

参赛密码 _____
(由组委会填写)



第十一届华为杯全国研究生数学建模竞赛

题 目 机动目标的跟踪与反跟踪

摘 要：

本文主要研究了机动目标的跟踪与反跟踪问题，在考虑基于多种跟踪模型交互实现目标跟踪的基础上，针对各跟踪目标特点，进行了模型修正，得到了好的效果。

针对问题一，首先，建立了一种交互式多模型目标跟踪模型。通过将匀速、匀加速、匀速转弯等目标跟踪模型融合到滤波模型中，并根据模糊加权交互规则，得到状态的最优估计。通过误差分析，跟踪模型具有较高的精度。其次，由估计状态得到目标的加速度估计值，并给出了统计结果。

针对问题二，首先，提出了航迹点欧式距离最小的航迹起始准则，较好地完成了 Data2.txt 数据的航迹起始；其次，基于速度、加速度连续建立了数据关联约束条件，实现了数据关联；最后，使用状态估计对航迹进行维持。最终分别得到两个目标的航迹。

针对问题三，建立了描述空间目标运动的跟踪模型，并针对模型参数优化选取问题，设计了参数选取准则。通过模型跟踪，得到了空间目标加速度随时间变化规律：目标的机动加速度绝对值大小基本保持在 8.57m/s^2 ，并对加速度方向的规律进行了分析。与问题一中的跟踪模型估计结果相比，该模型估计精度有较大提高。

针对问题四，首先，建立了空间目标轨迹预测模型；其次，在东北天坐标系下建立了混合坐标系下状态估计方程，并由观测值辅助滤波器完成状态预测；

最后，将状态预测值转换到地心直角坐标系下，结合着落点条件，确定着落点经纬度坐标为（E116.7°，N39.8°）。

针对问题五，首先，建立了雷达跟踪目标模型，并根据雷达探测目标条件，求解了目标逃脱雷达跟踪的条件；其次，以目标逃脱跟踪概率最大化为指标，设计了目标最有逃逸策略；再次，以雷达跟踪目标模型和目标逃脱雷达跟踪条件确定雷达反制措施；最后，以 Data2.txt 中数据测算，得出：当雷达以状态的一步预测为跟踪目标时，目标难以摆脱跟踪；若雷达以前一步状态为跟踪目标，且目标以最优逃逸策略机动时，可以摆脱跟踪。说明了逃逸方案的有效性。

本问题的研究对提高机动目标跟踪精度有重要意义。

关键词：机动目标跟踪；交互式多模型；航迹关联；空间目标跟踪；目标机动策略

目 录

1 问题重述.....	1
2 基本假设.....	1
3 符号说明.....	2
4 数据分析.....	3
4.1 剔除野值.....	3
4.2 数据平滑.....	3
4.3 数据插值.....	4
5 问题一的建模与求解.....	4
5.1 求解思路.....	4
5.2 模型建立.....	4
5.2.1 圆周运动模型.....	6
5.2.2 Singer 模型.....	6
5.2.3 序贯自适应模型.....	8
5.3 交互多模型.....	8
5.4 基于多模型的 UKF 的滤波算法.....	10
5.5 模型求解及结果分析.....	12
6 问题二的建模与求解.....	14
6.1 求解思路.....	14
6.2 模型建立.....	15
6.3 模型求解.....	16
6.4 结果分析.....	18
7 问题三的建模与求解.....	18
7.1 求解思路.....	18
7.2 模型建立.....	19
7.3 模型求解.....	20
7.4 结果分析.....	21
8 问题四的建模与求解.....	22
8.1 求解思路.....	22
8.2 模型建立.....	22
8.2.1 滤波状态模型.....	22
8.2.2 滤波量测方程.....	23
8.2.3 卡尔曼弹道方程.....	23
9 问题五的建模与求解.....	25
9.1 求解思路.....	25
9.2 雷达跟踪目标模型建立.....	25
9.3 目标逃逸策略.....	25
9.4 目标逃逸时的雷达跟踪策略.....	27
9.5 仿真验证.....	27
10 模型的优缺点分析与改进建议.....	28
参考文献.....	28

1 问题重述

目标跟踪在军、民用领域有重要的应用价值。随着估计理论的日趋成熟及平台能力提升，目标作常规的匀速或者匀加速直线运动时的跟踪问题已经得到很好的解决。但被跟踪目标为了提高自身的生存能力，通常在被雷达锁定情况下会作规避的机动动作或者释放干扰力图摆脱跟踪，这引入了在目标机动时雷达如何准确跟踪的问题。

目标跟踪流程通常分为航迹起始、点迹航迹关联、航迹滤波等步骤。航迹指雷达站接收到某一检测目标陆续反射回来的电磁波后记录、计算检测目标所处的一系列空中位置而形成的离散点列。航迹起始即确定单个或者多个离散点序列是某一目标在某段时间内首先被检测到的位置。点迹航迹关联即依据一定的准则确定雷达站多个回波数据（点迹）中哪几部分数据来自同一个检测目标（航迹）。航迹滤波是指利用关联上的点迹测量信息采用线性或者非线性估计方法(如卡尔曼滤波、拟合等)提取所需目标状态信息。针对机动目标跟踪，本文拟解决以下问题：

- 1.如何根据雷达测量数据建立特定目标的跟踪模型，并判断目标是否发生机动。
- 2.如何从雷达测量数据中提取出不同目标的测量数据，并完成各目标的数据关联形成航迹，以及如何维持航迹。
- 3.如何根据雷达测量数据分析空间目标的加速度变化情况
- 4.如何根据目标轨迹预测目标着落点，并分析算法复杂度
- 5.已知雷达部分性能参数时如何设计目标逃逸策略，以及为保证雷达跟踪效果如何变换跟踪策略。

2 基本假设

- 1.题目中给出的雷达坐标精确有效，各雷达测量数据的原点以雷达坐标为准；
- 2.各雷达站的数据测量时间准确有效，且 Data1 中三雷达站有相同的时间基准；
- 3.雷达测量数据反应了测量时刻目标相对雷达的参数，不考虑雷达信号传播时延；
- 4.雷达的测量误差服从正态分布，均值为 0，其标准差等于题目中的给出值；

- 5.雷达测量数据真实可靠，不考虑雷达虚警；
- 6.飞机类机动的加速度最大不超过 10 个 g，转弯半径大于 1km；
- 7.导弹目标机动的加速度最大设为；
8. 目标逃逸时，其机动起始时刻与雷达最后一次跟踪成功同步；

3 符号说明

序号	符号	符号说明
1	X	X 表示状态转移方程中的状态
2	x	x 表示状态转移方程中的 X 轴位置坐标
3	y	y 表示状态转移方程中的 Y 轴位置坐标
4	z	z 表示状态转移方程中的 Z 轴位置坐标
5	r	r 表示目标相对雷达的距离
6	ϕ	ϕ 表示目标相对雷达的方位角
7	φ	φ 表示目标相对雷达的高低角
8	A_x	A_x 表示状态转移矩阵
9	λ	λ 表示地理经度
10	L	L 表示地理纬度

4 数据分析

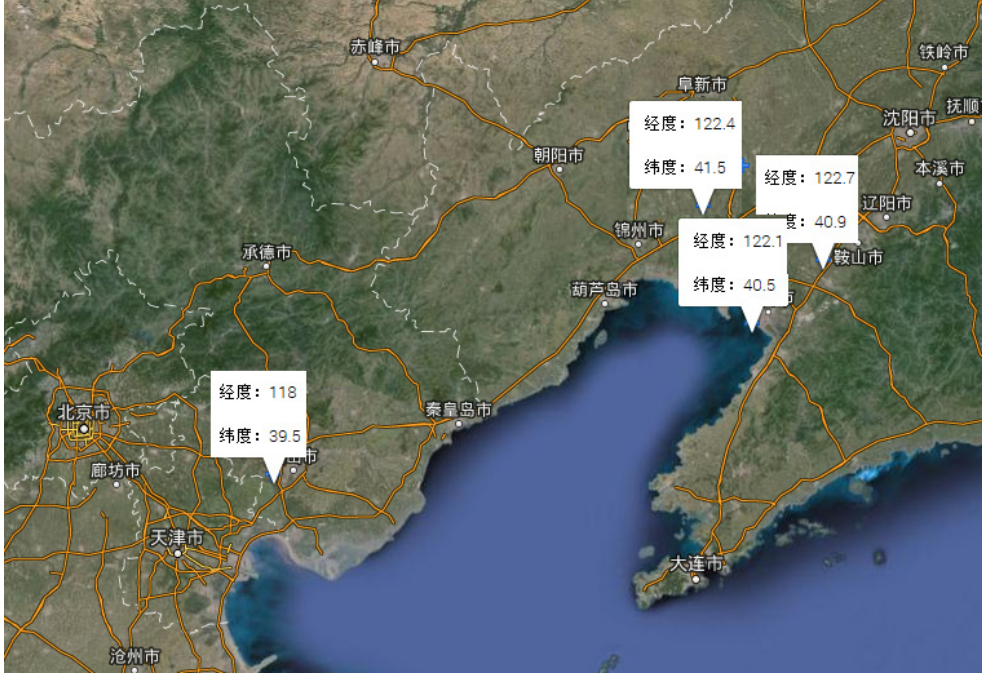


图 1 各雷达地理位置分布

4.1 剔除野值

设 $Y(1)$ 、 $Y(2)$ 、 \dots 、 $Y(k)$ 为前 k 个时刻的测量值，对状态 $X(k+1)$ 的预测值为 $\hat{X}(k+1)$ ，预测残差为 $v(k+1)$ ，则

$$v(k+1) = Z(k+1) - H(k+1) \hat{X}(k+1/k) \quad (1)$$

$v(k+1)$ 是均值为零的高斯随机向量，其协方差矩阵为

$$E[v(k+1)v'(k+1)] = H(k+1)P(k+1)H'(k+1) + R(k+1) \quad (2)$$

式中， $P(k+1/k)$ 为预测协方差矩阵， $R(k+1)$ 为量测噪声协方差矩阵。

利用预测残差的上述性质可对 $Y(k+1)$ 的每个分量进行判别，判别式为

$$v_i(k+1) \leq C \sqrt{[H(k+1)P(k+1)H'(k+1) + R(k+1)]_{i,i}} \quad (3)$$

式中，下角 i 表示矩阵对角线上的第 i 个变元； $v_i(k+1)$ 表示 $v(k+1)$ 第 i 个分量； C 为常数，可根据实际情况选取，通常可选 3 或 4。如果上式成立，则判别 $z_i(k+1)$ 为正确观测量，反之则判别 $z_i(k+1)$ 为野值，其中 $z_i(k+1)$ 为 $Z(k+1)$ 的第 i 个分量。

4.2 数据平滑

针对测量数据含较大误差，我们采用平均滤波方法进行处理，其数学模型如下：

设某测量时刻 t_k ，某雷达站对目标 i 的测量数据分别为 \hat{r}_{ik} ， $\hat{\phi}_{ik}$ 和 $\hat{\varphi}_{ik}$ ，其中 r ， ϕ ， φ 分别表示目标相对雷达中心东北天坐标系的距离、方位角和俯

仰角， i 表示雷达所测目标， k 表示测量时刻 t_k 。由误差理论可知：

$$\begin{aligned}\hat{r}_{ik} &= r_{ik} + \delta_{rk} \\ \hat{\phi}_{ik} &= \phi_{ik} + \delta_{\phi k} \\ \hat{\varphi}_{ik} &= \varphi_{ik} + \delta_{\varphi k}\end{aligned}\quad (4)$$

