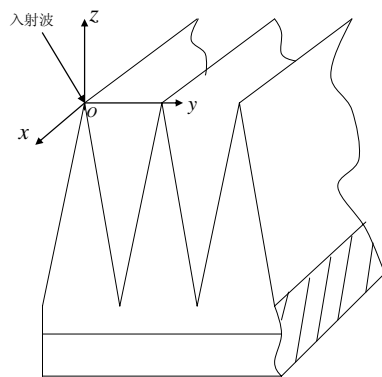


图 2-1 问题一中的尖劈吸波材料

2.2、问题二的分析

通过审题分析，第二问主要是解决计算墙面反射到静区的能量。而计算墙面的反射必须解决两个问题，一是墙面对辐射到它表面的辐射能和电磁波反射符合什么特性，二是墙面本身即作为辐射体，又作为被辐射体，它除了接受到辐射源天线的照射，还接受其他墙面的照射，墙面之间互相作用，构成一个复杂的封闭空间。如果从传统的电磁计算出发，在已知墙面辐射特性时，进行电磁场计算，那么计算复杂，并且精度不够。所以必须对墙面之间的相互作用进行简化，在符合能量守恒的条件下，对墙面的相互作用进行等效处理，把墙面当作一个整体的辐射源既能使物理过程清晰，又能简化问题的求解。

在微波暗室中，作为一个封闭的整体，能量遵从守恒，天线辐射能量之后，暗室的吸波材料吸收能量转化为其他能量，并且反射一部分能量，可以预见，经过多次反射吸收，反射能量越来越小。对于本题，假设静区只吸收能量，不反射能量，那么整个暗室之间，能量最终的分配就是，吸波材料吸收一部分能量，静区吸收一部分能量。静区接收到的能量由两部分，一是辐射源直接照射的，二是墙面之间反射的能量。

三、符号说明

2α ：尖劈角

ρ ：电磁波垂直入射的反射率

θ_i, θ_r ：电磁波的入射角和反射角

Φ ：辐射通量；

E ：辐射照度；

M ：辐射出射度；

I ：辐射强度；

ω ：立体角；

F_{S_i, S_j} ：暗室第 i 面墙对第 j 面墙的辐射角系数， S_0 指为静区；

F_{A_i, S_j} ：暗室第 i 个天线对第 j 面墙的辐射角系数；

γ ：静区从诸墙面得到的反射信号的功率之和与从信号源直接得到的微波功率之比

四、模型建立与求解

4.1 问题一的模型

问题一我们采用的是物理学中的光反射模型^[2]，即入射电磁波和发射电磁波满足反

射定律：反射波与入射波、法线在同一平面上；反射波和入射波分居在法线的两侧；反射角等于入射角，如图 4-1 所示。

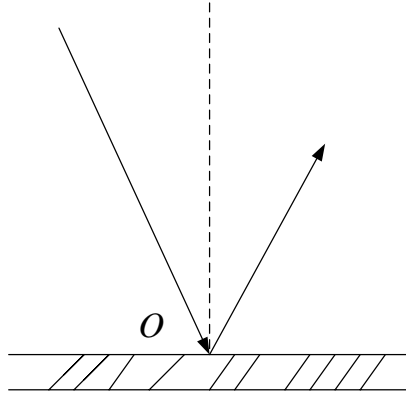


图 4-1 电磁波反射定律

4.1.1 二维平面中的反射问题

下面，我们首先讨论电磁波在二维平面中的相邻尖劈形吸波材料之间形成的空间内的反射问题，包括对反射次数、反射波方向和辐射强度的讨论。

为了讨论这个问题，我们首先研究电磁波的相邻两次反射的反射波以及反射角之间的关系。为了方便起见，我们将有向下分量的反射波称为下反射波，有向上分量的反射波称为上反射波，没有向上和向下分量的反射波称为平反射波。这样一来，相邻两次反射的反射波就只有以下 8 种情况（括号中的“下”、“上”和“平”分别代表下反射波、上反射波和平反射波）：（下，下）；（下，平）；（下，上）；（上，上）；（上，平）；（上，下）；（平，上）；（平，下）。而（平，平）的情况显然不会出现，除非相邻尖劈的顶角都为 0。

由于电磁波的传播路径是可逆的，因此上面的 8 种情况，都可以归结为以下 3 种情况：（下，下）；（下，平）；（下，上）。下面就这三种情况分别进行讨论。

(a) （下，下）

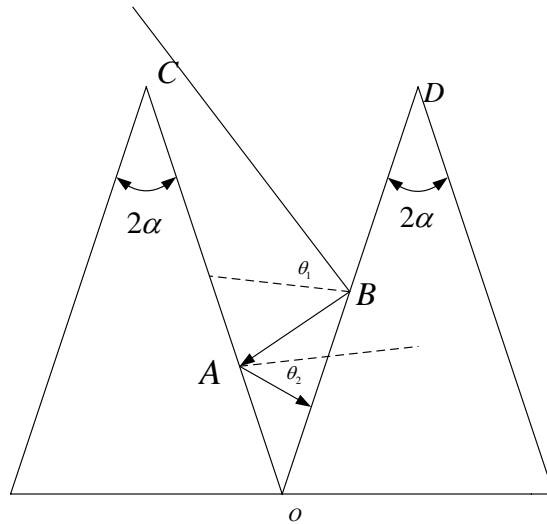


图 4-2 相邻反射波之（下，下）

如图 4-2 所示，第一条和第二条反射波的反射角分别等于 θ_1 和 θ_2 。在 $\triangle AOB$ 中， $\angle AOB = 2\alpha$ ， $\angle OAB = \frac{\pi}{2} + \theta_2$ ， $\angle OBA = \frac{\pi}{2} - \theta_1$ ，因此有

$$2\alpha + \left(\frac{\pi}{2} + \theta_2\right) + \left(\frac{\pi}{2} - \theta_1\right) = \pi \quad (4.1)$$

即

$$\theta_2 = \theta_1 - 2\alpha \quad (4.2)$$

因此, 对于 (下, 下) 这种情况, 第 n 次的反射角 θ_n 和第 $n+1$ 次的反射角 θ_{n+1} 之间, 始终满足

$$\theta_{n+1} = \theta_n - 2\alpha \quad (4.3)$$

(b) (下, 上)

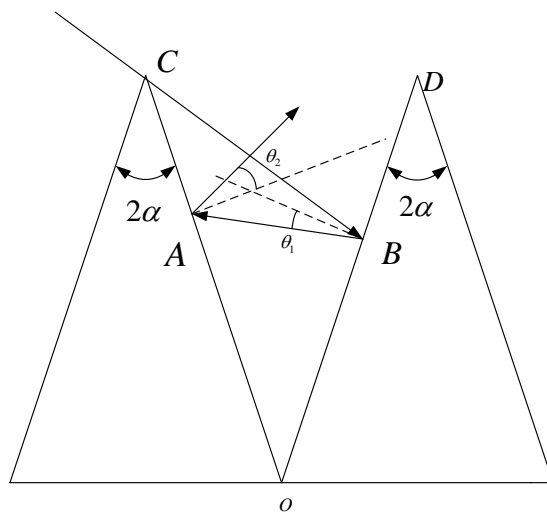


图 4-3 相邻反射波之 (下, 上)

如图 4-3 所示, 第一条和第二条反射波的反射角分别等于 θ_1 和 θ_2 。在 $\triangle AOB$ 中, $\angle AOB = 2\alpha$, $\angle OAB = \frac{\pi}{2} - \theta_2$, $\angle OBA = \frac{\pi}{2} - \theta_1$, 因此有

$$2\alpha + \left(\frac{\pi}{2} - \theta_2\right) + \left(\frac{\pi}{2} - \theta_1\right) = \pi \quad (4.4)$$

