

参赛密码 \_\_\_\_\_

(由组委会填写)



# “华为杯”第十四届中国研究生 数学建模竞赛

题 目                      关于南京仙林地区 ULS 的建设方案探析

## 摘                      要

随着城市规模的增长和人口数量的急剧膨胀,交通拥堵成了许多城市的“困局”之一。地下物流系统(ULS)作为可以有效缓解交通压力的一种实施方案,因其造价高、风险大的特点而并未真正应用,因此急需对其进行前瞻性研究。本文以南京市仙林地区为例,研究了城市地下物流系统的设计问题。

对于问题一,建立了基于几何约束的中心点划分算法,将 110 个中心点划分为 28 个物流节点,并确定了各个节点的地理坐标。而各节点的服务范围就是其包含所有中心点服务区域的集合。根据成本、交通拥堵指数和节点货流量的约束提出了聚簇划分算法,确定了节点的级别和节点间隶属关系。根据分簇结果,以从地面收发货物总量和拥堵指数为约束,确定了各节点的实际货运量,其中一级节点的实际货运量要额外考虑物流园区及区间二级节点转运量。最后计算各一级节点的转运率分别为 0.5895、0.4623、0.5782 和 0.5928。

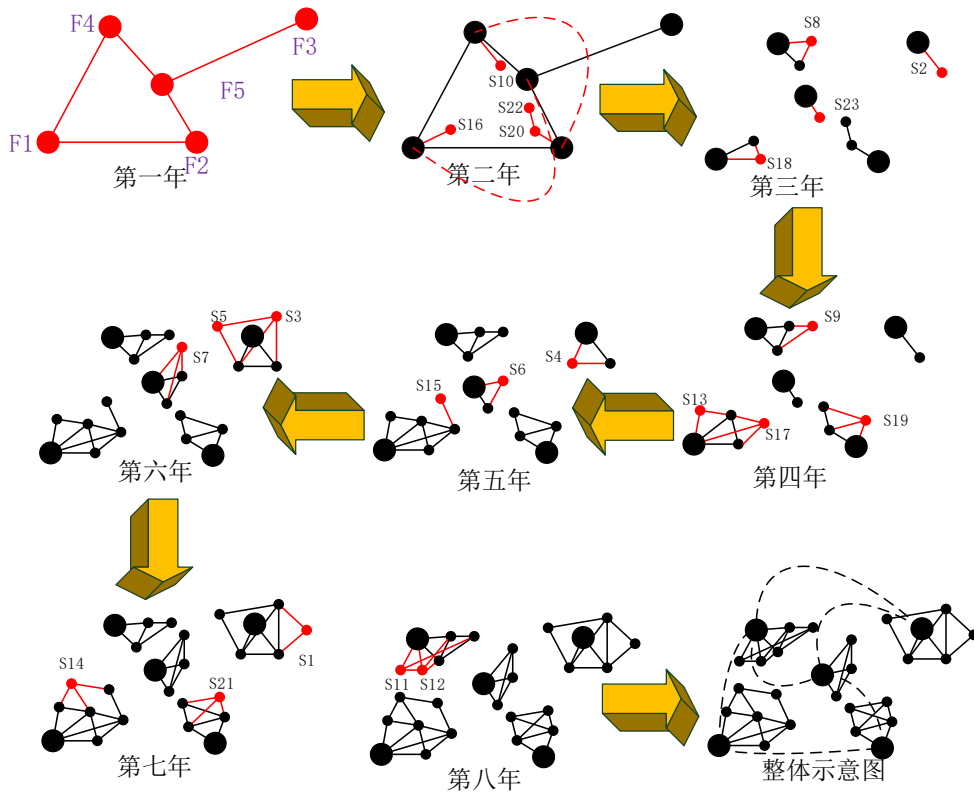
对于问题二,将通道网络的设计问题规划为一个条件优化问题,优化目标是使地下物流系统每天的运营成本最低。约束条件有三:拥堵指数、节点货运量上限、以及节点出入平衡(保证通道清仓)。采用图论方法将通道网络结构分簇抽

象成 4 个 7 阶含参邻接矩阵，并建立了“成本-邻接矩阵”方程。模型求解时采用广度优先搜索算法（BFS）降低求解的时间复杂度。根据邻接矩阵的解可以计算节点的实际货运量（考虑了通道网络，与问题一中的不同）和通道实际流量。进一步从减小网络通道建设成本出发，优化网络结构，并得到优化后各节点的坐标以及整个地下物流系统的网络拓扑图。

对于问题三，定义可以综合评判路径运输效率和运输成本的恶化因子  $\beta$ ，以定量衡量网络中不同节点间运输路径的优劣，从而找到网络结构中不合理的节点和通道。依据对仿真数据的分析结果，从全局和局部两个层次上优化网络结构：

（1）全局上，将四个二级节点规划为一个新的区，并微调新区中节点的服务范围；（2）局部上，增加或删除部分通道以降低运输成本或减小建设成本。此外为提高整个系统的抗风险能力，在个别节点流量特别大的区和一旦某条通道断落将造成区内二级节点不能相互连通的区内，分别增加了一条通道。最终给出了整体优化方案的拓扑图，对于典型的恶劣路径，该方案可以降低大约 25% 的运输成本。

对于问题四，在年 5% 的货运增长率下，第三题中的网络结构在第 18 年会达到满载，不能满足近 30 年的交通需求。本文根据年增长率调整 OD 矩阵，调用问题一与问题二中的模型，重新求解网络结构。与问题三中的结构相比，节点和通道服务能力上限增大；其优点是服务能力加强、运输成本降低、生命周期增长；缺点在于建设成本大。最后提出基于“节点运输量--通道流量--节点通道数目”的列表排序法来规划“地下物流网络系统”的八年建设进度，建设进度如下图所示（图中圆代表节点。 $F_n$  为一级节点【大圆】， $S_n$  为二级节点【小圆】，线代表通道，黑色表示在当年之前所建，红色表示为当年新建）：



关键词：地下物流系统、条件优化、邻接矩阵、广度优先搜索、聚簇划分、恶化因子

## 1、问题重述

### 1.1 问题背景

城市规模和城市人口急剧膨胀，交通拥堵成了许多城市的“困局”之一。我国因交通拥堵带来的经济损失相当于国内生产总值(GDP)损失 5~8%。此外因交通拥堵导致的原油消耗占世界总消耗量的 20%，交通能耗已占全社会总能耗 10% 以上，并逐年上升。

城市交通拥堵的主要原因是地面道路上车辆、车次数量巨增，其中货物物流的增长是一个重要方面。虽然货车在城市总机动车中占比不大，但因其体积较大、行驶较慢，会明显降低道路的通行能力，因此其占用城市道路资源的比例较大。世界各国都在为解决城市交通和环境问题进行积极探索，而处理好货运交通已成为共识。

大量实践证明，仅通过增加地面交通设施来满足不断增长的交通需求，既不科学也不现实。统筹规划地上地下空间开发势在必行，“地下物流系统”正受到越来越多国家的重视。

地下物流系统（Underground Logistics System——ULS）是指城市内部及城市间通过类似地铁的地下管道或隧道运输货物的运输和供应系统。它不占用地面道路，采用清洁动力，运输更加可靠、高效。对实现城市可持续发展、缓解城市交通运输压力以及提高城市物流效率大有裨益，但物流系统是涉及多个学科领域的复杂巨系统，而且造价高，风险大，尚无系统的理论支撑其走向实际应用。因此，亟待进行城市规模的前瞻性研究，为发展地下物流系统的理论和实践进行探索。

### 1.2 问题的提出

根据题目所给的南京市仙林地区的交通货运区域划分图和相应的货运 OD（Origin Destination）流量矩阵、各区域中心点及区域面积、各区域交通拥堵系数，并可以查找其他相关数据建立该区域“地下物流系统”网络：

**问题一：**建立该区域节点选择模型，确定该区域地下物流网络节点群：一、二级节点数及位置、各节点的服务范围、各节点实际货运量、各一级节点的转运率。

**问题二：**在地下物流网络节点群的基础上建立该区域的“地下物流系统”网络：网络构成（节点及通道位置）；各节点实际货运量；各级通道的位置和实际流量。在转运率变化不大的情况下，若考虑优化网络，可适当调整一、二级节点位置。

**问题三：**根据问题一、二的仿真结果，讨论验证网络的合理性。并研究能否通过增加、减少节点的个数，调整节点的位置或级别，增加、减少、改变路径的方法缩短货物运输总里程（同时节省运输时间），降低运输成本。并从增强 ULS 的抗风险能力考虑，对第二问的 ULS 作一定改动。

**问题四：**如果考虑满足该市近 30 年内的交通需求（可以认为需求量每年呈 5% 增长）根据建设进度分八年完成“地下物流网络系统”的建设，请给出该市“地下物流系统”网络各线路的建设时序及演进过程，对比与第三题中设置的网络的差别，并比较优劣。

## 2、问题分析

地下物流系统的建设包括地下节点和通道网络的建设。二者对地下物流系统的建设成本、运输成本、服务能力以及生命周期有决定性作用。所以本问题也旨在确定合理的地下物流网络拓扑结构。



$$\begin{bmatrix} a_{11}, a_{12}, \dots, a_{1n} \\ a_{21}, a_{22}, \dots, a_{2n} \\ \vdots \\ a_{n1}, a_{n2}, \dots, a_{nn} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} b_{11}, b_{12}, \dots, b_{1n} \\ b_{21}, b_{22}, \dots, b_{2n} \\ \vdots \\ b_{n1}, b_{n2}, \dots, b_{nn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} \times b_{11}, a_{12} \times b_{12}, \dots, a_{1n} \times b_{1n} \\ a_{21} \times b_{21}, a_{22} \times b_{22}, \dots, a_{2n} \times b_{2n} \\ \vdots \\ a_{n1} \times b_{n1}, a_{n2} \times b_{n2}, \dots, a_{nn} \times b_{nn} \end{bmatrix}$$

定义 4: 设有矩阵 A, 函数  $\psi$ 。若  $A = \begin{bmatrix} a_{11}, a_{12}, \dots, a_{1n} \\ a_{21}, a_{22}, \dots, a_{2n} \\ \vdots \\ a_{n1}, a_{n2}, \dots, a_{nn} \end{bmatrix}$ , 则  $\psi = \sum_{i,j=1}^n a_{ij}$ 。

定义 5: 设有上三角矩阵  $A = \begin{bmatrix} 0, a_{12}, \dots, a_{1n} \\ 0, 0, \dots, a_{2n} \\ \vdots \\ 0, 0, \dots, 0 \end{bmatrix}$ ,  $a_{ij} \in \begin{cases} \{0, 1\}, 2 \leq i < j \leq n \\ \{0\}, i \geq j \end{cases}$ , 定

义矩阵新运算  $A^!$ ,

$$A^! = \begin{bmatrix} 0, 1 - a_{12}, \dots, 1 - a_{1n} \\ 0, 0, \dots, 1 - a_{2n} \\ \vdots \\ 0, 0, \dots, 0 \end{bmatrix}$$

### 3.3 模型的符号说明

符号	符号说明
$W^u$	节点的地面货运流量
$W^d$	节点的地下货运流量
$W$	节点的总货运流量
$F$	一级节点集合 $F=\{F_1, F_2, \dots, F_n\}$
$S$	二级节点集合 $S=\{S_1, S_2, \dots, S_n\}$
$FS$	节点集合 $FS=\{F, S\}$
$\varphi$	一级节点的转运率
$\tau$	交通拥堵系数
$\sigma$	交通拥堵指数
$C$	中心点集合, $C=\{C_1, C_2, \dots, C_n\}$
$A$	物流园区集合, $A=\{A_1, A_2, A_3, A_4\}$

## 4、问题一的模型建立与求解

城市地下物流网络的建立, 首先是节点数及节点位置的确定。这关系后续物流网络结构的确定, 进而影响物流成本。题目中给出了南京市仙林地区的交通货运区域划分图, 根据假设 4 与假设 6, 可以将众多的中心点先进行几何划分, 使一个物流节点在满足从

地面收发货物总量上限和拥堵指数约束的前提下，服务更大区域，从而节约成本。因此问题一首先要解决中心点划分问题与节点数量和位置的问题。

#### 4.1 几何划分：中心点——节点

为了节省成本，若干个不同的中心点可以由一个二级节点服务。根据假设 6，距离某节点 3km 以内的中心点都可以由该节点服务。下面将 110 个中心点（791-900）划分成若干个服务区域  $Z_i (i=1,2,\dots)$ ，每个服务区域由一个物流节点（一级节点或二级节点）服务。

##### 1、划分约束

###### （1）服务半径约束

要降低节点成本，就要使节点的服务区域尽可能大，同时要满足从地面收发货物总量上限和拥堵指数的约束。每个物流节点可以服务距其 3km 以内的所有中心点，所以在进行几何划分时，同一服务区的所有中心点必须包含在半径为 3km 的圆内。

###### （2）区域覆盖约束

中心点进行几何划分的过程中，区内所有中心点的服务区域都要被半径为 3km 的圆覆盖。因为附件中并没有给出具体的区域边界的数学刻画，只给出了各中心点服务区域的面积，为了简化模型，用面积约束近似代替区域覆盖约束，即服务区域的总面积小于圆面积  $(9\pi km^2)$ 。

##### 2、三角形外接圆圆心的坐标公式

定理 1. 已知三个点的坐标为  $(X_1, Y_1), (X_2, Y_2), (X_3, Y_3)$ 。那么该三个点所构成的外接

圆的圆心坐标为：  $R = (R_x, R_y)$ ，其中  $R_x = \frac{(gb - cf)}{(eb - af)}$ ,  $R_y = \frac{ag - ce}{af - be}$ ，且  $a = 2X_3 - 2X_2$ ，

$$b = 2Y_3 - 2Y_2, \quad c = X_3^2 - X_2^2 + Y_3^2 - Y_2^2, \quad e = 2X_2 - 2X_1, \quad f = 2Y_2 - 2Y_1,$$

