

参赛密码 \_\_\_\_\_

(由组委会填写)



## “华为杯”第十四届中国研究生 数学建模竞赛

题 目      多波次导弹发射中的规划问题

---

### 摘            要：

随着科技的飞速发展，高技术条件下的现代化信息作战战争,突发性急骤增强,对导弹部队的机动能力提出了更高的要求。本文围绕多波次导弹发射中的规划问题进行了相关研究。首先以整体曝光时间最短为目标建立了多阶段网络流模型，采用自适应差分进化算法（ADE），制定了最优发射点位分配及机动路线方案；在此基础上建立临时转载地域及隐蔽待机组合优化模型，优化得到的临时转载地域和隐蔽待机减少了整体曝光时间；其次根据作战区域道路网络图的特点，考虑攻防双方的对抗博弈，结合模糊综合评价模型对多个指标进行评价，得到最可能受到敌方攻击破坏的 3 个道路节点；然后综合考虑分散机动的策略以及缩短单台发射装置的最长暴露时间，建立了多目标多阶段网络模型，提出自适应差分进化算法（MOADE）并求解得到 Pareto 解集。最后，给出了多波次导弹发射路线仿真平台，将结果以动态仿真图的形式给予呈现。

**针对问题一：**首先将两波次齐射任务划分为多阶段问题，采用迪克斯特拉（Dijkstra）算法计算各阶段位点之间的最短路径，以完成两波次齐射任务的整体曝光时间最短为目标，考虑单向通道、转载地域等待及发射位点至多使用一次

等约束，建立多阶段网络流模型。针对该模型，采用自适应差分进化算法，利用 Matlab 编程求解完成任务的整体曝光时间最短为 8173.9 分钟，具体发射点位分配及机动路线如附件“E10487018.xls”所示。

**针对问题二：**结合问题一求解思路，将节点选择布设为临时转载地域概括为 10 种组合方案，建立了以整体曝光时间最短为目标的多阶段网络流模型，10 种方案下选择道路节点 J25 和 J36 为临时转载地域的整体曝光时间最短，因此将道路节点 J25 和 J36 布设为临时转载地域。

排序	1	2	3	4	5
组合	(J25,J36)	(J25,J34)	(J34,J36)	(J34,J49)	(J25,J49)
整体曝光时间（min）	<b>7553.5</b>	7587.8	7601.8	7630.1	7641.5

**针对问题三：**延续问题一的求解思路，分析隐蔽点选择共有 50 种组合方案，采用多阶段网络流模型计算 50 种方案下最短整体曝光时间。对比 50 种组合方案结果可知，J13、J14 和 J15 道路节点布设为临时转载地域时整体曝光时间最短，为 7484.2 分钟。

**针对问题四：**采用模糊综合评价法，以与特殊节点直接相连数量、间接与特殊节点相连数量、间隔一个节点与特殊节点相连数量、各阶段位点间最短路径经过节点次数、节点与待机地域最短距离、节点与转载地域最短距离为评价道路节点重要性的指标，采用主观权重系数法和变异系数法确定评价指标权重，建立模糊综合评价模型，量化该网络中 62 个道路节对发射装置按时到达指定发射点位的影响程度。根据模糊综合评价结果可知 J15、J07 和 J37 为该路网最可能受到敌方攻击破坏的 3 个道路节点。

**针对问题五：**首先对整体暴露时间、分散机动策略以及单台发射装置的最长暴露时间三个因素进行定量分析，在问题一的背景下，引出多目标优化策略。以整体曝光时间最小、机动尽量分散以及单台最长暴露时间最短三个目标建立了多目标多阶段网络流模型。在现如今的多目标进化算法之上，本文提出了自适应差分进化算法（MOADE）并对模型进行求解。最后定量分析了三个目标之间的相互关系，并对其进行评价。

在最后，为了更能直观地看到最优目标的分配策略和机动路线，给出了多波次导弹发射路线仿真平台，将结果以动态仿真图的形式给予呈现。

**关键词：**多阶段网络流模型 模糊综合评价 多目标优化 自适应差分进化

# 1 问题重述

## 1.1 问题背景

随着导弹武器系统的不断发展,导弹在未来作战中将发挥越来越重要的作用。高技术条件下的现代化战争,突发性急骤增强,对导弹部队的机动能力提出了更高的要求。机动路线制定的好坏直接决定着导弹暴露时间长短。要实现机动快、暴露时间短,就必须要有合理的机动方案,其中机动路线如何选择是机动作战决策的一个重要问题<sup>[1]</sup>。

常规导弹大都使用车载发射装置,平时在待机地域隐蔽待机,在接受发射任务后,各车载发射装置从待机地域携带导弹沿道路机动到各自指定发射点位实施发射。每台发射装置只能载弹一枚,实施多波次发射时,完成了上一波次发射任务的车载发射装置需要立即机动到转载地域装弹,完成装弹的发射装置再机动至下一波次指定的发射点位实施发射。连续两波次发射时,每个发射点位使用不超过一次。

某部参与作战行动的车载发射装置共有 24 台,依据发射装置的不同分为 A、B、C 三类,其中 A、B、C 三类发射装置的数量分别为 6 台、6 台、12 台,执行任务前平均部署在 2 个待机地域(D1, D2)。所属作战区域内有 6 个转载地域(Z01~Z06)、60 个发射点位(F01~F60),每一发射点位只能容纳 1 台发射装置。各转载地域最多容纳 2 台发射装置,但不能同时作业,单台转载作业需时 10 分钟。各转载地域弹种类型和数量满足需求。相关道路情况结如图 4-1 所示(道路节点 J01~J62),相关要素的坐标数据如附件 1 所示。图 1-1 中主干道路(图中红线)车道,可以双车通行;其他道路(图中蓝线)均是单车道,只能在各道路节点处会车。A、B、C 三类发射装置在主干道路上的平均行驶速度分别是 70 公里/小时、60 公里/小时、50 公里/小时,在其他道路上的平均行驶速度分别是 45 公里/小时、35 公里/小时、30 公里/小时。

## 1.2 本文所要解决的问题

某部队接受发射任务后,需要为每台车载发射装置规划每个波次的发射点位及机动路线,要求整体暴露时间(所有发射装置的暴露时间之和)最短。本问题中的“暴露时间”是指各车载发射装置从待机地域出发时刻至第二波次发射时刻为止的时间,其中发射装置位于转载地域内的时间不计入暴露时间内。暂不考虑发射装置在发射点位必要的技术准备时间和发射后发射装置的撤收时间。因此,本文解决的问题为以下 5 个。

**问题一:** 该部接受到实施两个波次的齐射任务(齐射是指同一波次的导弹同一时刻发射),每个波次各发射 24 枚导弹。给出具体发射点位分配及机动路线方案,使得完成两个波次发射任务的整体暴露时间最短。方案需按题目后面对附件 2 说明中规定的格式给出,并存入文件“E 队号.xls”中。统一以第一波次的

发射时刻作为第二波次机动的起始时刻。

**问题二：**转载地域的合理布设是问题的“瓶颈”之一。除已布设的 6 个转载地域外，可选择在道路节点 J25、J34、J36、J42、J49 附近临时增设 2 个转载地域（坐标就取相应节点的坐标）。应该如何布设临时转载地域，使得完成两个波次发射任务的整体暴露时间最短。

**问题三：**新增 3 台 C 类发射装置用于第二波次发射。这 3 台发射装置可事先选择节点 J04、J06、J08、J13、J14、J15 附近隐蔽待机，即这 3 台发射装置装弹后从待机地域机动到隐蔽待机点的时间不计入暴露时间内。每一隐蔽待机点至多容纳 2 台发射装置。待第一波次导弹发射后，这 3 台发射装置机动至发射点位参与第二波次的齐射，同时被替代的 3 台 C 类发射装置完成第一波次齐射后择机返回待机地域（返回时间不计入暴露时间）。转载地域仍为事先布设的 6 个的前提下，应该如何选择隐蔽待机点，使得完成两个波次发射任务的整体暴露时间最短。

**问题四：**道路节点受到攻击破坏会延迟甚至阻碍发射装置按时到达指定发射点位。请结合作战区示意图特点，考虑攻防双方的对抗博弈，建立合理的评价指标，量化分析该路网最可能受到敌方攻击破坏的 3 个道路节点。

**问题五：**在机动方案的拟制中，既要考虑整体暴露时间尽可能短，也要规避敌方的侦察和打击，采用适当分散机动的策略，同时还要缩短单台发射装置的最长暴露时间。综合考虑这些因素，重新讨论问题一。

## 2 模型假设与符号说明

### 2.1 模型假设

**假设一：**各转载地域弹种类型和数量满足需求，无设备故障问题；

**假设二：**暂不考虑车载发射装置在发射点位必要的技术准备时间和发射后发射装置的撤收时间；

**假设三：**第一波次齐射时刻为第二波次出发时刻；

**假设四：**车载装置在行车时，不计入前后紧跟的时间差。

### 2.2 符号说明

符号	符号解释
$D$	待机地域
$F$	发射位点集合
$J$	道路节点集合
$Z$	转载地域集合
$C$	车载发射装置集合

$d(F_i, Z_j)$	节点 $F_i$ 和节点 $Z_j$ 之间的最短路径
$t_{min}$	整体最短曝光时间
$v_i$	各类型车载发射装置在不同道路上的行驶速度

### 3 问题分析

本文针对多波次导弹发射中尽量减少暴露时间，提高其生存能力和机动能力。研究了各种情况下完成多波次导弹发射任务，要使整体曝光时间最短，分配发射点位及规划机动路线，布设临时转载地域，选择隐蔽待机点，量化道路节点影响及综合考虑更多因素下的机动路线规划问题。

#### 3.1 问题一分析

针对两波次齐射 24 枚导弹的发射任务，需通过合理分配各发射点位并优化机动路线方案，从而使完成该任务的整体暴露时间最短。对于两波次的齐射任务可分解为多阶段问题<sup>[2]</sup>如图 3-1 所示，即待机地域到第一波次发射位点，第一波次发射位点到转载地域，转载地域到第二波次发射位点共三个阶段，每个阶段包含不同的位点。根据总体暴露时间最短的要求，需使每一阶段的各对应位点时间最短，即包括每阶段对应位点的距离最短和车载发射装置行驶方案最优。

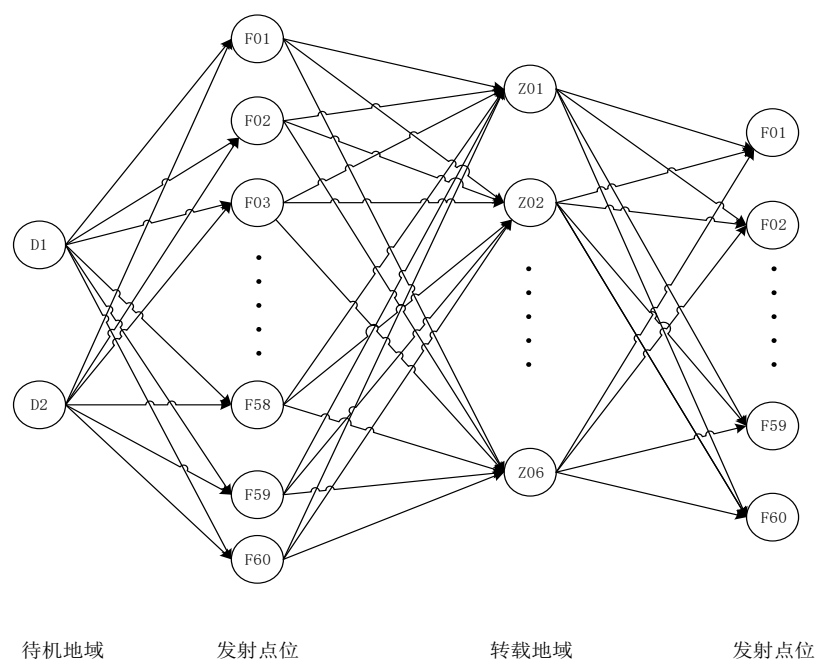


图 3-1 多阶段网络流图

首先可采用迪克斯特拉（Dijkstra）算法求解各任务节点之间的最短路径总表。对于 24 辆发射车装置，第一波次可从 60 个发射点位采用选择路径最短的 24 个发射点，再根据第一阶段确定的发射点位寻优每个发射点位对应的路径最短的转运点，最后在剩余的 36 个发射点位中选择距离各转载地域路径最短的发射点位，由此可合理分配第一和第二波次的发射点位并确定位点之间的最短路径。在此基础上，进一步考虑道路行使要求、转运点约束优化每辆车载发射装置

具体的路线规划、时间安排、每波次发射时间安排从而使整体暴露时间最短。因此,本文以整体暴露时间最短为目标,建立多阶段网络流模型。

### 3.2 问题二分析

现有 5 个道路节点 J25、J34、J36、J42、J49 附近(坐标就取相应节点的坐标)可供选择其中两个为临时转载地域,要求解选择那两个节点布设为转载地域使完成问题一中任务的整体暴露时间最短。在求解问题一的基础上,上述 5 个节点选择其中 2 个布设为转载地域,共有组合数量为  $C_5^2=10$ ,因此可采用问题一中所建模型加入两个转载地域进行优化。将 10 种组合情况下完成两波次其次发射任务的整体暴露时间全部求出,根据 10 个计算结果可选出使整体暴露时间最短的两个节点组合情形,因此这两个节点为为临时转载地域布设点。

### 3.3 问题三分析

在问题一的基础上,新增 3 台 C 类发射装置用于第二波次发射。这 3 台发射装置可事先选择节点 J04、J06、J08、J13、J14、J15 附近隐蔽待机(坐标就取相应节点的坐标),即这 3 台发射装置装弹后从待机地域机动到隐蔽待机点的时间不计入暴露时间内。每一隐蔽待机点至多容纳 2 台发射装置。待第一波次导弹发射后,这 3 台发射装置机动至发射点位参与第二波次的齐射,同时被替代的 3 台 C 类发射装置完成第一波次齐射后择机返回待机地域(返回时间不计入暴露时间)。转载地域仍为事先布设的 6 个的前提下,应该如何选择隐蔽待机点,使得完成两个波次发射任务的整体暴露时间最短。

每一隐秘待机点至多容纳 2 台发射装置,3 台发射装置需隐蔽,则要选择 2 个或者 3 个隐蔽待机点,选择两个隐蔽节点时不同隐蔽待机点放置发射装置数量不同有影响,因此节点选择组合包括  $A_6^2 + C_6^3=50$  种组合。要使整体曝光时间最短,根据题目要求并结合问题一求解思路,在第一波次齐次发射阶段计算完成后,先试算出不替换第二波次齐次发射的各发射装置的曝光时间,选择 C 类发射装置中最短的 3 台作为被替换装置。同时,根据某一选择的隐蔽点组合到剩余发射位点的最短曝光时间优化确定该隐蔽节点对应的发射位点。从而可采用问题一中求解思路计算第二波次齐次发射的整体曝光时间。对 50 种隐蔽点选择组合,计算全部情形的整体曝光时间,选择最短曝光时间隐蔽点组合方案即为所求。

### 3.4 问题四分析

道路节点受到攻击破坏会延迟甚至阻碍发射装置按时到达指定发射点位。结合作战区示意图特点,考虑攻防双方的对抗博弈,建立合理的评价指标,量化分析该路网最可能受到敌方攻击破坏的 3 个道路节点。道路节点是否受敌方攻击具有不确定性,敌方根据自身利益要阻碍发射装置按时到达发射位点,则道路节点对发射装置的到达发射节点的时间的影响程度为重要考虑因素。

分析作战区示意图中各节点位置关系可知,发射点位均为末端点,发射装置

均需通过道路节点到达发射位点，因此若某道路节点连接着几个道路节点均连接有发射点，则有许多发射装置需经过此节点，即该道路节点非常重要，因此以主干道节点、发射点位和转载地域为特殊节点，统计与该节点与特殊节点直接相连数量、间接与特殊节点相连数量以及间隔一个节点与特殊节点相连数量（详见 8.2.1 节），分析其对道路节点重要性产生的影响。同时，节点与转载地域、待机地域的距离也会对节点重要性产生影响。由问题一求解可知各阶段位点之间最短路径会经过某些节点，经过的次数越多说明越重要。综上，本文采用模糊综合评价法，以与特殊节点直接相连数量、间接与特殊节点相连数量、间隔一个节点与特殊节点相连数量、各阶段位点间最短路径经过节点次数、节点与待机地域最短距离、节点与转载地域最短距离为评价道路节点重要性的指标，采用专家权重系数法和变异系数法确定评价指标权重，建立模糊综合评价模型，量化该网络中 62 个道路节对发射装置按时到达指定发射点位的影响程度，选出最有可能收到敌方攻击破坏的 3 个道路节点。

