

“华为杯”第十五届全国研究生 数学建模竞赛

题 目 (E) 多无人机对组网雷达的协同干扰

摘 要

组网雷达系统的工作原理是应用两部或两部以上空间位置互相分离而覆盖范围互相重叠的雷达观测或判断目标，具有搜索、跟踪和识别的功能，在军事中被广泛应用。为摆组网雷达系统的“监视”，研究无人机如何对组网雷达系统进行有效干扰成为了一项重要的研究课题。本文基于当前研究，建立多无人机对组网雷达系统协同干扰的数学模型，以最优化理论为基础，利用**遗传算法**和**蚁群算法**寻找在无人机飞行姿态约束条件下，虚假目标航迹给定时的最少无人机架数最优解和无人机架数给定时的最多虚假目标航迹最优解；除此，本文还分析了组网雷达系统的融合机制对最优解的影响。本文的研究算法和计算结果能为多无人机对组网雷达系统协同干扰的研究提供一定帮助。

问题一中，根据给定的虚假目标航迹可得到无人机在 2000 m~2500 m 高度的飞行航迹，通过计算，1 架无人机不能实现此飞行航迹，原因是**相邻时刻的飞行速度不在 33.3 m/s~50 m/s 范围内**和**无法保持匀速直线运动**。为了满足无人机飞行速度和匀速直线运动的要求，通过最优算法发现要实现给定的虚假目标航迹至少需要 **31 架无人机**协同参与，其中 29 架无人机需在两个不同时刻发射虚假目标，2 架无人机仅需在某一个时刻发射虚假目标，而没有无人机可实现在三个及以上的不同时刻发射虚假目标。

问题二分两步进行。第一步采用遗传算法和蚁群算法得到只需要 **3** 架无人机就可实现给定的虚假目标航迹，被欺骗的雷达分别是**雷达 1**、**雷达 2** 和**雷达 5**；第二步分析剩下的 **6** 架无人机最少还可产生 **3** 条虚假目标航迹，要找到 **3** 条以上的虚假目标航迹需要雷达和无人机连成的空间直线相交，以空间直线的距离为优化目标，虚假目标航迹点为优化变量，采用遗传算法得到相交的空间直线，从而确定了 **9** 架无人机组成的编队完成虚假目标航迹之外还可产生 **4** 条虚假目标航迹。

问题三在问题二的基础上增加了组网雷达系统信息融合中心的航迹维持策略，该策略使得前 **20** 个时刻只需有 **6** 个时刻满足要求即可实现“同源检验”。该问题总时间为 **5** 分钟，共 **31** 个时刻，而问题二的结果只用了前 **20** 个时刻，因此可考虑利用后 **11** 个时刻与组网雷达系统信息融合中心的航迹维持策略增加 **1** 条或 **1** 条以上的虚假航迹。在问题二的基础上，发现针对无人机飞行协同策略，协同无人机编队的飞行还可产生 **1** 条虚假航迹。

关键词： 无人机，组网雷达系统，协同干扰，同源检验，蚁群算法，遗传算法

一、 符号说明

A_i^t	第 <i>i</i> 架无人机 <i>t</i> 时刻的空间位置	$x_i^{t_0}$	初始时刻 t_0 的第 <i>i</i> 架无人机的 <i>x</i> 坐标
B_k^t	第 <i>i</i> 架无人机 <i>t</i> 时刻被干扰雷达的空间位置	$x_{i,p}^t$	<i>t</i> 时刻第 <i>i</i> 架无人机产生的第 <i>p</i> 个有源假目标的 <i>x</i> 坐标
$C_{i,p}^t$	<i>t</i> 时刻第 <i>i</i> 架无人机产生的第 <i>p</i> 个有源假目标的空间位置	y_i^t	第 <i>i</i> 架无人机 <i>t</i> 时刻的 <i>y</i> 坐标
$dis_{i,j}^t$	<i>t</i> 时刻第 <i>i</i> 架无人机与第 <i>j</i> 架无人机的距离	$y_i^{t_0}$	初始时刻 t_0 的第 <i>i</i> 架无人机的 <i>y</i> 坐标
$dis_i^{t_m,t_n}$	第 <i>i</i> 架无人机 t_m 时刻和 t_n 时刻空间位置距离	$y_{i,p}^t$	<i>t</i> 时刻第 <i>i</i> 架无人机产生的第 <i>p</i> 个有源假目标的 <i>y</i> 坐标
I	无人机的数量	y_k^t	<i>t</i> 时刻, 第 <i>i</i> 架无人机干扰第 <i>k</i> 部雷达的 <i>y</i> 坐标
i	无人机的架次 $i=1, 2, 3, \dots$	$z_i^{t_0}$	初始时刻 t_0 的第 <i>i</i> 架无人机的 <i>z</i> 坐标
t	时刻	z_k^t	<i>t</i> 时刻, 第 <i>i</i> 架无人机干扰第 <i>k</i> 部雷达的 <i>z</i> 坐标
t_0	初始时刻	z_i^t	第 <i>i</i> 架无人机 <i>t</i> 时刻的 <i>z</i> 坐标
\vec{V}_i	第 <i>i</i> 架无人机的速度	$z_{i,p}^t$	<i>t</i> 时刻第 <i>i</i> 架无人机产生的第 <i>p</i> 个有源假目标的 <i>z</i> 坐标
$V_{i,x}$	第 <i>i</i> 架无人机 <i>t</i> 时刻的 <i>x</i> 方向上的速度	$ A_i^{t_1} A_i^t _{min}$	为第 <i>i</i> 架无人机在第 1 个时刻干扰第 <i>k</i> 部雷达时的位置到在第 <i>t</i> 个时刻可以干扰另外一部雷达时位置的最小距离
$V_{i,y}$	第 <i>i</i> 架无人机 <i>t</i> 时刻的 <i>y</i> 方向上的速度		

二、问题重述

1.1 问题背景

组网雷达系统是运用多部彼此分开而探测范围相互重叠的雷达来实现搜索、跟踪和识别目标的系统，综合运用了多种抗干扰的措施，具有较强的抗干扰能力。在电子对抗界，如何对组网雷达系统实施干扰变成一项重要课题。

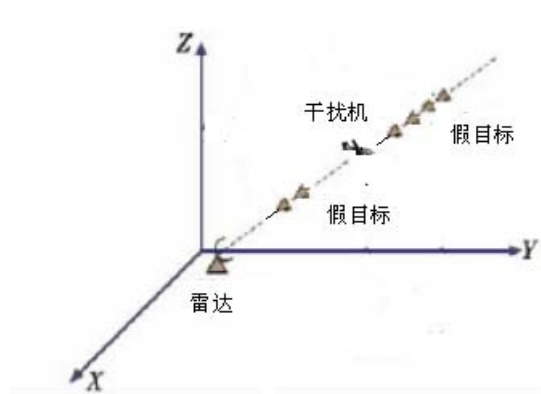


图1 对雷达实施距离多假目标欺骗干扰示意图

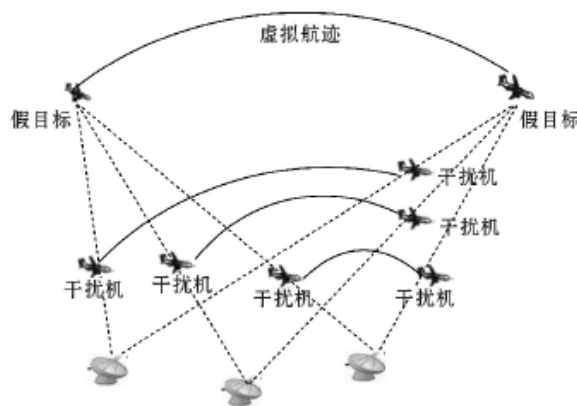


图2 多无人机协同干扰组网雷达系统示意图

对组网雷达系统实现干扰的方式有多种，但是本赛题主要考虑距离假目标欺骗这一干扰手段，其基本原理如图1所示。干扰机首先对已侦查到的敌方雷达发射电磁波的信号特征进行处理，延迟（或超前）一定时间再发射出去，使得雷达接受虚假信号，形成有源假目标。真实目标的空间状态与雷达位置无关，各雷达探测的真目标空间状态一样，即认为同源。假目标的空间状态与干扰机和雷达位置有关，其位于雷达与干扰机连线或延长线上。不同雷达探测到假目标的空间状态不一致，即认为非同源，组网雷达信息融合中心将之剔除。

现利用多架无人机对组网雷达系统进行协同干扰。如图2所示，协同飞行的无人机利用接收到的雷达信号欺骗雷达，使之接收虚假目标航迹信息，传到组网雷达信息融合中心。组网雷达信息融合中心基于一定的融合规则，得到虚假目标航迹。

某组网雷达系统由5部雷达组成。雷达最大作用距离为150km，其位置坐标分别为雷达1（80，0，0），雷达2（30，60，0），雷达3（55，110，0），雷达4（105，110，0），雷达5（130，60，0）（单位：km）。融合中心利用雷达传来的航迹点状态信息，对目标进行“同源检验”。若有3台或3台以上的雷达同一时刻算出的目标空间位置相同，

融合中心就认为其为一个合理的航迹点。连续 20 个这样的点即认为其为合理的航迹。此外，合理的航迹还必须满足相应的目标运动规律。

现有数台无人机，其飞行速度在 120 km/h 和 180 km/h 之间，飞行高度控制在 2000 m 和 2500 m 之间，最大加速度不超过 10 m/s^2 。另外，无人机之间应该保持在 100 m 以上。无人机不产生真实回波，其产生的欺骗信号可被雷达检测到。同一时刻一架无人机只能对一部雷达产生干扰，但是同一时刻多架无人机可以干扰同一部雷达。

1.2 需要解决的问题

围绕多架无人机对组网雷达进行协同干扰的数学模型的建立，本文依次解决如下问题：

问题 1：附件 1 给出了一条拟产生的虚假目标航迹数据，该虚假航迹数据包含 20 个时刻的虚假目标位置坐标信息，时间间隔为 10 秒。每架无人机在该空域均做匀速直线运动。需完成：

在无人机运动规律约束下，确定各个无人机所需要的航向、航速和飞行高度。讨论如何以最少数量的无人机实现附件 1 要求的虚假目标航迹，并具体分析每一架无人机的运动规律和相应的协同策略，按附件 4 的要求存入相应的文件。

问题 2：对雷达实施有源假目标欺骗干扰时，干扰设备可同时转发最多 7 个假目标信息。该组网雷达系统的每一部雷达的数据更新率为 10 秒。要求无人机尽可能少做转弯、爬升、俯冲等机动动作，且转弯半径不小于 250 m。依次完成：

- a) 9 架无人机组成的编队在 5 分钟内，完成附件 1 要求的虚假航迹。
- b) 完成上一步同时，尽可能产生出多少条虚假的航迹，并给出每一架无人机的运动规律，并分析每一条虚假航迹的运动规律和合理性
- c) 按附件 4 中规定的格式具体给出每一架无人机对应时刻的空间位置坐标和每一条虚假航迹的相关数据，并存入相应文件。

问题 3：当组网雷达系统中的某部雷达受到压制干扰或其它因素的干扰时，可能在某些时刻无法正常获取回波信号，此时组网雷达系统信息融合中心可以采用下面的航迹维持策略：若之前与受干扰的雷达联合检测到目标的另 2 部雷达没有受到干扰，正常检测到回波信号，那么在融合中心就对这两部雷达检测的目标航迹点信息进行同源检验，若通过亦视为是合理的目标航迹点；若一条航迹中这类航迹点的个数不超过 3 个时（该

航迹的其余航迹点仍需通过前面规定的“同源检验”)，该航迹就被继续保留。针对上述航迹维持策略，协同无人机编队的飞行，有可能产生更多的虚假航迹。该组网雷达系统的每一部雷达的数据更新率仍为 10 秒。至多还可产生出多少条虚假的航迹。给出每一架无人机的运动规律和协同策略，分析每一条虚假航迹的运动规律和合理性。依次完成：

- a) 讨论由 9 架无人机组成的编队在 5 分钟内，完成附件 1 要求的虚假航迹。
- b) 讨论完成上一步的前提下，讨论至多还可产生出多少条虚假的航迹，给出每一架无人机的运动规律和协同策略，分析每一条虚假航迹的运动规律和合理性。

三、模型假设

假设 1：不考虑无人机产生的真实目标回波；

假设 2：干扰设备产生的欺骗干扰信号经过放大增强环节，能保证被雷达有效检测到；

假设 3：每架无人机均搭载有干扰设备，可独立工作；

假设 4：组网雷达系统在对目标进行“同源检验”时不考虑距离误差。

四、优化算法

4.1 遗传算法

遗传算法求解参数的基本步骤如下：

Step1: 随机产生初始种群，个体数目一定，每个个体表示为染色体的基因编码；

Step2: 对目标函数值作变换，计算个体的适应度，并判断是否符合优化准则，若符合，输出最佳个体及其代表的最优解，并结束计算，否者转向 Step3；

Step3: 依据适应度选择再生个体，适应度高的个体被选中的概率高，适应度低的个体可能被淘汰；

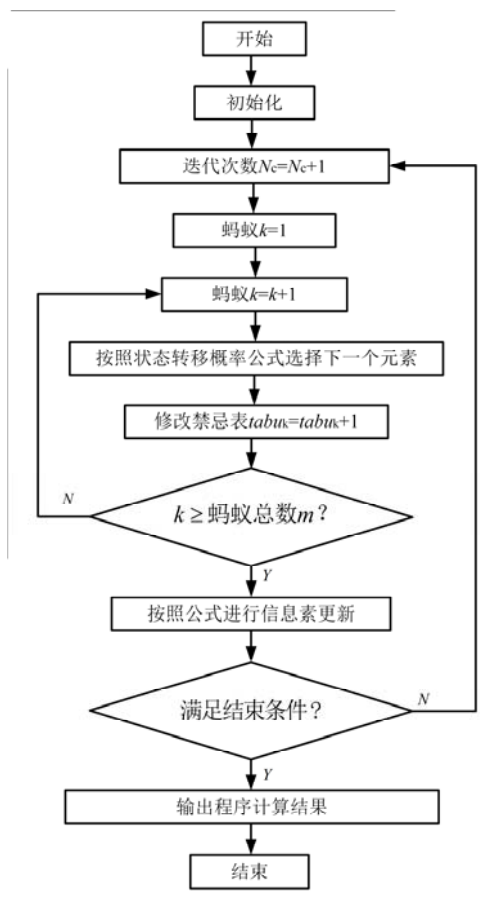
Step4: 按照一定的交叉概率和交叉方法，生成新的个体；

Step5: 按照一定的变异概率和变异方法，生成新的个体；

Step6: 由交叉和变异产生新一代的种群，返回到 Step2。

4.2 蚁群算法

蚁群算法求解参数的基本步骤如下：



五、问题一

5.1 问题分析及模型建立

5.1.1 问题分析

由题可知，每架无人机在空域内均做匀速直线运动，无人机的飞行速度控制在 120 km/h~180 km/h，飞行高度控制在 2000 m~2500 m，无人机的间距需控制在 100 m 以上。根据这些约束条件，确定各个无人机的航向、航速和飞行高度。讨论如何以最少数量的无人机实现附件 1 要求的虚假目标航迹，并具体分析每一架无人机的运动规律和相应的协同策略。