即

$$\theta_2 = 2\alpha - \theta_1 \quad (4.5)$$

因此, 对于 (下, 上) 这种情况, 第 n 次的反射角 θ_n 和第 $n+1$ 次的反射角 θ_{n+1} 之间, 始终满足

$$\theta_{n+1} = 2\alpha - \theta_n \quad (4.6)$$

(c) (下, 平)

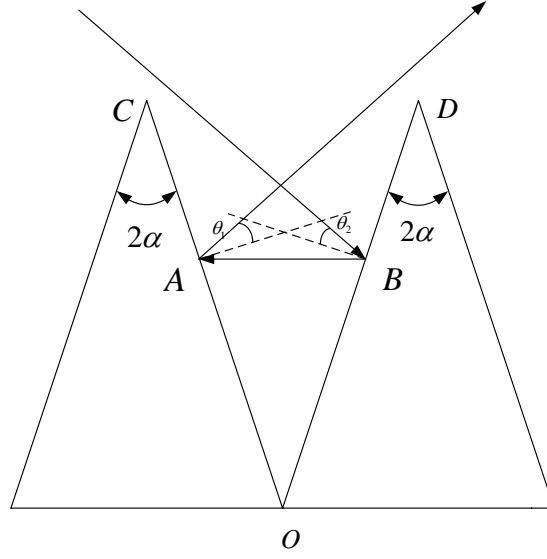


图 4-4 相邻反射波之（下，平）

如图 4-4 所示，第一条和第二条反射波的反射角分别等于 θ_2 和 θ_1 。由于 AB 平行于尖劈底面，故 $\triangle AOB$ 为等腰三角形，于是有

$$\angle OAB = \angle OBA = \frac{1}{2}(\pi - \angle AOB) = \frac{\pi}{2} - \alpha \quad (4.7)$$

因此，

$$\theta_2 = \theta_1 = \frac{\pi}{2} - \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right) = \alpha \quad (4.8)$$

我们发现，（下，平）这种情况下，两反射角都等于 α ，这既满足（下，下）时的角度条件，也满足（下，上）时的角度条件，故在下面的讨论中，我们无需再单独讨论这种情况。

下面，我们对电磁波在二维平面中的相邻尖劈形吸波材料之间形成的空间中的反射次数、反射波方向和辐射强度等问题进行讨论。

(1) 反射次数 n

电磁波在相邻尖劈之间的反射次数，和尖劈的顶角以及电磁波的入射角有关。特别的，当尖劈的顶角一定时，反射次数只和电磁波入射角有关。我们发现，反射次数的每一个值，都对应着某一个入射角区间。因此，寻找反射次数和入射角的关系，只需要找到不同反射次数对应的入射角的临界值，而临界值应当满足，入射波经过某一尖劈顶端时，最后的出射波也正好经过某一尖劈的顶端。当入射波和反射波经过同一尖劈顶端时，电磁波在尖劈之间的反射次数为奇数，如图 4-5 所示；而当入射波和反射波经过不同的两个尖劈顶端时，电磁波在尖劈之间的反射次数为偶数，如图 4-6 所示。

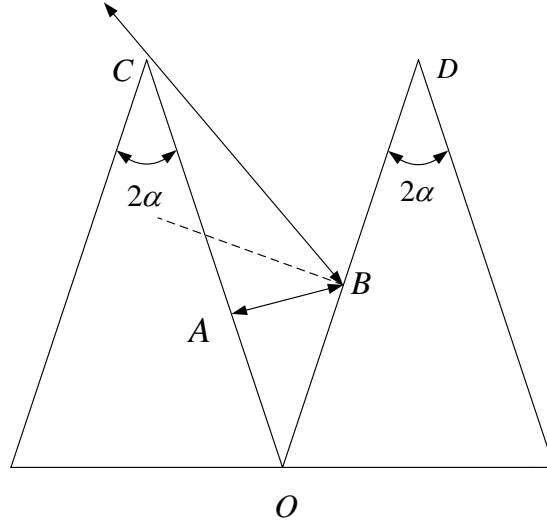


图 4-5 反射次数为奇数的临界条件

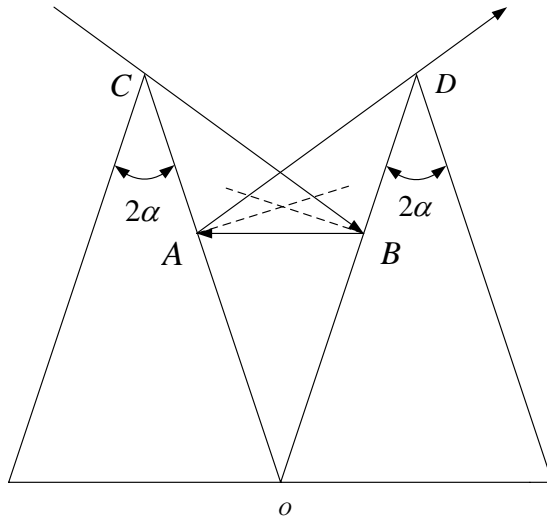


图 4-6 反射次数为偶数的临界条件

下面，我们分别讨论反射次数为奇数和偶数时入射角的临界值。

(a) 当反射次数 n 为奇数时，可以知道第 $\frac{n+1}{2}$ 次的反射角为 0，而在这次反射之前，所有的反射均为（下，下）反射，故第 1 次的反射角为 $2\left(\frac{n+1}{2}-1\right)\alpha = (n-1)\alpha$ ，于是入射角为

$$\theta_i = \frac{\pi}{2} - (n-1)\alpha - \alpha = \frac{\pi}{2} - n\alpha \quad (4.9)$$

(b) 当反射次数 n 为偶数时，可以知道第 $\frac{n}{2}$ 次的反射角为 α ，而在这次反射之前，所有的反射均为（下，下）反射，故第 1 次的反射角为 $2\left(\frac{n}{2}-1\right)\alpha + \alpha = (n-1)\alpha$ ，于是入射角为

$$\theta_i = \frac{\pi}{2} - (n-1)\alpha - \alpha = \frac{\pi}{2} - n\alpha \quad (4.10)$$

经过上述讨论我们发现，不论反射次数是奇数还是偶数，反射次数为 n 时的入射角临界值均为 $\frac{\pi}{2} - n\alpha$ ，因此我们可以得到以下结论，当入射角满足

$$\frac{\pi}{2} - n\alpha < \theta_i < \frac{\pi}{2} - (n-1)\alpha \quad (4.11)$$

反射次数为 n 。

(2) 反射波方向

为了讨论方便，我们认为入射波是经过左侧尖劈顶端射入，并且将入射波当作是经过左侧尖劈反射后得到的第一次反射波。这样的话，第一次反射波的反射角为

$$\theta_1 = \frac{\pi}{2} - (\theta_i - \alpha) = \frac{\pi}{2} + \alpha - \theta_i \quad (4.12)$$

我们知道，电磁波在传播过程中必然要经过且只经过 1 次（下，上）反射，假设电磁波是经过了 m 次（下，下）反射、 $(n-m-1)$ 次（上，上）反射以及 1 次（下，上）反射后射出，那么相对于尖劈表面的反射角为

$$\begin{aligned} \theta_n &= 2\alpha - [\theta_1 - 2(m-1)\alpha] + 2 \cdot (n-m-1) \cdot \alpha \\ &= \theta_i + (2n-1)\alpha - \frac{\pi}{2} \end{aligned} \quad (4.13)$$

这样，相对垂直方向上的反射角为

$$\theta_r = \left| \alpha - \left(\frac{\pi}{2} - \theta_n \right) \right| = |\theta_i + 2n\alpha - \pi| \quad (4.14)$$

