

全国第八届研究生数学建模竞赛



题 目 小麦发育后期茎秆抗倒性的数学模型

摘 要:

本文以小麦发育后期茎秆抗倒性为研究对象,根据 6 个问题的不同要求,分别计算了不同品种小麦的抗倒伏指数,分析了抗倒伏指数与茎状外部形态特征以及茎秆性状相互之间的相关性,并设计了不同穗重下小麦的理想株型结构。建立了精确的小麦茎秆抗倒伏模型,依据该模型计算出各品种的抗倒伏风速。最后在总结所建模型基础上,制定了 2012 年的试验方案及数据分析方法。具体工作如下:

(I) 问题 1: 首先对测量数据采取 $[\mu - \sigma, \mu + \sigma]$ 外剔除处理,然后依次计算 2007、2011、2008 三个年份的各品种小麦的抗倒伏指数:利用各参数的统计平均值,直接计算出 2007 年各品种小麦在多个生育周期的茎秆抗倒伏指数;建立拉力与茎粗、壁厚的多元非线性回归模型,得到 2011 年各品种小麦的机械强度,据此计算出同一生育期内多个品种小麦的抗倒伏指数;利用各节间长和鲜重计算出茎穗重心高度,接着利用所建立的拉力与茎粗、壁厚的非线性反比函数计算出茎秆机械强度,完成对 2008 年蜡熟期各品种小麦抗倒伏指数的计算。

(II) 问题 2: 在计算不同年份测量数据下多个品种小麦的抗倒伏指数的基础上,引入相关系数描述抗倒伏指数与各种茎秆性状在最易引起倒伏时期的相关程度,建立矮抗 58 和周麦 18 的 20×20 相关系数矩阵以及国信、智 9988 早、联丰 85 和 TM 的 13×13 相关系数矩阵,利用相关系数等高线图直观描述了茎秆性状间的相关程度。通过各品种小麦抗倒伏指数与茎状特征相关性分析,得到抗倒伏指数与株高、穗下第一节间长显著正相关,与穗下第四节壁厚显著负相关的结论,并据此判断:2008 年国信 1 号、智 9988 较之其它品种小麦,其株高、第一节间长更大,而其第四节壁厚却相对较薄,因此容易发生倒伏。

(III) 问题 3: 从小麦抗倒伏性的角度出发,设计不同穗重下小麦的理想株型结构。以抗倒伏指数为优化目标,通过建立并求解一个二次型规划模型,计算出单穗重分别为 1.91g、2.06g、2.46g、2.56g、2.75g 和 2.92g 时的小麦,理想株高(不含穗长)分别为 70.1cm、65.8cm、55.4cm、59.0cm、58.9cm 和 69.6cm,理想的节间长度比分别为 4.2:3.3:2.2:1.2:1、3.6:2.2:1.5:1.1:1、8.1:5.2:3:2.5:1、4.2:2.3:1.4:1.2:1、8.8:5.8:3.2:2.4:1 和 4.8:2.8:2.1:1.5:1。同时计算了理想株型结构下的各品种小麦的茎秆抗倒伏指数,并与一般的小麦茎秆抗倒伏指数进行比较,

对比结果表明：国信、智 9988、矮抗 85、联丰、周 18 和 TM 的抗倒伏指数分别改善了 7.6%、8.9%、4.8%、6.8%、6.4% 和 9.0%。

(IV) 问题 4：利用弹性理论与梁的弯曲理论，建立了在茎秆自重、穗重及作用于穗部分力共同作用下的处于不稳定平衡状态下的小麦茎秆挠曲线微分方程。通过该非线性二阶微分方程的求解得到挠曲线方程。进一步计算弯曲变形能和外力势能，依据势能驻值原理得到临界穗重与风力满足的条件，即考虑穗重和风载共同作用下的抗倒伏模型。

(V) 问题 5：利用抗弯刚度 EI 和 2007 年蜡熟期的数据计算各品种在忽略茎秆情形下的风力大小，由风压贝努利公式和穗重面积公式，得到矮抗 58、新麦 208 和周麦 18 在根倒情况下倒伏的临界风速分别为 22.85m/s、9.17m/s、19.54m/s，在基部第 2 节茎倒情况下倒伏的临界风速分别为 19.61m/s、8.36m/s、14.22m/s。在风速为 7 级时，矮抗 58、新麦 208 和周麦 18 单穗的临界自重为 3.39g、1.41g 和 2.58g。

(VI) 问题 6：对上述所建模型和计算结果进行了分析，提出四点值得需考虑的问题，为 2012 年制定了包括田间试验、数据收集、数据预处理、数据分析和结果分析五个步骤的完整试验方案，并给出更为合理的数据分析方法，为小麦育种家的下一步育种实践提出了几点建议。

关键词：小麦育种，茎秆抗倒伏指数，相关性，理想株型，挠曲线方程

一、问题重述

小麦高产、超高产的研究始终是小麦育种家关注的热点问题。随着产量的增加，小麦的单茎穗重不断增加。但穗重的增加同时使茎秆的负荷增大，导致容易倒伏。倒伏不断造成小麦减产，而且影响小麦的籽粒品质。因此要实现小麦高产优质的跨越，就必须解决或尽量减少小麦的倒伏问题。

小麦倒伏从形式上可分为“根倒”和“茎倒”，一般都发生在小麦发育后期。“根倒”主要与小麦种植区域的土壤品种与结构特性有关，本文不予讨论。“茎倒”是高产“茎倒”是高产小麦倒伏的主要形式，尤其是发生时间较早的“茎倒”，往往造成大幅度的减产。“茎倒”的原因是茎秆与穗的自重和风载作用的迭加超过了小麦茎秆的承受能力。

解决倒伏问题的方法之一就是针对不同的产量，寻找小麦抗倒伏能力最佳的茎秆性状（包括株高、茎长、各节间长、各节茎外径、壁厚、茎秆自重、穗长、穗重等）。各方面的专家通过分析影响小麦倒伏的各种因素，目前已经得到了一些结果，但是对抗倒伏能力最佳的茎秆性状还没有定论。

通过物理力学类比研究小麦抗倒伏性是一个新方向，已有一些工作。值得我们进行探讨。困难在于缺乏相关试验参考数据，我们只能在作较多假设下先进行粗略研究，为进一步试验提供根据。

题目的附件中收集了一批各个品种小麦的茎秆性状、产量、倒伏情况的数据。显然还不够完整，各年参数选取不一致，也有数据缺漏。但农业数据一年只有一次，短期内无法做到完整、全面、详尽，期望以后能逐渐完善。就已有数据解决以下几个问题：

问题1：依据有些论文中判断茎秆抗倒性的抗倒伏指数公式：

茎秆抗倒伏指数=茎秆鲜重×茎秆重心高度/茎秆机械强度

对提供的数据，建立各品种小麦的茎秆抗倒指数公式。对于缺乏有关参数的年份，可进行合理的假设，如通过已知数据求茎秆机械强度与茎秆粗厚的关系。

问题2：研究抗倒伏指数与茎秆外部形态特征之间的关系。即给出抗倒伏指数与株高、穗长、各节间长、节间长度比、各节壁厚、穗重、鲜重等茎秆性状在最易引起倒伏期的相关性指标。

判断小麦茎秆性状的各个因素之间是否有相关性？

并对2008年国信1号与智9998品种的小麦都发生倒伏，其他品种没有发生倒伏的原因给出判断。

问题3：探讨单穗重分别是1.19g，2.06g，2.46g，2.56g，2.75g，2.92g时小麦的理想株型结构。

问题4：将茎秆按刚/弹性材料处理，研究小麦茎秆在麦穗自重和风载作用下应力的基本规律，引用、修改附件三文献中力学公式或自己另行推导，建立小麦茎秆抗倒伏的数学模型。

问题5：应用问题4力学模型中的抗弯刚度EI，麦穗自重下和风载作用下的公式对2007年腊熟期各品种数据进行计算，有些参数可依据需要作某些假设。

因腊熟期小麦叶片、叶鞘多已脱落，可设风力仅对单穗穗头起作用，暂时忽略风力对小麦茎秆作用。试计算在2007年数据中腊熟期各品种的抗倒伏风速（取小数后两位）。

问题6：总结所建模型及分析结果，提出值得考虑的问题。同时请你为2012年制定完整的试验方案及数据分析方法。并给小麦育种家在育种实践中提出合理的建议。

二、问题假设

根据题意，可以进行如下假设：

- 1、同一品种小麦在不同年份均不进行改良，不同年份下同一品种的小麦抗倒伏指数相同；
- 2、各节茎秆和麦穗的线密度是均匀分布的；
- 3、不同品种小麦茎秆机械强度与穗下第四节的节粗、壁厚服从同一概率分布；
- 4、测试时间为5月6日或7日的小麦处于灌浆期，测试时间为5月16日或17日的小麦处于乳熟期，测试时间为5月26日或27日的小麦处于蜡熟期。

三、符号说明

论文中涉及到的符号说明如下：

CLI ：茎秆抗倒伏指数

W ：茎秆鲜重

H ：茎秆重心高度

MS ：茎秆机械强度

\bar{W} ：茎秆鲜重的统计平均值

\bar{H} ：茎秆重心高度的统计平均值

F ：穗下第四节拉力

I ：茎秆截面惯性矩

D ：茎秆外径（节粗）

t ：茎秆壁厚

E ：弹性模量

L ：茎秆长度

P ：顶端穗重

T ：风力

$M(x)$ ：株高 x 处的弯矩

δ ：茎秆顶端处位移

U : 茎秆的弯曲变形能

V : 外力势能

Π : 茎秆总势能

P_{cr} : 茎秆弯折的临界力

为方便理解，其余符号将在文中陆续引出。

四、问题分析

小麦倒伏是制约小麦高产和优质的主要因素之一。小麦高产、超高产的研究，使单株小麦净产量提高到一个新的水平，必然带来茎秆负荷力与倒伏的问题。而经过多年的自然选择，小麦茎秆的节间长、节间长度比、节壁厚、节粗等形态特征各不相同，导致小麦茎秆的抗倒性有所差异。近年来，广泛采用力学理论和方法对农作物倒伏机制进行研究，主张在小麦抗倒性育种中既考虑茎秆高度又兼顾茎秆的刚度和强度，从提高茎秆的机械强度入手，研究小麦抗倒性与茎秆外部形态特征的关系，为小麦的遗传、育种等方面研究提供有价值的参考依据。

问题一需要解决的问题是：在附件 1 中提供了 2007、2008 以及 2011 年份多个品种小麦的测量数据，由定义的茎秆抗倒伏指数公式计算出各品种小麦的茎秆抗倒指数；由于 2008、2011 年份的数据中机械强度或茎秆重心高度的参数缺乏，需要进行合理假设，建立相应模型，完成抗倒伏指数的计算。

问题二需要解决的问题是：在计算得到各品种小麦抗倒指数的基础上，对抗倒指数与株高、穗长、各节间长、节间长度比、各节壁厚、穗重、鲜重等测量数据进行相关分析，判断小麦茎秆性状各个因素之间的相关性，找出影响小麦抗倒性的主要因素，给出国信 1 号与智 9998 倒伏的主要原因。

问题三需要解决的问题是：由于茎秆外部性状因素很多，理想株型结构无法做到全部涵盖。因此在分析抗倒指数与茎秆外部特征相关性的基础上，找出影响小麦倒伏的主要因素，并为不同品种小麦设计不同单穗重下优化了主要影响因素的理想株型结构。

问题四需要解决的问题是：将茎秆按刚/弹性材料处理，研究小麦茎秆在麦穗自重和风载作用下应力的基本规律，并建立小麦茎秆抗倒伏模型。

问题五需要解决的问题是：应用问题四中力学模型中的抗弯刚度 EI 、麦穗自重和风载作用下公式，计算 2007 年数据中蜡熟期小麦倒伏的临界风力和所能对应的临界风速。

问题六则是总结上述建立的模型，并对计算结果做出合理评价，并据此提出一些值得考虑的问题。为 2012 年制定完整的试验方案及数据分析方法，对小麦育种家的下一步育种实践提供一些合理建议。