总体思路：根据无人机的飞行速度必须控制在 120 km/h~180 km/h（33.3 m/s~50 m/s），每架无人机只能干扰一部雷达，同时每架无人机在空域内做匀速直线运动的约束条件，首先检验是否存在一架无人机可以穿过 3 条或 3 条以上不同时刻的虚假目标航迹点和雷达间的连线。求出各个时刻的虚假目标航迹点和雷达间的直线方程，给定无人机的高度为 2000 m，2100 m，2200 m，2300 m，2400 m 和 2500 m，分别得到无人机在

各个时刻不同高度的空间位置坐标。当无人机高度一定时，计算连续时刻无人机空间位置的距离，然后计算无人机穿过任意两时刻空间位置的速度。以速度为限制条件，规划每一架无人机的运动规律和相应的协同策略。最后考虑无人机间距需控制在 100 m 以上，对方案进行优化，得到所需要的无人机数量最少。

5.1.2 模型建立

设 t 时刻第 i 架无人机的直角坐标为 (x_i^t, y_i^t, z_i^t) ，记为点 A_i^t ，其中 $i \geq 3$ ， $z_i^t \in (2000, 2500)$ ，单位：m。初始时刻 t_0 的第 i 架无人机的初始坐标为 $(x_i^{t_0}, y_i^{t_0}, z_i^{t_0})$ 。第 i 架无人机的速度为 \vec{V}_i ，其中 $\vec{V}_i = (V_{i,x}, V_{i,y}, V_{i,z})$ ，第 i 架无人机的绝对速度为 $|\vec{V}_i| = \sqrt{V_{i,x}^2 + V_{i,y}^2 + V_{i,z}^2}$ ，其中 $|\vec{V}_i| \in (33.3, 50)$ ，单位：m/s。第 i 架无人机的飞行路线，记为路线 l_i ，方程为：

$$\begin{cases} x_i^t = x_i^{t_0} + V_{i,x} * (t - t_0) \\ y_i^t = y_i^{t_0} + V_{i,y} * (t - t_0) \\ z_i^t = z_i^{t_0} + V_{i,z} * (t - t_0) \end{cases} \quad (1)$$

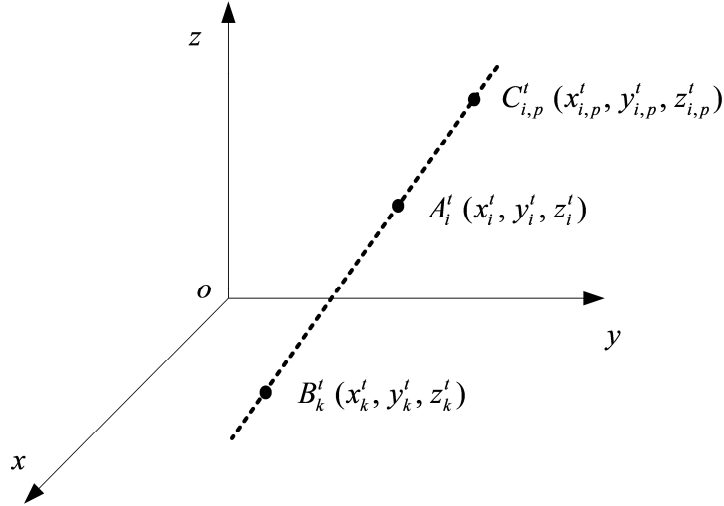


图 3 点 A_i^t ，点 B_k^t 和点 $C_{i,p}^t$ 的关系

第 i 架无人机干扰第 k 部雷达，其直角坐标为 (x_k^t, y_k^t, z_k^t) ，记为点 B_k^t ，其中 $k = 1, 2, 3, 4, 5$ 。 t 时刻第 i 架无人机产生的第 p 个有源假目标的直角坐标为 $(x_{i,p}^t, y_{i,p}^t, z_{i,p}^t)$ ，记为点 $C_{i,p}^t$ ，其中 $p \geq 1$ 。易知， t 时刻第 i 架无人机，第 k 部雷达和第 i 架无人机产生的

第 p 个有源假目标，即点 A_i^t 、点 B_k^t 和点 $C_{i,p}^t$ 会在同一条直线上，如图 3 所示，记为直线 $L_{i,k,p}^t$ ，方程为：

$$\frac{x - x_{i,p}^t}{x_{i,p}^t - x_k^t} = \frac{y - y_{i,p}^t}{y_{i,p}^t - y_k^t} = \frac{z - z_{i,p}^t}{z_{i,p}^t - z_k^t} \quad (2)$$

因雷达只能对 150 km 范围内的目标进行有效检测，故点 B_k^t 和点 $C_{i,p}^t$ 的距离要求为：

$$|B_k^t C_{i,p}^t| = \sqrt{(x_k^t - x_{i,p}^t)^2 + (y_k^t - y_{i,p}^t)^2 + (z_k^t - z_{i,p}^t)^2} \leq 150000 \text{ m} \quad (3)$$

易知实现附件 1 中虚假目标航迹的总时间为 190s。若要求实现无人机不同时刻可以干扰不同的雷达，需要满足以下关系：

$$|A_i^{t_1} A_i^{t_{20}}| = \sqrt{(x_i^{t_1} - x_i^{t_{20}})^2 + (y_i^{t_1} - y_i^{t_{20}})^2 + (z_i^{t_1} - z_i^{t_{20}})^2} \quad (4)$$

$$|A_i^{t_1} A_i^t|_{\min} = \sqrt{(x_i^{t_1} - x_i^t)^2 + (y_i^{t_1} - y_i^t)^2 + (z_i^{t_1} - z_i^t)^2} \quad (5)$$

$$|A_i^{t_1} A_i^{t_{20}}| \geq |A_i^{t_1} A_i^t|_{\min} \quad (6)$$

式中 t_1 为无人机第 1 个时刻的时间， t_{20} 为无人机第 20 个时刻的时间， $|A_i^{t_1} A_i^{t_{20}}|$ 为第 i 架无人机第 1 个时刻到第 20 个时刻的飞行距离， $|A_i^{t_1} A_i^t|_{\min}$ 为第 i 架无人机在第 1 个时刻干扰第 k 部雷达时的位置与在第 t 个时刻可以干扰另一部雷达时的位置间最小距离。

第 i 架无人机飞行路线 l_i 同第 k 部雷达和第 i 架无人机产生的第 p 个有源假目标的连线 $L_{i,k,p}^t$ 的交点为：

$$L_{i,k,p}^t \cap l_i = A_i^t \quad (7)$$

t 时刻第 i 架无人机与第 j 架无人机的距离为：

$$dis_{i,j}^t = \sqrt{(x_i^t - x_j^t)^2 + (y_i^t - y_j^t)^2 + (z_i^t - z_j^t)^2} \geq 100 \text{ m} \quad (8)$$

第 i 架无人机 t_m 时刻和 t_n 时刻空间位置距离为：

$$dis_i^{t_m, t_n} = \sqrt{(x_i^{t_m} - x_i^{t_n})^2 + (y_i^{t_m} - y_i^{t_n})^2 + (z_i^{t_m} - z_i^{t_n})^2} \quad (9)$$

式中， m 和 n 分别表示第 m 和第 n 时刻。

融合中心对 5 部雷达获取的目标状态信息进行“同源检验”，要求有 3 部及以上虚假目标航迹点状态信息通过了“同源检验”，融合中心就将其确定为一个合理的航迹点，

由 20 个连续这样的航迹点形成的合理航迹，将被组网雷达系统视为一条真实的目标航迹，故有：

$$\forall m, \sum_{i=3}^I A_i^{t_m} \geq 3, (m=1,2,...,20) \quad (10)$$

式中， I 为无人机数量。

问题一讨论以最少的无人机数量 I 实现附件 1 要求的虚假目标航迹，并具体分析每一架无人机的运动规律和相应的协同策略，故可以建立单目标优化模型如下：

$$\min I \quad (11)$$

$$s.t. \begin{cases} |\vec{V}_i| = \sqrt{V_{i,x}^2 + V_{i,y}^2 + V_{i,z}^2} \in (33.3, 50) \\ x_i^t = x_i^{t_0} + V_{i,x} * (t - t_0) \\ y_i^t = y_i^{t_0} + V_{i,y} * (t - t_0) \\ z_i^t = z_i^{t_0} + V_{i,z} * (t - t_0) \in (2000, 2500) \\ \frac{x - x_{i,p}^t}{x_{i,p}^t - x_k^t} = \frac{y - y_{i,p}^t}{y_{i,p}^t - y_k^t} = \frac{z - z_{i,p}^t}{z_{i,p}^t - z_k^t}, p \geq 1 \\ |B_k^t C_k^t| = \sqrt{(x_k^t - x_{i,p}^t)^2 + (y_k^t - y_{i,p}^t)^2 + (z_k^t - z_{i,p}^t)^2} \leq 150000 \text{ m} \\ |A_i^{t_1} A_i^{t_{20}}| = \sqrt{(x_i^{t_1} - x_i^{t_{20}})^2 + (y_i^{t_1} - y_i^{t_{20}})^2 + (z_i^{t_1} - z_i^{t_{20}})^2} \\ |A_i^{t_1} A_i^t|_{\min} = \sqrt{(x_i^{t_1} - x_i^t)^2 + (y_i^{t_1} - y_i^t)^2 + (z_i^{t_1} - z_i^t)^2} \\ |A_i^{t_1} A_i^{t_{20}}| \geq |A_i^{t_1} A_i^t|_{\min} \\ dis_{i,j}^t = \sqrt{(x_i^t - x_j^t)^2 + (y_i^t - y_j^t)^2 + (z_i^t - z_j^t)^2} \geq 100 \text{ m} \\ dis_i^{t_m, t_n} = \sqrt{(x_i^{t_m} - x_i^{t_n})^2 + (y_i^{t_m} - y_i^{t_n})^2 + (z_i^{t_m} - z_i^{t_n})^2} \\ V_{i_m, t_n} = \frac{dis_i^{t_m, t_n}}{t_n - t_m} \in (33.3, 50) \\ A_i^t = L_{i,k,p}^t \cap l_i \\ \forall m, \sum_{i=3}^I A_i^{t_m} \geq 3, (m=1,2,...,20) \end{cases} \quad (12)$$

5.2 问题求解

问题一分 4 步进行求解：(1) 给定无人机高度，求出各个时刻的虚假目标航迹点和雷达间的直线方程，分别得到无人机在各个时刻的空间位置坐标；(2) 当无人机高度一

定时，计算连续时刻无人机空间位置的距离，然后计算无人机穿过任意两时刻空间位置的速度；(3) 规划每一架无人机的运动规律和相应的协同策略；(4) 考虑无人机间距需控制在 100 m 以上，对方案做出优化，得到所需要的无人机数量最少。

5.2.1 无人机在不同时刻的空间位置坐标

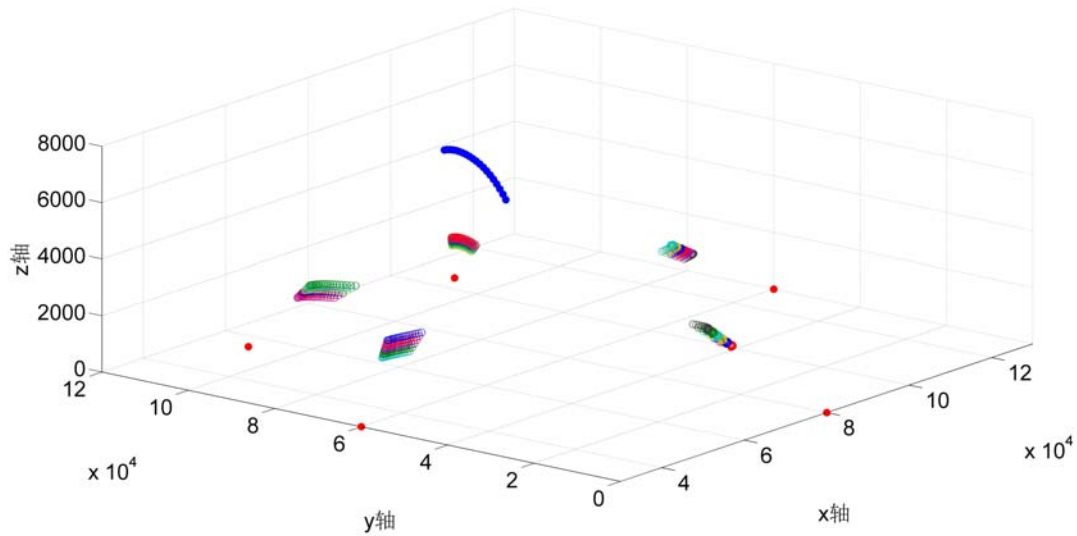


图 4 无人机在不同飞行高度时的空间位置

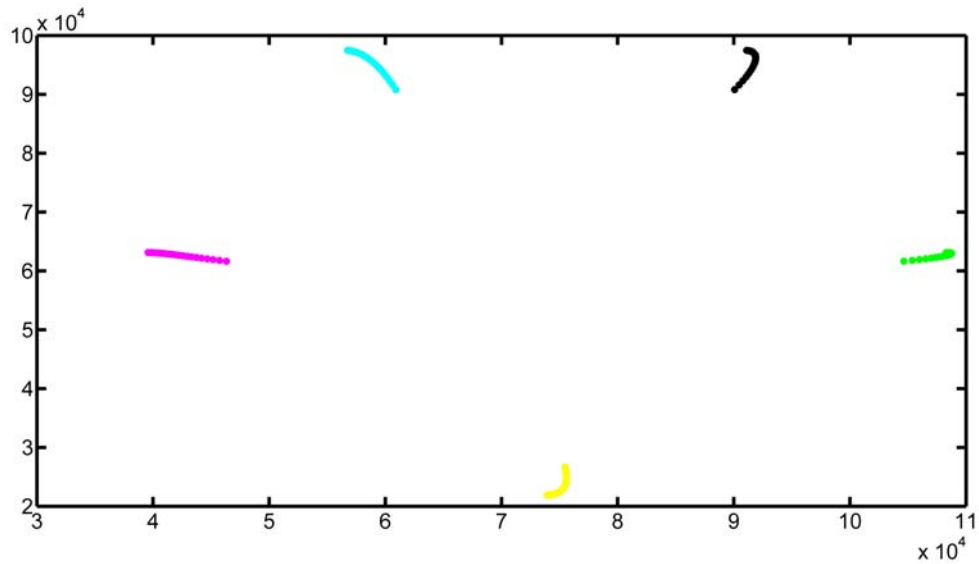


图 5 无人机飞行高度为 2500m 时的空间位置

图 4 为无人机在不同飞行高度时的空间位置，图 5 为无人机在高度为 2500 m 时的空间位置。无人机的飞行速度必须控制在 120 km/h~180 km/h，即 33.3 m/s~50 m/s，故每架无人机在 190 s 以内最多飞行 $|A_i^t A_i^{t_{20}}| = 9500$ m。由图 5 可知，当无人机飞行高度为

