



## 第十届华为杯全国研究生数学建模竞赛

题 目 微蜂窝环境中无线接收信号的特性分析

### 摘 要:

本文针对微蜂窝环境中的无线传输信道建立了射线跟踪的路径搜索模型、基于路径的信号衰减与干涉模型、针对宽带多波的信号分析模型。

本文主要完成了以下工作:

第一、完成路径搜索:根据电磁波的传播的反射、绕射特性,通过分析建筑物表面法向和射线传播方向对电磁波传播反射和遮挡的影响,设计了一种快速一步推进算法。在此基础上利用广义优先搜索思想设计了路径遍历与搜索算法,该算法采用状态向量机确保满足传递约束条件。

第二、基于路径搜索算法,完成了对 Tx 和 Rx 间的路径搜索,当接收点半径为 4 米且射线间隔角为 1 度时可以搜索得到 86 条路径,当 0.5 度时有 101 条其中没有纯粹反射的路径。同时,完成了对 25 种发射和接收点组合的传递仿真,验证了当两者均位于路口时由于可利用的绕射和反射更多从而达到良好的传递性能。并在路径搜索算法基础上,提出了自适应精细化角量化的搜索算法。

第三、利用搜索得到的路径,结合无线电波传递的幅值衰减和相位变化特性,分析了 25 中发射机接收机的传播路径。使用 K-S 检验方法可以得出,不管是哪条发射机与接收机路径,其信号统计特性都符合瑞利分布。对上述 25 种发射源与接收点的组合统计可以看出,幅度变化统计规律都符合瑞利分布,并且其分布的特征参数和发射源与接收点位置有关,表现为两者接近或在路口时多波干涉振幅较大。

第四、基于上述结论,通过数值算法进行了宽带多波干涉的波形仿真,分析了对同一频率、不同路径信号以及同一路径、不同频率的波包络统计特性,并分析了其相关性。

另外,由于本题涉及的算法设计较为复杂,本文所建模型及运行算法注重了功能分离与提高执行效率,方便了程序调试和在短时间内得到分析结果。

# 微蜂窝环境中无线接收信号的特性分析

## 一、 问题重述

近年来，微蜂窝、微微蜂窝系统由于采用频谱复用技术解决频谱资源紧缺的问题而得到广泛应用，但给运营商在网络初期规划带来了困难。传播模型根据对无线传输信道的模拟和仿真，预测接收信号，可以为指导网络规划提供较为准确的理论依据。

目前，比较有代表性的就是射线跟踪模型。由于移动通信中使用的超高频微波和光同属电磁波，有一定近似性，按光学方法可以辨认出多路径信道中收、发射机间所有主要的传播路径。一旦这些传播路径被辨认后，就可根据电波传播理论来计算每条传播路径信号的幅度、相位、延迟和极化，然后结合天线方向图和系统带宽就可得到到达接收点的所有传播路径的相干合成结果。

根据微小区中电波传播的主要特点，可以假设微蜂窝环境下建筑物的高度高于基站天线的高度，并将建筑物定义为平面上的“多边形”(即图1中带有灰色阴影的多边形)，其“边”代表建筑物的表面，“顶点”则代表了建筑物的拐角，从而将三维问题近似地简化成二维问题，只考虑两种传播机制：反射和绕射。这种简化大大地提高了射线跟踪模型的预测效率，同时能够得到可以接受的预测精度。

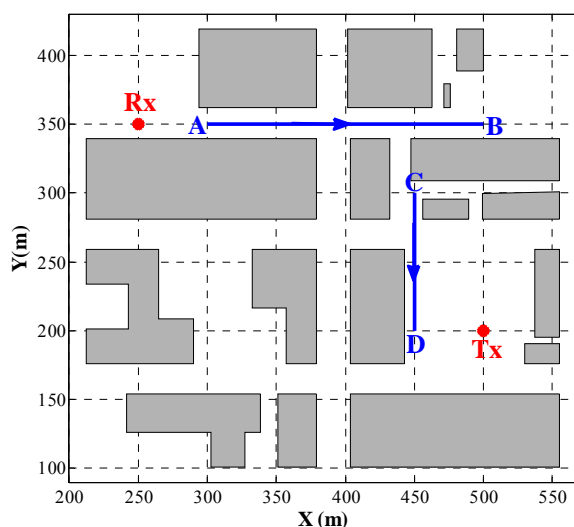


图1 渥太华市区部分区域二维视图

本文主要考虑以下问题：

### 一、基本问题

(1) 电波从发射天线出发，向空间各个方向均匀发射。为了能够进行数值计算，需要将总的发射能量均匀地分配到若干条射线上，这个过程称之为发射角量化过程。显然，规定的射线条数越多，量化就越精细，计算量也就越大。

因此请根据实际情况，首先选择定量化的精细程度，然后跟踪确定发射机 $T_x$ (坐

标为(500, 200))和接收机 $R_x$ (坐标为(250, 350))间的主要传播路径，并可视化展示在图1中。

(2) 如图 1 所示, 在路径  $AB$  (两点坐标分别为(300, 350)和(500, 350))上以 50m 为间隔取 5 个位置准备放置发射机; 在路径  $CD$  (两点分别为(450, 300)和(450, 200))上以 25m 为间隔取 5 个位置准备放置接收机; 这样有 25 种发射机-接收机组合。请问哪一个组合收发机间的传播路径最多, 哪一个组合最少?

(3) 将(2)中所有发射机-接收机组合的传播路径进行比对, 请寻找尽可能多的规律。

## 二、宽带问题

(4) 两个或两个以上的波相遇时, 在一定情况下会相互影响, 这种现象叫干涉现象。声波、光波和其他电磁波等都有此现象。考虑如下的多波干涉问题: 对于(2)中提到的  $CD$  路径上的所有接收点, 从发射机出发的电波都有多个传播途径(可能是多次反射传播、多次绕射传播或是反射与绕射的任意组合传播)到达这些点, 这些频率相同、振动方向相同、初相位相同的简谐波(即正弦波)在各个接收点相遇叠加, 出现某些接收点振动始终加强、而在另一些接收点振动始终减弱的现象, 这种现象称为多波干涉现象。

上述接收点处, 多波干涉形成的接收信号可以描述为

$$f(\omega, t) = \sum_{i=1}^Q A_i e^{j(\omega t + kr_i)} \quad (1)$$

上式(1)中,  $Q$  为到达某接收点的传播途径总数;  $A_i$  和  $r_i$  分别为到达接收点的第  $i$  条传播路径的信号电场强度和长度;  $kr_i$  为长度为  $r_i$  的传播路径上的相位积累;

$\omega = 2\pi f = 2\pi c / \lambda$  ( $c$  为光速, 值为  $3 \times 10^8 \text{ m/s}$ )。

请针对上述 25 种情况, 对这种多波干涉的振幅  $|f(\omega, t)|$  进行统计学分析, 包括: 一、二阶矩特性, 不同路径到达信号的相关性及概率密度分布函数;

(5) 继续考虑图 1, 从发射机同时发射一组功率相同的电波, 频率从 2000 Mhz 到 2100 Mhz, 间隔近似 1Mhz, 这样我们总共要同时发射 101 个单频信号。每个单频信号都会形成(4)中提到多波干涉问题, 多个单频信号会形成宽带多波干涉现象, 请对这种宽带多波干涉现象进行数学建模, 并分析合成波的包络统计特性, 如同一频率、不同路径信号之间, 同一路径、不同频率信号之间的相关性等。

## 二、基本假设

1. 假设图 1 中所有建筑物均为理想电介质;
2. 假设图 1 中所有建筑物的内角均为  $90^\circ$ , 其所有的边要么与 X 轴平行, 要么与 Y 轴平行;
3. 射线在建筑物内部的透射能量不予考虑。

## 三、问题一的求解

本文采用射线跟踪法(Ray-tracing)用于求解问题一。其思想是由源点出发, 向周围空间均匀发出大量的射线, 对每条射线的路径进行跟踪, 该射线遇到平面就反射, 遇到尖绕射点就绕射, 在接收点处设置接收圆, 来判断这些射线对接收点处的场强是否有影响[1]。若接收点到射线的距离小于接收圆的半径, 则该射线对接收点的场强是有贡献的。反之, 对接收点的场强没有贡献, 在判断中相邻的被接收的路径视为一条。

由此可见，射线追踪法的精度与在空间分出的射线的个数有关，射线越多，对应的绕射和反射路线也就越多，预测结果越准确，但是相应的计算量也就越大[2]。

### 3.1 基于广度遍历的射线跟踪模型

用链表实现如图 2 中所示的树形结构，在发射点上按照一定的分度产生射线，寻找相应的反射点和绕射点作为发射点的子节点。对于反射点，父节点和子节点的连线即为相应的反射路径；对于绕射点，子节点和父节点之间形成的路径的后续路径必为绕射路径。得到了反射路径和绕射路径后，需要对当前路径的有效性进行判断，判断的依据如下：

- 若射线与所有的多边形均不相交，且不在接收圆内，则放弃该条路径；
- 只存在反射路径时，反射次数不超过 7 次；
- 只存在绕射路径时，绕射次数不超过 2 次；
- 路径超过一次绕射与一次、两次、三次或四次反射的任意组合；
- 路径存在两次绕射时最多和一次反射相组合。