$$g = X_2^2 - X_1^2 + Y_2^2 - Y_1^2。$$

##### 3、中心点的几何划分算法

根据中心点划分约束和三角形外接圆圆心公式，提出了中心点的几何划分算法（算法 1），将所有中心点划分成不同的服务区域。

###### （1）算法流程图

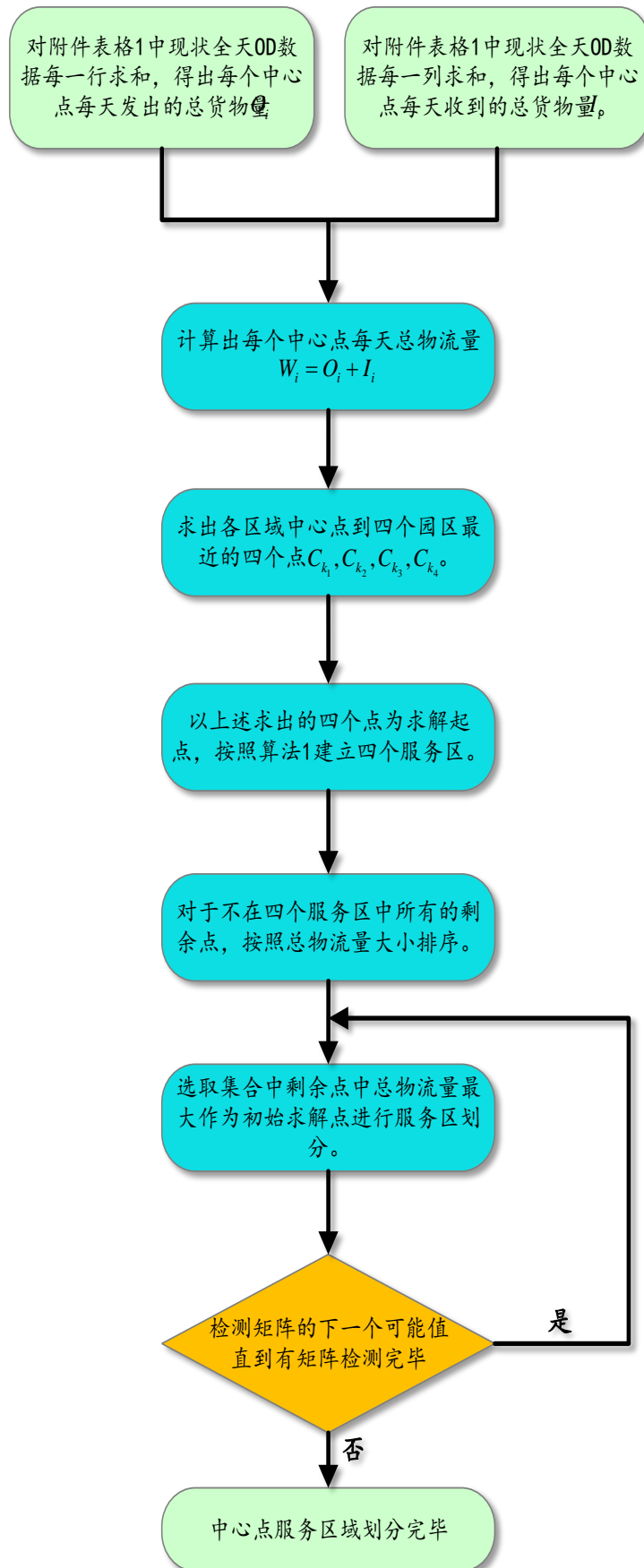


图 4.1 算法流程图

## (2) 算法步骤

---

### 算法 1：中心点的几何划分算法

---

输入：现状全天 OD 矩阵

输出：若干服务区  $Z_i (i=1,2,\dots)$

1. 预处理：通过对附件表格 1 中现状全天 OD 数据每一行求和，得出每个中心点每天发出的总货物量  $O_i (i=791,\dots,900)$ 。对每一列求和，得出每个中心点每天收到的总货物量  $I_i (i=791,\dots,900)$ 。这样就可以计算出每个中心点每天的总物流量  $W_i = O_i + I_i$ 。
2. 根据附件表格 2 各区域中心点及该点的坐标  $C_i = (x_i, y_i) (i=791,\dots,900)$ ，求各点到四个物流园区  $A_j = (a_j, b_j) (j=1,2,3,4)$  的距离  $d_{ji} = \sqrt{(x_i - a_j)^2 + (y_i - b_j)^2}$ 。
3. 对每个  $j=1,2,3,4$ ，对  $(d_{ji}, i)$  根据  $d_{ji}$  的大小进行快速排序。找出最小的距离  $d_{ji}$  对应的中心点  $C_{k_j} (k_j \in \{791, 792, \dots, 900\})$ 。这样就得到了离四个物流园区  $A_j$  各自距离最近的中心点  $C_{k_j}$ 。并建立记录表  $T$  存储除上述找到的 4 个一级节点之外的所有中心点的序号： $T = \{791, 792, \dots, 900\} / \{k_1, k_2, k_3, k_4\}$ 。
4. 对于第三步中找到的 4 个中心点  $C_{k_j} (j=1,2,3,4)$ ，进行如下操作：
  - (1) 将该中心点  $C_{k_j}$  加入服务区  $Z_j$ 。
  - (2) 对于  $T$  中的每个中心点  $C_i = (x_i, y_i)$ ，计算该中心点到  $C_{k_j} = (x_{k_j}, y_{k_j})$  的距离  $d_{ij} = \sqrt{(x_i - x_{k_j})^2 + (y_i - y_{k_j})^2}$ 。并判断  $d_{ij}$  是否小于 6
  - (3) 如果  $d_{ij} < 6$ 
    - (i) 将该点加入服务区  $Z_j$ ，并将该点从表  $T$  中删除。
    - (ii) 检测表  $T$  中下一个中心点  $C_k$ ，根据该点的坐标  $C_k = (X_1, Y_1)$ ，和上述两个中心点的坐标  $(X_2, Y_2), (X_3, Y_3)$ 。求出这三点确定的圆心的



坐标  $R=(R_x, R_y)$  , 其中  $R_x = \frac{(g b - c)}{(e b - a)}$  ,  $R_y = \frac{ag - ce}{af - be}$  , 且

$$a = 2X_3 - 2X_2, b = 2Y_3 - 2Y_2, c = X_3^2 - X_2^2 + Y_3^2 - Y_2^2, e = 2X_2 - 2X_1,$$

$$f = 2Y_2 - 2Y_1, g = X_2^2 - X_1^2 + Y_2^2 - Y_1^2。将圆心  $R=(R_x, R_y)$  做为该$$

服务区  $Z_j$  的物流节点。将  $C_k$  加入服务区  $Z_j$  , 并将该点从表  $T$  中删除。

(iii) 对表  $T$  中所有剩下的点  $C_s=(x_s, y_s)$  , 检测该点到圆心的距离

$d_{Rs} = \sqrt{(x_s - R_x)^2 + (y_s - R_y)^2}$  是否小于 3, 若小于 3, 进入下一步检测, 反之直接跳过下一步检测, 直接检测下一个中心点。

(iv) 检测加入该中心点所在区域的面积以后, 该区域的总面积是否会超过  $9\pi km^2$  (圆面积), 若面积不超过  $9\pi km^2$ 。则将该点加入服务区  $Z_j$  , 并将该点从表  $T$  中删除。反之, 不将该点加入服务区并检测下一个点。

(4) 如果  $d_{ij} \geq 6$  , 不将该点加入服务区  $Z_j$  , 并进入步骤 4(1)检测表  $T$  中下一个点。

5. 使用快速排序算法对表  $T$  中剩余的点 (不在服务区  $Z_1, Z_2, Z_3, Z_4$  中的所有点) 根据总物流量  $W_i$  的大小对二元组  $(W_i, i)$  进行排序并存储于表  $T^*$ 。

6. 将表  $T^*$  中的所有点, 进行如下操作:

(1) 选取总物流量最大的点  $C_m=(x_m, y_m)$  作为新的服务区  $Z_k (k=5)$  的初始求解点, 并将该点从表  $T^*$  中删除。

(2) 对于  $T^*$  中的每个中心点  $C_i=(x_i, y_i)$  , 计算该中心点到  $C_m=(x_m, y_m)$  的距离  $d_{im} = \sqrt{(x_i - x_m)^2 + (y_i - y_m)^2}$ 。并判断  $d_{ij}$  是否小于 6

(3) 如果  $d_{im} < 6$

(i) 将该点加入服务区  $Z_k$  , 并将该点从表  $T^*$  中删除。

(ii) 寻找表  $T^*$  中下一个中心点  $C_n$  , 使得该中心点到另外两个中心点的

距离满足小于 6 且距离之和大于 6。根据该点的坐标  $C_n = (X_1, Y_1)$ ，和上述两个中心点的坐标  $(X_2, Y_2), (X_3, Y_3)$ 。求出这三点确定的圆心的坐标  $R = (R_x, R_y)$ ，其中  $R_x = \frac{(gb - cf)}{(eb - af)}$ ， $R_y = \frac{ag - ce}{af - be}$ ，且  $a = 2X_3 - 2X_2$ ， $b = 2Y_3 - 2Y_2$ ， $c = X_3^2 - X_2^2 + Y_3^2 - Y_2^2$ ， $e = 2X_2 - 2X_1$ ， $f = 2Y_2 - 2Y_1$ ， $g = X_2^2 - X_1^2 + Y_2^2 - Y_1^2$ 。将圆心  $R = (R_x, R_y)$  做为该服务区  $Z_k$  的物流节点。将  $C_n$  加入服务区  $Z_k$ ，并将该点从表  $T^*$  中删除。

- (v) 对表  $T^*$  中所有剩下的点  $C_s = (x_s, y_s)$ ，检测该点到圆心的距离  $d_{Rs} = \sqrt{(x_s - R_x)^2 + (y_s - R_y)^2}$  是否小于 3，若小于 3，进入下一步检测，反之直接跳过下一步检测。
- (vi) 检测加入该中心点所在区域的面积以后，该区域的总面积是否会超过  $9\pi km^2$ （圆面积），若面积不超过  $9\pi km^2$ 。则将该点加入服务区  $Z_k$ ，并将该点从表  $T^*$  中删除。反之，不将该点加入服务区并检测一下个点。

(5) 如果  $d_{ij} \geq 6$ ，不将该点加入服务区  $Z_k$ ，令  $k = k + 1$ ，并进入步骤 6(1)检测

表  $T^*$  中下一个点。

## 4.2 确定节点级数以及隶属关系

### 4.2.1 确定节点级数

根据上述几何划分算法，将附件中的数据（OD 矩阵以及各点的坐标）代入求解。通过求解，将所有 110 个中心点划分成 28 个物流节点（一级节点或者二级节点）。

一级节点的不仅承担自身的货运量，还承担区内二级节点跨区转运的货运量，以及物流园区的货运量。确定一级节点的原则是，成本最低原则。

设各节点自身的货运量为  $W_{self}$ ，与物流园区间的通货量为  $W_w$ ，与物流园区的距离  $D_w$  设，运输单价为  $P_s$ ，通道建设单价为  $P_N$ ，未知网络与未知隶属关系的情况下的成本为 CT，则

$$CT = W_w \times D_w \times P_s + D_w \times P_N$$

对于每个节点，计算其 CT，选择 CT 值最小的四个节点作为一级节点。

### 算法 2：隶属划分算法

输入：28 个节点与物流园之间的货运量、距离，运输单价，通道建设单价

输出：CT 成本最低的四个节点

- 1、计算所有节点的成本 CT；
- 2、比较选取成本最低的四个节点作为一级节点。

计算后，节点的位置坐标和服务范围如下表所示：

表 4.1：节点划分信息表

节点名称	节点所包含区域	节点下辖二级节点	中心点 X (米)	中心点 Y (米)
F1	793,797,798,801,802	S13-S18	139998.81	150082.72
F2	791,792,799,805,808	S19-S24	149198.46	149918.92
F3	888,889,891,893,895	S1-S6	154680.75	164650.33
F4	852,853,857,858,862,868	S7-S12	135607.10	159148.92
节点名称	节点所包含区域	节点所属一级节点	中心点 X (米)	中心点 Y (米)
S1	892,896,897	F3	157354.70	164650.33
S2	899,900	F3	161442.73	164650.33
S3	894,898	F3	165295.96	164650.33
S4	885,886,887	F3	155780.61	161155.06
S5	879,882,884,890	F3	153146.97	160216.47
S6	872,874,877	F3	150211.94	158547.64
S7	876,880,881,883	F4	145693.65	160063.07
S8	859,867,869	F4	139356.85	160405.17
S9	861,863,864,865,866	F4	141629.71	160163.65
S10	834,854,855,856,860	F4	141521.17	156506.10
S11	843,844,845,846	F4	146935.26	156555.27
S12	848,849,850,851	F4	138989.32	156131.45
S13	841,842,810,813,814	F1	139366.74	151652.59
S14	827,823,847	F1	140309.15	153473.78
S15	819,820,830,833	F1	142733.35	153099.59
S16	807,815,817	F1	142199.94	151897.77
S17	806,809,811,816,818,821,828	F1	143800.10	151838.39
S18	794,795,796,800,803,804	F1	143903.27	150127.84
S19	812,825	F2	151500.72	152128.32
S20	822,826	F2	149366.89	153648.05
S21	839,840	F2	150870.25	156890.84
S22	829,832,837,838	F2	149026.56	154716.68
S23	824,831,835,836	F2	146543.68	153913.78
S24	870,871,873,875,878	F2	147221.06	157904.41

节点实际划分情况如下图所示，其中紫色区域为一级节点，其余颜色区域为二级节点

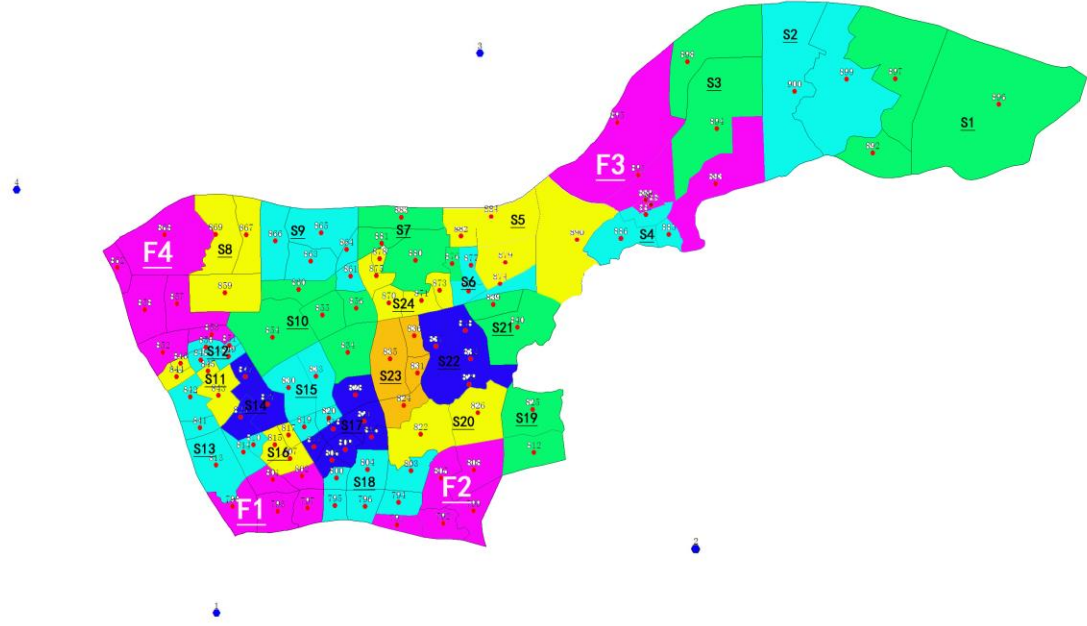


图 4.2 地下物流系统节点划分示意图

#### 4.2.2 确定节点隶属关系与实际货运量

为确定各个节点的实际运输量，需要确定二级节点与一级节点间的隶属关系。

在确定节点的隶属关系时，需要考虑到两个制约条件：一是要尽可能多的将地面上的运输任务转移到地下，缓解地面上的交通压力。这里要达到一个基本目标：要使得地面各点的拥堵系数低 4。二是，要考虑到货运流量限制。地面与每个节点的每日货物交互量有一个上限。同时考虑到车辆的运输能力，地面下货运能力也拥有上限，往地下转移的货物量不能使得超出地下节点的运输能力。

##### 1、交通拥堵指数约束

要将各个节点的拥堵指数降到 4（基本畅通）以下。

由于对中心节点进行了几何划分后，要重新计算各服务区域的拥堵度。根据假设 2，拥堵度与区域的货运量成正比，此外也与区域的面积有关。所以这里认为几何划分后的节点的拥堵指数是该节点包含中心点  $C_j$  ( $C_j \in Z_i$ ) 的拥堵指数对面积的加权平均。

即设一个服务区域  $Z_i$  对应的物流节点  $FS_i$  包含  $m$  个中心点， $FS_i = \{C_1, C_2, \dots, C_m\}$ ，那么服务区域  $Z_i$  的拥堵指数  $\tau_{Z_i}$  与其所属的各中心点服务区域拥堵指数  $\{\tau_{c_1}, \tau_{c_2}, \dots, \tau_{c_m}\}$  的关系是

$$\tau_{Z_i} = \frac{\sum_{j=1}^m \tau_{c_j} \times S_i}{\sum_{j=1}^m S_i} \quad (12)$$

假设服务区域  $Z_i$  原通过地面上的总物流量为  $W_i$ ，设其将  $W_i^*$  的货物使用地下运输系统分流。经地下物流系统分流后，该服务区域的拥堵指数  $\tau_{Z_i}^*$  变为：

$$\tau_{Z_i}^* = \frac{W_i - W_i^*}{W_i} \tau_{Z_i} \quad (13)$$

要使得分流后该服务区域拥堵系数 $\tau_{Z_i}^*$ 降至4以下。即：

$$\tau_{Z_i}^* \leq 4 \quad (14)$$

可以解的对一个对该服务区域转运到地下运输系统货物量 $w_i^*$ 的一个约束条件：

$$\left(1 - \frac{4}{\tau_{Z_i}}\right) W_i \leq W_i^* \quad (15)$$

表2给出了拥堵指数表，给出了拥堵等级及拥堵指数的对应关系。

表 4.2 拥堵指数表

拥堵等级	拥堵指数
畅通	$0 \leq \sigma < 2$
基本畅通	$2 \leq \sigma < 4$
轻度拥堵	$4 \leq \sigma < 6$
中度拥堵	$6 \leq \sigma < 8$
严重拥堵	$8 \leq \sigma < 10$