2500 m 时，不同雷达相应的无人机空间距离 $|A_i^t A_i^t|_{min}$ 远大于 9500 m，因此每架无人机最多只能干扰一部雷达。为简化问题一，现对 5 部雷达进行分类讨论。

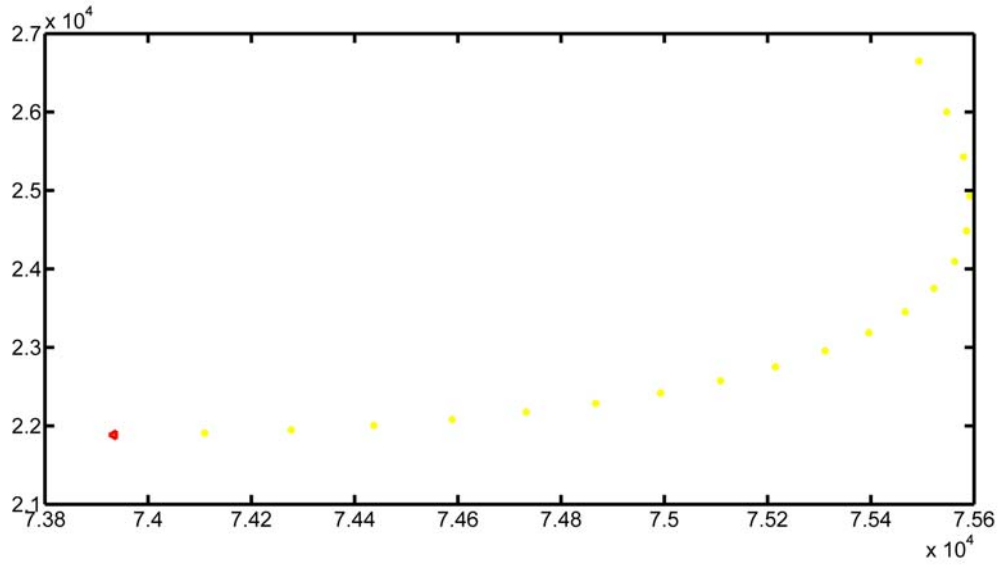


图 6 无人机干扰雷达 1 时的空间位置

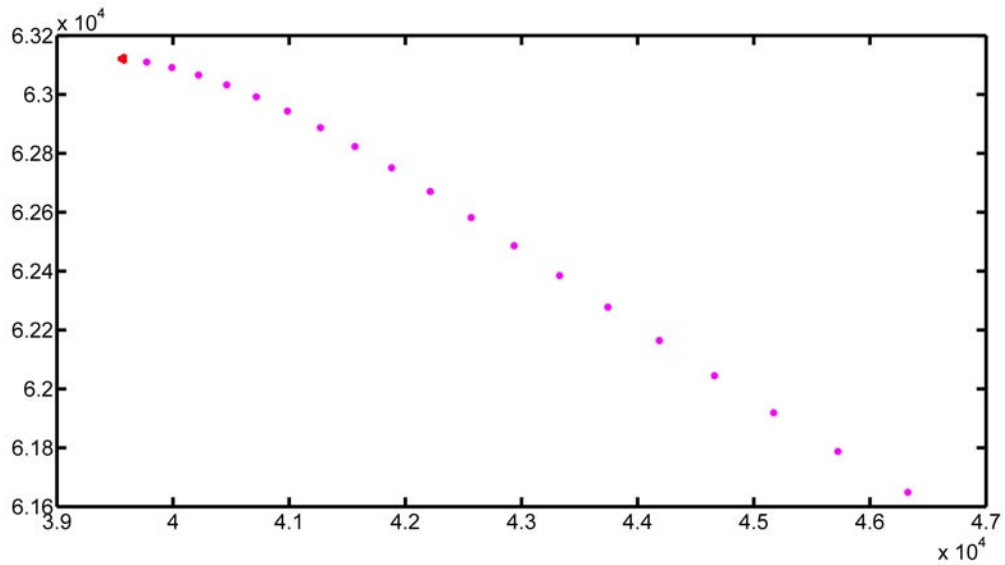


图 7 无人机干扰雷达 2 时的空间位置

图 6、图 7、图 8、图 9 和图 10 分别是当高度为 2500m 时，无人机在 20 个时刻分别干扰雷达 1、雷达 2、雷达 3、雷达 4 和雷达 5 时的空间位置，图中红色三角符号标记的为第 1 时刻的空间位置。由图可知，因每架无人机均是匀速直线运动，所以不存在任何无人机穿过 3 条或 3 条以上不同时刻的虚假目标航迹点和干扰雷达间的连线。

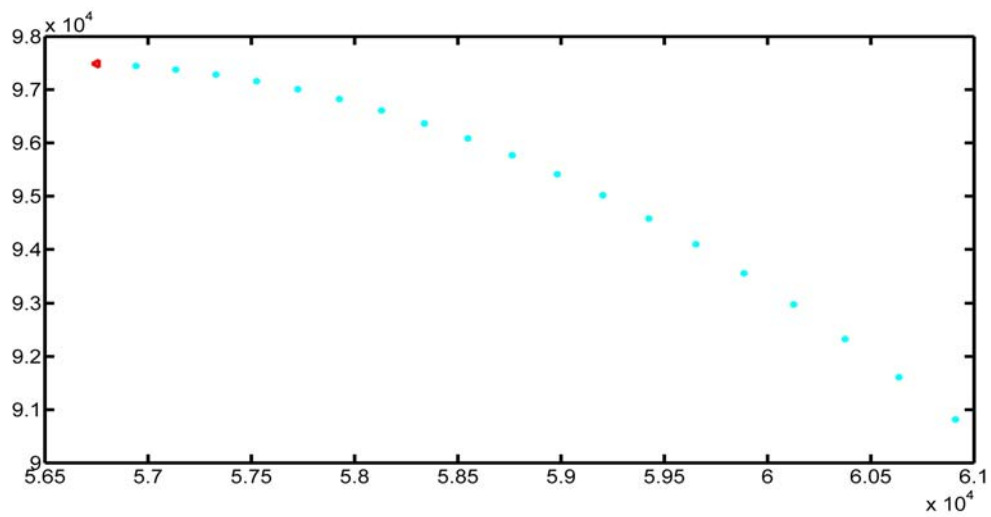


图 8 无人机干扰雷达 3 时的空间位置

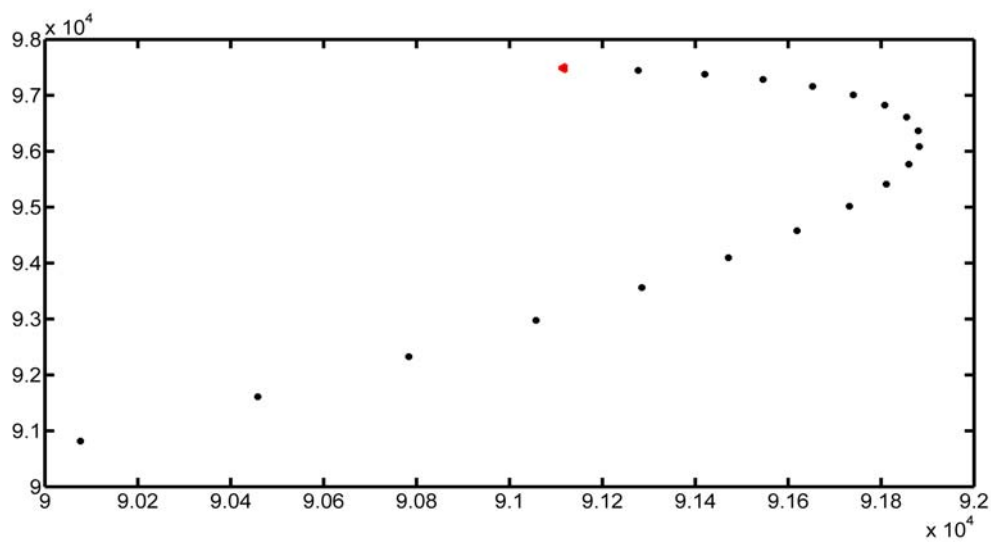


图 9 无人机干扰雷达 4 时的空间位置

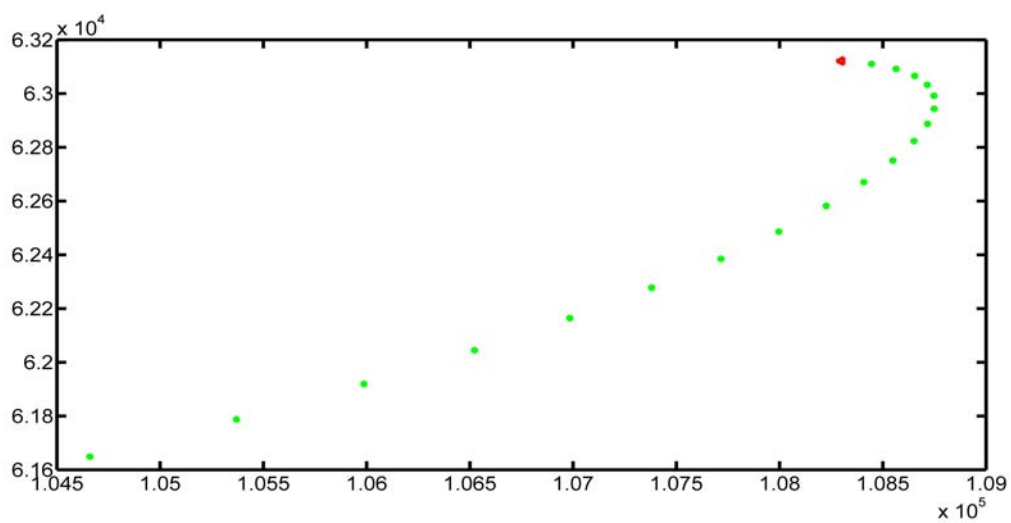


图 10 无人机干扰雷达 5 时的空间位置

5.2.2 无人机穿过任意两时刻空间位置的速度

无人机的飞行速度 \vec{V}_i 必须控制在 120 km/h~180 km/h，即 33.3 m/s~50 m/s。当无人机分别在 2000 m 和 2500 m 的高度时，利用公式 $dis_i^{t_m, t_n} = \sqrt{(x_i^{t_m} - x_i^{t_n})^2 + (y_i^{t_m} - y_i^{t_n})^2 + (z_i^{t_m} - z_i^{t_n})^2}$ 求出无人机从 t_m 时刻至 t_n 时刻的飞行距离，并根据公式 $v_i^{t_m, t_n} = \frac{dis_i^{t_m, t_n}}{t_n - t_m}$ 计算出相应的运动速度。结果发现飞行高度为 2500 m 时，满足速度限制的時刻最多，故可优先考虑无人机在 2500 m 的高度飞行，得到无人机在 t_m 时刻和 t_n 时刻速度。当前只给出无人机在 20 个時刻分别干扰雷达 1、雷达 2、雷达 3、雷达 4 和雷达 5 时的速度，如图 11、图 12、图 13、图 14 和图 15 所示，详细数据见“附件，问题一_速度.xls”。