### 3.5 问题五分析

在机动方案的拟制中，既要考虑整体暴露时间尽可能短，也要规避敌方的侦察和打击，采用适当分散机动的策略，同时还要缩短单台发射装置的最长暴露时间。重新考虑问题一，两波次齐射中第一波次发射点位到转载地域和转载地域到第二波次发射点位分别为 1 对多和多对一，要使发射装置适当分散，可使发射装置分布到装载地域尽量均匀（详见 9.1.1 中所述）；同时缩短单台发射装置的最长暴露时间会影响整体暴露时间。因此，本文以整体曝光时间最短、机动策略尽量分散以及单台发射装置曝光时间最短为多目标，建立多目标多阶段网络流模型，采用多目标自适应差分进化算法，获得帕累托最优解集。

## 4 数据处理

### 4.1 节点编码

为了便于建立模型，对于题中四种不同类型的节点：待机地域（D1，D2）、转载地域（Z01~Z06）、发射点位（F01~F60）和道路结点（J01~J62）进行统一编码，编码范围为 1~130。不同类型节点对应不同的编码范围如表 4-1 所示。

表 4-1 节点编码映射表

节点类型	符号	编码范围
待机地域	D	1~2
转载地域	Z	3~8
发射点位	F	9~68
道路节点	J	69~130

### 4.2 道路路径处理

根据附件一中所给的待机点、发射点、转运点和道路节点的坐标以及题中作战区道路示意图中各点之间的连线，重述了作战区域道路示意图如图 4-1 所示。



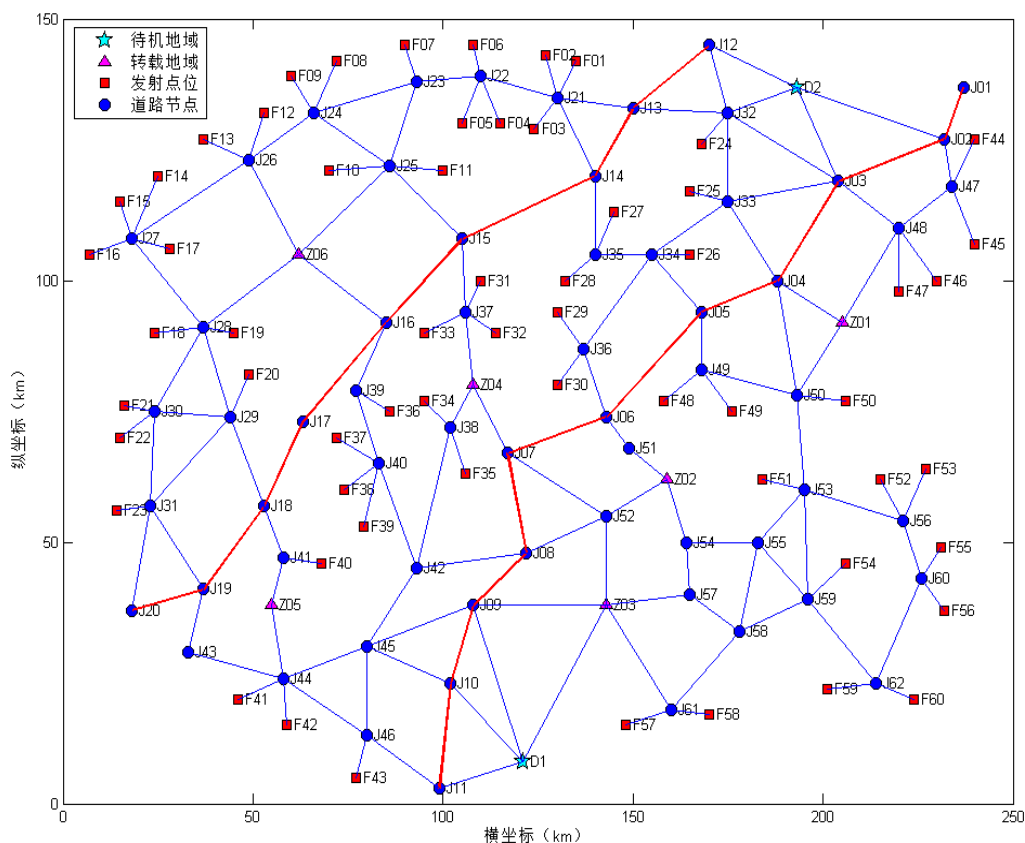


图 4-1 作战区道路示意图

结合 4.1 中所述节点编码，建立道路路径和各节点之间的对应关系并得到 175 条道路路径，列出部分道路路径及其对应的起始节点和路径长度如表 4-2 所示。

表 4-2 道路路径起始节点及距离示意表

道路序号	道路起点 编号	道路终点 编号	道路起点 名称	道路终点 名称	道路距离 (km)
1	1	5	D1	Z03	37.20
2	1	77	D1	J09	32.69
3	1	78	D1	J10	24.21
4	1	79	D1	J11	22.56
...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...
173	126	129	J58	J61	23.43
174	127	130	J59	J62	24.08
175	128	130	J60	J62	23.32

## 5 问题一模型建立与求解

问题一主要研究两个波次的导弹齐射任务。通过合理的发射点位分配及机动路线规划使得完成两个波次的齐射任务的整体暴露时间最短。因此，本文以整体暴露时间最短为目标,建立多阶段网络流模型，并采用自适应差分进化算法计算得到发射点位分配及机动路线方案。

### 5.1 模型准备

多阶段网络流模型旨在对各个车载发射装置的发射点位和转载区域进行分



配优化，从而得到最小整体暴露时间。为了得到具体行动方案，还需知道两个任务节点（待机地域、发射点位、转载地域）之间的最短路径  $d(u_0, v_0)$ 。因此，本文采用迪克斯特拉（Dijkstra）算法首先将各个任务节点之间的最短路径求解得到最短路径总表，随后用于多阶段网络流模型中。

### 5.1.1 最短路径数学表达

假设有向图有  $n$  个顶点，现要求从顶点 1 到定点  $n$  的最短路径。设  $W = (w_{ij})_{n \times n}$  为赋权邻接矩阵，其分量为：

$$w_{ij} = \begin{cases} w(v_i, v_j), & v_i, v_j \in E \\ \infty, & \text{others} \end{cases} \quad (5-1)$$

决策变量为  $x_{ij}$ ，当  $x_{ij} = 1$ ，说明弧  $v_i, v_j$  位于顶点 1 至顶点  $n$  的路上；否则  $x_{ij} = 0$ 。其数学规划表达式为：

$$\min \sum_{v_i, v_j \in E} w_{ij} \cdot x_{ij} \quad (5-2)$$

$$s.t. \quad \sum_{j=1}^n x_{ij} - \sum_{j=1}^n x_{ji} = \begin{cases} 1 & i = 1 \\ -1 & i = n \\ 0 & i \neq 1, n \end{cases} \quad (5-3)$$

$$x_{ij} = 0 \text{ or } 1$$

### 5.1.2 Dijkstra 算法求解步骤

当分配发射点位和转载点位后，为了得到任意两个结点直接的最短路径  $d(u_0, v_0)$ ，采用迪克斯特拉（Dijkstra）算法求解得到节点之间的最短路径。其基本思想是按距  $u_0$  从近到远为顺序，依次求得  $u_0$  到各顶点的最短路和距离，直至  $v_0$ ，算法结束。为避免重复并保留每一步的计算信息，采用了标号算法。下面是该算法步骤

Step1: 令  $l(u_0) = 0$ ，对  $v \neq u_0$ ，令  $l(v) = \infty$ ， $S_0 = \{u_0\}$ ， $i = 0$ ；

Step2: 对每个  $v \in \bar{S}_i$  ( $\bar{S}_i = V \setminus S_i$ )，用  $\min_{u \in S_i} \{l(v), l(u) + w(uv)\}$  代替  $l(v)$ 。计算

$\min_{v \in \bar{S}_i} \{l(v)\}$ ，把达到这个最小值的一个顶点记为  $u_{i+1}$ ，令  $S_{i+1} = S_i \cup \{u_{i+1}\}$ ；

Step3: 若  $i = |V| - 1$ ，停止；若  $i < |V| - 1$ ，用  $i+1$  替代  $i$ ，转 Step2。

### 5.1.3 最短路径

利用 matlab 编程实现，可以得到任意两个节点之间的最短路径（由于主干道速度普遍比其他道路速度快，因此主干道权重为 0.6，其他道路为 1），部分节点之间的最短距离如表 5-1 所示。

表 5-1 最短距离表

距离 编号 \ 编号	1	2	3	4	5	6	7	8
9	147.63	67.05	104.98	113.02	138.45	77.01	113.63	90.62
10	147.57	66.99	104.92	112.96	138.40	76.95	113.57	90.56
11	147.51	66.93	104.86	112.90	138.34	76.89	113.51	90.50
12	167.19	89.14	127.07	135.11	158.01	96.57	133.19	74.20
13	167.19	89.14	127.07	135.11	158.01	96.57	133.19	74.20
14	163.21	85.17	123.09	131.13	154.04	92.60	129.22	70.23
15	147.48	103.49	141.42	128.97	138.31	76.86	113.48	54.49
...	...	...	...	...	...	...	...	...
63	148.25	123.25	83.13	94.20	111.05	146.31	210.36	210.79
64	148.92	123.92	83.80	94.87	111.72	146.99	211.04	211.47
65	75.82	145.81	105.69	73.08	38.62	100.07	139.86	170.03
66	73.50	143.49	103.37	70.76	36.30	97.75	137.54	167.71
67	130.15	134.82	94.70	86.15	92.95	138.27	194.19	208.23
68	127.55	132.22	92.10	83.55	90.35	135.67	191.59	205.63

## 5.2 模型建立

### 5.2.1 确立目标函数

部队接受发射任务后，需要为每台车载发射装置规划每个波次的发射点位及机动路线，要求整体暴露时间（所有发射装置的暴露时间之和）最短。“暴露时间”是指各车载发射装置从待机地域出发时刻至第二波次发射时刻为止的时间，其中车载发射装置位于转载地域内的时间不计入暴露时间内。假设不考虑车载发射装置的准备时间和发射后的撤收时间。因此目标函数可表示为：

$$t_{\min} = \min \sum_{i=1}^{24} \left( \frac{x_{D_i F_i^1} \cdot d(D_i, F_i^1) + x_{F_i^1 Z_i} d(F_i^1, Z_i) + x_{Z_i F_i^2} d(Z_i, F_i^2)}{v_i} + w_i \right) \quad (5-4)$$

式中： $i$  代表第  $i$  个车载发射装置， $F_i^1$ 、 $F_i^2$  分别为第  $i$  个车载发射装置的第一和第二波次发射点位；

$D_i$  和  $Z_i$  分别代表第  $i$  个车载发射装置的待机地域（1，2）和所去的转载地域（3~8）；

$x_{ij}$  为决策变量，当  $x_{ij} = 1$ ，说明车载装置经过节点  $i$  到节点  $j$  这条路线，否则  $x_{ij} = 0$ ，其中  $i, j \in \{D, F, Z, J\}$ 。

$v_i$  代表第  $i$  个车载发射装置在不同道路上的行驶速度；

$w_i$  代表第  $i$  个车载发射装置的会车等待时间和在转载点转运等待时间，具体计算处理如 5.3.2 中单车道约束及转载地域约束所述。

### 5.2.2 确立约束条件

**约束条件一：**连续两波次发射时，每个发射点位使用不超过一次。即在整个

发射任务中，每个发射点位使用的次数不能高过一次：

$$\forall j \in F, \sum_{i \in D, Z} x_{ij} \leq 1 \quad (5-5)$$

式中：F 代表发射位点编码集合，D 代表待机地域编码集合，Z 代表转载地域编码集合。

**约束条件二：**各转载地域最多容纳 2 台发射装置，但不能同时作业。即在任意时刻  $t$ ，到达转载区域  $j$  的发射装置不超过两台：

$$\forall t \in R^+, j \in Z, \sum_{i \in F} x_{ij} \leq 2 \quad (5-6)$$

**约束条件三：**单车道不能双向通行，只能在各道路节点处回车。即是在任意时刻  $t$ ，经过路线  $l_{ij}$  的车载发射装置若有  $i \rightarrow j$  行使的车载发射装置，则不能有  $j \rightarrow i$  方向行使的发射装置：

$$\forall t \in R^+, i, j \in \{J\}, x_{ij} + x_{ji} \leq 1 \quad (5-7)$$

5.2.3 综上所述，建立了多阶段网络流模型为：

$$t_{\min} = \min \sum_{i=1}^{24} \left( \frac{x_{D_i F_i^1} \cdot d(D_i, F_i^1) + x_{F_i^1 Z_i} d(F_i^1, Z_i) + x_{Z_i F_i^2} d(Z_i, F_i^2)}{v_i} + w_i \right)$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} \forall j \in F, \sum_{i \in D, Z} x_{ij} \leq 1 \\ \forall t \in R^+, j \in Z, \sum_{i \in F} x_{ij} \leq 2 \\ \forall t \in R^+, i, j \in \{J\}, x_{ij} + x_{ji} \leq 1 \end{cases} \quad (5-8)$$

### 5.3 问题求解

为解决上述复杂多阶段网络流模型，本文采用一种自适应差分进化算法（Adaptive Differential Evolution, ADE）求解。差分进化算法<sup>[3]</sup>（Differential Evolution, DE）是一种新兴的进化计算技术。它是由 Storn 等人于 1995 年提出的，是解决复杂优化问题的有效技术。本文在差分进化算法的基础上采用了自适应策略，避免了参数的人工筛选，提高了算法效率，从而解决多阶段网络流模型。

#### 5.3.1 自适应差分进化算法原理

##### 1. 原始差分进化算法

DE 采用实数编码，主要包含差分变异、交叉、和选择 3 个算子。DE 通过对父代个体叠加差分矢量进行变异操作，生成变异个体；然后按一定概率，父代个体与变异个体进行交叉操作，生成试验个体；父代个体与试验个体进行比较，较优的个体进入下一代种群。设种群规模为  $NP$ ，个体决策变量维数为  $n$ 。

a) 差分变异算子。对第  $g$  代种群的每一个个体  $x_i^g$  ( $i=1,2,\dots,NP$ )，随机选取 3 个互不相同的父代个体  $x_{r_1}^g$ ,  $x_{r_2}^g$ ,  $x_{r_3}^g$  ( $r_1, r_2, r_3 \in [1, NP]$  且  $r_1, r_2, r_3 \neq i$ )，按式

(5-9) 进行差分变异操作，生成变异个体  $v_i^{g+1}$ ：

$$v_i^{g+1} = x_{r_3}^g + F(x_{r_1}^g - x_{r_2}^g) \quad (5-9)$$

其中， $F$  为差分比例因子，控制着差分变异的幅度，其取值一般在 0~2 范围内。

b) 交叉算子。采用下式对父代个体  $x_i^g$  变异个体  $v_i^{g+1}$  进行交叉，生成试验个体  $u_i^{g+1}$ ：

$$u_{i,j}^{g+1} = \begin{cases} v_{i,j}^{g+1}, & \text{if } (\text{rand}() \leq CR) \text{ or } j = \text{rand}(1, n) \\ x_{i,j}^g, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (5-10)$$