## 2、货运流量约束

由于地下节点和通道内的货物每天要清仓，且一级节点每天与地面交互的货运流量最大不可超过4000吨，二级节点的每天与地面交互的货运流量最大不可超过3000吨。即

若该节点为二级节点，则有：

$$W_i^* \leq 3000 \quad (16)$$

若该节点为一级节点，则有：

$$W_i^* \leq 4000 \quad (17)$$

同时对于各个节点而言，因为实际货运量 $S_i$ 不可超过该节点的运输能力上限。对于二级节点而言，因为不作为区域间转运的中转站，所以不涉及为其他节点跨区域转运的问题。其实际货运量：

$$S_i = W_i^* \quad (18)$$

对于一级节点而言，除运送所以自己本身的货物外，还承担本区域所有二级节点的跨区域转运服务。所以一级节点的实际货运量等于本身的总转运量 $W_i^*$ 与区内二级点转运的货物量 $ZY_i$ 之和，即

$$S_i = W_i^* + ZY_i \quad (19)$$

每个节点的运输能力上限可以通过每天的发车班次和每辆车的运输能力进行计算。

根据假设 8，单轨道上的货运量上限为每班车的货运量（8×5 吨=40 吨或 8×10 吨=80）与每天的发车班次（5×18=90）的乘积 3600 吨或 7200 吨，则双向双轨（5 吨运输车辆）的货运量上限为 7200 吨，双向四轨（5 吨运输车辆）的货运量上限为 14400 吨，双向四轨（10 吨运输车辆）的货运量上限为 28800 吨。

双向双轨（5 吨运输车辆）：

$$S_i \leq 7200 \quad (20)$$

双向四轨（5 吨运输车辆）：

$$S_i \leq 14400 \quad (21)$$

双向四轨（10 吨运输车辆）：

$$S_i \leq 28800 \quad (22)$$

根据假设 7，为了节省建设成本，假设在问题一中的节点均采用双向双轨结构，那么联立(15)(16)(17)(18)(19)(20)式，可以得到对每个服务区域的货物使用地下运输系统分流量  $w_i^*$  的一个总约束条件：

对于二级节点而言：

$$\left(1 - \frac{4}{\tau_{Z_i}}\right) w_i \leq w_i^* \leq 3000 \quad (23)$$

对于一级节点而言：

$$\left(1 - \frac{4}{\tau_{Z_i}}\right) w_i \leq w_i^* \leq \min\{4000, 7200 - ZY_i\} \quad (24)$$

对于二级节点而言，因为当前拥堵系数  $\tau_{Z_i}$  和当前总流量  $w_i$  是一个可以从附件数据计算得出的确切值，那么二级节点能帮助地面分流量  $w_i^*$  都是可以确定的。

对于一级节点而言，同二级节点，其能够帮助地面分担的物流量  $w_i^*$  的最小值

$\left(1 - \frac{4}{\tau_{Z_i}}\right) w_i$  是一个固定值，而上限值  $\min\{4000, 7200 - ZY_i\}$  受到其隶属的二级节点的影响。

因为  $ZY_i$  等于区内所有二级节点跨区域运输量的总和。所以区内二级节点越多，该一级节点的转运压力越大，且其缓解地面交通运输压力的能力越弱。所以如何确定二级节点与一级节点的隶属关系——“聚簇划分”成为了一个制约地下物流系统 ULS 缓解交通压力能力大小的一个重要因素。

### 3、隶属关系划分算法

使用如下算法（算法 2）对一二级节点的隶属关系进行求解：

---

#### 算法 2：隶属划分算法

---

输入：若干个一级节点和二级节点，及他们各自相互的物流转运量

输出：每个一级节点对应的下属二级节点

1、对于每个一级节点

(1) 计算剩余二级节点距离该一级节点的距离

(2) 选择距离该一级节点最近的二级节点

(i) 使用交通拥堵指数约束判断，如果通过判断，进入下个判断，不通过判断，则直接跳过下一步判断，返回 1(1)，对离该一级节点次近的二级节点进行判断

(ii) 使用货运流量约束对该二级节点进行判断，如果通过判断，则将该二级节点作为此一级节点的子节点。反之，不将该二级节点作为该一级节点的子节点。

(3) 检测下一个二级节点

2、检测下一个一级节点

将 4.1 节点分级算法中的与算法 2 合称为聚簇算法。

将 4.1 中求解的 4 个一级点，和 24 个二级点代入算法 2 进行计算，得出聚簇结果。通过隶属关系，代入公式 (24)，就可以确定一级节点的运输量的上限值  $\min\{4000, 7200 - ZY_i\}$ 。为了发挥一级节点的分流能力，将实际运输量取其运输量的上限值，

即  $\min\{4000, 7200 - ZY_i\}$ 。

各节点的实际货运量如下表所示：

表 4.3 各节点实际货运量

节点名称	实际货运量（吨）	节点名称	实际货运量（吨）
F1	14852.4547	F3	16852.5124
F2	15112.0496	F4	14590.9494
S1	2814.0272	S13	1752.3512
S2	2487.7384	S14	2683.2520
S3	3040.8320	S15	3212.6840
S4	3064.4900	S16	2182.6164
S5	2819.5188	S17	2863.5192
S6	3354.1796	S18	2753.4160
S7	2919.0152	S19	2241.2308
S8	2742.4316	S20	2857.6336
S9	2353.6472	S21	2735.5900
S10	2879.3832	S22	2605.0780
S11	2277.1124	S23	2543.2788
S12	1864.5056	S24	1981.9408

### 4.3 一级节点的转运率

根据转运率的定义：从物流园区经由最近的一级节点转运至其他所有一级节点的货物量占该物流园区总出货量的百分比，称为该一级节点的转运率。

每个一级节点与物流园区相连且采用 10 吨的大型车辆地下运输，园区与一级节点间的物流量受一级节点运输能力的限制。园区放至地下运输的货物（ $Q$ ）100%递交给最近一级节点，那么，有：

$$Q < S_i \quad (25)$$

联立(22)(25)式，有：

$$Q < 28800 \quad (26)$$

经过计算应该放至地下运输的货物( $Q$ ) 100%递交给最近一级节点( $F_1$ )。设货物( $Q$ ) 在区内( $Z_1$ )内消化掉的货物为( $Q_1$ )，其余货物( $Q-Q_1$ )需要通过一级节点( $F_1$ )转运至其他区，则( $Q-Q_1$ )占( $Q$ )的比例称为一级节点( $F_1$ )的转运率。也即：

$$\varphi_i = \frac{Q-Q_i}{Q} \quad (27)$$

同时，每天地面下的货物要清空，所以有：

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 = Q \quad (28)$$

假设从园区通过地下物流系统运输的货物在各节点的分配，仍遵循 OD 矩阵中体现的分布规律。

将附件中的数据代入(27)(28)式，得出了四个一级节点  $F_1, F_2, F_3, F_4$  的转运率  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4$ 。结果如下表所示：

表 4.4：各一级节点转运率

节点名称	转运率	节点名称	转运率
F1	0.5895	F3	0.4623
F2	0.5782	F4	0.5928

#### 4.4 数据的分析和总结

##### 1、数据分析

(1) 一级节点的实际货运量远大于二级节点的实际货运量。原因有二：首先，一级节点承担了来自物流园区的货运量；其次，二级节点在不同区内的运输需要经过一级节点的转运。

(2) 实际的节点数目远小于题目中给定的中心点的数目，这主要因为模型求解过程考虑到了节点可以服务距其三千米以内的区域。在满足拥堵度约束下，合理地减少节点数目，可以有效降低地下物流系统的建设成本。

(3) 模型将整个仙林区分成了四个区，理论上各一级节点的转运率应该不超过 75%。模型求解后各一级节点的转运率在 45%到 60%之间，说明区划分基本合理。

(4) F3 节点的转运率明显小于其他三个一级节点，而从地图上可知 F3 与其他三个一级节点相距较远，转运成本较大，其转运率小可以降低运输成本成本，验证了求解模型的合理性。

##### 2、总结

本问题首先根据服务半径约束和区域覆盖约束提出了中心点划分算法，将题目中给定的 110 个中心点划分为 28 个节点。根据聚簇算法确定了节点的等级和节点间的隶属关系。然后根据交通拥堵指数和节点货流量的约束提出了聚簇划分算法，进而确定各二级节点的隶属关系。最后求出了各节点的实际货运量和一级节点的转运率。



## 5、问题二的模型建立与求解

地下通道网络的设计是以地下节点设计为基础的，涉及到采用何种形态的布局，二级节点与一级节点隶属关系的确定，不同通道轨道类型的选择。地下通道网络的设计还可能反作用于节点的设计，从而使地下物流系统更加合理。


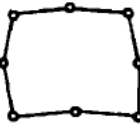
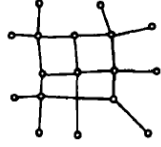

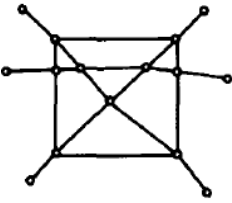
### 5.1 关于布局形态问题的研究

物流网络的布局形态主要可以分为线状分布、环状分布、栅格状分布、树状分布以及混合分布等结构。

#### 5.1.1 各布局形态的对比分析

表 5.1 给出了不同布局形态的物流网络的布局形态。

表 5.1 布局形态种类

布局形态	布局形态图	优点	缺点	适用范围
线状分布		开发难度较小 投资费用较少	运输能力较弱 连通能力较弱	节点数目少， 货流量小 节点线性排布
环状分布		开发难度较小 费用较低	抗干扰能力弱	节点数目少 货流量小 节点环形排布
栅格状分布 <sup>[20]</sup>		网络连通度好 运输容量较高， 抗干扰能力强	开发难度较大 投资费用较大	节点数目较多 货流量大 节点较分散
树状分布		布局可以连接更多的节点	路线对节点有一定选择性	节点间有特殊依赖关系
混合分布		网络联通性好， 设计灵活性强， 可以满足不同的应用目标	开发难度大 投资费用高	节点较多，且不同节点有明显的属性差异和区域差异

#### 5.1.2 本问题布局形态的确定

本问题是要规划南京市仙林区的地下通道网络，从该区的交通货运区域划分图、本文第四章得到的节点分布结果和相应的货运 OD (Origin Destination) 流量矩阵，可以总结出该区域具有以下特点：

- (1) 该区面积较大，不同区域的货运量和拥堵指数差距较大；
- (2) 节点分布较散乱，没有明显的线性排布和环形排布特征；

- (3) 一二级节点的属性明显不同，主要体现在：
- a. 运输量差异较大，一级节点的运输能力远大于二级节点；
  - b. 连通功能不同，一级节点可以跨区域连通，二级节点则不可以；
- (4) 二级节点对一级节点存在隶属关系。

根据仙林区货运节点的分布情况及对表 5.1 各布局形态的分析。现提出以下**布局规则**：

(1) 区间连通规则

区间连通指一级节点与一级节点之间的连通，可以实现跨区域调运，为确保不同区的货物彼此可以调运，一级节点之间要两两建立通道。

(2) 区内连通规则

要确保区内所有节点之间可以相互连通。但不同区的节点数目、货运量与拥堵度都不同，所以不区内的连通关系会有差异。在节点数目较少且货运量较小的区内，可以根据节点分布形态分别采用线性分布和环状分布两种结构。在节点数目较多且货运量较大的区内可以采用栅格状的结构。

(3) 一点节点与物流园区直接相连

根据布局规则，最终采用混合式的布局形态，得到如下图所示的南京市仙林区地下通道网络的理论研究基本布局（红色字体为二级节点名称，紫色字体为一级节点名称）。

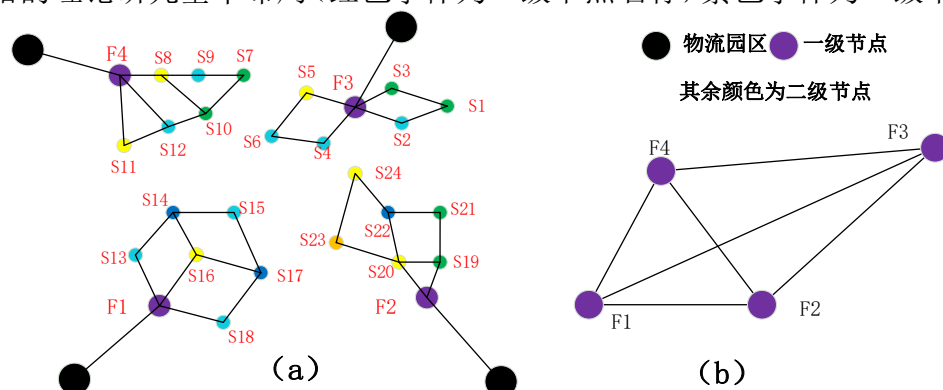


图 5.1 (a)各级网络连接示意(b)一级节点网络连接示意

## 5.2 关于地下通道网络的优化模型

根据 5.1 中的分析，一级节点之间及一级节点与物流园区之间的通道关系已经确定。现在整个通道网络的可变部分只有区内的连接方式。

若区内节点两两彼此相连，各二级节点的地下货运量不会有转运量的增加，运输成本较小，但通道数量过多，会增加建设成本。

若只采用 5.1 的基本模型，则区内可能有较多节点不能直接相连，会给二级节点带来过多转运量。特别是当某个节点不与该区内的一级节点直接相连时，会大大增加区内其他二级节点的转运量。当二级节点转运压力过大，就可能达到其服务能力上限，那么只能采用更多轨道的通道，也会增加建设成本，甚至造成节点货物堆积。因此建立合理复杂度的通道网络才能使地下物流成本低，且不会造成货物堆积。

本模型将通道网络抽象成**含参矩阵**进行描述，将网络的设计问题抽象为一个**条件优化问题**。优化目标是总成本最低，约束条件是各节点和地下物流隧道里不能有货物堆积。

### 5.2.1 地下通道网络设计的条件优化模型

#### 1、符号说明

为简化描述过程，先给出本部分的符号说明，如表 5.2 所示。

表 5.2 符号说明

符号	符号说明
<b>COST</b>	地下物流网络每天的总成本
<b>COST1</b>	每天货物的运输成本
<b>COST2</b>	地下物流隧道与节点的折旧成本
<b>NF</b>	一级节点的总数
<b>NS</b>	二级节点的总数
<b>FS</b>	节点集合 $FS=\{F,S\}$
<b>NC</b>	分区的数目
<b>P<sub>dot</sub></b>	节点建设成本
<b>P<sub>ch</sub></b>	隧道建设成本
<b>P<sub>trans1</sub></b>	区内运输成本
<b>P<sub>trans2</sub></b>	区间运输成本
<b>ω</b>	区内节点的总货运量矩阵
<b>ω<sub>in</sub></b>	区内节点在区内的货运量矩阵
<b>ω<sub>out</sub></b>	区内节点的转运货运量矩阵
<b>b</b>	二级节点的成本

## 2、网络抽象模型

一个拥有若干个节点和通道的网络可以看做是一个无向图。采用图论的方法，将一个含有  $n$  个节点的网络抽象成邻接矩阵  $A$  ( $n$  阶矩阵)。

$$A = \begin{bmatrix} e_{11} & e_{12} & \cdots & e_{1n} \\ e_{21} & e_{22} & \cdots & e_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ e_{n1} & e_{n2} & \cdots & e_{nn} \end{bmatrix}$$

$e_{ij}=1$  当且仅当节点  $i$  与节点  $j$  之间存在边,  $1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq n$ , 其余的  $e_{ij}=0$