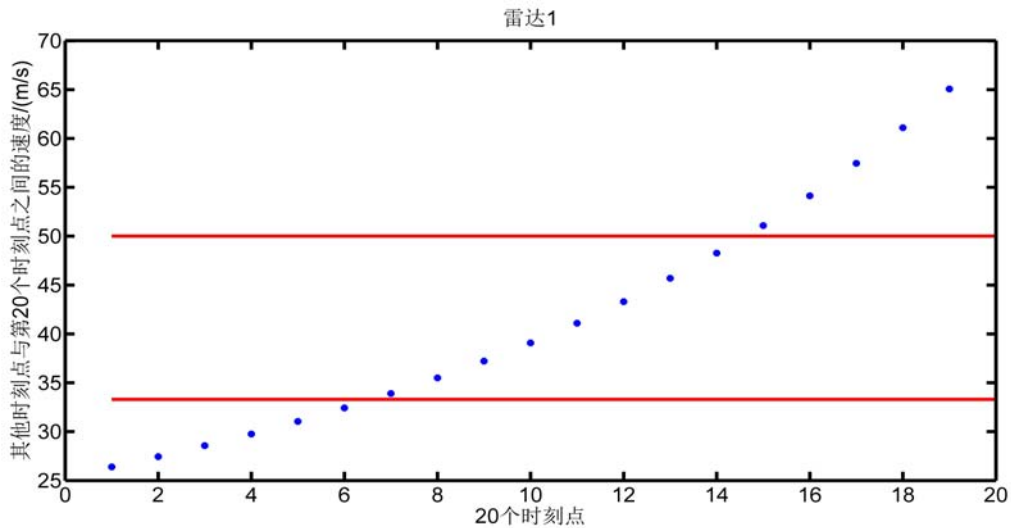


图 11 无人机干扰雷达 1 时的速度

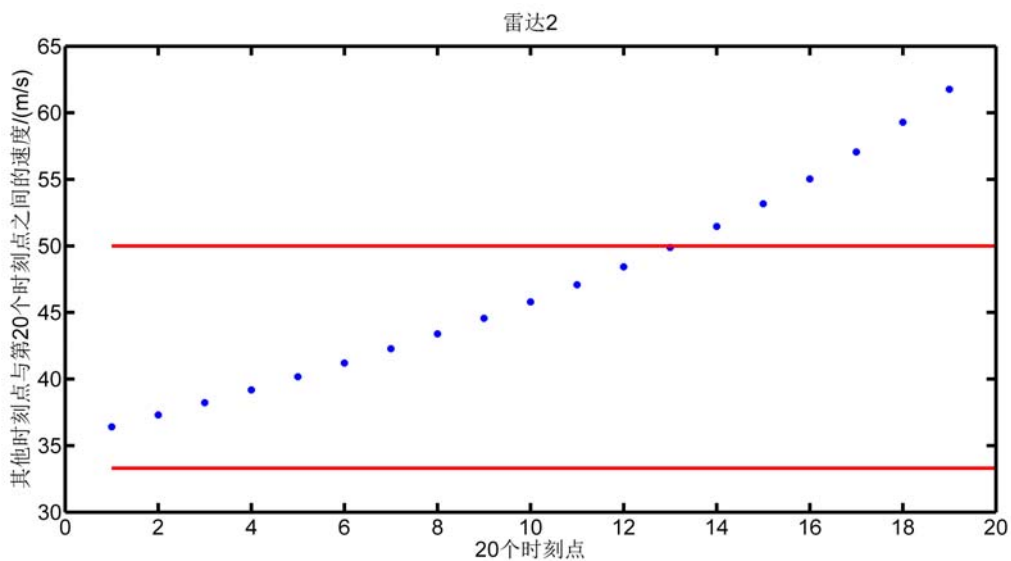


图 12 无人机干扰雷达 2 时的速度

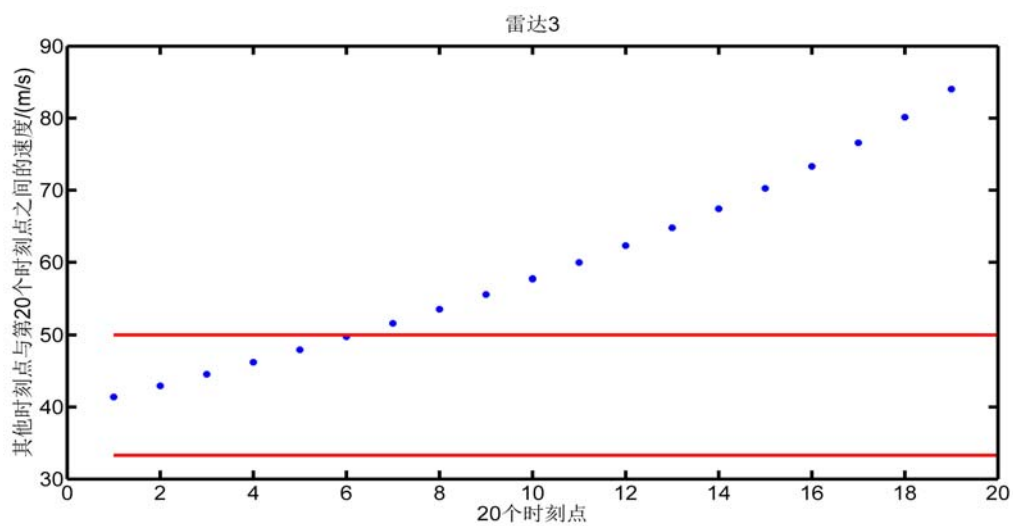


图 13 无人机干扰雷达 3 时的速度

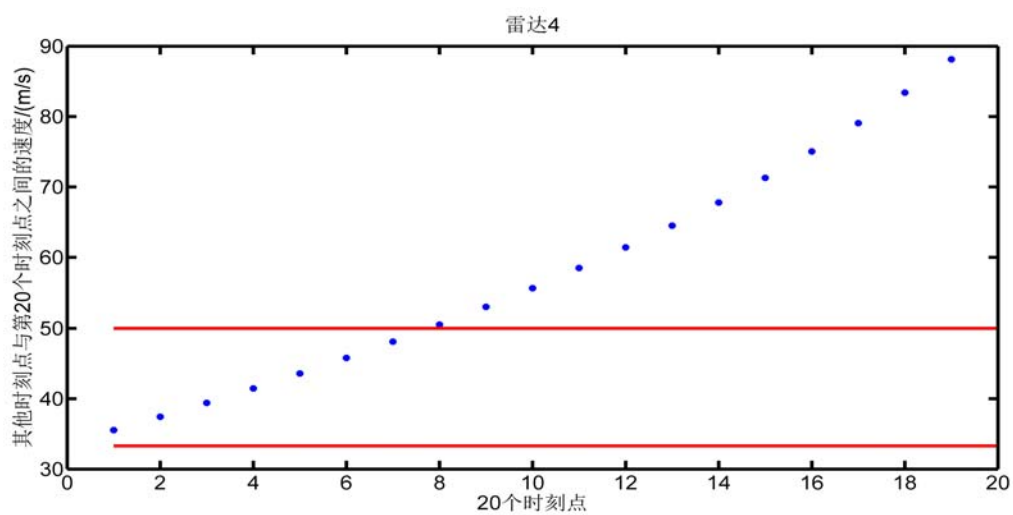


图 14 无人机干扰雷达 4 时的速度

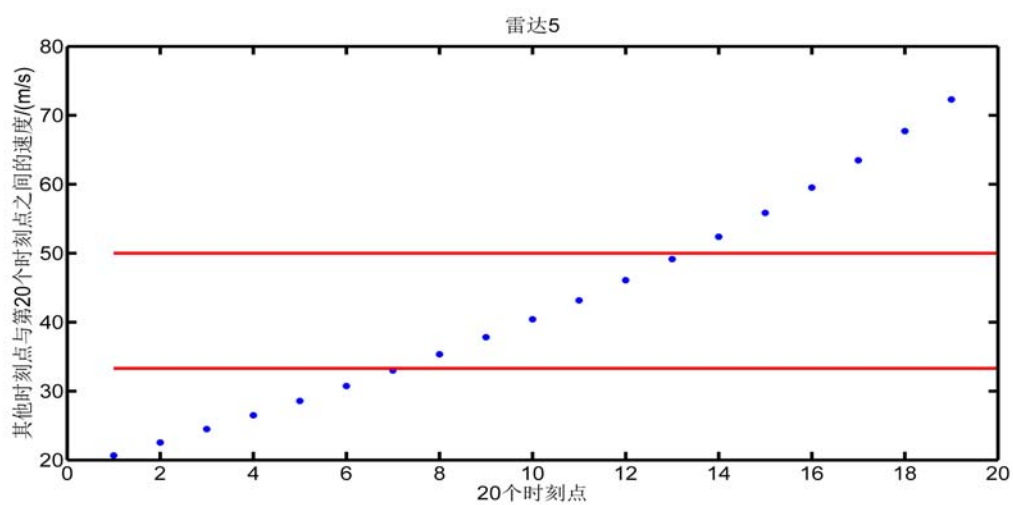


图 15 无人机干扰雷达 5 时的速度

表 1 31 架无人机的速度

架次	1	2	3	4	5	6	7	8
x 方向速度	3.49	11.96	35.57	33.88	32.51	33.48	33.86	33.46
y 方向速度	37.06	38.17	7.75	7.53	7.36	7.70	7.90	7.90
架次	9	10	11	12	13	14	15	16
x 方向速度	33.46	33.36	32.38	21.32	20.38	19.52	21.13	19.80
y 方向速度	7.98	8.02	8.19	30.35	28.61	27.06	28.97	26.90
架次	17	18	19	20	21	22	23	24
x 方向速度	19.92	21.10	20.23	20.05	5.13	4.63	4.17	3.76
y 方向速度	26.86	28.27	27.00	26.72	32.93	33.03	33.08	33.14
架次	25	26	27	28	29	30	31	
x 方向速度	4.37	4.21	3.85	3.65	3.54	1.48	35.32	
y 方向速度	33.06	34.11	33.20	33.18	33.64	39.97	10.71	

表 2 无人机之间的协同策略

时刻	雷达 1	雷达 2	雷达 3	雷达 4	雷达 5
1		第 3 架(2500m) 36.40m/s	第 12 架(2500m) 37.09m/s	第 21 架(2345m) 33.33m/s	
2		第 4 架(2420m) 34.71m/s	第 13 架(2400m) 35.13m/s	第 22 架(2405m) 33.35m/s	
3		第 5 架(2353m) 33.33m/s	第 14 架(2305m) 33.37m/s	第 23 架(2455m) 33.34m/s	
4		第 6 架(2450m) 34.35m/s	第 15 架(2500m) 35.86m/s	第 24 架(2500m) 33.35m/s	
5		第 7 架(2500m) 34.77m/s	第 16 架(2345m) 33.40m/s	第 30 架(2200m) 40.00m/s	
6		第 8 架(2487m) 34.38m/s	第 17 架(2360m) 33.44m/s	第 25 架(2400m) 33.35m/s	
7		第 9 架(2500m) 34.40m/s	第 18 架(2500m) 35.28m/s	第 26 架(2500m) 34.37m/s	
8		第 10 架 (2500m) 34.31m/s	第 19 架(2400m) 33.74m/s	第 27 架(2450m) 33.42m/s	
9	第 1 架(2500m) 37.22m/s		第 20 架(2380m) 33.41m/s	第 28 架(2460m) 33.38m/s	

10			第 20 架(2380m) 33.41m/s	第 29 架(2500m) 33.83m/s	第 31 架(2500m) 36.91m/s
11	第 2 架(2300m) 40.00m/s	第 11 架 (2300m) 33.40m/s	第 19 架(2400m) 33.74m/s		
12		第 11 架 (2300m) 33.40m/s	第 18 架(2500m) 35.28m/s	第 29 架(2500m) 33.83m/s	
13		第 10 架 (2500m) 34.31m/s	第 17 架(2360m) 33.44m/s	第 28 架(2460m) 33.38m/s	
14		第 9 架(2500m) 34.40m/s	第 16 架(2345m) 33.40m/s	第 27 架(2450m) 33.42m/s	
15		第 8 架(2487m) 34.38m/s	第 15 架(2500m) 35.86m/s	第 26 架(2500m) 34.37m/s	
16		第 7 架(2500m) 34.77m/s	第 14 架(2305m) 33.37m/s	第 25 架(2400m) 33.35m/s	
17		第 6 架(2450m) 34.35m/s	第 13 架(2400m) 35.13m/s	第 24 架(2500m) 33.35m/s	
18		第 5 架(2353m) 33.33m/s	第 12 架(2500m) 37.09m/s	第 23 架(2455m) 33.34m/s	
19		第 4 架(2420m) 34.71m/s		第 22 架(2405m) 33.35m/s	第 31 架(2500m) 36.91m/s
20	第 1 架(2500m) 37.22m/s	第 3 架(2500m) 36.40m/s		第 21 架(2345m) 33.33m/s	

表 1 为 31 架无人机的速度，表 2 为无人机之间的协同策略。考虑到安全因素，无人机间距需控制在 100 m 以上，但由于干扰不同雷达的无人机之间的距离远大于 100 m，所以干扰不同雷达的无人机无需考虑安全因素，只需考虑干扰同一部雷达的无人机之间的安全距离。为了增大无人机之间的安全距离可以降低无人机的飞行高度，但随着无人机飞行高度降低，无人机相邻时刻的距离 $dis_i^{t_m, t_n} = \sqrt{(x_i^{t_m} - x_i^{t_n})^2 + (y_i^{t_m} - y_i^{t_n})^2 + (z_i^{t_m} - z_i^{t_n})^2}$ 会缩短，其相应速度 $v_i^{t_m, t_n} = \frac{dis_i^{t_m, t_n}}{t_n - t_m}$ 也会减小。当求解干扰同一雷达的无人机高度时，采取“先降后升”或“先升后降”的原则进行规划。最后对方案进行优化，得到完成给定的

虚假目标航迹最少需要无人机 31 架。31 架无人机的飞行轨迹如图 16、图 17、图 18、图 19 和图 20 所示。图中左侧三角符号标记的点为第 1 时刻的空间位置。