其中， δ_{rk} ， $\delta_{\phi k}$ ， $\delta_{\varphi k}$ 分别表示雷达站 k 对目标的测量误差，由基本假设知其服从 $N(0, \sigma^2)$ 分布（ σ 为题目给出的测量误差），且相互独立。因此，可认为 \hat{r}_{ik} 服从 $N(r_{ik}, \sigma^2)$ 分布。由正态分布性质可知， $\frac{1}{n} \sum_{i=1:n} \hat{r}_{ik}$ 服从 $N(\frac{1}{n} \sum_{i=1:n} r_{ik}, \frac{1}{n} \sigma^2)$ 分布， $\hat{\phi}_{ik}$ 和 $\hat{\varphi}_{ik}$ 同理。因此，在较短时间间隔内，通过滑动平均滤波，可以得到雷达对目标 i 测量的一个较精确估计值，可一定程度上减小测量数据中误差的方差，如图 2，较原始数据相比，一定程度消除了锯齿状数据，为滤波奠定基础。

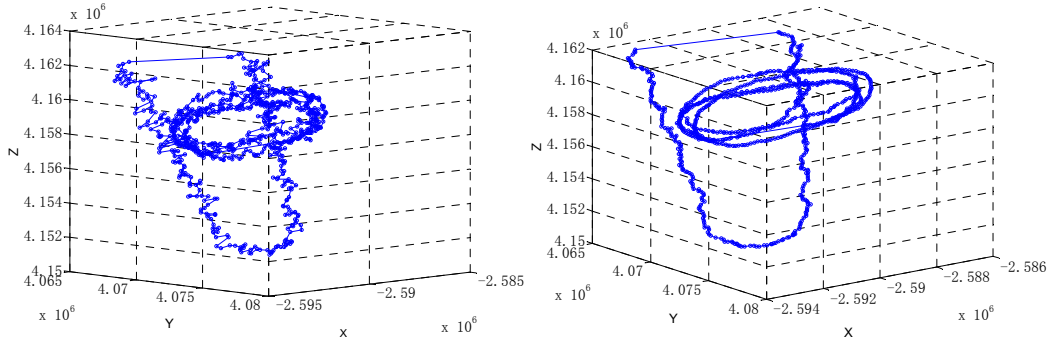


图 2 数据预处理效果对比图

4.3 数据插值

因雷达采样间隔存在不等的情况，对美一个雷达数据进行等间隔处理，数据插值需要时间点周围的数据分布，为插入的数据能反映飞行器的真实航迹，在数据平滑之后采取插值，插值方法采用经典的 3 次样条拟合插值。

5 问题一的建模与求解

5.1 求解思路

问题一要求对 Data1.txt 数据进行分析，判断目标发生机动的时间范围，以及目标加速度的大小和方向。并建立对被测目标的跟踪模型，利用多个雷达测量数据估计出目标的航迹。求解该问题的核心是建立被测目标的跟踪模型，并根据雷达测量数据对被测目标进行状态估计，由估计的被测目标加速度判断目标发生机动的时间范围、加速度大小和方向。

5.2 模型建立

通过对题目中给出的 Data1.txt 雷达测量数据进行分析，发现该数据对应的

被测目标进行了多种机动，且偏差较大。采用单一跟踪模型进行滤波，迭代新息值很大，容易出现过校正，易出现了锯齿状航迹或目标状态估计发散的情况。为了获得较优的跟踪性能，我们对 Data1.txt 中的被测目标建立了交互式多模型跟踪模型（Interacting Mutiple Model, IMM）。考虑机动强度，采用圆周运动模型、Singer 模型和序贯自适应模型。

状态向量为： $X=[x \dot{x} \ddot{x} y \dot{y} \ddot{y} z \dot{z} \ddot{z}]'$ ，分别为 x ， y ， z 轴的位置，速度和加速度信息，因雷达的直接测量是极坐标量，以下模型均采用极坐标观测模型如下：

$$\begin{cases} r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} + \sigma_r \\ \phi = \arctan(y/x) + \sigma_\phi \\ \varphi = \arcsin(z / \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}) + \sigma_\varphi \end{cases} \quad (5)$$

式中： r, ϕ, φ 分别为距离，方位角，俯仰角， $\sigma_r, \sigma_\phi, \sigma_\varphi$ 分别为独立高斯分布的噪声，其协方差矩阵为：

$$R = \begin{bmatrix} \sigma_r^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_\phi^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_\varphi^2 \end{bmatrix} \quad (6)$$

具体取值如下表：

表 1 雷达测量标准差取值

雷达编号	σ_r	σ_ϕ	σ_φ
1	50	0.4	0.4
2	40	0.3	0.3
3	60	0.5	0.5

针对不同雷达测量数据原点不同，且雷达坐标系不便于分析空间目标运动，我们通过坐标系转换，将不同雷达的测量数据转换到地心直角坐标系下，即将原始测量数据，即距离、方位角、俯仰角，转换为地心直角坐标系下的坐标。

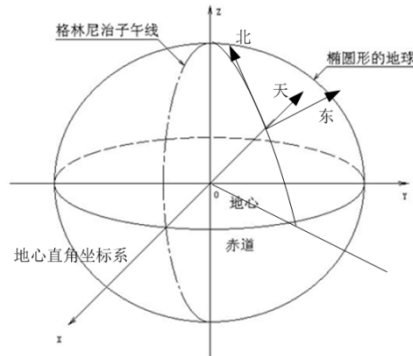


图 3 地心直角坐标系

5.2.1 圆周运动模型

对于圆周运动，有状态转移矩阵为：

$$F(K, K-1) = \text{diag}[M, M, M] \quad (7)$$

其中：

$$M = \begin{bmatrix} 1 & \frac{\sin(\omega T)}{\omega} & \frac{1 - \cos(\omega T)}{\omega^2} \\ 0 & \cos(\omega T) & \frac{\sin(\omega T)}{\omega} \\ 0 & -\omega \sin(\omega T) & \cos(\omega T) \end{bmatrix} \quad (8)$$

式中 T 为采样间隔，本文为 1 秒， ω 为转弯角速率，反映目标的机动强弱，本文取值： $\omega = \frac{9 * \pi}{180}$ 。

过程噪声协方差矩阵为：

$$Q(K, K-1) = \text{diag}[M_1, M_1, M_1] \quad (9)$$

其中

$$M_1 = \begin{bmatrix} \frac{T^3}{6} & \frac{T^2}{2} & T \end{bmatrix}^T \quad (10)$$

5.2.2 Singer 模型

Singer 模型相比较于 CV 和 CA 模型，该模型认为目标机动是一种时间相关的有色噪声序列，而非 CV,CA 模型中统计独立分布的白噪声序列。在 Singer 模型中，目标运动的状态量同匀加速模型，但假设目标机动的加速度的一阶微分满足下式：

$$\dot{a} = -\alpha \cdot a + \tilde{v} \quad (11)$$

式中： a 为加速度， α 为机动系数，一般取值为机动时间的倒数，通常器取值通过认为的经验进行设定，如转弯机动时为 1/60，逃避机动时为 1/20，大气扰动时为 1，本文取值 1/20； \tilde{v} 是均值为 0，方差为 $2\alpha\sigma_m^2$ 的高斯白噪声，其中 σ_m 为加速度的方差，模型中假设任意时刻的机动目标加速度服从均匀分布，由概率可以计算出加速度的方差，通过估计本文取值为 2。

其离散状态方程如下：

$$X_K = F_{K-1} * X_{K-1} + W_{K-1} \quad (12)$$

式中：

$$F_{K-1} = \begin{bmatrix} M & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & M & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & M \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$M = \begin{bmatrix} 1 & T & \frac{1}{\alpha^2}(-1 + \alpha T + e^{-\alpha T}) \\ 0 & 1 & \frac{1}{\alpha}(1 - e^{-\alpha T}) \\ 0 & 0 & e^{-\alpha T} \end{bmatrix} \quad (14)$$

W_{K-1} 是离散时间噪声序列，均值为零，方差为 Q_{K-1} ：

$$Q_{K-1} = \frac{2\sigma_m^2}{\tau_m} \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{13} \\ q_{21} & q_{22} & q_{23} \\ q_{31} & q_{32} & q_{33} \end{bmatrix} \quad (15)$$

式中： τ_m ， σ_m 为目标机动时间常数和标准方差，本文取 $\tau_m=20$ ，矩阵 Q_{K-1} 为对称矩阵， q 的取值如下：

$$\begin{aligned} q_{11} &= \frac{1}{2\alpha^5} \left[1 - e^{-2\alpha T} + 2\alpha T + \frac{2\alpha^3 T^3}{3} - 2\alpha^2 T^2 - 4\alpha T e^{-\alpha T} \right] \\ q_{12} &= \frac{1}{2\alpha^4} \left[e^{-2\alpha T} + 1 - 2e^{-\alpha T} + 2\alpha T e^{-\alpha T} - 2\alpha T + \alpha^2 T^2 \right] \\ q_{13} &= \frac{1}{2\alpha^3} \left[1 - e^{-2\alpha T} - 2\alpha T e^{-\alpha T} \right] \\ q_{22} &= \frac{1}{2\alpha^3} \left[4e^{-\alpha T} - 3 - e^{-2\alpha T} + 2\alpha T \right] \\ q_{23} &= \frac{1}{2\alpha^2} \left[e^{-2\alpha T} + 1 - 2e^{-\alpha T} \right] \\ q_{33} &= \frac{1}{2\alpha} \left[1 - e^{-2\alpha T} \right] \end{aligned} \quad (16)$$

由上述公式可知，系统的跟踪噪声方法主要由时间间隔和机动系数来决定，不同的机动系数代表着目标不同的运动状态。

当 $\alpha \rightarrow 0$ 时，加速度 $a \rightarrow c$ （常数），此时对应于匀加速运动状态；

当 $\alpha \rightarrow \infty$ 时，加速度 $a = 0$ ，此时对应于匀速的运动模型；

当 $\alpha \in [0, \infty)$ 时，代表目标处于匀速和匀加速中间的运动状态。

从上述分析可知，Singer 模型具有一定的适应性，不同的 α 对应于目标的匀速到匀加速范围内不同机动状态，因此该模型适用于一些目标低机动场合，对于一些高机动运动的目标而言，由于模型的调整能力有限，将会导致很大的跟踪误差。

5.2.3 序贯自适应模型

上述两种模型囊括了两种常见的运动状态，但是模型参数是提前设定好的，虽然考虑了可能的运动形式，但模型的适应能力在高机动状态下，还是略显不足，为此本文设计了时刻更新状态的策略，假设序贯长度为 L ， K 时刻以前有 L 个状态，为叙述简单，单考虑状态变量为 x 轴的情况， $X=[x \dot{x} \ddot{x}]$ ，序贯长度为 L_x ，状态更新方程为：

$$X_K = A_x X_{K-1} + D_x + N \quad (17)$$

式中， A_x 为状态转移矩阵，由以前的 $X_{K-1 \sim K-L_x}$ 个状态估计获得， D_x 为估计的调整误差向量： $[t_x \ t_{\dot{x}} \ t_{\ddot{x}}]'$ ， N 为估计的过程噪声，由滤波算法迭代更新。假设 A_x 适用于以前 L_x 个状态更新即：

$$\underbrace{\begin{bmatrix} X_{K-1} & X_{K-2} & \dots & X_{K-L_x+1} \end{bmatrix}}_{L_x-1 \text{个状态}} = A_x * \underbrace{\begin{bmatrix} X_{K-2} & X_{K-2} & \dots & X_{K-L_x} \end{bmatrix}}_{L_x-1 \text{个状态}} \quad (18)$$

等式简记为： $X^{K-1} = A_x * X^{K-2}$ ，由此可以计算 $A_x = X^{K-1} * \text{pinv}(X^{K-2})$ ，为防止状态的持续或是线性关系，计算 A_x 时加一些扰动， $A_x = X^{K-1} * \text{pinv}(X^{K-2} + \text{randn}(3, L_x-1))$ ，向量 D_x 为：

$$D_x = \frac{\alpha}{L_x - 1} \sum (X^{K-1} - A_x * X^{K-2}) \quad (19)$$

式中， α 为补偿系数，一般取值（0,0.7）。相应的其他轴状态求的 A_y, D_y, A_z, D_z ，合并的状态转移矩阵和补偿向量为：

$$A = \begin{bmatrix} A_x & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & A_y & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & A_z \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$D = [D_x; D_y; D_z] \quad (21)$$