路径有效性的判断由函数“TransWithDiffract”或“TransWithDiffract\_ForAll”实现。

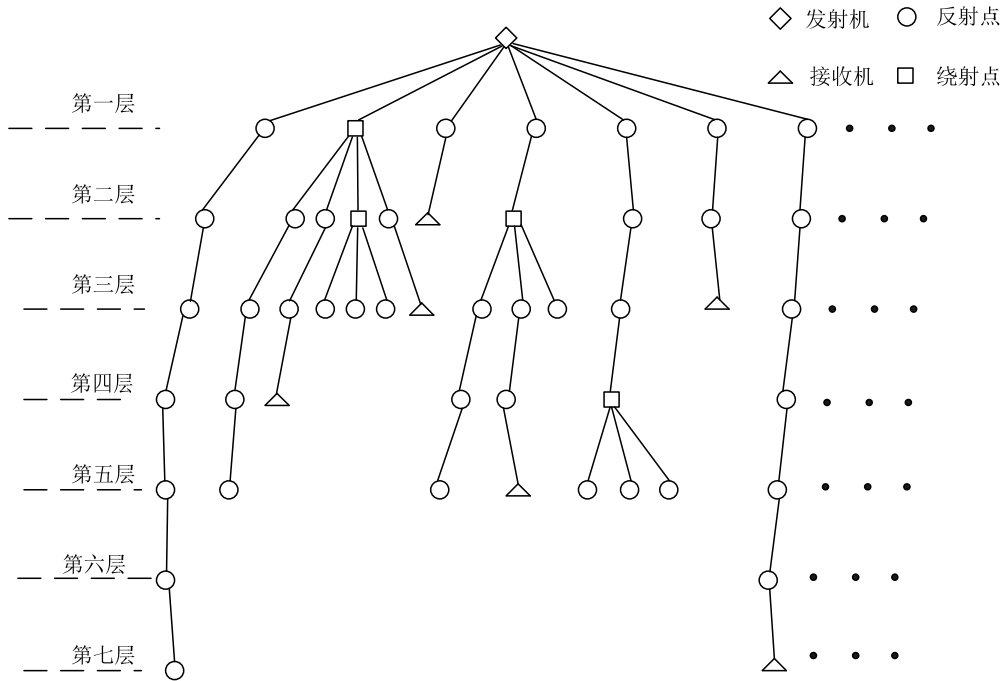


图 2 树形结构示意图

记  $S_i(L_j)=[L_1, L_2, \dots, L_n \dots, L_m]$  表示第  $i$  个源的第  $j$  层反射点集，则每个源必然对应一个树形结构，源由发射源和二次源(绕射点)组成。

为了提高射线跟踪法的运算速度，本文在对多边形数据进行预处理的基础上求取可行的反射路径和绕射路径。下面对该方法进行具体的介绍。

每个反射点  $L_j$  具有以下属性：

- 反射点坐标；
- 所属多边形面的序号；
- 出射方向；

- 每个绕射点  $S_i$  具有以下属性:

- 反射点和绕射点的剩余能力可以由状态向量机进行判断, 其原理见图 3, 其函数为 “CalcRestReflect”。

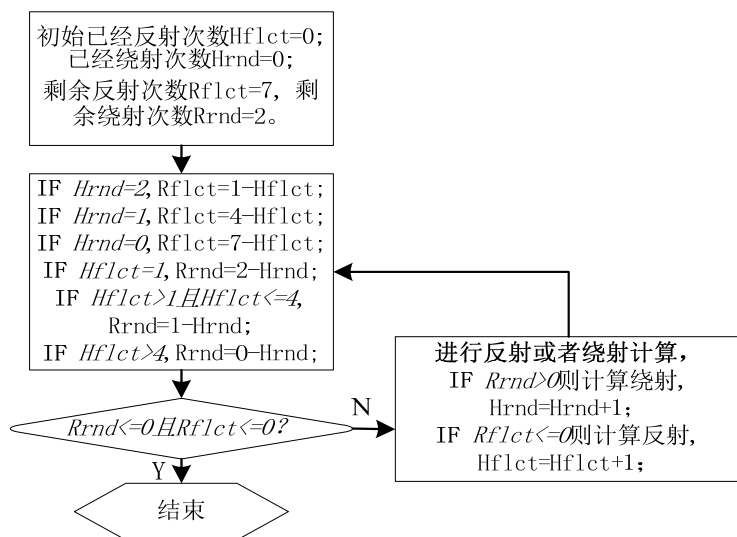


图3 状态向量机原理图

传统的射线跟踪法对每一条射线的路径进行跟踪,以得到发射源和接收机之间的传播路径[3-6],类似于对图2中树形结构的深度遍历。由于射线分度的精度有限,当相邻两条路径的反射点不在同一平面,如图4中所示实现所示的两条路径,则可能会出现漏掉绕射点或反射路径的情况。

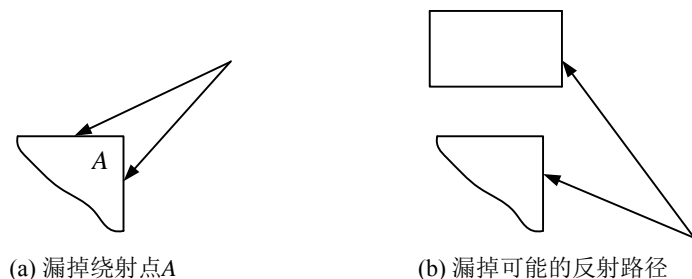


图 4 深度遍历时可能存在的问题

本文采用类似于广度遍历的方法预测发射机到接收机之间的传播路径。即在每一次都找出本层中所有节点，若为反射点则将相应路径存入反射路径，若为绕射点即将其当做二次源，直到满足循环结束条件。广度遍历的优点是可以利用相邻两条射线之间的关系，对射线分度进行进一步的自适应精细化，最大限度的避免出现图 4 中所示的问题。

因此基于广度遍历的常量角量化射线追踪法具体流程图如图 5 中所示:

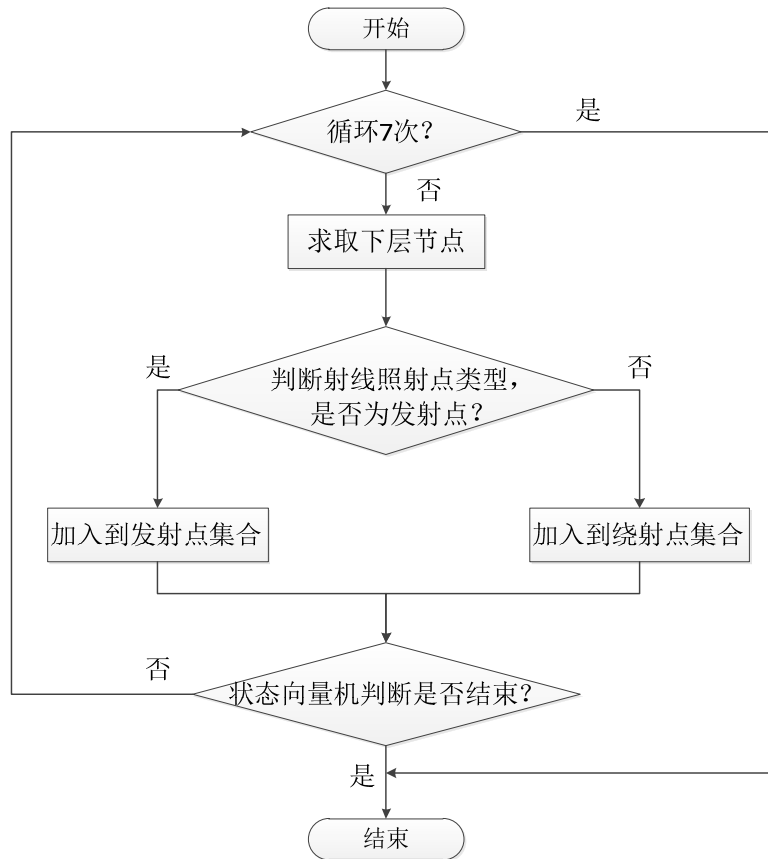


图5 常量角量化射线追踪法流程图

首先, 量化射线自源 $s_i$ 向四周发射出去, 与建筑物的表面相交形成反射点, 产生反射点序列, 反射点对应以 $s_i$ 为根节点的树形结构中的一个节点; 据绕射点判定准则可以产生新的绕射点, 绕射点对应新的树形结构, 点产生新的角量化射线, 并向周围发射出去, 形成新的反射点序列。这样反复产生反射序列和绕射点序列, 直到全部所有层的反射点和绕射点都没有继续反射和绕射的能力, 或者是到达接收机, 从而得到发射机和接收机之间的主要传播路径。

## 3.2 传播路径具体解算方法

### 3.2.1 多边形数据分类预处理

为减小在求解反射路径和绕射路径时的计算量, 方便后续计算, 对多边形的数据进行预处理。

基于假设2, 将建筑物的各边分成“上下左右”四种类型, “上”和“下”两种边均与X轴平行, 边上两个顶点在Y轴上的坐标相同; “左”和“右”两种边均与Y轴平行, 边上两个顶点在X轴上的坐标相同; 将这些相同的坐标合并, 并放在数组的第一行, 将来作为在X方向和Y方向插值的依据。经过这样处理后, 如图6中所示。所有边的分类结果均保存在文件“LinesCls\_Res.mat”中, 对应元胞变量“LinesCls\_Res”的1、2、3、4个元素分别为“上下左右”四个方向的面的起点和终点坐标, 注意, 该坐标是合并以后的坐标。