事实上, 因为节点  $i$  与节点  $j$  之间 (不) 存在边的充要条件是节点  $i$  与节点  $j$  之间 (不) 存在边, 这是一个对称矩阵。然而, 为了简化存储和计算, 可以用上三角邻阶矩阵  $A^*$  表示一个网络。

$$A^* = \begin{bmatrix} 0 & e_{12} & \cdots & e_{1n} \\ 0 & 0 & \cdots & e_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}$$

$e_{ij}=1$  当且仅当节点  $i$  与节点  $j$  之间存在边,  $1 \leq i < n, i < j \leq n$ , 其余的  $e_{ij}=0$ 。

例如邻接矩阵  $A$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

对应的网络如图 5.2 所示：

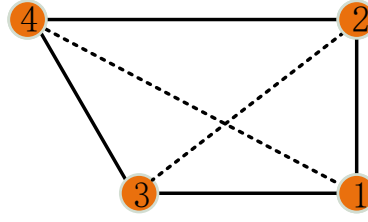


图 5.2: 邻接矩阵示意图

### 3、成本计算模型

地下通道网络设计的优化目标就是降低地下物流网络每天的总成本  $COST$ 。每天的总成本由每天货物的运输成本  $COST1$  和地下物流隧道与节点的折旧  $COST2$  构成。

#### (1) 折旧成本 $COST2$

##### 节点成本

地下物流节点的总建设费用  $P_{dot}$  为

$$P_{dot} = a \cdot NF + b \cdot NS。$$

其中  $a$ 、 $b$  分别为一级和二级节点的建设成本， $a=1.5$  亿元/个， $b=1$  亿元/个。

##### 物流隧道成本

物流隧道的总建设费用  $P_{ch}$  包括三个部分：一级节点与物流园区的隧道，区间的隧道以及区内的隧道。由于一级节点与物流园区以及区间的地下通道网络已经确定，所以前两者的成本也相应确定。

a. 一级节点与物流园区的隧道成本  $P_{ch1}$  为

$$P_{ch1} = \sum_{i=1}^4 d_i^1 \times p_i^1$$

b. 区间的隧道成本  $P_{ch2}$  为

$$P_{ch2} = \sum_{i=1}^6 d_i^2 \times p_i^2$$

c. 区内的隧道成本  $P_{ch3}$

设区内共有  $m$  个节点，则节点间的互连关系可以用一个  $m \times m$  的上三角矩阵  $\zeta$  表示。

$$\zeta = \begin{bmatrix} 0, e_{12}, \dots, e_{1m} \\ 0, 0, \dots, e_{2m} \\ \vdots \\ 0, 0, \dots, 0 \end{bmatrix}$$

$$e_{ij} = \begin{cases} 0, & \text{节点} i \text{与节点} j \text{之间没有隧道} \\ 1, & \text{节点} i \text{与节点} j \text{之间建有隧道} \end{cases}, 1 \leq i \leq m, i < j \leq m$$

$$e_{ij} = 0, 1 \leq i \leq m, j \leq i \leq m$$

区内通道网络的建设是在 5.1 中的基本布局的基础上进行的，也就是说矩阵  $\zeta$  中并非所有元素均未定。基本布局中已存在的通道所对应的矩阵中元素的值确定为 1，只有互相未连接节点在矩阵中对应元素的值是未定的。比如一个区中有四个节点，其对应的网络如图 5.3 所示。

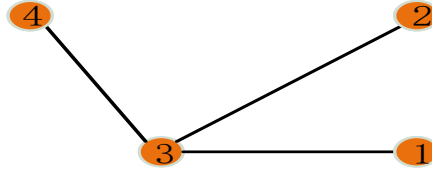


图 5.3 区内网络示意图

则该网络对应的节点矩阵  $\zeta$  是

$$\zeta = \begin{bmatrix} 0, 1, 1, e_{14} \\ 0, 0, e_{23}, 1 \\ 0, 0, 0, 1 \\ 0, 0, 0, 0 \end{bmatrix}$$

节点间隧道的长度可以根据附件中表 2 的数据以及问题 1 中各节点的位置计算。路径矩阵也可以用一个  $m \times m$  的上三角矩阵  $\eta$  表示。

$$\eta = \begin{bmatrix} 0, d_{12}, \dots, d_{1m} \\ 0, 0, \dots, d_{2m} \\ \vdots \\ 0, 0, \dots, 0 \end{bmatrix}$$

隧道的单价矩阵用  $\theta_{ch}$  表示

$$\theta_{ch} = \begin{bmatrix} 0, p_{12}, \dots, p_{1m} \\ 0, 0, \dots, p_{2m} \\ \vdots \\ 0, 0, \dots, 0 \end{bmatrix} \quad p_{ij} = \begin{cases} 5, \text{隧道为双向双轨} \\ 10, \text{隧道为双向四轨} \end{cases}$$

令  $\gamma_{ch} = \zeta * \eta * \theta_{ch}$ ，则  $\gamma_{ch}$  表示区内的隧道成本。

$$\begin{aligned} \gamma_{ch} = \zeta * \eta * \theta_{ch} &= \begin{bmatrix} 0, e_{12}, \dots, e_{1m} \\ 0, 0, \dots, e_{2m} \\ \vdots \\ 0, 0, \dots, 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0, d_{12}, \dots, d_{1m} \\ 0, 0, \dots, d_{2m} \\ \vdots \\ 0, 0, \dots, 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0, p_{12}, \dots, p_{1m} \\ 0, 0, \dots, p_{2m} \\ \vdots \\ 0, 0, \dots, 0 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0, e_{12} \cdot d_{12} \cdot p_{12}, \dots, e_{1m} \cdot d_{1m} \cdot p_{1m} \\ 0, 0, \dots, e_{2m} \cdot d_{2m} \cdot p_{2m} \\ \vdots \\ 0, 0, \dots, 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

那么单个区内的隧道成本为  $\psi(\gamma_{ch})$ 。则所有区内的隧道成本为

$$P_{ch3} = \sum_{i=1}^{NC} \psi(\gamma_{chi})$$

#### d.隧道总成本

地下物流网络的隧道总建设成本  $P_{ch}$  是一级节点与物流园区的隧道成本  $P_{ch}$ ，区间的隧道成本  $P_{ch}$  以及区内的隧道成本  $P_{ch}$  的总和，即

$$\begin{aligned} P_{ch} &= P_{ch1} + P_{ch2} + P_{ch3} \\ \text{其中, } \left\{ \begin{aligned} P_{ch1} &= \sum_{i=1}^4 d_i^1 \times p_i^1 \\ P_{ch2} &= \sum_{i=1}^6 d_i^2 \times p_i^2 \\ P_{ch3} &= \sum_{i=1}^{NC} \psi(\gamma_{chi}) \\ \psi(\gamma_{ch}) &= \sum_{i,j=1}^n a_{ij}, a_{ij} \in \gamma_{ch} \\ \gamma_{ch} &= \zeta^* \eta^* \theta_{ch} \end{aligned} \right. \end{aligned}$$

**折旧成本：**通道与节点的设计年限 100 年，年综合折旧率均为 1%。所以每天的折旧成本 COST2。

$$\begin{aligned} COST2 &= \frac{1\% \times P_{ch}}{365} = \frac{1\% \times (P_{ch1} + P_{ch2} + P_{ch3})}{365} \\ \left\{ \begin{aligned} P_{ch1} &= \sum_{i=1}^4 d_i^1 \times p_i^1 \\ P_{ch2} &= \sum_{i=1}^6 d_i^2 \times p_i^2 \\ P_{ch3} &= \sum_{i=1}^{NC} \psi(\gamma_{chi}) \\ \psi(\gamma_{ch}) &= \sum_{i,j=1}^n a_{ij}, a_{ij} \in \gamma_{ch} \\ \gamma_{ch} &= \zeta^* \eta^* \theta_{ch} \end{aligned} \right. \end{aligned}$$

#### (2) 每天的货物运输成本

每吨货每公里的平均运输成本始终相等，约为 1 元/吨·公里（已计入车辆和设备折旧），与所经过的隧道尺寸无关。求解货物运输成本要统计节点间货运量流通的 OD 矩阵和节点间的运输路线。对各节点间的通货量、运输路线的长度以及平均运输成本之积求和就是每天货物的运输成本。这种计算方法精确，但由于一些节点的连接关系未定，计算量大。

现研究节点间运输路径的共性，以简便求解过程。节点间的运输路径包括区内的运输和区间的运输。

#### 区内运输成本模型

区内的运输关系相对简单，每吨货每公里的平均运输成本始终相等，约为 1 元/吨·公里。但是，对于任意从节点 A 运往节点 B 的货物，可能运送路径不止一条，这就需要考虑两个问题：搜索所有从节点 A 到节点 B 可能的路径，以及按何种方式分配流量到各条路径上去。

### 1、路径搜索

比较有代表性的路径搜索为：深度优先搜索（DFS）和广度优先搜索（BFS）。对于这两种不同的搜索方式，各自有各自的特点。

对于深度优先搜索（DFS）：不全部保留结点，占用空间少；有回溯操作(即有入栈、出栈操作)，运行速度慢。

对于广度优先搜索（BFS）：保留全部结点，占用空间大；无回溯操作(即无入栈、出栈操作)，运行速度快。

深度优先搜索适合解决节点数比较多的问题，广度优先搜索适合解决节点数不多，但对速度要求比较快的算法。

本节考虑区域内运输，每个区域内只有 7 个节点，节点数目较少，可以全部存储，通过使用广度优先搜索算法（BFS），达到加快搜索速度，减少搜索时间的目的。

### 2、货流量分配

设节点 A 共有  $Q$  的货物量需要运送到节点 B。一共有  $k$  条不同的路径： $R_1, R_2, \dots, R_s$ ，每条路径的长度为  $L_1, L_2, \dots, L_s$ 。那么需要考虑每条路径上分配多少货物量比较合理。

货流量分配有两个基本原则：一是尽可能的降低成本；二是使每条路上的流量不能超过其运输能力上限。

为了降低成本，应该将货流量尽可能的放到路径长度短的路上去。同时，不能将所有物流量集中于某一条或某两条路径，这样有可能就会导致该路径货流量超过其运输能力上限。因为每条路径的总货流量受到所有经过该路径的节点的货流量的影响。所以对于单一节点对 (A,B)，以道路运输能力上限作为其该次运输的流量限制是一个不具有实际操作可能性的约束条件。只能在兼顾每条道路上的物流量都尽可能平均的条件下，降低成本。

在这里，考虑每条道路上分配的货流量与路径长度成反比。设从节点  $R_i$  运输的货流量为  $Q_i$ ，有：

$$Q_1 + Q_2 + \dots + Q_s = Q \quad (29)$$

$$\frac{Q_i}{Q_j} = \frac{L_j}{L_i} \quad (30)$$

联立(29)(30)式，可得：

$$Q_i = \frac{1}{L_i \left( \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \dots + \frac{1}{L_s} \right)} Q \quad (31)$$

### 3、运输成本计算

设区内网络的节点的总货运量用矩阵  $\omega$  表示。

$$\omega = \begin{bmatrix} 0, w_{12}, \dots, w_{1m} \\ 0, 0, \dots, w_{2m} \\ \vdots \\ 0, 0, \dots, 0 \end{bmatrix}$$

设区内各节点间的货运量由矩阵  $\omega_{in}$  表示。

$$\omega_{in} = \begin{bmatrix} 0, w_{in12}, \dots, w_{in1m} \\ 0, 0, \dots, w_{in2m} \\ \vdots \\ 0, 0, \dots, 0 \end{bmatrix}$$

货物的运输单价矩阵用  $\theta_{trans}$  表示

$$\theta_{trans} = \begin{bmatrix} 0, 1, \dots, 1 \\ 0, 0, \dots, 1 \\ \vdots \\ 0, 0, \dots, 0 \end{bmatrix}$$

网络节点间的距离矩阵  $\eta$  与同上，距离矩阵  $\eta$  中的元素都为常数。

设区内各节点间的运输距离用上三角矩阵  $\eta_{trans}$  表示，这里各节点间的运输距离矩阵  $\eta_{trans}$  中的元素都是变量，节点运输距离矩阵  $\eta_{trans}$  的解是与节点矩阵  $\zeta$  的解一一对应的。

$$\eta_{trans} = \begin{bmatrix} 0, t_{12}, \dots, t_{1m} \\ 0, 0, \dots, t_{2m} \\ \vdots \\ 0, 0, \dots, 0 \end{bmatrix}$$

令  $\gamma_{trans1} = \omega_{in} * (\zeta * \eta + \zeta' * \eta_{trans}) * \theta_{trans}$ ，则  $\gamma_{trans1}$  表示区内节点运输成本矩阵



$$\begin{aligned}
\gamma_{trans1} &= \omega_{in} * (\zeta * \eta + \zeta^! * \eta_{trans}) * \theta_{trans} \\
&= \begin{bmatrix} 0, w_{in12}, \dots, w_{in1m} \\ 0, 0, \dots, w_{in2m} \\ \vdots \\ 0, 0, \dots, 0 \end{bmatrix} * \left( \begin{bmatrix} 0, e_{12}, \dots, e_{1m} \\ 0, 0, \dots, e_{2m} \\ \vdots \\ 0, 0, \dots, 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0, d_{12}, \dots, d_{1m} \\ 0, 0, \dots, d_{2m} \\ \vdots \\ 0, 0, \dots, 0 \end{bmatrix} + \right. \\
&\quad \left. \begin{bmatrix} 0, 1 - e_{12}, \dots, 1 - e_{1m} \\ 0, 0, \dots, 1 - e_{2m} \\ \vdots \\ 0, 0, \dots, 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0, t_{12}, \dots, t_{1m} \\ 0, 0, \dots, t_{2m} \\ \vdots \\ 0, 0, \dots, 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0, 1, \dots, 1 \\ 0, 0, \dots, 1 \\ \vdots \\ 0, 0, \dots, 0 \end{bmatrix} \right) \\
&= \begin{bmatrix} 0, w_{in12} \cdot [t_{12} + e_{12}(d_{12} - t_{12})], \dots, w_{in1m} \cdot [t_{1m} + e_{1m}(d_{1m} - t_{1m})] \\ 0, 0, \dots, w_{in2m} \cdot [t_{2m} + e_{2m}(d_{2m} - t_{2m})] \\ \vdots \\ 0, 0, \dots, 0 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

那么单个区内的隧道成本为  $\psi(\gamma_{trans1})$ 。

则所有区内的运输的总成本为

$$\begin{aligned}
P_{trans1} &= \sum_{i=1}^{NC} \psi(\gamma_{trans1i}) \\
\begin{cases} \psi(\gamma_{trans1}) = \sum_{i,j=1}^n a_{ij} \cdot a_{ij} \in \gamma_{trans1} \\ \gamma_{trans1} = \omega_{in} * (\zeta * \eta + \zeta^! * \eta_{trans}) * \theta_{trans} \end{cases}
\end{aligned}$$

## 区间运输成本模型

### 1、路径搜索

区间的运输路线相对复杂，现对其进行分析。区 1 内某节点 A 要运输货物到区 2 某节点 B。则其运输过程如下：

区 1 节点 A → → → 区 1 一级节点 → → → 区 2 一级节点 → → → 区 2 节点 B

a. 区 1 一级节点 → → → 区 2 一级节点

此过程对应运输过程中的转运过程，所有运输过程中“区 1 一级节点 → → → 区 2 一级节点”的过程不会因网络结构的不同而不同。也就是说在计算运输成本时，不同的通道网络设计有相同的一级节点转运成本。所以将此部分的成本设为  $P_{incnt}$ ，为一个常数。

b. 区 1 节点 A → → → 区 1 一级节点

此过程实际上发生在区内，可以套用上述的区间成本模型。区别在于流量矩阵的改变。此时，区 1 节点 A 只可能与区内一级节点有货运量，且该值为该节点的总货运量减去该节点在区内的货运量。