五、模型的建立与求解

5.1 问题一的建模与求解

附件 1 给出的数据中, 2007 年的测量数据较为完备, 在数据预处理后可直接用于计算茎秆抗倒伏指数; 2011 年的测量数据中, 将各节鲜重平均值和穗鲜重平均值的求和值作为计算所需的茎穗鲜重。特别的, 由于温麦 6 号的数据未给出穗鲜重, 其抗倒伏指数计算时采用茎重心高度 (不含穗) 的平均值和茎鲜重的统计平均值。计算 2011 年份各品种小麦抗倒伏指数的关键在于给出小麦茎秆的机械强度值; 2008 年测量数据, 茎穗鲜重可直接对各节鲜重和单穗粒重求和得到。因而, 计算小麦抗倒伏指数关键在于求取小麦茎穗重心高度和茎秆机械强度。本问题分别对这三种情况予以处理。

5.1.1 2007 年测量数据下的小麦抗倒伏指数计算

由于茎秆鲜重、茎秆重心高度和茎秆机械强度是影响小麦倒伏的主要因素, 给出茎秆抗倒伏指数 CLI 的计算公式。

$$CLI = \frac{W \cdot H}{MS} \quad (1)$$

式中, W 是茎秆鲜重, H 是茎秆重心高度, MS 是茎秆机械强度。 CLI 值越小, 茎秆抗倒伏指数越小, 茎秆的抗倒伏性能越好; 反之亦然。

在不同生育周期, 小麦的抗倒伏指数并不相同。设 T_1, T_2, T_3, T_4 分别代表小麦处在开花期、灌浆期、乳熟期和蜡熟期, 根据附件 1 中 2007 年测量数据可计算矮抗 58、新麦 208、周麦 18 在这四个生育期内的抗倒伏指数值。为了使用于计算的数据具有代表性, 需要剔除部分数据, 再对各参数测量数据进行统计平均, 以统计平均数据用于茎秆抗倒伏指数计算。

1、数据预处理——异常值剔除

由于附件 1 中某些样本数据偏离度较大, 故作如下预先处理。对于期望为 μ , 标准差为 σ 的样本, 只保留 $[\mu - \sigma, \mu + \sigma]$ 以内的数据参与统计平均, 其余数据均剔除, 数据剔除的比例为 31.74%。

2、数据预处理——统计平均

根据问题的假设, 不同播种时间种植的两批矮抗 58 型小麦的参数进行统一计算, 参数测量数据平均值的计算公式如下:

$$\bar{H}(T_j) = \frac{1}{n_H} \sum_{i=1}^{n_H} H_i(T_j) \quad (2)$$

$$\bar{W}(T_j) = \frac{1}{n_W} \sum_{i=1}^{n_W} W_i(T_j) \quad (3)$$

$$\bar{MS}(T_j) = \frac{1}{n_{MS}} \sum_{i=1}^{n_{MS}} MS_i(T_j) \quad (4)$$

上式中 $\bar{H}(T_j)$ 是某一生育期内茎穗重心高度的平均值, n_H 是重心高度测量数据的数量;

$\bar{W}(T_j)$ 是某一生育期内茎秆鲜重的平均值, n_w 是茎秆鲜重测量数据的数量; $\bar{MS}(T_j)$ 是某一生育期内茎秆机械强度的平均值, n_{MS} 是茎秆机械强度测量数据的数量。

3、茎秆抗倒伏指数计算

根据以上参数平均值计算得到的不同生育期下的矮抗 58、新麦 208、周麦 18 的抗倒伏指数结果由表 1 给出, 计算过程中 H 的单位为 g, W 的单位为 cm, MS 的单位为 kg。

表 1 小麦的抗倒伏指数 (单位 $\text{cm} \times 10^{-3}$)

	矮抗 58	新麦 208	周麦 18
蜡熟期	756.69	1206.50	976.80
乳熟期	643.78	816.35	735.71
灌浆期	448.80	691.37	653.79
开花期	341.86	393.91	532.28

从表 1 所示的结果可以看出, 矮抗 58 的抗倒伏性能在各个小麦生育期下均优于新麦 208 和周麦 18 两个品种的小麦; 所有品种小麦随着生长发育, 抗倒伏性都逐渐降低, 进入蜡熟期后, 小麦的抗倒伏性最差。

5.1.2 2011 年测量数据下的小麦抗倒伏指数

1、茎秆机械强度的计算

附件 1 中 2011 年测量数据给出了矮抗 58 穗下第四节的拉力测量值, 通过对小麦茎秆强度测定试验的分析, 可认为穗下第四节的拉力 (抗折力) 即为机械强度。文献[2]在测定小麦茎秆机械强度的试验结论中认为该茎节的直径和壁厚与小麦茎秆的倾倒力显著相关。因此, 我们考虑通过已有数据描述出茎秆机械强度与穗下第四节外径、壁厚的函数关系, 然后利用该函数关系推测出其余品种小麦的机械强度。多元非线性回归模型是一种建立此类统计函数关系的有效方法。

多元回归模型的一般形式如下:

如果 p 个变量 x_1, x_2, \dots, x_p 与随机变量 y 之间存在着相关关系, 就意味着每当 x_1, x_2, \dots, x_p 取定值后, y 便有相应的概率分布与之对应。随机变量 y 与相关变量 x_1, x_2, \dots, x_p 之间的概率模型为:

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_p) + \varepsilon$$

其中, 随机变量 y 为因变量, x_1, x_2, \dots, x_p 为自变量。 $f(x_1, x_2, \dots, x_p)$ 为一般变量 x_1, x_2, \dots, x_p 的非线性函数, ε 为随机误差。

在分析附件 1 中测量数据特点的基础上, 我们采用非线性回归模型, 模拟出穗下第四节拉力 F 与穗下第四节茎粗 D 和壁厚 t 之间的函数关系:

$$F = f(D, t) \quad (5)$$

参考附件 3 中三点弯曲试验测定弹性模量知识中惯性矩 I 的公式:

$$I = \frac{\pi}{64} [D^4 - (D - 2t)^4] \quad (6)$$

不妨定义 F 与变量 D 、 t 的回归模型中的基底函数为非线性反比函数:

$$F = aD^b t^c \quad (7)$$

在附件 2 给出的 2011 测量数据表中，摘取矮抗 58 穗下第四节粗、壁厚和穗下第四节拉力的测量数据见表 2，将之代入回归模型以求解得到公式（7）中的系数 $[a \ b \ c]=[0.6016 \ 0.4936 \ 2.6641]$ ，拟合出的函数曲线如图 1 所示。

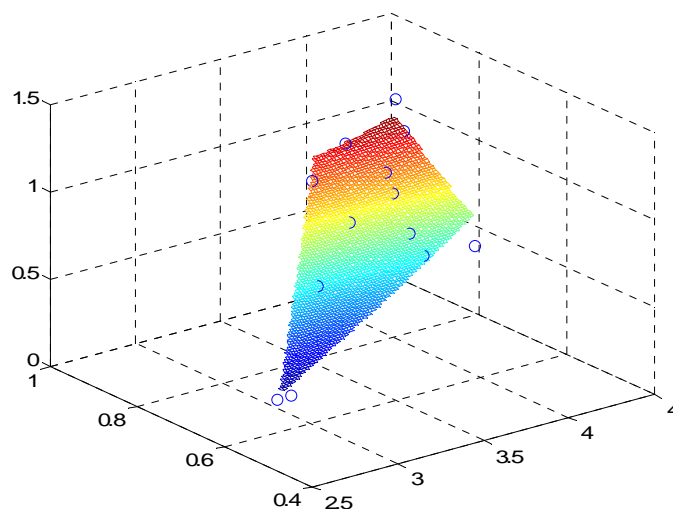


图 1 拟合的拉力与壁厚、节粗的函数关系

依据题设，穗下第四节拉力与节粗、壁厚满足相似的概率分布，由函数关系 $F = aD^b t^c$ 可分别计算 2011 年测量数据下平安 7、温麦 6 号、郑麦 9023、周麦 18、周麦 22、豫麦 18 的穗下第四节拉力 F ，将该值进行量纲转换并作为茎秆机械强度 MS 。

仍采用茎秆重心高度的统计平均值和茎秆鲜重的统计平均值来计算各品种小麦的抗倒伏指数。茎秆鲜重由各节鲜重和穗鲜重的平均数求和得到，温麦 6 号不包括穗鲜重。

2、茎秆抗倒伏指数计算

将附件 1 中“2011 测量数据 1”表中数据进行上述处理后，代入抗倒伏指数计算公式，得到矮抗 58、平安 7、温麦 6 号、郑麦 9023、周麦 18、周麦 22、豫麦 18 的抗倒伏指数见表 2，计算过程中 H 的单位为 g， W 的单位为 cm， MS 的单位为 kg。注意到，各品种小麦的采样数据存在不同程度的缺失，因此计算所使用的数据是经过无效数据剔除处理的。

表 2 2011 各品种小麦的抗倒伏指数（单位 $\text{cm} \times 10^{-3}$ ）

	矮抗 58	平安 6	温麦 6 号	郑麦 9023	周麦 18	周麦 22	豫麦 18
蜡熟期	-	278.42	-	1001.40	554.55	-	351.74
灌浆期	385.71	-	394.28	-	-	561.01	-

根据计算所得的抗倒伏指数，在灌浆期，各品种小麦抗倒性的优劣排序如下：

矮抗 58 > 温麦 6 号 > 周麦 22

在蜡熟期，各品种小麦抗倒性的优劣排序如下：

平安 6 > 豫麦 18 > 周麦 18 > 郑麦 9023

5.1.3 2008 年测量数据下的小麦抗倒伏指数

1、小麦茎穗重心高度计算

依题设，茎秆和麦穗密度均服从均匀分布，可设穗长为 x_6 ，穗鲜重为 w_6 。令小麦茎秆某节长度为 $x_i (i=1,2,\dots,5)$ ，其相应重量为 $w_i (i=1,2,\dots,5)$ ，不难定义出各节茎秆线密度 $\rho_i (i=1,2,\dots,5)$ 和麦穗的线密度 ρ_6 。线密度由下式计算：

$$\rho_i = \frac{w_i}{x_i}, \quad i = 1, 2, \dots, 5 \quad (8)$$

以单株小麦的基部为原点 o ，基部到麦穗的方向为 x 轴方向，建立直角坐标系。

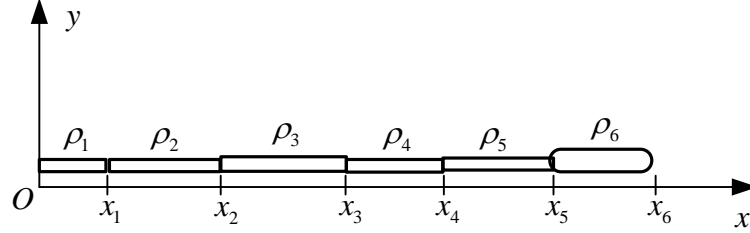


图2 小麦茎穗各节、穗线密度的坐标系

各节和麦穗的线密度进行积分即为茎穗重心高度 h 。

$$\begin{aligned} h &= \frac{\int_0^{x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6} x\rho(x)dx}{\sum_{i=1}^6 w_i} \\ &= \frac{0.5\rho_1[x_1^2 - 0] + 0.5\rho_2[(x_2 + x_1)^2 - x_1^2] + \dots + 0.5\rho_6[(x_6 + \dots + x_1)^2 - (x_5 + \dots + x_1)^2]}{\sum_{i=1}^6 w_i} \quad (9) \\ &= \frac{1}{2\sum_{i=1}^6 w_i} [\rho_1 x_1^2 + \rho_2 x_2(x_2 + 2x_1) + \dots + \rho_6 x_6(x_6 + 2x_5 + 2x_4 + 2x_3 + 2x_2 + 2x_1)] \end{aligned}$$

将 $w_i = \rho_i x_i$ 代入上式得到重心高度 h 。

$$h = \frac{1}{2\sum_{i=1}^6 w_i} [w_1 x_1 + w_2(x_2 + 2x_1) + \dots + w_6(x_6 + 2x_5 + 2x_4 + 2x_3 + 2x_2 + 2x_1)] \quad (10)$$