其中， $CR$  为设定的交叉概率，取值范围为 0~1， $\text{rand}()$  产生  $[0, 1]$  之间服从均匀分布的随机数， $\text{rand}(1, n)$  产生  $[1, n]$  间的随机整数。由式 (5-10) 可以看出，试验个体至少有一位变量来自于变异个体。

c) 选择算子。比较父代个体和试验个体的适应度值，其中较优者进入下一代种群。

## 2. 自适应差分进化策略

本文在差分进化算法的基础上采用了自适应策略<sup>[4]</sup>，避免了参数的人工筛选，将差分进化的参数  $F$ ， $CR$  也作为一个进化对象。初始化参数时，对每个个体都随机产生一组参数，在进化选择过程中逐渐更新：

$$F_{i,g+1} = \begin{cases} F_l + \text{rand}_1 * F_u, & \text{if } \text{rand}_2 < \tau_1 \\ F_{i,g}, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (5-11)$$

$$CR_{i,g+1} = \begin{cases} CR_l + \text{rand}_3 * CR_u, & \text{if } \text{rand}_4 < \tau_1 \\ CR_{i,g}, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (5-12)$$

式中： $F_l$ ,  $F_u$  和  $CR_l$ ,  $CR_u$  分别标识参数  $F$  和参数  $CR$  的上下限， $\text{rand}_{1\sim4}$  为 0-1 的随机数。

## 3. 算法流程图

根据自适应差分进化算法原理可得其流程图如图 5-1 所示。

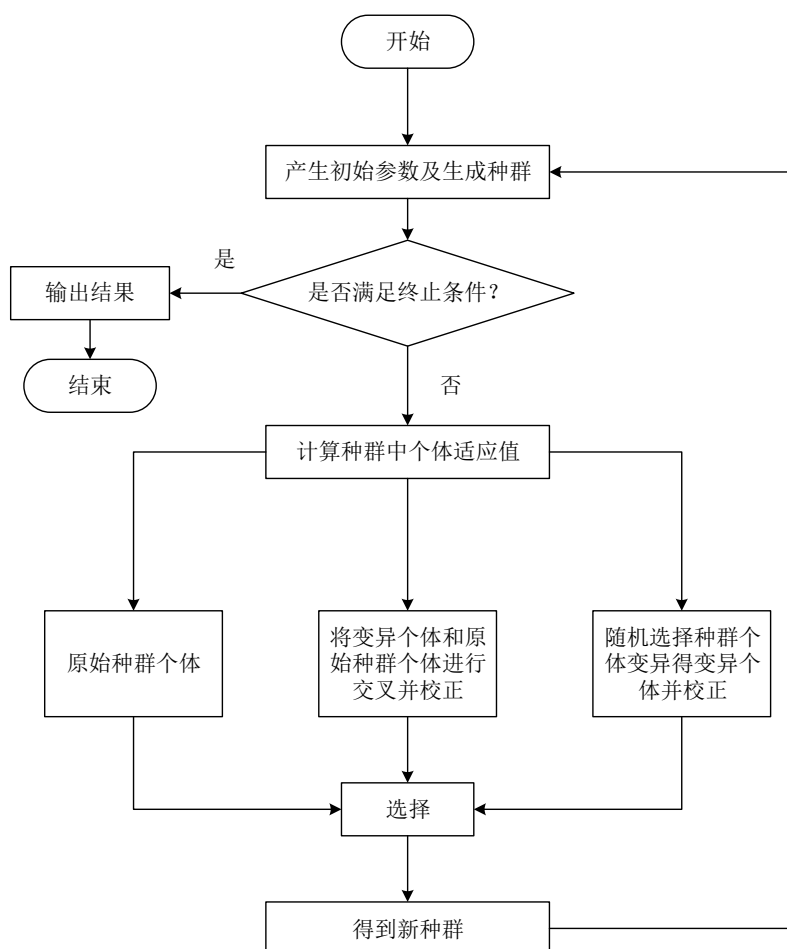


图 5-1 算法流程图

### 5.3.2 自适应差分进化算法求解

#### 1. 编码策略

对于本问题，一共有 24 辆车载发射装置，每个车载发射装置都需要确定其第一波次发射点位、转载地域和第二波次发射点位。即有  $24 \times 3 = 72$  个待优化的变量。采用实数编码策略，将 72 个变量进行编码如下表 5-2 所示。

表 5-2 变量实数编码示意表

变量	1	2	3	4	...	69	70	71	72
编码	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	...	$x_{69}$	$x_{70}$	$x_{71}$	$x_{72}$
范围	1~60	1~6	1~60	1~60	...	1~60	1~60	1~6	1~60

其中  $x_1 \sim x_3$  代表第 1 辆车载发射装置到第一波次发射点位、转载地域和第二波次发射点位的编码的索引；以此类推  $x_{3(n-1)+1} \sim x_{3n}$  代表第  $n$  辆车载发射装置到第一波次发射点位、转载地域和第二波次发射点位的编码,  $n=1, \dots, 24$ 。

#### 2. 约束处理

**发射点位约束（使用不超过一次）：**

为了处理发射点位使用次数不超过一次，在算法初始化阶段，即对编码进行控制，从而保证两个波次的发射点位使用编码不重合。另外，当差分进化变异交

叉算子完成后，产生的新的个体，可能会产生不满足约束的情况，此时本文对此个体进行编码调整，调整方法采用**无效变异匹配规则**：对这些无效的零值、负值、越界值，可利用局部随机变异的方法进行匹配，即对无效的值，依次随机匹配一个未被映射到新个体中的值作为变异后的新基因，最后按规则修改矩阵，继续匹配其他无效的值，直到全部任务匹配完，映射矩阵为空为止。调整后再将可行的新个体与原始个体进行选择操作，如表 5-3 所示。

表 5-3 变量变化后不合理情况处理示意表

变量	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	...	$x_{69}$	$x_{70}$	$x_{71}$	$x_{72}$
$x_{r1}$	10	6	12	15	...	50	55	5	30
$x_{r2}$	12	7	11	9	...	44	48	3	32
$x_{r3}$	13	5	15	10	...	40	45	3	32
$v_i$	11	4	16	16	...	46	52	5	30
$v_i'$	11	4	20	16	...	46	52	5	30

#### 单车道约束（计算会车等待时间）：

根据式（5-7）知若大于 1 则出现车载发射装置会车可能。进一步研究是否会车需计算对应发射车经过节点  $i$  和节点  $j$  的时间。到达各节点的时间采用下述方式计算。

从待机地域出发的车载发射装置到达第一波次发射点之前的节点时间可采用如下方式确定（不考虑会车约束）。根据假设需要花费最多时间的车载发射装置需要  $t_{\max}$  的时间可以到达指定发射节点，而其他车载发射装置可以晚一些再从待机地域出发，其最大延迟的时间为  $t_{\max} - t_j$ ， $t_j$  为其到达指定发射点所需的时间。那么任意一辆装载车经过  $i$  节点  $J_i$  的时间为：

$$t_i = d(D_j, J_i) / v + (t_{\max} - t_j) \quad (5-13)$$

第一波次发生后所有车载发射装置同时从各发射节点出发，经过转运节点（加入转载点约束时间）到达第二波次发射点之前的  $i$  节点的时间为  $t_i = t_z + d(z_j, J_i) / v$ 。

根据图 5-2 所示的单车道会车示意图可分析其会车等待时间。

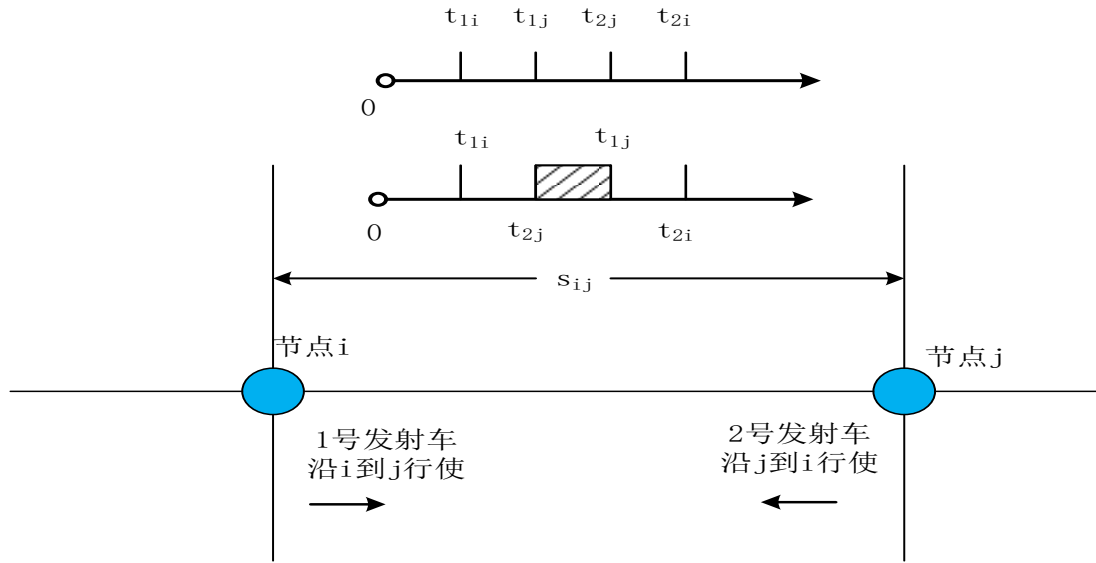


图 5-2 节点会车示意图

由图 5-2 可知 1 号车载发射装置需通过单行道进行  $i$  到  $j$  的路线行驶，2 号车载发射装置需经过单行道  $j$  到  $i$  的路线行驶，因此可能产生会车情况。首先根据上述到达各节点时间计算原理计算出 1 号车载发射装置到达  $i, j$  节点的时间为  $t_{1i}$  ,  $t_{1j}$  , 2 号车载发射装置到达  $i, j$  节点的时间为  $t_{2i}$  ,  $t_{2j}$  。若  $[t_{1i}, t_{1j}]$  和  $[t_{2j}, t_{2i}]$  没有交集，则不会会车，若产生交集则会车。本文采用两辆车载发射装置分别进行等待，计算各自等待时间，选择使目标函数即曝光时间短的作为选择的等待方式。如图 5-2 中所示，若 2 号车载发射装置等待，则等待时间为  $t_{wait} = t_{1j} - t_{2j}$  , 会车后需加入等待时间更新 2 号车载发射装置的达到节点的时间。超过两辆车载发射装置会车的情况类推。

#### 转载地域约束（计算转载等待时间）：

首先根据单车道约束方法计算从第一波发射到转载地域时的会车等待时间。从而得到每个车载发射装置到达相应转载地域的时间点  $t_{ij}$ ，当到达  $j$  号转载地域的车载发射装置超过两个时需要计算后续车载发射装置的等待时间。车载地域进出方式按照最长停留时间原则：即在不耽误后去车辆进入转载地的情况下，尽可能多的呆在车载地域以减少曝光时间，如图 5-3 示意图所示。



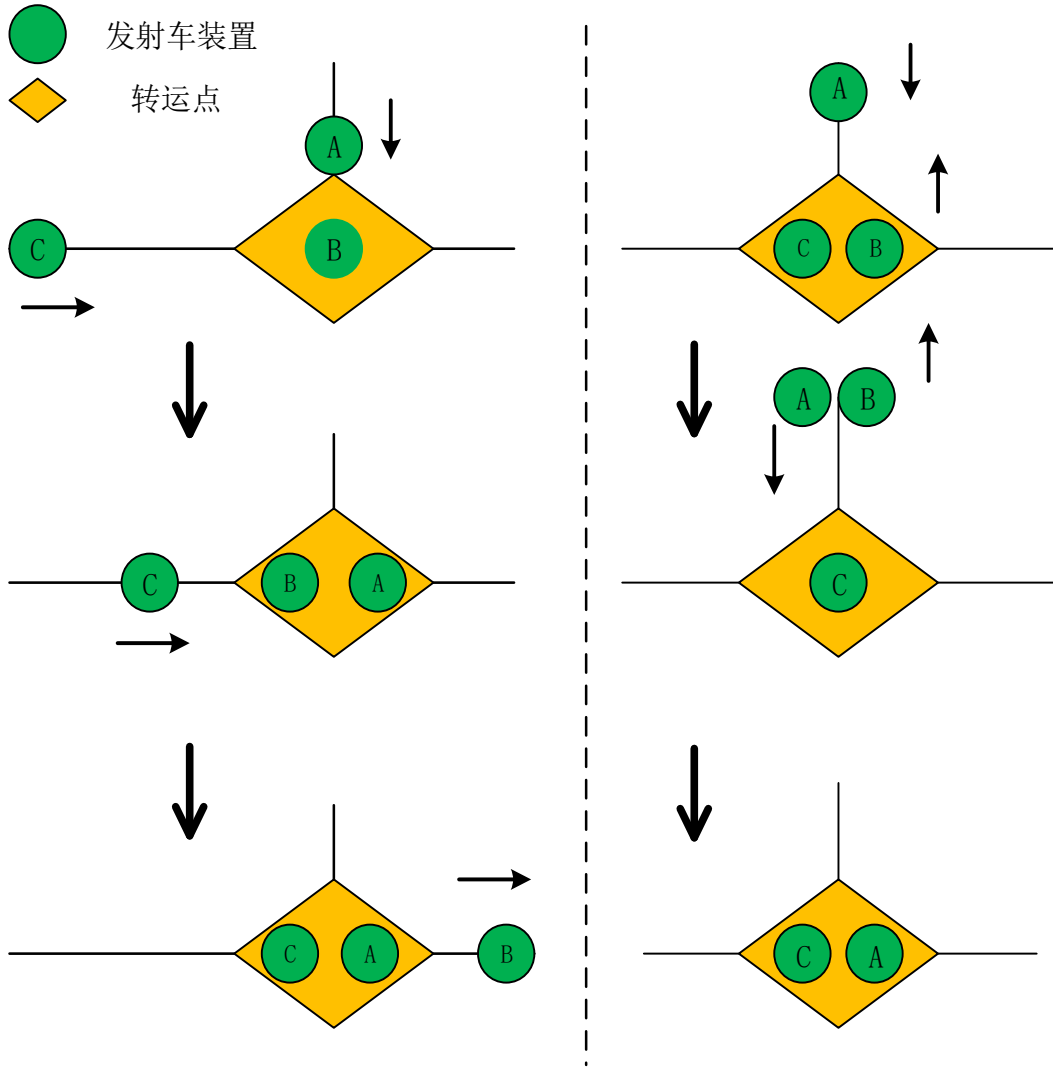


图 5-3 转运点发射车装置进出示意图

当转载地域只有一个车载发射装置时，该装置装配完成后若下一辆车载装置还未到达，该装置可继续停留此地，直到下一辆到来时再离开。若下一辆车载装置进入路线与该车载装置离开路线相同，则需要转载地域内的车载装置先离开到道路节点，随后下一辆车载发射装置进入。具体计算车载发射装置在转载地域的离开时间见以下伪代码。

---

**Algorithm 1** 转载地域的离开时间计算

---

```

1  计算得到每个车辆进入各个转载地的时间  $t_{ij}$ 
2  for  $j = 1: 6$ 
3    for  $i = 1: n-2$ 
4      if 第  $i$  辆车离开路线与第  $i+2$  辆进入路线相同 then
5        if  $t_{ij} + 10 + a/v_i > t_{i+2,j} - a/v_i + 2$  then
6           $t'_{ij} = t_{ij} + 10;$ 
7           $t_{i+2,j} = t'_{ij} + a/v_i + a/v_{i+2};$ 
8        else
9           $t'_{ij} = t_{i+2,j} - a/v_i - a/v_{i+2};$ 

```

---

10	end
11	else
12	$t_{i+2,j} = t'_{ij} = \max\{t_{ij} + 10, t_{i+2,j}\};$
13	end
14	end
15	end

当转载地域不再有后续车载发射装置进入，则部分停留在转载地，保证与最后一个能到达第二波次发射点位的车载装置同时到达自己的发射点位，其中会车计算与第一波次齐次发射阶段相似。

### 5.3.3 问题结果

采用上述自适应差分进化算法及约束处理思路，利用 matlab 编程求得完成两波次齐射任务 24 台发射装置的整体曝光时间最短为 8173.9 分钟，具体发射点位分配及机动路线如附件“E10487018.xls”所示，各阶段选择的位点如表 5-4 所示。