对于上面两种情况，通过分割，能够将路径搜索转化为区域内的路径搜索，在此，使用与区域内路径搜索相同的算法——广度优先搜索算法（BFS）。

### 2、货物流量分配

跨区域运输的货物流量分配方案同区域内货物流量分配方案，在此不再赘述。

### 3、运输成本计算

设区间各节点的转运货运量由矩阵  $\omega_{out} = \begin{bmatrix} 0, w_{12}, \dots, w_{1m} \\ 0, 0, \dots, 0 \\ \vdots \\ 0, 0, \dots, 0 \end{bmatrix}$  表示，则

$$\omega = \omega_{in} + \omega_{out}$$

令  $\gamma_{trans2}$  表示区内节点的转运成本矩阵，则

$$\begin{cases} \gamma_{trans2} = \omega_{out} * (\zeta * \eta + \zeta^! * \eta_{trans}) * \theta_{trans} \\ \omega_{out} = \omega - \omega_{in} \end{cases}$$

所以

$$\begin{aligned} \gamma_{trans2} &= \omega_{out} * (\zeta * \eta + \zeta^! * \eta_{trans}) * \theta_{trans} \\ &= \begin{bmatrix} 0, w_{12} - w_{in12}, \dots, w_{12} - w_{in1m} \\ 0, 0, \dots, w_{2m} - w_{in2m} \\ \vdots \\ 0, 0, \dots, 0 \end{bmatrix} * \left( \begin{bmatrix} 0, e_{12}, \dots, e_{1m} \\ 0, 0, \dots, e_{2m} \\ \vdots \\ 0, 0, \dots, 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0, d_{12}, \dots, d_{1m} \\ 0, 0, \dots, d_{2m} \\ \vdots \\ 0, 0, \dots, 0 \end{bmatrix} + \right. \\ &\quad \left. \begin{bmatrix} 0, 1 - e_{12}, \dots, 1 - e_{1m} \\ 0, 0, \dots, 1 - e_{2m} \\ \vdots \\ 0, 0, \dots, 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0, t_{12}, \dots, t_{1m} \\ 0, 0, \dots, t_{2m} \\ \vdots \\ 0, 0, \dots, 0 \end{bmatrix} \right) * \begin{bmatrix} 0, 1, \dots, 1 \\ 0, 0, \dots, 1 \\ \vdots \\ 0, 0, \dots, 0 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0, (w_{12} - w_{in12}) \cdot [t_{12} + e_{12}(d_{12} - t_{12})], \dots, (w_{1m} - w_{in1m}) \cdot [t_{1m} + e_{1m}(d_{1m} - t_{1m})] \\ 0, 0, \dots, (w_{2m} - w_{in2m}) \cdot [t_{2m} + e_{2m}(d_{2m} - t_{2m})] \\ \vdots \\ 0, 0, \dots, 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

那么单个区内的转动成本为  $\psi(\gamma_{trans2})$ 。

则所有区内的转动成本为

$$\begin{aligned} P_{trans2} &= \sum_{i=1}^{NC} \psi(\gamma_{trans2i}) + P_{incent} \\ &\begin{cases} \psi(\gamma_{trans2}) = \sum_{i,j=1}^n a_{ij}, a_{ij} \in \gamma_{trans1} \\ \gamma_{trans2} = \omega_{out} * (\zeta * \eta + \zeta^! * \eta_{trans}) * \theta_{trans} \\ \omega_{out} = \omega - \omega_{in} \end{cases} \end{aligned}$$

### 每天的运输成本模型

每天的货物运输成本是各区内部的运输成本与各区之间的转运成本之和。所以，

$$\begin{aligned}
COST1 &= P_{trans1} + P_{trans2} \\
&= \sum_{i=1}^{NC} \psi(\gamma_{trans1i}) + \sum_{i=1}^{NC} \psi(\gamma_{trans2i}) + P_{incnt} \\
&= \sum_{i=1}^{NC} (\psi(\gamma_{trans1i}) + \psi(\gamma_{trans2i})) + P_{incnt}
\end{aligned}$$

即

$$\begin{aligned}
COST1 &= \sum_{i=1}^{NC} (\psi(\gamma_{trans1i}) + \psi(\gamma_{trans2i})) + P_{incnt} \\
&\left\{ \begin{aligned} \psi(\gamma_{trans1}) &= \sum_{i,j=1}^n a_{ij}, a_{ij} \in \gamma_{trans1} \\ \psi(\gamma_{trans2}) &= \sum_{i,j=1}^n a_{ij}, a_{ij} \in \gamma_{trans2} \\ \gamma_{trans1} &= \omega_{in} * (\zeta * \eta + \zeta^! * \eta_{trans}) * \theta_{trans} \\ \gamma_{trans2} &= \omega_{out} * (\zeta * \eta + \zeta^! * \eta_{trans}) * \theta_{trans} \\ \omega_{out} &= \omega - \omega_{in} \end{aligned} \right.
\end{aligned}$$

### (3) 每天的总成本模型

每天的总成本 COST 包括每天货物的运输成本 COST1 和地下物流隧道与节点的折旧 COST2 构成，即

$$COST = COST1 + COST2$$

$$= \frac{1\% \times (P_{ch1} + P_{ch2} + P_{ch3})}{365} + \sum_{i=1}^{NC} (\psi(\gamma_{trans1i}) + \psi(\gamma_{trans2i})) + P_{incnt}$$

$$COST = \frac{1\% \times (P_{ch1} + P_{ch2} + P_{ch3})}{365} + \sum_{i=1}^{NC} (\psi(\gamma_{trans1i}) + \psi(\gamma_{trans2i})) + P_{incnt}$$

$$\left\{ \begin{aligned} \psi(\gamma_{trans1}) &= \sum_{i,j=1}^n a_{ij}, a_{ij} \in \gamma_{trans1} \\ \psi(\gamma_{trans2}) &= \sum_{i,j=1}^n a_{ij}, a_{ij} \in \gamma_{trans2} \\ \psi(\gamma_{ch}) &= \sum_{i,j=1}^n a_{ij}, a_{ij} \in \gamma_{ch} \\ \gamma_{ch} &= \zeta * \eta * \theta_{ch} \\ \gamma_{trans1} &= \omega_{in} * (\zeta * \eta + \zeta^! * \eta_{trans}) * \theta_{trans} \\ \gamma_{trans2} &= \omega_{out} * (\zeta * \eta + \zeta^! * \eta_{trans}) * \theta_{trans} \\ P_{ch1} &= \sum_{i=1}^4 d_i^1 \times p_i^1 \\ P_{ch2} &= \sum_{i=1}^6 d_i^2 \times p_i^2 \\ P_{ch3} &= \sum_{i=1}^{NC} \psi(\gamma_{chi}) \\ \omega_{out} &= \omega - \omega_{in} \end{aligned} \right.$$

### 5.3 地下物流网络建立的约束条件

#### 5.3.1 节点输入输出转运平衡

题目中要求，节点内的货物每天要清仓，也就是说从该节点转运的货物必须满足运入和运出量平衡。特别是对于承担大量跨区域运输的一级节点，对于其所属的二级节点通过其转运往其他区域的货物，只能通过四条“一级节点——一级节点”的道路进行转运。

根据题设要求，同一线路上同向两班车运行间隔 2 分钟以上。这样每条“一级节点——一级节点”的道路每小时最多能有 30 班车同向运行。这样四条“一级节点——一级节点”的道路每小时最多能有 120 班车同向运行。考虑到每个节点每 12 分钟发一班车。这样，每个一级节点或者二级节点每小时都发 5 班车。为了把运输能力利用率达到上限，对于每个节点每小时的发车量按最大值 5 班车进行计算。

为了确保“一级节点——一级节点”的道路不发生拥堵，需要考虑最极端的情况：某个小时内该一级节点发出的 5 班车和与其直接相连的  $k$  个二级节点发出的  $5k$  班车共  $5(k+1)$  班车全部是运往区域外的，需要通过那四条“一级节点——一级节点”运输。为了避免拥堵，这  $5(k+1)$  班车不能超过这四条道路的承载能力上限：120 班车。这样就获得了一个对与每个一级节点直接相连的二级节点的数目的限制：

$$5(k+1) \leq 120 \quad (32)$$

化简，有：

$$k \leq 23 \quad (33)$$

#### 5.3.2 节点实际运货量与服务能力上限约束

对于各个节点而言，实际货运量  $S_i$  不可超过该节点的运输能力上限。

在第一问中，在确定一二级节点的位置及其隶属关系以后，一级节点要额外负责区内二级节点的跨区转运。所以一级节点的实际货运量等于本身的总转运量  $W_i^*$  加上帮所有区所有二级点进行跨区域转运的货物量  $ZY_i$ 。

而对于二级节点，在网络未建立之前，无法确定该节点是否需要帮同区域内其他二级节点进行转运。所以在第一问中将二级节点的实际货运量用从地面上往该节点运输的货物量  $W_i^*$  近似。

但是在网络建立后，区域内有部分二级节点不与本区域的一级节点相连，与一级节点的运输需要其他与一级节点直接相连的二级节点转运，所以对于二级节点的实际运货量的计算，还需要考虑到二级节点帮本区域内其他二级节点转运的货物量  $ZY_i^*$ 。根据上述分析，对于二级节点的实际货运量有如下关系式：

$$S_i = W_i^* + ZY_i^* \quad (34)$$

区域内二级节点与二级节点之间，使用双向双轨（5 吨运输车辆），对于二级节点的实际运输能力上限  $S_i$ ，根据式(20)，有

$$S_i \leq 7200 \quad (35)$$

联立上式与(23)式，对于二级节点而言，有：

$$W_i^* \leq \min \{3000, 7200 - ZY_i^*\} \quad (36)$$

因为各个二级节点从地面上往地面下的物流分流量 $W_i^*$ 已经确定，这对的各个二级节点的区域内部转运量 $ZY_i^*$ 产生了一个约束条件：

$$ZY_i^* \leq 7200 - W_i^* \quad (37)$$

可以在模型求解之前，先预判断是否有某个二级节点的实际转运量超过了该节点的转运能力上限，即判断该网络是否满足该约束条件，若不满足，不用计算该网络的成本，直接舍弃该网络结构，这样能有效减少网络求解的复杂度。

#### 5.4 模型求解

具体求解算法如下：

---

##### 算法 3：网络结构求解算法

---

输入：每个区的（含参）邻接矩阵（4 个 7 阶上三角矩阵）

输出：每个区的（不含参）邻接矩阵（4 个 7 阶上三角矩阵）

1、对于每个邻接矩阵，建立表 $T_{mp}$ 用来存储矩阵及其对应的总成本

(1) 对于每个矩阵的 $2^{21}$ 种不同取值可能

(i) 对于该区的任意两个节点，使用广度优先搜索算法（BFS），找出所有可能路径，并存于一个表 $T$ 中。

(ii) 计算表 $T$ 中所有路径的路径长度

(iii) 根据路径长度和公式(31)计算各条路径上的流量

(iv) 计算矩阵该取值所对应的网络建设和货物运输总成本，查看表 $T_{mp}$ 中有

无数据，如果没有，直接存入。如果有，比较该成本与表 $T_{mp}$ 的所存矩阵对应的总成本的大小

(v) 如果小于存储的总成本，那么将表 $T_{mp}$ 中的矩阵和总成本删去，并将该矩

阵存入表 $T_{mp}$ 。如果大于存储的总成本，就不进行存储直接检测下一个矩阵。

(2) 检测矩阵的下一个可能值直到所有矩阵检测完毕

(3) 输出表 $T_{mp}$ 中所存储的邻接矩阵

2、检测下一个邻接矩阵

具体的算法流程图如下：

---

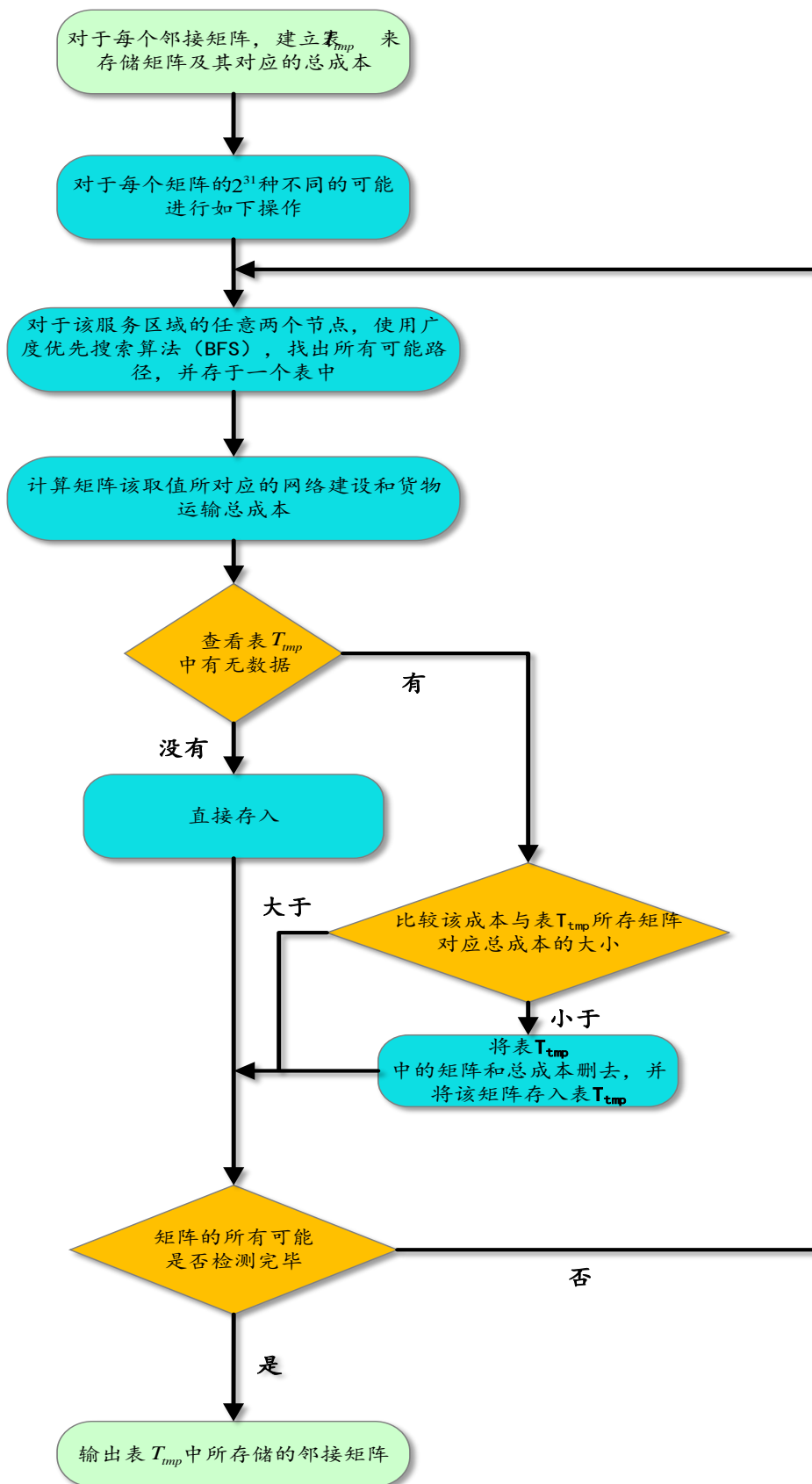


图 5.4 算法流程图

算法运行的结果如下：

求出的第一个邻接矩阵及其程序截图如下：

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

```
"C:\Users\Administrator\Desktop\code\Debug\jianmo1.exe"
使得成本最低的第一个邻接矩阵如下:
0 1 0 0 0 0 1
0 0 1 0 1 0 0
0 0 0 1 1 0 0
0 0 0 0 0 1 0
0 0 0 0 0 1 1
0 0 0 0 0 0 1
0 0 0 0 0 0 0
Press any key to continue
```

对应的第一个区的网络结构拓扑图如下，图中数字代表每个网络对应通道标号：

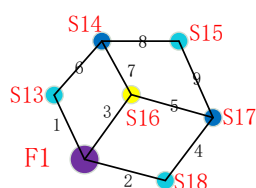


图 5.5 区域 1 的网络拓扑图

求出的第二个邻接矩阵及其程序截图如下：

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

```
"C:\Users\Administrator\Desktop\code\Debug\jianmo2.exe"
使得成本最低的第二个邻接矩阵如下:
0 1 0 0 0 0 1
0 0 1 0 1 0 0
0 0 0 1 1 0 0
0 0 0 0 0 1 0
0 0 0 0 0 1 1
0 0 0 0 0 0 1
0 0 0 0 0 0 0
Press any key to continue
```