此模型是根据前面估计的状态对转移矩阵估计，序贯长度是根据每个轴的运行状态设计的，可以不相同，例如，飞行器做陡峭的爬升运动，相同序贯长度情况下，求的 Z 轴状态补偿向量值会比较大，这说明飞行器正 Z 轴的状态剧烈变化，状态转移矩阵变化快速，需要更高的更新频率，则调整 Z 轴的序贯长度，来适应 Z 轴的强机动模式。一般序贯长度越长，得到的航迹越平滑。此策略对强机动模式具有自适应性，且仅利用前 L 个状态，这样仅自适应新的运动形式，对过去的状态是一个慢慢遗忘的过程，此模型适宜在线估计。

5.3 交互多模型

交互式多模型算法包含了多个运动模型，多个滤波器，一个模型概率估计

器，一个交互式作用器和一个估计混合器。不同模型之间的交互采用马尔科夫矩阵的方式进行，由于存在不同的模型之间的交互，因此当目标的运动模式发生跳变的时候会有这不错的跟踪效果。

交互式多模型在过程上分为四个部分：输入交互，滤波预测，概率更新，数据融合。

(1) 输入交互

输入交互是在给定模型状态估计值，协方差的估计值并获得新的量测值之后对模型进行重新的初始化运算，格局不同模型之间的马尔科夫转移矩阵来获得新的初始值。设输入各子模型的滤波器在 $K-1$ 时刻的状态估计值和协方差矩阵分别为：

$$X_j(K-1/K-1), P_j(K-1/K-1) \quad j=1,2,3 \quad (22)$$

$u_{K-1}(j)$ 为 $K-1$ 时刻模型 j 的概率， p_{ij} 为从模型 i 到模型 j 的转移概率，则：

$$u_{i,j}(K-1/K-1) = \frac{p_{i,j}u_i(K-1)}{\bar{c}_j} \quad (23)$$

$\bar{c}_j = \sum_{i=1}^3 p_{i,j}u_i(K-1)$ 为归一化系数；

$$X_{o,j}(K-1/K-1) = \sum_{i=1}^3 X_i(K-1/K-1)u_{i,j}(K-1/K-1) \quad (24)$$

$$P_{o,j}(K-1/K-1) = \sum_{i=1}^3 u_{i,j}(K-1/K-1) \{P_i(K-1/K-1) + [X_i(K-1/K-1) - X_{o,j}(K-1/K-1)][X_i(K-1/K-1) - X_{o,j}(K-1/K-1)]'\} \quad (25)$$

其中， $X_{o,j}, P_{o,j}$ 分别为模型 j 的输入状态和协方差矩阵，模型转移矩阵需要初始化，本文初始化为：

$$P = \begin{bmatrix} 0.95 & 0.025 & 0.025 \\ 0.025 & 0.95 & 0.025 \\ 0.025 & 0.025 & 0.95 \end{bmatrix} \quad (26)$$

(2) 滤波预测

对于多个模型可以采用多个滤波器，主要目的是获得在当前状态下，下一状态的估计，通过滤波获得： $X_j(K/K-1), P_j(K/K-1), j=1,2,3$ 为模型序号，本文采用无迹卡尔曼滤波，可以处理非线性情况，又不许计算雅克比矩阵，速度比较快，可以处理在线应用。

(3) 模型概率更新

模型概率更新是 IMM 模型中至关重要的一个环节，它决定这每个模型在输

出结果中所占的比重，一般模型概率更新采用最大似然函数法，计算出每个模型和当前运动模式的匹配程度，最终得出不同的模型输出结果。

对于第 j 个模型， K 时刻与其相配的最大似然函数如下：

$$\Lambda_j(K) = \frac{1}{\sqrt{2\pi|S_j(K)|}} \exp\left(-\frac{1}{2}(d_j^T(K)S_j^{-1}(K)d_j(K))\right) \quad (27)$$

式中， $d_j(K)$ 为新息， $S_j(K)$ 为测量方差矩阵，则模型 j 的后验概率为：

$$u_j(K) = \Lambda_j(K)\bar{c}_j / c \quad (28)$$

其中 c 为归一化常数，即：

$$c = \sum_{j=1}^3 \Lambda_j(K)\bar{c}_j \quad (29)$$

(4) 输出融合

在得到哥哥模型的输出概率和每个模型的输出结果之后就可以得到 K 时刻的交互式输出的结果，即：

$$X(K/K) = \sum_{j=1}^3 X(K/K-1) * u_j(K) \quad (30)$$

$$P(K/K) = \sum_{j=1}^3 u_j(K) \{P(K/K-1) + [X(K/K) - X(K/K-1)][X(K/K) - X(K/K-1)]\} \quad (31)$$

一个完整的交互多模型滤波过程完成了，下一次的结果作为输入迭代进行。

5.4 基于多模型的 UKF 的滤波算法

5.4.1 UKF 滤波算法

与 EKF（扩展卡尔曼滤波）不同，UKF 是通过无损变换使非线性系统方程适用于线性假设下的标准 Kalman 滤波体系，而不是像 EKF 那样，通过线性化非线性函数实现递推滤波。目标跟踪有两个理论基础，即数据关联和卡尔曼滤波技术。由于在实际的目标跟踪中，跟踪系统的状态模型和量测模型多是非线性的，因此采用非线性滤波的方法。

传统的非线性滤波的方法主要是扩展卡尔曼滤波算法(EKF)，但是该算法存在着精度不高、稳定性差、对目标机动反应迟缓等缺点。Unscented 算法主要运用卡尔曼滤波的思想，但是在求解目标后续时刻的预测值和量测值时，则需要应用采样点来计算。UKF 通过设计加权点 δ ，来近似表示 n 维目标采样点，计算这些 δ 点经由非线性函数的传播，通过非线性状态方程获得更新后的滤波值，从而实现了目标的跟踪。UKF 有效地克服了扩展卡尔曼滤波的估计精度低、稳定性差的缺陷。无迹卡尔曼滤波是一种新型的滤波估计算法。UKF 以 UT 变换为基础，摒弃了对非线性函数进行线性化的传统做法，采用卡尔曼线性滤波框架，对于一步预测方程，使用无迹(UT)变换来处理均值和协方差的非线性传递，就成为 UKF 算法。UKF 是对非线性函数的概率密度分布进行近似，用一系列

确定样本来逼近状态的后验概率密度，而不是对非线性函数进行近似，不需要求导计算 Jacobian 矩阵。UKF 没有线性化忽略高阶项，因此非线性分布统计量的计算精度较高。

通过上述交互式多模型的滤波，得到各雷达的状态序列，通过将东北天坐标系转换到地心坐标系下，在同一坐标系下进行多雷达数据的融合与航迹分析。

6.4.2 地理坐标系到地心直角坐标系转换

从地理坐标系转换到地心直角坐标系（记为 e 坐标系）。记雷达所在地的纬度为 L ，经度为 λ 。地理坐标系向地心直角坐标系转换的过程为：先绕西向（即 X 轴）转 $(90-L)$ 度，再绕南向（即 Z 轴）转 $(\lambda+90)$ 度，则坐标变换的转换矩阵为

$$\begin{aligned} C_t^e &= \begin{bmatrix} \cos(\lambda+90) & \sin(\lambda+90) & 0 \\ -\sin(\lambda+90) & \cos(\lambda+90) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \sin L & -\cos L \\ 0 & \cos L & \sin L \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -\sin \lambda & -\cos \lambda \sin L & \cos \lambda \sin L \\ \cos \lambda & -\sin \lambda \sin L & \sin \lambda \cos L \\ 0 & \cos L & \sin L \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (32)$$

可得，坐标转换后的值为

$$\begin{bmatrix} x^e \\ y^e \\ z^e \end{bmatrix} = C_t^e \begin{bmatrix} x^t \\ y^t \\ z^t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin \lambda & -\cos \lambda \sin L & \cos \lambda \sin L \\ \cos \lambda & -\sin \lambda \sin L & \sin \lambda \cos L \\ 0 & \cos L & \sin L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x^t \\ y^t \\ z^t \end{bmatrix} \quad (33)$$

最后需要计算雷达在地心直角坐标系的坐标值。将地球看成一个椭球体，地球长轴半径 $R_e = 6378.137km$ ，椭圆度为 $f = 1/298.257$ ，地球偏心率 $e = 0.08181$ ，当地卯酉圈半径为 $R_n = 6378137(1 + \sin^2(L)f)$ ，则雷达在地心直角坐标系中的坐标为

$$\begin{cases} x^{re} = (R_n + h) \cos L \cos \lambda \\ y^{re} = (R_n + h) \cos L \sin \lambda \\ z^{re} = [R_n * (1 - e^2) + h] \sin L \end{cases} \quad (34)$$

式中， (x^{re}, y^{re}, z^{re}) 表示雷达在地心直角坐标系中的坐标， L 、 λ 分别为雷达所在地纬度和经度， h 为雷达距水平面的高度。

最终可得目标点在地心直角坐标系下的坐标值为

$$\begin{bmatrix} x^{oe} \\ y^{oe} \\ z^{oe} \end{bmatrix} = C_t^e \begin{bmatrix} x^t \\ y^t \\ z^t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x^{re} \\ y^{re} \\ z^{re} \end{bmatrix} \quad (35)$$

这样就完成了不同地理坐标系下的数据向地心直角坐标系的转换。

5.4.3 数据融合流程

数据融合流程如下：

(1) 利用建立的多模型滤波对雷达 1 数据进行预测，因预测模型是最后运动模式更新的，是固定的模式，只向后预测 22 个数据。

(2) 将三个雷达的位置坐标转化到地心坐标系。

(3) 对雷达 1 和雷达 2 之间的时间间隔，进行插值运算得到另外 23 个时间的数据。

(4) 对雷达 2 和雷达 3 时间重叠的部分进行数据融合，利用时间点上的测量值和估计测量值的大小，加权平均。

假设时刻 K ,雷达 1 和雷达 2 的状态分别为: X_1, X_2 ,测量值和估计测量值分别为: $Z_1, \hat{Z}_1, Z_2, \hat{Z}_2$,则: 时刻 K 的状态为:

$$X_K = \frac{[Z_2 - \hat{Z}_2]^T [Z_2 - \hat{Z}_2]^* X_1 + [Z_1 - \hat{Z}_1]^T [Z_1 - \hat{Z}_1]^* X_2}{[Z_1 - \hat{Z}_1]^T [Z_1 - \hat{Z}_1] + [Z_2 - \hat{Z}_2]^T [Z_2 - \hat{Z}_2]} \quad (36)$$