表 5-4 发射装置各阶段位点时刻统计示意表（单位：min）

发射 车编 号	待机地域		第一波次齐射点位			转载地域			第二波次齐射点位			曝光 时间
	编 号	出 发 时 刻	编 号	到 达 时 刻	出 发 时 刻	编 号	到 达 时 刻	出 发 时 刻	编 号	到 达 时 刻	发 射 时 刻	
A01	D1	134.9	F43	205	205	Z02	343.7	401.6	F30	460.7	464.7	271.9
A02	D1	96.6	F41	205	205	Z05	240.9	373.3	F23	460.7	464.7	235.7
A03	D1	74.2	F33	205	205	Z04	239.4	358.9	F39	456.8	464.7	271
A04	D2	56.6	F11	205	205	Z06	262.9	339.4	F17	425.2	464.7	331.6
A05	D2	107.9	F49	205	205	Z02	289	343.7	F53	458.3	464.7	302.1
A06	D2	133.5	F46	205	205	Z01	255.1	302.6	F60	425.4	464.7	283.7
B01	D1	53.1	F34	205	205	Z04	236.9	335.9	F10	452.2	464.7	312.6
B02	D1	71.8	F42	205	205	Z05	245	376.1	F20	460.7	464.7	261.8
B03	D1	75	F57	205	205	Z03	271.2	344.1	F54	460.7	464.7	316.8
B04	D2	157.1	F24	205	205	Z01	316.2	371.4	F45	460.7	464.7	252.4
B05	D2	116.8	F47	205	205	Z01	265.7	305.7	F55	448.2	464.7	307.9
B06	D2	90.7	F01	205	205	Z04	335.9	421.1	F32	460.7	464.7	288.8
C01	D1	5.4	F38	205	205	Z06	339.4	353.4	F07	462.4	464.7	445.3
C02	D1	0	F40	205	205	Z06	359.4	395	F13	464.7	464.7	429.1
C03	D1	14.6	F29	205	205	Z02	293.7	336.7	F48	460.7	464.7	407.1
C04	D1	1.8	F37	205	205	Z06	343	353.4	F08	459.6	464.7	452.5
C05	D1	21	F31	205	205	Z06	331	343	F18	426.3	464.7	431.7
C06	D1	58	F58	205	205	Z03	277.6	304.8	F51	460.7	464.7	379.5
C07	D2	71.1	F03	205	205	Z06	386	396.6	F12	460.7	464.7	383
C08	D2	87.8	F44	205	205	Z01	305.7	397.8	F50	460.7	464.7	284.8
C09	D2	34.6	F06	205	205	Z06	353.4	363.4	F09	464.7	464.7	420.1
C10	D2	71	F02	205	205	Z04	388.5	421	F35	460.7	464.7	361.2
C11	D2	113.2	F25	205	205	Z01	302.6	316.2	F26	432.8	464.7	337.9
C12	D2	26.7	F04	205	205	Z06	353.4	386	F19	459.4	464.7	405.4

由表 5-4 可知，以发射装置从待机地域最早出发的时间点记为 0 时刻，所有发射装置均在 205 分钟到达第一波齐射位点，不考虑发射等消耗的时间，第一波次齐射后所有发射装置均同时在 205 分钟出发；各发射装置经过中间对应的转载地域点，考虑装置等待会车等约束，其到达第二波次齐射位点的时间不同，根

据题中要求，需进行等待，在最晚一台发射装置到达其对应发射位点时，所有发射装置进行第二波次齐射完成任务，该时刻为 464.7 分钟，且第一波次齐射位点和第二波次齐射位点未重复，可知符合要求，因此整体曝光时间最短为 8173.9 分钟。

其中优化所得的结果对应的各发射装置的路线图绘制如图 5-4~5-5 所示，图 5-4 为第一波次齐射路线图，图 5-5 为第二波次齐射路线图。

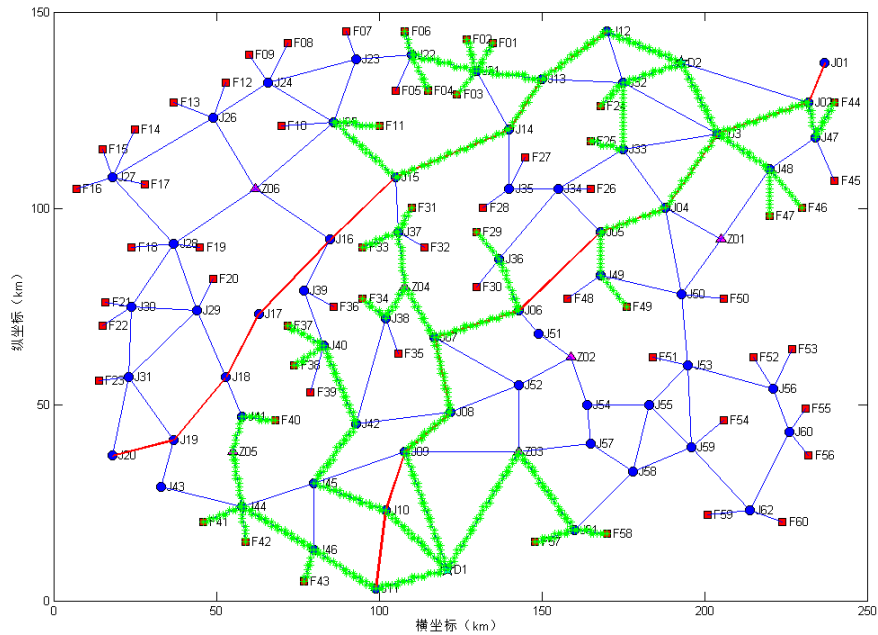


图 5-4 第一波次齐射发射装置路线图

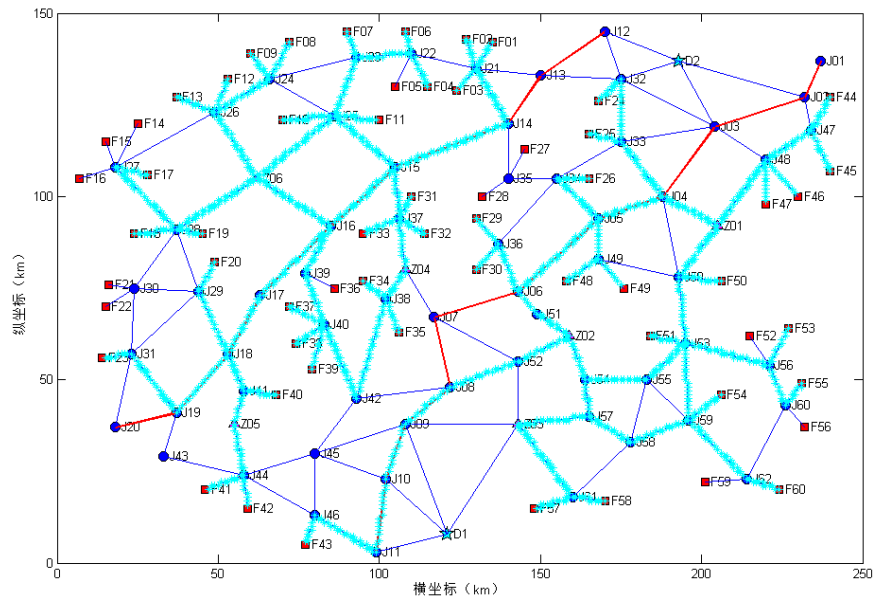


图 5-5 第二波次齐射发射装置路线图

## 5.4 结果分析

### 5.4.1 算法求解收敛分析

本文求解采用自适应差分进化算法，经过多次迭代后完成两波次齐射任务的整体曝光时间趋于稳定，整体曝光时间收敛过程如图 5-6 所示。

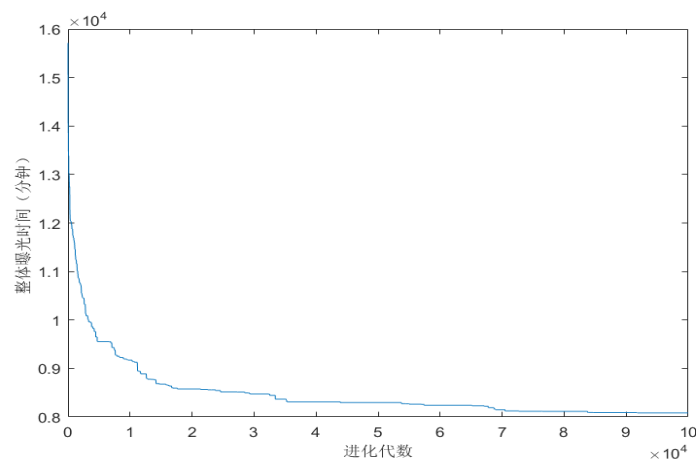


图 5-6 函数目标值进化过程示意图

由图可知，初始整体曝光时间较长，在进化过程中初始阶段下降较快，后趋于稳定，多次进化的结果基本不变，因此，在进化达到一定次数以趋于稳定的目标值为最优解。

### 5.4.2 发射装置曝光时间分析

对于不同类别发射装置：A 类发射装置的平均出发时间为 100.6 分钟，B 类发射装置的平均出发时间为 94.1 分钟，C 类发射装置的平均出发时间为 42.1 分钟。作出 3 种类型的平均出发时间和平均曝光时间如图 5-5 所示。

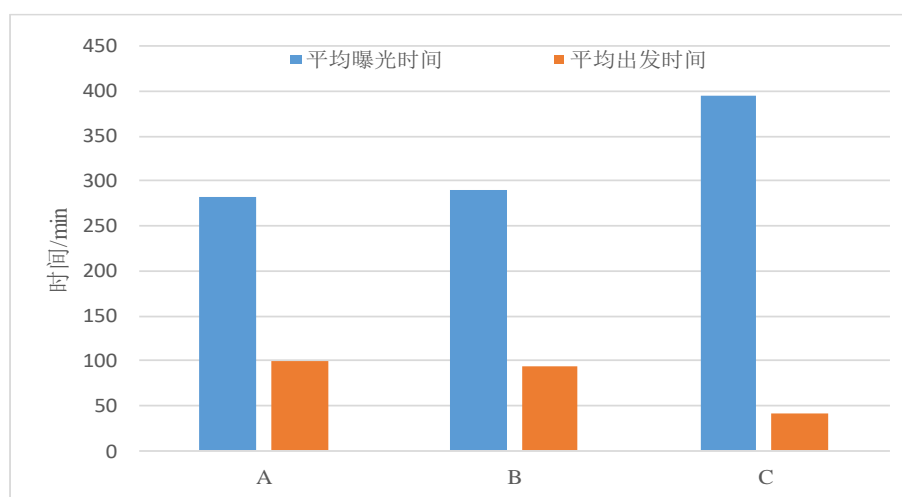


图 5-7 3 类发射装置的平均出发时间及平均曝光时间柱状图

由图 5-7 可知，A 类发射装置的平均出发时间为最晚，平均曝光时间为最短；B 类均居中；C 类发射装置的平均出发时间为最早，平均曝光时间为最长。这与 3 种发射装置的行驶速度快慢相一致，A 类发射装置速度最快，C 类发射装置速度最慢。

**对于不同待机地域：**所得结果中 0 时刻出发为待机地域 D1 的 C 类发射装置，最晚出发的为待机地域 D2 的 B 类发射装置。作出 D1、D2 待机地域的平均曝光时间和平均出发时间柱状图如图 5-8 所示。

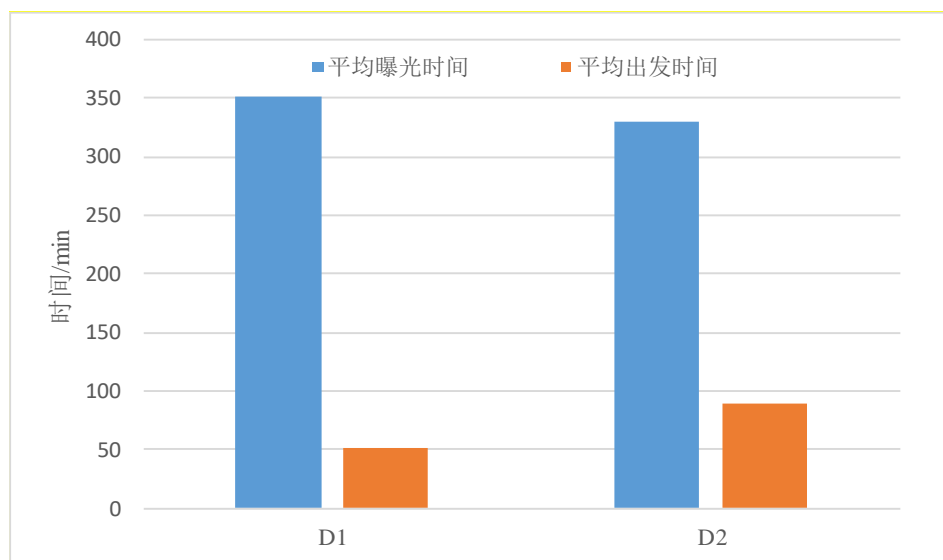


图 5-8 位于 D1 和 D2 发射装置的平均出发时间和平均曝光时间

D1 待机地域的发射装置的平均出发时间为 50.5 分钟，D2 待机地域的发射装置的平均出发时间为 88.9 分钟。由图 5-8 可知，D1 待机地域的发射装置的平均出发时间较 D2 早，平均曝光时间较 D2 长。分析可知，D1 附近的转载地域较远，发射位点较少，曝光时间较长，为缩短曝光时间出发较晚。

此外，24 台发射装置的平均曝光时间为 340.6 分钟；其中曝光时间最短的为从 D1 待机地域出发的 A02 发射装置，该装置曝光时间为 235.7 分钟；曝光时间最长的为从 D1 出发的 C04 发射装置，该装置曝光时间为 452.5 分钟，这与发射装置的行驶速度快慢关系相一致。

## 6 问题二模型建立与求解

针对问题二，除已布设的 6 个转载地域外，可选择在道路节点 J25、J34、J36、J42、J49 附近临时增设 2 个转载地域（坐标就取相应节点的坐标）。为了合理布设转载地域，使得完成两个波次发射任务的整体暴露时间最短，本文在第一问的基础上，对不同临时转载地域组合进行优化，最终选择整体暴露时间最短的组合为临时转载地域。

### 6.1 模型建立

#### 6.1.1 确立目标函数

与问题一相似，要求整体暴露时间（所有发射装置的暴露时间之和）最短。但是在不同的临时转载地域组合情况下，最小暴露时间会不同，因此要选择最小暴露时间最小的组合。目标函数转化为最小化问题如下：

$$\begin{cases} \min F = \min t_{\min} = \min\{t_{\min}^k\} \\ t_{\min}^k = \min \sum_{i=1}^{24} \left( \frac{x_{D_i F_i^1} \cdot d(D_i, F_i^1) + x_{F_i^1 Z_i^k} d(F_i^1, Z_i^k) + x_{Z_i^k F_i^2} d(Z_i^k, F_i^2)}{v_i} + w_i \right) \\ k = 1, \dots, C_5^2 \end{cases} \quad (6-1)$$

式中： $i$  代表第  $i$  个车载发射装置， $F_i^1$ 、 $F_i^2$  分别为第  $i$  个车载发射装置的第一和第二波次齐射点位；

$D_i$  和  $Z_i$  分别代表第  $i$  个车载发射装置的待机地域（1，2）和所去的转载地域（3~8）；

$x_{ij}$  为决策变量，当  $x_{ij} = 1$ ，说明车载装置经过节点  $i$  到节点  $j$  这条路线，否则  $x_{ij} = 0$ ，其中  $i, j \in \{D, F, Z, J\}$ ；