(3) 辐射强度

和上面讨论的类似，当入射角满足 $\frac{\pi}{2} - n\alpha < \theta < \frac{\pi}{2} - (n-1)\alpha$ 时，电磁波在相邻尖劈中的反射次数为 n ，下面就 n 为奇数和偶数分别进行讨论。已知电磁波在尖劈上的反射率满足

$$\rho(\alpha) = \rho \cos \alpha \quad (4.15)$$

其中 α 为入射角大小，其中 ρ 为垂直入射反射率。

于是，当电磁波从相邻尖劈的空间中射出时，其反射率满足

$$\rho(n) = \prod_{k=1}^n (\rho \cos \theta_k) = \rho^n \prod_{k=1}^n \cos \theta_k \quad (4.16)$$

(a) 当 n 为奇数时，可以知道，电磁波在传播过程中经过了 $\frac{n-1}{2}$ 次（下，下）反射、1 次（下，上）反射和 $\frac{n-1}{2}$ 次（上，上）反射后射出，因此

$$\rho(n) = \rho^n \prod_{k=1}^{\frac{n-1}{2}} \cos[\theta_1 - 2(k-1)\alpha] \cdot \cos[(n-1)\alpha - \theta_1] \cdot \prod_{k=1}^{\frac{n-1}{2}} \cos[(n+2k-1)\alpha - \theta_1] \quad (4.17)$$

其中, θ_1 满足 (4.12)。

(b) 当 n 为偶数时, 可以知道, 电磁波在传播过程中经过了 $\frac{n}{2}$ 次 (下, 下) 反射、1 次 (下, 上) 反射和 $\left(\frac{n}{2}-1\right)$ 次 (上, 上) 反射后射出, 因此

$$\rho(n) = \rho^n \prod_{k=1}^{\frac{n}{2}} \cos[\theta_1 - 2(k-1)\alpha] \cdot \cos[n\alpha - \theta_1] \cdot \prod_{k=1}^{\frac{n}{2}-1} \cos[(n+2k)\alpha - \theta_1] \quad (4.18)$$

其中, θ_1 满足 (4.12)。

因此, 入射波的辐射强度为 $I = 1$, 我们就能得到反射波的辐射强度

$$I_r = \rho(n)I = \rho(n) \quad (4.19)$$

4.1.2 三维空间中的反射问题

处理三维空间中电磁波的反射问题和二维空间中的问题是类似的, 我们的处理方式是将电磁波分别在 x 方向和 yOz 平面上的分别进行分解, 其中在 x 方向上, 由于吸波材料是无限长的, 因此电磁波的传播不受任何限制; 而在 yOz 平面上, 我们就利用 4.1.1 章节中讨论的方法进行处理。

由于电磁波的振幅 $K \propto I^{\frac{1}{2}}$, 因此可以假设电磁波的初始振幅

$$K = k\sqrt{I} \quad (4.20)$$

其中, k 为常数。

于是, 在 x 方向上的初始振幅为 $K_x = k\sqrt{I} \sin \theta \cos \varphi$, 在 yOz 平面上的初始振幅为

$$K_{yOz} = k\sqrt{I(1 - \sin^2 \theta \cos^2 \varphi)}, \text{ 入射角为 } \theta_i = \arccos \frac{\cos \theta}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta \cos^2 \varphi}}.$$

在 x 方向上, 电磁波不受任何阻碍沿直线传播; 而在 yOz 平面上, 我们可以通过计算 θ_i 处于哪个角度区间来确定电磁波反射次数、反射波方向和辐射强度。需要注意的是振幅始终满足 $K \propto I^{\frac{1}{2}}$, 因此每次反射后振幅的变化为 $\sqrt{\rho(\alpha)}$ 。经过反射后, 我们将 yOz 平面的出射波与 x 方向上的分量进行合成, 就能够得到反射波的传播方向和辐射强度。

4.2 问题二的模型

4.2.1 问题讨论与分析

1、信号源讨论

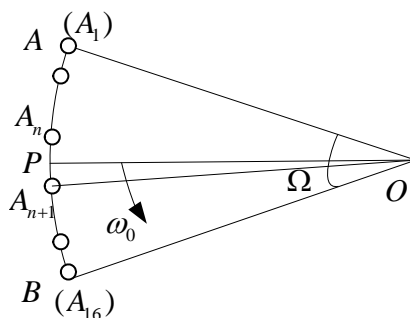


图 4-7 暗室中信号源分布

本题中信号源由 16 个均匀分布在张角为 45° 的圆弧上的天线 $A_1, A_2, \dots, A_{15}, A_{16}$ 组成，每两个天线间夹角为 3° ，如图 4-7 所示，该信号源作为假想的目标模拟器，对导引头（静区）的视在目标的运动从天线 A_1 处开始，以匀角速度 ω_0 运动到天线 A_{16} 处，共经历 $T_T = 4s$ ，视在天线中心轴线对准静区中心且发射功率随时间线性增加，假设初始时刻天线发射功率强度为 I_0 ，由题目知当视在天线运动到天线 A_{16} 处时，发射功率为 $2I_0$ ，

其功率增加率为 $p = \frac{I_0}{T_T}$ ，根据两相邻天线的重心等效原理，可以反推得到 16 个天线的工作中的过程。因此，本题对信号源的处理主要有两种思路：

一是将信号源等效为视在天线进行处理，把 16 个天线等效成一个视在天线，由题目假设可知等效后的视在天线满足余弦辐射特性；

二是根据等效视在天线满足的条件及重心等效原理可以得到每个在 4s 时间内的工作情况，由题目知天线的辐射特性满足余弦辐射体，不考虑天线间相互作用的影响，因此信号源为 16 个天线单独工作的叠加，其中按照题目条件，每个时刻仅有相邻的两个天线处于辐射状态。本文采用第二种思路对信号源进行处理。

2、微波暗室中墙面上某一面元处辐射照度的讨论^[4]

在整个微波暗室中电磁波从信号源发射出来之后，一部分直接被静区吸收，一部分经过各个面的反射后被静区吸收，还有一部分在电磁波照射到暗室的各个面上后被吸波材料吸收。

电磁波照射到暗室的墙面上后，根据惠更斯原理，在反射点处所在面元形成新的辐射源，向周围辐射电磁波，该面元成为二次辐射源，根据题目中的假设，其辐射特性满足余弦辐射特性。如图 4-8 所示，经暗室各个墙面反射进入静区的能量来自暗室中各个面上各个面元处反射的能量，而各个面元所辐射的能量又来自暗室中其他各个面元按余弦辐射体规律辐射到该面元处的能量与天线辐射到该面元的能量之和。由吸波材料的反射率可知，任一面元处向外辐射的能量为该面元吸收的能量与反射率的乘积。