5.5 模型求解及结果分析

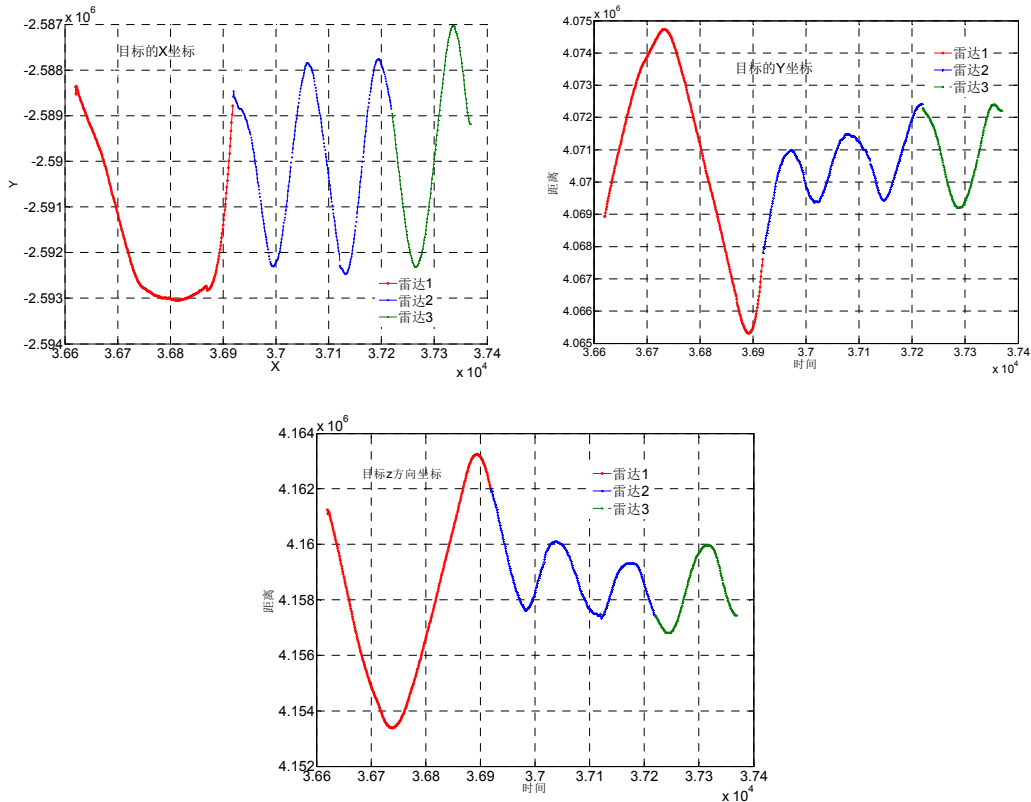


图 4 目标位置滤波值（地心坐标）

上图为三个雷达数据统一在地心坐标系下沿 X, Y, Z 轴的位置，位置状态拟合基本平滑，在沿 X 轴的坐标上，雷达 1 使用交互多模型在没有观测值的状态下，根据最后调整的各模型状态转移矩阵进行预测，模型比重不在调整，与雷达 2 数据插值时存在较小的跳动，但在 Y 和 Z 轴上数据比较平滑，说明模型学

习到了最后时刻目标的运动模式，能进行短时间预测；雷达 2 数据和雷达 1 数据根据加权平均法，融合的比较平滑。总体来说，分别滤波然后融合，航迹在三个方向上均没有大的跳动，交互式多模型能够对复杂机动模型进行自适应滤波。

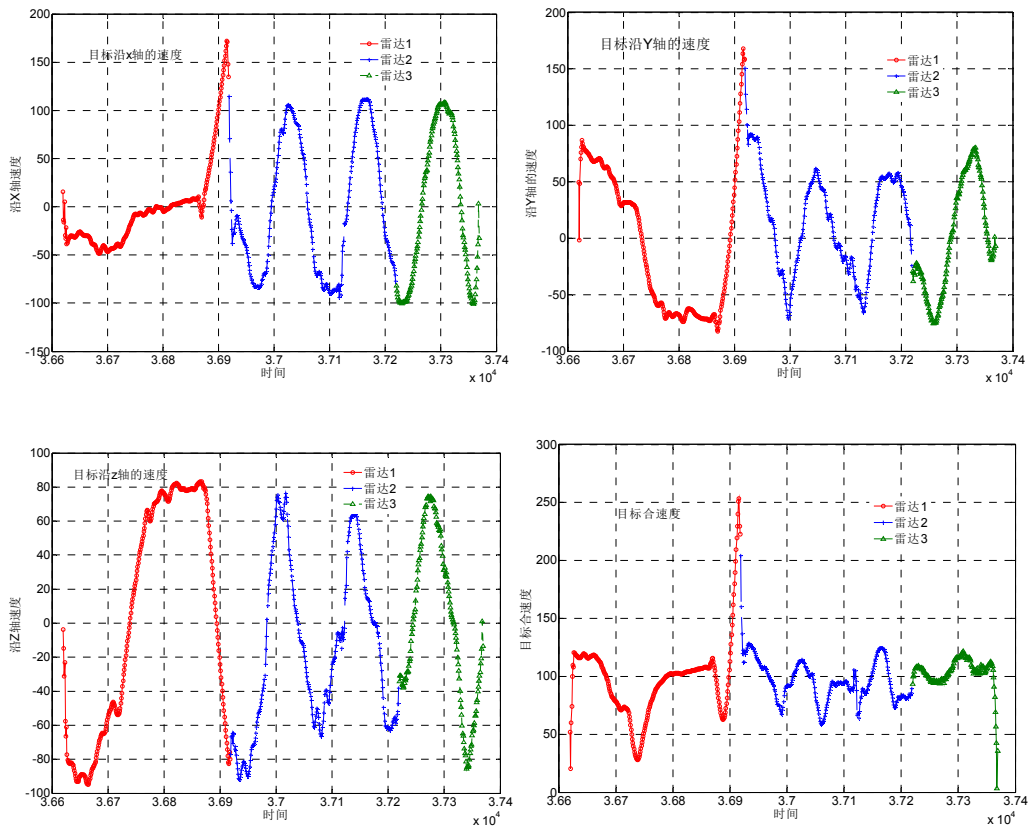
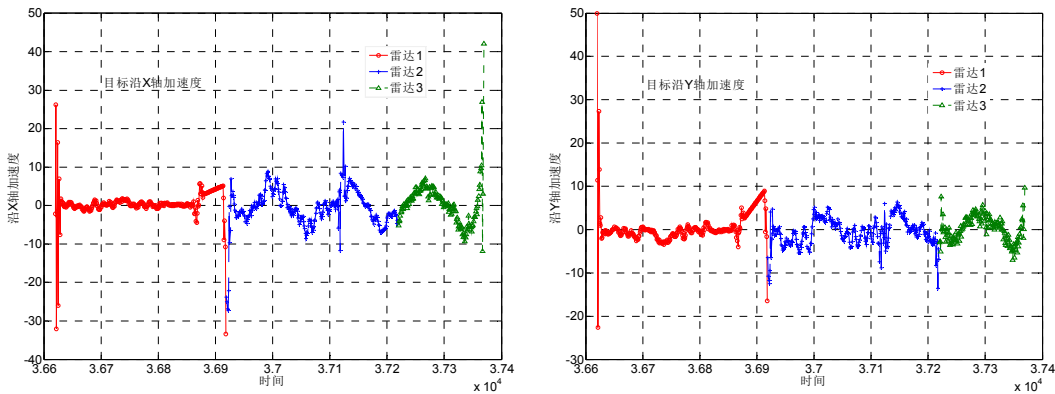


图 5 目标速度滤波值（地心坐标）

上图为速度在三个方向上的分量以及总速度，速度分量在 3 个方向上波动均比较大，在横轴 3.69 附近有突变，速度状态的滤波结果均在 400m/s 以内，均为有效状态，三个分量以零值上下波动，呈现强机动状态。此时滤波仍能保持较好跟踪，体现了所建模型的有效性。



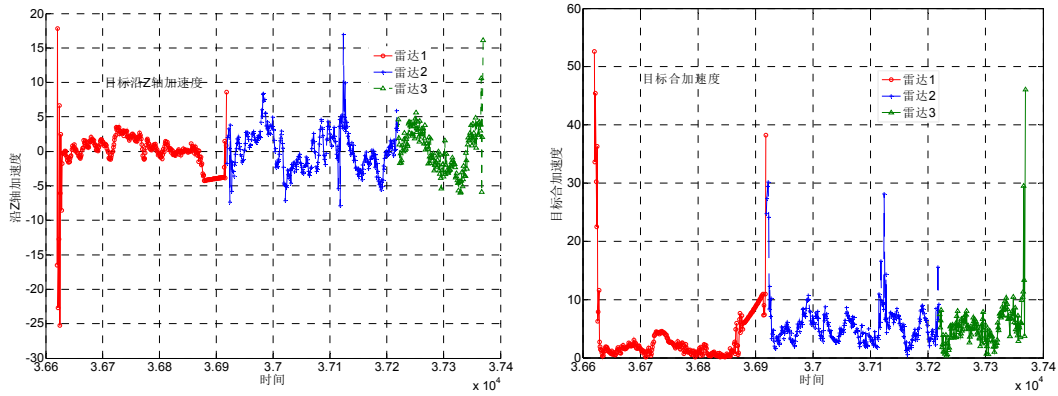


图 6 目标加速度滤波值（地心坐标）

上图为加速度在三个方向上的分量以及总加速度。从整体上看，加速度分量大体都收敛到 10 m/s^2 左右，表明滤波效果比较显著。其中，加速度分量在各轨迹连接段有较大波动，但经过滤波都能快速收敛，再一次证明了所建模型的有效性。

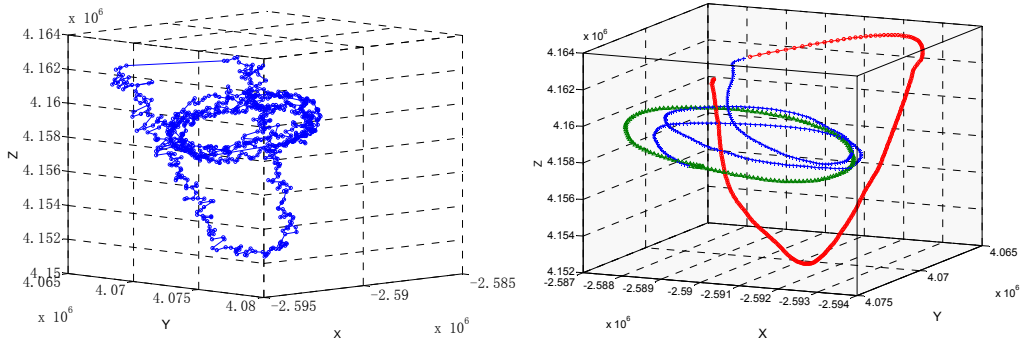


图 7 目标航迹滤波值（地心坐标）

上图为问题一目标的航迹观测量与滤波值。从航迹观测量可看出，目标呈现强机动状态，且观测量包含较大误差。而滤波值显得比较平滑，说明了本文模型是有效的。

目标机动时间段从 36870s 持续到测量结束，加速度方向有较大变化。

6 问题二的建模与求解

6.1 求解思路

问题二要求完成目标数据关联，形成航迹，并讨论一段时间只有一个回波点时如何确保航迹不丢失。针对该问题的解题思路是：（1）基于航迹起始准则实现航迹起始；（2）建立数据关联约束条件，实现数据关联；（3）使用状态估计对航迹进行维持。

6.2 模型建立

航迹起始是机动目标跟踪的第一步，其数据关联结果会直接影响后续的目标跟踪性能。常用的航迹起始方法有直观法、逻辑法和 Hough 变换法。直观法用速度、加速度两个简单的规则选定航迹起始点，是一种确定性较为粗糙的方法，在复杂杂波、虚假目标、量测噪声等环境下准确度不好。基于 Hough 变换的航迹起始算法虽然能在密集杂波环境中有效地起始目标航迹，但是实时性较差，并且算法参数选取困难。由于题目中的雷达在进行目标距离、方位角和俯仰角测量时同时存在误差情形，起始的回波点迹往往在三维空间内会围绕真实点迹比较分散。针对多目标跟踪情形，由于临近时间内目标点迹的连续性，我们同时采用谱系聚类算法作为航迹起始算法。

对于起始的前 n 个观测点，先计算两两的空间欧氏距离得到一个距离矩阵，然后把离得最近的两个观测合并为一类，每个单独的未合并的观测作为一类。计算剩余 $n-1$ 个类两两之间的距离，找到离得最近的两个类将其合并，就只剩下 $n-2$ 类，依次合并，直到所有观测合并为一类为止。首先将 Data2.txt 中的数据转换到直角坐标系中，而后对初始的 20 个回波点迹进行分类。分类的过程如下：