对应的第二个区的网络结构拓扑图如下，图中数字代表每个网络对应通道标号：

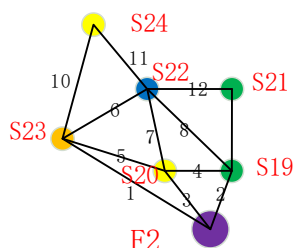


图 5.6 区域 2 的网络拓扑图

求出的第三个邻接矩阵及其程序截图如下：

$$A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

```

"C:\USERS\ADMINISTRATOR\DESKTOP\CODE\Debug\jianmo3.exe"
使得成本最低的第三个邻接矩阵如下:
0 0 1 1 1 1 0
0 0 1 1 0 0 1
0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 1
0 0 0 0 0 0 1
0 0 0 0 0 0 0
Press any key to continue

```

对应的第三个区的网络结构拓扑图如下，图中数字代表每个网络对应通道标号：

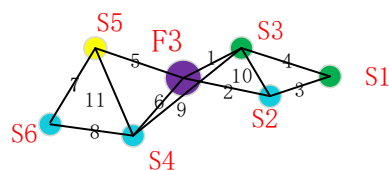


图 5.7 区域 3 的网络拓扑图

求出的第四个邻接矩阵及其程序截图如下：

$$A_4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

```

"C:\USERS\ADMINISTRATOR\DESKTOP\CODE\Debug\jianmo4.exe"
使得成本最低的第四个邻接矩阵如下:
0 0 1 0 0 1 1
0 0 0 1 1 0 0
0 0 0 1 0 0 0
0 0 0 0 1 0 0
0 0 0 0 0 0 1
0 0 0 0 0 0 1
0 0 0 0 0 0 0
Press any key to continue

```

对应的第四个区的网络结构拓扑图如下，图中数字代表每个网络对应通道标号：

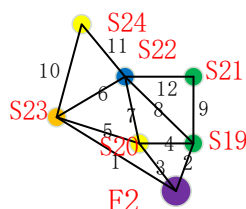


图 5.8 区域 4 的网络拓扑图

根据上述的四个邻接矩阵及其对应的网络结构拓扑图，可以还原出整体的网络结构拓扑图。经分析，该矩阵对应的网络结构为总成本最低的网络结构，具体网络结构如下图所示。



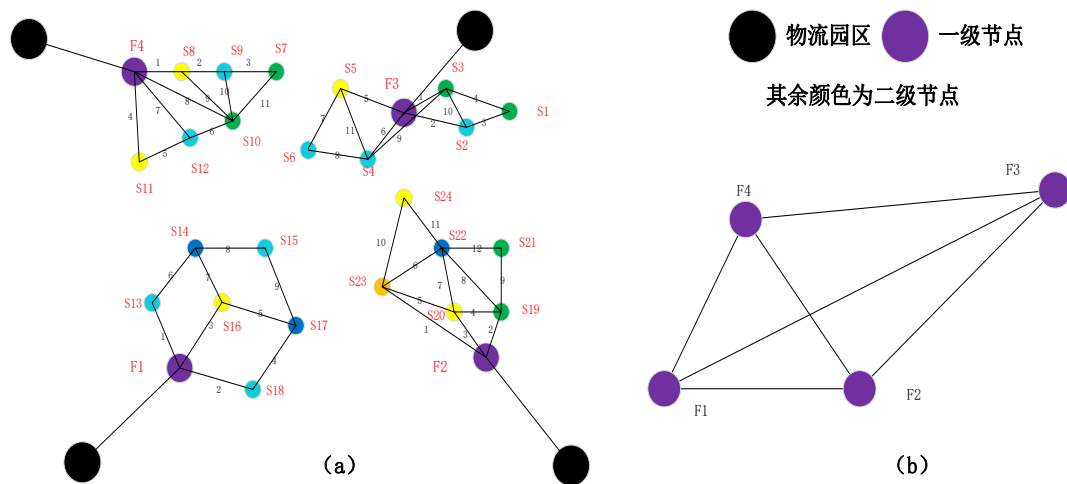


图 5.9 改进后网络结构图（一级节点连接方式不变）

同时，可以得出各节点实际货运量和各级通道的实际流量。节点实际货运量如表 5.3 所示，各级通道的实际流量如表 5.4 所示。

表 5.3：节点实际货运量

节点名称	实际货运量（吨）	节点名称	实际货运量（吨）
F1	14852.4547	F3	16852.5124
F2	15112.0496	F4	14590.9494
S1	2814.0272	S13	4366.3875
S2	5178.0526	S14	2683.2520
S3	3444.3992	S15	3212.6840
S4	3480.1199	S16	7082.6164
S5	4745.8383	S17	4563.5567
S6	3354.1796	S18	5053.4876
S7	2919.0152	S19	5256.2431
S8	5056.7300	S20	6534.2957
S9	4148.9265	S21	2735.5900
S10	5799.5620	S22	5496.6423
S11	2277.1124	S23	5353.1635
S12	1864.5056	S24	1981.9408

通道的命名方法如下： $R^N$  对应一级节点  $F(N)$ ， $R^N_i$  对应上图中给出的通道标号。

表 5.4：各级通道实际流量

通道名称	实际流量（吨）	通道名称	实际流量（吨）	通道名称	实际流量（吨）	通道名称	实际流量（吨）
$R^1_1$	3205.15	$R^2_1$	3915.46	$R^3_1$	2512.37	$R^4_1$	5056.73
$R^1_2$	5412.69	$R^2_2$	4017.90	$R^3_2$	3900.63	$R^4_2$	2283.54
$R^1_3$	3878.56	$R^2_3$	5070.89	$R^3_3$	2413.47	$R^4_3$	1805.27
$R^1_4$	2388.99	$R^2_4$	2345.61	$R^3_4$	400.56	$R^4_4$	1907.46
$R^1_5$	2231.56	$R^2_5$	2178.78	$R^3_5$	3613.26	$R^4_5$	230.37
$R^1_6$	2612.52	$R^2_6$	1801.56	$R^3_6$	2610.53	$R^4_6$	468.52

R <sup>1</sup> _7	1236.59	R <sup>2</sup> _7	730.12	R <sup>3</sup> _7	2400.23	R <sup>4</sup> _7	1308.55
R <sup>1</sup> _8	1500.36	R <sup>2</sup> _8	2003.32	R <sup>3</sup> _8	953.95	R <sup>4</sup> _8	4600.18
R <sup>1</sup> _9	1712.32	R <sup>2</sup> _9	784.36	R <sup>3</sup> _9	780.13	R <sup>4</sup> _9	230.60
		R <sup>2</sup> _10	1008.37	R <sup>3</sup> _10	121.35	R <sup>4</sup> _10	1865.26
		R <sup>2</sup> _11	973.38	R <sup>3</sup> _11	250.36	R <sup>4</sup> _11	1113.75
		R <sup>2</sup> _12	1953.24				

## 5.5 网络优化

第一问中将一级节点的位置固定在了节点上，并非最优解。

一级节点不仅负责节点自身的货运量，还承担区内二级节点的货运量和与物流园区间的货运量。

所以考虑采用一级节点到区内所有二级节点以及相应物流园区距离之和最小的约束对一级节点的位置进行优化。

假设一级节点覆盖了  $k$  个原中心点  $C_1, C_2, \dots, C_k$ ，该一级节点下辖  $m$  个二级节点

$S_1, S_2, \dots, S_m$ ，那么对于每个中心点  $C_i = (X_i, Y_i)$ ，计算：

$$d_{\Sigma} = d_{i1} + d_{i2} + \dots + d_{im} \quad (38)$$

其中：

$$d_{ij} = \sqrt{(X_i - a_j)^2 + (Y_i - b_j)^2} \quad (39)$$

$(a_j, b_j)$  为  $S_j$  的坐标。选取  $d_{\Sigma}$  值最小的中心点  $C_i$  做为新的中心点。

通过计算：中心点坐标变换情况如下表：

表 5.5：节点中心坐标变换表

节点名称	原中心点 X (米)	原中心点 Y (米)	节点名称	现中心点 X (米)	现中心点 Y (米)
F1	139998.81	150082.72	F1	141546.87	151107.90
F4	135607.10	159148.92	F4	137889.68	157781.66
S8	139356.85	160405.17	S8	139713.81	158198.05
S9	141629.71	160163.65	S9	142990.55	159397.09
S10	141521.17	156506.10	S10	142527.76	158312.97
S13	139366.74	151652.59	S13	140416.57	152146.08
S17	143800.10	151838.39	S17	143106.67	152356.13
S18	143903.27	150127.84	S18	143976.30	151159.16

## 5.6 数据分析与总结

### 1、数据分析

(1) 表 4.3 与表 5.3 的数据同为实际货运量矩阵，但差距较大。这是因为问题二考虑了通道网络，而问题一实际上是假设各节点直接相联的货运量；

(2) 结合图 5.10 可知，表 5.3 中二级节点较表 4.3 中增加的部分来自于某些未与一级节点直接相连的二级节点跨区运输时的转运量。

(3) 表 5.3 中一级节点货运量较表 4.3 中的数据无变化，这是因为，问题一中已经进行二级节点隶属关系的划分，在求解一级节点货运量的过程中已经考虑了来自二级节点的转运量。

(4) 表 5.4 中个别通道的货运流量远低于大部分节点, 如 R4\_5 的流量只有 230.37 吨, 这是受到通道网络必须保证区内各节点两两相通的约束, 有些通道只承担了其两端节点的通货量。

## 2、总结

本文将通道网络的求解问题规划为一个条件优化问题, 优化目标是地下物流系统每天运营的总成本最低。约束有三: 拥堵系数约束、服务能力上限约束以及节点出入平衡约束。优化问题的解是邻阶矩阵, 在求解方程时采用广度优先算法来降低算法求解的时间复杂度。最后根据通道网络的成本对一级节点级二级节点的位置进行优化, 进一步降低了通道网络的建设成本。

## 6、问题三的模型建立与求解

地下物流系统的构建包括节点和通道网络的设计, 问题一和问题二分两步解决了系统的构建问题, 但并未同时考虑节点和通道网络两个设计因素构建地下物流系统。本章节从全局和局部两个方面出发, 对各节点实际货运量、各级通道实际流量的仿真结果进行分析, 根据数据分析结果调整节点的位置、级别并减少、增加或改变路径, 从而缩短货运量总里程并降低成本。此外从增强 ULS 的抗风险能力考虑, 对第二问的 ULS 的通道网络进行针对性调整。最后给出了整体的优化方案

### 6.1 全局优化

上一节中图 5.10 给出了仙林区整体的节点分布与通道网络示意图。

从地图上看, 区两两之间呈现扁矩形状, 一级节点之间的通道长度很长。任意两区之间都存在接壤的情形, 接壤的二级节点之间在地理位置上距离很近, 但却有很长的实际货物运输距离。这是由地下物流系统的网络拓扑决定的, 不同区之间的货物运输要经过“区 1 二级节点→区 1 一级节点→区 2 一级节点→区 2 二级节点”的过程, 其中任意一个子过程的运输距离都远大于源二级节点和目的二级节点间的实际距离。

任意两个区都存在上述现象, 且分析方法相似。因此以区 3 与服务 4 之间的通信过程为例, 进行仿真数据分析。其他任意两个区的仿真数据分析与相应结果应类似。

#### 6.1.1 仿真结果分析

##### 1、区及一级节点的划分特点及原因

**特点:** F3 与 F4 区横跨仙林区, 东西距离甚长; 且 F3 区被一级节点划分为东西两块。区内一级节点并未处于区中心, 区间一级节点相距甚远。

**原因:** 在本文提出的模型中, 区一级节点的选取受到建设成本与运输成本的双重约束。一级节点除了与各节点进行货物流通外, 还与物流园区进行货物流通。而物流园区与一级节点之间的货运量很大, 对总成本的贡献就大, 所以模型中求解的一级节点在区内靠近物流园区的位置。而这导致了 F3 与 F4 区一级节点相距甚远。

**定性分析:** 通道网络拓扑结构决定了不同区内的节点通信要经过“区 F3 二级节点→区 F3 一级节点→区 F4 一级节点→区 F4 二级节点”。

若两个二级节点地理位置上相距很近, 但属于不同的区, 那么它们距离一级节点就会较远。二者之间要进行货物运输时, 其一, 一级节点不在区中心位置, 所以“区 F3 二级节点→区 3 一级节点”以及“区 F4 一级节点→区 F4 二级节点”的实际运输距离较长; 其二, 一级节点之间相距很远导致“区 3 一级节点→区 F4 一级节点”的实际运输距离很长。两个方面最终导致二者间的货物实际运输距离会远远大于其地理距离。

若二级节点距离一级节点的较远，则它与一级节点直连的概率变小。当它需要进行货物跨区调运时，就会需要更多节点和通道进行货物转运，造成总货运量的增加。

所以区及一级节点的划分特点，会导致货物总的实际运输距离和货运量的增加，最终导致运输效率的降低和运输成本的增加。

## 2、典型运输路径运输过程的定量分析

为更加直观的找到区及一级节点划分特点对运输效率和运输成本的影响，选取区 F4 与 F3 之间典型的运输路径进行分析。并给出恶化因子  $\beta$  的定义，来描述由于通道网络结构对货物运输带来的消极影响，

定义 1：理想运输成本=地理距离×原始货运量；通道累计运输成本=实际运输距离×通道累计运输量。 $\beta = \frac{\text{通道累计运输成本}}{\text{理想运输成本}}$ 。则理想因子越小，网络越合理。恶化因子可

以综合考量不同网络拓扑结构的运输效率和运输成本。

### (1) S7→S6

**典型性分析：**S6 与 S7 接壤，地理位置相距很近；二者属于不同分区，且都距离各自区的一级节点较远；二者之间进行通信时需要其他节点和通道的转运。

实际运输路径：a.S7→S10→F4→F3→S5→S6

b.S7→S3→S10→F4→F3→S5→S6

c.S7→S3→S2→S1→F4→F3→S5→S6

d.S7→S10→F4→F3→S4→S6

e.S7→S3→S10→F4→F3→S4→S6

f.S7→S3→S2→S1→F4→F3→S4→S6

分析：表 6.1 给出了六条路径的仿真结果

表 6.1：S7-S6 仿真结果

路径	S7-S6	a	b	c	d	e	f
距离(m)	4765.7	39299.3	45125.3	49518.9	48482.5	46571.0	51187.3
通道累计货运量(t)	39.7	203.1	214.9	218.5	201.5	213.6	220.1
恶化因子		42.2	51.3	57.2	51.7	52.6	59.6

六条路径的实际运输距离分别带来了 8.25、9.47、10.39、10.17、9.77、10.74 倍（均值为 9.80）于实际距离的运输距离；和 5.12、5.41、5.50、5.07、5.38、5.54 倍（均值为 5.34）于所需货物的累计流量，浪费巨大。

与之类似的运输路径：S9→S6、S10→S6

### (2) S7→S1

**特点：**S1 与 S7 不接壤，S1 位于 F3 区的东部；二者属于不同分区，且都距离各自区的一级节点较远；二者之间进行通信时需要其他节点和通道的转运。

实际运输路径：a.S7→S10→F4→F3→S3→S1

b.S7→S3→S10→F4→F3→S3→S1

c.S7→S3→S2→S1→F4→F3→S3→S1

d.S7→S10→F4→F3→S2→S1

e.S7→S3→S10→F4→F3→S2→S1

fS7→S3→S2→S1→F4→F3→S2→S1

分析：表 6.2 给出了六条路径的仿真结果

表 6.2: S7-S1 仿真结果

路径	S7-S1	a	b	c	d	e	f
距离 (m)	12530.9	39779.6	45605.6	49999.2	48962.8	47051.2	51667.6
货运量 (t)	29.9	151.9	159.2	162.4	149.1	158.6	163.4
恶化因子		16.1	19.4	21.7	19.5	19.9	22.5