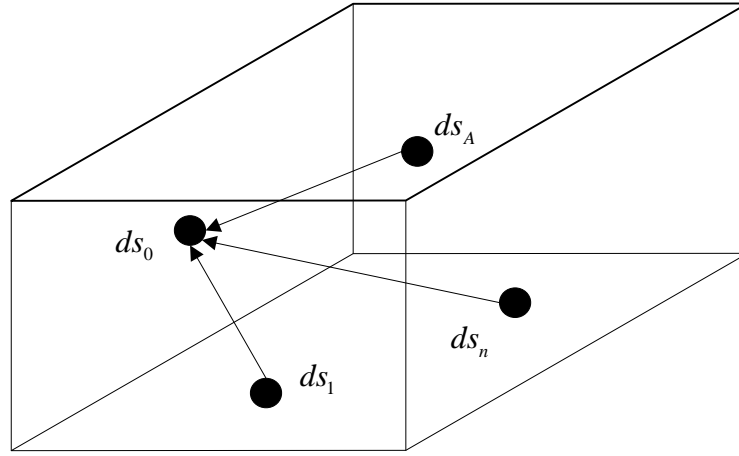


图 4-8 静区内面元接收能量示意图

3、暗室中不在同一面上的任意两个面微元间辐射角系数定义

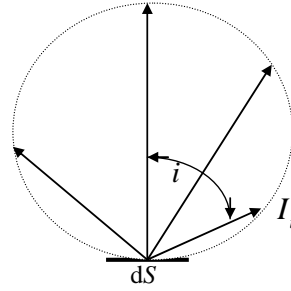


图 4-9 余弦辐射体点源

如图 4-9 所示，由辐射强度定义可知

$$I_i = \frac{d\Phi}{d\omega} \quad (4.21)$$

其中， $d\omega$ 为辐射强度沿 I_i 方向的立体角。

由立体角定义，可得

$$d\omega = \sin i di d\varphi \quad (4.22)$$

那么

$$d\Phi = I_i d\omega = I_i \sin i di d\varphi \quad (4.23)$$

其中 $i \in (0, \frac{\pi}{2})$, $\varphi \in (0, 2\pi)$ 。又 $I_i = I_N \cos i$ ，故有

$$d\Phi = I_N \cos i \sin i di d\varphi \quad (4.24)$$

将 (4.24) 式两边积分，可得

$$\Phi = \pi I_N \quad (4.25)$$

下面，计算空间某一面元对另一面元的辐射通量。如图 4-10 所示， dS_1 、 dS_2 为不共面的两面微元，其法向方向分别为 n_1 、 n_2 ， dS_1 、 dS_2 辐射特性满足余弦辐射特性，其法方向辐射强度分别为 I_{N1} 、 I_{N2} 。

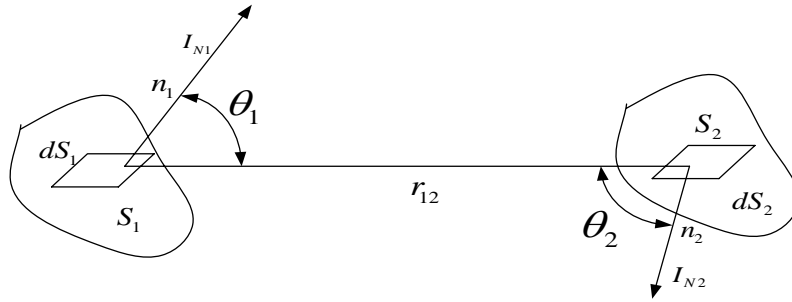


图 4-10 空间两面元辐射通量的计算

因此， dS_1 辐射到 dS_2 面上的辐射通量为

$$d\Phi_{12} = \frac{I_{N1} \cos \theta_1 \cos \theta_2}{r_{12}^2} dS_2 \quad (4.26)$$

由 (4.25) 式可知， dS_1 向外辐射的总通量为

$$d\Phi_1 = \pi I_{N1} \quad (4.27)$$

于是可以定义

$$F_{dS_1, dS_2} = \frac{d\Phi_{12}}{d\Phi_1} = \frac{\frac{I_{N1} \cos \theta_1 \cos \theta_2}{r_{12}^2} dS_2}{\pi I_{N1}} = \frac{\cos \theta_1 \cos \theta_2}{\pi r_{12}^2} dS_2 \quad (4.28)$$

F_{dS_1, dS_2} 表示面微元 dS_1 辐射到面微元 dS_2 上得通量占面微元 dS_1 向外辐射总通量的比值，称为面微元 dS_1 向面微元 dS_2 的辐射角系数^[3]，本文中的辐射角系数包括面到面的辐射角系数和天线辐射到面上的辐射角系数。

4、暗室中面与面间、天线与面间的辐射角系数的定义

由上面讨论可以进一步求得暗室中任意两个面间的辐射角系数，定义并求解面 S_1 到面 S_2 的辐射角系数为 F_{S_1, S_2} ，天线 A 对面 S_2 的辐射角系数为 F_{A, S_2} ，如图 4-11 所示。

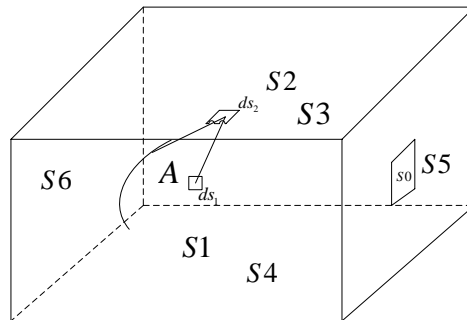


图 4-11 辐射角系数的定义示意图

对于面 S_1 上面微元 dS_1 和面 S_2 上面微元 dS_2 ，有

$$F_{dS_1, dS_2} = \frac{\cos \theta_1 \cos \theta_2}{\pi r_{12}^2} dS_2 \quad (4.29)$$

对 (4.29) 式进行积分，可以得到面微元 dS_1 对面 S_2 的辐射角系数

$$F_{dS_1, S_2} = \int_{S_2} \frac{\cos \theta_1 \cos \theta_2}{\pi r^2} dS_2 \quad (4.30)$$

如果面微元 dS_1 是一天线 A ，那么上式的物理意义为天线 A 对面 S_2 的辐射角系数，其定义为

$$F_{A, S_2} = \int_{S_2} \frac{\cos \theta_1 \cos \theta_2}{\pi r^2} dS_2 \quad (4.31)$$

F_{A, S_2} 表示天线辐射到面 S_2 上的辐射通量 Φ_{A, S_2} 与天线总的向外辐射的通量 Φ_A

的比值，即 $F_{A, S_2} = \frac{\Phi_{A, S_2}}{\Phi_A}$ 。

将 (4.30) 式两边再对面微元 dS_1 积分，得到

$$S_1 F_{S_1, S_2} = \int_{S_1} \left(\int_{S_2} \frac{\cos \theta_1 \cos \theta_2}{\pi r^2} dS_2 \right) dS_1 \quad (4.32)$$

即

$$F_{S_1, S_2} = \frac{1}{S_1} \int_{S_1} \left(\int_{S_2} \frac{\cos \theta_1 \cos \theta_2}{\pi r^2} dS_2 \right) dS_1 \quad (4.33)$$

F_{S_1, S_2} 表示面 S_1 辐射到面 S_2 上的辐射通量 Φ_{S_1, S_2} 与天线总的向外辐射的通量 Φ_{S_1} 的

比值，即 $F_{S_1, S_2} = \frac{\Phi_{S_1, S_2}}{\Phi_{S_1}}$ 。

面对面的辐射角系数是一个四重积分，天线对面的辐射角系数是一个二重积分，二者很难求得其解析解，只能根据实际情况，求出相应的数值解。

4.2.2 模型的建立

暗室中任意一个面上接收到的总辐射通量 Φ_{in} 和辐射出去的总通量 Φ_{out} 之间的满足如下条件

$$\Phi_{out} = \rho \cdot \Phi_{in} \quad (4.34)$$

引入辐射角系数的概念后，以面 S_1 为例，面接收的总辐射通量为暗室中其它 5 个面辐射到 S_1 的通量与天线辐射到 S_1 上的通量之和即

$$\Phi_{1in} = \sum_{k=2}^6 F_{S_k, S_1} \cdot \Phi_{kout} + F_{A, S_1} \cdot \Phi_A \quad (4.35)$$

其中 F_{S_k, S_1} 为面 S_k 对面 S_1 的辐射角系数, Φ_{kout} 为面 S_k 的辐射出去的总通量, F_{A, S_1} 为天线对面 S_1 的辐射角系数, Φ_A 为天线辐射出去的总通量, 由于视在天线在的运动, 使得 F_{A, S_1} 和 Φ_A 都是时间的函数。结合 (4.34) 式和 (4.35) 式, 有

$$\Phi_{1in} = \rho \sum_{k=2}^6 F_{S_k, S_1} \cdot \Phi_{kin} + F_{A, S_1}(t) \cdot \Phi_A(t) \quad (4.36)$$