(1) 计算距离矩阵 D ，如式 (1) 所示。

$$D = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & \cdots & d_{1n} \\ d_{21} & d_{22} & \cdots & d_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ d_{n1} & \cdots & \cdots & d_{nn} \end{bmatrix}, \quad d_{ij} \text{ 为回波点迹 } i \text{ 与 } j \text{ 之间的欧式距离。} \quad (37)$$

(2) 利用 matlab 中的 linkage 函数对其进行分类，并利用 dendrogram 函数绘出谱系聚类图，如图 8 所示。原始点迹与航迹起始点迹分类图如图 9 所示。

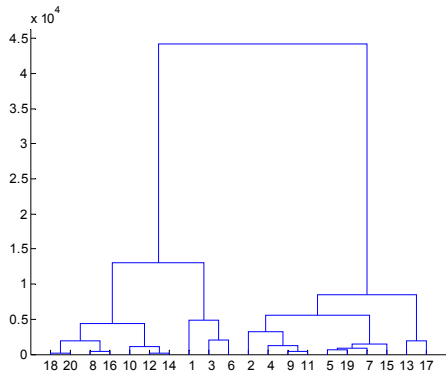


图 8 谱系聚类分析图

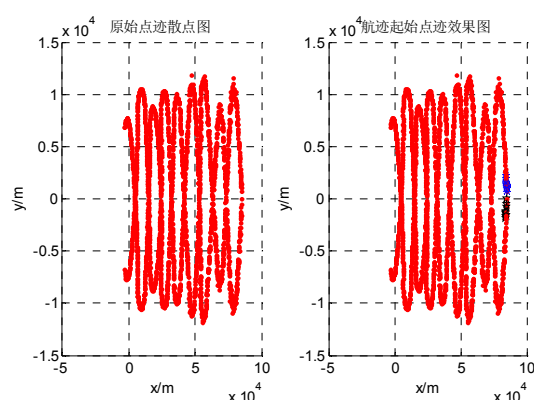


图 9 航迹起始点迹效果图

仿真结果表明，前 20 个点迹中第 2、4、5、7、9、11、13、15、17、19 回波点迹并合并为第一类，第 1、3、6、8、10、12、14、16、18、20 个回波点迹被合并为第二类，分别作为两个目标跟踪的起始航迹。

根据模型假设，采用改进直观法进行航迹关联。假设 r_i ($i=1,2,\dots,N$) 为 N 次连续扫描获得的位置观测值，如果 N 次扫描中有 M 个观测值满足以下条件，那么启发式规则法就认为这是一条航迹。

(1) 速度约束：测得的或估计的速度大于某最小值 V_{\min} 而小于某最大值 V_{\max} ；

(2) 加速度约束：测得的或估计的加速度的绝对值小于最大加速度 a_{\max} 或允许的机动加速度值，如果存在不止一个回波点迹，则用加速度最小的那个回波来形成航迹；

(3) 机动半径约束：临近时间区间内测得的或估计的转弯半径 R 大于参考值 R_d ；

从数学模型角度考虑，以上三个判决公式描述如下：

$$V_{\min} \leq \left| \frac{r_i - r_{i-1}}{t_i - t_{i-1}} \right| \leq V_{\max} \quad (39)$$

$$\left| \frac{r_{i+1} - r_i}{t_{i+1} - t_i} - \frac{r_i - r_{i-1}}{t_i - t_{i-1}} \right| \leq a_{\max} (t_{i+1} - t_i) \quad (40)$$

$$R \geq R_d \quad (41)$$

6.3 模型求解

由前面数据预处理和航迹起始得到的结果，结合改进的航迹关联准则，对 Data2.txt 中的全部回波点迹搜索关联如下图所示。

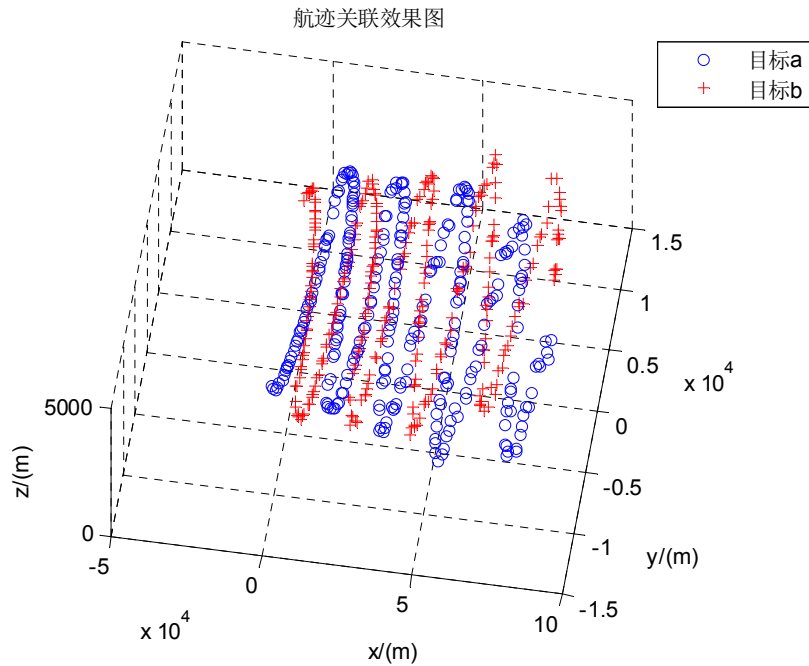


图 10 航迹关联效果图

进一步，对分离得到的两个目标位置量测值 x ， y ， z 坐标进行平滑处理，采用的是移动平均滤波器。以 x 坐标为例，假设移动平均滤波器的默认窗宽为 5， x 坐标平滑处理的计算模型如下：

$$\begin{aligned}
 xx(1) &= x(1) \\
 xx(2) &= (x(1) + x(2) + x(3)) / 3 \\
 xx(3) &= (x(1) + x(2) + x(3) + x(4) + x(5)) / 5 \\
 xx(4) &= (x(2) + x(3) + x(4) + x(5) + x(6)) / 5 \\
 &\dots
 \end{aligned} \tag{42}$$

经过平滑处理后的航迹坐标变化图如下所示。

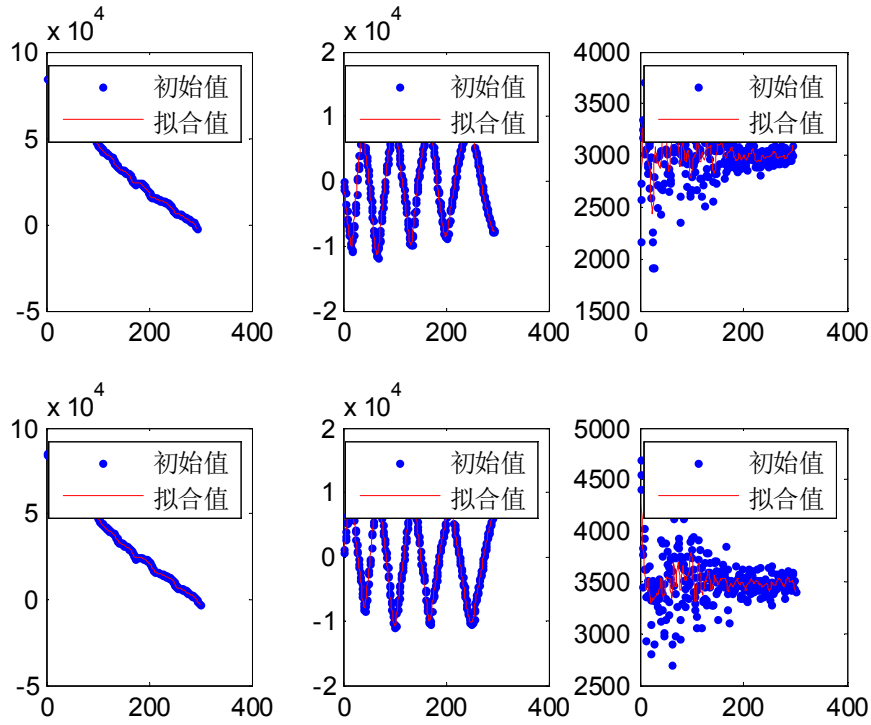


图 11 坐标平滑处理效果图

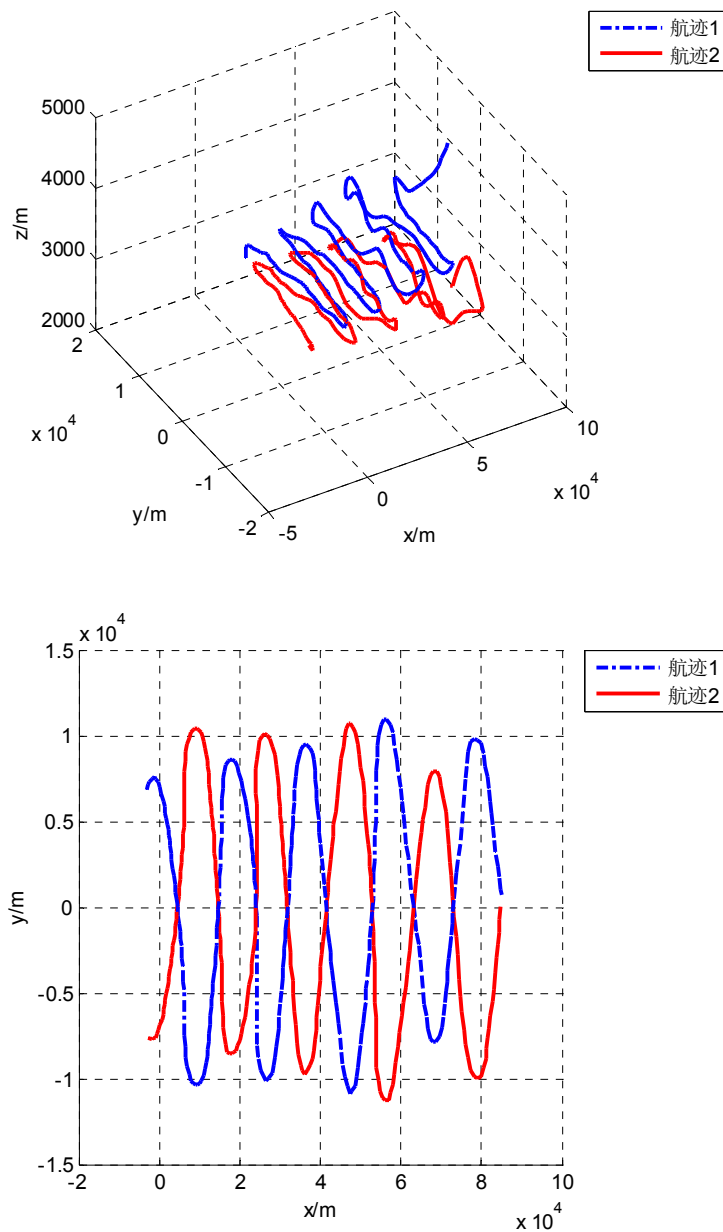


图 12 目标航迹图

6.4 结果分析

通过与转换为直角坐标系的真实量测值比较，可以看出，滤波后航迹的波动明显减小。其中，数据波动范围减小到 500 左右，与处理前波动范围达到 1000 相比，结果得到明显改善。

7 问题三的建模与求解

7.1 求解思路

问题三要求对空间目标的机动变化规律进行分析，并考虑采用问题 1 的跟

踪模型会产生那些变化。针对该问题的解题思路是：（1）将附件 Data3.txt 中距离、方位角和俯仰角转换为笛卡尔坐标系中的横向位置坐标、纵向位置坐标和高度坐标。并对各维坐标进行平滑滤波处理，以减小量测噪声对机动性分析的影响。（2）将平滑滤波得到的离散数据进行非线性拟合，得到目标的三轴向运动方程。（3）基于建立的目标延迟模型开展加速度分析。其中，模型建立基于以下思想：空间目标下一时刻的位置和上一时刻的位置速度以及之前一段时间的平均加速度有关。

