

第九届“华为杯”全国研究生数学建模竞赛



题 目 云导风计算的初步探究

摘 要:

本文针对云导风的度量模型和算法进行了深入研究,并在常规反演方法的基础上提出了改进的措施,根据题中给的数据定量计算出云导风风矢量场信息,与常规方法比较,改进后的效果良好。

问题一:分别建立了以地球球心和同步卫星为坐标原点的两个三维坐标系,并计算出两个坐标系的变换关系矩阵 T ,建立了经纬度与灰度矩阵之间的换算关系。求解出灰度矩阵中第 500 行和第 500、501、502 列三个交叉点处对应的经纬度分别为: $(46.3775^\circ, 32.9053^\circ)$ 、 $(46.4623^\circ, 32.8998^\circ)$ 、 $(46.5476^\circ, 32.8939^\circ)$ 。矩阵形式的经纬度坐标文件 `jwd.txt` 及卫星云图 `spic.jpg` 存于附件中。

问题二:通过分析卫星云图的灰度特性和纹理特征,提出了基于最大灰度和梯度交叉相关系数的云导风反演方法,利用灰度阈值云检测方法去除地物对反演结果的影响,并且通过计算前后两个时次的风矢量,根据时间连续性和空间连续性准则进行质量控制。计算得到的 21:00 时刻各经纬度处的二维风矢量见附件文件 `winsh.txt`,五个规定点处的风矢如表 1。

问题三:依据最大图像信息熵准则,自适应调整匹配窗口大小,并提出多尺度搜索策略,有效减少计算量。采用该策略得到五个规定点的风矢见表 3。

问题四:利用双线性插值方法,计算非零风矢量在云图中的亮温值和该点处的温度廓线,通过亮温在温度廓线中的相应位置查找非零风矢量的高度。五个规定点风矢量所在的等压面见表 4。

关键字: 云导风; 坐标变换; 最大交叉相关系数; 信息熵; 双线性插值

一、问题重述

卫星云图在掌握大气环流、中长期天气预报以及灾害性天气学的研究中有重要作用。它由地球同步卫星上的红外探测仪探测地球上空的温度数据再转换成灰度数据制作而成。红外探测仪扫描采样时，按步进角(南北方向)和行扫描角(东西方向)均为 140 微弧(1 弧度=1000000 微弧)采样。在卫星与地球中心的连线和地球表面的交点(称为星下点)处的分辨率大约是 5 公里。本题提供的卫星探测数据文件都是 2288×2288 的灰度值矩阵，矩阵的每个元素都对应地球上或地球外的一个探测点(或称采样点)。同步卫星离地球中心的高度为 42164000 米，星下点在东经 86.5 度，北纬 0 度，星下点对应的矩阵元素位于矩阵的第 1145 行和第 1145 列相交处。

为解答本题，首先要确定灰度矩阵中每个元素对应的采样点在地球上的经纬度。地球可视为理想椭球，这个理想椭球可以由地球的一个经过南北极的椭圆截面绕南北极的连线旋转而得到，椭圆截面的长半轴(赤道半径)=6378136.5m，短半轴(极半径)=6356751.8m；可将灰度矩阵中非负元素的行列号由上北下南、左西右东的地图规则换算成地球上经纬度坐标。

观测大气环流情况的一个方法是在卫星云图上标出风矢。风矢的大小和方向由云块移动的速度决定。风矢与风的速度有所不同，如某个台风中一些区域的风速可达每秒五、六十米，而台风(看作云块)中心的移动速度可能仅每小时十多公里。没有云或云块不稳定处的风矢规定为零风矢，这种用云块的移动所定义的风矢被称为云迹风。气象部门已经有一些方法根据变化的卫星云图计算云迹风，这类方法称为云导风方法。计算云迹风时通常将云块大小限定为 16×16 个像素，搜索范围限定为 64×64 个像素。

本题的主要目的是希望大家充分利用卫星图像数据及其特点建立尽可能准确地描述实际风矢场的度量模型和算法。

具体要求解决如下问题：

1. 换算视场坐标。给出灰度矩阵元素行列号对应于经纬度坐标的换算公式，建立矩阵形式的经纬度坐标文本文件，这里矩阵的第 i 行与第 j 列，分别对应灰度矩阵的 $450+i$ 行与 $450+j$ 列，矩阵元素是(经度，纬度)这种形式的二维数组，给出结果的范围为：灰度矩阵中的第 451 行至 550 行，第 451 列至 550 列，文本文件取名为 jwd.txt；而在论文中给出第 500 行和第 500、501、502 列三个交叉点处对应的经纬度。进而将卫星灰度矩阵 IR1_2100.mat 转化为卫星云图，并在这个卫星云图上添加海岸线。

2. 根据三个相邻时刻的卫星数据 (IR1_2030.mat, IR1_2100.mat, IR1_2130.mat)，用适当的方法建立 21:00 时刻风矢场的度量模型，给出计算方案，并利用该方法计算 21:00 时刻在各个(整数)经纬度处的二维风矢。确定一个二维风矢需要 4 个指标：起始点的纬度、经度，风矢的方向(单位：从正北方顺时针方向量得的角度)和大小(单位：米/秒)。计算范围为：南纬 40 度至北纬 40 度，东经 46 度至 126 度。在论文中给出上面计算结果中全部非零风矢的个数，并给出在纬度 26 度，经度分别是 52, 53, 54, 57, 58 (度)处的风矢，这些风矢的表示形式可参照下面问题 4 中对 winsh.txt 要求的格式。给出对上述窗口大小和搜索范围的限定的理解或评价。

3. 为了提高像素块匹配质量，取消问题 2 中窗口大小和搜索范围的限定，利用图像特征匹配等思想，设计能自适应地确定窗口大小和搜索范围的有效方

法。进而建立风矢场的度量模型和算法。并利用此模型和算法计算问题 2 中在纬度 26 度，经度分别是 52, 53, 54, 57, 58（度）处的风矢。

定量分析分析比较建立的这两种风矢计算方法的优劣，结论要有定量数据支撑。并提出关于云图数据量和云导风风矢场计算研究的建议。

4. 应用附件中全球温度数值预报文件 temp3.mat 计算问题 2 中非零风矢所在的等压面（用该时刻该处大气的压强值标志，物理单位为毫巴）。并在论文中给出在纬度 26 度，经度分别是 52, 53, 54, 57, 58（度）处附近求出的风矢量所在的等压面。用文本文件列表的形式给出问题 2 和本问题的计算结果，保存为电子文档 winsh.txt. 最后在问题 1 中画出的卫星云图上添加所计算出的非零风矢量结果（参照附录中的云导风图），并将此标有风矢图标的卫星云图（即云导风图）保存为 PDF 文件或 JPEG 文件，取名为 winsp.pdf 或 winsp.jpg。