类似的, 暗室中其它五个面也满足 (4.36) 式所示的规律。由此可得下面方程组

$$\left\{ \begin{array}{l} \Phi_{1in} = \rho \sum_{k=2}^6 F_{S_k, S_1} \cdot \Phi_{kin} + F_{A, S_1}(t) \cdot \Phi_A(t) \\ \Phi_{2in} = \rho \sum_{k=1, k \neq 2}^6 F_{S_k, S_1} \cdot \Phi_{kin} + F_{A, S_2}(t) \cdot \Phi_A(t) \\ \Phi_{3in} = \rho \sum_{k=1, k \neq 3}^6 F_{S_k, S_1} \cdot \Phi_{kin} + F_{A, S_3}(t) \cdot \Phi_A(t) \\ \Phi_{4in} = \rho \sum_{k=1, k \neq 4}^6 F_{S_k, S_1} \cdot \Phi_{kout} + F_{A, S_4}(t) \cdot \Phi_A(t) \\ \Phi_{5in} = \rho \sum_{k=1, k \neq 5}^6 F_{S_k, S_1} \cdot \Phi_{kin} + F_{A, S_5}(t) \cdot \Phi_A(t) \\ \Phi_{6in} = \rho \sum_{k=1}^5 F_{S_k, S_1} \cdot \Phi_{kin} + F_{A, S_6}(t) \cdot \Phi_A(t) \end{array} \right. \quad (4.37)$$

(4.37) 式中各个面间的辐射角系数为常数, 可以通过数值积分的方法求解出来。在不同时刻, 处于工作状态的天线位置和辐射强度是变化的, 而天线到各个面上的辐射角系数 $F_{A, S}$ 与天线的位置有关, Φ_A 与天线的位置以及辐射强度有关, 所以 $F_{A, S}$ 和 Φ_A 均为时间的函数, 故上述方程可化为矩阵形式为

$$W \cdot \overline{\Phi_{in}} = \overline{\Phi(t)} \quad (4.38)$$

$$\text{其中, } W = \begin{bmatrix} 1 & -\rho \cdot F_{S_2, S_1} & -\rho \cdot F_{S_3, S_1} & -\rho \cdot F_{S_4, S_1} & -\rho \cdot F_{S_5, S_1} & -\rho \cdot F_{S_6, S_1} \\ -\rho \cdot F_{S_1, S_2} & 1 & -\rho \cdot F_{S_3, S_2} & -\rho \cdot F_{S_4, S_2} & -\rho \cdot F_{S_5, S_2} & -\rho \cdot F_{S_6, S_2} \\ -\rho \cdot F_{S_1, S_3} & -\rho \cdot F_{S_2, S_3} & 1 & -\rho \cdot F_{S_4, S_3} & -\rho \cdot F_{S_5, S_3} & -\rho \cdot F_{S_6, S_3} \\ -\rho \cdot F_{S_1, S_4} & -\rho \cdot F_{S_2, S_4} & -\rho \cdot F_{S_3, S_4} & 1 & -\rho \cdot F_{S_5, S_4} & -\rho \cdot F_{S_6, S_4} \\ -\rho \cdot F_{S_1, S_5} & -\rho \cdot F_{S_2, S_5} & -\rho \cdot F_{S_3, S_5} & -\rho \cdot F_{S_4, S_5} & 1 & -\rho \cdot F_{S_6, S_5} \\ -\rho \cdot F_{S_1, S_6} & -\rho \cdot F_{S_2, S_6} & -\rho \cdot F_{S_3, S_6} & -\rho \cdot F_{S_4, S_6} & -\rho \cdot F_{S_5, S_6} & 1 \end{bmatrix},$$

$$\overline{\Phi_{in}} = (\Phi_{1in}, \Phi_{2in}, \Phi_{3in}, \Phi_{4in}, \Phi_{5in}, \Phi_{6in})^T,$$

$$\overline{\Phi(t)} = (F_{A, S_6} \cdot \Phi_A, F_{A, S_6} \cdot \Phi_A, F_{A, S_6} \cdot \Phi_A, F_{A, S_6} \cdot \Phi_A, F_{A, S_6} \cdot \Phi_A, F_{A, S_6} \cdot \Phi_A)^T$$

由 (4.38) 式, 可解得

$$\overline{\Phi}_{in} = W^{-1} \cdot \overline{\Phi}(t) \quad (4.39)$$

又 $\overline{\Phi}_{out} = \rho \cdot \overline{\Phi}_{in}$ ，故可得到 $\overline{\Phi}_{out} = \rho \cdot \overline{\Phi}_{in} = \rho \cdot W^{-1} \cdot \overline{\Phi}(t)$

另外，根据辐射角系数的定义，可以求出各个面对静区 S_0 的辐射角系数 $\overline{F}_{S,S_0} = (F_{S_1,S_0}, F_{S_2,S_0}, F_{S_3,S_0}, F_{S_4,S_0}, F_{S_5,S_0}, F_{S_6,S_0})$ ，那么静区吸收各个面辐射的总得辐射通量可以表示为 $\overline{F}_{S,S_0} \cdot \overline{\Phi}_{out}$ 。而静区直接从天线接收到的总的辐射通量为 $F_{A,S_0}(t) \cdot \Phi_A(t)$ ，所以静区从诸墙面得到的反射信号的功率之和与从信号源直接得到的微波功率之比 γ 为

$$\gamma = \frac{\overline{F}_{S,S_0} \cdot \overline{\Phi}_{out}}{F_{A,S_0}(t) \cdot \Phi_A(t)} = \frac{\overline{F}_{S,S_0} \cdot (\rho \cdot W^{-1} \cdot \overline{\Phi}(t))}{F_{A,S_0}(t) \cdot \Phi_A(t)} \quad (4.39)$$

4.2.3 模型的计算^[5]

1、16 个天线工作状态的求解

设初始时刻视在天线对准静区轴线方向的发射功率强度为 I_0 ， t 时刻为 $I(t)$ ，由题

目知道 $t = 4s$ 时， $I = 2I_0$ ，另外 $\frac{dI(t)}{dt} = \frac{2I_0 - I_0}{4} = \frac{I_0}{4}$ ，故

$$I(t) = I_0 + \frac{I_0}{4} \cdot t \quad (4.40)$$

设视在天线向四周辐射的总辐射通量为 Φ_A ，由 $\Phi_A = \pi \cdot I$ 可以得到

$$\Phi_A(t) = \Phi_{A0} + \frac{\Phi_{A0}}{4} \cdot t \quad (4.41)$$

其中 $\Phi_{A0} = \pi \cdot I_0$ 。设视在天线运动的角速度为 ω_0 ，依题有 $\omega_0 = \frac{\pi}{16} \text{ rad/s}$ 。

视在目标从 A 向 B 运动时， t 时刻视在目标运动到天线 A_n 和 A_{n+1} 之间，所以 t 时刻满足 $(n-1)T \leq t \leq nT$ ， $n=1,2,\dots,15$ ，由此可得 $n = \left\lceil \frac{t}{T} \right\rceil$ ， $\lceil \cdot \rceil$ 为上取整算符。至此可求得 t 时刻天线 A_n 和 A_{n+1} 工作，其余天线不向外辐射通量，设 A_n 和 A_{n+1} 辐射通量分别为 $\Phi_n(t)$ 和 $\Phi_{n+1}(t)$ ，根据“等价重心原理”得

$$\frac{\angle A_{n+1}OP}{\Omega_0} = \frac{\Phi_n}{\Phi_n + \Phi_{n+1}} \quad (4.41)$$

其中 $\Phi_n + \Phi_{n+1} = \Phi_A$ ，故有

$$\Phi_A \cdot \angle A_{n+1}OP = \Phi_n \cdot \Omega_0 \quad (4.42)$$

(4.42) 式两边对时间求导，得

$$d\Phi_A \cdot \angle A_{n+1}OP + \Phi_A \cdot d\angle A_{n+1}OP = d\Phi_n \cdot \Omega_0 \quad (4.43)$$