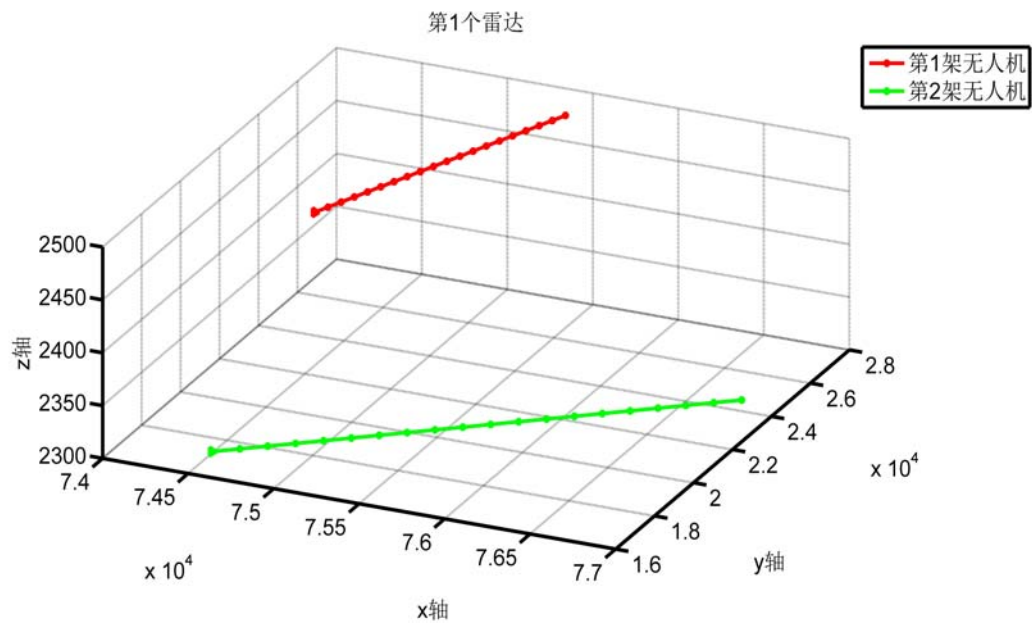


图 16 干扰雷达 1 的无人机飞行轨迹

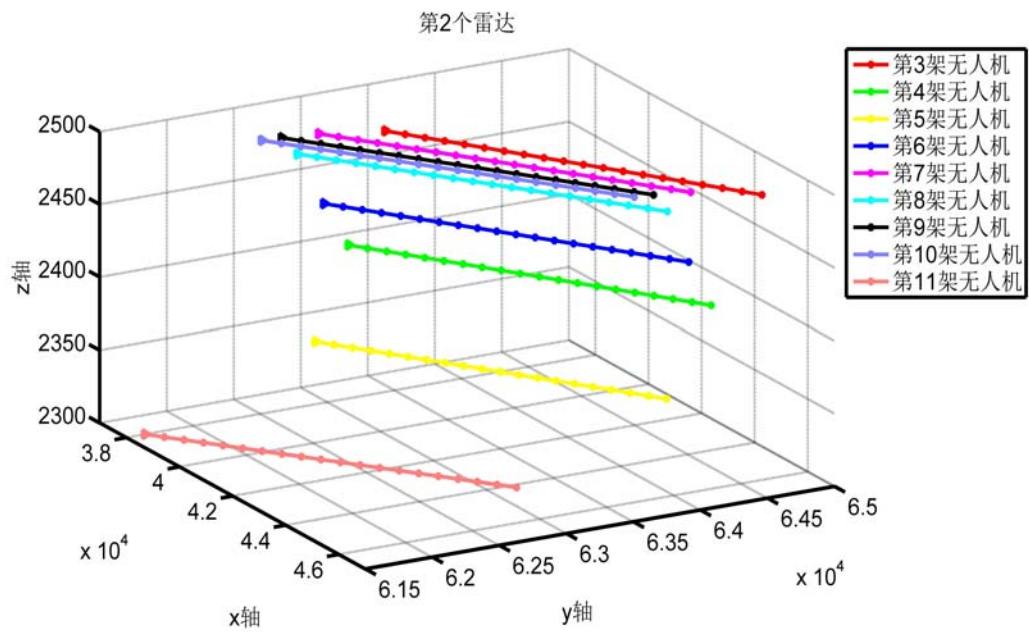


图 17 干扰雷达 2 的无人机飞行轨迹

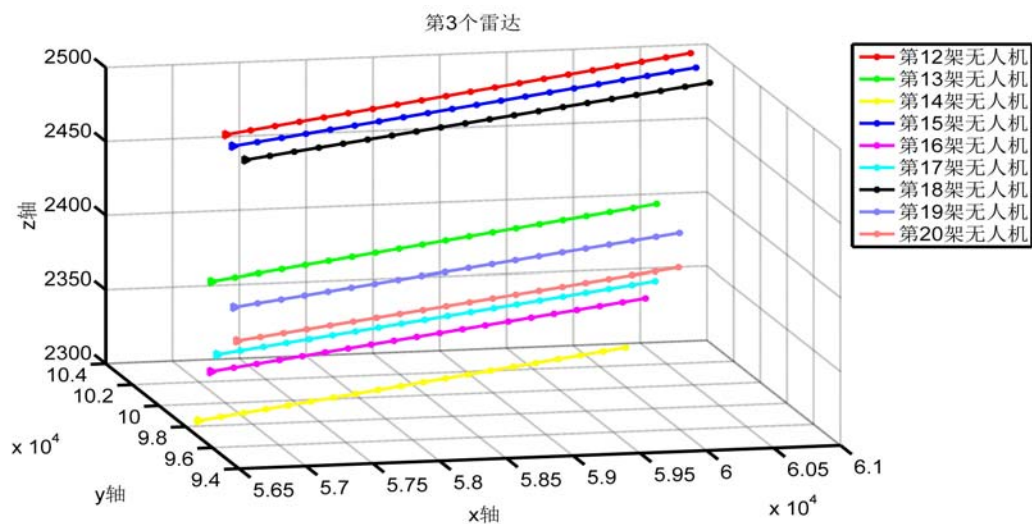


图 18 干扰雷达 3 的无人机飞行轨迹

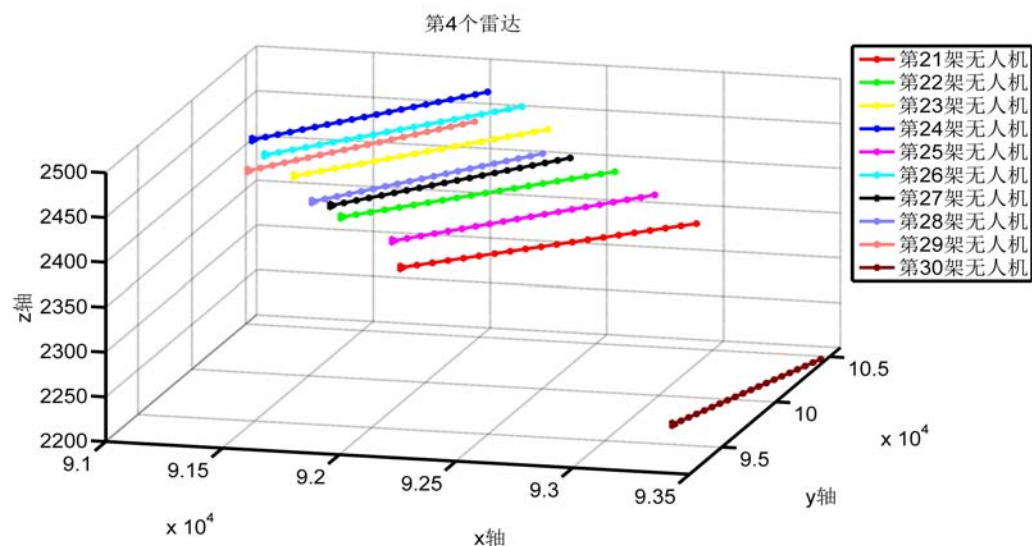


图 19 干扰雷达 4 的无人机飞行轨迹

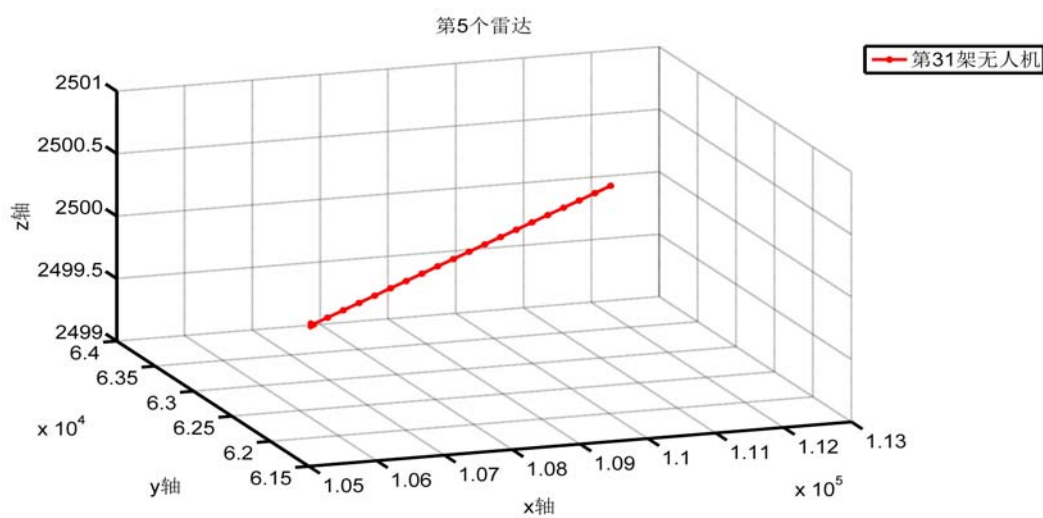


图 20 干扰雷达 5 的无人机飞行轨迹

31 架无人机在 x 方向上的速度和在 y 方向上的速度如图 21 和图 22 所示。

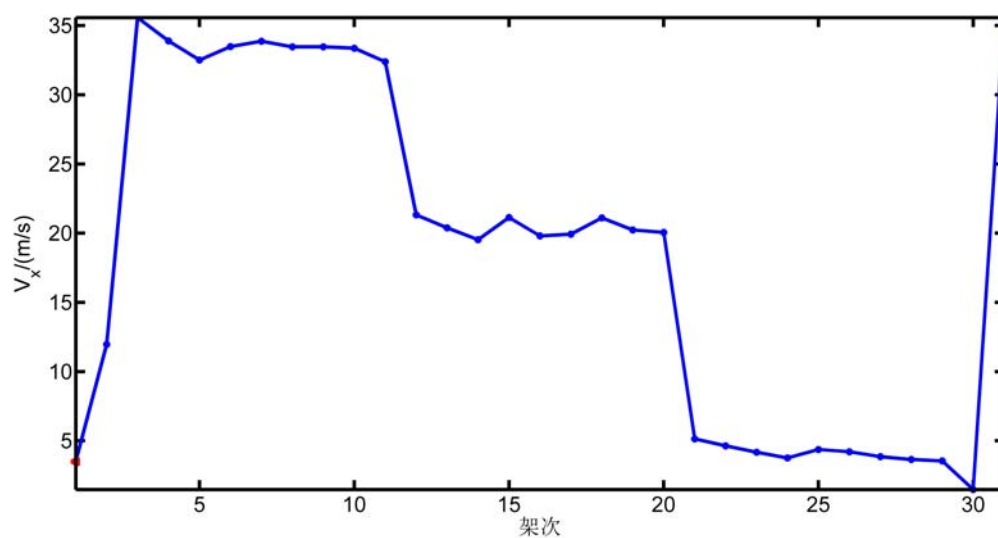


图 21 31 架无人机在 x 方向上的速度

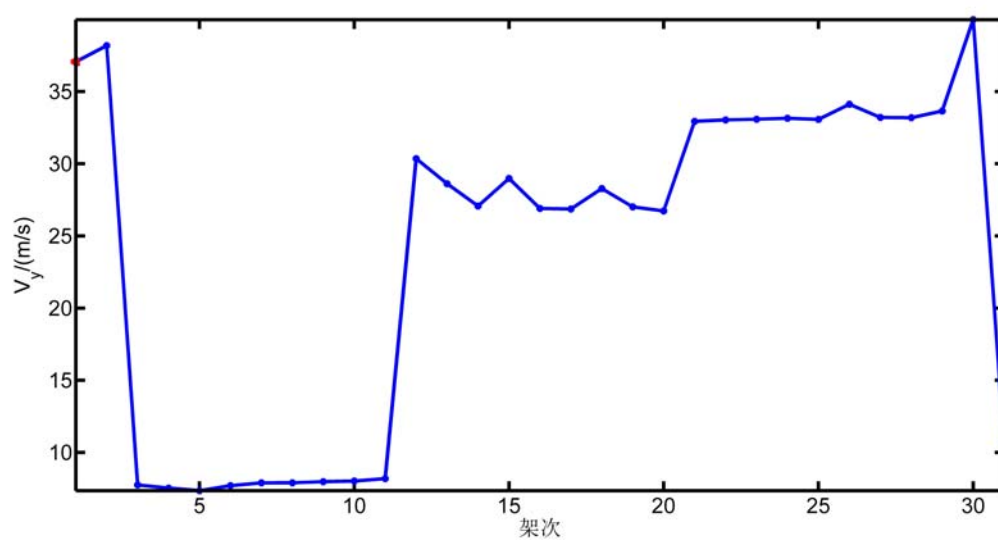


图 22 31 架无人机在 y 方向上的速度

六、问题二

6.1 问题分析及模型建立

6.1.1 问题分析

问题 2: 对雷达实施有源假目标欺骗干扰时，干扰设备可同时转发最多 7 个假目标信息，其空间状态由干扰机和雷达部署位置共同决定。该组网雷达系统的每一部雷达的数据更新率为 10 秒。要求无人机尽可能少做转弯、爬升、俯冲等机动动作，且转弯半径不小于 250m。9 架无人机组成的编队在 5 分钟内，完成附件 1 要求的虚假航迹。随后，尽可能产生出多条虚假的航迹，并给出每一架无人机的运动规律，并分析每一条虚假航迹的运动规律和合理性。

总体思路: 问题一中要求无人机保持匀速直线运动，而**问题二**放宽了对无人机的限制，无人机可完成转弯、爬升、俯冲等机动动作，同时具有一定的加速度；**问题二**中无人机的数量减少为 9 架，要求尽可能多的得到虚假航迹。本问题分两步进行分析：第一步根据已知的虚假目标航迹找到合理的无人机飞行轨迹；第二步根据已知的一条虚假目标航迹分析剩余无人机（9 架无人机-参与形成给定虚假目标航迹的无人机）能够形成的虚假目标航迹，同时保证形成的虚假目标航迹数量最多。

第一步: 形成一条虚假目标航迹最少需要 3 架无人机，通过计算可知 5 部雷达之间的距离远远超过了无人机在一定时间内的飞行距离，因此可先假设：存在若干架无人机干扰 3 部雷达，且 1 架无人机在 20 个时刻内仅干扰 1 部雷达，可由多个无人机在不同时刻干扰 1 部雷达。先计算干扰雷达 1 所需要的无人机飞行轨迹：假设在时刻 1 存在初始高度 h_0 （可得到初始的空间坐标），限制时刻 2 点的高度在 2000m 至 5000m 范围内和飞行距离在 333m~500m 范围内，用**遗传算法**计算时刻 2 的坐标，然后根据得到的时刻 2 坐标计算时刻 3 坐标。采用同样的方法可得到干扰雷达 2、3、4 和 5 所需要的另外 4 条无人机飞行轨迹。根据无人机飞行状态的限制（转弯半径小于 250m，尽可能少转弯、爬升和俯冲），从 5 条无人机飞行轨迹中选择合理的 3 条，然后根据飞行轨迹确定无人机的架数。

第二步: 分析时刻 1 时虚假航迹点和雷达状态，找到在有限无人机数量的情况下存在最多虚假目标航迹的无人机分配方式。如图 23 所示，线 $l_{a,o}$ 、线 $l_{b,o}$ 和线 $l_{c,o}$ 分别为时刻

1 时虚假航迹点分别同雷达 1、雷达 2 和雷达 5 的连线，点 o 为三条线交点。为了得到最多的虚假的航迹，应该尽量利用已经确定的 3 条假航迹点分别同雷达 1、雷达 2 和雷达 5 的连线。从雷达 5 引出直线 $l_{a,b}$ 与线 $l_{a,o}$ 交于点 a，直线 $l_{a,b}$ 再与直线 $l_{b,c}$ 交于点 b，直线 $l_{b,c}$ 与直线 $l_{o,c}$ 交于点 c。雷达 3 和雷达 4 引出 3 条直线交于点 a、点 b 和点 c，证明存在一点 d，这 6 条中会有 1 条交于点 d，其直角坐标为 (x'_d, y'_d, z'_d) 。点 a、点 b 和点 c 的直角坐标分别为 (x'_a, y'_a, z'_a) 、 (x'_b, y'_b, z'_b) 和 (x'_c, y'_c, z'_c) 。通过优化变量 z'_a 、 z'_b 和 z'_d ，使得点 d 与 6 条直线的距离的乘积为 0。若存在这样的变量 z'_a 、 z'_b 和 z'_d ，则这 6 条直线至少存在 1 条直线与直线 $l_{o,d}$ 交于点 d。