二、模型假设

假设地球为理想椭球,可以由地球的一个经过南北极的椭圆截面绕南北极的连线旋转而得到，椭圆截面的长半轴（赤道半径）=6378136.5m，短半轴（极半径）=6356751.8m。

三、符号说明

θ_p ：表示 P 点经度角；

φ_p ：P 点纬度角；

S_o ：卫星星下点；

O' ：赤道上的 0 度经度点；

α_p ：卫星从星下点起水平扫描角；

β_p ：卫星从赤道起竖直抬升角。

四、模型的建立与求解

4.1 问题一的解答

4.1.1 问题分析

问题一首先要给出灰度矩阵中各元素行列号对应于经纬度坐标的换算公式，也就是根据灰度矩阵中的行列号值，来求解对应的经纬度问题。灰度矩阵是同步卫星上红外探测仪扫描时的探测点，根据红外探测仪的扫描原理可知，灰度矩阵中的元素与卫星位置存在固定关系，同时卫星位置、地心和探测点的经纬度之间也存在固定的关系。因此，可以先通过计算它们之间逐步变换关系，最终确定灰度矩阵和经纬度之间的变换关系。

问题一还需要将灰度矩阵转化为卫星云图，并在卫星云图上添加海岸线。只要确定了经纬度坐标与灰度矩阵之间的变换关系，那么就可以将海岸线的经纬度转换成灰度矩阵之后在卫星云图上表示出来。

4.1.2 坐标转换模型的建立

以地球球心为坐标原点，赤道平面为 XOY 平面，地球球心指向同步卫星的方向为 X 轴，X 轴沿着赤道平面顺时针旋转 90°为 Y 轴，地球球心指向北极方向为 Z 轴，建立球心坐标系 O-XYZ。

以地球同步卫星所在位置 S 点为坐标原点，同步卫星指向地球球心为 X'

图 1 中, P 点表示地球表面的某一探测点 (灰度矩阵中第 i 行, 第 j 列的元素), D 点是 P 在赤道平面上的投影, C 点是过 D 点向 X 轴作垂线后与 X 轴的交点, O' 点是赤道与零度经度线的焦点, S₀ 是星下点, h 表示地心与同步卫星之间的距离 $|OS|=42164000m$ 。从而可知: $\varphi_p = \angle POD$ 是 P 点的纬度角, $\theta_p = \angle O'D$ 是 P 点的经度角。

由 $O\text{-}XYZ$ 和 $\theta_p = \angle O'OD$ 的位置关系可知, $S\text{-}X'Y'Z'$ 坐标系是由 $O\text{-}XYZ$ 坐标系先向右平移 h , 然后再绕 Z 轴方向旋转 180° 得到。

平移变换:

绕 Z 轴旋转变换:

$$\begin{aligned}
[x_i' y_i' z_i' 1] &= [x_i y_i z_i 1] \begin{bmatrix} \cos \phi_z & \sin \phi_z & 0 & 0 \\ -\sin \phi_z & \cos \phi_z & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
&= [x_i y_i z_i 1] \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{1.2}$$

假设S-X'Y'Z'坐标系与O-XYZ坐标系的变换关系为：

$$[x_i' y_i' z_i' 1] = [x_i y_i z_i 1]T,$$

其中T为两个坐标系的变换矩阵，由式(1.1)、(1.2)可知：

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ h & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ h & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

所以两个坐标的变换关系为：

$$[x_i' y_i' z_i' 1] = [x_i y_i z_i 1] \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ h & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \tag{1.3}$$

题中需要求解的P点经纬度 (θ_p, ϕ_p) ，可以转化为求解P点在O-XYZ坐标系下的坐标 $P(x_p, y_p, z_p)$ ；根据坐标变换关系又可以转化为求P点在S-X'Y'Z'坐标系下的坐标 $P(x_p', y_p', z_p')$ ，而 $P(x_p', y_p', z_p')$ 与P点在灰度矩阵中的具体位置 $P(i, j)$ 之间存在特定关系，根据它们之间的特定关系就可以建立方程求解出 $P(x_p', y_p', z_p')$ 。这个过程的正向推导就可以在已知P点的经纬度 (θ_p, ϕ_p) 情况下求解P点在灰度矩阵中的具体位置 $P(i, j)$ ，而反向推导就可以在已知P点在灰度矩阵中的具体位置 $P(i, j)$ 情况下求解P点的经纬度 (θ_p, ϕ_p) 。

4.1.3 问题求解

(1) 由灰度矩阵推导经纬度

对于问题一，假设P点的当前位置在灰度矩阵中第*i*行和第*j*列，其中 $451 \leq i \leq 550$ ， $451 \leq j \leq 550$ 。根据题中红外探测仪扫描规则和已知条件可知，P点可由同步卫星从星下点先水平向西旋转 α_p 角度，再竖直向北旋转 β_p 得到。

其中：

$$\alpha_p = (j - 1145)\alpha_0, \tag{1.4}$$

$$\beta_p = (1145 - i)\beta_0, \tag{1.5}$$

α_0 、 β_0 分别表示红外探测仪行扫描角和步进角，其值均为 140 微弧。

如图 1，假设 P 点在坐标系 S-X'Y'Z' 中坐标为 $P(x_p', y_p', z_p')$ ，下面求解 $P(x_p', y_p', z_p')$ 。

在直角三角形 ΔDCS 和 ΔPDS 中，可得：

$$\sin \alpha_p = \overline{CD} / \overline{DS} = y_p' / \sqrt{x_p'^2 + y_p'^2}, \quad (1.6)$$

$$\sin \beta_p = \overline{DP} / \overline{PS} = z_p' / \sqrt{x_p'^2 + y_p'^2 + z_p'^2}. \quad (1.7)$$