六条路径的实际运输距离分别带来了 3.17、3.64、3.99、3.90、3.75、4.12 倍（均值为 3.76）于实际距离的运输距离和 5.02、5.31、5.33、5.49、5.11、5.32 倍（均值为 5.26）于所需货物流量的实际流量。S7→S1 每条路径的恶化因子均小于相应 S7→S6 的恶化因子。

与之类似的运输路径：S9→S1、S10→S1。

### 3、关于 F4 与 F3 区间的运输特点的总结

(1) F4 内节点与 F3 内结点进行货物运输时会造成实际运输距离的远大于地理距离，造成运输效率降低。

(2) F4 内节点与 F3 内结点进行货物运输时的实际货运量远大于原始货运量，造成运输成本的增大。

(3) S7→S1 所有路径的恶化因子都小于 S7→S6 所有路径的恶化因子，说明网络中首先需要优化的是区接壤部分的网络拓扑。

### 6.1.2 优化方案

由 6.1.1 中运输路径及其上货运量的分析，以及关于区 F4 与 F3 之间货物运输特点的总结，提出以下优化方案。

#### 1、优化思想

在 F4 与 F3 区之间增设一个区，从而优化两个区接壤处的节点运输情况，最终提高整个网络的运输效率和运输成本，并减小区一级节点的运输压力，从而提高网络的生命周期。

#### 2、优化方案

(1) 将 S24、S23、S6、S7 规划为一个新的区，并升级 S24 为该区的一级节点 F5。

(2) 考虑到一级节点从地面运输货物的最大上限为 4000，而二级节点的最大货运上限为 3000。所以当二级节点升级为一级节点时，可以吸收其下属二级节点服务范围内的一些中心点，这样还可以减少该区内通道上的转运量。此处对 S24 与 S7 节点所服务的中心点作如表 6.3 所示的调整。

表 6.3 S24 节点的升级方案

节点名称	原包含节点	原中心点 X (米)	原中心点 Y (米)
S24	870,871,873,875,878,	147221.0600	157904.4100
S7	876,880,881,883	145693.6500	160063.0700
节点名称	现包含节点	现中心点 X (米)	现中心点 Y (米)
F5	870,871,873,875,878,881,883	141546.8700	151107.9000

S7	876,880	149007.8800	158255.2300
----	---------	-------------	-------------

优化后的节点分布与通道网络示意图以及地图分别如图 6.1、6.2 所示（红色字体为二级节点名称，紫色字体为一级节点名称）。

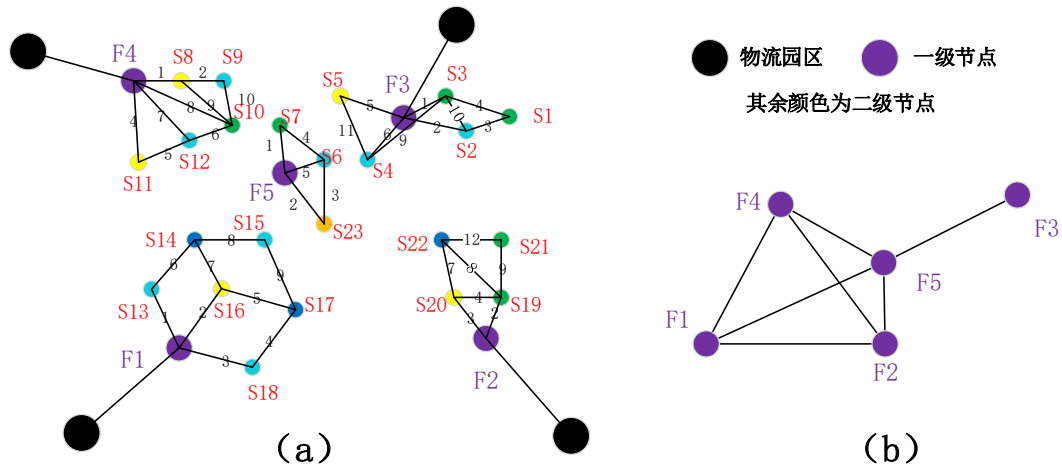


图 6.1 (a) 优化后的节点分布与通道网络示意图(b) 优化后的一级节点网络

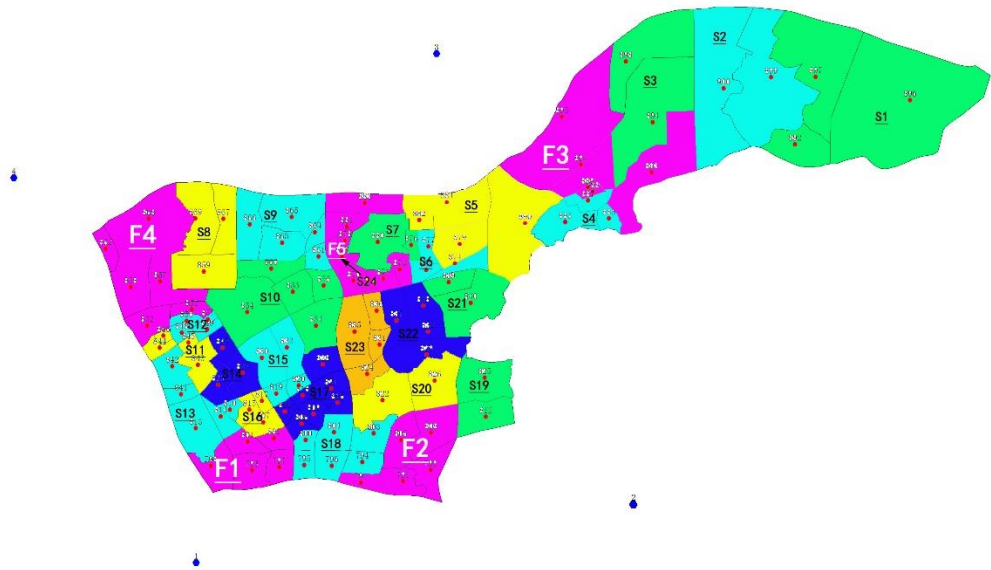


图 6.2 优化后的仙林区地图

### 6.1.3 优化效果分析

此处优化主要目标是优化原区间接壤部分节点的运输情况。所以选取典型路径 S7→S6、S9→S6、S10→S6 进行分析。表 6.4 给出了典型路径优化前后平均恶化因子对比。

表 6.4 优化前后典型路径平均恶化因子结果

路径	S7-S6	S9-S6	S10-S6
优化前	52.4	43.5	41.7
优化后	1	12	11
优化前/优化后	52.4	3.625	3.791

结果分析：



(1) 全局优化后恶化因子明显减小。特别的对于节点 S6 与 S7，被划分到同一个区可以直接进行通信，恶化因子被优化至最小，为 1。而其他两条路径恶化因子均有 3.5 倍以上减少，说明全局优化效果很明显。

(2) 增设一个新区后，

(3) 全局优化方案通过增设区、改变相关节点等级和改变通道网络的方法有效降低了典型路径是运输距离，和运输成本，具有较好的优化效果。

## 6.2、局部优化

各区内的物流系统相对独立，且在本文提出的模型中，不同的物流系统设计方案主要体现在各区内，因此单独对各区进行分析是有必要的。

### 6.2.1 区 F3

上文图 6.1 给出了全局优化后的 F3 区的节点分布与通道网络示意图，表 5-3 与表 5-4 分别给出了未进行全局优化的 F3 区内各节点的实际运货量和各级通道的实际流量。

#### 1、可优化之处：

通道 4 的长度很长，但实际流量却很小。这主要是由于问题 2 中的模型在进行货运量分配时考虑了运输成本，较长的路径给予较小的流量。

#### 2、分析：

若去掉通道 4，可以降低成本建设成本，又不会给其他节点和通道带来过多的服务压力。表 6.5 和表 6.6 给出了去掉通道 4 后的节点货运量和通道流量情况与原情况的对比

表 6.5 节点货运量对比

节点名称	原实际货运量（吨）	节点名称	现实际货运量（吨）
F3	16852.5124	F3	13498.3828
S1	2814.0272	S1	2814.0272
S2	4901.2954	S2	5301.7576
S3	3441.3920	S3	3040.8320
S4	4018.3857	S4	3064.4900
S5	5219.7558	S5	2819.5188
S6	3354.1796		

表 6.6 节点通道流量情况对比

通道名称	原实际流量（吨）	通道名称	现实际流量（吨）
R <sup>3</sup> _1	2600.04	R <sup>3</sup> _1	2371.85
R <sup>3</sup> _2	3675.90	R <sup>3</sup> _2	4029.34
R <sup>3</sup> _3	2413.47	R <sup>3</sup> _3	2814.02
R <sup>3</sup> _4	400.56	无	
R <sup>3</sup> _5	3698.82	R <sup>3</sup> _5	2199.25
R <sup>3</sup> _6	3013.39	R <sup>3</sup> _6	2390.30
R <sup>3</sup> _7	2400.23	无	
R <sup>3</sup> _8	953.95	无	
R <sup>3</sup> _9	780.13	R <sup>3</sup> _9	752.63
R <sup>3</sup> _10	121.35	R <sup>3</sup> _10	116.17
R <sup>3</sup> _11	250.36	R <sup>3</sup> _11	226.50

优化后主要有以下变化：

(1) 去除通道 4 后, 节点 S2、S3 以及通道 1、2、3 的货运量及流量都小于 400.56, 变化不显著。这是由于 S1 在向 S2 与 S3 运输货物时, 考虑到的货运量成本, 向距离较远的节点传递了少量的货物, 所以去除与较远节点间的通道时, 对其他通道和节点的货运量及流量影响不大。

(2) 服务去内去除节点 6 后, 区内的货运压力明显减小, 主要体现在区左面的节点 S4、S5 和通道 5、6 上, 对区右面的通道和节点影响不大。

### 3、改进方法:

去除通道 4。

### 4、结果分析:

在区 F3 内, 在保证区内各二级节点可以相互联通 (包括转运) 的基础上, 通过减少流量较少的较长通道路径的方法, 缩短了货物运输的总里程数, 并通过减少通道建设成本降低了总成本。

#### 6.2.2 其他区的分析

F1、F2、F4 区的分析与 F3 区的类似, 不再详细叙述, 表 6.9 给出了 F1、F2、F4 区的局部优化结果。

表 6.7 F1、F2、F4 区的局部优化结果

区	优化途径	优化依据	优化结果
F1	节点 S17 与一级节点间添加通道	与区一级节点直接相连的节点以及通道运输压力都较大, 可以考虑增加一个与一级节点直接相连的二级节点。	降低了节点的运输距离和运输成本
F2	去除通道 4	通道 4 的流量很小, 只承担了区内的运输任务且去除后不影响各二级节点间的联通	降低成本建设成本
F4	去掉通道 7	通道 4 与 7 相邻, 且都与区内的一级节点相连, 却都只承担了单个节点的转运流量	降低成本建设成本

#### 6.2.3 局部改进方法的总结

##### 1、删除某些不必要通道

在区内, 有些通道只承担了区内的货运, 流量特别小, 去除后又不影响区内的二级节点的互连, 对于此类通道, 可以去除。

在区内, 当与一级节点相连的几条相邻通道同时具有较少流量时, 在保证区内各二级节点可以相互联通 (包括转运) 的基础上, 可以去除某一条或者某几条通道, 从而减少通道建设成本进而降低总成本。

##### 2、增加必要通道

在区内, 当与一级节点相连的所有通道与节点均有较大运输压力时, 可以考虑增加与一级节点直接相连的二级节点的数目, 可以减少总货运流量, 从而降低运输成本。

### 6.3 基于抗风险能力的改进

#### 6.3.1 仿真结果

在对问题二中的地下物流系统进行仿真分析时, 有以下两个特别之处:

(1) 区内个别不与一级节点直接相连的二级节点的通信量很大——F4 区中的 S3 节点。见图 5.9



(2) 区内网络比较稀疏，去除某些通道时会造成区内二级节点不能互通——区 F1 内的通道 4 与通道 6。见图 5.6

### 6.3.2 仿真结果分析

1、6.3.1 中的仿真结果 (1) 表明，当节点 S7 或 S9 跨区的货物运输量激增，则会导致通道 3、2、1 的货流量依次激增，可能会超过通道的服务上限。

2、6.3.1 中的仿真结果 (2) 表明，当通道 4 与 6 中断时，节点点 S13 或 S18 不能与区内的其他节点进行货物流通。

3、以上两种情况会导致地下物流网络系统的抗风险能力降低。

### 6.3.3 提高网络抗风险能力的优化方案

1、对于仿真结果 (1) 中的现象，可以在 F4 区节点 S9 与该区一级节点之间增加一条通道。

2、对于仿真结果 (2) 中的现象，可以在 F1 区节点 S16 与 S13 以及 S16 与 S18 通道。

### 6.4 整体优化方案

6.1、6.2 分别从网络的全局、局部两个层次对问题二中构建的地下物流网络系统仿真进行分析，通过调整节点的位置或级别，增加、减少和改变路径的方法缩短了短货物运输总里程，降低运输成本。对于典型恶劣路径，可以降低大约四分之一的运输成本。最终得到的整体优化方案如图 6-9 所示。

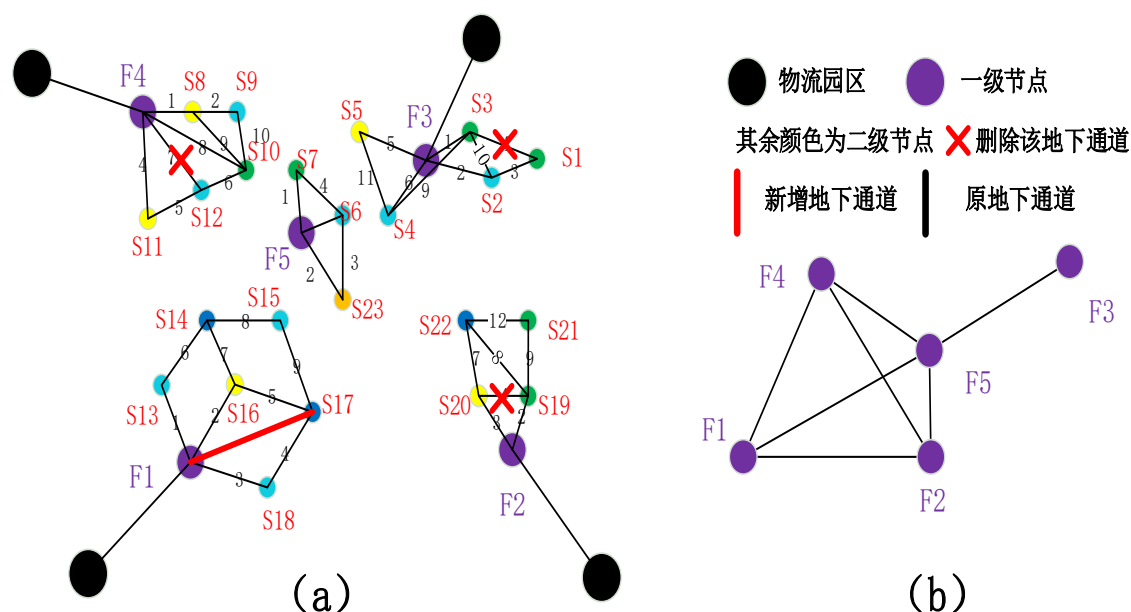


图 6.3 优化后方案

## 7、问题四的模型建立与求解

在本节中，需要着重解决如下几个问题：

- 1、考虑物流的需求量每年呈 5% 增长，那么在第三问中各个节点的班次和每班车的车厢节数会在第几年达到满载。
- 2、如果考虑到需要满足该市近 30 年内的交通需求，那么如何调整第三问中的地下物流网络结构以实现扩容，使得改进后的地下物流网络满足该市 30 年内的需求。

- 3、如何设计合理的建设方案和修建进度表，给出该市“地下物流系统”网络各线路的建设时序及演进过程，将改进的能满足 30 年内交通需求的地下物流系统在八年内修建完成。