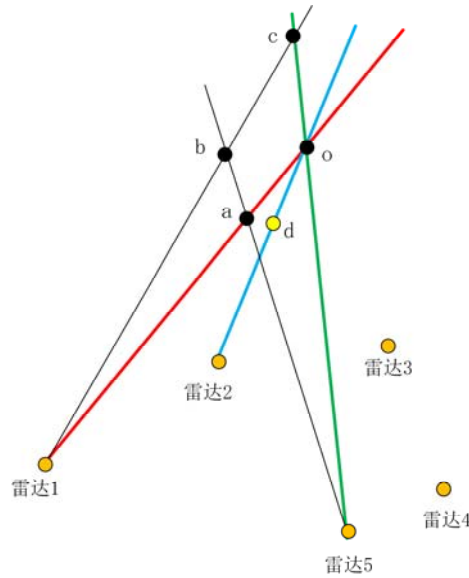


图 23 简易分析图

6.1.2 模型建立

无人机的数量减少为 9 架，但要求尽可能多的得到虚假航迹，且无人机可以做一定转弯、爬升、俯冲等机动动作，转弯半径不小于 250m。故有：

$$\forall m, \sum_{i=3}^{I=9} A_i^{t_m} \geq 3, m=1, 2, \dots, 20 \quad (1)$$

$$R \geq 250m \quad (2)$$

式中， R 为无人机的转弯半径。

问题二，要求尽可能多的再产生虚假航迹线， L 为虚假航迹线数，故为可以建立单目标优化模型如下：

$$\max \left(L = \sum_{i=3}^{l=9} l_i \right) \quad (3)$$

$$s.t. \begin{cases} \left| \vec{V}_i \right| = \sqrt{V_{i,x}^2 + V_{i,y}^2 + V_{i,z}^2} \in (33.3, 50) \\ x_i^t = x_i^{t_0} + V_{i,x} * (t - t_0) \\ y_i^t = y_i^{t_0} + V_{i,y} * (t - t_0) \\ z_i^t = z_i^{t_0} + V_{i,z} * (t - t_0) \in (2000, 2500) \\ V_{i,x} = V_{i,x^{t_0}} + a_{i,x}^t * (t - t_0) \\ V_{i,y} = V_{i,y^{t_0}} + a_{i,y}^t * (t - t_0) \\ V_{i,z} = V_{i,z^{t_0}} + a_{i,z}^t * (t - t_0) \\ \frac{x - x_{i,p}^t}{x_{i,p}^t - x_k^t} = \frac{y - y_{i,p}^t}{y_{i,p}^t - y_k^t} = \frac{z - z_{i,p}^t}{z_{i,p}^t - z_k^t}, p \geq 1, p \leq 7 \\ \left| B_k^t C_k^t \right| = \sqrt{(x_k^t - x_{i,p}^t)^2 + (y_k^t - y_{i,p}^t)^2 + (z_k^t - z_{i,p}^t)^2} \leq 150000m \\ \left| A_i^{t_1} A_i^{t_{20}} \right| = \sqrt{(x_i^{t_1} - x_i^{t_{20}})^2 + (y_i^{t_1} - y_i^{t_{20}})^2 + (z_i^{t_1} - z_i^{t_{20}})^2} \\ \left| A_i^{t_1} A_i^t \right|_{min} = \sqrt{(x_i^{t_1} - x_i^t)^2 + (y_i^{t_1} - y_i^t)^2 + (z_i^{t_1} - z_i^t)^2} \\ \left| A_i^{t_1} A_i^{t_{20}} \right| \geq \left| A_i^{t_1} A_i^t \right|_{min} \\ dis_{i,j}^t = \sqrt{(x_i^t - x_j^t)^2 + (y_i^t - y_j^t)^2 + (z_i^t - z_j^t)^2} \geq 100m \\ dis_{i_m, t_n}^t = \sqrt{(x_{i_m}^t - x_{i_n}^t)^2 + (y_{i_m}^t - y_{i_n}^t)^2 + (z_{i_m}^t - z_{i_n}^t)^2} \\ V_{i_m, t_n}^t = \frac{dis_{i_m, t_n}^t}{t_n - t_m} \in (33.3, 50) \\ A_i^t = L_{i,k,p}^t \cap l_i \\ R \geq 250m \\ \forall m, \sum_{i=3}^{l=9} A_i^{t_m} \geq 3, m = 1, 2, \dots, 20 \end{cases} \quad (4)$$

6.2 问题求解

问题二分 2 步进行求解：(1) 满足附件 1 要求，利用遗传算法和蚁群算法计算干扰各个雷达所需要的无人机飞行轨迹；(2) 在有限无人机数量的情况下，找到存在最多虚假目标航迹的无人机分配方式。

6.2.1 附件 1 要求的虚假航迹

形成附件 1 要求的虚假航迹最少需要 3 架无人机。由问题一可知，5 部雷达之间的距离远远超过了无人机在一定时间内的飞行距离，故 1 架无人机在 20 个时刻内仅可干扰 1 部雷达，这样就不需要考虑无人机的安全距离。计算干扰雷达 1 所需要的无人机飞行轨迹：假设在时刻 1 存在初始高度 h_0 （可得到初始的空间坐标），限制时刻 2 点的高度在 2000 m 至 5000 m 范围内和飞行距离在 333 m~500 m 范围内，用遗传算法计算时刻

2 的坐标，然后根据得到的时刻 2 坐标计算时刻 3 坐标。类似的，得到干扰雷达 2、3、4 和 5 所需要的另外 4 条无人机飞行轨迹，如图 24、图 25 和图 26 所示。

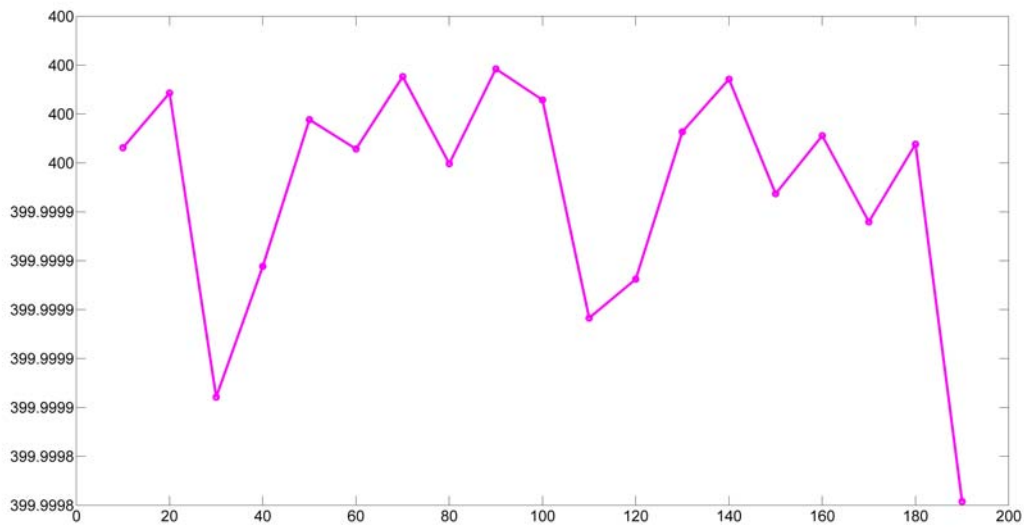


图 24 雷达 1 距离

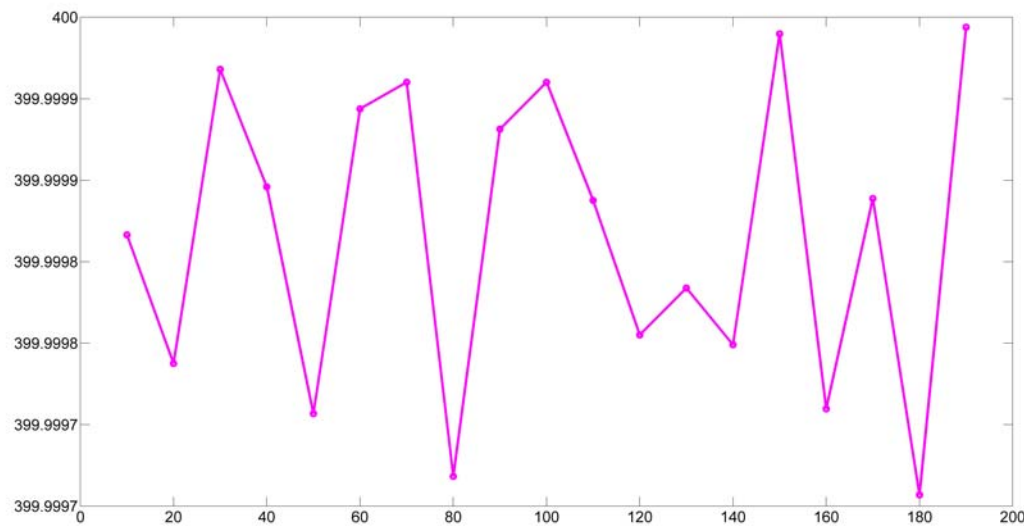


图 25 雷达 2 距离

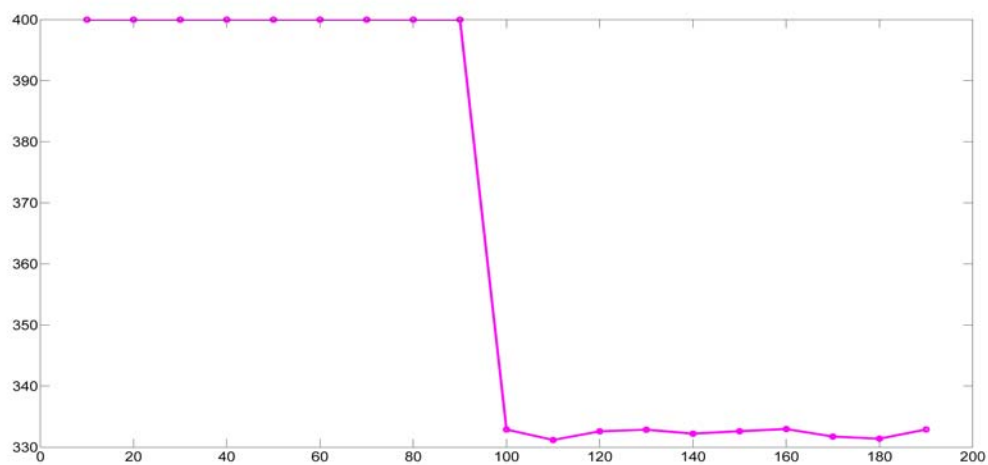


图 26 雷达 5 距离

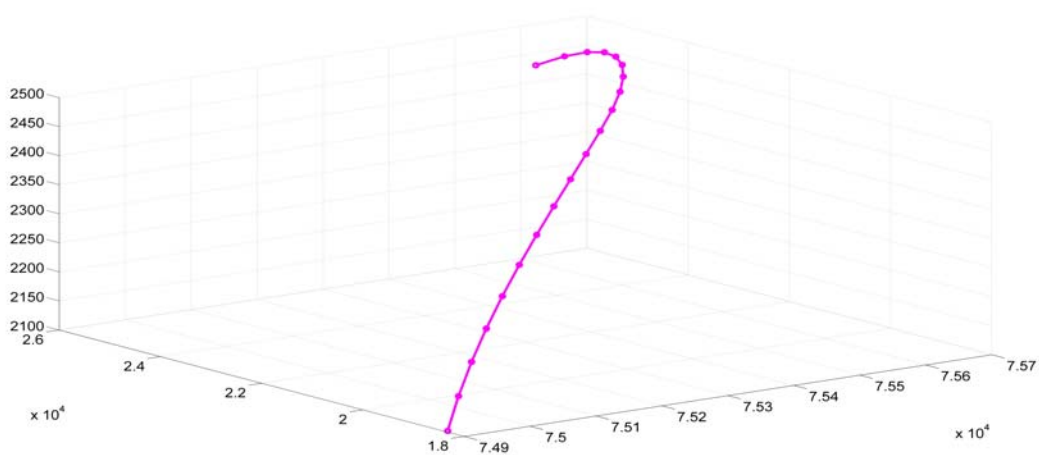


图 27 干扰雷达 1 的无人机轨迹

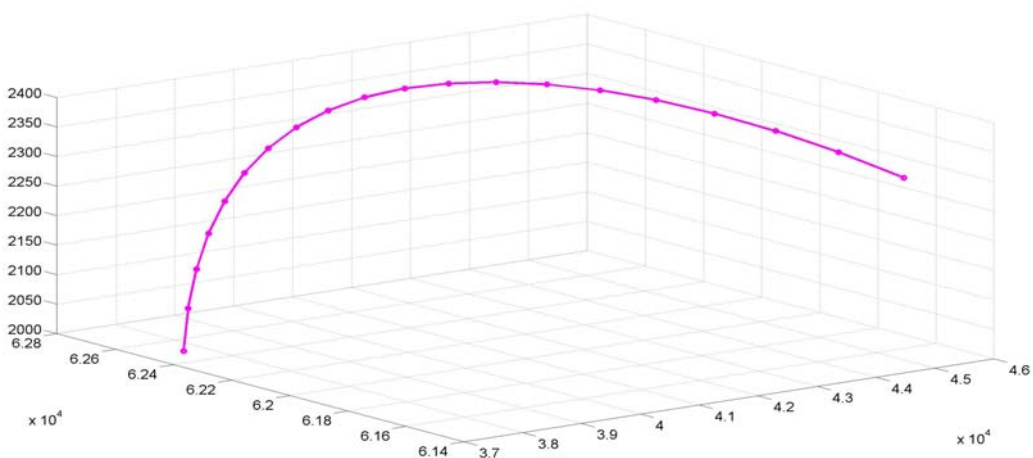


图 28 干扰雷达 3 的无人机轨迹

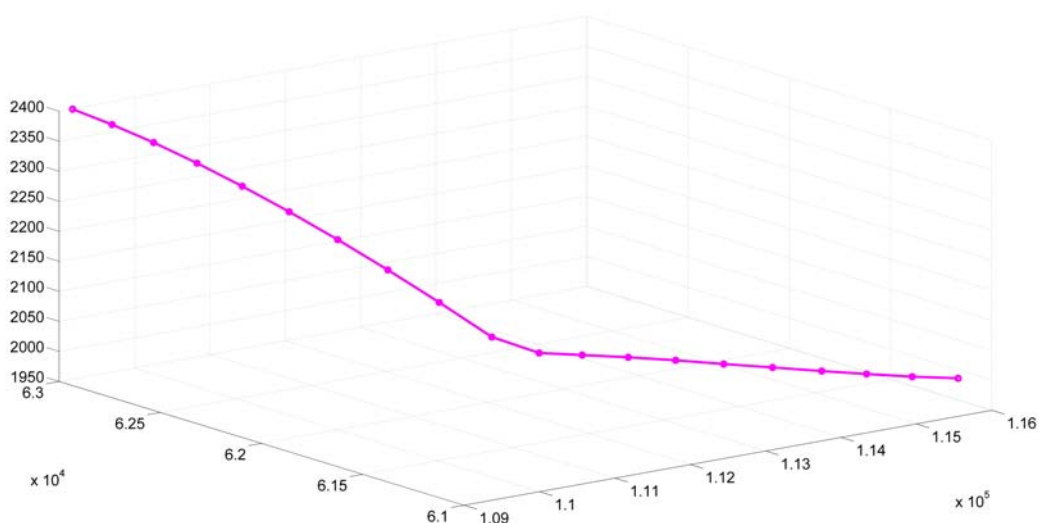


图 29 干扰雷达 5 的无人机轨迹

无人机要求转弯半径小于 250m，尽可能少转弯、爬升和俯冲，从 5 条无人机飞行轨迹中选择合理的 3 条飞行轨迹，如图 27、图 28 和图 29 所示。

6.2.2 尽可能多的虚假航迹

由上一小节可知，只需要 3 架无人机即可实现附件 1 所要求的虚假航迹。为此，还剩下 6 架无人机可以进行分配。雷达 3 和雷达 4 引出 3 条直线交于点 a、点 b 和点 c，可形成 6 条直线，通过优化变量 z'_a 、 z'_b 和 z'_d ，使得点 d 与这 6 条直线的距离的乘积为 0，即这 6 条直线至少存在 1 条直线与直线 $l_{o,d}$ 交于点 d。