将各组数据计算出的茎穗重心高度求平均值。

$$\bar{H} = \frac{1}{n_H} \sum_{i=1}^{n_H} h_i \quad (11)$$

式中 \bar{H} 是茎穗重心高度的平均值， n_H 是重心高度测量数据的数量。

2、茎秆机械强度和茎穗鲜重计算

依然由函数关系 $F = aD^b t^c$ 分别计算 2008 年测量数据下矮抗 58、周麦 18、国信、智 9988 早、联丰 85、TM 的穗下第四节拉力 F ，将该值进行量纲转换并作为茎秆机械强度 \bar{MS} 。对茎穗鲜重 \bar{W} 的计算，设 $w(j)$ 是穗下第 j 节的鲜重， $j=1, 2, \dots, 5$ ， w_s 是单穗籽鲜重，则：

$$\bar{W} = \sum_{j=1}^5 w(j) + w_s \quad (12)$$

3、茎秆抗倒伏指数计算

将附件 1 中“2008 测量数据”表中数据进行上述处理后，代入抗倒伏指数计算公

式，得到矮抗 58、周麦 18、国信、智 9988 早、联丰 85、TM 的抗倒伏指数见表 3，计算过程中 H 的单位为 g， W 的单位为 cm， MS 的单位为 kg。注意到，各品种小麦的采样值与正常值偏离度较大，因此计算所使用的数据是经过预处理的。

表 3 2008 各品种小麦的抗倒伏指数（单位 $\text{cm}\times 10^{-3}$ ）

	矮抗 58	周麦 18	国信	智 9988 早	联丰 85	TM
抗倒伏指数	374.11	567.00	827.99	854.64	440.23	537.12

计算结果表明，根据计算所得的抗倒伏指数，对各品种小麦抗倒性的优劣排序如下：
矮抗 58 > 联丰 85 > TM > 周麦 18 > 国信 > 智 9988

与附件 1 中 2008 年数据表补充说明中表 1 关于抗倒性的经验结论进行比较：

表 4 各品种小麦抗倒性的经验结论

	矮抗 58	联丰 85	周麦 18	国信	智 9988	TM
抗倒性	最好	次之	与联丰相当	易倒	易倒	矮 58 与联丰之间

抗倒性从强到弱排序为：矮抗 58 > 联丰 85 > TM > 周麦 18 > 国信=智 9988

两者结论一致，比较结果表明，以茎秆抗倒指数作为衡量小麦抗茎倒伏能力的综合指标是有效和可靠的，以“茎秆抗倒伏指数=茎秆鲜重 \times 茎秆重心高度/茎秆机械强度”作为抗倒伏指数公式也是合理可行的。同时，本文采取的数据处理方法、拟合的非线性反比函数模型能有效处理大量完整或部分缺失的采样数据，得到计算抗倒伏指数所需的参数，计算结果可靠。

5.2 问题二的建模与求解

在 5.1 节中计算了不同年份测量数据下多个品种小麦的抗倒伏指数。为进一步分析抗倒伏指数与茎秆外部形态特征之间的关系，利用相关系数描述抗倒伏指数与各种茎秆性状在最易引起倒伏时期的相关程度。

相关系数是变量之间相关程度的重要指标，其取值区间为 $[-1,1]$ ，样本相关系数用 r 表示，总体相关系数用 ρ 表示。 $|r|$ 值越大，变量之间的线性相关程度越高； $|r|$ 值越接近于 0，变量之间的线性相关程度越低。 $r > 0$ 为正相关， $r < 0$ 为负相关， $r = 0$ 表示不相关。根据 $|r|$ 值的大小，建立相关系数与相关程度的映射表。

表 5 相关系数与相关程度一览表

$ r $	0	(0,0.3]	(0.3,0.5]	(0.5,0.8]	(0.8,1]	1.0
相关程度	零相关	微相关	切实相关	密切相关	高度相关	完全相关

相关系数的计算公式如下：

$$r_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}} \tag{13}$$

其中 $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ ， $\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$ 。

采用附件 1 中 2011 测量数据表中矮抗 58 的相关数据，利用上式依次计算矮抗 58 茎秆性状各变量间的相关系数，具体定义的变量见表 6。株高的计算是将各个样本的各

节间长度求和后再加上穗长的结果求平均。

表 6 测试变量一览表

株高	x_1	穗长	x_2	第 1 节间长	x_3	第 2 节间长	x_4
第 3 节间长	x_5	第 4 节间长	x_6	第 5 节间长	x_7	1、2 节长度比	x_8
2、3 节长度比	x_9	3、4 节长度比	x_{10}	4、5 节长度比	x_{11}	第 1 节壁厚	x_{12}
第 2 节壁厚	x_{13}	第 3 节壁厚	x_{14}	第 4 节壁厚	x_{15}	第 5 节壁厚	x_{16}
穗重	x_{17}	鲜重	x_{18}	粗度	x_{19}	抗倒伏指数	y

说明：从麦穗至地面，从上到下依次为第 1、2、3、4、5 节。

计算得到矮抗 58 的抗倒伏指数与各变量间相关系数矩阵详见附录中表 A。图 3-a 为矮抗 58 抗倒伏指数 y 与变量 $x_i (i=1,2,\dots,19)$ 的相关系数值大小示意图，红色代表正相关，蓝色代表负相关，柱值越高，说明变量与抗倒伏指数的相关程度越显著。图 3-b 利用等高线图描述了矮抗 58 各变量间的互相关关系，红色代表正相关，蓝色代表负相关，颜色越深，相关程度越显著。

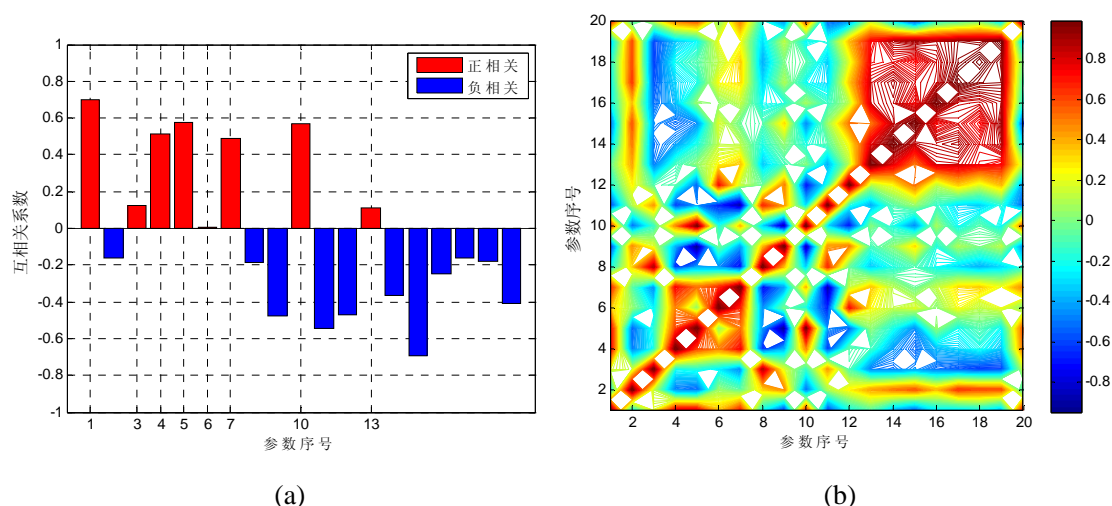


图 3 矮抗 58 抗倒伏指数 y 与变量 x_i 相关系数

由图 3-a 可看出矮抗 58 的抗倒伏指数与株高 x_1 、第二节长 x_4 、第三节长 x_5 和三四节长度比 x_{10} 密切正相关，与四五节长度比 x_{11} 和第四节壁厚 x_{15} 密切负相关。

由图 3-b 可以看出矮抗 58 茎秆性状各个因素之间的关系比较复杂，相关程度参差不齐，如第三节长 x_5 与三四节长度比 x_{10} 高度正相关，而与二三节长度比 x_9 高度负相关，第五节长度 x_6 与第五节壁厚 x_{16} 几乎不相关。

采用附件 1 中 2011 测量数据表中周麦 18 的相关数据，计算周麦 18 茎秆性状的各项变量间的相关系数，变量设置与矮抗 58 相同。计算得到周麦 18 的抗倒伏指数与各变量间相关系数矩阵详见附录中表 B。图 4-a 给出了周麦 18 抗倒伏指数 y 与变量 $x_i (i=1,2,\dots,19)$ 的相关系数大小示意，图 4-b 描述了矮抗 58 各变量间的互相关关系。

由图 4-a 可看出周麦 18 的抗倒伏指数与株高 x_1 密切正相关，与第一节间长 x_3 、第五节间长 x_7 切实正相关，与第四节壁厚 x_{15} 密切负相关，与第二节壁厚 x_{13} 、粗度 x_{19} 几乎零相关。由图 3-b 可以看出周麦 58 茎秆性状各个因素之间的相关程度不尽相同，如第三节间长 x_5 与第二节长 x_4 高度正相关，而与粗度 x_{19} 几乎零相关，第五节间长 x_7 与四五节长度比 x_{11} 几乎不相关。

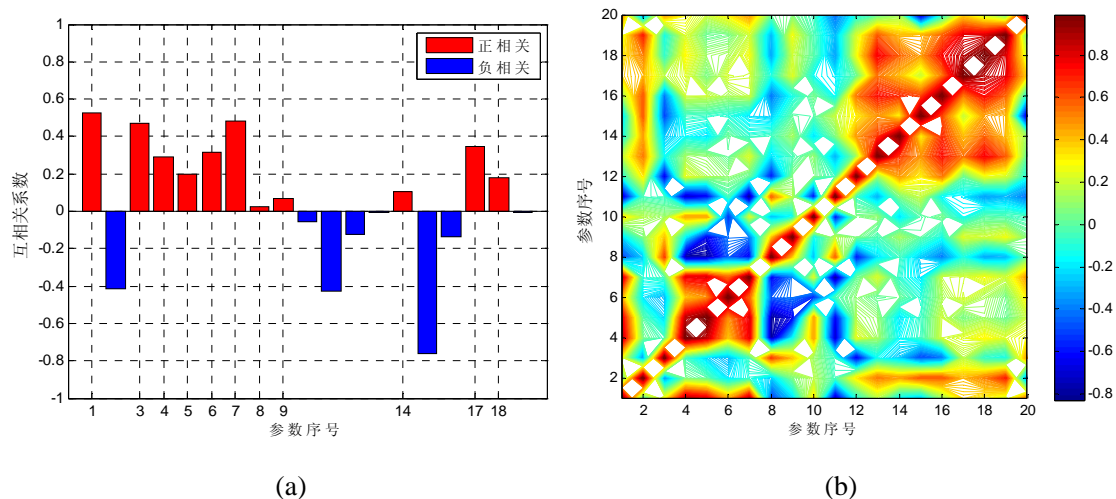


图 4 周麦 18 抗倒伏指数 y 与变量 x_i 相关系数

由图 4-a 可看出周麦 18 的抗倒伏指数与株高 x_1 密切正相关, 与第一节间长 x_3 、第五节间长 x_7 切实正相关, 与第四节壁厚 x_{15} 密切负相关, 与第二节壁厚 x_{13} 、粗度 x_{19} 几乎零相关。由图 3-b 可以看出周麦 58 茎秆性状各个因素之间的相关程度不尽相同, 如第三节间长 x_5 与第二节长 x_4 高度正相关, 而与粗度 x_{19} 几乎零相关, 第五节间长 x_7 与四五节长度比 x_{11} 几乎不相关。

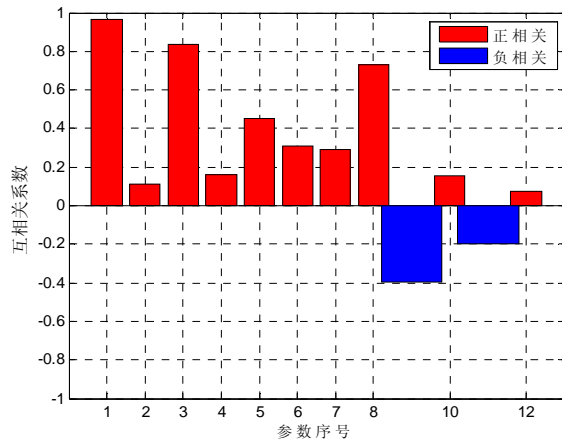
采用同样的方法, 依据附件 1 中“2008 测量数据”表中的相关数据, 分别计算国信、智 9988 早、联丰 85 和 TM 茎秆性状各变量间的相关系数, 受限于 08 年测试数据的项数, 具体定义的变量变为 13 个, 见表 7。株高的计算是将各个样本的各节间长度求和后再加上穗长的结果求平均得到的。