$v_i$  代表第  $i$  个车载发射装置在不同道路上的行驶速度；

$w_i$  代表第  $i$  个车载发射装置的会车等待时间和在转载地域转运等待时间，具体计算处理如 5.3.2 中单车道约束及转载地域约束所述。

#### 6.1.2 确立约束条件

**约束条件一：**连续两波次发射时，每个发射点位使用不超过一次。即在整个发射任务中，每个发射点位使用的次数不能高过一次：

$$\forall j \in F, \sum_{i \in D, Z^k} x_{ij} \leq 1 \quad (6-2)$$

式中： $F$  代表发射位点编码集合， $D$  代表待机地域编码集合， $Z^k$  代表第  $k$  个转载地域编码组合的集合

**约束条件二：**各转载地域最多容纳 2 台发射装置，但不能同时作业。即在任意时刻  $t$ ，到达转载区域  $j$  的发射装置不超过两台：

$$\forall t \in R^+, j \in Z^k, \sum_{i \in F} x_{ij} \leq 2 \quad (6-3)$$

**约束条件三：**单车道不能双向通行，只能在各道路节点处回车。即是在任意时刻  $t$ ，经过路线  $l_{ij}$  的发射装置若有  $i \rightarrow j$  的发射装置，则不能有  $j \rightarrow i$  的发射装置：

$$\forall t \in R^+, i, j \in \{J\}, x_{ij} + x_{ji} \leq 1 \quad (6-4)$$

6.1.3 综上所述，建立了多阶段网络流模型为：

$$\begin{cases} \min F = \min t_{\min} = \min\{t_{\min}^k\} \\ t_{\min}^k = \min \sum_{i=1}^{24} \left( \frac{x_{D_i F_i^1} \cdot d(D_i, F_i^1) + x_{F_i^1 Z_i^k} d(F_i^1, Z_i^k) + x_{Z_i^k F_i^2} d(Z_i^k, F_i^2)}{v_i} + w_i \right) \\ k = 1, \dots, C_5^2 \\ \text{s.t.} \begin{cases} \forall j \in F, \sum_{i \in D, Z^k} x_{ij} \leq 1 \\ \forall t \in R^+, j \in Z^k, \sum_{i \in F} x_{ij} \leq 2 \\ \forall t \in R^+, i, j \in \{J\}, x_{ij} + x_{ji} \leq 1 \end{cases} \end{cases} \quad (6-5)$$

## 6.2.模型求解

将题中所给 5 个道路节点选择两个为临时转运地域，可得 10 种组合。采用 5.3 中所述的约束处理方法及自适应差分进化算法求解方法，利用 MATLAB 编程可得 10 种组合的整体曝光时间如表 6-1 所示。

表 6-1 各种临时转载地域组合的整体曝光时间统计表

组合编号	临时转载地域 1	临时转载地域 2	整体曝光时间 (min)
1	J25	J34	7587.8
2	<b>J25</b>	<b>J36</b>	<b>7553.5</b>
3	J25	J42	7758.9
4	J25	J49	7641.5
5	J34	J36	7601.8
6	J34	J42	7721.1
7	J34	J49	7630.1
8	J36	J42	7832.6
9	J36	J49	7671.6
10	J42	J49	7933.6

由表 6-1 可知，在 10 种临时转载地域布设方案中，临时转载地域布设为节点 J25 和 J36 的整体曝光时间最短，为 7553.5 分钟，因此选择 J25 和 J36 两个道路节点布设为临时转载地域。

## 6.3 结果分析

选择道路节点 J25 和 J36 作为临时转载地域。这两个节点在作战区示意图中局部位置放大图如下所示。

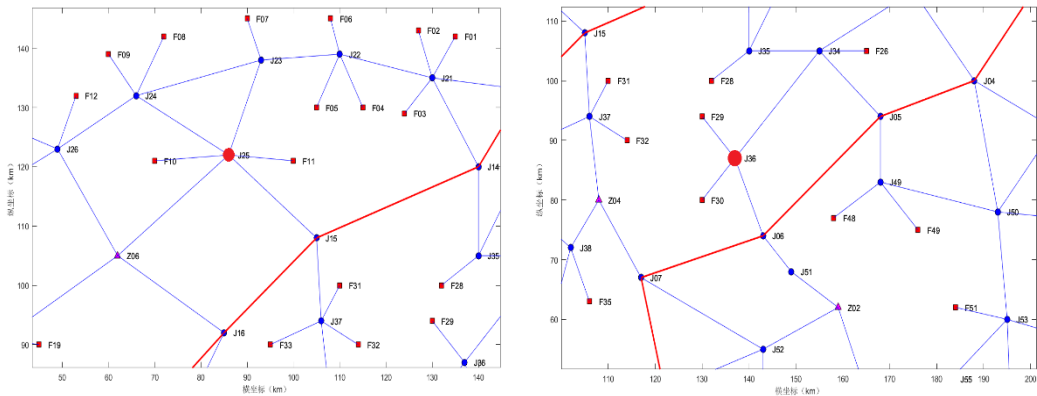


图 6-1 节点 J25 和 J36 的局部位置图



由图 6-1 可知，道路节点 J25 连接着两个发射点位、一个转载地域，一个主干道节点和两个非主干道节点，且两个非主干道节点分别连接两个发射点位，可知 J25 道路节点的位置非常优；道路节点 J36 连接着两个发射点位、一个主干道节点和一个非主干道节点，且非主干道节点连接着一个发射点位，间接连着三个发射点位。根据转载地域作为两个发射点位中间必须经过的节点，可知 J25 和 J36 道路节点布设为临时转载地域合理。

分析问题一结果可知，转载地域 Z06 被 24 台发射装置中的 8 台经过，以 J25 作为临时转载地域可分担转载地域 Z06 的压力，可大大缩短曝光时间；统计问题一中结果知发射装置经过 J25 节点 6 次，经过 J36、J42、J49 各 3 次，经过 J34 节点 1 次，可知 J25 道路节点和 J36 道路节点布设为临时转载地域合理。

## 7 问题三模型建立与求解

问题三新增 3 台 C 类发射装置用于第二波次发射。这 3 台发射装置可事先选择节点 J04、J06、J08、J13、J14、J15 附近隐蔽待机（坐标就取相应节点的坐标），且每一隐蔽待机点至多容纳 2 台发射装置。为了选择隐蔽待机点，使得完成两个波次发射任务的整体暴露时间最短，本文在第一问的基础上，对不同隐蔽待机点组合进行优化，最终选择整体暴露时间最短的组合为蔽待机点。

### 7.1 模型建立

#### 7.1.1 确立目标函数

需要选择三个隐蔽待机点，每一隐蔽待机点至多容纳 2 台发射装置。待第一波次导弹发射后，这 3 台发射装置机动至发射点位参与第二波次的齐射，同时被替代的 3 台 C 类发射装置完成第一波次齐射后择机返回待机地域（返回时间不计入暴露时间）。与问题一相似，要求整体暴露时间（所有发射装置的暴露时间之和）最短，则目标函数为：

$$\left\{ \begin{array}{l} \min F = \min t_{\min} = \min \{t_{\min}^k\} \\ t_{\min}^k = \min \left[ \sum_{i \in C} \left( \frac{x_{D_i F_i^1} \cdot d(D_i, F_i^1)}{v_i} + w_i^1 \right) + \sum_{i \in C \setminus \{c_1, c_2, c_3\}} \left( \frac{x_{F_i^1 Z_i^k} d(F_i^1, Z_i^k) + x_{Z_i^k F_i^2} d(Z_i^k, F_i^2)}{v_i} + w_i^2 \right) + \sum_{i \in \{c'_1, c'_2, c'_3\}} \frac{x_{D_i F_i^1} \cdot d(D_i, F_i^1)}{v_i} + w_i^2 \right] \\ k = 1, \dots, C_6^2 + C_6^3 \end{array} \right. \quad (7-1)$$

式中： $i$  代表第  $i$  个车载发射装置， $F_i^1$ 、 $F_i^2$  分别为第  $i$  个车载发射装置的第一

和第二波次发射点位；

$D_i$  和  $Z_i$  分别代表第  $i$  个车载发射装置的待机地域（1，2）和所去的转载地域（3~8）；

$x_{ij}$  为决策变量，当  $x_{ij} = 1$ ，说明车载装置经过节点  $i$  到节点  $j$  这条路线，否则  $x_{ij} = 0$ ，其中  $i, j \in \{D, F, Z, J\}$ ；

$v_i$  代表第  $i$  个车载发射装置在不同道路上的行驶速度；

$w_i^1$ 、 $w_i^2$  分别为第一波次发射阶段和第二波次第  $i$  个车载发射装置的会车等待时间和在转载点转运等待时间，具体计算处理如 5.3.2 中单车道约束及转载地域约束所述。

### 7.2.2 确立约束条件

**约束条件一：**连续两波次发射时，每个发射点位使用不超过一次。即在整个发射任务中，每个发射点位使用的次数不能高过一次：

$$\forall j \in F, \sum_{i \in D, Z^k} x_{ij} \leq 1 \quad (7-2)$$

式中： $F$  代表发射位点编码集合， $D$  代表待机地域编码集合， $Z^k$  代表第  $k$  个转载地域编码组合的集合

**约束条件二：**各转载地域最多容纳 2 台发射装置，但不能同时作业。即在任意时刻  $t$ ，到达转载区域  $j$  的发射装置不超过两台：

$$\forall t \in R^+, j \in Z^k, \sum_{i \in F} x_{ij} \leq 2 \quad (7-3)$$

**约束条件三：**单车道不能双向通行，只能在各道路节点处回车。即是在任意时刻  $t$ ，经过路线  $l_{ij}$  的发射装置若有  $i \rightarrow j$  行使的发射装置，则不能有  $j \rightarrow i$  行使的发射装置：

$$\forall t \in R^+, i, j \in \{J\}, x_{ij} + x_{ji} \leq 1 \quad (7-4)$$

### 7.2.3 综上所述，建立了多阶段网络流模型

$$\begin{cases} \min F = \min t_{\min} = \min \{t_{\min}^k\} \\ t_{\min}^k = \min \left[ \begin{aligned} & \sum_{i \in C} \left( \frac{x_{D_i F_i^1} \cdot d(D_i, F_i^1)}{v_i} + w_i^1 \right) \\ & + \sum_{i \in C \setminus \{c_1, c_2, c_3\}} \left( \frac{x_{F_i^1 Z_i^k} d(F_i^1, Z_i^k) + x_{Z_i^k F_i^2} d(Z_i^k, F_i^2)}{v_i} + w_i^2 \right) \\ & + \sum_{i \in \{c_1', c_2', c_3'\}} \frac{x_{D_i F_i^1} \cdot d(D_i, F_i^1)}{v_i} + w_i^2 \end{aligned} \right] \\ k = 1, \dots, C_6^2 + C_6^3 \\ s.t. \begin{cases} \forall j \in F, \sum_{i \in D, Z^k} x_{ij} \leq 1 \\ \forall t \in R^+, j \in Z^k, \sum_{i \in F} x_{ij} \leq 2 \\ \forall t \in R^+, i, j \in \{J\}, x_{ij} + x_{ji} \leq 1 \end{cases} \end{cases} \quad (7-5)$$

## 7.3 问题求解

### 7.3.1 求解过程

根据题中所述可知新增的 3 台发射装置可事先选择节点 J04、J06、J08、J13、J14、J15 附近隐蔽待机（坐标就取相应节点的坐标），共 6 个可供选择的隐蔽待机点。因每一隐蔽待机点至多容纳 2 台发射装置，则需选择的隐蔽点个数为 2 个或者 3 个，且当选择两个隐蔽待机点时，其中一个隐蔽待机点隐蔽的发射装置数量不同亦对整体曝光时间产生影响，因此共有  $A_6^2 + C_6^3 = 50$  种组合情况。为使整体最短曝光时间最短的隐蔽待机点组合方案，需根据所建模型计算 50 次，选择最小的为所求。其流程图如图 7-1 所示，具体求解步骤如下：

**Step1:** 针对隐蔽待机点组合方案  $m$  ( $m=1,2,\dots,50$ )，根据问题一种所述思路，考虑会车及转载地域等约束计算 24 辆车载发射装置出第一波次齐射曝光时间和第二波齐次发射曝光时间，选择第二波齐次发射 C 类车载发射装置中曝光时间最长的 3 台作为被替换装置；

**Step2:** 根据被替换的 3 台 C 类车载发射装置，可知剩余可供选择的 15 个发射位点，根据最短曝光时间原理，优化隐蔽待机点组合方案  $m$  与 15 个发射位点最短曝光时间，选择隐蔽待机点的发射装置对应的发射位点；

**Step3:** 对第二波次齐射的车载发射装置的具体机动路线优化，计算出方案  $m$  的最短曝光时间；

**Step4:** 重复上述过程，完成 50 种组合方案的计算。

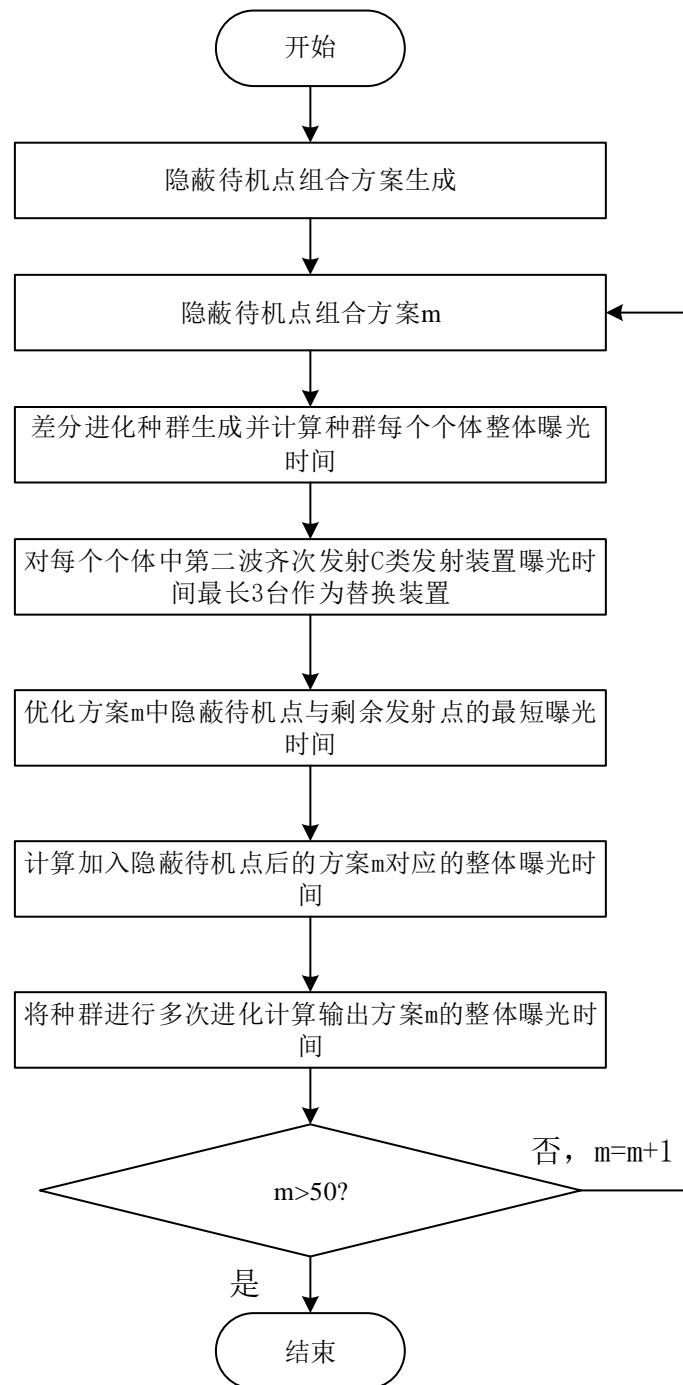


图 7-1 求解流程图

### 7.3.2 问题结果

根据上述求解思路，利用 MATLAB 编程，可得 50 种隐蔽待机点选择方案的各自最短整体曝光时间，将其由小到大排序部分示例如表 7-1 所示。

表 7-1 隐蔽待机点选择方案最短整体曝光时间统计示意表

方案组合编号	新装置 1 节点 位置	新装置 2 节点 位置	新装置 3 节点 位置	最短整体曝光时间 (min)
1	13	14	15	7484.2
2	13	14	13	7488.6
3	6	14	14	7494.6

4	4	14	14	7497.8
5	14	15	14	7502.4
...	...	...	...	...
46	6	8	6	7656.2
47	6	8	8	7663.9
48	4	8	8	7671.0
49	8	15	15	7691.9
50	4	6	8	7700.5

由表 7-1 可知，比较 50 种方案的整体曝光时间，曝光时间最短的为 J13、J14 和 J15 三个节点个隐蔽一台新增的 C 类发射装置的方案，其整体曝光时间为 7484.2 分钟，因此选择 J13、J14 和 J15 为隐蔽待机点。