然后, 将元胞变量“LinesCls\_Res”的第一行数据按照从小到大的顺序进行排序, 得到的结果放入元胞变量“LineCls\_Sort”中。

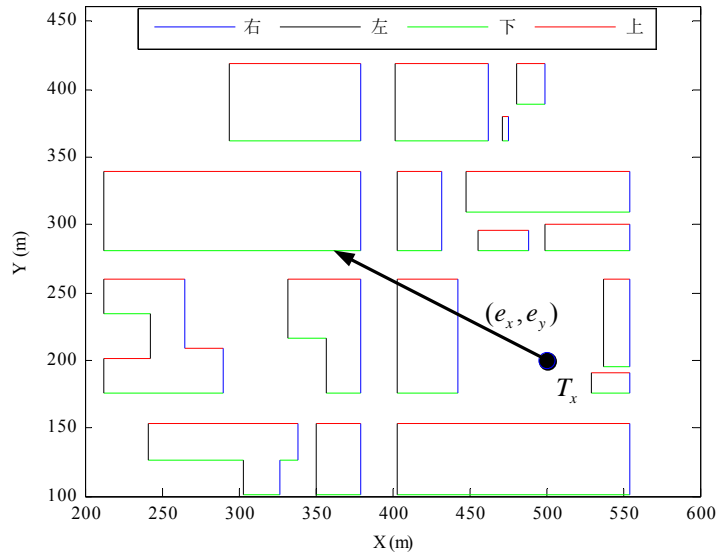


图 6 多边形边的划分

用“起点+单位向量”的方法来描述射线，单位向量表示了射线的方向。由当前发射点的坐标和方向对分类好的各个面进行插值，可以得到所有可能与该射线相交的边。以图 6 中的  $T_x$  为例，只有方向靠下和靠右的边可能与射线相交，在靠下和靠右的边中，所有位于射线右边的面又可以全部舍弃，这样可以极大的减小在求取反射点和绕射点时的搜索空间。在最坏的情况下可以减小一半的搜索空间，平均可以减少 3/4 的搜索空间。

### 3.2.2 反射路径的求解

为了求取从某点出发的射线的反射路径，需要寻找该射线对应的反射点。本文采用新的方法来计算反射点和绕射点。主要的计算步骤如下：

- 按照第 3.2.1 节的方法对多边形的数据进行预处理；
- 得到所有可能与射线相交的面。由当前发射点的坐标对“LineCls\_Sort”的第一行进行插值，可以得到所有可能与该射线相交的边，由第 3.2.1 节的结果可知，这些边必然按照与发射点的距离从小到大的方式排列；
- 按照从近到远的原则寻找射线同多边形边的交点。若射线与距离其最近的 X 轴方向的面相交，则停止在 X 轴方向的搜索，否则继续搜索；同理，在 Y 轴的方向也做相同的处理；
- 最后取 X 方向和 Y 方向上距离发射源最近的点为反射点。

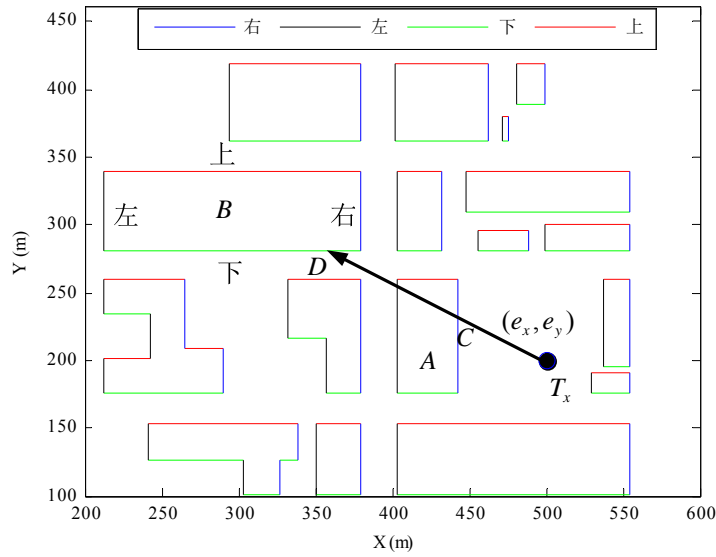


图 7 反射路径的求解

例如，对于图 7 中以  $T_x$  为起点，以  $(e_x, e_y)$  为方向的射线，所有建筑物的面中，只有靠右和靠下的面是起作用的，而且这些面中，位于  $T_x$  的右边和下边的面又可以不用考虑，这样，大大减小了可能的搜索范围。然后，在所有靠右的边中，多边形 A 距离  $T_x$  最近；在所有靠下的面中，矩形 B 距离  $T_x$  最近；设相应的交点分别为 C 和 D，由于 C 点与  $T_x$  的距离最近，故 C 点为相应的反射点。若射线与距离其最近的面没有交点，则取距离稍微远些的面进行判断。在找到了反射点之后，就可以确定相应的反射路线。

由此可见，对多边形的数据进行预处理可以较大的减小在求解反射路线时的计算量。

### 3.2.3 绕射路径的求解

绕射路径解算的难点在于绕射点的求取。为了正确的寻找绕射点，可以根据两条相邻射线之间的关系来确定相应的绕射点。相邻射线可由相邻反射点确定，相邻反射点的定义如下：

定义：相邻反射点是指由同一发射源发出的射线对应的反射点中，位于多边形的同一条边上并且相邻的点，注意，这些射线必须要经过相同次数的反射。两相邻反射点发出的射线可以等效为由镜像源点直接发出的两相邻射线。图 8 中 A 和 B，B 和 C 均为相邻反射点，C 和 D 不再为相邻反射点。

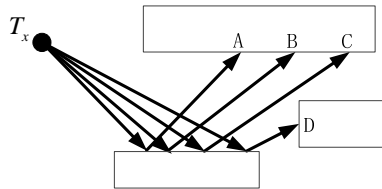


图 8 相邻反射点的定义

因此，由两相邻反射点发出射线可根据绕射点判据来进行绕射点的找寻。同一发射源角量化之后的射线将与多边形相交会，如果同一源相邻两条射线没有相交于同一多边形，则可以判定该两相邻射线间必有一个绕射点。在经过若



多次反射后，可以认为由某个多边形的同一条边两相邻反射点上反射出的射线为相邻射线，如图 9 (b)所示，并以此来求解新的绕射点。

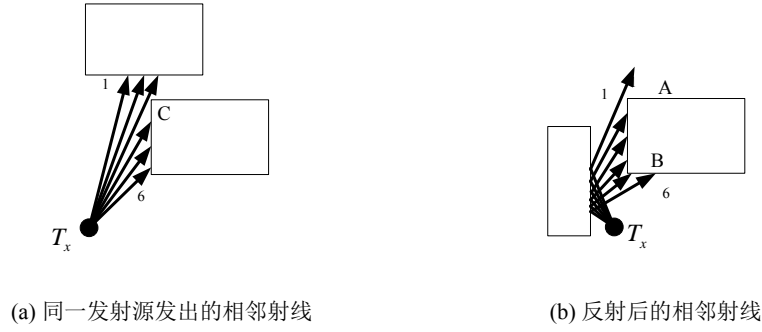


图 9 绕射点的解算

下面给出如何判断某个点在两条射线中间的方法，考虑如图 10 中所示的相邻射线和多边形顶点的关系，则两个多边形的  $C$ 、 $D$ 、 $E$ 、 $F$  四个顶点中，位于两条射线中间的点即为相应的绕射点。

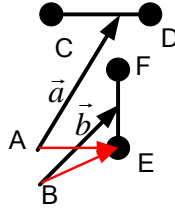


图 10 点与两条相邻射线的关系

将图 10 两条相邻的射线分别记为  $\vec{a}$  和  $\vec{b}$ 。将向量扩展到三维，连接  $A$  点和  $E$  点， $B$  点和  $E$  点，构造新的向量  $\overrightarrow{AE}$  和  $\overrightarrow{BE}$ ，若  $E$  在两射线之间，则  $\overrightarrow{AE} \times \vec{a}$  的方向与  $\overrightarrow{BE} \times \vec{b}$  的方向相反。由此可以判断  $F$  和  $D$  点为可能的绕射点。然后再判断  $D$  是否被  $F$  点所遮挡，分以下两种情况进行讨论：

第一种情况，属遮挡情况，如图 11 (a)所示。



图 11 绕射点是否被遮挡的判别

虽然可判定点  $F$  和点  $D$  都在两射线之间，但是点  $D$  由于被面  $EF$  所遮挡，所以点  $D$  就不能够判定为绕射点。判断遮挡的方法为，首先求出两射线的交点，连接交点和可能为绕射点的线段，判断该线段和另一面是否相交。相交则该点不能作为绕射点。

如图 11 (a)中， $O$  点为发射点  $A$  的射线和发射点  $B$  的射线的交点(相当于源的镜像点)，连接  $OD$ ，发现  $OD$  和面  $EF$  有交点，则  $D$  点被遮挡，不能成为绕射点。而连接  $OF$ ，其和  $CD$  面无交点，则  $F$  为一个绕射点。

第二种情况，两个点同属绕射点，如图 11 (b)所示。

当发生如图 11 (b)所示的情况时, 线段  $OF$  不和线段  $CD$  相交, 线段  $OD$  也不和线段  $EF$  相交, 则  $D$  和  $F$  都是绕射点。

### 3.3 结论分析

取接收机  $R_x$  (坐标为(500, 200))接收圆的半径为 4m, 在发射机  $T_x$  (坐标为(250, 350))处每隔  $1^\circ$  取一条射线, 在二次源处也是每隔  $1^\circ$  取一条射线, 此时  $T_x$  和  $R_x$  间的主要传播路径有 **86** 条, 具体如图 12 中所示。