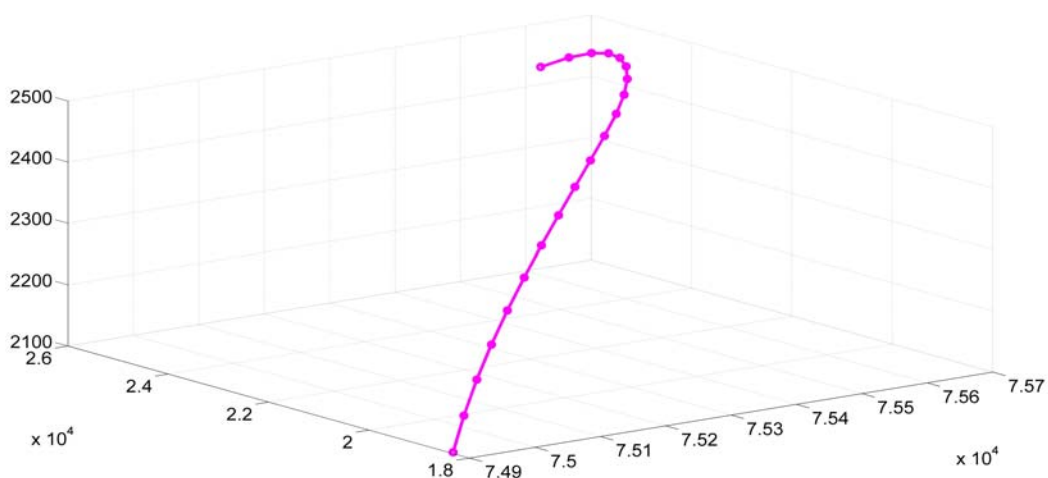


图 30 雷达 1 对应的第 1 条轨迹

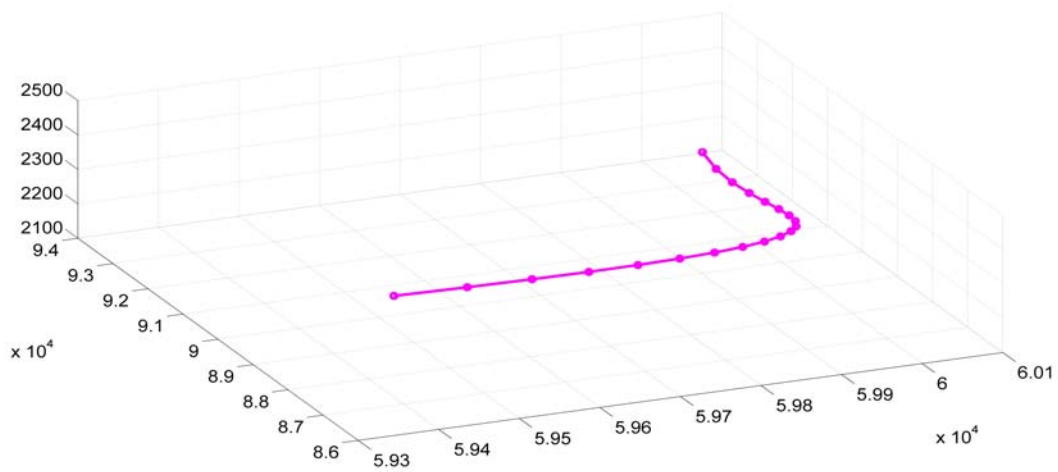


图 31 雷达 3 对应的第 1 条轨迹

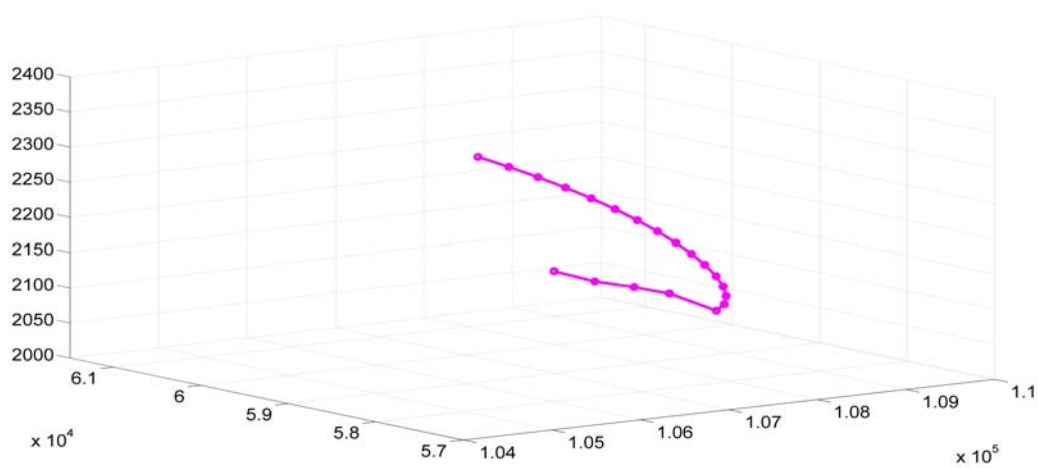


图 32 雷达 5 对应的第 1 条轨迹

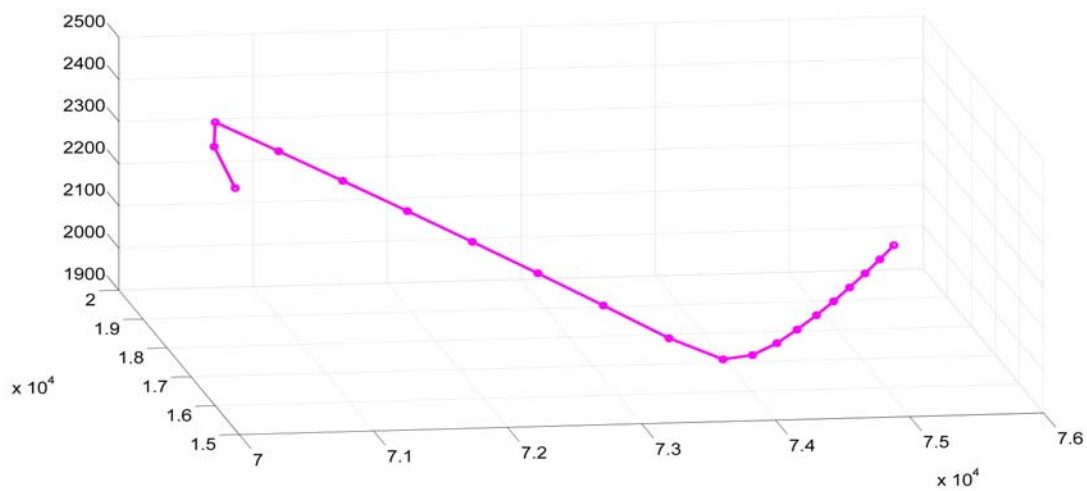


图 33 雷达 1 对应的第 2 条轨迹

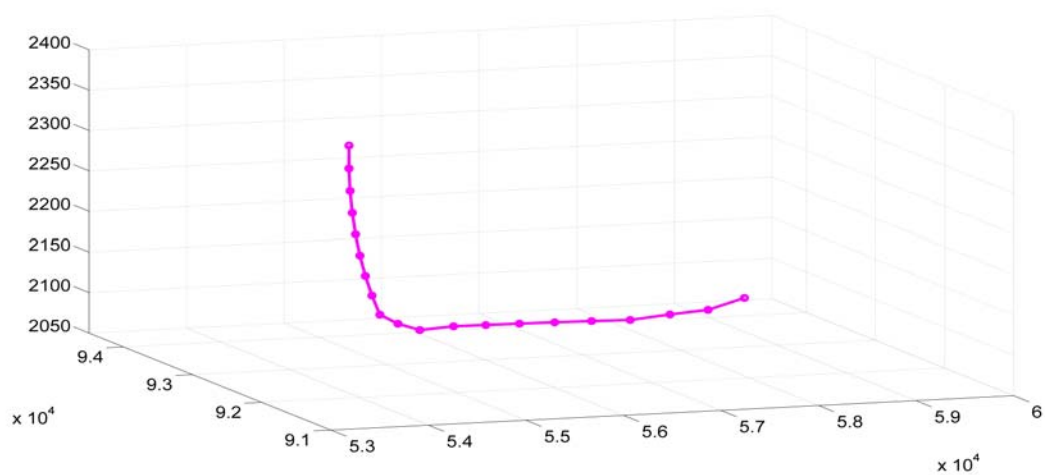


图 34 雷达 3 对应的第 2 条轨迹

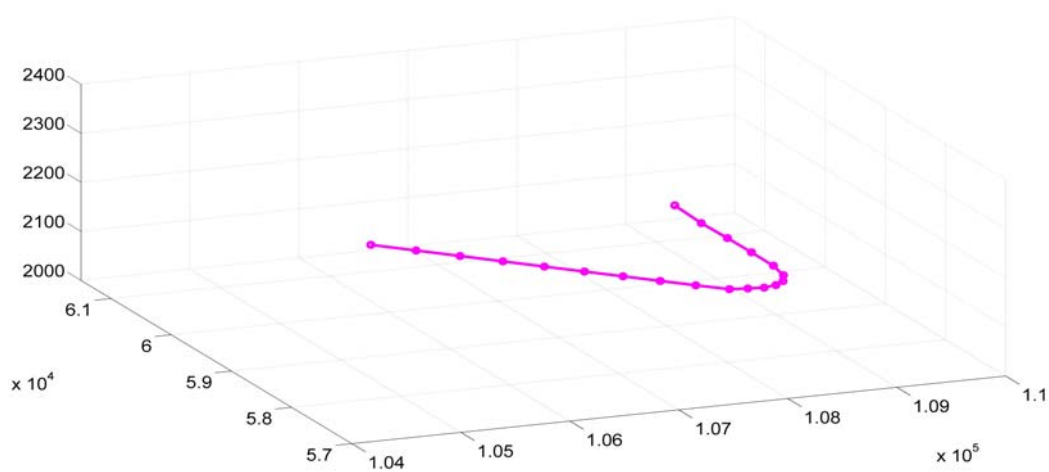


图 35 雷达 5 对应的第 2 条轨迹

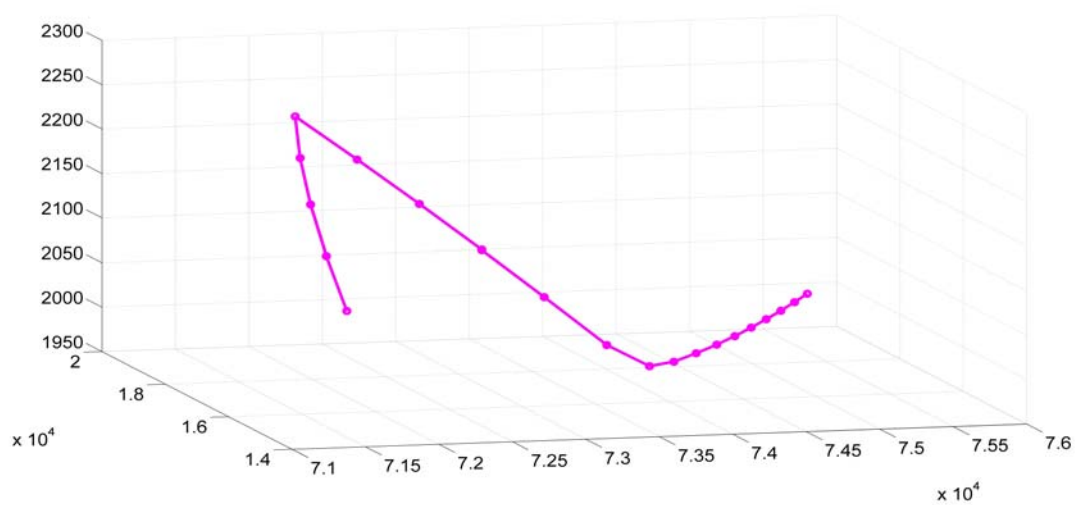


图 36 雷达 1 对应的第 3 条轨迹

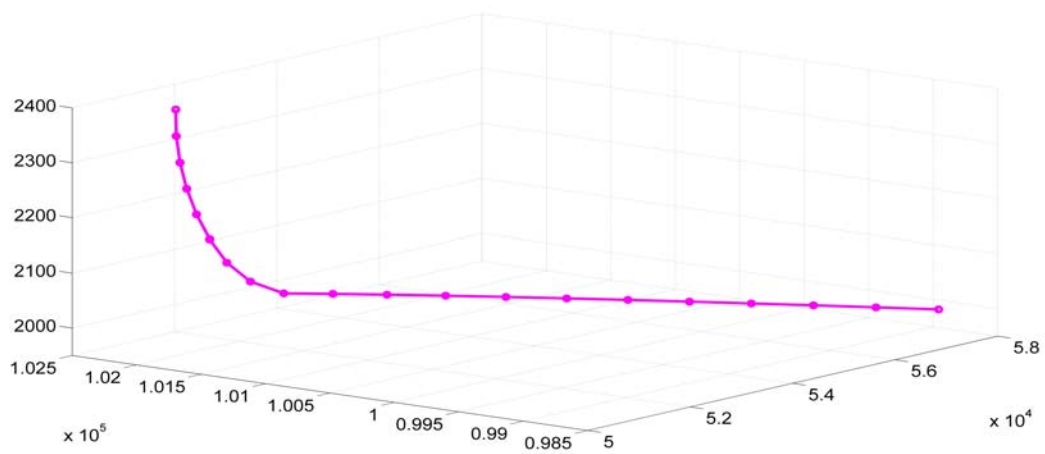


图 37 雷达 3 对应的第 3 条轨迹

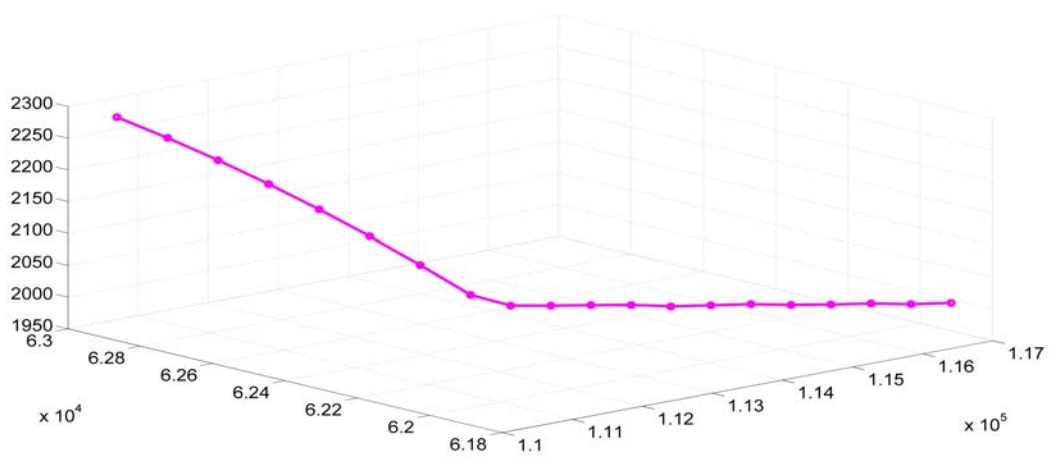


图 38 雷达 5 对应的第 3 条轨迹

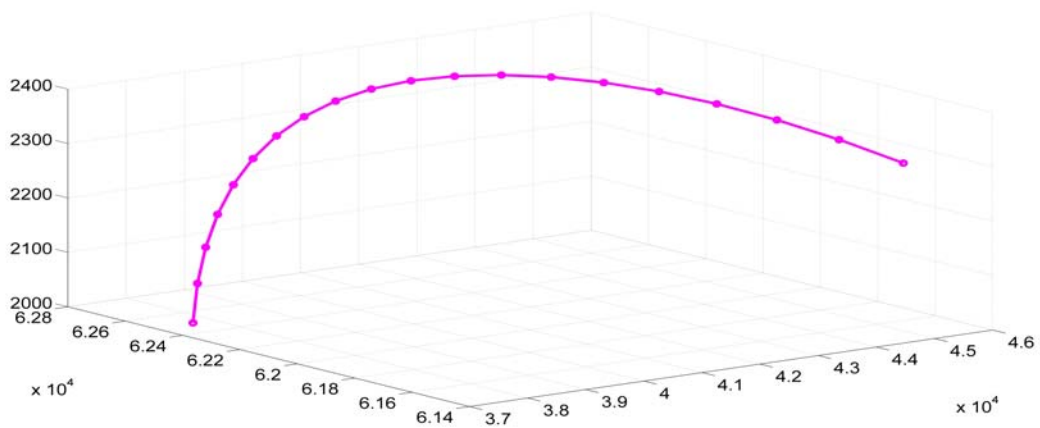


图 39 雷达 1 对应的第 4 条轨迹

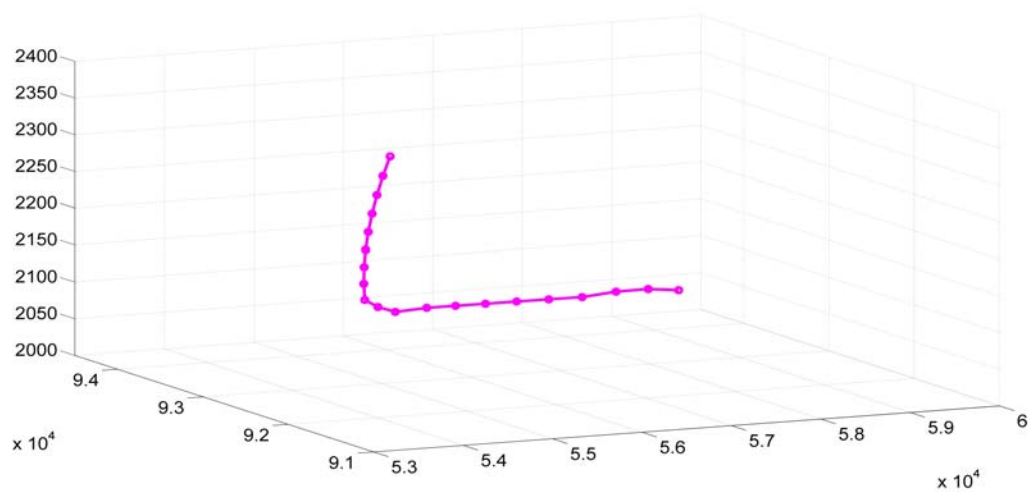


图 40 雷达 3 对应的第 4 条轨迹

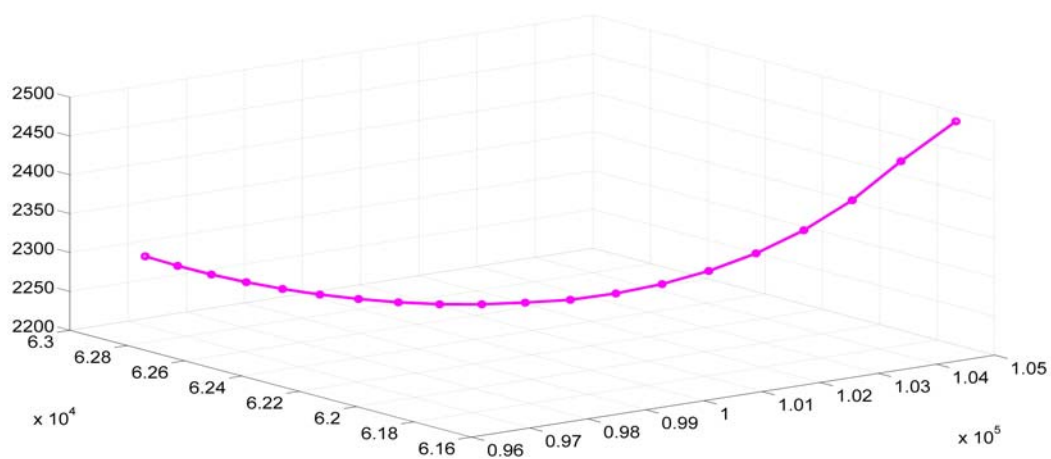


图 41 雷达 5 对应的第 4 条轨迹

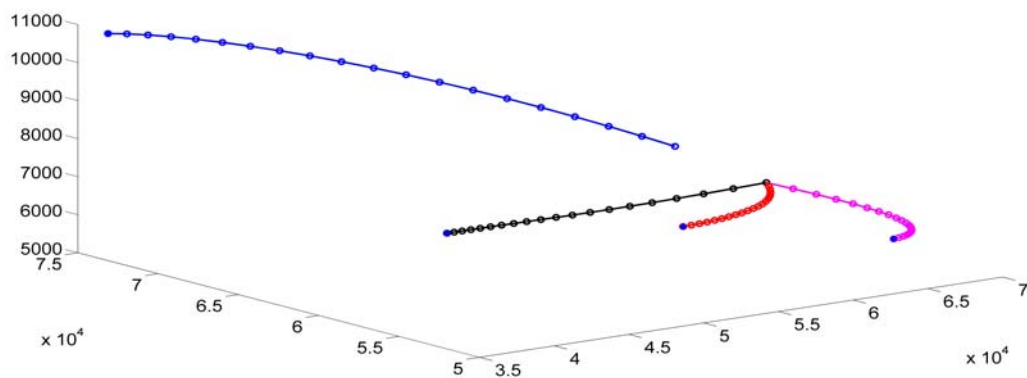


图 42 四条虚假航迹

表 3 问题二虚假点与雷达连线

第 1 条虚假航迹	$L_{o,a,1}^m$	$L_{o,d,2}^m$	$L_{o,c,5}^m$
第 2 条虚假航迹	$L_{o,a,1}^m$	$L_{a,3}^m$	$L_{a,b,5}^m$
第 3 条虚假航迹	$L_{b,c,1}^m$	$L_{b,d,3}^m$	$L_{a,b,5}^m$
第 4 条虚假航迹	$L_{b,c,1}^m$	$L_{c,3}^m$	$L_{o,c,5}^m$
第 5 条虚假航迹	$L_{o,d,2}^m$	$L_{b,d,3}^m$	$L_{d,5}^m$

表中，时刻 m 时，虚假目标点 i 和第 k 部雷达的连线，记为 $L_{i,k}^m$ ，若连线上虚假目标点 j ，则记为 $L_{i,j,k}^m$ ，其中 $i, j = o, a, b, c, d$ ， $k = 1, 2, 3, 4, 5$ 。

七、问题三

7.1 问题分析及模型建立

7.1.1 问题分析

当雷达受到压制干扰或其它因素的干扰而无法正常获取回波信号，组网雷达系统信息融合中心可以航迹维持策略：若之前与受干扰的雷达联合检测到目标的另 2 部雷达没有受到干扰，正常检测到回波信号，那么在融合中心就对这两部雷达检测的目标航迹点信息进行同源检验，若通过亦视为是合理的目标航迹点；若一条航迹中这类航迹点的个数不超过 3 个时（该航迹的其余航迹点仍需通过前面规定的“同源检验”），该航迹就被继续保留。针对上述航迹维持策略，协同无人机编队的飞行，至多还可产生出多少条虚假航迹。给出每一架无人机的运动规律和协同策略，分析每一条虚假航迹的运动规律和合理性。

总体思路：问题三在原来问题二的基础上，增加了组网雷达系统信息融合中心的航迹维持策略。问题三，可以利用问题二所得到的结果。考虑到总时间为 5 分钟，即总共有 31 个时刻。问题二得到的结果用到了前面 20 个时刻，对无人机的航迹进行了限制，但是后 11 个时刻并没有，为此，可以考虑利用后面 11 个时刻点与组网雷达系统信息融合中心的航迹维持策略来增加 1 条或 1 条以上的虚假航迹。由于航迹维持策略的影响，

前面 20 个时刻只要有 6 个时刻满足“同源检测”即可。最后，在问题二结果的基础上修改，发现确实存在这样的无人机飞行协同策略，使得还可以再产生一条虚假航迹。

7.1.2 模型建立

融合中心对 5 部雷达获取的目标状态信息进行“同源检验”，即要有 3 部以上雷达的航迹点状态信息通过了同源检验，融合中心就将其确定为一个合理的航迹点，但是当雷达受到压制干扰或其它因素的干扰而无法正常获取回波信号，组网雷达系统信息融合中心可以采取航迹维持策略：若一条航迹中这类航迹点的个数不超过 3 个时，该航迹就被继续保留。故有：

$$\sum_{i=3}^{l=9} A_i^{t_m} \geq 3, m \geq 17 \quad (5)$$

问题三，要求尽可能多的再产生虚假航迹线， L 为虚假航迹线数，故为可以建立单目标优化模型如下：

$$\max \left(L = \sum_{i=3}^{l=9} l_i \right) \quad (6)$$