#### 7.4 结果分析

选择 J13、J14 和 J15 为隐蔽待机点,这 3 个道路节点在作战区示意图的位置关系局部放大图如下所示。

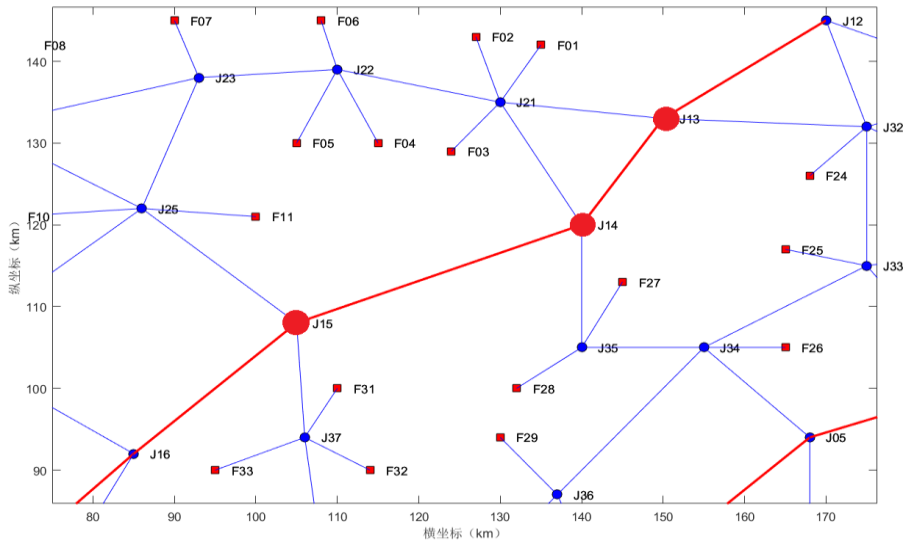


图 7-2 节点 J13、J14 和 J15 位置局部放大图

由图 7-2 可知，J13、J14 和 J15 均为主干道节点，且这 3 个节点连接的其他节点都连接着发射点位，因此将隐蔽点布设在这 3 个节点时有较多的较近的发射点位可供选择。而 J04、J06 和 J08 虽然也均为主干道节点，但其附近的发射点位较少，即若将隐蔽点布设在这些节点，则可能会在去向对应发射点位产生较多曝光时间，而计算结果中节点 J04、J06 和 J08 组合方案下的整体曝光时间是 50 种方案中最长的。因此，以 J13、J14 和 J15 为隐蔽点的结果合理。

### 8 问题四模型建立与求解

对于问题四，为了分析出该路网最可能受到敌方攻击破坏的道路节点。分析作战区示意图，以主干道节点、发射点位以及转载地域为特殊节点，采用模糊综合评价法，以与特殊节点直接相连数量、间接与特殊节点相连数量、间隔一个节

点与特殊节点相连数量、各阶段位点间最短路径经过节点次数、节点与待机地域最短距离、节点与转载地域最短距离为评价道路节点重要性的指标，建立模糊综合评价模型对 62 个道路结点进行量化分析，从而选择出最有可能受到敌方攻击的 3 个道路节点。

### 8.1 模糊综合评价法原理

模糊综合评价法是一种基于模糊数学的综合评价方法。该综合评价法根据模糊数学的隶属度理论把定性评价转化为定量评价，即用模糊数学对受到多种因素制约的事物或对象做出一个总体的评价。它具有结果清晰，系统性强的特点，能较好地解决模糊的、难以量化的问题，适合各种非确定性问题的解决<sup>[5]</sup>。

具体求解的步骤如下：

#### 1、确定评价指标和评价等级

设  $U = \{u_1, u_2, \dots, u_m\}$  为刻画被评价对象的  $m$  种因素，即评价指标；  
 $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  为刻画每一因素所处状态的  $n$  种评语，即评价等级。

#### 2、构造模糊综合评价矩阵

在确定了评价指标和评价等级后，对每个评价指标  $u_i (i=1, 2, \dots, m)$  逐一进行模糊评价。具体评价方法是：对评价指标  $u_i$  给出其能被评为等级  $v_j$  的隶属度  $r_{ij}$ 。  
 $r_{ij}$  为指标  $u_i$  对于等级  $v_j$  的隶属度，通常要将  $r_{ij}$  归一化以便于使用。设指标  $u_i$  的模糊评价为  $r_i = \{r_{i1}, r_{i2}, \dots, r_{in}\}$ ，则对所有评价指标  $u_i (i=1, 2, \dots, m)$  进行的模糊评价构成的矩阵为各指标的模糊综合评价矩阵，如式（8-1）所示。

$$R = (r_{ij})_{m \times n} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & \cdots & r_{1n} \\ r_{21} & r_{22} & \cdots & r_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{m1} & r_{m2} & \cdots & r_{mn} \end{bmatrix} \quad (8-1)$$

#### 3、评价指标权重的确定

引入一个模糊向量  $A = (a_1, a_2, \dots, a_n)$  来表示各评价指标在目标中所占权重，称之为权重向量。其中  $a_i$  为  $u_i$  的权重，且满足  $M(\wedge, +): b_j = \sum_{i=1}^m (a_i \wedge r_{ij})$   
 $a_i > 0, \sum a_i = 1 (i=1, 2, \dots, n)$ 。

确定权重通常有主观和客观两类方法。主观法的代表是层次分析法。客观法是根据各指标间的联系，利用数学方法计算出各指标的权重，如质量分数法、变异系数法等。

#### 4、模糊合成

选择评价的合成算子，将  $A$  与  $R$  合成得到模糊综合评价向量  $B = (b_1, b_2, \dots, b_n)$ ，合成计算如式（8-2）所示。

$$B = AOR = (a_1, a_2, \dots, a_n) o \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & \cdots & r_{1n} \\ r_{21} & r_{22} & \cdots & r_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{m1} & r_{m2} & \cdots & r_{mn} \end{bmatrix} \quad (8-2)$$

常用的合成算子有：

$$(1) M(\wedge, \vee): b_j = \bigvee_{i=1}^m (a_i \wedge r_{ij})$$

$$(2) M(\bullet, \vee): b_j = \bigvee_{i=1}^m (a_i \bullet r_{ij})$$

$$(3) M(\wedge, +): b_j = \sum_{i=1}^m (a_i \wedge r_{ij})$$

$$(4) M(\bullet, +): b_j = \sum_{i=1}^m (a_i \bullet r_{ij})$$

5、对模糊综合评价结果 B 作分析处理。

对 B 分析处理后即可获得综合评价结果。

## 8.2 模糊综合评价求解计算

### 8.2.1 评价因素确定及统计

分析作战区示意图中各节点位置关系可知，发射点位均为末端点，发射装置均需通过道路节点到达发射位点。若某道路节点连接着几个道路节点均连接有发射点，则有许多发射装置需经过此节点，即该道路节点非常重要。

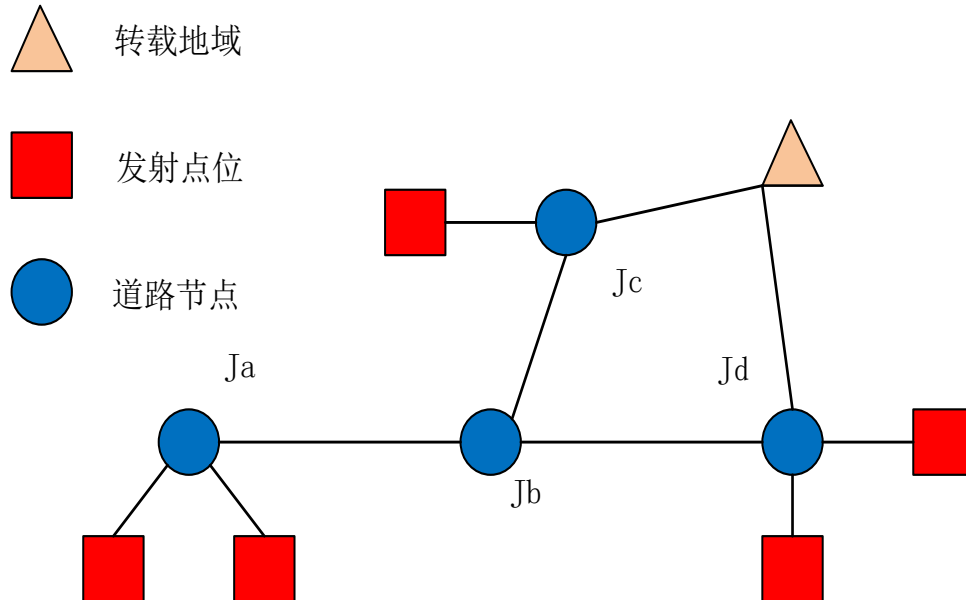


图 8-1 道路节点评价因素分析示意图

如图 8-1 所示，节点 Jb 虽没有连接任何特殊节点，但其直接连接了许多道路节点，间接连接了非常多的特殊节点，分析可知节点 Jb 较 Ja 重要。因此以主干道节点、发射点位和转载地域为特殊节点，统计与该节点与特殊节点直接相连



数量、间接与特殊节点相连数量以及间隔一个节点与特殊节点相连数量，即 3 层相连特殊节点数量作为评价因素。同时，节点与转载地域、待机地域的距离也会对节点重要性产生影响。由问题一求解可知各阶段位点之间最短路径会经过某些节点，经过的次数越多说明越重要。

因此，为量化道路节点的重要性，本文确定评价因素为：

- (1) 与道路节点直接相连特殊节点数量；
- (2) 与道路节点间接相连特殊节点数量；
- (3) 与道路节点间隔一个节点相连的特殊节点数量（若没有记为 0）；
- (4) 各阶段节点最短路径经过道路节点的次数；
- (5) 与待机地域最短距离；
- (6) 与转载地域最短距离。

对上述 6 个评价指标进行统计部分示例如表 8-1 所示。

表 8-1 道路节点评价指标统计示意表

节点编号	直接相连 特殊节点 数量	间接相连 特殊节点 数量	间隔一个 节点相连 特殊节点 数量	各阶段位 点间最短 路径经过 次数	距离待机 地域的最 近距离 (km)	距离转载 地域的最 近距离 (km)
J01	1	1	4	0	45.28	55.48
J02	2	4	7	14	38.57	48.77
J03	2	9	6	44	21.10	33.69
J04	3	4	11	96	36.00	18.79
J05	2	6	11	111	48.53	31.32
J06	2	6	7	116	67.74	20.15
J07	3	4	10	120	54.81	15.81
...	...	...	...	...	...	...
J58	0	4	5	17	74.06	36.86
J59	1	3	11	28	93.03	49.03
J60	2	4	2	16	115.44	75.32
J61	3	1	6	16	63.45	26.25
J62	2	3	3	20	117.11	73.11

### 8.2.2 模糊综合评价矩阵计算

根据表 8-1 对各评价指标的统计情况，可进一步计算各节点评价指标对应的隶属度，进而获得模糊综合评价矩阵。由于个数和次数的统计情形均为越大越好，而距离评价指标为约小越好，因此（1）~（4）评价指标隶属度采用模糊分布法中的偏大型方法计算，（5）和（6）评价指标的隶属度采用偏小型方法计算。

偏大型隶属度计算公式（8-3）：

$$A(x) = \begin{cases} 0 & (x < a) \\ \frac{x-a}{b-a} & (a \leq x \leq b) \\ 1 & (x > b) \end{cases} \quad (8-3)$$

偏小型隶属度计算公式 (8-4):

$$A(x) = \begin{cases} 1 & (x < a) \\ \frac{b-x}{b-a} & (a \leq x \leq b) \\ 0 & (x > b) \end{cases} \quad (8-4)$$

由此可得计算各节点的对应各评价指标的模糊隶属度  $r_{ij}$ , 其中计算结果部分示例如表 8-2 所示。

表 8-2 各节点计算的隶属度部分示意表

因素编号 节点编号	r1i	r2i	r3i	r4i	r5i	r6i
J01	0.20	0.00	0.15	0.00	0.82	0.30
J02	0.40	0.38	0.38	0.08	0.87	0.40
J03	0.40	1.00	0.31	0.26	0.98	0.63
J04	0.60	0.38	0.69	0.57	0.88	0.86
J05	0.40	0.63	0.69	0.66	0.80	0.67
J06	0.40	0.63	0.38	0.69	0.67	0.84
J07	0.60	0.38	0.62	0.71	0.76	0.90
...	...	...	...	...	...	...
J58	0.00	0.38	0.23	0.10	0.62	0.58
J59	0.20	0.25	0.69	0.17	0.50	0.40
J60	0.40	0.38	0.00	0.10	0.34	0.00
J61	0.60	0.00	0.31	0.10	0.70	0.75
J62	0.40	0.25	0.08	0.12	0.33	0.03

#### 8.2.4 评价指标权重确定

确定权重通常有主观和客观两类方法。其中主观法采取定性的方法由专家根据经验进行主观判断而得到权数, 然后再对指标进行综合评价, 如层次分析法、综合评分法、模糊评价法、指数加权法和功效系数法等。客观法则根据指标之间的相关关系或各项指标的变异系数来确定权数进行综合评价, 如熵值法、神经网络分析法、TOPSIS 法、灰色关联分析法、主成分分析法、变异系数法等。本文分别采用主观法中专家权重系数法和客观中的变异系数法确定权重。

变异系数法的设计原理是: 若某项指标的数值差异较大, 能明确区分开各被评价对象, 说明该指标的分辨信息丰富, 因而应给该指标以较大的权重; 反之, 若各个被评价对象在某项指标上的数值差异较小, 那么这项指标区分各评价对象的能力较弱, 因而应给该指标较小的权重。因为方差可以描述取值的离散程度, 即某指标的方差反映了该指标的分辨能力, 所以可用方差定义指标的权重。由于方差的大小是相对的, 还需考虑指标取值的大小、量级, 故指标的分辨能力可定义为  $a_i = s_i / \bar{x}_i$ ,  $s_i$  为  $i$  类评价指标方差,  $\bar{x}_i$  为  $i$  类评价指标均值。

采用上述变异系数法可得, 变异系数为  $V=[0.491, 1.11, 1.12, 30.0, 15.5, 7.54]$ , 对其进行归一处理可得变异系数确定的指标权重为  $W=[0.0088, 0.0199,$

0.0201, 0.5380, 0.2780, 0.1352]。

同时,通过分析作战示意图中节点的连接特点及重要性影响分析,主观确定各评价指标的权重为  $W=[0.3, 0.15, 0.06, 0.2, 0.15, 0.14]$ 。

8.2.5 模糊合成并评价结果

分别采用变异系数权重法得到的权重系数和主观权重对模糊综合评价矩阵进行合成。根据计算并排列得两种权重下排列靠前的 10 个节点如表 8-3 所示。

表 8-3 两种权重下的排序靠前的 10 个节点模糊合成结果示意表

编号	主观权重法		客观权重法	
	节点编号	合成结果	节点编号	合成结果
1	J15	0.7139	J15	0.8542
2	J37	0.7093	J07	0.7416
3	J07	0.6559	J05	0.6975
4	J04	0.6447	J04	0.6957
5	J16	0.6122	J06	0.6941
6	J05	0.6007	J16	0.6827
7	J25	0.5976	J37	0.6439
8	J52	0.5936	J14	0.6357
9	J06	0.5924	J09	0.5837
10	J14	0.5858	J08	0.5565

分析表 8-3 可知,两种结果的前三个最有影响最大的节点均包括 J15 和 J07。虽然客观采用变异系数法确定了权重,但其并不能很好的凸显道路节点连接的特殊节点的重要性等评价因素,即不能很好的量化道路节点是否易遭受攻击。而主观权重给定时综合考虑各种因素并进行多次试验,因此以主观权重评价所得结果更合理。即道路节点 J15、J37 和 J07 为最可能受到敌方攻击破坏的 3 个道路节点。