表 7 测试变量一览表

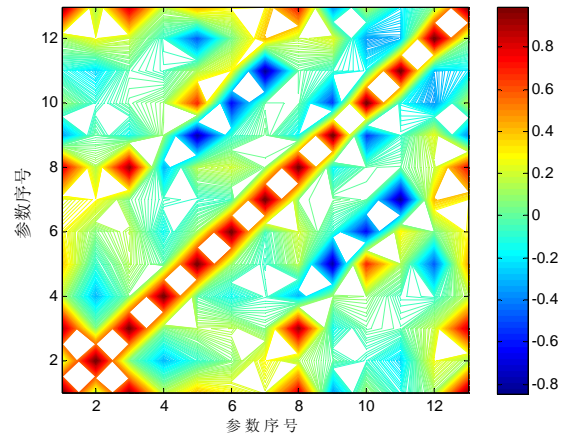
株高	x_1	穗长	x_2	第 1 节间长	x_3	第 2 节间长	x_4
第 3 节间长	x_5	第 4 节间长	x_6	第 5 节间长	x_7	1、2 节长度比	x_8
2、3 节长度比	x_9	3、4 节长度比	x_{10}	4、5 节长度比	x_{11}	粗度	x_{12}
抗倒伏指数	y	-	-	-	-	-	-

说明: 从麦穗至地面, 从上到下依次为第 1、2、3、4、5 节。

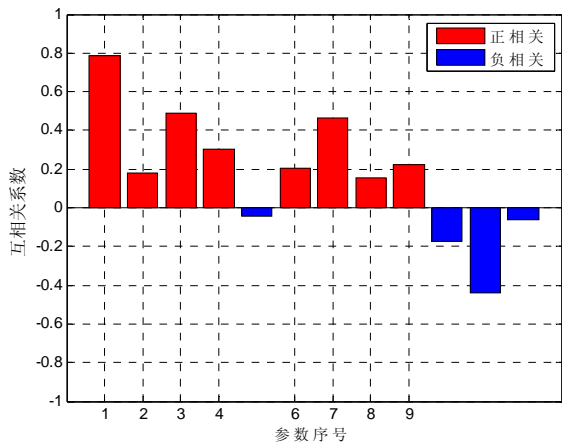
计算得到国信、智 9988 早、联丰 85 和 TM 的抗倒伏指数与各变量间相关系数矩阵详见附录中表 C-表 F。图 5-a 至图 8-a 分别给出了国信、智 9988 早、联丰 85 和 TM 抗倒伏指数 y 与变量 $x_i (i=1, 2, \dots, 12)$ 的相关系数大小示意, 图 5-b 至图 8-b 描述了各品种小麦变量间的互相关关系。



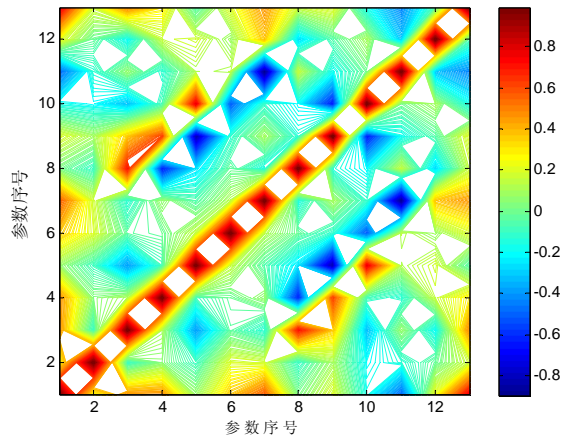
(a)



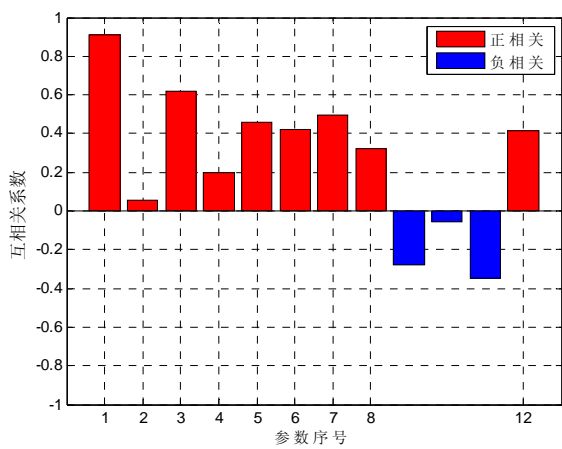
(b)

图 5 国信抗倒伏指数 y 与变量 x_i 相关系数

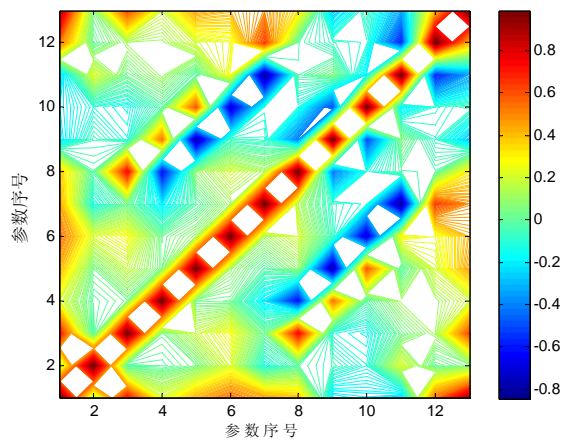
(a)



(b)

图 6 智 9988 早抗倒伏指数 y 与变量 x_i 相关系数

(a)



(b)

图 7 联丰 85 抗倒伏指数 y 与变量 x_i 相关系数

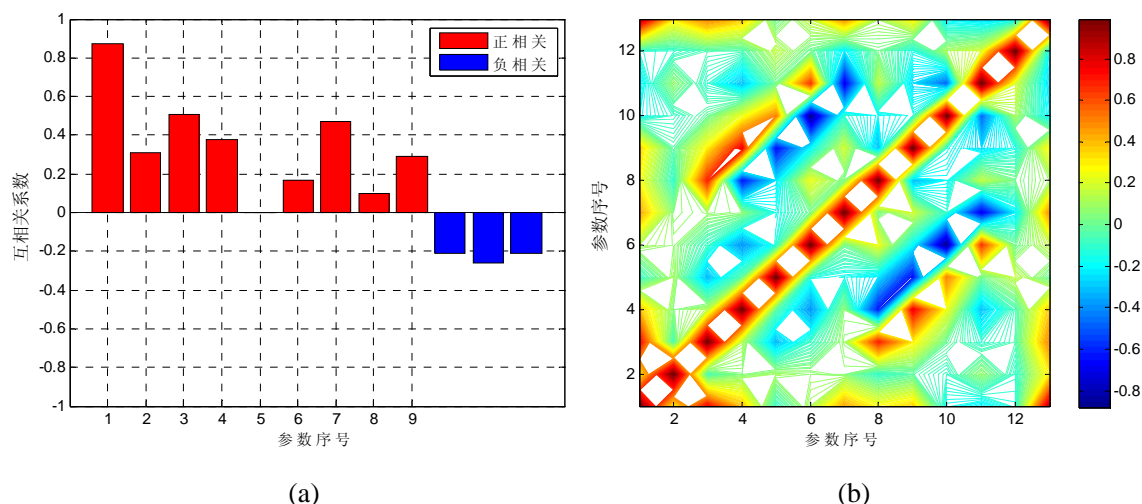


图 8 TM 抗倒伏指数 y 与变量 x_i 相关系数

对国信、智 9988 早、联丰 85 和 TM 这四个品种小麦而言，抗倒伏指数与株高 x_1 均高度正相关，与四五节长度比 x_{11} 均切实负相关。单个品种国信的抗倒伏指数与第一节间长 x_3 、一二节长度比与 x_8 密切正相关。其它三个品种除了与第一节间长 x_3 密切正相关，还显现出与第五节间长 x_7 的密切或切实正相关关系。

此外，附件 1 中给出了 2008 年份 6 个品种小麦抗倒性的经验结论，其中国信和智 9988 抗倒性较差。结合上文对各品种小麦抗倒伏指数与茎状特征相关性分析中，抗倒伏指数与株高、第一节间长显著正相关，与第四节壁厚显著负相关的分析结论，将这 6 种小麦的株高、第一节间长、第四节壁厚三个参数的统计平均值给出，见表 8

表 8 2008 年份 6 个品种小麦的部分参数统计值

	国信 1 号	智 9988	矮抗	联丰	周 18	TM
株高 (cm)	84.327	74.990	67.043	70.718	71.492	87.454
第一节间长 (cm)	32.240	26.203	22.333	26.007	26.512	29.875
第四节壁厚(mm)	0.450	0.425	0.650	0.625	0.575	0.475

由表 8 中数据可看出，国信 1 号、智 9988 较之其它品种小麦，其株高、第一节间长更大，而其第四节壁厚却相对较薄，因此容易发生倒伏。

5.3 问题三的建模与求解

理想株型是提高小麦光合效率的物质条件，不同茎状特征的株型也表现出不同的抗倒伏性，但目前对理想株型的概念尚不统一。本文将主要从小麦抗倒伏性的角度出发，设计不同穗重下小麦的理想株型结构。5.2 节中对小麦抗倒伏性与茎状特征因素进行了相关性分析，不难发现小麦抗倒伏的主要影响因素是株高、节间长以及节间长度比等小麦的农艺性状。因此，设计不同穗重下小麦的理想株型结构关键在于给出最佳的小麦株高、节间长度比。

5.3.1 模型及算法

对于五节的单株小麦，穗长为 l_{sui} ，设自上而下各节间长依次为 l_1 、 l_2 、 l_3 、 l_4 、 l_5 ，

则理想株型的株高可表示为

$$L_z = \sum_{i=1}^5 l_i + l_{sui} \quad (14)$$

受附件 1 中所给数据量的限制, 不考虑穗长 l_{sui} 的影响, 仅考虑自上而下的五个节间长 l_1 、 l_2 、 l_3 、 l_4 、 l_5 的影响。以抗倒伏指数为优化目标, 通过建立并求解一个有效的数学模型, 计算出各单穗重下最优的节间长度 l_1^* 、 l_2^* 、 l_3^* 、 l_4^* 、 l_5^* 以及理想株型的节间长度比 $l_1:l_2:l_3:l_4:l_5$ 。

为了有效获得理想株型结构, 可利用非线性规划模型来完成。通过对附件 1 数据的进一步分析, 本文建立了关于节间长变量的二次型规划模型。其基本思想是把一般的非线性规划问题转化为一系列二次规划问题进行求解, 并使得迭代点能逐渐向最优点逼近, 最后得到最优解。二次型规划数学模型为:

$$\begin{cases} \min_{l \in L} \frac{1}{2} L^T A L + B L \\ \text{st. } l_{i\min} \leq l_i \leq l_{i\max} \end{cases} \quad (15)$$

其中 $l_{i\min}$ 是第 i 节间长度的最小值, $l_{i\max}$ 是第 i 节间长度的最大值。

为确定模型中矩阵 A 和矩阵 B , 根据附件 1 中的数据, 采用二次型插值, 即:

$$y = L^T A L + B L + C \quad (16)$$

其中, $L = [l_1, l_2, \dots, l_5]^T$ 为单株小麦自上而下的五个节间长, y 为单株小麦的抗倒伏指数, 依据附件 1 中 2008 年的数据可以获得不同单穗重下 l_i ($i=1, 2, \dots, 5$) 和 y 的 n 个样本。