$$s.t. \begin{cases} |\vec{V}_i| = \sqrt{V_{i,x}^2 + V_{i,y}^2 + V_{i,z}^2} \in (33.3, 50) \\ x_i^t = x_i^{t_0} + V_{i,x} * (t - t_0) \\ y_i^t = y_i^{t_0} + V_{i,y} * (t - t_0) \\ z_i^t = z_i^{t_0} + V_{i,z} * (t - t_0) \in (2000, 2500) \\ V_{i,x} = V_{i,x^{t_0}} + a_{i,x^t}^t * (t - t_0) \\ V_{i,y} = V_{i,y^{t_0}} + a_{i,y^t}^t * (t - t_0) \\ V_{i,z} = V_{i,z^{t_0}} + a_{i,z^t}^t * (t - t_0) \\ p \geq 1, p \leq 7 \\ \frac{x - x_{i,p}^t}{x_{i,p}^t - x_k^t} = \frac{y - y_{i,p}^t}{y_{i,p}^t - y_k^t} = \frac{z - z_{i,p}^t}{z_{i,p}^t - z_k^t} \\ |B_k^t C_k^t| = \sqrt{(x_k^t - x_{i,p}^t)^2 + (y_k^t - y_{i,p}^t)^2 + (z_k^t - z_{i,p}^t)^2} \leq 150000m \\ |A_i^{t_1} A_i^{t_{20}}| = \sqrt{(x_i^{t_1} - x_i^{t_{20}})^2 + (y_i^{t_1} - y_i^{t_{20}})^2 + (z_i^{t_1} - z_i^{t_{20}})^2} \\ |A_i^{t_1} A_i^t|_{min} = \sqrt{(x_i^{t_1} - x_i^t)^2 + (y_i^{t_1} - y_i^t)^2 + (z_i^{t_1} - z_i^t)^2} \\ |A_i^{t_1} A_i^{t_{20}}| \geq |A_i^{t_1} A_i^t|_{min} \\ dis_{i,j}^t = \sqrt{(x_i^t - x_j^t)^2 + (y_i^t - y_j^t)^2 + (z_i^t - z_j^t)^2} \geq 100m \\ dis_{i_m, i_n}^{t_m, t_n} = \sqrt{(x_{i_m}^{t_m} - x_{i_n}^{t_n})^2 + (y_{i_m}^{t_m} - y_{i_n}^{t_n})^2 + (z_{i_m}^{t_m} - z_{i_n}^{t_n})^2} \\ V_{i_m, i_n}^{t_m, t_n} = \frac{dis_{i_m, i_n}^{t_m, t_n}}{t_n - t_m} \in (33.3, 50) \\ A_i^t = L_{i,k,p}^t \cap l_i \\ \sum_{i=3}^{l=9} A_i^{t_m} \geq 3, m \geq 17 \end{cases} \quad (7)$$

7.2 问题求解

以问题二的结论为基础，根据组网雷达系统信息融合中心采取的航迹维持策略适当改变问题二的无人机飞行协同策略，来增加虚假航迹线数。为了增大实现的可能性，应该优先选择虚假目标点和其受干扰雷达的连线同其他连线交点最少的，进行调整。

易得 $L_{a,3}^m$ 、 $L_{c,3}^m$ 和 $L_{d,5}^m$ 同其他连线交点最少的。易得雷达 3，雷达 5，虚假目标点 a ，虚假目标点 b 和虚假目标点 d 在同一个平面，则 $L_{a,3}^m$ 和 $L_{d,5}^m$ 必有一个交点，记为点 e 。因为对应虚假目标点 e ，已经 2 架无人机对雷达 3 和雷达 5 进行了干扰，再增加一台无人机干扰，即可完成“同源检验”条件。做出无人机协同策略，如表 4。

表 4 第 5 条虚假航迹的无人机协同策略

时刻	12~14	15~17	18~20	21~31
第 5 条虚假航迹	$L_{c,3}^m$	$L_{b,d,3}^m$	无	$L_{o,a,1}^m$

表 4 中 $L_{c,3}^m$ ，表示原来在虚假目标点 c 和第 3 部雷达的连线 $L_{c,3}^m$ 的无人机，改变飞行路线发射位于虚假目标点 e ，后面的意义类似。

参考文献

- [1] 崔洪杰. 威胁联网下多无人机协同任务规划研究[D].西北工业大学,2016.马强, 田振华, 王贞福, 秦莉, 宁永强. 一种基于热补偿电流的大功率 VCSEL 模型[J]. 发光学报, 2009, 30(4): 463-466.
- [2] 张养瑞. 对雷达网的多机伴随式协同干扰技术研究[D].北京理工大学,2015.
- [3] 李小波,孙琳,周青松,单凉.多机协同的组网雷达欺骗干扰航迹优化[J].现代防御技术,2016,44(06):43-49.
- [4] 孙琳,李小波,毛云祥,徐旭宇.基于多机协同的组网雷达欺骗干扰策略[J].电子信息对抗技术,2016,31(03):51-54+63.

- [5] 郭淑芬,余国文,熊鑫,徐鹏.基于无人机协同的航迹欺骗干扰方法研究[J].空军预警学院学报,2018,32(01):44-47+54.
- [6] 汪嘉业,杨承磊,张彩明.计算线段集合的相交直线及其最大存在范围[J].软件学报,2008(11):3053-3060.
- [7] 杨俭,汤亚波.假目标欺骗干扰无人机空域协同干扰策略研究[J].航空科学技术,2017,28(05):37-41.
- [8] 李子杰,刘湘伟,刘畅,吴志建.雷达假目标干扰无人机航路规划研究[J].现代雷达,2013,35(08):84-88.
- [9] 王立娟. 平面上几何物体序列遍历算法的优化研究[D].大连海事大学,2016.
- [10] 李晓东. 现代雷达干扰技术研究[D].电子科技大学,2011.
- [11] 任洪海. 一种基于直线区域划分的线段裁剪算法 [J]. 科学技术与工程,2008(13):3675-3677+3681.