另外，题中假设地球可视为理想椭球，这个理想椭球可以由地球的一个经过南北极的椭圆截面绕南北极的连线旋转而得到，椭圆截面的长半轴（赤道半径） $a=6378136.5\text{m}$ ，短半轴（极半径） $b=6356751.8\text{m}$ ，可得到地球在 O-XYZ 坐标系下的方程为：

$$\frac{x^2 + y^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1.$$

通过坐标转换，将地球转换到 S-X'Y'Z' 坐标系下，得到地球在 S-X'Y'Z' 坐标系下的方程为：

$$\frac{(x' - h)^2 + y'^2}{a^2} + \frac{z'^2}{b^2} = 1, \quad (1.8)$$

因为 $P(x_p', y_p', z_p')$ 在地球上，所以也满足 (1.8) 式。

联立式子 (1.4)、(1.5)、(1.6)、(1.7)、(1.8)，当给定 i 和 j 的值时，就可以计算出 x_p' 、 y_p' 和 z_p' 的值。在联立求解时，根据 (1.6) 和 (1.7) 式将 y_p' 和 z_p' 用 x_p' 表示，然后将 y_p' 和 z_p' 带入 (1.8) 式中得到一个关于 x_p' 的一个复杂的一元二次方程， x_p' 值的范围为 $(h - \overline{SS_o}, h) = (h - a, h)$ 。这里我们采用黄金分割法求解这个复杂的一元二次方程。即首先将 x_p' 的一元二次方程转化为 $f(x_p') = 0$ 的形式，那么 $f(x')$ 在 $(h - a, h)$ 内必然有一个零点，此点即为 x_p' 的值。取 $f(x) = |f(x)|$ ，分别从 h 和 $h - a$ 两个端点逐步向内采用黄金分割法求解 $f(x)$ 的零点，当 $f(x)$ 的值逐步逼近为 0，满足给定的一个极小的误差值时，此时的 x 点即可认为是 x_p' 点的值。

再根据前面求解的式 (1.3) 坐标变换关系：

$$[x_i' y_i' z_i' 1] = [x_i y_i z_i 1] T,$$

$$\text{则} \quad [x_p y_p z_p 1] = [x_p' y_p' z_p' 1] T^{-1}.$$

从而就确定了 P 点在 O-XYZ 坐标系下的坐标 $P(x_p, y_p, z_p)$ 。

根据图 1 可知，P 点的经纬度角 θ_p 和 φ_p 与 P 点的坐标 $P(x_p, y_p, z_p)$ 有如下关系：

$$\sin(\theta_{so} - \theta_p) = \frac{y_p}{\sqrt{x_p^2 + y_p^2}},$$

$$\sin \varphi_p = \frac{z_p}{\sqrt{x_p^2 + y_p^2 + z_p^2}}.$$

其中, $\theta_{so} = 86.5^\circ$ 表示卫星星下点所在位置的经度。进而可得:

$$\begin{cases} \theta_p = \theta_{so} - \arcsin\left(\frac{y_p}{\sqrt{x_p^2 + y_p^2}}\right) \\ \varphi_p = \arcsin \frac{z_p}{\sqrt{x_p^2 + y_p^2 + z_p^2}} \end{cases}.$$

至此, 已知灰度矩阵中元素的行列号求导出了该元素的经纬度坐标。

根据前面的推导, 求得第 500 行和第 500、501、502 列三个交叉点处对应的经纬度分别为:

(46.3775°, 32.9053°)、(46.4623°, 32.8998°)、(46.5476°, 32.8939°)。

(2)由经纬度推导灰度矩阵

要在卫星云图上添加海岸线, 就必须要把给定的海岸线经纬度坐标转化到灰度矩阵中, 求解出在灰度矩阵的具体位置。

由经纬度推导灰度矩阵是由灰度矩阵推导经纬度的逆过程, 其推导原理类似。

已知 P 点的经纬度 (θ_p, φ_p) , 可求 P 点在 O-XYZ 坐标系下的坐标 $P(x_p, y_p, z_p)$:

$$\begin{cases} x_p = |\overline{OP}| \cos \varphi_p \cos(\theta_{so} - \theta_p) \\ y_p = |\overline{OP}| \cos \varphi_p \sin(\theta_{so} - \theta_p) \\ z_p = |\overline{OP}| \sin \varphi_p \end{cases} \quad (1.9)$$

又因为过 P 点和地球南北轴 (Z 轴) 形成的平面与地球球面的交线是过球心的一个椭圆, 所以 $|\overline{OP}| = \sqrt{(a \cos \varphi_p)^2 + (b \sin \varphi_p)^2}$, 即求解出 $P(x_p, y_p, z_p)$ 。

然后再根据坐标变换关系矩阵 (1.3) 式, 可以求解出 P 点在 S-X'Y'Z' 坐标系下的坐标 $P(x_p', y_p', z_p')$ 。

由 (1.6) 式和 (1.7) 式可得:

$$\alpha_p = \arcsin(y_p' / \sqrt{x_p'^2 + y_p'^2}),$$

$$\beta_p = \arcsin(z_p' / \sqrt{x_p'^2 + y_p'^2 + z_p'^2}).$$

最后由 (1.4) 式和 (1.5) 式可得 P 点在灰度矩阵中的行列值 $P(i, j)$:

$$\begin{cases} i = 1145 - [\beta_p / \beta_0] \\ j = 1145 + [\alpha_p / \alpha_0] \end{cases}.$$