忽略常数项, 令 $C=0$, 则上式变为:

$$y = a_{11}l_1^2 + a_{22}l_2^2 + \dots + a_{55}l_5^2 + a_{12}l_1l_2 + \dots + a_{45}l_4l_5 + b_1l_1 + \dots + b_5l_5 \quad (17)$$

$$\text{其中 } A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ 0 & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ 0 & 0 & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ 0 & 0 & 0 & a_{44} & a_{45} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_{55} \end{bmatrix}; \quad B = [b_1 \ b_2 \ b_3 \ b_4 \ b_5]。$$

由于 A 和 B 中共有 20 个待定系数需要求解, 因此首先从 y 样本序列中取出 20 个最优样本 y^* , 并取出其对应的 20 个节间长度样本 l_i^* ($i=1, 2, \dots, 5$)。利用 l_i^* ($i=1, 2, \dots, 5$) 作为自变量, y^* 作为因变量, 代入公式 (16) 所示的二次型插值模型, 求解 A 、 B 矩阵。

将获得的 A 、 B 矩阵代入公式 (15) 所示的二次规划模型即可求解出单株小麦各节间长的最优值, 记为 $L_{best} = [l_1^*, l_2^*, l_3^*, l_4^*, l_5^*]$, 同时也可获得理想株型结构的节间长度比。

5.3.2 计算结果及分析

由模型计算的优化小麦节间长结果见表 9。通过对附件 1 中 2008 年测量数据的仔细分析, 可以认定单穗重为 1.91g、2.06g、2.46g、2.56g、2.75g 和 2.92g 时的小麦品种分别为国信、智 9988 早、矮抗 58、联丰 85、周 18 和 TM。

表 9 优化的各品种小麦节间长度

	国信	智 9988 早	矮抗 58	联丰	周 18	TM
穗下 1 节 (cm)	24.9	25.0	22.6	24.3	24.6	27.5
穗下 2 节 (cm)	19.3	15.5	14.5	13.5	16.1	15.8
穗下 3 节 (cm)	13.0	10.5	8.4	8.2	8.9	12.2
穗下 4 节 (cm)	7.0	7.8	7.1	7.1	6.6	8.4
穗下 5 节 (cm)	5.9	7.0	2.8	5.8	2.8	5.7

计算结果显示，为达到最佳的抗倒伏性能，国信的株高为 70.1cm，节间长度比为 4.2:3.3:2.2:1.2:1；智 9988 早的株高为 65.8cm，节间长度比为 3.6:2.2:1.5:1.1:1；矮抗 58 的株高为 55.4cm，节间长度比为 8.1:5.2:3:2.5:1；联丰的株高为 59.0cm，节间长度比为 4.2:2.3:1.4:1.2:1；周 18 的株高为 58.9cm，节间长度比为 8.8:5.8:3.2:2.4:1；TM 的株高为 69.6cm，节间长度比为 4.8:2.8:2.1:1.5:1。

文献[12]中认为合理的茎秆性状应是植株较高、茎秆粗壮、穗下第 1、2 节间较长、第 3、4、5 节间较短。高产小麦要求的节间长度比为 10:3.5~4.0:2.5~3.0:2:1。从节间长度比的要求来看，矮抗 58 和周麦 18 较为满足。事实上，从附件 1 中的 2008 年数据表中可以看出，矮抗 58 的 650-700kg 最佳产量和周麦 18 的 650-700kg 最佳产量是所有品种小麦中最高的。这也间接验证了本文设计的理想株型结构小麦是合理的，与经验事实较为吻合。表 10 中给出了优化的各品种小麦的节间长度比，特别是穗下 4、5 节的长度比与抗倒伏指数显著负相关，在降低穗下第四节间长度的同时，提高穗下 4、5 节的长度比也是理想株型结构的必要条件。

表 10 优化的各品种小麦的各节间长度比

	国信	智 9988 早	矮抗 58	联丰	周 18	TM
穗下 1、2 节比值	1.29	1.61	1.56	1.80	1.53	1.74
穗下 2、3 节比值	1.48	1.48	1.73	1.65	1.80	1.30
穗下 3、4 节比值	1.85	1.35	1.18	1.15	1.36	1.45
穗下 4、5 节比值	1.19	1.11	2.55	1.23	2.37	1.47

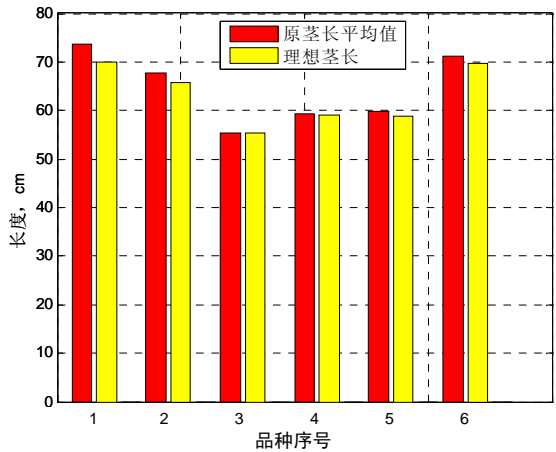


图 9 多品种小麦的优化茎长与茎长均值对比示意

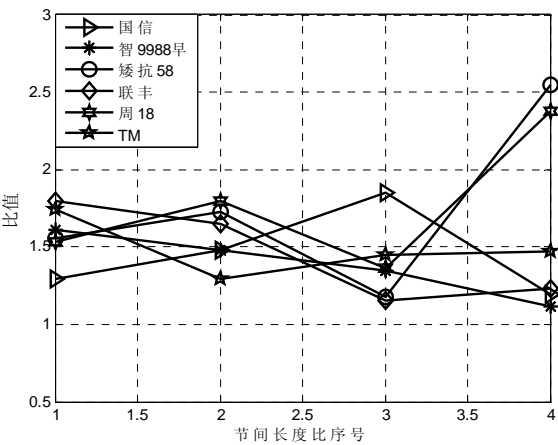


图 10 各品种小麦的节间比

为验证理想株型结构小麦的抗倒伏效果，我们将计算理想株型结构小麦的抗倒伏指数，并将其与通常小麦的抗倒伏指数进行比较，见表 11。

表 11 优化前后的各品种小麦的抗倒伏指数值比较

	国信	智 9988	矮抗 58	联丰	周 18	TM
通常小麦的抗倒伏指数	827.99	854.64	374.11	440.23	567.00	537.12
理想株型结构小麦的抗倒伏指数	765.23	778.90	356.22	410.37	530.83	489.01
改善比例	7.6%	8.9%	4.8%	6.8%	6.4%	9.0%

比较结果显示，理想株型结构的小麦抗倒伏性有明显提高，值得注意的是，品种较为优良的品种如矮抗 58 改善幅度不大 4.8%，而抗倒性差的国信、智 9988 改善幅度都较高。

5.4 问题四的建模

假设小麦茎秆是一端固定、另一端自由的均匀长细杆，茎秆重力均匀分布，设 q 为茎秆单位长度的自重， L 为茎秆长度， P 为顶端穗重（穗长忽略不计），其力学简化模型如图 11 所示。

设小麦在茎秆自重，穗重以及作用于穗部的风力 T 共同作用下发生弯曲并处于不稳定平衡状态，其力学简化模型如图 12 所示。

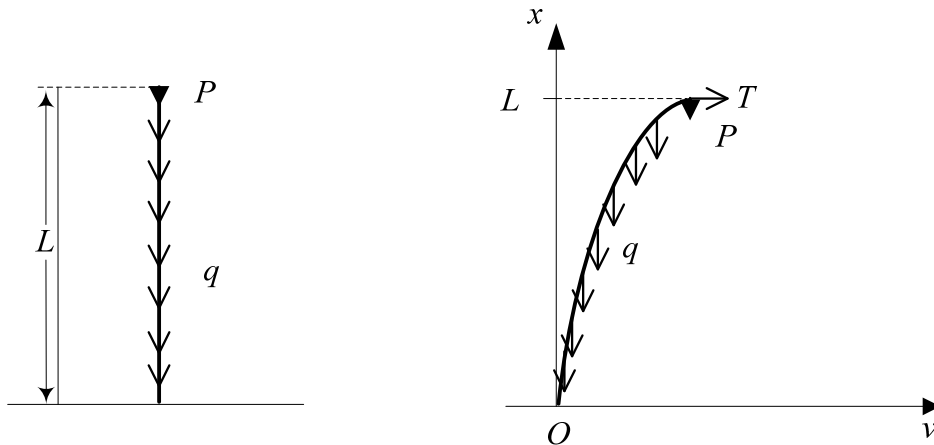


图 11 小麦茎秆力学简化模型

图 12 小麦临界平衡状态下力学简化模型

图 12 中临界平衡状态下其挠曲线所满足的近似微分方程为：

$$EI \frac{d^2 v}{dx^2} = -M(x) \quad (17)$$

其中， E 为茎秆的弹性模量， I 为茎秆截面惯性矩， $M(x)$ 为株高 x 处的弯矩。

设茎秆顶端处位移为 δ ，株高 x 处的弯矩分析如图 13 所示。

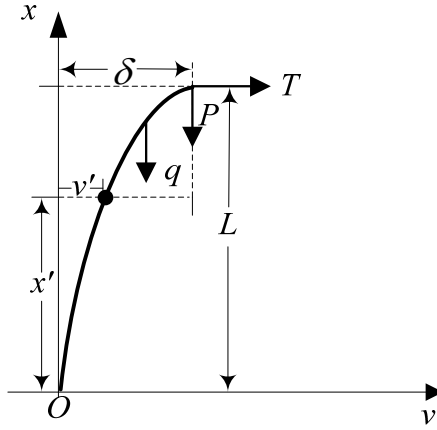


图 13 弯矩分析示意

由图 13 可知， $-M(x) = T(L-x) + P(\delta-v) + q(L-x) \cdot \frac{1}{2}(\delta-v)$ ，代入式 (17)，可得：

$$EI \cdot \frac{d^2v}{dx^2} = T(L-x) + P(\delta-v) + \frac{1}{2}q(L-x)(\delta-v) \quad (18)$$

其初始条件为 $v|_{x=0} = 0$ ， $v'|_{x=0} = 0$ 。

这是一个非线性二阶微分方程，一般情形下无法求出解析解，但是，我们只考虑腊熟期的小麦茎秆，由于此时小麦叶片、叶鞘多已脱落，我们可以暂时不考虑茎秆自重的影响，即认为 $q \approx 0$ ，此时，式 (18) 简化为：

$$EI \cdot \frac{d^2v}{dx^2} = T(L-x) + P(\delta-v) \quad (19)$$

这是一个二阶常系数非齐次线性微分方程，其通解为：

$$v = c_1 \cos \omega x + c_2 \sin \omega x + \frac{T}{P}(L-x) + \delta \quad (20)$$

其中， $\omega^2 = \frac{P}{EI}$ 。

由初始条件 $v|_{x=0} = 0$ 和 $v'|_{x=0} = 0$ ，可知：

$$c_1 = -\left(\frac{TL}{P} + \delta\right), \quad c_2 = \frac{T}{\omega P}$$

故挠曲线方程为：

$$v = \left(\frac{TL}{P} + \delta\right)(1 - \cos \omega x) + \frac{T}{\omega P}(\sin \omega x - \omega x) \quad (21)$$

下面求茎秆弯折的临界条件，考虑两种情况下的模型，一种是在无风情况下的模型，第二种是在有风情况下的模型。

5.4.1 无风模型

假设风力 T 只起扰动作用，其含义是风力的作用在茎秆发生弯曲后消失，而茎秆仅仅依靠穗重 P 的作用维持茎秆自身的不稳定平衡状态。

令 $T=0$ 代入式 (21)，挠曲线方程为：

$$v = \delta(1 - \cos \omega x) \quad (22)$$

再由 $v|_{x=L} = \delta$ 知 $\omega = \frac{\pi}{2L}$ ，故有：

$$v = \delta(1 - \cos \frac{\pi x}{2L}) \quad (23)$$

从而茎秆的弯曲变形能 U 为：

$$U = \frac{EI}{2} \int_0^L (\frac{d^2 v}{dx^2})^2 dx = \frac{EI}{2} \int_0^L \delta^2 (\frac{\pi}{2L})^4 \cos^2 \frac{\pi x}{2L} dx = \frac{EI \pi^4 \delta^2}{64 L^3} \quad (24)$$