8.3 结果分析

将采用主观权重法和客观权重法进行模糊评价所得 62 个道路节点的结果作图如 8-1 所示。

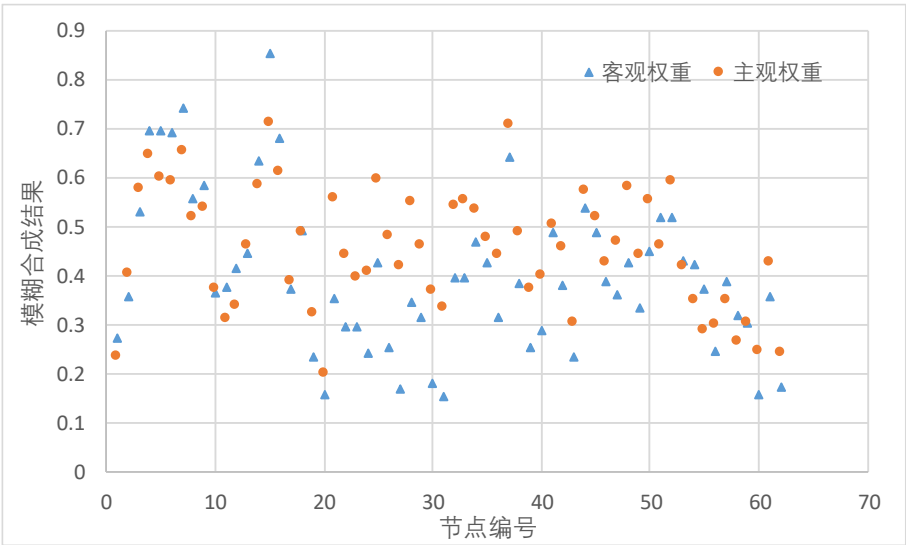


图 8-1 主客观权重的模糊评价结果图

由图可知，两种确定权重进行评价的方法所评价出各道路节点的重要性基本吻合。

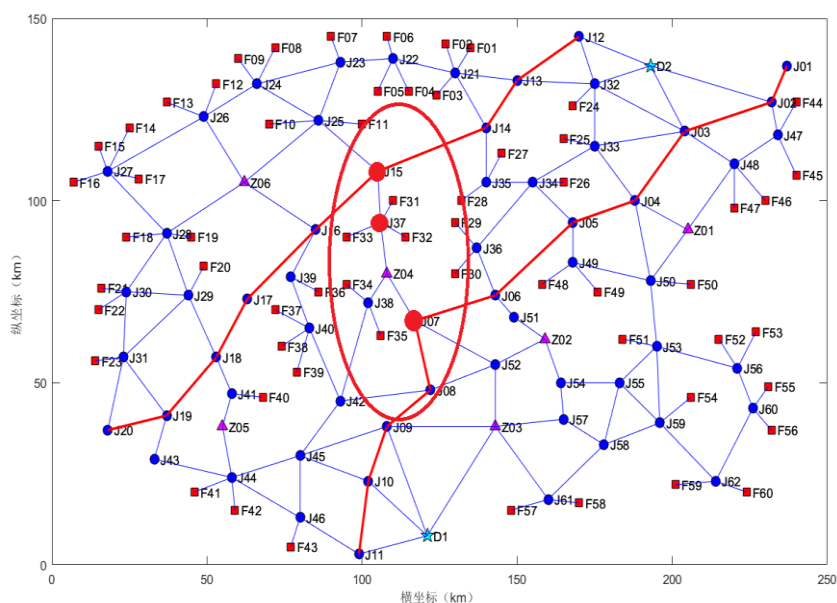


图 8-2 节点 J15、J07 和 J37 位置局部放大图

由图 8-2 可知，道路节点 J15 作为主干道节点，直接连接两个主干道节点和两个非主干道节点 J37 和 J25，J25 连接着两个发射点位，J37 连接着 3 个发射点位和转载地域 Z04，Z04 还连接着非主干道节点 J38 和主干道节点 J07，而 J07 除直接相连两个主干道节点外，还间接连接 3 个转载地域点，因此可知这 3 个道路节点连接特殊节点较多，位置关系特殊。且分析问题一结果可知，这 3 个道路节点直接连接和间接连接的发射点位均被选择为发射点位，且有较多发射装置多次经过这 3 个道路节点。可知这个 3 个道路节点的位置重要，对发射装置发射装置按时到达指定发射点位具有很大影响，因此该路网最可能受到敌方攻击破坏的 3 个道路节点为 J15、J07 和 J37 合理。

## 9 问题五模型建立与求解

对于问题五，在问题一的基础上既要考虑整体暴露时间尽可能短，也要规避敌方的侦察和打击，采用适当分散机动的策略，同时还要缩短单台发射装置的最长暴露时间。因此本文建立多目标多阶段网络流模型，并采用多目标自适应差分进化算法（MOADE）。

### 9.1 模型准备

#### 9.1.1 机动方案拟制目标分析

本问题除了要将整体暴露时间最短作为目标函数来考量，还需要考虑分散机动策略以及缩短单台发射装置的最长暴露时间两个目标，以下对另外两个目标进行分析。

**分散机动目标:**为了躲避敌方的侦察和打击,需要分散车载发射装置的路径,也就是减少车载发射装置在同一时刻集中出现的情况。一共具有 24 辆车载发射装置,去往发射点位时是属于“1-1”对应的问题(每个发射点位容纳一个车载发射装置);而在第一波齐次发射后,需要去转载地域(共 6 个)重新装填,这时就属于“1-多”的问题,是车载发射装置集中出现的高发区域。例如本文给出问题一的最优解中 Z06 号转载地域就有 8 辆车载发射装置需要去装填,且间隔时间很短,根据模拟车辆行驶动态图中某时刻的截图所示:

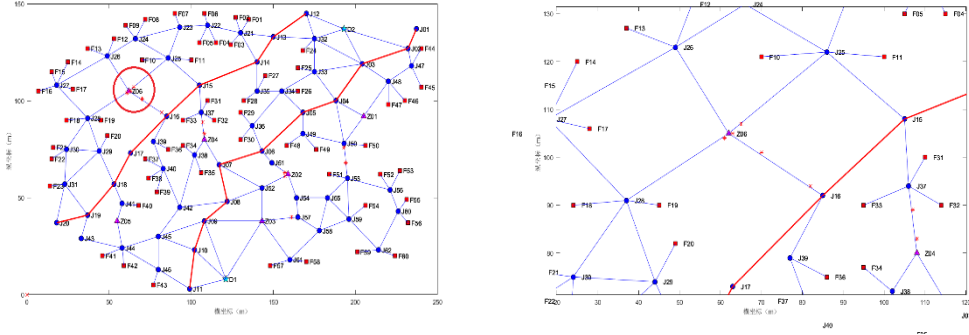


图 9-1 模拟车辆行驶动态过程截图

因此,为了减少车载发射装置集中出现的概率,应该尽量让去转载地域的车均衡分配,分散机动目标用数学表达式可以表达为:

$$\min \max \{C_i\} \quad i = 1, 2, \dots, 6 \quad (9-1)$$

其中计将要去的第  $i$  个转载地域的车载发射装置为  $C_i$ 。根据问题一的结果可知,若减少 Z06 的重装载发射装置,势必会增大整体曝光时间,因此分散机动目标与整体曝光时间目标具有相互冲突的关系,无法同时满足两个目标。

**单台发射装置的最长暴露时间最短:**问题一的目标为整体曝光时间最小,本文的最优结果为 8056 分钟即 134 小时,平均每辆车暴露 5.6 小时。但是其中单台发射装置的最长暴露时间为 7.5 小时,最小 3.8 小时,因此最长暴露时间的单台发射装置具有较高的风险被敌方发现。为了减少此台发射装置被地方发现的风险,也得减少它的暴露时间:

$$\min \max \{t_i\} \quad i = 1, 2, \dots, 24 \quad (9-2)$$

与分散机动目标类似,若减少单台发射装置的最长暴露时间,必然会增加整体曝光时间,两个目标相互冲突。对于以上多目标问题,无法采用问题一的单目标求解方法去求解,通常采用**权重法**或者**约束法**将多目标转化为单目标问题,从而再求解,或者采用多目标进化算法(MOEA)求得 Pareto 最优解。由于权重法和约束法需要重复计算单目标问题多次,计算时间过长,而 MOEA 可以直接单次寻优得到非劣解集,因此本文采用后者方法计算。

### 9.1.2 多目标优化问题数学描述及相关基本概念

通常，一个多目标优化问题（不失一般性，以最小化为例）可以描述为<sup>[6]</sup>：

$$\begin{aligned} \min \mathbf{y} &= f(\mathbf{x}) = (f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_m(\mathbf{x})) \\ \text{s.t. } g_i(\mathbf{x}) &\geq 0 \quad i=1, 2, \dots, l \\ \mathbf{x} &= (x_1, x_2, \dots, x_n) \in X, \mathbf{y} = (y_1, y_2, \dots, y_m) \in Y \end{aligned} \quad (9-3)$$

其中， $\mathbf{x}$  表示决策变量向量， $\mathbf{y}$  表示目标向量， $n$ 、 $m$  分别表示决策向量和目标向量的维数。 $X$  表示由约束条件确定的决策向量空间， $Y$  表示目标空间。

对于多目标优化问题而言，由于需要同时优化多个相互冲突、不可公度的目标，某子目标的改善必然引起其他某些子目标性能的降低，因此其不存在单个全局最优解，而是一组均衡解。为叙述方便，下面给出多目标优化中常用的几个基本概念。

**定义 1. Pareto 支配。**称解  $\mathbf{x}$  支配解  $\mathbf{y}$  (记为  $\mathbf{x} \succ \mathbf{y}$ )，当且仅当： $\forall i \in \{1, 2, \dots, k\}$ ， $f_i(\mathbf{x}) \leq f_i(\mathbf{y})$  且  $\exists i \in \{1, 2, \dots, k\}$ ， $f_i(\mathbf{x}) < f_i(\mathbf{y})$ ，此时， $\mathbf{x}$  是非支配 (non-dominated) 解， $\mathbf{y}$  为受支配 (dominated) 解，“ $\succ$ ” 为支配关系；若  $\mathbf{x}$  与  $\mathbf{y}$  不存在上述支配关系，则称  $\mathbf{x}$  与  $\mathbf{y}$  不相关，记为  $\mathbf{x} \sim \mathbf{y}$ 。

**定义 2. Pareto 最优。**称  $\mathbf{x}^*$  为 Pareto 最优解，当且仅当： $\neg \exists \mathbf{x}^i \in X : \mathbf{x}^* \succ \mathbf{x}^i$ 。

**定义 3. Pareto 最优解集 (Pareto optimal set, 即为  $P_S$ )。** $P_S$  为所有 Pareto 最优解的集合：

$$P_S = \{\mathbf{x}^* \mid \neg \exists \mathbf{x}^i \in X : \mathbf{x}^* \succ \mathbf{x}^i\}$$

**定义 4. Pareto 最优前端 (Pareto front, 记为  $P_F$ )。** $P_F$  为所有 Pareto 最优解对应的目标函数值所形成的区域，表示为：

$$P_F = \{f(\mathbf{x}) = (f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_m(\mathbf{x})) \mid \mathbf{x} \in P_S\}$$

根据上述定义，以图 3-1 为例说明 Pareto 支配关系。其中，灰色区域为可行域，黑色粗线标示的是问题的 Pareto 前沿，解 H、I、J、K、L 为 Pareto 前沿上的非劣个体。对于解 A，位于其右上角的个体受其支配，如解 B、C，但 A 受位于其左下角的解支配，如解 D、E、J、K，除此之外，其他个体（如个体 G、F）与 A 的关系为不相关，互为非劣。

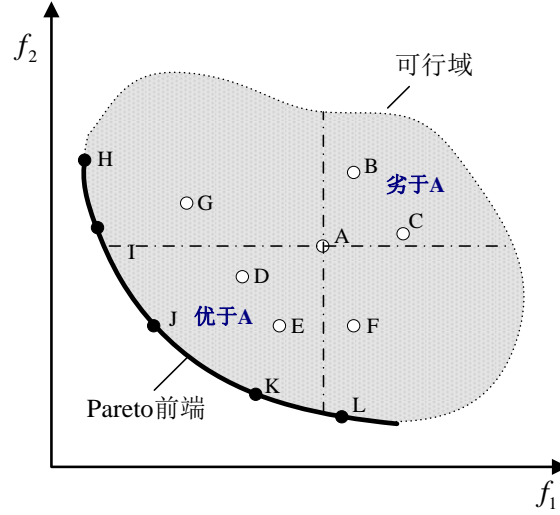


图 9-1 目标空间（二维）解集关系示意图

## 9.2 模型建立

### 9.2.1 目标函数确立

根据 9.1 节对各个目标的分析，确定以下三个目标函数：

**目标函数一：** 整体曝光时间最小

$$\min F_1 = \min \sum_{i=1}^{24} (t_i) \quad (9-4)$$

**目标函数二：** 机动策略尽量分散

$$\min F_2 = \min \max \{C_i\} \quad i=1,2,\dots,6 \quad (9-5)$$

**目标函数三：** 单台发射装置的最长暴露时间最小

$$\min F_3 = \min \max \{t_i\} \quad i=1,2,\dots,24 \quad (9-6)$$

其中： $t_i$  为第  $i$  台车载发射装置的曝光时间，计算式如下：

$$t_i = \frac{x_{D_i F_i^1} \cdot d(D_i, F_i^1) + x_{F_i^1 Z_i} \cdot d(F_i^1, Z_i) + x_{Z_i F_i^2} \cdot d(Z_i, F_i^2)}{v_i} + w_i \quad (9-7)$$

### 9.2.2 约束条件确立

**约束条件一：** 连续两波次发射时，每个发射点位使用不超过一次。即在整个发射任务中，每个发射点位使用的次数不能高过一次：

$$\forall j \in F, \sum_{i \in D, Z^k} x_{ij} \leq 1 \quad (9-8)$$

式中： $F$  代表发射位点编码集合， $D$  代表待机地域编码集合， $Z^k$  代表第  $k$  个转载地域编码组合的集合

**约束条件二：** 各转载地域最多容纳 2 台发射装置，但不能同时作业。即在任意时刻  $t$ ，到达转载区域  $j$  的发射装置不超过两台：



$$\forall t \in R^+, j \in Z^k, \sum_{i \in F} x_{ij} \leq 2 \quad (9-9)$$

**约束条件三：**单车道不能双向通行，只能在各道路节点处回车。即是在任意时刻  $t$ ，经过路线  $l_{ij}$  的发射装置若有  $i \rightarrow j$  的发射装置，则不能有  $j \rightarrow i$  的发射装置：

$$\forall t \in R^+, i, j \in \{J\}, x_{ij} + x_{ji} \leq 1 \quad (9-10)$$

9.2.3 综上所述，建立多目标多阶段网络流模型

$$\begin{cases} \min F_1 = \min \sum_{i=1}^{24} (t_i) \\ \min F_2 = \min \max \{C_i\} \quad i = 1, 2, \dots, 6 \\ \min F_3 = \min \max \{t_i\} \quad i = 1, 2, \dots, 24 \end{cases} \quad (9-11)$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} \forall j \in F, \sum_{i \in D, Z^k} x_{ij} \leq 1 \\ \forall t \in R^+, j \in Z^k, \sum_{i \in F} x_{ij} \leq 2 \\ \forall t \in R^+, i, j \in \{J\}, x_{ij} + x_{ji} \leq 1 \end{cases}$$

### 9.3 模型求解

为了解决上述多目标多阶段网络流模型，本文采用多目标自适应差分进化算法（MOADE）求解。其中自适应差分进化算法（ADE）流程在问题一中已经介绍，这里不再累述。以下主要描述基于 Pareto 支配的差分选择操作以及 MOADE 算法框架。

#### 9.3.1 基于 Pareto 支配的差分选择操作

由上述分析可知，多目标问题的不同解之间可能存在支配关系，也可能互为非劣，不能简单确定哪个个体更优。因此，为适应多目标优化问题的求解，需要对 DE 选择算子进行修正。这里采用如下选择方式：设置临时种群  $P'$ ，父代个体与试验个体中的较优者进入  $P'$ ，如果父代个体与试验个体互为非劣，则两者同时进入  $P'$ ；如此循环，对群体执行完选择操作之后，临时种群规模将介于  $N_P$  和  $2*N_P$  之间。为保持种群规模的稳定，对  $P'$  实施截断操作：首先根据支配关系对  $P'$  进行非劣分级，具有较低级别数的个体较优，对相同级别的个体，根据其拥挤距离确定两者支配关系。选择最优的  $N_P$  个个体作为下一代种群。修正后的选择操作流程见图 9-2。