7.2 模型建立

与问题一中的坐标转换处理方法相同，附件 Data3.txt 中数据转化为笛卡尔坐标。为了减小观测值中的量测误差，采用问题二中的平滑滤波方法，对三维数据分别进行处理。原始点迹和处理后的回波点迹如图 13 所示。

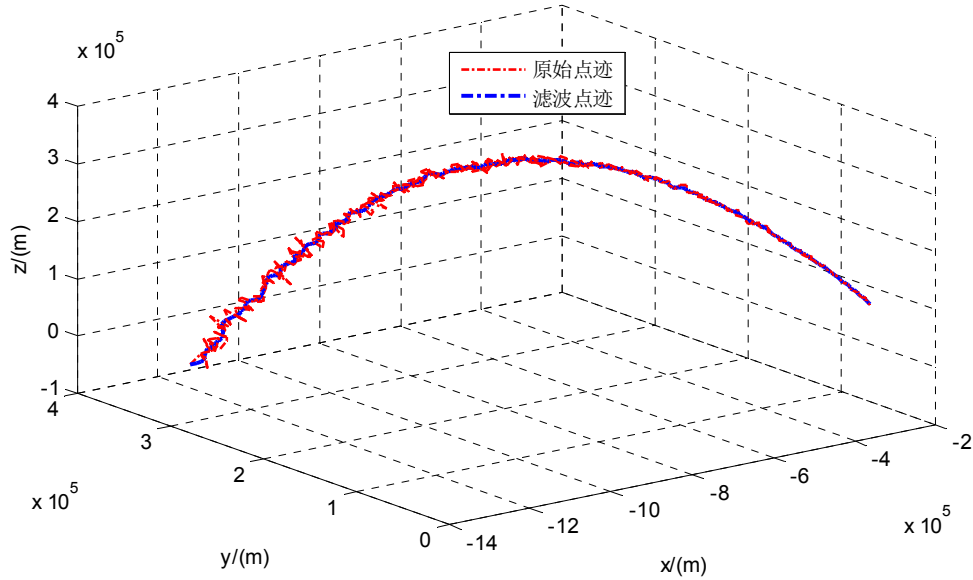


图 13 回波点迹对比图

以时间为自变量，对笛卡尔坐标系三轴方向上的航迹进行非线性拟合。拟合的模型如下

$$\begin{cases} x(t)=a_0+a_1t+a_2t^2+\dots+a_mt^m \\ y(t)=b_0+b_1t+b_2t^2+\dots+b_nt^n \\ z(t)=c_0+c_1t+c_2t^2+\dots+c_pt^p \end{cases} \quad (43)$$

式中， m 、 n 、 p 分别为 x 、 y 、 z 方向航迹拟合的阶次，本文中取 $m=n=p=2$ ， $a_i, b_i, c_i (i=0,1,\dots)$ 为待拟合参数。

加速度的计算采用平均加速度概念，模型如下：

$$\left\{ \begin{array}{l} Ax_t = \frac{\sum_{i=1}^n [vx(t-i) - vx(t-i-1)]}{(n-1)\Delta t} \\ Ay_t = \frac{\sum_{i=1}^n [vy(t-i) - vy(t-i-1)]}{(n-1)\Delta t} \\ Az_t = \frac{\sum_{i=1}^n [vz(t-i) - vz(t-i-1)]}{(n-1)\Delta t} \end{array} \right., t \geq n+1 \quad \left\{ \begin{array}{l} vx(i) = \frac{\sum_{i=1}^n [x(i) - x(i-1)]}{(n-1)\Delta t} \\ vy(i) = \frac{\sum_{i=1}^n [y(i) - y(i-1)]}{(n-1)\Delta t} \\ vz(i) = \frac{\sum_{i=1}^n [z(i) - z(i-1)]}{(n-1)\Delta t} \end{array} \right., i \geq 2 \quad (44)$$

式中： Ax_t 、 Ay_t 、 Az_t 分别为 t 时刻笛卡尔坐标系下三轴方向上的加速度大小， $vx(i)$ 、 $vy(i)$ 、 $vz(i)$ 分别为 i 时刻三轴方向上的速度大小。

7.3 模型求解

根据非线性最小二乘方法，计算得到的拟合函数如下：

$$\begin{cases} x(t) = 76614760 + 12627.8t + 0.5004t^2 \\ y(t) = 39221259 + 5805.7t + 0.21249t^2 \\ z(t) = 924094476 + 125371.25t + 4.25t^2 \end{cases} \quad (45)$$

拟合效果如图 14 所示。

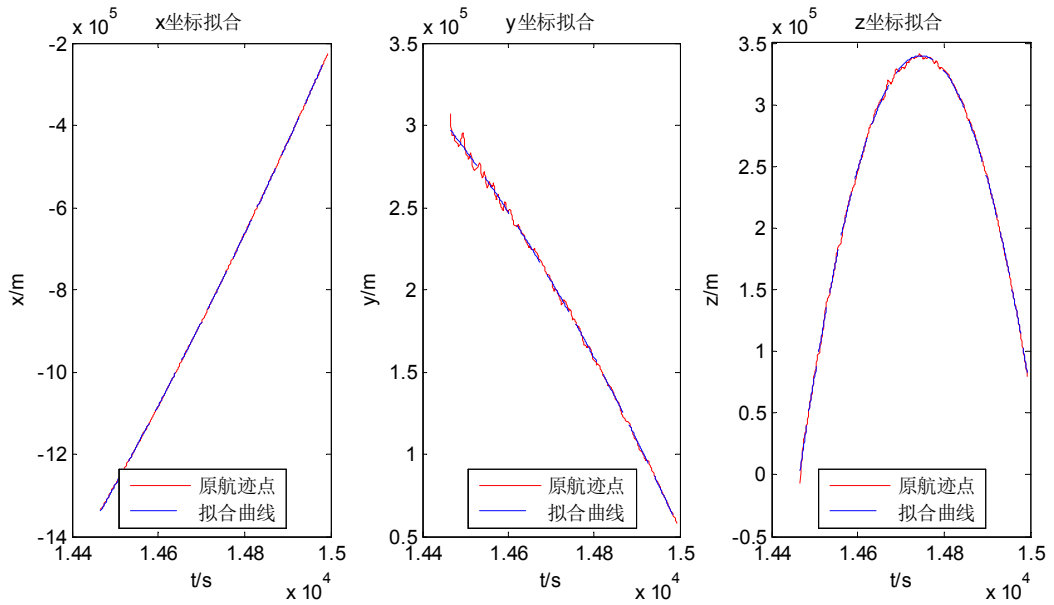


图 14 坐标拟合曲线图

加速度绝对值随时间变化曲线如图 3 所示。

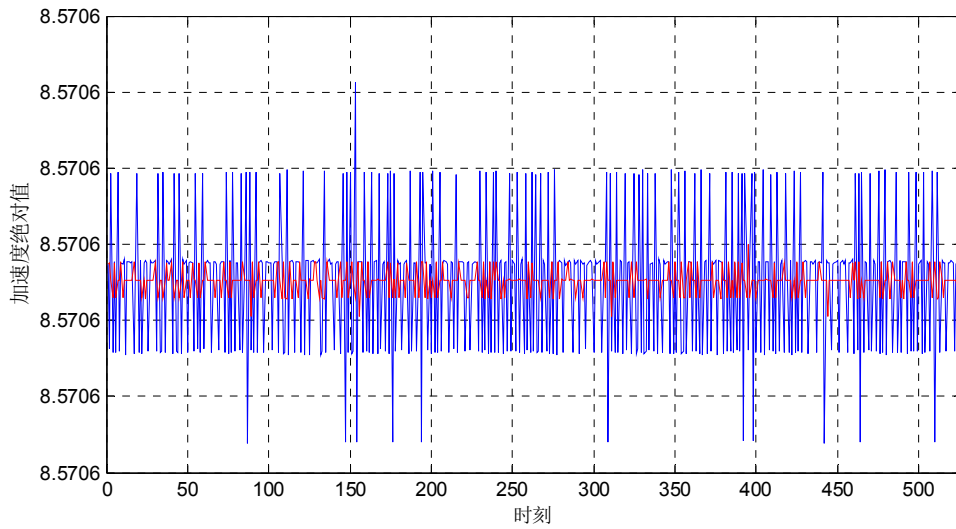


图 15 机动加速度绝对值曲线图

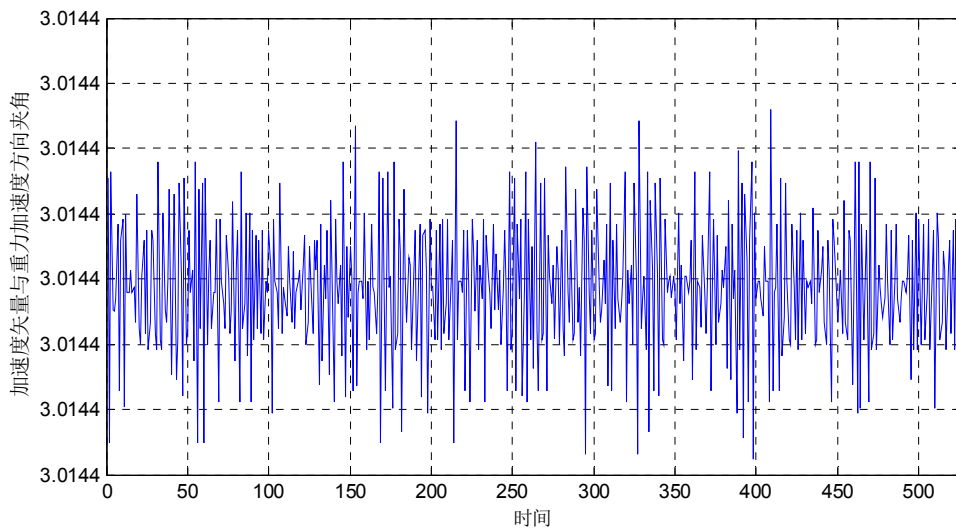


图 16 机动加速度方向变化图

7.4 结果分析

从拟合结果来看，非线性拟合曲线较好地跟踪到了原始航迹，一定程度上达到了弹道跟踪的效果。通过拟合曲线分析空间目标加速度变化规律，可以发现目标的机动加速度绝对值大小基本保持在 $8.57m/s^2$ ，且加速度的方向基本保持不变。从 Data3.txt 的高度坐标可知，空间目标的绝大部分弹道基本在大气层外，一般属于无动力飞行的自由段，仅仅受到地心引力的影响。现实中，引力力随地心与目标距离增大而减小，而且高空自由段飞行短时间内的航程较短，引力方向近似不变，与本模型的结论基本一致。

利用问题一中的跟踪模型，仿真得到的结果如图 17 所示。可以直观地看出，问题一中采用的交互多模型方法能够更好地滤除量测噪声，适应多种情形的目

标跟踪。

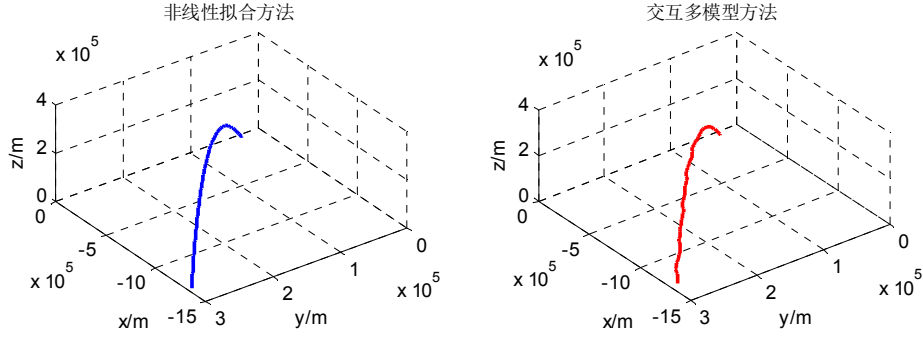


图 17 目标跟踪对比图

8 问题四的建模与求解

8.1 求解思路

问题四要求对问题三中的目标轨迹进行实时预测，估计着落点坐标，并分析方法复杂度。针对该问题的求解思路是：（1）建立目标轨迹预测模型；（2）在东北天坐标系下由观测值辅助滤波器完成状态预测；（3）将状态预测值转换到地心直角坐标系下；（4）给出着落点条件，确定着落点；（5）分析预测算法的复杂度。