式中： $[\beta_p/\beta_0]$ 和 $[\alpha_p/\alpha_0]$ 分别表示对 β_p/β_0 和 α_p/α_0 的值取整数。

下面给出添加了海岸线的由卫星灰度矩阵 IR1_2100.mat 转化的卫星云图，如图 2 所示。

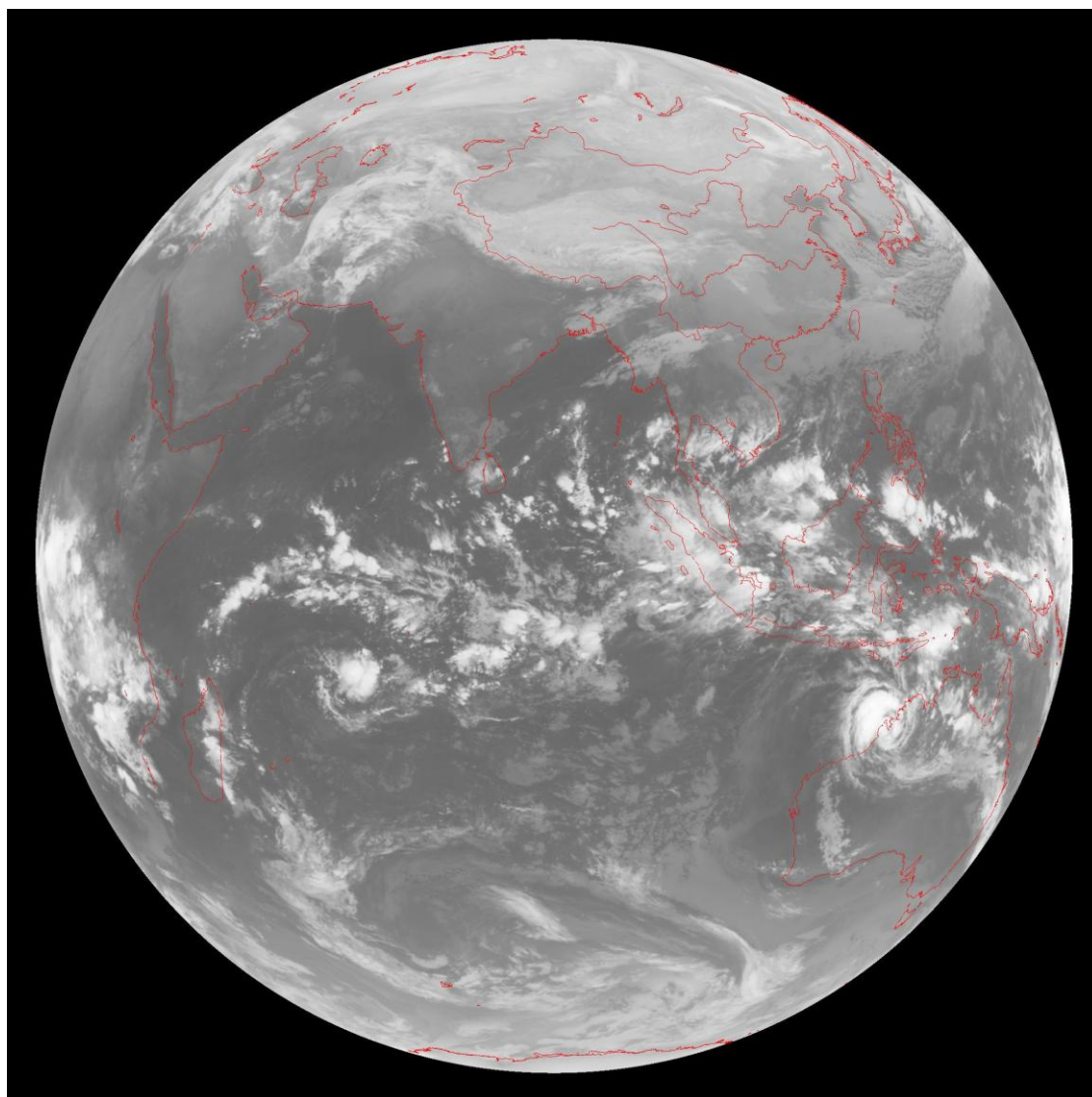


图 2 加入海岸线信息的卫星云图

4.2 问题二的解答

4.2.1 问题分析

云导风通常追踪图像块(示踪云)在三幅连续云图中的移动来估算风速,并由示踪云的高度指定风场的高度.其原理如图 3 所示,左侧为 t_0 时刻的云图, A 区域为示踪云块, 右侧为 t_1 时刻云图, 在搜索区域 C 中寻找示踪云块在 t_1 时刻的位置。实际处理中主要包括四个步骤:

- 1) 数据预处理: 对用于计算云导风的云图进行精确定位;
- 2) 示踪云追踪: 在目标图像中搜索示踪云的位置;
- 3) 高度指定: 指定计算风场的高度;
- 4) 质量控制: 利用三幅云图计算出的两个风场结果进行连续性和空间一致

性检验等质量控制。

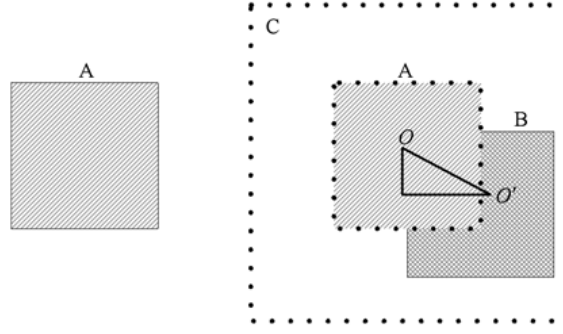


图 3 云导风计算原理示意图

4.2.2 基于灰度和梯度最大交叉相关系数的云导风反演算法

示踪云追踪方法中目前使用最广泛的是最大交叉相关系数（maximum cross-correlation coefficient, MCC）法^[2]，即在搜索区域滑动，计算示踪云块（为 16×16 像素图像块）在目标搜索区（为 64×64 像素图块）里的交叉相关系数的最大区域即为目标区域，交叉相关系数 $R_1(m, n)$ 为：

$$R_1(m, n) = \frac{\sum_i \sum_j [f(i, j) - \bar{f}][g(i + m, j + n) - \bar{g}]}{\left[\sum_i \sum_j [f(i, j) - \bar{f}]^2 \sum_i \sum_j [g(i + m, j + n) - \bar{g}]^2 \right]^{1/2}}. \quad (2.1)$$

其中 $i, j \in [1, 16]$ 分别为示踪云模板中的行与列号， $m, n \in [1, 48]$ 为目标搜索区位移改变量， $f(i, j)$ 为示踪云模板的灰度值， $g(i, j)$ 为目标搜索区云的灰度值，记 $\bar{f} = \frac{1}{N^2} \sum_i \sum_j f(i, j)$ 为示踪云的平均灰度， $\bar{g} = \frac{1}{N^2} \sum_i \sum_j g(i + m, j + n)$ 为目标搜索区的平均灰度，其中取 $N = 16$ 。

传统的 MCC 方法仅利用了图像的灰度信息，而在卫星云图上，相邻区域的灰度具有空间连续性，在较小的图像块中灰度基本相同，很难分辨出云块的纹理结构特征。图像的灰度梯度反映了相邻区域的灰度变化，能够提取图像中目标物的轮廓信息，如图 4 所示。因此，本文将图像灰度的梯度信息加入相关系数的计算中，梯度信息的交叉相关系数为：

$$R_2(m, n) = \frac{\sum_i \sum_j \|\Delta f(i, j) - \Delta \bar{f}\| \cdot \|\Delta g(i + m, j + n) - \Delta \bar{g}\|}{\left[\sum_i \sum_j \|\Delta f(i, j) - \Delta \bar{f}\|^2 \sum_i \sum_j \|\Delta g(i + m, j + n) - \Delta \bar{g}\|^2 \right]^{1/2}}. \quad (2.2)$$

其中 $\Delta f(i, j)$ 为 $f(i, j)$ 的灰度梯度， $\Delta g(i, j)$ 为 $g(i, j)$ 的灰度梯度， $\Delta \bar{f}$ 和 $\Delta \bar{g}$ 为平均灰度梯度。