外力势能为 $V = -P\lambda$ ，其中 λ 是茎秆微弯变形时的下移量，如图 14 所示。

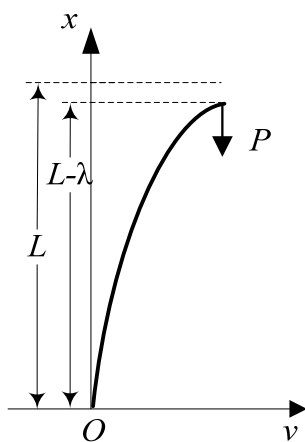


图 18 茎秆微弯下移量的示意图

显然， $L = \int_0^{L-\lambda} \sqrt{1 + (\frac{dv}{dx})^2} dx$ 。

由于 $|\frac{dv}{dx}| \ll 1$ ，有： $\sqrt{1 + (\frac{dv}{dx})^2} \approx 1 + \frac{1}{2}(\frac{dv}{dx})^2$ ，故有：

$$L = L - \lambda + \frac{1}{2} \int_0^{L-\lambda} (\frac{dv}{dx})^2 dx \quad (25)$$

故 $\lambda \approx \frac{1}{2} \int_0^L (\frac{dv}{dx})^2 dx$ 。

$$\therefore \frac{dv}{dx} = \frac{\pi \delta}{2L} \sin \frac{\pi x}{2L} \quad (26)$$

$$\therefore \lambda = \frac{1}{2} (\frac{\pi \delta}{2L})^2 \int_0^L \sin^2 (\frac{\pi x}{2L}) dx = \frac{\pi^2 \delta^2}{16L} \quad (27)$$

从而外力势能 V 为：

$$V = -P\lambda = -\frac{P \pi^2 \delta^2}{16L} \quad (28)$$

茎秆的总势能 Π 为：

$$\Pi = U + V = \frac{EI\pi^4\delta^2}{64L^3} - \frac{P\pi^2\delta^2}{16L} \quad (29)$$

由势能驻值原理，令 $\frac{\partial \Pi}{\partial \delta} = 0$ ，可得：

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{4L^2} \quad (30)$$

P_{cr} 即为茎秆弯折的临界力，由文献[4]可知，无风模型实际上就是不考虑自重的等截面压杆模型，而我们求得的是该模型的精确解。

5.4.2 有风模型

由式 (21) 可知，挠曲线方程为：

$$v = \left(\frac{TL}{P} + \delta\right)(1 - \cos \omega x) + \frac{T}{\omega P}(\sin \omega x - \omega x)$$

再由 $v|_{x=L} = \delta$ 可知：

$$\frac{T}{P} = \frac{\omega \delta}{\tan \omega L - \omega L} \quad (31)$$

故挠曲线方程又可表示为：

$$v = \delta + \frac{\delta \omega (L - x)}{\tan \omega L - \omega L} - \frac{\delta \sec \omega L}{\tan \omega L - \omega L} \sin \omega (L - x) \quad (32)$$

于是茎秆的弯曲变形能 U 为：

$$U = \frac{EI}{2} \int_0^L \left(\frac{d^2 v}{dx^2}\right)^2 dx = \frac{1}{4} EI \omega^3 \delta^2 \frac{\omega L - \sin \omega L \cdot \cos \omega L}{(\sin \omega L - \omega L \cos \omega L)^2} \quad (33)$$

外力势能 V 只由穗重产生，故：

$$\begin{aligned} V = -P\lambda &= -\frac{P}{2} \int_0^L \left(\frac{dv}{dx}\right)^2 dx \\ &= -\frac{1}{4} P \omega \delta^2 \frac{\omega L - 3 \sin \omega L \cdot \cos \omega L + 2 \omega L \cos^2 \omega L}{(\sin \omega L - \omega L \cos \omega L)^2} \end{aligned} \quad (34)$$

茎秆总势能 Π 为：

$$\begin{aligned} \Pi = U + V &= \frac{1}{4} EI \omega^3 \delta^2 \frac{\omega L - \sin \omega L \cdot \cos \omega L}{(\sin \omega L - \omega L \cos \omega L)^2} - \\ &\quad \frac{1}{4} P \omega \delta^2 \frac{\omega L - 3 \sin \omega L \cdot \cos \omega L + 2 \omega L \cos^2 \omega L}{(\sin \omega L - \omega L \cos \omega L)^2} \end{aligned} \quad (35)$$

为了确定茎秆弯折的临界条件，我们需要从由 $v|_{x=L} = \delta$ 得到的等式 (31)

$\frac{T}{P} = \frac{\omega\delta}{\tan \omega L - \omega L}$ 中解出 ω ，将等式改写为 $\tan \omega L = (1 + \frac{P\delta}{LT})\omega L$ 。

显然在 $0 < \omega < \frac{\pi}{2L}$ 内 ω 有唯一解，但其解析表达式无法得到，下面我们用近似的方法来求解。

由于 $0 < \omega < \frac{\pi}{2L}$ ，所以 $\sin \omega L$ 和 $\cos \omega L$ 均可以展开为幂级数：

$$\sin \omega L = \omega L - \frac{1}{6}(\omega L)^3 + \frac{1}{120}(\omega L)^5 - \dots \quad (36)$$

$$\cos \omega L = 1 - \frac{1}{2}(\omega L)^2 + \frac{1}{24}(\omega L)^4 - \dots \quad (37)$$

将其代入式 (40)，并忽略五次以上的高次项，有：

$$\Pi = \frac{3EI\delta^2}{2L^3} - \frac{3P\delta^2}{5L} \quad (38)$$

由势能驻值原理，令 $\frac{\partial \Pi}{\partial \delta} = 0$ ，可得：

$$P = \frac{5EI}{2L^2} \quad (39)$$

式 (39) 就是茎秆在风力及穗重共同作用下发生弯折的临界条件，我们注意到，其中并没有出现 T ，这是因为我们只考虑横向的风力并且茎秆只是处于微弯状态下。但是，实际中风力不可能只有横向的，由于小麦是大面积散播方式种植的，风力对麦穗的作用更多的是垂直向下的作用，假定风力使麦穗受到一个从上向下的力 T' 的作用，实际上就是使穗重增加到 $P + T'$ ，故茎秆发生弯折的临界条件为：

$$P + T' = \frac{5EI}{2L^2} \quad (40)$$

这样，当穗重已知时，茎秆发生弯折的临界风力 T'_{cr} 为：

$$T'_{cr} = \frac{5EI}{2L^2} - P \quad (41)$$

5.5 问题五的建模与求解

依据式 (41)——小麦在麦穗自重和风载作用下的力学模型，可得茎秆发生弯折的临界风力 T'_{cr} 与 E 、 I 、 P 和 L 有关。其中， E 可以由弹性测定值和 E 之间的线性关系得出， I 可以由弯折节的 D 和 t 依据公式得出。

为有效计算出风力值，完善所缺数据，特作如下假设：

假设 1：对于矮抗 58 的测量数据，以“2011 年测量数据 1”表中 2011.5.6 测试的穗下第 5 节的非缺失数据的平均数据替代 2007 年蜡熟期矮抗 58 基部第 1 节的数据。

假设 2：对于周麦 18 的测量数据，以“2011 年测量数据 1”表中 2011.5.26 测试的穗下第 5 节的非缺失数据的平均数据（剔除有穗下第 6 节的样本）替代 2007 年蜡熟期周 18 基部第 1 节的数据。

假设 3：对于新麦 208 的测量数据，以“2011 年测量数据 1”表中 2011.5.7 测试的温麦 6 号穗下第 5 节的非缺失数据的平均数据替代 2007 年蜡熟期新麦 208 基部第 1 节

的数据；以“2011 年测量数据 1”表中 2011.5.7 测试的温麦 6 号穗下第 1-5 节的鲜重之和替代 2007 年蜡熟期新麦 208 的单茎鲜重（不含穗头）。

假设 4：穗重依据附件 1 中“2008 年数据表的补充说明”。

根据以上假设，计算根倒和基部第 2 节茎倒两种情况下矮抗 58、新麦 208、周麦 18 的临界风力 T'_{cr} 的值，见表 12， T'_{cr} 的单位为 g。

表 12 小麦的临界风力值（单位 g）

	矮抗 58	新麦 208	周 18
根倒	3.40	0.48	2.61
基部第 2 节茎倒	2.49	0.43	1.01

设蜡熟期麦穗头迎风面积为 S (cm²):

$$S = 0.4841 + 0.2238P \quad (42)$$

由风压的贝努利公式：

$$\Omega = \frac{v^2}{1.630} \quad (43)$$

其中， Ω 表示压强(单位：Pa)， v 表示风速(单位：m/s)，可得临界风速 v_{cr} 满足：

$$\frac{98T'_{cr}}{S} = \Omega = \frac{v_{cr}^2}{1.630} \quad (44)$$

得到

$$v_{cr} = \sqrt{\frac{159.74T'_{cr}}{0.4841 + 0.2238P}} \quad (45)$$

计算根倒和基部第 2 节茎倒两种情况下矮抗 58、新麦 208、周麦 18 的临界风速 v_{cr} 的值，见表 13， v_{cr} 的单位为 m/s。

表 13 小麦的临界风速和对应风级

	矮抗 58	新麦 208	周 18
根倒	22.85(9 级)	9.17(5 级)	19.54(8 级)
基部第 2 节茎倒	19.61(8 级)	8.36(5 级)	14.22(7 级)

由表 11 和表 12 的结果可得：小麦的抗倒伏能力由大到小的顺序为：

矮抗 58>周 18>新麦 208

此外，小麦的基部第 2 节的茎倒比小麦的根倒更容易。

再由式 (41)、(42) 和式 (43) 可得穗重 P 和风速 v 的关系式为：

$$P = \frac{399.35EI - 0.4841v^2L^2}{L^2(159.74 + 0.2238v^2)} \quad (46)$$

当风速为 7 级(取平均值风速 $v = 15.5$ m/s)时，基部第 2 节茎倒情况下，矮抗 58、新麦 208、周麦 18 的临界自重 P_{cr} 的值，见表 14， P_{cr} 的单位为 g。

表 14 风速为 7 级时小麦的临界穗重（单位 g）

	矮抗 58	新麦 208	周 18
临界自重	3.39	1.41	2.58

5.6 问题六的解答

5.6.1 总结所建模型及分析结果

1、小麦抗倒伏指数的计算

抗倒伏指数公式：茎秆抗倒伏指数=茎秆鲜重×茎秆重心高度/茎秆机械强度

分别对 2007、2011、2008 三个年份采集的数据进行处理。2007 年的测量数据最为完备，在剔除毛刺数据后，直接对某生育期内的各项参数求统计平均后，计算出各品种小麦在多个生育周期的茎秆抗倒伏指数。2011 年的数据，除给出 13 组矮抗 58 的穗下第四节拉力（作为茎秆机械强度）外，其余品种小麦均缺少机械强度的数据信息。为此，我们参考三点弯曲试验中惯性矩 I 的计算公式，建立拉力与茎粗、壁厚的多元非线性回归模型，推测出其余品种小麦的机械强度，并据此计算出同一生育期内多个品种小麦的抗倒伏指数。2008 年的数据缺少茎穗重心高度和茎秆机械强度，为此，首先给出茎穗重心高度的详细推导过程，接着利用所建立的拉力与茎粗、壁厚的非线性反比函数计算出茎秆机械强度，最后完成对蜡熟期各品种小麦抗倒伏指数的计算。从计算结果来看，以“茎秆鲜重×茎秆重心高度/茎秆机械强度”计算抗倒伏指数，并据此评价小麦的抗倒伏性是合理的、可行的。本文计算结果与文献中试验结论也基本一致，说明所建立茎秆机械强度的非线性回归模型的有效性。