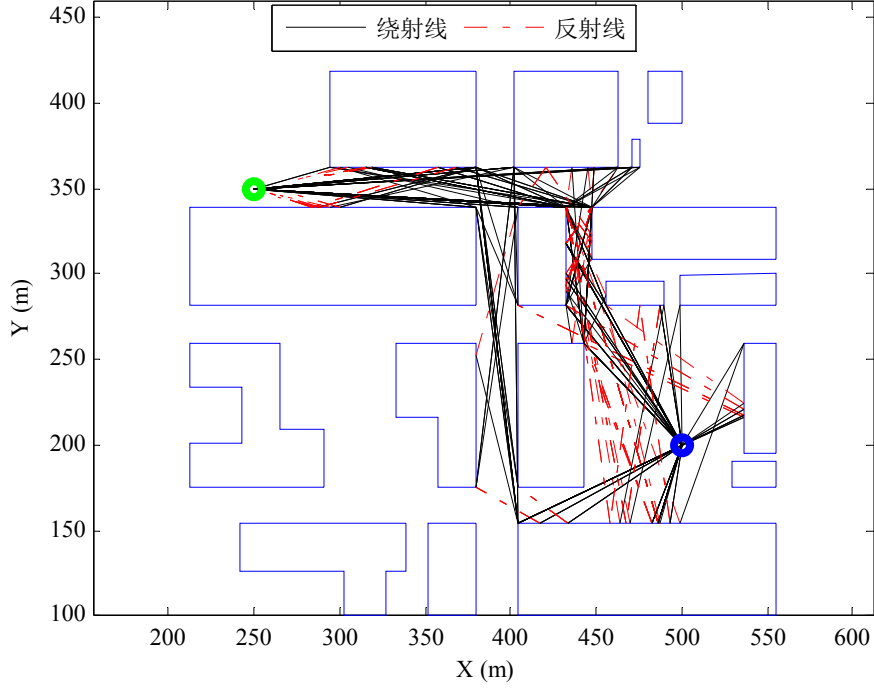


图 12 发射机和接收机之间的主要传播路径

从图 12 和仿真的结果数据可以看出, 在问题一中,  $T_x$  和  $R_x$  之间不存在视距传播路径, 也不存在单纯的反射路径, 只能是反射和绕射的组合, 这会导致接收机能够接收到的信号比较微弱, 故  $R_x$  在(250, 350)处时, 发射机  $T_x$  布置在(500, 200)点是不合适的。另外当间隔为  $0.5$  度时有 101 条路径。

### 3.4 自适应精细化角量化射线追踪模型

本文采用广度遍历的方法预测接收机和发射机之间的传播路径, 因此可以利用两条相邻射线之间的关系来避免深度搜索时可能存在的问题(见图 4)。采用自适应精细化角量化方法时, 若两条相邻射线求得的反射点不在同一个平面, 则可以通过对这两条射线中间的部分进行进一步分度, 即引图 13 中的虚线射线, 即将射线产生的过程自适应地进行精细化, 从而提高射线跟踪法的精度。

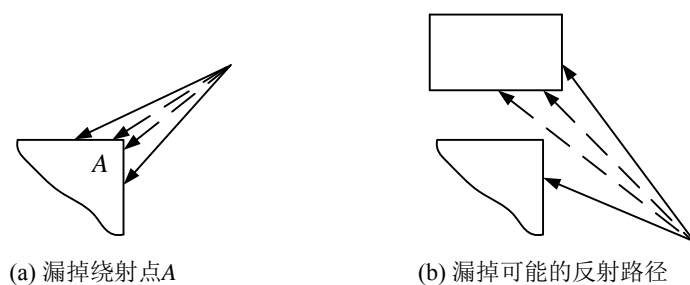


图 13 自适应精细化角量化示意图

进一步的，本文所采用的广度遍历的方法能够支持在角量化的过程中进行自适应精细化，从而能够增加对传播路径的预测精度。

## 四、 问题二的求解

如图 14 所示，在图 1 中的路径  $AB$  (两点坐标分别为(300, 350)和(500, 350)) 上以 50m 为间隔取 5 个位置准备放置发射机；在路径  $CD$  两点分别为(450, 300)和(450, 200))上以 25m 为间隔取 5 个位置准备放置接收机；这样有 25 种发射机-接收机组合，如图 14 中所示。

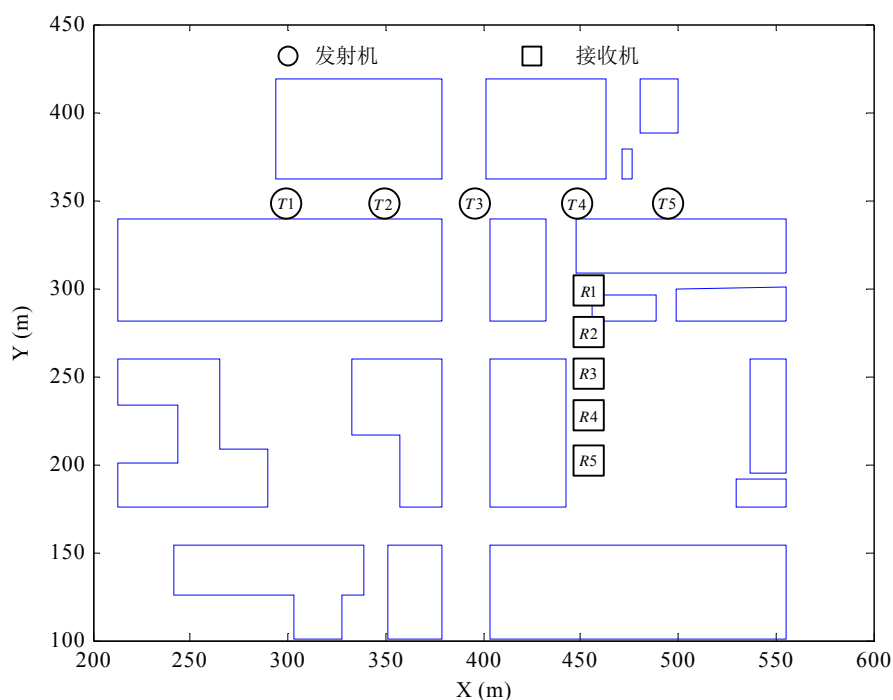


图 14 接收机和发射机的位置

所有的组合中对应的路径如表 1 中所示：

表 1 发射机和接收机不同组合对应的传播路径数量

	$R1$	$R2$	$R3$	$R4$	$R5$
$T1$	309	301	209	172	123
$T2$	300	308	209	176	134
$T3$	679	<b>886</b>	608	563	504
$T4$	801	802	660	601	546
$T5$	294	282	189	152	<b>101</b>

由表 1 可知,  $(T3, R2)$  的组合对应的传播路径最多为 **886** 条, 此时  $T_x$  和  $R_x$  的位置分别为:  $(400, 350)$  和  $(450, 275)$ ;  $(T5, R5)$  的组合对应的传播路径最少, 为 **101** 条, 此时  $T_x$  和  $R_x$  的位置分别为:  $(500, 350)$  和  $(450, 200)$ 。

仿真环境为 MATLAB 2013a, 计算机及其 CPU 配置为: 联想 ThinkPad E430C Inter(R) i5-3210M, 上述 25 中情况下本文所提广度遍历算法的运行时间见表 2:

表 2 算法的运行时间 (单位: 秒)

	$R1$	$R2$	$R3$	$R4$	$R5$
$T1$	32.5894	32.6726	32.1398	32.6939	32.0086
$T2$	30.7515	30.6939	30.5402	30.8447	30.4909
$T3$	81.2845	81.0090	81.1554	80.7563	81.1239
$T4$	51.3996	50.9924	50.7738	51.2445	50.7411
$T5$	40.1644	40.1696	39.7628	39.8954	39.6974

由表 2 可知, 本算法的运行时间较快, 同时具有较高的预测精度。

## 五、 问题三的求解

通过对图将(2)中所有发射机-接收机组合的传播路径进行比对, 寻找尽可能多的规律。这里根据自行编写的函数 FindAllTheTxRx 一次性完成所有组合的验证性仿真:

$(T3, R2)$  为问题二中传播路径最多的组合, 该情况下  $T_x$  和  $R_x$  的传播路径如图 15 中所示, 可以看出, 此时发射机周围和接收机周围都布满了绕射点, 因而所得的传播路径较多, 但是  $T_x$  和  $R_x$  之间并没有视距传播路径, 由表 2 可知, 此时对应的运行时间也较长。