构造函数如下：

$$J[m, n] = (1 - \lambda)R_1(m, n) + \lambda R_2(m, n), \quad (2.3)$$

其中 λ 为权重系数（本文取 $\lambda = 0.5$ ）。当 J 取得最大时对应的区域即为示踪云下一时刻的位置，目标搜索区域内相对于示踪云在 x, y 方向上分别移动了 m 和 n 个像素点，建立地球模型可计算出目标云相对于示踪云的位移量，除以两幅图

像的观测时间间隔可得到风矢量。

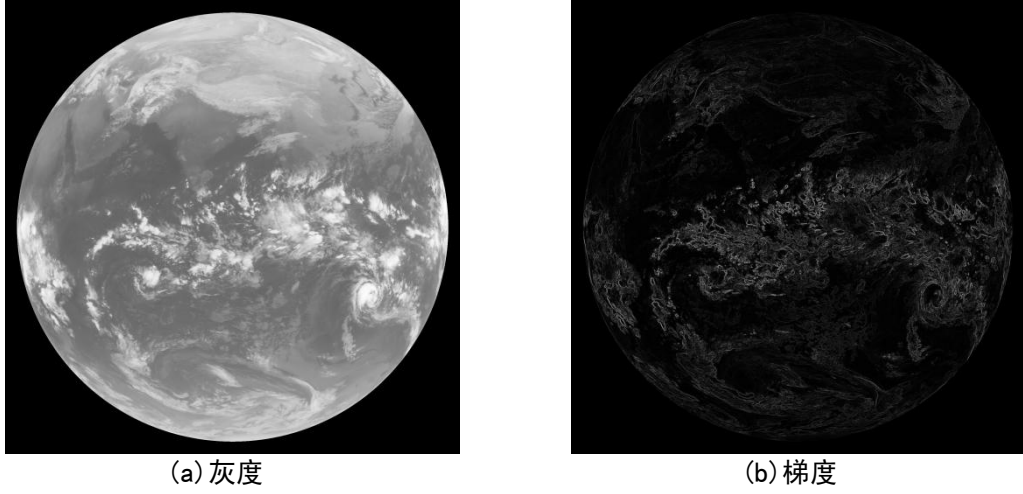


图 4 灰度云图及其梯度对比

4.2.3 二维风矢量计算方法

假设需要求解起始点 A 点风矢的方向和大小，现已知 A 点的经纬度坐标 (θ_A, φ_A) ，且通过相关的计算得出了下一时刻点 B 点的经纬度坐标 (θ_B, φ_B) ；那么 A 点风矢的方向是从正北方向顺时针旋转到风的来向之间的角度（正北风的风矢方向为 0° ，正南风的风矢方向为 180° ，正东风的风矢方向为 90° ，正西风的风矢方向为 270° ），A 点到 B 点的平均风速为 A 点风矢的大小。

A 点风矢大小的计算：

$$v_A = \frac{|\widehat{AB}|}{t}.$$

$|\widehat{AB}|$ 表示 A 点到 B 点的弧长，在半小时内 $|\widehat{AB}|$ 的长度相对较小，可以用 $|\overline{AB}|$ 近似代替，所以：

$$v_A = \frac{|\overline{AB}|}{t}.$$

又因为： $|\overline{AB}| = |\overline{OB} - \overline{OA}| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$ 。

再根据前面求解的（1.9）式，并将 A 和 B 两点的经纬度值代入，可以求解出 v_A 。

A 点风矢方向的计算：

以经度为横坐标，纬度为纵坐标建立二维坐标系如图 5 所示：

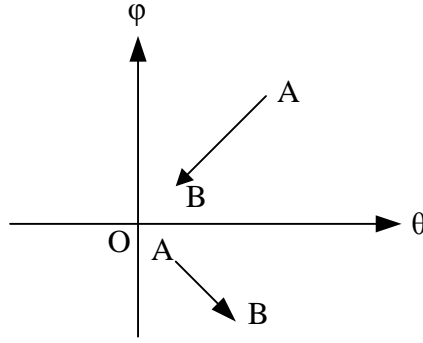


图 5 经纬度坐标

因为风向是指正北方向顺时针到风的来向之间的角度，风向的范围是 $[0^\circ, 360^\circ)$ ，根据 A 点和 B 点经度的大小分成两种情况计算风向。

当 $\theta_A \geq \theta_B$ 时，其风向的范围是 $[0^\circ, 180^\circ]$ ，如图 5 第一象限中 \overline{AB} 所示，此时的风向 ω 为：

$$\omega = \arccos\left(\frac{\varphi_A - \varphi_B}{\sqrt{(\theta_A - \theta_B)^2 + (\varphi_A - \varphi_B)^2}}\right), \quad \omega \in [0^\circ, 180^\circ];$$

当 $\theta_A < \theta_B$ 时，其风向的范围是 $(180^\circ, 360^\circ)$ ，如图 5 第四象限中 \overline{AB} 所示，此时的风向 ω 为：

$$\omega = 2\pi - \arccos\left(\frac{\varphi_A - \varphi_B}{\sqrt{(\theta_A - \theta_B)^2 + (\varphi_A - \varphi_B)^2}}\right), \quad \omega \in (180^\circ, 360^\circ).$$

4.2.4 云检测与质量控制

在进行云导风反演之前，首先要判断该区域是否存在云团，无云区在相邻时刻的云图中是保持静止的，因此无法反演风矢量。在卫星云图中，灰度比较暗的区域一般为陆地和海洋，而高亮区域为云系。由于只有红外通道的云图数据，因此本文采用阈值法进行云检测，如果示踪云的平均灰度 \bar{f} 大于某一阈值（本文将灰度阈值设为 100）则有云区域。

云导风的质量控制根据天气学中大气运动的原理进行如下控制^[3]：

- （1）时间连续性质量控制，对前后 2 时次计算出的风矢量差大于二者风速均值的风剔除；
- （2）空间连续性质量控制，对每一个风矢量检验与周围风是否有连续性。

4.2.5 试验结果与分析

本文根据三个相邻时刻的卫星数据 (IR1_2030.mat, IR1_2100.mat, IR1_2130.mat)，利用上述方法进行云导风反演。图 6(a)、(b)、(c)分别为三个卫星数据经过云检测后的子图，大致范围为：北纬 23-29, 东经 52-58。通过连续播放三幅子图可以看出，云图中的云系整体向东移动。