即

$$\begin{aligned}
\frac{d\Phi_n}{dt} &= \frac{\Phi_{A0}}{4} \cdot \angle A_{n+1}OP - \omega_0 \cdot \Phi_A \\
&= \frac{\Phi_{A0}}{4 \cdot \Omega_0} \cdot (n\Omega_0 - \omega_0 t) - \frac{\omega_0}{\Omega_0} \cdot (\Phi_{A0} + \frac{\Phi_{A0}}{4} \cdot t) \\
&= \frac{\Phi_{A0}}{4} \cdot (n - \frac{t}{T}) - \frac{1}{T} \cdot (\Phi_{A0} + \frac{\Phi_{A0}}{4} \cdot t) \\
&= \frac{\Phi_{A0}}{4} \cdot n - \frac{1}{T} \cdot \Phi_{A0} - 2 \frac{\Phi_{A0}}{4} \cdot \frac{t}{T}
\end{aligned} \tag{4.44}$$

将(4.44)式两端积分，可得

$$\begin{cases} \Phi_n(t) = (n - t/T)(\Phi_{A0} + \frac{\Phi_{A0}}{4} t) \\ \Phi_{n+1}(t) = (t/T - n + 1)(\Phi_{A0} + \frac{\Phi_{A0}}{4} t) \end{cases} \tag{4.45}$$

至此，得到了 t 时刻工作的两个天线的辐射强度。

综上所述，在 t 时刻，16个天线中只有第 n 个和第 $n+1$ 个天线向外辐射通量且辐射通量大小满足(4.45)式，其中 $n = \left\lfloor \frac{t}{T} \right\rfloor$ 。

2、辐射角系数的计算

根据4.2.1章节中的讨论，下面对涉及到的四类辐射角系数分别进行计算。

(1)暗室中墙面对墙面间的辐射角计算

建立如图4-12所示直角坐标系，求面对面的辐射角系数过程如下

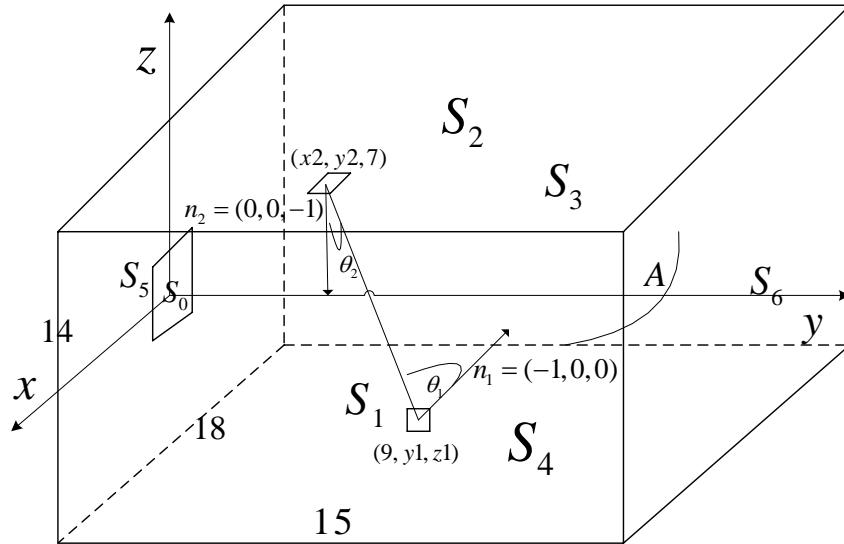


图 4-12 面对面辐射角系数的求解

取 S_1 面上点 $(9, y_1, z_1)$ 处面微元 dS_1 和面 S_2 上位于点 $(x_2, y_2, 7)$ 处面微元 dS_2 ，则有

$$r = \sqrt{(x_2 - 9)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (7 - z_1)^2}, \quad \cos \theta_1 = \frac{9 - x_2}{r}, \quad \cos \theta_2 = \frac{7 - z_1}{r}.$$

将上述条件代入(4.33)式，在 $x \in (-9, 9), y \in (0, 15), z \in (-7, 7)$ 上，进行数值积分的计算最终可求的

$F_{S_1, S_2} = \frac{1}{14 \times 15} \cdot \iint_{S_1} \iint_{S_2} \frac{\cos \theta_1 \cdot \cos \theta_2}{\pi \cdot r^2} ds_2 ds_1 = 0.212$ ，同理可以算出其他各面间的辐射角系数。在计算过程中，由于静区面积非常小并且静区是一个理想的空间，因此模型假设静区距离 S_5 面有一个非常小的垂直距离，使得其它 5 各面能够照到 S_5 墙面上静区背后的地方，也就是，在计算暗室中各个面之间的辐射角系数的时候不考虑静区对它们的影响。

由此可进一步求得当 $\rho = 0.5$ 时系数矩阵为如下：

$$W = \begin{bmatrix} 1 & -0.082 & -0.074 & -0.082 & -0.082 & -0.082 \\ -0.106 & 1 & -0.106 & -0.122 & -0.105 & -0.105 \\ -0.074 & -0.082 & 1 & -0.082 & -0.082 & -0.082 \\ -0.106 & -0.122 & -0.106 & 1 & -0.105 & -0.105 \\ -0.099 & -0.098 & -0.099 & -0.098 & 1 & -0.107 \\ -0.099 & -0.098 & -0.099 & -0.098 & -0.107 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.46-1)$$

$\rho = 0.05$ 时，系数矩阵为

$$W = \begin{bmatrix} 1 & -0.0082 & -0.0074 & -0.0082 & -0.0082 & -0.0082 \\ -0.0106 & 1 & -0.0106 & -0.0122 & -0.0105 & -0.0105 \\ -0.0074 & -0.0082 & 1 & -0.0082 & -0.0082 & -0.0082 \\ -0.0106 & -0.0122 & -0.0106 & 1 & -0.0105 & -0.0105 \\ -0.0099 & -0.0098 & -0.0099 & -0.0098 & 1 & -0.0107 \\ -0.0099 & -0.0098 & -0.0099 & -0.0098 & -0.0107 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.46-2)$$

(2) 暗室中墙面对静区的辐射角系数

仿照 (a) 中的算法，只需更改积分上下限，即可求出相应辐射角系数。经过计算可以得到

$$\begin{aligned} F_{S_1, S_0} &= F_{S_3, S_0} = \frac{1}{14 \times 15} \cdot \iint_{S_1} \iint_{S_0} \frac{\cos \theta_1 \cdot \cos \theta_2}{\pi \cdot r^2} ds_0 ds_1 = 1.324 \times 10^{-4} \\ F_{S_2, S_0} &= F_{S_4, S_0} = \frac{1}{18 \times 15} \cdot \iint_{S_2} \iint_{S_0} \frac{\cos \theta_1 \cdot \cos \theta_2}{\pi \cdot r^2} ds_0 ds_2 = 1.1358 \times 10^{-4} \\ F_{S_5, S_0} &= 0 \end{aligned}$$

$$F_{S_6, S_0} = \frac{1}{18 \times 14} \cdot \iint_{S_2} \iint_{S_0} \frac{\cos \theta_1 \cdot \cos \theta_2}{\pi \cdot r^2} ds_0 ds_2 = 1.6580 \times 10^{-4}$$

由于静区所在平面为 S_5 ，因此 $F_{S_5, S_0} = 0$ 。即

$$\overline{F_{S, S_0}} = (1.324 \times 10^{-4}, 1.1358 \times 10^{-4}, 1.324 \times 10^{-4}, 1.1358 \times 10^{-4}, 0, 1.6580 \times 10^{-4}) \quad (4.47)$$

(3) 16 个天线对 6 个墙面的辐射角系数

由于天线的位置固定，因此理论上天线对 6 个墙面的辐射角系数就可以解出来，信号源共有 16 个天线组成，因此，共要计算 16 个天线的辐射角系数，记第 n 个天线对第 i 面墙的辐射角系数为 F_{A_n, S_i} ，下面讨论 F_{A_n, S_i} 的具体计算方法，以求解 F_{A_1, S_1} 即第一个天线向面 S_1 上的辐射角系数为例说明天线对面的辐射角系数的计算。