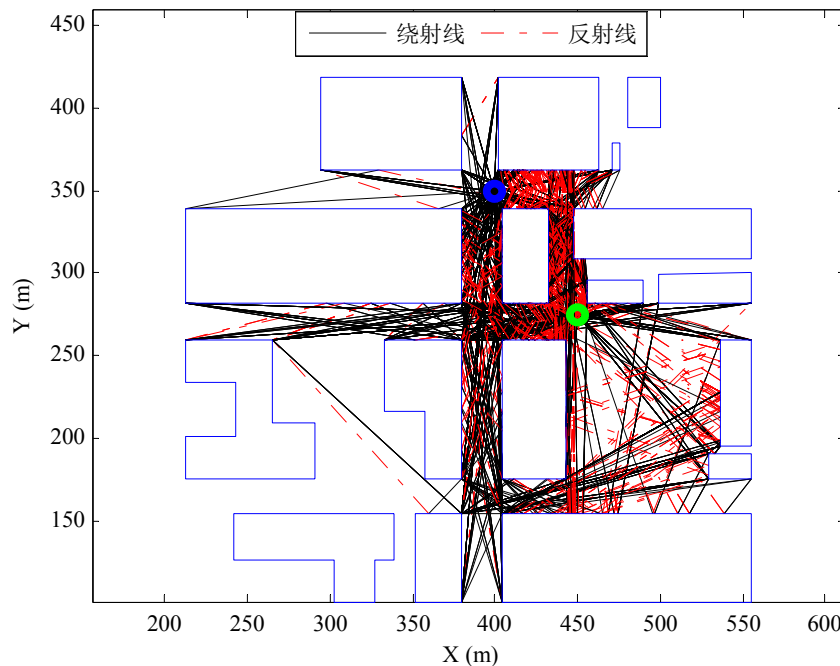


图 15  $(T3, R2)$  组合下的传播路径

$(T5, R5)$  为传播路径最少的组合, 该情况下  $T_x$  和  $R_x$  的传播路径如图 16 所示。

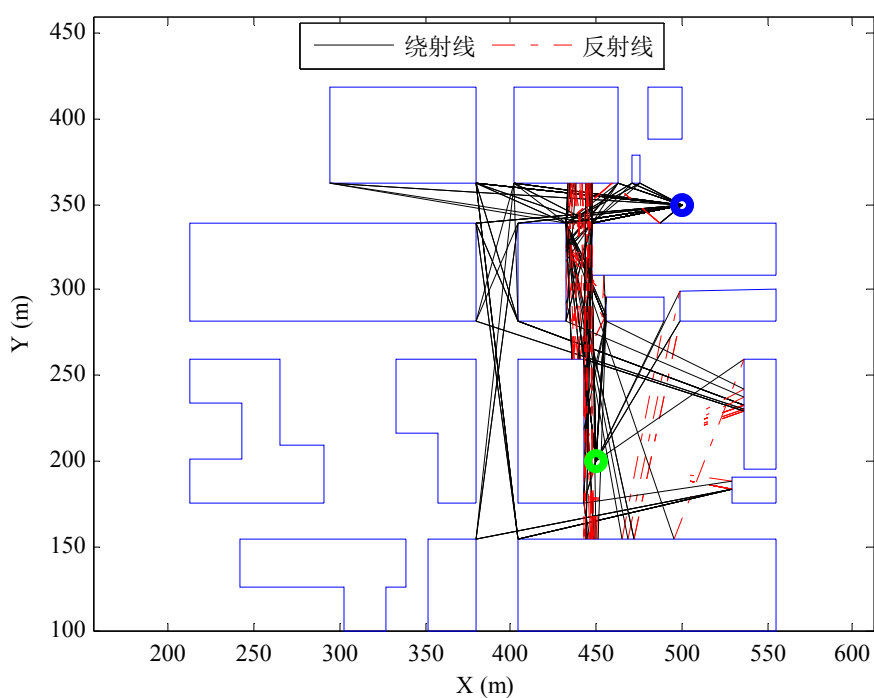


图 16 (T5,R5) 组合下的传播路径

由图 16 可知，当发射机和接收机位于建筑物的正前方时，收到的遮挡比较严重，相应的传播路径也就越小。

考察(T4,R2)组合，其传播路径如图 17 所示。可以看出，此时在 $T_x$ 和 $R_x$ 之间存在视距传播路径，但其传播路径却不是最多的。

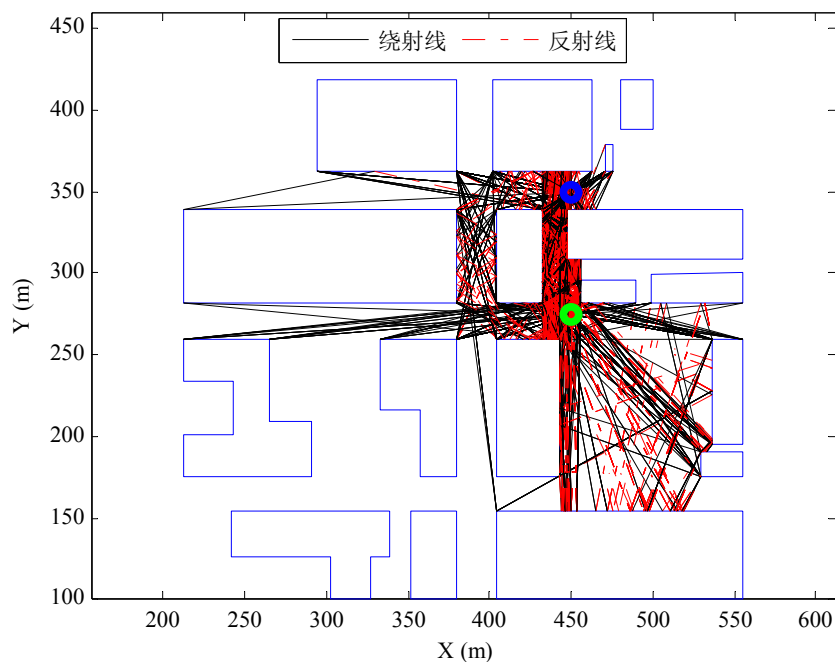


图 17 (T4,R2) 组合下的传播路径

结合图 14-17 以及表 1 和表 2，可以得到以下结论：

- 发射机和接收机之间的传播路径越多，算法的运行时间就越长；

- 传播路径的多少与发射机和接收机之间的距离没有必然的关系，与是否存在视距传播路径也没有关系，发射机和接收机之间存在的绕射点越多，则传播路径也就越多；
- 在能连接发射机与接收机的最短道路上的传播路径最为密集；
- 发射机和接收机有一方位于十字路口时，相应的传播路径较多；
- 发射机或接收机有一方位于建筑物的正前方时，且离路口较远时，相应的传播路径较少；
- 发射机或接收机有一方位于接近封闭的环境时，相应的传播路径最少，且基本都是绕射路径。

## 六、 问题四的求解

两个或两个以上的波相遇时，在一定情况下会相互影响，这种现象叫干涉现象。多个电磁波要产生干涉，必须满足的相干条件[9](Condition of coherence)如下：

- 它们的电场强度和磁场强度都必须分别具有相同的振动方向；
- 它们的频率必须相同；
- 两列波的光程差不能太大；
- 两列波的振幅不能悬殊太大。

考虑如下的多波干涉问题：对于问题二中提到的 $CD$ 路径上的所有接收点，从发射机出发的电波都有多个传播途径(可能是多次反射传播、多次绕射传播或是反射与绕射的任意组合传播)到达这些点，这些频率相同、振动方向相同、初相位相同的简谐波(即正弦波)在各个接收点处会发生干涉。本节针对上述 25 种情况，对多波干涉的振幅进行统计学分析。

### 6.1 电磁波传播过程建模

为讨论多波干涉问题，需要对发射机和接收机的传播路径上电磁波幅度和相位的变化进行建模，根据传播路径的特点，分成以下三种情况进行讨论：

第一种情况，直线传播对电磁波的幅度和相位的影响。当发射点和接收点之间为视距传播时，作为直射路径到达场点的场强为

$$\vec{E}_{LOS} = \vec{E}_0 \frac{e^{jkr_0}}{r_0} \quad (2)$$

式(2)中， $k$  为波常数，其计算公式为  $k = 2\pi / \lambda$  (式中  $\lambda$  为波长)。 $\vec{E}_0$  为发射电场强度， $r_0$  为直射波的传播路径长。

第二种情况，反射对电磁波幅度和相位的影响。假设图 18 中所有建筑物为理想电介质，则当射线遇到建筑物的表面时，80%的能量按照如图 18 (a)所示的反射传播规律被反射出来，其余能量进入新介质继续传播，本文对电磁波在建筑物内的传播情况不予考虑。

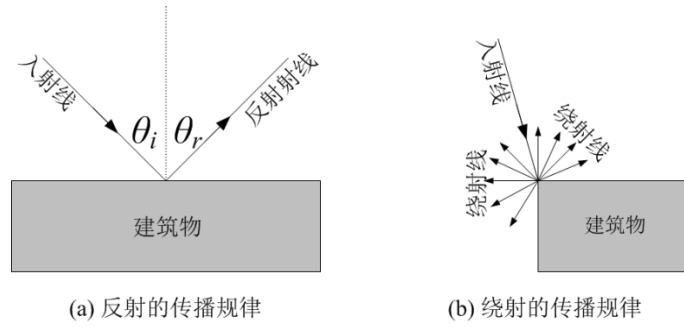


图 18 两种传播机制的传播规律示意图

第三种情况，绕射对电磁波幅度和相位的影响。为了解决类似于如图 18 (b) 中建筑物顶点上的绕射问题，需要计算绕射系数  $D$ ，该系数体现出了绕射后绕射波强度  $E_d$  的衰减程度，即  $|E_d| = |E_i| \times |D|$ 。图 18(b) 为发生在绕射点的绕射示意图，下面是绕射系数的计算方法。

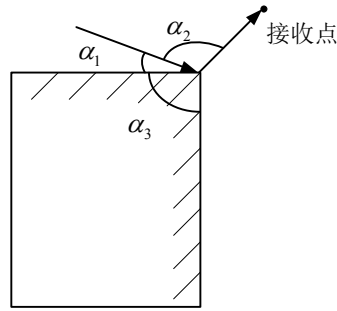


图 19 绕射点的绕射示意图

计算方法：

$$D = \frac{-e^{-j\pi/4}}{2n\sqrt{2\pi k}} \cdot \left\{ \cot\left(\frac{\pi + \beta^-}{2n}\right) F(kLa^+(\beta^-)) + \cot\left(\frac{\pi - \beta^-}{2n}\right) F(kLa^-(\beta^-)) - \left[ \cot\left(\frac{\pi + \beta^+}{2n}\right) F(kLa^+(\beta^+)) + \cot\left(\frac{\pi - \beta^+}{2n}\right) F(kLa^-(\beta^+)) \right] \right\} \quad (3)$$

式中， $L$  是绕射点到场点之间的距离， $n = 2 - \alpha_3 / \pi$  ( $\alpha_3$  的定义如图 19 所示，单位为弧度)， $F(x)$  是用来修正 Keller 非一致性解的过渡函数，它是菲涅尔积分的一种变形[7-8]，其定义是

$$F(x) = 2j\sqrt{x} \exp(jx) \int_{\sqrt{x}}^{+\infty} \exp(-j\tau^2) d\tau \quad (4)$$

过渡函数定义域在  $(0, +\infty)$  上。

当  $0 \leq x < 0.001$  时，过渡函数可近似写成

$$F(x) = \left( \sqrt{\pi x} - 2xe^{j\pi/4} - \frac{2}{3}x^2e^{-j\pi/4} \right) e^{j(\pi/4+x)} \quad (5)$$

当  $x > 10$  时，过渡函数可近似写成

$$F(x) \approx 1 + j\frac{1}{2x} - \frac{3}{4x^2} - j\frac{15}{8x^3} + \frac{75}{16x^4} \quad (6)$$

当  $0.001 \leq x \leq 10$  时，需要直接计算(4)式中的积分。由于积分的上限是  $+\infty$ ，难以用数值方法实现。可以用公式：

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp(-au^2 + 2bu) du = \sqrt{\frac{\pi}{a}} \exp\left(\frac{b^2}{a}\right) \quad (7)$$