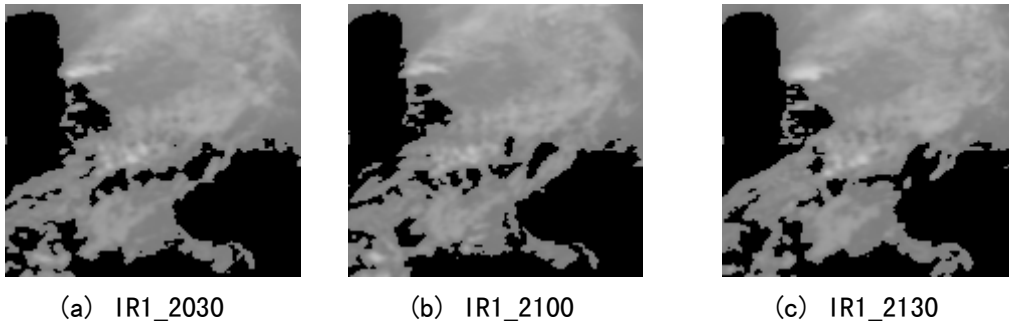


图 6 相邻时刻卫星云图子图

图 7 是图 6 的云导风结果示意图。表 1 给出了部分整数经纬坐标位置云导风反演的风速和风向。从结果可以看出，云导风的风向和图 6 中云团的移动方向基本一致，风速大小也较为合理。但是，部分风矢量与周围风的空间连续性较差，而且在部分位置没有计算出风矢量。根据实验发现，造成上述现象的主要原因是由于像素块匹配窗口过小引起。图 8 是某一 16×16 匹配窗口放大后的图像，由于窗口过小，且灰度分布均匀，很难从中提取特征，因此容易造成云导风结果的不稳定。

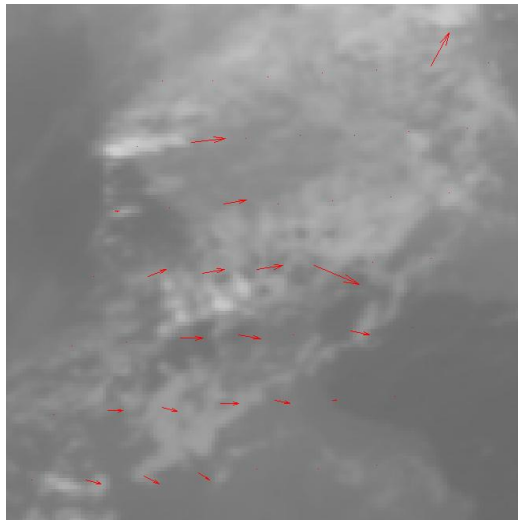


图 7 云导风效果图

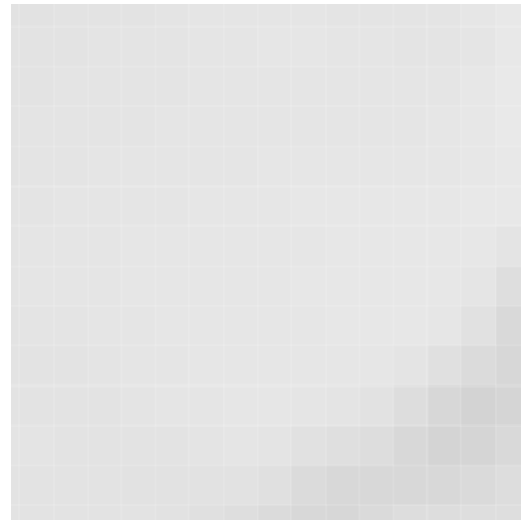


图 8 16×16 匹配窗口

表 1 问题二结果

经度	纬度	角度（北顺）	速度（米/秒）
52	26	-	-
53	26	264	20.4
54	26	271	24.4
57	26	270	26.2
58	26	-	-
非零风矢个数	1302		

注：表中“-”表示数据无法提取

4.3 问题三的解答

从问题二的结果可知，当匹配窗口过小时，由于缺乏云图纹理信息，很容

易造成误匹配。将窗口大小设为 32×32 ，搜索范围限定为 96×96 时，反演结果如图 9 和表 2 所示。增大搜索窗口后的非零分矢数量，以及风矢之间的空间连续性较问题二结果相比都有了明显改善。但是，窗口变大后，也增加了计算的时间复杂度。因此，本文提出了基于图像熵的窗口自适应方法和多尺度搜索策略。

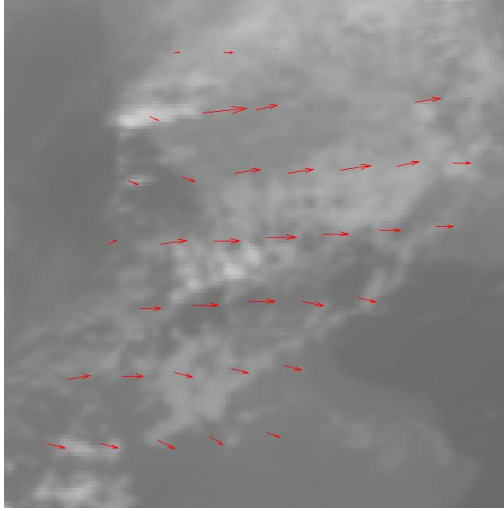


图 9 固定窗口 32×32 云导风效果图

表 2 固定窗口 32×32 结果

经度	纬度	角度（北顺）	速度（米/秒）
52	26	254	8.8
53	26	272	25.2
54	26	278	25.8
57	26	275	21.5
58	26	273	17.3

图像的熵是一种特征的统计形式，它反映了图像中平均信息量的多少，熵越大，图像信息量越大。图像熵的定义如下：

$$Entroy = - \sum_i p(i) \log_2 p(i),$$

其中 i 为灰度阶， $i=1, 2, \dots, 255$ ， $p(i)$ 表示灰阶 i 在图像中出现的频率。

窗口自适应算法步骤如下：

(1) 以 16×16 为最小值， 32×32 为最大值，分别计算介于两者之间所有匹配窗口的熵；

(2) 比较各窗口的熵值，熵最大的窗口作为匹配窗口；

(3) 匹配窗口的长宽各拓展 32 像素作为搜索窗口。

在搜索窗口较大时，可增大搜索步长 $step$ (本文 $step=3$) 进行粗略的搜索，得到初步匹配结果。然后，在上下左右 $step$ 个像素点范围内搜索，得到最终匹配结果。图 10 和表 3 给出了自适应窗口方法的部分计算结果，图 11 是得到的云导风图。通过与问题二的结果比较，自适应窗口方法具有更强的空间连续性，很好反映了云团的运动趋势。