2、抗倒伏指数与茎状特征以及茎状特征之间的相关性分析

以相关系数作为描述抗倒伏指数与各种茎秆性状的相关性指标，同时分析了茎秆性状各个因素之间的相关性，并分别以柱状图和等高线图予以描述。从数据处理过程和仿真分析结果来看，通过建立矮抗 58 和周麦 18 的 20×20 相关系数矩阵（附录表 A、B）以及国信、智 9988 早、联丰 85 和 TM 的 13×13 相关系数矩阵（附录表 C、D、E、F），可以清晰直观的挖掘出各变量间的相关程度。值得关注的是与抗倒伏指数显著正负相关的几个因素，如高度正相关的株高和第一节间长、高度负相关的穗下第四节壁厚。这样，再重新考虑第一问的问题，比如 2008 年的测量数据不完善，但却给出了各节间长和株高，我们可以定义株高构成指数 HI 来评价抗倒伏性。

$$HI = \frac{l_1 + l_2}{\sum_{i=1}^5 l_i + l_{sui}} \quad (47)$$

其中 l_{sui} 为穗长， l_1 、 l_2 、 l_3 、 l_4 、 l_5 依次为自上而下的各节间长。株高构成指数越高，则抗倒性越好。以 2008 年测量数据为例，六个品种计算的株高构成指数见表 15。

表 15 2008 各品种小麦的抗倒伏指数（单位 $\text{cm} \times 10^{-3}$ ）

	矮抗 58	周麦 18	国信	智 9988 早	联丰 85	TM
株高构成指数	0.6170	0.5940	0.5588	0.5534	0.5711	0.5061

根据计算的株高构成指数，对各品种小麦抗倒性的优劣排序如下：

矮抗 58 > 周麦 18 > 联丰 85 > 国信 > 智 9988 > TM

与 5.1.3 中由抗倒伏指数对各品种小麦抗倒性的优劣排序进行比较

矮抗 58 > 联丰 85 > TM > 周麦 18 > 国信 > 智 9988

除 TM 以外，其它结果基本一致，这表明株高构成指数对抗倒性进行评价也是基本可行的，但这种评价标准对于具有 6 个茎节的 TM 略显不公正。

相关性分析也将为下一步理想株型结构的设计提供依据。

3、理想株型结构的设计

由于目前对理想株型的概念尚不统一,本文从小麦抗倒伏性的角度出发,设计不同穗重下小麦的理想株型结构。以抗倒伏指数为优化目标,通过建立并求解一个二次型规划模型,计算出各单穗重下最优的节间长度 l_1^* 、 l_2^* 、 l_3^* 、 l_4^* 、 l_5^* 以及理想株型的节间长度比 $l_1^*:l_2^*:l_3^*:l_4^*:l_5^*$ 。与相关文献中的结论进行比较,优化出的结果中,矮抗 58 和周麦 18 两个品种的小麦与高产小麦要求的经验节间长度比较为吻合。但由于本文仅从小麦抗倒性的优化出发,其它几个品种的优化结果仅能保证其较好的抗倒伏性,并不一定能实现小麦产量的最大潜力。所建模型仅考虑了株高、节长两个因素,未对考虑壁厚、节粗等因素,有一定的局限性。

4、小麦茎秆抗倒伏模型及 2007 年蜡熟期小麦抗倒伏风速的计算

利用弹性理论与梁的弯曲理论,建立了在茎秆自重、穗重及作用于穗部分力共同作用下的处于不稳定平衡状态下的挠曲线微分方程,求解该微分方程解到挠曲线方程。分别分析无风作用和有风作用两种情况,计算弯曲变形能和外力势能,依据势能驻值原理得到临界穗重与风力满足的条件,建立最终小麦抗倒伏模型。所建模型与文献[5]中的采取三次项近似逼近的挠曲线方程不同,模型还考虑到泰勒展开后三次以上的高阶项影响,模型更为精确,推导严谨。在此基础上,结合风压贝努利公式,通过一系列合理假设补全残缺数据,计算了 2007 年数据中蜡熟期小麦抗倒伏的临界风力和临界风速,计算结果具有一定的参考价值。但是由于测量数据项目有限,样本较小,对应于实际情况下小麦的抗倒伏风级,可能存在一定的出入,这需要在下期试验中加强数据收集和数据的完善。

5、值得考虑的问题

(1) 小麦抗倒伏指数所涉及的因素很多,仅由茎秆鲜重、茎秆重心高度和机械强度来度量不够全面。

(2) 在研究小麦茎秆在麦穗自重和风载作用下的应力规律时,应展开更多的试验,并利用统计学方法来研究和描述小麦茎秆的应力规律。我们认为,用材料力学中的刚体模型研究小麦茎秆的应力情况误差较大。因为实际情况下,小麦茎秆与刚体还是较大有区别的。

(3) 风载作用下的应力规律实际上是一个复杂的运动过程,因此,在研究风载作用下的应力规律时,不仅要考虑风速的影响,还应考虑到风向以及当时的气象信息等综合因素的影响。

(4) 对于试验中获得的测量数据,应着重考虑这些数据收集时的科学性、合理性,应尽可能获得详尽、全面地测量数据,并将所获得的测量数据进行分门别类的整理。

5.6.2 2012 年试验方案及数据分析方法

5.6.2.1 试验方案

建议 2012 年的试验方案应当包括以下几个步骤:一是田间试验;二数据收集;三是数据预处理;四是数据分析;五是结果分析。

1、田间试验

(1) 测试品种

测试品种应当为当前大面积种植且产生较好经济效益的品种,挑选出分别代表矮秆、中矮秆、中秆以及中高秆的不同品种。

(2) 取样时间

针对开花期、灌浆期、乳熟期、蜡熟期分别进行取样。

2、数据收集

(1) 需要收集数据:

附件 1 给出的 2007、2008、2011 年份的测量数据中并不完备,因此在 2012 年的小麦抗倒伏性试验中应进一步获取更多的测量数据,从而更为全面地研究各品种小麦的抗倒伏特性。2012 年需获得的测量数据项目由表 15 给出。

表 15 2012 年所需获取的测量数据

株高	穗长	各节间长	各节间粗度	各节间厚度	各节间鲜重	各节间干重	穗鲜重
穗干重	单株鲜重	单株干重	穗重心	茎重心	穗籽粒重	茎秆强度	弹性模量

(2) 样本大小

样本数至少为 30, 条件允许可为 50。

(3) 增加的试验

除需获得表中所示的测量数据外,还应增加穗重和模拟风载作用下的临界力和风力试验,针对蜡熟期的不同品种小麦,通过相关试验测量其在倒伏临界状态时的穗重指数以及风力指数,并结合力学模型得到的理论临界应力规律,完善挠曲线近似方程的研究方法。

(4) 改善试验工具

如引入超声波等工具,既能准确测量出茎秆的机械强度,又能减少对作物的伤害。对游标卡尺的选择尽量非金属化,确保度量茎粗时的低误差。

3、数据预处理

对非正常生长或掺杂的其它品种的样本予以抛弃,数据采集后,对异常值进行剔除。可利用基于正态分布的 3σ 方法来完成。基于正态分布的 3σ 方法是统计学中一种常用的数据预处理方法,其理论依据为大数定理,即

$$\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N X_n \sim N(\mu, \sigma^2) \quad (48)$$

其中 X_1, X_2, \dots, X_N 为期望 μ , 标准差 σ 的 N 个样本。

4、数据分析方法

见 5.6.2.2。

5、结果分析

针对试验结果,评价试验的优缺点并提出相应的改进措施,为下一年的相关试验和改进工作奠定基础。

5.6.2.2 数据分析方案

小麦茎秆质量是其形态、结构、组成成分等多种因素决定的,本文仅从生物力学角度分析了小麦品种茎秆的农艺性状,事实上,茎秆机械组织厚度和维管束目也是茎秆质量的决定因素。归根结底,小麦茎秆质量的功能主要体现在机械强度的大小。迄今,虽

对小麦倒伏做了大量研究,但仍没有完全解决,究其原因,主要在于对小麦品种的茎秆质量尚缺乏深入、系统的研究,更未用于育种实践。因此,我们认为应当将茎秆质量代替机械强度,以作为衡量茎秆抗倒伏指数的重要因素可能更为合理,即:

茎秆抗倒伏指数=茎穗鲜重×茎穗重心高度/茎秆质量值

1、茎秆质量值的计算

以茎秆质量值为研究小麦抗倒伏性的重点项目,可参考小麦茎秆抗倒伏指数 *CLI* 的定义,给出茎秆质量值的详尽测量方法。

2、非线性函数逼近模型

针对不同品种小麦,分别建立多元的非线性函数逼近模型来描述小麦茎秆不同外部形态特征与茎秆质量的函数关系。除利用本论文中所建立的多元非线性回归模型外,还可利用多元非线性拟合、插值等模型,同时,还可以进一步更换其他基底函数来完成。

3、相关性分析模型

针对不同品种小麦的测量数据,分别建立相关性分析模型来研究小麦茎秆不同外部形态特征与茎秆质量的相关性。除利用本论文中所建立的互相关系数模型外,可尝试利用灰色关联模型、因素通径分析以及社会网络分析等方法 and 模型。

4、小麦理想株型结构的探讨与求解

为有效提高来年小麦的单穗籽粒产量,进一步指导来年的小麦育种工作,需要研究小麦理想的株型结构,给出抗倒伏性优且单穗籽粒产量高的小麦理想株型结构。本文所建立的二次型规划,仅仅从提高抗倒伏性的角度解决了节间长和株高的优化问题。为有效解决抗倒伏性和产量之间的矛盾问题,以抗倒性最优和产量最佳为目标函数,构建多目标优化模型,结合各品种小麦在倒伏临界状态时的穗重指数与风力指数以及各茎秆外部形态特征与抗倒伏指数之间的相关性,利用多目标智能优化方法来完成模型求解。

5.6.3 对育种实践的建议

小麦的育种实践是一个小麦品种选优的过程,许多研究表明,品种更换的过程同时也是品种矮化的过程。矮秆、半矮秆新品种在生产上的推广增强了品种的抗倒伏能力,同时也大大提高了小麦的产量潜力。在小麦品种为高秆或较高秆情况下,育种家们通过品种矮化来提高抗倒伏能力,起到了很大作用。但品种矮化是有限度的,小麦育种发展至今,品种株高已有较大幅度改善,高产品种多在 80 公分左右,如果继续矮化,由于植株过矮,叶层密集,就会导致群体内光照不足、通风不良、植株早衰、病虫害加重等一系列不良反应。

通过分析可知,小麦的产量指标对于评估和推广不同小麦品种具有重要的指导意义。然而,小麦的产量与其抗倒伏指数息息相关,由附件材料可知,一旦小麦发生倒伏,其产量会减少 30%-40%。由本文计算结果可知,不同品种小麦的抗倒伏指数差别较大。因此,可结合不同品种小麦的抗倒伏指数预先估计它们之间的相对倒伏概率,然后利用该倒伏概率计算不同品种小麦的产量期望,最终给出不同品种小麦的价值评估,是一个科学、合理的思路和途径。基于该思路,可建立如下数学模型:

依据附件 1 中 2011 年的数据 2,以测量时间为 2011 年 5 月 28 日的数据为例,各品种小麦的产量和所计算出的抗倒伏指数如表 16 所示。

表 16 2011 年各品种小麦的抗倒伏指数（单位 $\text{cm} \times 10^{-3}$ ）

	周麦 18	矮抗 58	温麦 6 号	周麦 22	郑麦 9023	平安 6	豫麦 18
产量 (kg/ha)	10083.30	10519.65	8391.60	9123.45	8710.35	6649.35	7889.70
抗倒伏指数	1118.7	680.9	1277.8	1158.8	1716.8	508.8	1017.1

产量值从高到低排序为：

矮抗 58>周麦 18>周麦 22>郑麦 9023>温麦 6 号>豫麦 18>平安 6

利用如下公式可进一步计算不同品种小麦的相对倒伏概率：

$$P_{Li} = \frac{CLI}{\max_i \{CLI_i\}} \quad (49)$$

其中， $i=1,2,\dots,N$ ， N 为小麦的品种数。

利用所获得的各品种小麦的相对倒伏概率来计算产量期望，计算公式如下：

$$EP_{Li} = a \cdot Q \cdot P_{Li} + b \cdot Q \cdot (1 - P_{Li}) \quad (50)$$

其中， Q 为小麦的产量， a 为无倒伏对产量的影响因子，取 $a=1$ ， b 为倒伏对产量的影响因子，由附件说明可知， b 的取值区间为 $[30\%, 40\%]$ ，这里取 $b=35\%$ 。其计算结果如表 17 所示。