8.2 模型建立

8.2.1 滤波状态模型

按照题目要求，根据附件中 Data3.txt 的数据，采用质点弹道模型作为弹道滤波和外推弹道的状态方程：

$$\begin{cases} dx/dt=v_x \\ dy/dt=v_y \\ dz/dt=v_z \\ dv_x/dt=-CH_\tau(y)G(v_\tau)v_x \\ dv_y/dt=-CH_\tau(y)G(v_\tau)v_y-g \\ dv_z/dt=-CH_\tau(y)G(v_\tau)v_z \end{cases} \quad (46)$$

式中： x, y, z, v_x, v_y, v_z 分别为空间目标在地面笛卡尔坐标系中的坐标分量和速度分量。 C 为弹道系数， $H_\tau(y)$ 为空气密度函数， $G(v_\tau)$ 为阻力函数，目标速度 $v=\sqrt{v_x^2+v_y^2+v_z^2}$ ， $v_\tau=v\sqrt{\tau_{on}/\tau}$ ， τ_{on} 为地面标准虚温值， τ 为高度 y 处的虚温值。

取 x, y, z, v_x, v_y, v_z ， C 作为卡尔曼滤波的状态变量，即 $\mathbf{X}=(x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5 \ x_6 \ x_7)^T=(x \ y \ z \ v_x \ v_y \ v_z \ C)^T$ 。将弹道系数 C 视为常量，即 $C \geq 0$ ，则方程（46）可写成

$$\mathbf{X} \geq \mathbf{f}(\mathbf{X}) = \begin{bmatrix} x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ -x_7 H_\tau(x_2) G(v_\tau) x_4 \\ -x_7 H_\tau(x_2) G(v_\tau) x_5 - g \\ -x_7 H_\tau(x_2) G(v_\tau) x_6 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (47)$$

非线性方程 (47) 只是对目标质心运动的近似描述, 存在一定的误差。为了补偿这个误差, 引入一个随机噪声矢量 \mathbf{W}' 作为扰动量, 则 (47) 式变化为

$$\mathbf{X} \geq \mathbf{f}(\mathbf{X}) + \mathbf{W}'$$

式中, \mathbf{W}' 为零均值白噪声, 且服从方差为 \mathbf{R} 的正态分布。

8.2.2 滤波量测方程

已知雷达测量值为斜距 r 、方位角 β 和俯仰角 ε 。令量测变量 $\mathbf{Z} = (r, \beta, \varepsilon)^T$, 则得到量测方程为

$$\mathbf{Z} = \mathbf{h}(\mathbf{X}) + \mathbf{d} = \begin{bmatrix} \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} \\ \arctan(x_3/x_1) \\ \arctan(x_2/\sqrt{x_1^2 + x_3^2}) \end{bmatrix} + \mathbf{d} \quad (48)$$

式中, \mathbf{d} 是球坐标系下雷达量测噪声, 假定为零均值白噪声, 且服从方差为 \mathbf{Q} 的正态分布, $\mathbf{h}(\mathbf{X})$ 为三维矢量函数。

8.2.3 卡尔曼弹道方程

卡尔曼滤波只适合线性系统, 而式 (47)、(48) 都是非线性的, 因此需要对非线性状态方程 (47)、量测方程 (48) 进行线性化、离散化, 由此得到卡尔曼滤波弹道方程。

设离散化的量测噪声 \mathbf{d}_k 的均值和方差为 $E[\mathbf{d}_k] = 0, D[\mathbf{d}_k] = \mathbf{Q}_k$, 离散形式状态扰动量 \mathbf{W}' 的均值和方差为 $E[\mathbf{W}'_k] = 0, D[\mathbf{W}'_k] = \mathbf{R}_k$ 。

对式 (47)、(48) 线性化、离散化, 经推导可得到预测方程:

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1/k} = \hat{\mathbf{x}}_k + \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}_k) \Delta t$$

预测方差:

$$\mathbf{P}_{k+1/k} = \phi_{k+1/k} \mathbf{P}_k \phi_{k+1/k}^T + \mathbf{R}_k \Delta t \quad (49)$$

式中, $\phi_{k+1/k} = \mathbf{I} + \left. \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x})}{\partial \hat{\mathbf{x}}^T} \right|_k \Delta t$, \mathbf{I} 为单位阵。

观测量测方程:

$$\hat{\mathbf{Z}}_{k+1/k} = \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}_{k+1/k}) \quad (50)$$

滤波方程:

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1} = \hat{\mathbf{x}}_{k+1/k} + \mathbf{K}_{k+1} (\mathbf{Z}_{k+1} - \hat{\mathbf{Z}}_{k+1/k}) \quad (51)$$

加权矩阵:

$$\mathbf{K}_{k+1} = \mathbf{P}_{k+1/k} \mathbf{H}_{k+1}^T (\mathbf{H}_{k+1} \mathbf{P}_{k+1/k} \mathbf{H}_{k+1}^T + \mathbf{Q}_{k+1})^{-1} \quad (52)$$

式中, $\mathbf{H}_{k+1} = \left. \frac{\partial h(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}^T} \right|_{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}_{k+1/k}}$ 。

滤波方差: $\mathbf{P}_{k+1} = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_{k+1} \mathbf{H}_{k+1}) \mathbf{P}_{k+1/k}$

滤波初值: $\hat{\mathbf{x}}_0 = E(\mathbf{x}_0)$ $\mathbf{P}_0 = Var(\mathbf{x}_0)$

仿真结果如下图所示:

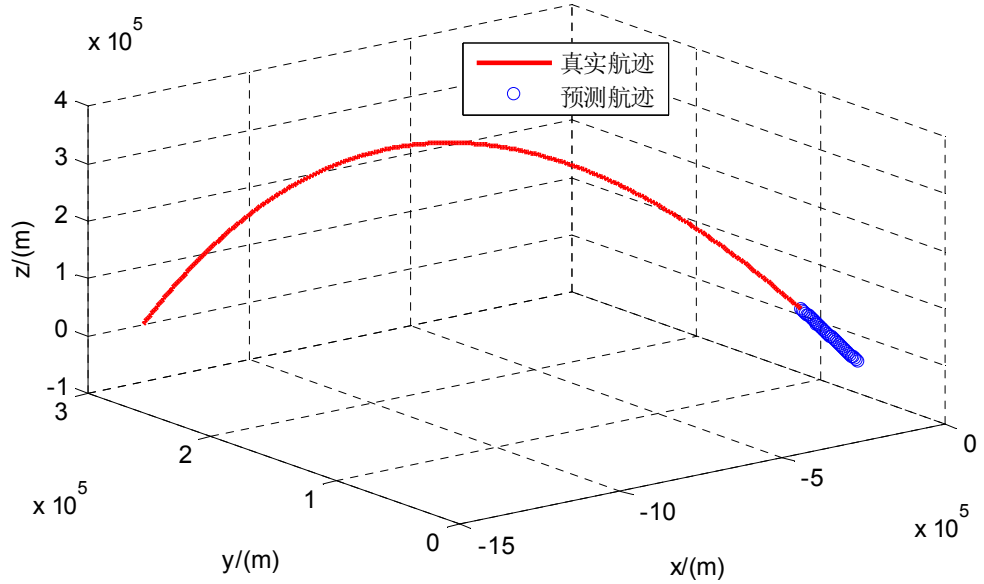


图 18 航迹预测图

东北天坐标系下落点坐标为: $(-136333, 36446, 0)$, 经纬度坐标为 $(116.7^\circ, 39.8^\circ)$ 。

算法复杂度主要分为时间复杂度和空间复杂度。其中, 算法的时间复杂度是指该算法的时间耗费, 算法的空间复杂度是指算法在计算机内执行时所需存储空间的度量。与 EKF 算法相比, 算法省去了计算雅克比矩阵, 时间复杂度略低, 但需存储多个估计值, 空间复杂度略高。

9 问题五的建模与求解

9.1 求解思路

问题五给出了雷达探测目标条件，并给定了雷达的波束参数和扫描间隔时间，要求结合跟踪模型，研究目标的逃逸策略，以及雷达的反制措施。针对该问题的求解思路是：（1）建立雷达跟踪目标模型，并根据雷达探测目标条件，求解目标逃脱雷达跟踪的条件；（2）由目标逃脱雷达跟踪条件确定目标最优逃逸方案；（3）由雷达跟踪目标模型和目标逃脱雷达跟踪条件确定雷达反制措施。

9.2 雷达跟踪目标模型建立

本文建立了雷达跟踪目标模型。为了实现雷达对目标的锁定跟踪，雷达需要根据对目标的测量数据估计出目标当前的状态，并预测下一时刻目标的位置，然后将波束中心指向估计出的目标位置，以确保下一时刻能对目标的位置进行测量。

设 t_k 时刻目标的真实状态为 X_k ，雷达对目标的测量值为 Z_k ，则目标的状态运动方程可表示为：

$$\begin{aligned} X_{k+1} &= \Phi_k X_k + G_k a_j + W_k \\ Z_k &= h_k(X_k) + V_k \end{aligned} \quad (53)$$

其中， a_j 表示目标机动的加速度，其它参数定义同前。

由机动目标跟踪滤波算法可以得到目标的一步预测状态 $X_{k+1/k}$ ，在没有新的观测量 Z_{k+1} 时，可将 $X_{k+1/k}$ 作为 X_{k+1} 的最优估计。

为提高雷达对目标的跟踪概率，应使雷达与目标预测位置连线处于雷达波束的中心。其中，目标的预测位置是 $X_{k+1/k}$ 中的三个位置坐标，记为 $x_{k+1/k}$ ， $y_{k+1/k}$ ， $z_{k+1/k}$ 。由于描述目标状态的坐标系原点在雷达上，因此雷达在 t_{k+1} 时刻的波束中心矢径可简单描述为 $[x_{k+1/k} \ y_{k+1/k} \ z_{k+1/k}]^T$ 。此时，雷达的波束探测范围，记为 SA_d ，可以给出：

$$SA_d = \left\{ [x \ y \ z]^T \mid \frac{x \cdot x_{k+1/k} + y \cdot y_{k+1/k} + z \cdot z_{k+1/k}}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \cdot \sqrt{x_{k+1/k}^2 + y_{k+1/k}^2 + z_{k+1/k}^2}} > \cos(1.5^\circ) \right\} \quad (54)$$

9.3 目标逃逸策略

目标要逃脱雷达锁定，则应使其 t_{k+1} 时刻位置 $[x_{k+1} \ y_{k+1} \ z_{k+1}]^T \notin SA_d$ 。由目标的状态运动方程可以得出：

$$\begin{cases} x_{k+1} = x_k + v_x \cdot T + a_x \cdot T^2 / 2 + a_{jx} \cdot T^2 / 2 + \delta_x \\ y_{k+1} = y_k + v_y \cdot T + a_y \cdot T^2 / 2 + a_{jy} \cdot T^2 / 2 + \delta_y \\ z_{k+1} = z_k + v_z \cdot T + a_z \cdot T^2 / 2 + a_{jz} \cdot T^2 / 2 + \delta_z \end{cases} \quad (55)$$