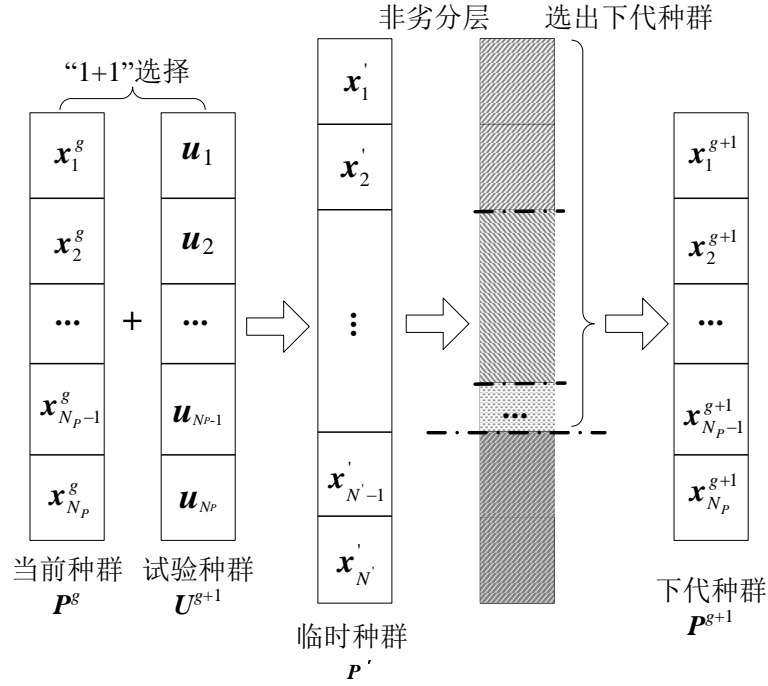


图 9-2 MOADE 选择操作流程

### 9.3.2 算法流程

MOADE 流程如下：

**Step1.** 初始化群体  $P^0$ ，设置算法参数，置进化代数  $g$ ；

**Step2.** 群体演化：

① 变异：采用式（5-9）变异方式对群体  $P^g$  实施差分变异操作，得到变异群体  $V^g$ ；

② 交叉：对  $P^g$  和  $V^g$  实施交叉操作，得到试验群体  $U^{g+1}$ ；

③ 选择：对  $P^g$  和  $U^{g+1}$  中的个体进行“1+1”贪婪选择，选中个体保存在临时群体  $P'$  中；若  $P'$  规模大于  $N_p$ ，则对其实施截断操作，使其规模为  $N_p$ ，截断后的群体作为下一代群体， $P^{g+1} = P'$ 。

**Step3.** 若  $g = \text{GenNum}$  或目标函数评价次数达到设定值，输出临时群体中的个体作为计算结果；否则， $g = g + 1$ ，转 **Step2**。

MOCDE 流程图如图 9-3 所示。

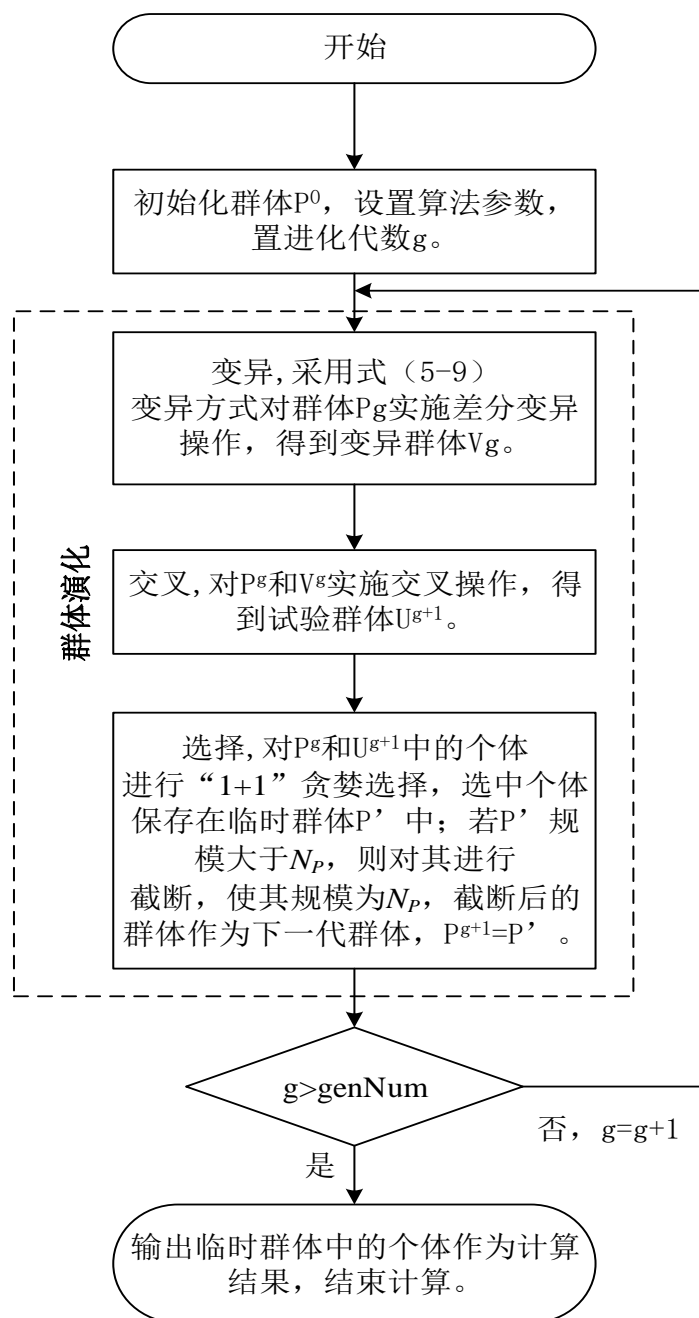


图 9-3 MOADE 流程图

### 9.3.3 问题五结果

采用上述多目标自适应差分进化算法及约束处理思路, 利用 matlab 编程求得一组多目标解集, 其解集相互之间不含非劣关系, 目标解集见表 9-1。

非劣解集序号	目标函数一	目标函数二	目标函数三
1	8622.8	4	477.5
2	8645.8	5	455.7
3	8322.9	5	487.7
4	8158.3	7	452
5	8258.8	7	452.4
6	8173.9	8	452.5
7	8894.6	8	427.7
8	9172.4	6	434.4

9	9039.2	4	497.5
10	8498.6	6	463.8
11	8688.6	5	470.1
12	8651.8	5	454.2
13	8411.1	6	481.1
14	8201.6	8	450.3
15	8298.4	7	451.1
16	8810.6	8	444.3
17	8974.8	8	421
18	9210.5	6	430.7
19	9102.9	4	493.5
20	8559.3	6	457.4

#### 9.4 结果分析

根据非劣解集各个目标中可以看到，问题一的解在非劣解集中，也就是整体曝光时间最长的解。三个目标之中：整体曝光时间与单台发射装置具有较明显的互斥关系，也就是当整体曝光时间目标变小时，单台发射装置的时间会边长。如图 9-4 所示。

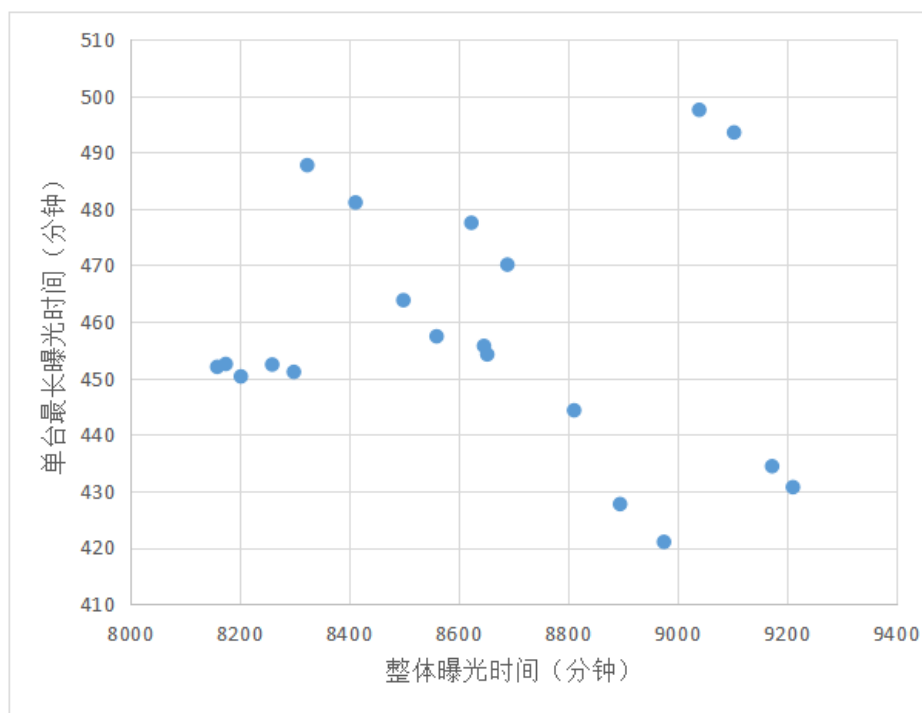


图 9-4 多目标非劣解集示意图

对于分散策略目标，当不同的分散程度具有不同的解。而且可以看到没目标函数三的实际范围在[4,24]。而非劣解集中没有出现 8 以上的解，代表当目标分散和集中程度不同，过于分散会增加曝光时间，因为分散的策略代表车载装置需要跑去更分散的地方，从而会增加曝光时间；而过于集中会导致曝光时间过长，原因为过于集中会产生过多候车情况，等待时间过长。

## 10 GUI 界面展示

为直观展示所得结果，详细描述发射装置完成两波次齐射任务的机动路线过程。本文在作战区示意的基础上，采用 Matlab 编程制作了多波次导弹发射路

线仿真平台，其展示示意图如图 10-1 所示。

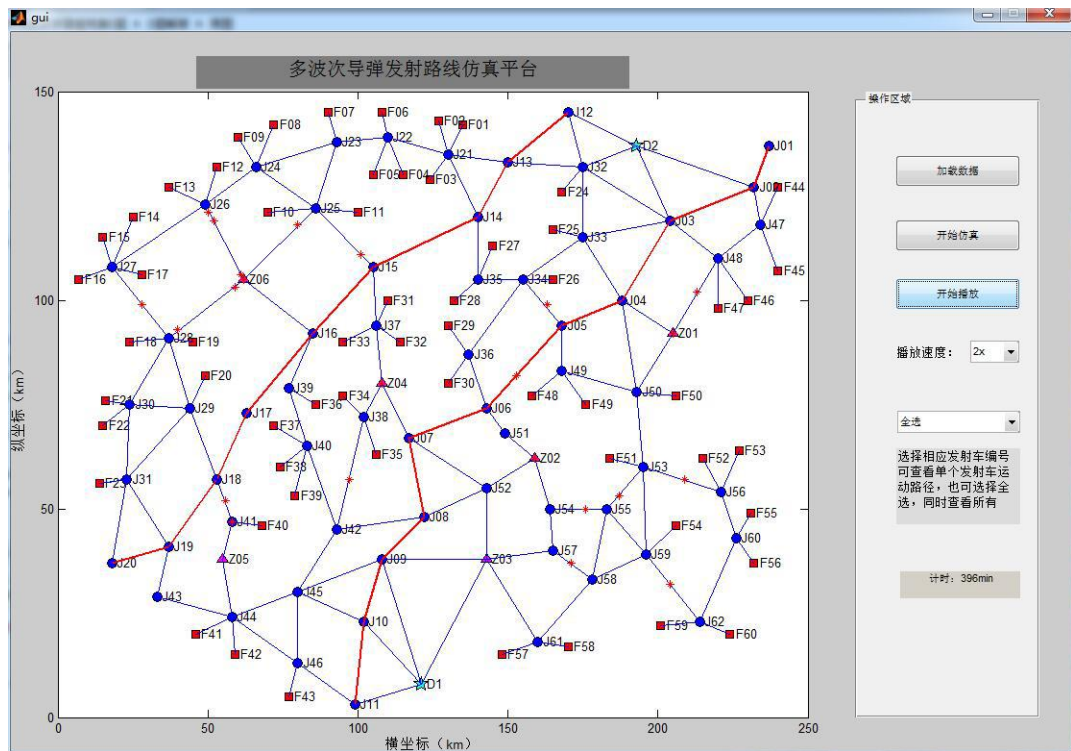


图 10-1 GUI 界面展示示意图

如图 10-1 所示，图中红色星号为当前发射装置所在位置。此多波次导弹发射仿真平台可通过操作区域的加载数据、开始仿真、开始播放、播放速度等按钮操作仿真平台，同时可查看具体数值结果。此 GUI 仿真平台展示直观，操作方便。

## 11 模型评价

### 11.1 模型评价

#### 模型优点：

问题一中，围绕多波次导弹齐射中的发射点位分配和机动行驶路线问题，根据一波次齐射任务完成后发射装置进入转载地域再进行波次齐射选择发射点位具有阶段性特点，可将其划分为多阶段问题，且该问题涉及作战图中点位的选择和转移。因此，本文以整体曝光时间最短构建的多阶段网络流模型，以数学语言形式非常贴切的描述了这一实际问题，同时在模型中综合考虑了发射点位至多选择一次、单车道会车约束、转载地域等待约束，采用自适应差分进化算法求解。模型描述问题，考虑约束全面。易于实现操作。

问题二在问题一模型的基础上引入不同组合的临时转载地域，可求解临时转载地域布设的最优节点。问题三在问题一模型的基础上，考虑替换 C 类发射装置再优化隐蔽点位组合与发射点位的最优组合，在此基础上以整体曝光时间最短进行计算，获得隐蔽点位选择方案。

问题四中分析作战区示意图特点，提取了道路节点对发射装置按时到达发

射点位的影响因素作为评价指标,采用模糊综合评价法对 62 个道路节点进行评价,得到该路网最可能受到敌方攻击破坏的 3 个道路节点。

问题五针对在机动方案的拟制中,既要考虑整体暴露时间尽可能短,也要规避敌方的侦察和打击,采用适当分散机动的策略,同时还要缩短单台发射装置的最长暴露时间。以整体曝光时间最短、机动策略尽量分散以及单台发射装置曝光时间最短为多目标,建立了多目标多阶段网络流模型。

本文针对各个问题求解所建模型均较好的拟合问题,符合题目要求,考虑约束全面,且问题一中所建模型在后续问题中被沿用和拓展,可推广和沿用性强。

### 模型不足:

所建模型中约束处理较复杂,不易获得最优解。在问题二和问题三中针对具体点位的选择布设,均采用对各种组合方案的情况进行计算,通过比较整体曝光时间结果,选择的相应点位。此时采用的是枚举的思想,原理简单,但组合情况较多计算求解复杂。

问题四采用模糊综合评价法,通过分析确定评价因素及权重系数,虽综合考虑各种影响因素,但主观性偏多。

## 10.2 模型改进

针对本文所建多阶段网络流模型,可考虑更多实际约束情形,并进一步推广应用。针对问题二和问题三中枚举方案计算,可考虑采用科学分析方法减少计算方案或者建立选点模型,更加便于应用推广。

针对问题四中采用模糊综合评价方法评价道路节点,可进一步考虑采用多种评价方法进行比较分析,同时对于评价因素的权重确定也可尝试更多更加科学合理的方法。

## 参考文献

- [1] 季青梅,辛文芳.多波次导弹火力打击任务研究[J].信息技术与信息化,2017(Z1):122-128.
- [2] 宋志华,张晗,惠晓滨,等.导弹作战行动网络流模型及动态规划算法[J].解放军理工大学学报(自然科学版),2017:1-5.
- [3] Storn R, Price K. Differential Evolution - A Simple and Efficient Heuristic for Global Optimization over Continuous Spaces[J]. Journal of Global Optimization,11(4):341-359.
- [4] Brest J, Greiner S, Boskovic B, et al. Self-Adapting Control Parameters in Differential Evolution: A Comparative Study on Numerical Benchmark Problems[J]. 2006,10(6):646-657.
- [5] 吴丽萍.模糊综合评价方法及其应用研究[D].太原理工大学,2006.
- [6] Deb K, Pratap A, Agarwal S, et al. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation,6(2):182-197.