可以得出：

$$\begin{aligned} F(x) &= 2j\sqrt{x} \exp(jx) \left( \int_0^{+\infty} e^{-j\tau^2} d\tau - \int_0^{\sqrt{x}} e^{-j\tau^2} d\tau \right) \\ &= 2j\sqrt{x} \exp(jx) \left( \frac{\sqrt{\pi}}{2} e^{-j\pi/4} - \int_0^{\sqrt{x}} e^{-j\tau^2} d\tau \right) \\ &= 2j\sqrt{x} \exp(jx) \left( \frac{\sqrt{\pi}}{2} e^{-j\pi/4} - \int_0^{\sqrt{x}} e^{-j\tau^2} d\tau \right) \end{aligned} \quad (8)$$

其中

$$\alpha^{\pm}(\beta) = 2\cos^2\left(\frac{2n\pi N^{\pm} - \beta}{2}\right) \quad (9)$$

其中， $\beta = \beta^{\pm} = \alpha_2 \pm \alpha_1$  ( $\alpha_1$  和  $\alpha_2$  分别为入射角和绕射角，其定义如图 19 所示，这两个角的值以绕射点上任一边为参考)。

$N^{\pm}$  是最接近满足下列方程的整数：

$$\begin{aligned} 2n\pi N^{+} - \beta &= \pi \\ 2n\pi N^{-} - \beta &= -\pi \end{aligned} \quad (10)$$

## 6.2 多波干涉建模

由问题二的结果可知，从发射机到接收机的传播路径是可以预测的，则从发射机发出的射线经相应的传播路径后对目标点的场强贡献如下式所示：

$$\begin{aligned} \bar{E}_i &= \sum_{n=1}^N A_0 e^{j(\omega t + \varphi)} \cdot G \frac{e^{jkr_n}}{r_n} \\ &= A_0 e^{j(\omega t + \varphi)} \sum_{n=1}^N G \frac{e^{jkr_n}}{r_n} \\ &= A_0 e^{j(\omega t + \varphi)} \cdot B_i e^{j\xi_i} \end{aligned} \quad (11)$$

式中， $\bar{E}_i$  为传播路径  $i$  上接收机接收到的发射机场强， $A_0$  为发射机的波幅， $\varphi$  为对应的初始相位； $N$  为传播路径的深度，其最大值为 7； $G$  为相应的衰减系数，对于纯反射路径，每反射一次，能量减为原来的 80%，此时， $G = \sqrt{0.8}$ ；若为绕射路径，则可以通过式(3)来计算相应的衰减系数。 $B_i$  表示第  $i$  条传播路径对应的总的衰减系数； $\omega = 2\pi f = 2\pi c / \lambda$ ， $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$ ； $\xi_i$  为第  $i$  条传播路径上的相位积累。

因此，在接收点出，多波干涉形成的接收信号可以描述为

$$f(\omega, t) = \sum_i^Q \bar{E}_i = \sum_i^Q A_0 e^{j(\omega t + \varphi)} \cdot B_i e^{j\xi_i} = A_0 e^{j(\omega t)} \sum_i^Q B_i e^{j(\xi_i + \varphi)} \quad (12)$$

式(12)中， $Q$  为到达某接收点的传播途径总数。由此可见，当发射机和接收机的位置都确定了以后， $B_i$  和  $\xi_i$  均为固定的值，因此，波发相位的值会对多波干涉的振幅  $|f(\omega, t)|$  造成一定的影响。不妨设  $h(\varphi) = \sum_i^Q B_i e^{j(\xi_i + \varphi)}$ ，由于  $B_i$  和  $\xi_i$  均为固定的值， $\varphi$  随波固定，故  $h(\varphi)$  最终可表示为这种形式： $h(\varphi) = C e^{j(\varphi)}$ ，即

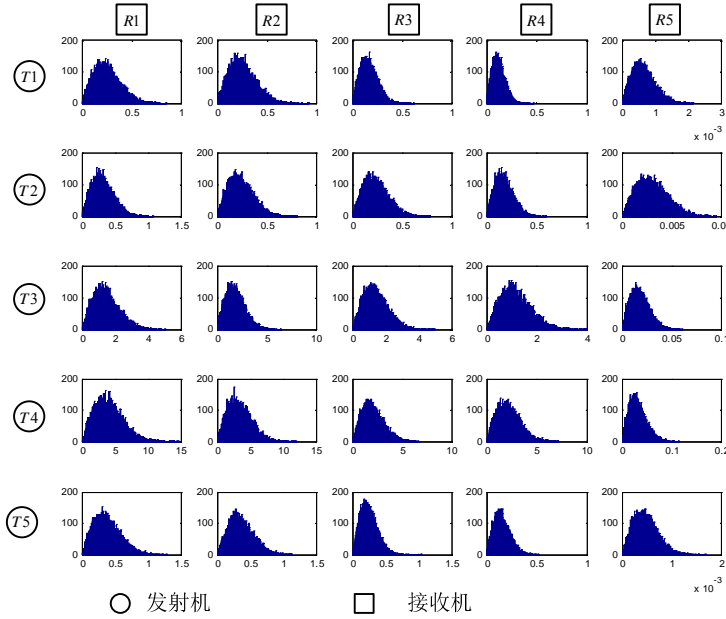


$f(\omega, t) = A_0 e^{j(\omega t)} \cdot h(\varphi) = A_0 e^{j(\omega t)} C e^{j(\varphi)}$ ，故因此可以通过对 $|h(\varphi)|$ 进行分析来确定 $|f(\omega, t)|$ 的分布规律。

根据信道衰落理论，当某一散射信道中不存在主要的信号分量，即不存在直射信号（LoS），此时可假设初始相位 $\varphi$ 服从0到 $2\pi$ 的均匀分布[10]，从而可以分析波发相位对 $|h(\varphi)|$ 的影响。

根据假设，波发相位 $\varphi$ 在 $[0, 2\pi)$ 的区间上均匀的选择10000个点，对 $|h(\varphi)|$ 分布情况进行统计。在25种情况下 $|h(\varphi)|$ 随波发相位的分布直方图如下图中所示。

从这里的强度分析和表一的路径数统计说明，总体上路径数多的组合强度较高，然而由于绕射衰减比反射明显且路径长度不一，因而也出现了路径数略少的组合其强度反而更高的现象。



可以看出， $|h(\varphi)|$ 随初始相位的变化曲线类似于瑞利分布的概率密度曲线，因此假设 $|h(\varphi)|$ 服从瑞利分布，**瑞利衰落信道（Rayleigh fading channel）**是一种无线电信号传播环境的“统计模型(statistical model)”。瑞利衰落能有效描述存在能够大量散射无线电信号的障碍物的无线传播环境[10]。

若传播环境中存在足够多的散射，则冲激信号到达接收机后表现为大量统计独立的随机变量的叠加，根据中心极限定理，则这一无线信道的冲激响应将是一个高斯过程。即，信道响应的包络服从瑞利分布。设随机变量 $R$ ，瑞利分布概率密度函数为：

$$p_R(r) = \frac{r}{\sigma^2} e^{-r^2/2\sigma^2}, r \geq 0 \quad (13)$$

本文通过 Kolmogorov-Smirnov 双侧检验来验证 $|h(\varphi)|$ 是否服从瑞利分布，对应的 MATLAB 函数为 "kstest2"，其用法为："[h, p]=kstest2(x1, x2, alpha, type)"，其中，alpha 为指定检验的置信度，使用默认值 0.05；并用参数 "type" 指定检验的类型(单侧或双侧)。当返回值小于或等于给定的置信度 alpha 时，则拒绝 $|h(\varphi)|$ 服从瑞利分布的假设。

根据判别结论，25 种路径情况下，所有的 $|h_j(\varphi)|$ 都服从瑞利分布，下标  $j$  表示不同的发射机和接收机的组合。对 $|h_j(\varphi)|$ 进行瑞利分布拟合，得出瑞利分布的特征值参数 $\sigma$ 的取值如表 3 所示：

表 3  $|h_j(\varphi)|$  的分布特征值  $\sigma$  的值

	R1	R2	R3	R4	R5
T1	0.20361	0.20641	0.13333	0.095591	0.00052659
T2	0.25287	0.19314	0.18924	0.13872	0.0024282
T3	1.1828	1.457	1.1337	0.93472	0.014491
T4	3.2485	2.7213	1.6461	1.7427	0.025502
T5	0.30525	0.28903	0.19718	0.12102	0.00037988

采用公式(14)和公式(15)分别求取不同初始相位下的 25 个 $|h_j(\varphi)|$ 的一阶矩和二阶矩。

$$E(|h_j(\varphi)|) = \frac{1}{10000} \sum_{i=1}^{10000} |h_j(\varphi_i)| \quad (14)$$

$$D(|h_j(\varphi)|) = \frac{1}{10000} \sum_{i=1}^{10000} (|h_j(\varphi_i)| - E(|h_j(\varphi)|))^2 \quad (15)$$