其中, a_{jx} , a_{jy} , a_{jz} 是目标机动加速度在坐标系各轴上的分量; δ_x , δ_y , δ_z 是对位置状态产生影响的过程噪声。

而 t_k 时刻的一步预测位置 $x_{k+1/k}$, $y_{k+1/k}$, $z_{k+1/k}$ 由下式计算:

$$\begin{cases} x_{k+1/k} = x_k + v_x \cdot T + a_x \cdot T^2 / 2 \\ y_{k+1/k} = y_k + v_y \cdot T + a_y \cdot T^2 / 2 \\ z_{k+1/k} = z_k + v_z \cdot T + a_z \cdot T^2 / 2 \end{cases} \quad (56)$$

因此, 目标机动后的位置与一步预测位置之间存在如下关系:

$$\begin{cases} x_{k+1} = x_{k+1/k} + a_{jx} \cdot T^2 / 2 + \delta_x \\ y_{k+1} = y_{k+1/k} + a_{jy} \cdot T^2 / 2 + \delta_y \\ z_{k+1} = z_{k+1/k} + a_{jz} \cdot T^2 / 2 + \delta_z \end{cases} \quad (57)$$

由于目标的机动加速度有界 (一般不超过 10 个 g), $|a_j| = \sqrt{a_{jx}^2 + a_{jy}^2 + a_{jz}^2} < 10 \cdot g$, 因此目标机动后的位置取值范围相当于以目标一步预测位置为球心, $a_j \cdot T^2 / 2$ 为半径的球面圆。

为使目标逃出雷达锁定, 就要使目标真实位置矢径与目标预测位置矢径夹角大于雷达波束半顶角。而目标的最优逃逸策略, 就是使两矢径夹角达到最大。在机动距离一定的条件下, 目标的逃逸方案应分两种情况讨论: (1) 雷达波束中心指向与目标速度方向平行或垂直; (2) 雷达波束中心指向与目标速度方向存在其它夹角。

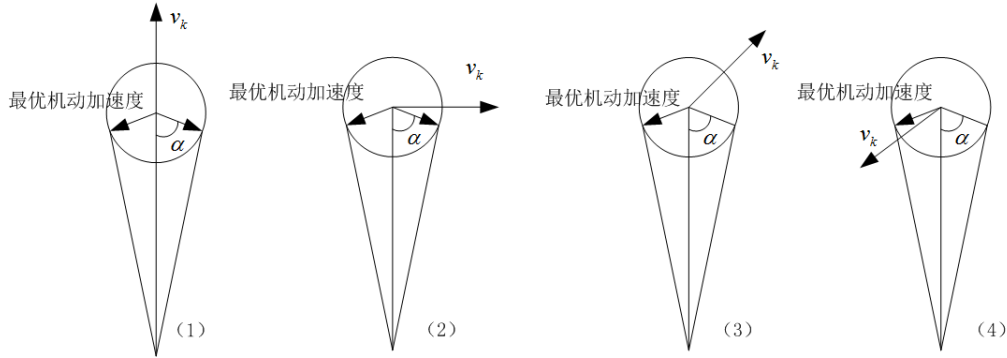


图 19 最优逃逸加速度示意图

对于雷达波束中心指向与目标速度方向平行或垂直的情况, 参看上图中(1)和(2)。分析可知, 当目标机动加速度 a_j 方向与雷达波束中心反方向呈 α 角时, 目标逃逸成功的可能性最高。

$$\alpha = \arccos\left(\frac{a_j \cdot T^2}{2 \cdot \sqrt{x_{k+1/k}^2 + y_{k+1/k}^2 + z_{k+1/k}^2}}\right) \quad (58)$$

对于雷达波束中心指向与目标速度方向存在其它夹角的情况，参看上图中（3）和（4）。分析可知，此时目标的最佳机动加速度方向与雷达波束中心反方向呈 α 角，且当目标靠近雷达时，最佳机动加速度方向与目标速度方向夹角成最小角；当目标远离雷达时，最佳机动加速度方向与目标速度方向夹角成最大角。

综合以上分析，目标逃逸时的最优机动加速度是与雷达波束中心反方向呈 α 角，且处在接近雷达的方向。

9.4 目标逃逸时的雷达跟踪策略

由目标机动逃脱模型可知，当目标逃脱时，其最佳机动加速度方向与目标预测位置之间成夹角 α ，且处在接近雷达方向。此时，目标真实位置矢径与预测位置矢径间的夹角达到最大。

此时目标的机动加速度很大。为保持对目标的跟踪，雷达应调整跟踪策略，使用高机动目标跟踪模型进行状态预测，并增大雷达搜索区域面积。

9.5 仿真验证

使用 Data2.txt 数据中的两个目标进行仿真实验。观测值取为 Dada2.txt 中前 44 个观测量中的一条航迹，其状态估计如下图所示。

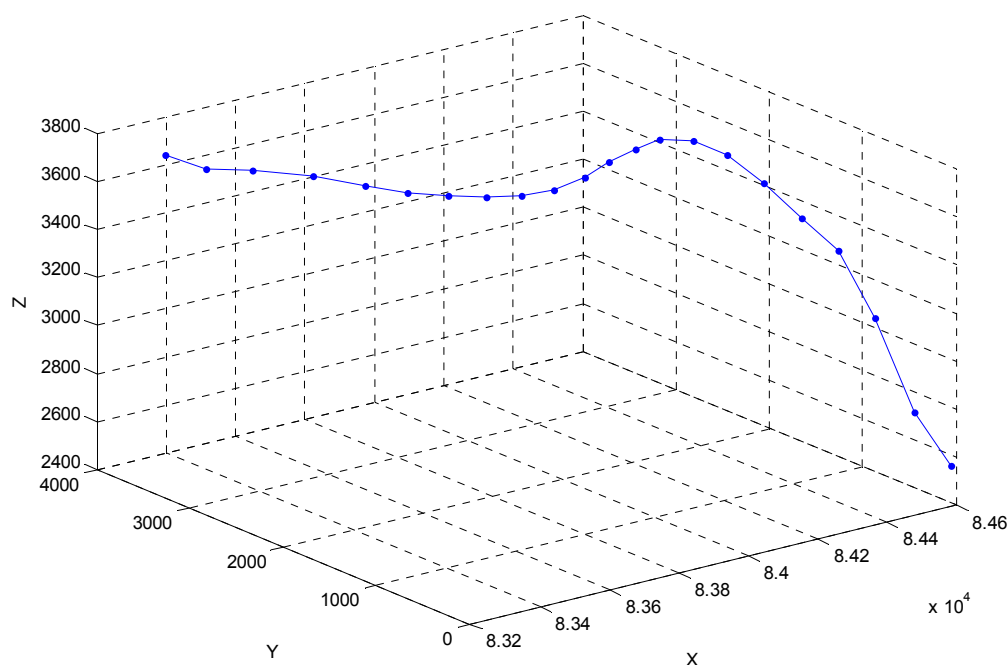


图 20 逃逸仿真图

假设在第 4 个状态时，目标及时了解其被雷达跟踪。此时目标按照最优逃逸策略开始机动，而基于目标第 4 个状态的一步预测位置为[8450,1291,3587]。

假设目标的最大机动加速度为 100，两次扫描间隔时间 0.5s，则机动引起的位移量为 12.5m。将上述结果与目标逃脱雷达跟踪条件相比较，可知此时目标无法逃脱雷达锁定。

以机动引起的位移量为 12.5m 来测算，要使得目标逃逸成功，则目标应距离雷达小于 477.36m。

假设雷达无法获得目标第 4 个状态的一步预测位置，而以第 4 个状态的位置代替其一步预测位置，则此时的位置偏差达到 408.4m。以该位移量进行测算，目标距离雷达小于 15596m 时，目标能逃逸成功。此时对于 Data2.txt 的两个目标都可以成功逃逸。

10 模型的优缺点分析与改进建议

本文针对机动目标跟踪问题，建立了机动目标跟踪模型，较好地解决了本题的问题。针对本文所建立的模型分析如下：

(1) 本文建立了混合坐标系下机动目标的状态和观测方程，很好地保持了观测信息的统计特性不变，能最大程度保持观测量的有效性；

(2) 本文在解决问题一时，使用了先在各自东北天坐标系下单独滤波，再转换到地心直角坐标系下进行航迹融合的方案，减少了滤波的计算量；

(3) 本文在解决问题五时，推导了目标逃脱雷达锁定的条件，并通过使用向量夹角分析得出了目标最有机动策略。

虽然本文建立的模型能解决本题目的问题，但由于题目有一定特殊性，因此所建立的模型也有一定地缺陷。

(1) 本文在解决问题一时，采用了先分散滤波，再航迹融合的思路，降低了观测信息的有效性；

(2) 本文在分析目标最优逃脱策略时使用了较多简化条件，所得结果有一定局限性。

针对本文模型的不足，有以下几点改进建议：

(1) 滤波器设计上应考虑多传感器融合，实现多雷达测量信息的滤波，提高观测值的利用效果；

(2) 在确定最有逃脱策略时应考虑更多实际条件，增加条件约束，提高所得结果的参考价值。

参考文献

[1] 范小军,刘锋. 一种新的机动目标跟踪的多模型算法[J]. 电子与信息学报,2007,03:532-535.

- [2] 赵艳丽,林辉,赵锋,王雪松,王国玉. 多目标跟踪中的数据关联和航迹管理[J]. 现代雷达,2007,03:28-31.
- [3] 程开明. 统计数据预处理的理论与方法述评[J]. 统计与信息论坛,2007,06:98-103.
- [4] 侯俊林. 高机动目标 Jerk 模型跟踪算法研究[D].哈尔滨工程大学,2013.
- [5] 郝燕玲,孟凡彬,孙枫,沈锋. 基于 IMM 的 UK-GMPHDF 算法在多机动目标跟踪中的应用[J]. 系统工程理论与实践,2011,11:2225-2233.
- [6] 崇阳,张科,吕梅柏. 基于“当前”模型的 IMM-UKF 机动目标跟踪融合算法研究[J]. 西北工业大学学报,2011,06:919-926.
- [7] 李晓菲. 数据预处理算法的研究与应用[D].西南交通大学,2006.
- [8] 彭亮. 机动目标跟踪算法的研究[D].西北工业大学,2007.
- [9] 易令,吕明. 使用交互多模型算法的高速高机动目标跟踪[J]. 雷达科学与技术,2006,03:143-147.
- [10] 沈正阳,陆军,匡纲要. 机动目标跟踪中的多模算法[J]. 电光与控制,2002,04:11-15.
- [11] 刘博. 基于 EKF 算法的空间目标跟踪[A]. 2013 年航空试验测试技术峰会暨学术交流会论文集.
- [12] 张晓祥,吴连大,熊建宁. 空间目标的圆轨道跟踪法[J]. 天文学报,2003,04:405-415.
- [13] 李元凯. 空间非合作目标自主随动跟踪与控制研究[D].上海交通大学,2010.
- [14] 韩红,刘允才,韩崇昭,朱洪艳,左东广. 多传感器融合多目标跟踪中的序贯航迹关联算法[J]. 信号处理,2004,01:30-34.
- [15] 曾昭博,王睿,刘伟,李宝泽. 基于模糊平均综合相似度的航迹关联算法[J]. 电讯技术,2009,08:9-12.
- [16] 马克茂,贺风华,姚郁. 目标机动加速度的估计与导引律实现[J]. 宇航学报,2009,06:2213-2219.
- [17] 刘颢,陈世友,汪学东,张必银. 一种自适应航迹关联算法[J]. 电子学报,2013,12:2416-2421.
- [18] 周品. MATLAB 概率与数理统计[M]. 北京:清华大学出版社,2012.
- [19] 何友,修建娟,张晶炜,关欣. 雷达数据处理及应用[M]. 北京:电子工业出版社,2006.
- [20] 权太范. 目标跟踪新理论与技术[M]. 北京:国防工业出版社,2009.