由于天线的辐射特性为余弦辐射体,因此对于暗室中的墙面,存在照射不到的盲区。所以,首先要找到天线能辐射的范围,即确定角系数的积分域。其辐射范围如图 4-13 所示,阴影区域为盲区。暗室中的各墙面,除面 S_5 之外,都存在盲区。

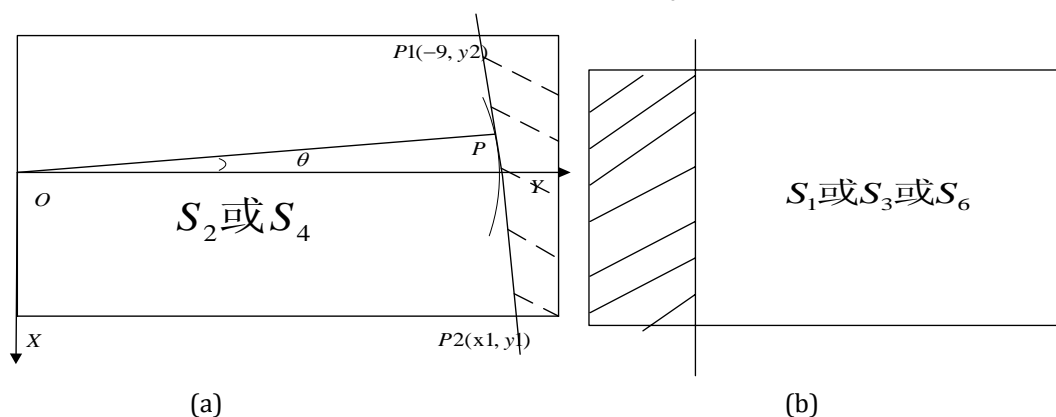


图 4-13 辐射源天线照射的盲区 (a 为俯视图, b 为正视图)

天线位置确定后,过天线所在点 P 作与天线所在圆弧的切线 $P1P2$,从俯视图上看,与墙面交于两点 $P1$ 、 $P2$,在天线位置 P 确定的情况下,根据平面几何的知识可以解出 $P1$ 、 $P2$ 点的坐标。进而可以确定出来天线相对各墙面的辐射区域。类比面到面的辐射角系数的计算方法根据天线到面上辐射角系数的定义可以解出天线到各个面的辐射角系数的值,结果如表 4-1 所示

表 4-1 天线到各个面的辐射角系数

F_{A_n, S_i}	S1	S2	S3	S4	S5	S6
A1	0.1343	0.2091	0.1520	0.2091	0.2844	0.0109
A2	0.1361	0.2109	0.1495	0.2109	0.2848	0.0078
A3	0.1378	0.2122	0.1475	0.2122	0.2851	0.005
A4	0.1393	0.2134	0.1458	0.2134	0.2853	0.0027
A5	0.1405	0.2142	0.1445	0.2142	0.2854	0.001
A6	0.1413	0.2148	0.1435	0.2148	0.2855	1.33×10^{-4}
A7	0.1415	0.2151	0.1427	0.2151	0.2856	0
A8	0.1417	0.2153	0.1421	0.2153	0.2856	0
A9	0.1417	0.2153	0.1421	0.2153	0.2856	0
A10	0.1415	0.2151	0.1427	0.2151	0.2856	0
A11	0.1413	0.2148	0.1435	0.2148	0.2855	1.33×10^{-4}
A12	0.1405	0.2142	0.1445	0.2142	0.2854	0.001
A13	0.1393	0.2134	0.1458	0.2134	0.2853	0.0027
A14	0.1378	0.2122	0.1475	0.2122	0.2851	0.005
A15	0.1361	0.2109	0.1495	0.2109	0.2848	0.0078
A16	0.1343	0.2091	0.1520	0.2091	0.2844	0.0109

(4) 16 个天线对静区的辐射角系数

同理可以解出天线对静区的辐射角系数,结果如表 4-2 所示

表 4-2 天线对静区的辐射角系数

F_{A_n, S_0}	S0	F_{A_n, S_0}	S0
----------------	----	----------------	----

A1	4.242×10^{-4}	A9	4.589×10^{-4}
A2	4.328×10^{-4}	A10	4.577×10^{-4}
A3	4.402×10^{-4}	A11	4.551×10^{-4}
A4	4.464×10^{-4}	A12	4.514×10^{-4}
A5	4.514×10^{-4}	A13	4.464×10^{-4}
A6	4.551×10^{-4}	A14	4.402×10^{-4}
A7	4.577×10^{-4}	A15	4.328×10^{-4}
A8	4.589×10^{-4}	A16	4.242×10^{-4}

(4) γ 的求解

在 t 时刻，根据信号源辐射情况可知，只有第 n 个和第 $n+1$ 个天线向外辐射通量，其中 $n = \left\lceil \frac{t}{T} \right\rceil$ ，此时天线辐射到第 i 面墙上的辐射通量为

$$\Phi = F_{A_n, S_i} \cdot \Phi_n(t) + F_{A_{n+1}, S_i} \cdot \Phi_{n+1}(t) \quad (4.48)$$

即为方程组 (4.37) 中的 $F_{A, S_i} \cdot \Phi_A$ 项，由此可以求出

$$\overline{\Phi(t)} = \begin{bmatrix} F_{A_n, S_1} & F_{A_{n+1}, S_1} \\ F_{A_n, S_2} & F_{A_{n+1}, S_2} \\ F_{A_n, S_3} & F_{A_{n+1}, S_3} \\ F_{A_n, S_4} & F_{A_{n+1}, S_4} \\ F_{A_n, S_5} & F_{A_{n+1}, S_5} \\ F_{A_n, S_6} & F_{A_{n+1}, S_6} \end{bmatrix} \cdot (\Phi_n, \Phi_{n+1})^T \quad (4.49)$$

类似的，天线辐射到静区 S_0 上的辐射通量满足

$$F_{A, S_0}(t) \cdot \Phi_A(t) = F_{A_n, S_0} \cdot \Phi_n(t) + F_{A_{n+1}, S_0} \cdot \Phi_{n+1}(t) \quad (4.50)$$

于是可以得到

$$\gamma = \frac{\overline{F_{S,S_0}} \cdot (W^{-1} \cdot \overline{\Phi(t)})}{F_{A,S_0}(t) \cdot \Phi_A(t)} = \frac{\overline{F_{S,S_0}} \cdot (\rho \cdot W^{-1} \cdot \begin{bmatrix} F_{A_n,S_1} & F_{A_{n+1},S_1} \\ F_{A_n,S_2} & F_{A_{n+1},S_2} \\ F_{A_n,S_3} & F_{A_{n+1},S_3} \\ F_{A_n,S_4} & F_{A_{n+1},S_4} \\ F_{A_n,S_5} & F_{A_{n+1},S_5} \\ F_{A_n,S_6} & F_{A_{n+1},S_6} \end{bmatrix} \cdot (\Phi_n, \Phi_{n+1})^T)}{F_{A_n,S_0} \cdot \Phi_n(t) + F_{A_{n+1},S_0} \cdot \Phi_{n+1}(t)} \quad (4.51)$$

其中， $\overline{F_{S,S_0}}$ 、 W^{-1} 为常系数矩阵。

而在 t 时刻， $n = \left\lceil \frac{t}{T} \right\rceil$ 可以通过计算得到，于是辐射角系数

F_{A_n,S_i} ($n=1,2,\dots,16, i=0,1,\dots,6$) 可通过查表 4-1 和表 4-2 得到。

令 $t = (n-1) \cdot T + \Delta T, \Delta T \in (0, T)$ ，则 (4.45) 式可以变换为

$$\begin{cases} \Phi_n(t) = (1 - \frac{\Delta T}{T})(\Phi_{A0} + \frac{\Phi_{A0}}{4}t) \\ \Phi_{n+1}(t) = \frac{\Delta T}{T}(\Phi_{A0} + \frac{\Phi_{A0}}{4}t) \end{cases} \quad (4.51)$$