问题二中的 25 种情况下 $|h_j(\varphi)|$ 的一阶矩如图 20 所示。

一阶矩分布图

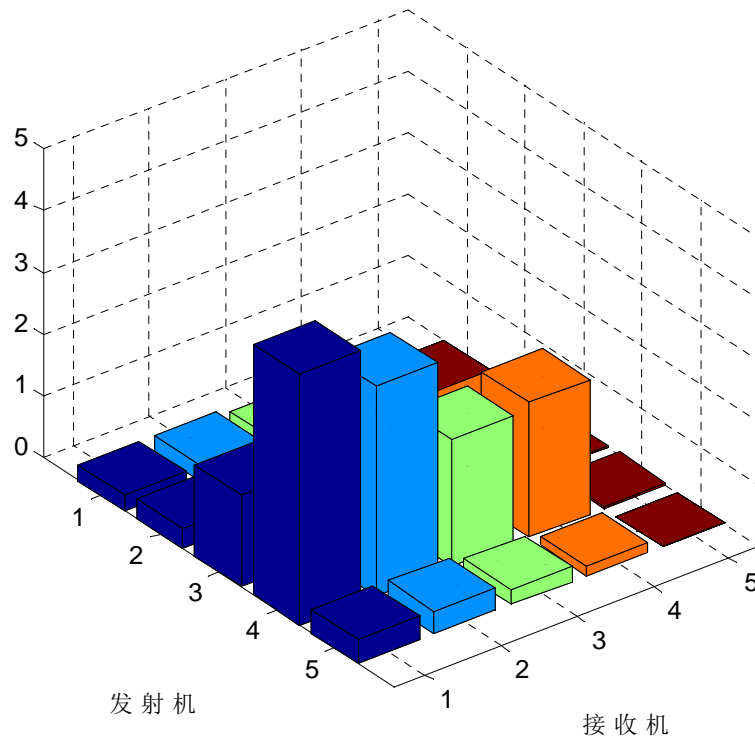


图 20  $|h_j(\varphi)|$  的一阶矩随接收机发射机组合的变化情况

表 4 给出了 $|h_j(\varphi)|$ 一阶矩的具体值：

表 4  $|h_j(\varphi)|$  的一阶矩

	$R1$	$R2$	$R3$	$R4$	$R5$
$T1$	0.25546	0.25922	0.16721	0.11994	0.00065
$T2$	0.31733	0.24262	0.23687	0.17390	0.00305
$T3$	1.48145	1.82873	1.42094	1.17267	0.01817
$T4$	4.06768	3.40495	2.05995	2.18418	0.03189
$T5$	0.38240	0.36363	0.24760	0.15180	0.00047

上述 25 中情况下  $|h_j(\varphi)|$  二阶矩如图 21 所示。

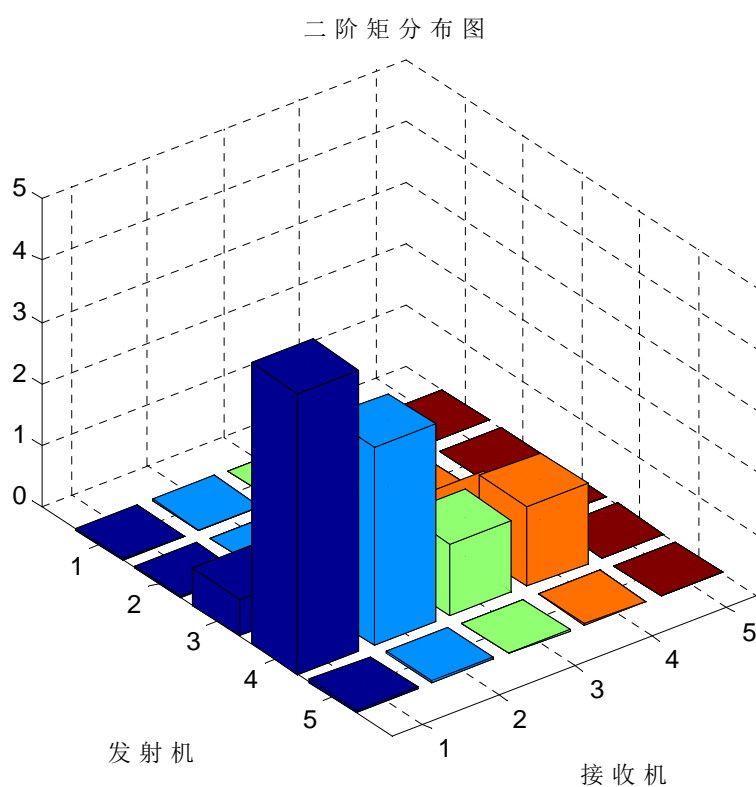


图 21  $|h_j(\varphi)|$  的二阶矩随接收机发射机组合的变化情况

表 5 给出了  $|h_j(\varphi)|$  二阶矩的具体值：

表 5  $|h_j(\varphi)|$  的二阶矩

	$R1$	$R2$	$R3$	$R4$	$R5$
$T1$	0.017652	0.018012	0.0075936	0.0038879	1.1931e-07
$T2$	0.027192	0.015742	0.01552	0.0082313	2.4574e-06
$T3$	0.6036	0.90165	0.55153	0.37226	8.9668e-05
$T4$	4.5602	3.2179	1.1763	1.3034	0.0002833
$T5$	0.040127	0.034856	0.016452	0.0062484	6.0849e-08

上述 25 种情况下  $|h_j(\varphi)|$  的相关性系数可以用式(16)进行求解。

$$\eta_{i,j} = \frac{\text{cov}(|h(\varphi_i)|, |h(\varphi_j)|)}{\sqrt{D(|h(\varphi_i)|)}\sqrt{D(|h(\varphi_j)|)}} \quad (16)$$

相关系数分布图

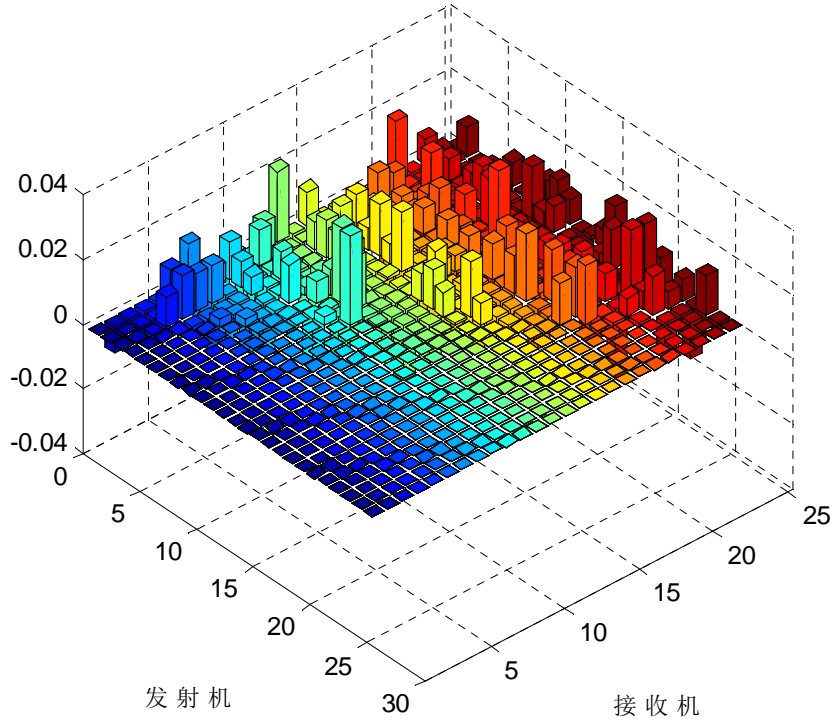


图 22 相关性系数

综合上述分析，可以得到如下结论：

- $|h_j(\varphi)|$  服从瑞利分布；
- 接收机的场强与传播路径的数量没有明确的比例关系，例如，根据问题三， $(T3, R2)$  组合的传播路径最多，但是根据图 20 可知， $(T4, R1)$  组合接收机接收到的场强最大，但由于该组合对应的传播路径也较多，导致场强的分布较为分散；
- 由图 22 可知，发射机与接收机之间的距离越近，他们之间的相关系数也就越大，相关性越强。

## 七、 问题五的求解

根据条件，考虑上述问题，从发射机同时发射一组功率相同的电波。设定发射电波振幅及频率，依据波的叠加原理直接进行计算。

下图为得出的宽带多波干涉合成波波形。其中横轴为时间轴（时间律为坐标轴/100），纵轴为波形。由图可以看出，宽带多波干涉的合成波包络的分布规律基本一致，但是振幅显然不同。发射端与接收点较临近、路径较多、两者较靠近路断的情况下合成波包络振幅较大，反之，振幅较小。

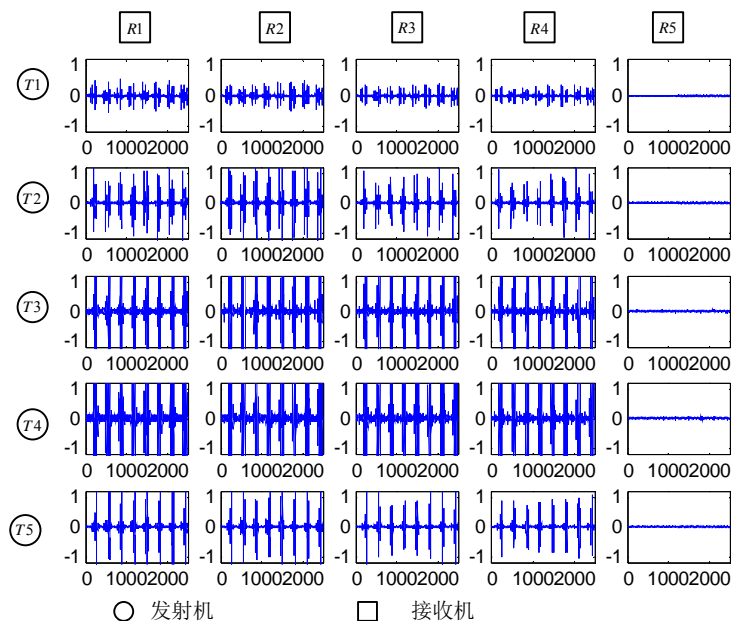


图 23 宽带干涉波形图

下图为同一路径下不同频率信号的干涉包络分布。路径为接收机 1-发射机 1，频段分别为 2000Mhz,2020Mhz,2040Mhz,2060Mhz,2080Mhz,2010Mhz.