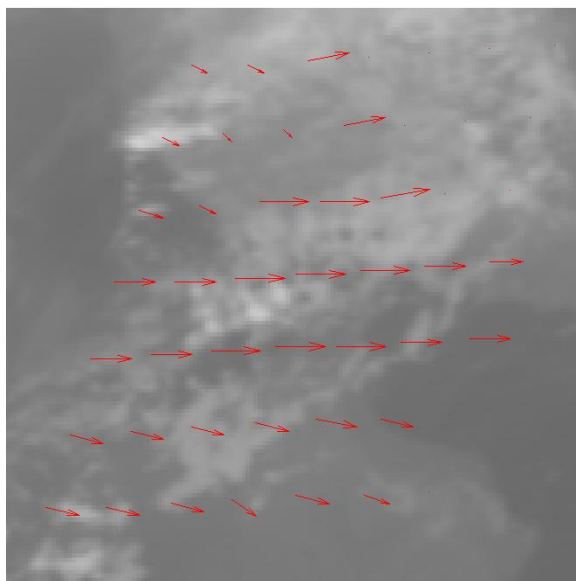


图 10 自适应窗口云导风示意图

表 3 自适应窗口 36×36 结果

经度	纬度	角度（北顺）	速度（米/秒）
52	26	273	21.2
53	26	280	21.0
54	26	278	25.8
57	26	275	21.56
58	26	273	17.3
非零风矢个数	1921		

建议：

（1）通过频域变换或者小波方法提取图像中的高频成分，根据纹理特征进行匹配；

（2）研究非线性的搜索策略，通过分析在各方向上匹配相关系数的变化，选择下一个搜索方向，从而降低计算复杂度。

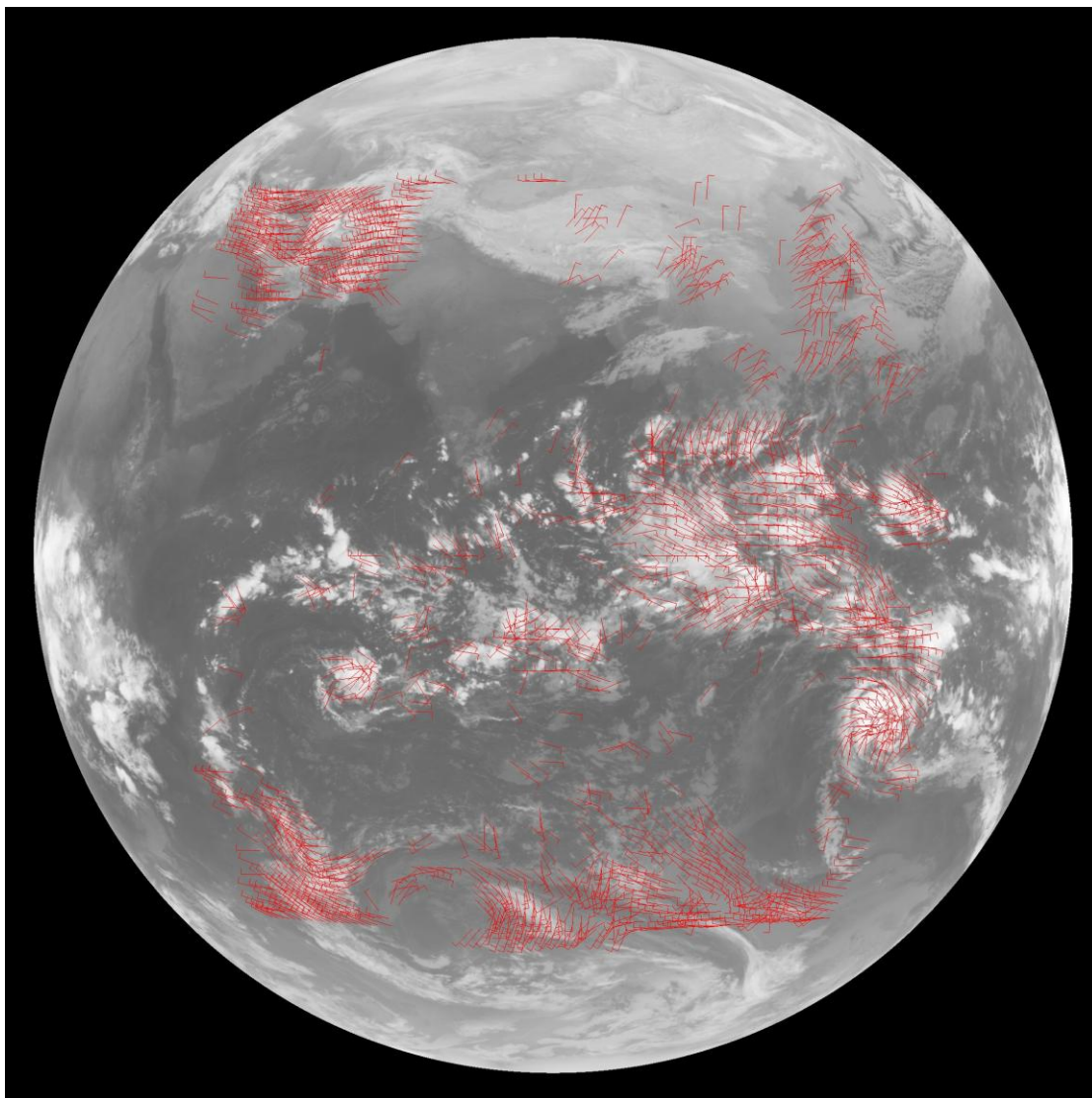


图 11 云导风图

4.4 问题四的解答

4.4.1 问题分析

在问题二的解答过程中，已经建立了 21:00 时刻风矢场的度量模型，并计算出了该时刻在各个（整数）经纬度处的全部非零二维风矢。本问题要求运用全球温度数值预报产品，计算上述非零风矢所在的等压面。由于地球各纬度上空各处的温度值与相应点大气的气压值有着一定的温度气压廓线关系，因此要计算非零风矢所在的等压面，只需要计算得到各处非零风矢所在位置的温度值即可。

4.4.2 问题求解

通过对该问题的分析，制定了求解该问题的基本思路：由追踪云团的移动计算得到每一个云导风矢量（问题二中已完成），再由云团代表的风矢温度，通过一定的转换获取风场的高度。按照上述思路，设定解答该问题的步骤如下：

第一步：导出问题二中求得的 21:00 时刻在各个整数经纬度处的二维非零

风矢；通过问题一中给出的坐标变换关系，求出各个非零风矢在卫星云图上对应的精确位置（用经纬度坐标表示）。

第二步：结合题中所给灰度数据与温度数据的转换关系（k_temp.txt），采用双线性插值法，求出每个精确位置处的温度值 t_b 。

第三步：对于同一非零风矢的精确位置，同样采用双线性插值法，求出其在全球温度数值预报文件 temp3.mat 中对应的各层的温度值 t （共 36 个）。

第四步：将 t_b 与 36 个 t 做对比，取与 t_b 最接近的两个值，采用线性插值法，结合文件 temp3.mat，求出 t_b 温度对应的气压的精确值，即为所求非零风矢所在的高度。