在 n 和 ρ 确定的情况下， γ 仅仅是 ΔT 的函数。

下面分别计算 $n=1,2,\dots,15$ 时 γ 随 ΔT 变化的数值解，这样就能得出来 γ 在整个时间段内的数值解。当 $\rho=0.5$ 和 $\rho=0.05$ 时，其解分别如图 4-14 和图 4-15 所示。

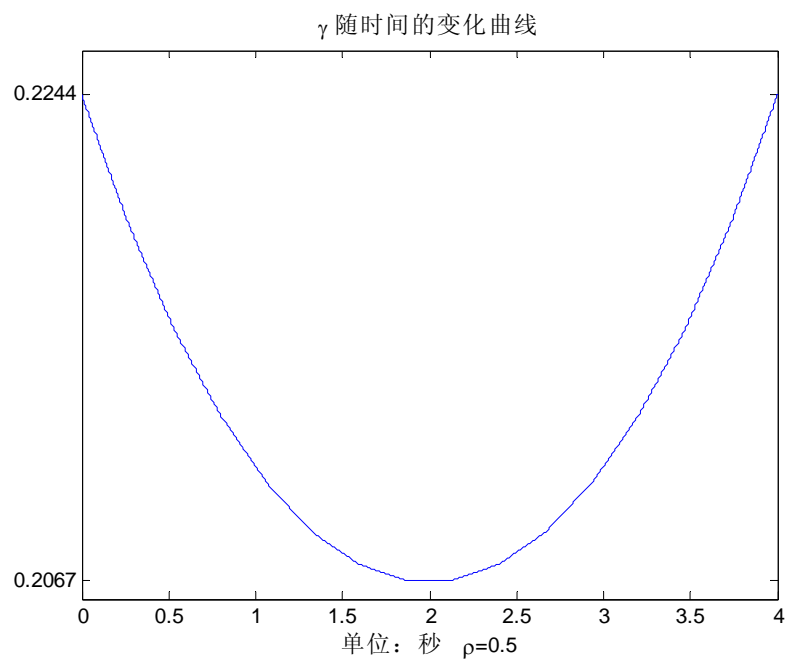


图 4-14 γ 随时间的变化曲线($\rho=0.5$)

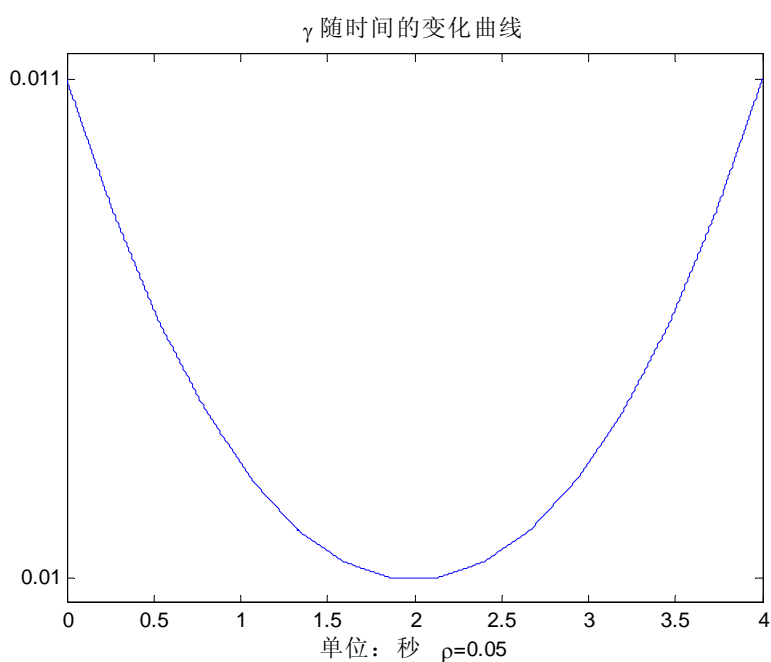


图 4-15 γ 随时间的变化曲线($\rho=0.05$)

可以看到， $\rho=0.5$ 时， $\gamma_{\min}=0.2067>0.03$ ，因此微波暗室的设计不满足；而当 $\rho=0.05$ 时， $\gamma_{\max}=0.011<0.03$ ，因此采用尖劈吸波材料的能满足微波暗室的设计要求。另外，通过图 4-14 和 4-15 可以看出， $\rho=0.5$ 和 $\rho=0.05$ 两种情况下，当 $t=2s$ 时， γ 取到最小值。

五、模型分析与讨论

5.1 问题一模型的讨论

经过对 4.1 章节中建立的模型进行讨论,我们发现,在相邻尖劈形吸波材料间反射传播的电磁波,其反射次数仅仅和尖劈的顶角以及电磁波的入射角有关,且其关系满足(4.11)式,即当入射角满足 $\frac{\pi}{2}-n\alpha < \theta_i < \frac{\pi}{2}-(n-1)\alpha$ 时,电磁波的反射次数为 n 。如果换一个角度来看,就可以发现,反射次数 n 和尖劈顶角 2α 之间的关系为

$$\frac{1}{2\alpha}(\pi - 2\theta_i) < n < \frac{1}{2\alpha}(\pi - 2\theta_i) + 1 \quad (5.1)$$

如果电磁波的入射角度 θ_i 是一定的话,那么反射次数 n 和尖劈顶角 2α 是负相关的。

也就是说,尖劈顶角 2α 越小,对于同一入射波,其在相邻尖劈之间的反射次数就越大。由(4.15)式可以知道,电磁波在吸波材料表面的每一次的反射都带来了能量的衰减,所以可以认为,反射次数越大,吸波材料的吸波特性就越好。因此在实际应用时,一般都需要将尖劈形吸波材料的顶角做的很小,以获得更好的吸波性能^[6]。

5.2 问题二模型的讨论

为了解决计算静区接收的墙面的辐射,必须解决墙面之间的互相影响对辐射的影响,文章借助了辐射度学中的角系数的概念,从面的整体出发,计算墙面辐射出的能量对于另一墙面的照射能量,避免了复杂的积分计算。角系数的引入,简化了讨论墙面的相互作用的复杂性,只从墙面的出射和入射关系出发,用角系数把墙面的之间的辐射联系起来,这样建立了一个完整的模型计算静区接收的墙面反射能量。

模型很好的借用了辐射度学中的角系数的概念,将它转化为微波暗室中墙面相互照射的转化因子。使用它计算封闭体系下的环境内壁的相互作用是合适的。本题讨论计算静区的静度,主要是从理论上计算微波暗室的性能指标。显然,作为暗室的设计者,对暗室性能理论上的计算对于暗室的建造是有好处的,因为对暗室的测试代价是昂贵的。因此,本文建立的模型可以很好解决微波暗室墙面之间的相互作用的计算。

从 5.1 章节已经看到,吸波材料采用尖劈形状,对于反射波有很好的吸收作用,第二问中,我们看到墙面的反射率越低,静区受到墙面辐射的影响越小,因此,好的吸波材料对于暗室的重要性。从几何角度考虑,增加吸波材料对波的反射作用次数是有效增加有效反射率的必要途径。但是由于时间有限,本文不做过多讨论。

六、参考文献

- [1]刘顺华等,电磁波屏蔽及吸波材料,北京:化学工业出版社,2007.8
- [2]张以谟,应用光学,北京:机械工业出版社,1988
- [3]张天孙等,传热学(第三版),北京:中国电力出版社,2011
- [4]斯延森(美),工程光度学与辐射度学,北京:科学出版社,1987
- [5]蒲俊等,MATLAB 工程数学解题指导,上海:浦东电子出版社,2001
- [6]吕述平,刘顺华,微波暗室用角锥吸波材料外形的设计和分析,材料科学与工艺,第十五卷:572-574,2007