从图中可以看出对于某一接收点，单一频率的波可能会出现加强干涉，如下图 2000Mhz，也可能出现减弱干涉，如下图 2020Mhz，这同时和路径以及波频有关。

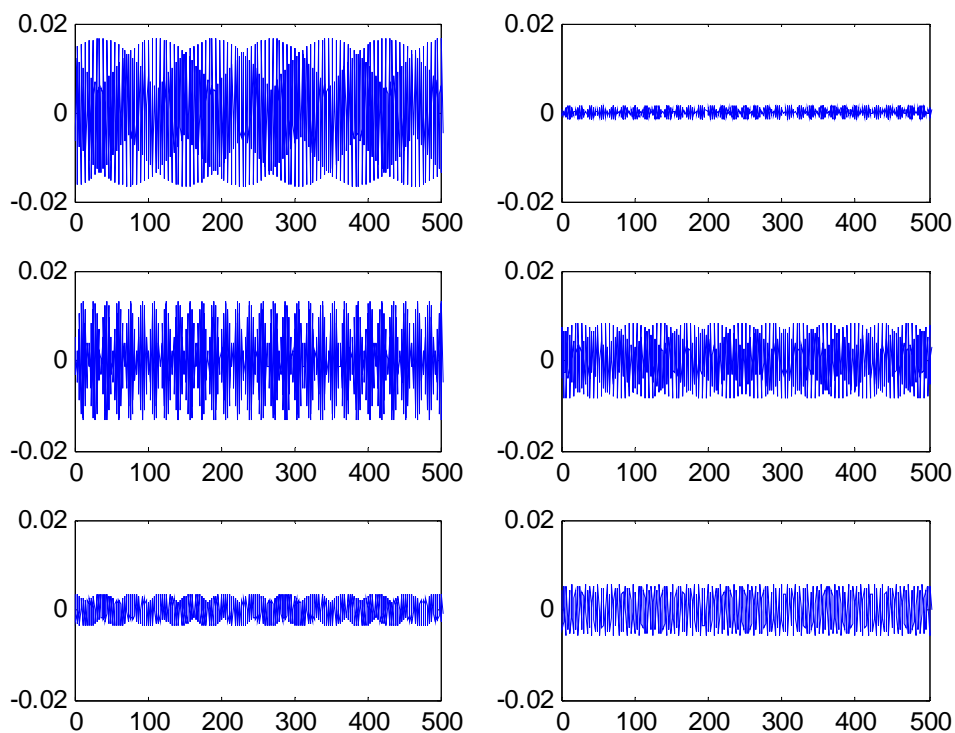


图 24 同一路径下不同频率的干涉波形图

对于同一频率，不同路径的情况，进行了三组频率的仿真。

下图为 25 种路径情况下，2000Mhz 单一频率下的干涉仿真。

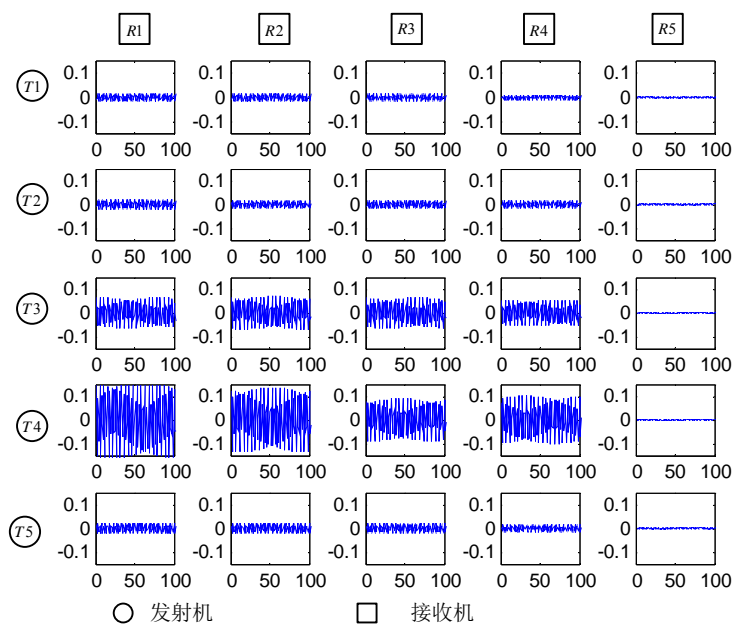


图 25 2000Mhz 频率、同一路径干涉波形图

下图为 25 种路径情况下，2050Mhz 单一频率下的干涉仿真。

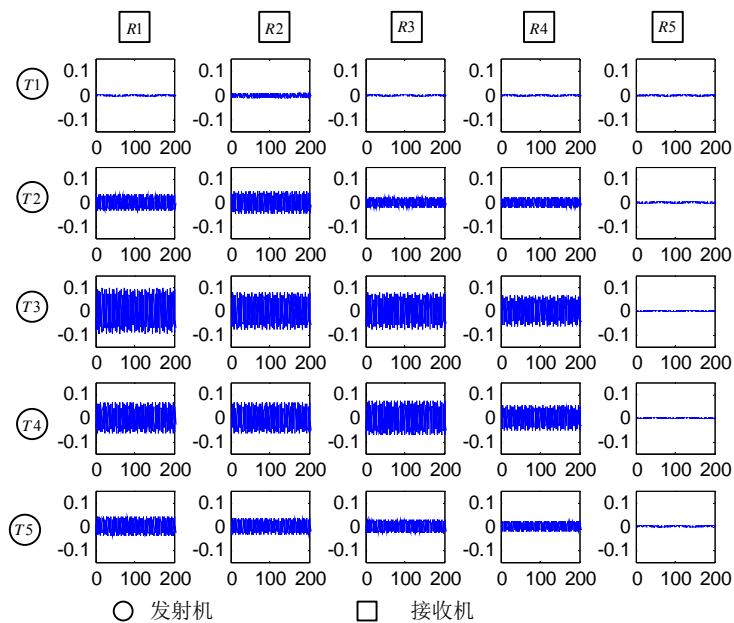


图 26 2050Mhz 频率、同一路径干涉波形图

下图为 25 种路径情况下，2100Mhz 单一频率下的干涉仿真。

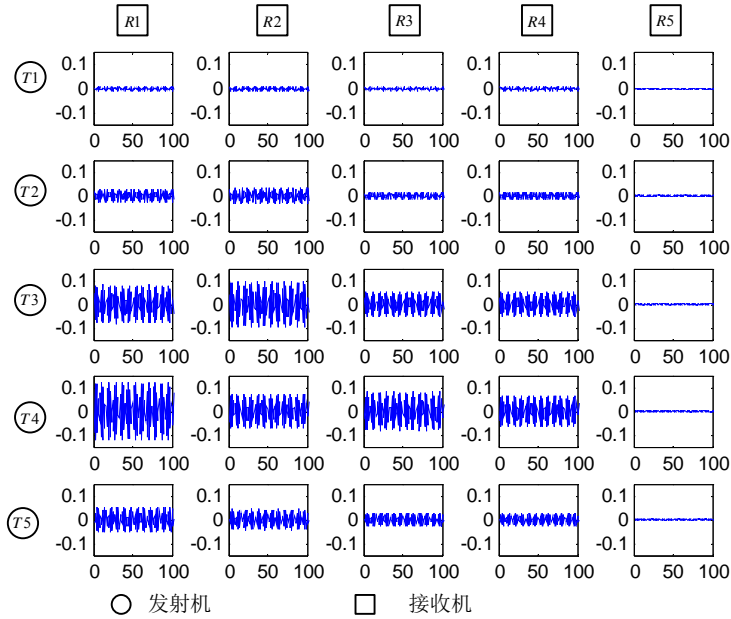


图 27 2050Mhz 频率、同一路径干涉波形图

从以上三图可以看出：

- 通道少的路径不管在那一频率下，其干涉振幅都较小。
- 频率较小时，其波的能量较集中，如 2000Mhz 频率的发射波，其分布能量分布较集中于 r4 和 R1、R2、R3 交汇处，而 2100Mhz 频率较大时，波的能量较分散。

## 八、参考文献

- [1] R G. Kouyoumjian, P H Pathak, A uniform geometrical theory of diffraction for an edge in a perfectly conducting surface, IEEE Proceedings, Vol. 62, No. 11, pp. 1448-1461, Jun. 1974.
- [2] 王瑶, 无线信号在建筑物群中的传播—反射、绕射即路径搜索, 郑州大学, 硕士学位论文, 2010.
- [3] Georgia E. Athanasiadou, Andrew R. Nix, and Joseph. McGeehan, A Microcellular Ray-Tracing Propagation Model and Evaluation of its Narrow-Band and Wide-Band Predictions, IEEE Journal on Selected Areas in Communications, Vol.18, No. 3, pp. 322-334, Mar. 2000.
- [4] C. E Yang, B. C. Wu, A Ray-Tracing Method for Modeling Indoor Wave Propagation and Penetration, IEEE Trans. On A. and P., Vol. 46, No. 6, pp. 907-919, June 1998.
- [5] 顾晓龙, 利用可见性概念改进基于镜像原理的射线追踪法, 电波科学学报, Vol. 16, No. 4, pp. 16-19, 2001.
- [6] 廖斌, 赵昵丽, 朱守正, 基于虚拟源树的射线跟踪算法的研究, 华东师范大学学报, No. 3, pp. 103-108, 2008.
- [7] George Liang, Henry L. Bertoni, A New Approach to 3D Ray Tracing for Site Specific Propagation Modeling, IEEE VT. C., pp. 1113-1117, 1997.

- [8] D. N. Schettino, F. J. S. Moreira and C. G. Rego, Efficient Ray Tracing for Radio Channel Characterization of Urban Scenarios, *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 43, No. 4, pp. 1305-1308, Apr. 2007.
- [9] Chiya Saeidi, Farrokh Hodjatkashani, and Azim Fard, New Tube-Based Shooting and Bouncing Ray Tracing Method, 2009 International Conference on Advanced Technologies for Communications, pp. 269-273, Oct. 2009.
- [10] Dmitry Chizhik, Jonathan Ling, Peter W. Wolniansky, and Reinaldo A. Valenzuela, Multiple-Input – Multiple-Output Measurements and Modeling in Manhattan, *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, Vol. 21, No. 3, pp. 321-331, Apr. 2003.