4.4.3 双线性插值

双线性插值的核心思想是在两个方向分别进行一次插值。假设函数 f 未知，但已知该函数在 $Q_{11} = (x_1, y_1)$ 、 $Q_{12} = (x_1, y_2)$ 、 $Q_{21} = (x_2, y_1)$ 以及 $Q_{22} = (x_2, y_2)$ 四个点的值，而想求得函数在点 $P(x, y)$ 处的值，可采用双线性插值求得。插值示意图如图 12 所示：

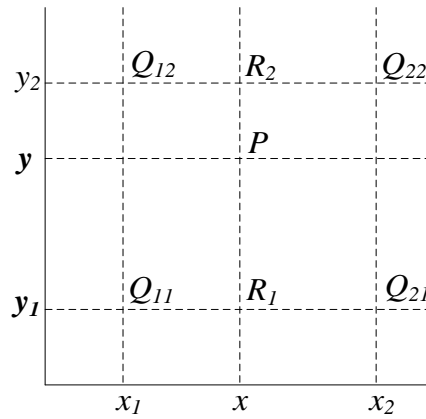


图 12 双线性插值示意图

首先，在 x 方向进行线性插值，得到 $f(R_1)$ 和 $f(R_2)$ ，计算式如下：

$$f(R_1) \approx \frac{x_2 - x}{x_2 - x_1} f(Q_{11}) + \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} f(Q_{21}),$$

$$f(R_2) \approx \frac{x_2 - x}{x_2 - x_1} f(Q_{12}) + \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} f(Q_{22}).$$

然后在 y 方向进行线性插值，得到 $f(P)$ ，即为所求。其计算式如下：

$$f(P) \approx \frac{y_2 - y}{y_2 - y_1} f(R_1) + \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} f(R_2).$$

4.4.4 温度廓线

应用附件中给出的全球温度数值预报文件 temp3.mat，可以得到某一经纬度处各等压面的温度值，形成离散温度廓线，如图 13 所示。

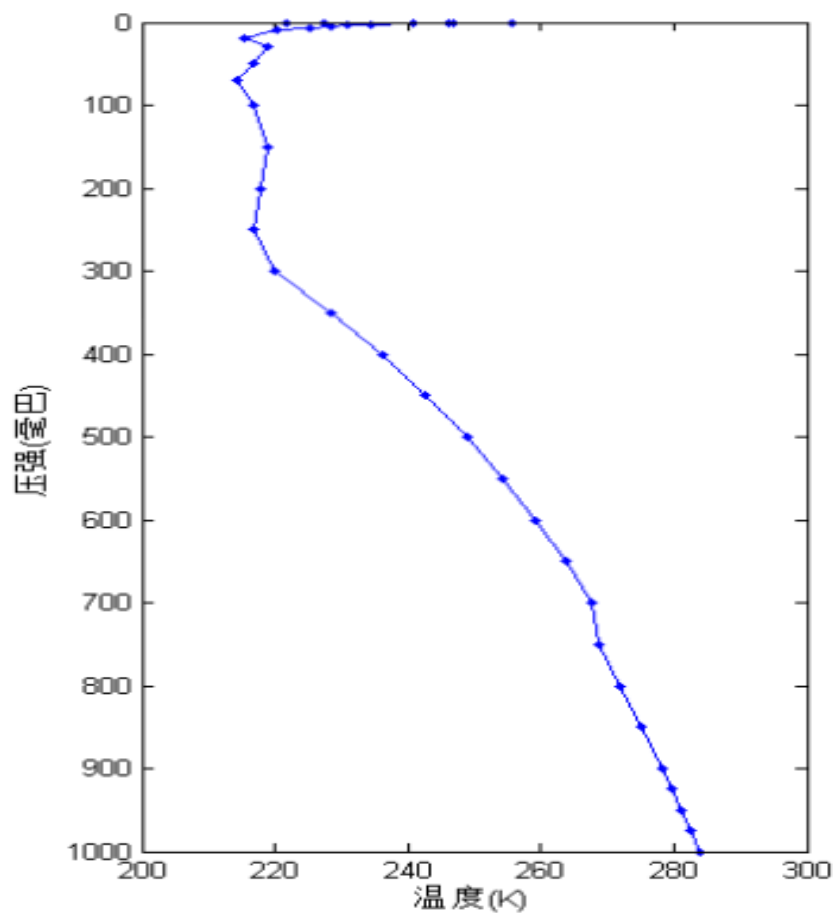


图 13 某一经纬度上的温度廓线

对于任一个非零风矢，通过变换矩阵，可以求出该风矢所在云层的温度，结合上述等压面求解步骤及温度廓线，即可计算得到非零风矢所在的等压面。

4.4.5 计算结果

根据上述求解步骤及方法，通过编程计算得到了问题 2 中非零风矢所在的等压面，具体结果见附录文档 winsh.txt。此处，给出求得在纬度 26 度，经度分别是 52、53、54、57 及 58 度附近风矢量所在的等压面，如表 3 所示：

表 4 指定非零风矢处的等压面

经度	纬度	角度（北顺）	速度（米/秒）	压强（毫巴）
52	26	273	21.2	928
53	26	280	21.0	729
54	26	278	25.8	714
57	26	275	21.56	681
58	26	273	17.3	686

最后，在问题一中画出的卫星云图的基础上，添加所计算出的非零风矢量结果，得到标有风矢图标的风云导风图，结果见附录文件 winsp.jpg。

参考文献

- [1] 孙家广等, 计算机图形学 (第三版), 北京: 清华大学出版社, 1998.9。
- [2] 龙智勇, 基于卫星资料的海上风场反演与重构技术研究, 中国人民解放军理工大学博士学位论文: 2011.3。
- [3] 许建民, 张其松, 王大昌, 樊昌尧, 云际风计算中的两个几何问题, 应用气象学报, 第 8 卷第 1 期: 11-18, 1997.2。
- [4] 吴建国等, 数学建模案例精编, 北京: 中国水利水电出版社, 2005。
- [5] 杨君岐, 数据分析软件的开发及其应用, 陕西: 陕西科技大学学报, 2003.12。
- [6] 严伯铎, 田洪祯, 常宏伟, 大地问题中截面椭圆弧长的一种解法, 海洋测绘, 第 27 卷第 6 期: 1-3, 2007.11。
- [7] 双线性插值算法, <http://baike.baidu.com/view/699994.htm>, 2012.9.24。