表 17 2011 年各品种小麦的抗倒伏指数（单位 $\text{cm} \times 10^{-3}$ ）

	周 18	矮抗 58	温麦 6	周麦 22	郑麦 9023	平安 6	豫麦 18
产量期望 (kg/ha)	7783.6	9.0594	6.2055	6.9680	5.6617	5.9596	6.2538

产量期望从高到低排序为：

矮抗 58>周麦 18>周麦 22>豫麦 18>温麦 6 号>平安 6>郑麦 9023

这个排序结果与表中所给出的排序结果相比存在一定的差异，主要因为考虑了小麦的不同抗倒伏性特征。我们认为：小麦育种家利用上述模型获得的产量期望值来指导育种实践工作，是更科学、更合理的。

值得强调的是，单凭品种矮化无法完全解决高产与倒伏的矛盾，而应该更为关注小麦品种茎秆质量的提高。品种的茎秆质量得以提高，一方面可在一定矮化的基础上，适当增加植株高度，以提高单株生物量；另一方面，可通过进一步增加种植密度，加大亩穗数，以提高群体生物量，同时保证较高的经济系数，就能够获得更高的产量。生产实践证明，小麦品种间茎秆质量差异很大，有的矮秆品种不一定抗倒伏，如周麦 18（茎长 59.7cm），有的高秆品种也不一定易倒伏，如 TM（茎长 71.2cm）。所以，在小麦高产、稳产育种中，应在一定矮化的基础上，着重提高茎秆质量，以提高品种的抗倒伏能力，使小麦综合性状得以协调优化，实现产量的突破。

六、模型优缺点分析

模型的优点：

- 1、抗倒伏指数计算严谨、因素间相关性分析合理，模型和算法实现具有可行性；
- 2、第四问的模型都给出了精确的表达式和推导；
- 3、第五问通过合理假设，计算出数据对于小麦抗风吹倒伏具有一定的参考价值。

模型的缺点：

对于具体参数考虑不够，与实际情况存在一定偏差。

参考文献：

- [1] 董琦, 王爱萍, 梁素明. 小麦基部茎节形态结构特征与抗倒性的研究. 山西农业大学学报, 2003, : 188-191.
- [2] 余泽高, 李志新, 严波. 小麦茎秆机械强度与若干性状的相关性研究. 湖北农业科学, 2003, 11-14.
- [3] 郭玉明, 袁红梅, 阴妍, 等. 茎秆作物抗倒伏生物力学评价研究及关联分析. 应用数学, 2005, 18(增): 154-157.
- [4] 孙训方等. 材料力学（下）. 北京:高等教育出版社, 1987:238-256.
- [5] 袁志华, 冯宝萍, 赵安庆, 等. 作物茎秆抗倒伏的力学分析及综合评价探讨. 农业工程学报, 2002: 30-31.

附录

表 A 矮抗 58 抗倒伏指数与各性状变量间相关系数矩阵

1.000	-0.268	0.192	0.754	0.756	0.360	0.675	-0.244	-0.657	0.636	-0.617	-0.214	-0.071	-0.390	-0.576	-0.267	-0.295	-0.227	-0.384	0.701
	1.000	0.125	-0.499	-0.542	0.049	-0.071	0.314	0.455	-0.531	0.081	0.262	0.413	0.499	0.567	0.358	0.622	0.584	0.575	-0.156
		1.000	-0.224	-0.178	-0.267	-0.473	0.871	0.181	-0.148	0.434	-0.093	-0.496	-0.515	-0.457	-0.529	-0.578	-0.628	-0.610	0.123
			1.000	0.603	0.488	0.729	-0.670	-0.399	0.463	-0.628	-0.063	-0.122	-0.431	-0.528	-0.363	-0.309	-0.213	-0.349	0.511
				1.000	0.019	0.507	-0.439	-0.958	0.969	-0.462	-0.547	0.026	-0.201	-0.464	0.040	-0.216	-0.080	-0.241	0.577
					1.000	0.650	-0.465	-0.017	-0.220	-0.676	0.702	0.252	0.123	0.184	0.016	0.240	0.120	0.213	0.005
						1.000	-0.736	-0.427	0.358	-0.926	0.132	0.355	0.110	-0.040	0.128	0.308	0.339	0.213	0.486
							1.000	0.344	-0.342	0.658	-0.049	-0.344	-0.195	-0.089	-0.236	-0.311	-0.397	-0.305	-0.185
								1.000	-0.930	0.428	0.484	-0.115	0.034	0.301	-0.194	0.088	-0.008	0.115	-0.480
									1.000	-0.311	-0.707	0.011	-0.197	-0.477	0.071	-0.232	-0.069	-0.249	0.569
										1.000	-0.194	-0.392	-0.085	0.050	-0.147	-0.306	-0.328	-0.179	-0.546
											1.000	0.102	0.245	0.521	0.114	0.341	0.185	0.368	-0.468
												1.000	0.782	0.498	0.818	0.824	0.763	0.730	0.110
													1.000	0.849	0.868	0.890	0.787	0.870	-0.364
														1.000	0.744	0.806	0.727	0.908	-0.693
															1.000	0.838	0.831	0.872	-0.246
																1.000	0.943	0.932	-0.164
																	1.000	0.914	-0.072
																		1.000	-0.408
																			1.000

表 B 周麦 18 抗倒伏指数与各性状变量间相关系数矩阵

1.000	-0.053	0.283	0.879	0.793	0.432	0.860	-0.520	-0.223	0.333	-0.756	-0.114	0.165	-0.181	-0.267	0.105	0.362	0.311	0.223	0.524
	1.000	-0.356	0.046	-0.005	-0.206	-0.107	-0.254	0.061	0.160	-0.042	0.327	0.532	0.454	0.586	0.597	0.417	0.521	0.697	-0.413
		1.000	-0.051	-0.228	-0.291	-0.050	0.629	0.391	0.112	-0.069	-0.669	-0.157	-0.263	-0.504	-0.425	0.166	-0.084	-0.137	0.473
			1.000	0.857	0.382	0.774	-0.804	-0.175	0.444	-0.737	0.256	0.121	-0.162	-0.058	0.203	0.245	0.310	0.236	0.291
				1.000	0.488	0.801	-0.794	-0.654	0.444	-0.656	0.151	0.102	-0.206	-0.069	0.197	0.050	0.117	0.023	0.196
					1.000	0.548	-0.460	-0.405	-0.559	-0.037	0.093	0.016	0.032	-0.102	0.133	0.227	0.142	0.048	0.316
						1.000	-0.650	-0.399	0.225	-0.839	0.022	0.230	-0.088	-0.209	0.188	0.207	0.286	0.201	0.482
							1.000	0.357	-0.284	0.566	-0.593	-0.216	-0.057	-0.248	-0.411	-0.120	-0.327	-0.296	0.023
								1.000	-0.162	0.157	0.065	-0.034	0.126	0.008	-0.128	0.234	0.199	0.272	0.068
									1.000	-0.625	0.063	0.095	-0.209	-0.009	0.052	-0.157	-0.007	-0.030	-0.058
										1.000	-0.067	-0.302	0.060	0.185	-0.169	-0.192	-0.340	-0.287	-0.427
											1.000	0.110	0.469	0.318	0.537	0.021	0.265	0.222	-0.121
												1.000	0.652	0.488	0.732	0.543	0.768	0.588	-0.008
													1.000	0.299	0.676	0.403	0.578	0.407	0.108
														1.000	0.619	0.186	0.464	0.419	-0.759
															1.000	0.530	0.745	0.571	-0.136
																1.000	0.868	0.801	0.350
																	1.000	0.805	0.180
																		1.000	-0.008
																			1.000

表 C 国信抗倒伏指数与各性状变量间相关系数矩阵

1.000	0.159	0.911	0.152	0.391	0.296	0.221	0.805	-0.350	0.105	-0.129	0.114	0.966
	1.000	0.052	-0.297	-0.089	0.062	0.299	0.137	0.005	-0.088	-0.239	0.271	0.110
		1.000	0.051	0.144	0.163	0.037	0.930	-0.155	0.018	-0.011	0.178	0.836
			1.000	-0.009	-0.157	-0.055	-0.314	0.105	0.086	-0.056	-0.078	0.158
				1.000	0.096	-0.084	0.149	-0.819	0.674	0.130	-0.480	0.451
					1.000	-0.054	0.201	-0.097	-0.648	0.301	0.032	0.309
						1.000	0.042	0.039	0.007	-0.853	0.411	0.290
							1.000	-0.183	0.002	0.009	0.164	0.733
								1.000	-0.551	-0.089	0.244	-0.394
									1.000	-0.147	-0.364	0.156
										1.000	-0.305	-0.201
											1.000	0.071
												1.000

表 D 智 9988 早抗倒伏指数与各性状变量间相关系数矩阵

1.000	0.247	0.465	0.476	0.078	0.368	0.576	0.019	0.209	-0.170	-0.496	0.234	0.785
	1.000	-0.102	0.045	-0.089	0.202	0.176	-0.105	0.099	-0.201	-0.131	-0.008	0.179
		1.000	0.107	-0.387	-0.027	-0.138	0.703	0.363	-0.321	0.070	-0.197	0.489
			1.000	-0.089	-0.006	0.080	-0.628	0.613	-0.077	-0.136	0.157	0.301
				1.000	0.154	-0.050	-0.253	-0.835	0.763	0.117	0.181	-0.046
					1.000	0.126	-0.013	-0.125	-0.517	0.139	0.075	0.206
						1.000	-0.166	0.101	-0.117	-0.905	0.372	0.463
							1.000	-0.143	-0.210	0.153	-0.267	0.157
								1.000	-0.643	-0.185	-0.043	0.221
									1.000	0.005	0.105	-0.171
										1.000	-0.306	-0.442
											1.000	-0.062
												1.000

表 E 联丰 85 抗倒伏指数与各性状变量间相关系数矩阵

1.000	0.148	0.725	0.223	0.428	0.565	0.450	0.393	-0.222	-0.200	-0.252	0.542	0.910
	1.000	-0.036	-0.004	0.040	0.220	-0.131	-0.014	-0.053	-0.116	0.223	0.010	0.055
		1.000	0.036	0.182	0.287	0.026	0.740	-0.124	-0.148	0.033	0.119	0.622
			1.000	0.039	0.030	-0.206	-0.638	0.527	-0.016	0.123	0.115	0.199
				1.000	0.103	-0.012	0.094	-0.820	0.592	-0.014	0.212	0.4560
					1.000	0.115	0.209	-0.066	-0.733	0.289	0.253	0.420
						1.000	0.133	-0.085	-0.123	-0.855	0.639	0.495
							1.000	-0.430	-0.125	-0.017	-0.013	0.325
								1.000	-0.515	0.061	-0.077	-0.276
									1.000	-0.206	-0.103	-0.057
										1.000	-0.589	-0.346
											1.000	0.417
												1.000

表 F TM 抗倒伏指数与各性状变量间相关系数矩阵

1.000	0.289	0.735	0.392	-0.097	0.116	0.439	0.277	0.363	-0.172	-0.228	-0.132	0.874
	1.000	-0.074	0.048	0.101	0.078	0.052	-0.109	-0.032	-0.098	0.077	-0.105	0.307
		1.000	0.122	-0.320	-0.096	0.083	0.679	0.295	-0.003	-0.114	-0.052	0.506
			1.000	-0.026	-0.401	0.062	-0.641	0.758	0.241	-0.307	-0.057	0.377
				1.000	-0.144	-0.170	-0.242	-0.666	0.505	0.006	0.160	0.002
					1.000	0.009	0.244	-0.202	-0.890	0.638	0.007	0.166
						1.000	0.017	0.186	-0.119	-0.716	-0.226	0.474
							1.000	-0.322	-0.203	0.155	0.021	0.100
								1.000	-0.148	-0.260	-0.154	0.292
									1.000	-0.489	0.107	-0.212
										1.000	0.193	-0.258
											1.000	-0.213
												1.000