### 7.1 满载时间计算

假设，货物流量每年以 5% 的比例增长。那么第  $n$  年的总货流量  $Q_n$  和初始货流量  $Q_0$  (第一年的货流量) 的函数关系如下：

$$Q_n = (1.05)^{n-1} \times Q_0 \quad (40)$$

假设，对于每个节点  $FS_i$  的货流量每年也以 5% 的比例增长。那么第  $n$  年的货流量  $Q_n^{(i)}$  和初始货流量  $Q_0^{(i)}$  (第一年的货流量) 的函数关系如下：

$$Q_n^{(i)} = (1.05)^{n-1} \times Q_0^{(i)} \quad (41)$$

每个节点的运载能力上限受节点的发车班次数上限，单辆车辆运载量上限和车辆节数上限影响。根据题设：尽量采用双向双轨（双洞）的隧道形式，在货运量特别大的线路可设置双向四轨（双洞）。考虑满载的情况，可以假设所有的道路使用双向四轨。假设对于一级节点使用载重量 10 吨的车辆，二级节点使用载重量 5 吨的车辆。设一级节点的运输能力上限为  $W_1$ ，二级节点的运输能力上限为  $W_2$ ，那么根据式(21)(22)，有

对于一级节点：

$$W_1 = 28800 \quad (42)$$

假设对于节点  $FS_i$  在第  $t$  年达到满载，那么有：

对于一级节点：

$$Q_{t-1}^{(i)} = (1.05)^{t-2} \times Q_0^{(i)} < W_1 = 28800 \quad (43)$$

$$Q_t^{(i)} = (1.05)^{t-1} \times Q_0^{(i)} \geq W_1 = 28800 \quad (44)$$

对于二级节点：

$$Q_{t-1}^{(i)} = (1.05)^{t-2} \times Q_0^{(i)} < W_2 = 14400 \quad (45)$$

$$Q_t^{(i)} = (1.05)^{t-1} \times Q_0^{(i)} \geq 14400 \quad (46)$$

可以解得：

对于一级节点，满载年数  $t$  为：

$$t = \left\lceil \log_{1.05} \left( \frac{28800}{Q_0^{(i)}} \right) \right\rceil + 1 \quad (47)$$

对于二级节点，满载年数  $t$  为：

$$t = \left\lceil \log_{1.05} \left( \frac{14400}{Q_0^{(i)}} \right) \right\rceil + 1 \quad (48)$$

代入第三问中求得的实际货运量  $Q_0^{(i)}$ ，可以求出各个节点达到满载的时间，具体如下表所示：

表 7.1 各个节点达到满载的时间表

节点名称	满载时间 (年)	节点名称	满载时间 (年)	节点名称	满载时间 (年)	节点名称	满载时间 (年)
F1	18	F3	19	S6	31	S17	25
F2	20	F4	17	S7	34	S18	23
S1	34	F5	23	S8	22	S19	23
S2	22	S13	25	S9	27	S20	24
S3	30	S14	35	S10	20	S21	35
S4	30	S15	32	S11	39	S22	24
S5	24	S16	17	S12	43	S23	26

结论：

从第 18 年开始，就有一级节点达到满载。经观察，在 30 年内，如下节点会先后达到满载： $F_1, F_2, F_3, F_4, F_5, S_2, S_5, S_8, S_9, S_{10}, S_{13}, S_{16}, S_{17}, S_{18}, S_{19}, S_{20}, S_{22}, S_{23}$ 。

因此如果考虑每年的货物量以 5% 的增长率增长，第三问的网络结构不足以保证 30 年内的地下货运需求。因此，需要对第三问的网络结构进行扩容处理。

## 7.2 网络扩容处理

在本问中，考虑到要满足 30 年内的地下货运需求，所以需要对地下物流网络进行扩容。

首先根据年 5% 的货流量增长率，构建新的 OD 矩阵。直接套用问题二中的模型，求解满足增长率要求的地下物流网络。

在问题三的基础上，对于 5 个不同的区  $F_1, F_2, F_3, F_4, F_5$ ，分别构造一个邻接矩阵：

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & e_{12}^{(1)} & e_{13}^{(1)} & e_{14}^{(1)} & e_{15}^{(1)} & e_{16}^{(1)} & e_{17}^{(1)} \\ 0 & 0 & e_{23}^{(1)} & e_{24}^{(1)} & e_{25}^{(1)} & e_{26}^{(1)} & e_{27}^{(1)} \\ 0 & 0 & 0 & e_{34}^{(1)} & e_{35}^{(1)} & e_{36}^{(1)} & e_{37}^{(1)} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & e_{45}^{(1)} & e_{46}^{(1)} & e_{47}^{(1)} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e_{56}^{(1)} & e_{57}^{(1)} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e_{67}^{(1)} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad A_2 = \begin{bmatrix} 0 & e_{12}^{(2)} & e_{13}^{(2)} & e_{14}^{(2)} & e_{15}^{(2)} \\ 0 & 0 & e_{23}^{(2)} & e_{24}^{(2)} & e_{25}^{(2)} \\ 0 & 0 & 0 & e_{34}^{(2)} & e_{35}^{(2)} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & e_{45}^{(2)} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} 0 & e_{12}^{(3)} & e_{13}^{(3)} & e_{14}^{(3)} & e_{15}^{(3)} & e_{16}^{(3)} \\ 0 & 0 & e_{23}^{(3)} & e_{24}^{(3)} & e_{25}^{(3)} & e_{26}^{(3)} \\ 0 & 0 & 0 & e_{34}^{(3)} & e_{35}^{(3)} & e_{36}^{(3)} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & e_{45}^{(3)} & e_{46}^{(3)} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e_{56}^{(3)} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad A_4 = \begin{bmatrix} 0 & e_{12}^{(4)} & e_{13}^{(4)} & e_{14}^{(4)} & e_{15}^{(4)} & e_{16}^{(4)} \\ 0 & 0 & e_{23}^{(4)} & e_{24}^{(4)} & e_{25}^{(4)} & e_{26}^{(4)} \\ 0 & 0 & 0 & e_{34}^{(4)} & e_{35}^{(4)} & e_{36}^{(4)} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & e_{45}^{(4)} & e_{46}^{(4)} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e_{56}^{(4)} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad A_5 = \begin{bmatrix} 0 & e_{12}^{(5)} & e_{13}^{(5)} & e_{14}^{(5)} \\ 0 & 0 & e_{23}^{(5)} & e_{24}^{(5)} \\ 0 & 0 & 0 & e_{34}^{(5)} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

其中  $e_{ij}^{(k)} \in \{0,1\}$ 。同样采取分区求解的方式进行求解。

本问和第二问不同的数据有：总的地下货运量，各个节点的货运量邻接矩阵的阶数（第二问全部为 7 阶矩阵，第四问中有 4，5，6，7 阶矩阵）。

根据式(48)，30 年后的总的货运量  $Q_{30}$  为：

$$Q_{30} = (1.05)^{29} \times Q_0 \quad (49)$$

根据总的地下货运量，可以求解出各个节点的货运量。将各个节点货运量以及对应的（含参）邻接矩阵代入如下算法（算法 4）进行求解：

---

#### 算法 4：优化网络结构求解算法

---

输入：每个区的（含参）邻接矩阵（1 个 7 阶, 2 个 6 阶，1 个 5 阶，1 个 4 阶上三角矩阵）

输出：每个区的（不含参）邻接矩阵（1 个 7 阶, 2 个 6 阶，1 个 5 阶，1 个 4 阶上三角矩阵）

1、对于每个邻接矩阵，建立表  $T_{mp}$  用来存储矩阵及其对应的总成本

(1) 对于每个矩阵的  $2^{\frac{n(n-1)}{2}}$  ( $n$  为矩阵阶数) 种不同取值可能

(i) 对于该区的任意两个节点，使用广度优先搜索算法（BFS），找出所有可能路径，并存于一个表  $T$  中。

(ii) 计算表  $T$  中所有路径的路径长度

(iii) 根据路径长度和公式(49)计算各条路径上的流量

(iv) 计算矩阵该取值所对应的网络建设和货物运输总成本，查看表  $T_{mp}$  中有

无数据，如果没有，直接存入。如果有，比较该成本与表  $T_{mp}$  的所存矩阵对应的总成本的大小

(v) 如果小于存储的总成本，那么将表  $T_{mp}$  中的矩阵和总成本删去，并将该矩

阵存入表  $T_{mp}$ 。如果大于存储的总成本，就不进行存储直接检测下一个矩阵。

(2) 检测矩阵的下一个可能值直到所有矩阵检测完毕

(3) 输出表  $T_{mp}$  中所存储的邻接矩阵

---

## 2、检测下一个邻接矩阵

算法运行后求出的第一个邻接矩阵及其程序截图如下：

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

```

"C:\USERS\ADMINISTRATOR\DESKTOP\CODE\Debug\jianmo5.exe"
使得成本最低的第一个邻接矩阵如下：
0 1 0 0 1 1 1
0 0 1 0 1 0 0
0 0 0 1 1 0 0
0 0 0 0 0 1 0
0 0 0 0 0 1 1
0 0 0 0 0 0 1
0 0 0 0 0 0 0
Press any key to continue

```

对应的第一个区的网络结构拓扑图如下：

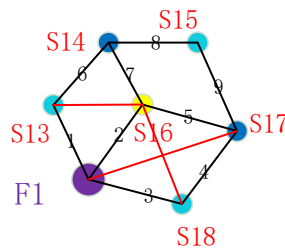


图 7.1：区域 1 的网络拓扑图

求出的第二个邻接矩阵如下：

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

```

"C:\USERS\ADMINISTRATOR\DESKTOP\CODE\Debug\jianmo6.exe"
使得成本最低的第二个邻接矩阵如下：
0 1 1 0 0
0 0 1 1 1
0 0 0 1 1
0 0 0 0 1
0 0 0 0 0
Press any key to continue

```

对应的第二个区的网络结构拓扑图如下：

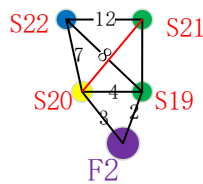


图 7.2：区域 2 的网络拓扑图

求出的第三个邻接矩阵如下：

$$A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

```

"C:\USERS\ADMINISTRATOR\DESKTOP\CODE\Debug\jianmo7.exe"
使得成本最低的第三个邻接矩阵如下：
0 0 1 1 1 1
0 0 1 1 0 0
0 0 0 1 1 0
0 0 0 0 1 1
0 0 0 0 0 1
0 0 0 0 0 0
Press any key to continue

```

对应的第三个区的网络结构拓扑图如下：

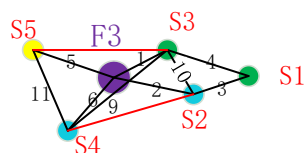


图 7.3: 区域 3 的网络拓扑图

求出的第四个邻接矩阵如下:

$$A_4 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

```

C:\USERS\ADMINISTRATOR\DESKTOP\CODE\Debug\jian
使得成本最低的第四个邻接矩阵如下:
0 1 0 0 1 1
0 0 1 1 0 1
0 0 0 1 1 0
0 0 0 0 0 1
0 0 0 0 0 1
0 0 0 0 0 0
Press any key to continue

```

对应的第四个区的网络结构拓扑图如下:

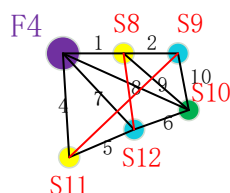


图 7.4: 区域 4 的网络拓扑图

求出的第五个邻接矩阵如下:

$$A_5 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

```

C:\USERS\ADMINISTRATOR\DESKTOP\CODE\Debug\jian
使得成本最低的第五个邻接矩阵如下:
0 1 1 1
0 0 1 1
0 0 0 1
0 0 0 0
Press any key to continue

```

对应的第五个区的网络结构拓扑图如下:

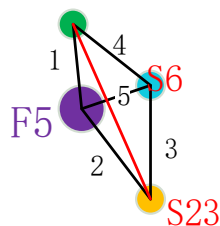


图 7.5: 区域 5 的网络拓扑图

根据上述的五个邻接矩阵, 可以还原出整体区域对应的网络结构拓扑图。经分析, 该矩阵对应的网络结构为总成本最低的网络结构, 具体网络结构如下图所示, 图中还标出了每个网络的对应通道标号(红色字体为二级节点名称, 紫色字体为一级节点名称):

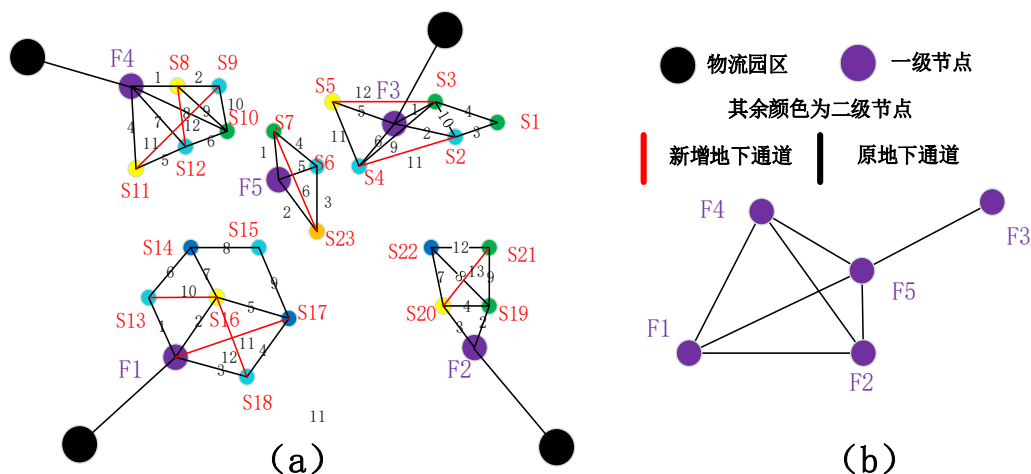


图 7.6：网络结构拓扑

需要指出的是，经过计算发现，无需增加物流节点的数量，只需增建一些新的通道即可满足题设需求。

### 7.3 地下物流系统网络各线路的建设时序及演进过程

因为地下物流系统建设工程量较大，修建周期较长，所以有必要对每年的修建进度进行规划。

在修建顺序上，需要考虑如下原则：

- 1、量大优先原则：为了尽快缓解地面交通拥堵，所以对于地下节点和道路的修建顺序上，尽可能的优先建立货流量比较大的节点和道路。
- 2、兼顾平衡原则：考虑到每年的建设能力基本相等，所以为了避免某一年建设量太大而另一年建设量太小的问题，尽可能使每年建设的道路长度大致相等。

#### 7.3.1 节点修建顺序

考虑优先建立实际运输量比较大的节点。所以需要对各个节点的实际运输量从大到小进行排序，排序结果如下：

表 7.2：节点的实际运输量排序表

序号	节点名称	实际货运量 (吨)	序号	节点名称	实际货运量 (吨)
1	F1	14852.4547	15	S17	4563.5567
2	F4	13575.6248	16	S13	4366.3875
3	F3	13498.3828	17	S9	4148.9265
4	F5	13215.6258	18	S6	3354.1796
5	F2	13112.5724	19	S15	3212.6840
6	S16	7082.6164	20	S4	3064.4900
7	S20	6534.2957	21	S3	3040.8320
8	S10	5799.5620	22	S7	2919.0152
9	S22	5496.6423	23	S5	2819.5188
10	S23	5353.1635	24	S1	2814.0272
11	S2	5301.7576	25	S21	2735.5900
12	S8	5056.7300	26	S14	2683.2520
13	S18	5053.4876	27	S11	2277.1124

14	S19	4625.3841	28	S12	1864.5056
----	-----	-----------	----	-----	-----------

同时要考虑，节点的修建顺序会制约道路修建顺序，某条道路所连接的两个节点不先建立完成，修建这条道路是没有意义的。所以，需要统计每个节点所连接的道路数目，并将其排序如下：

表 7.3：节点所连接的道路数量排序表

序号	节点名称	连接道路数量	序号	节点名称	连接道路数量
1	F3	9	15	S16	3
2	F4	8	16	S17	3
3	F1	7	17	S20	3
4	F5	7	18	S22	3
5	F2	6	19	S1	2
6	S3	4	20	S5	2
7	S10	4	21	S7	2
8	S19	4	22	S9	2
9	S2	3	23	S11	2
10	S4	3	24	S13	2
11	S6	3	25	S15	2
12	S8	3	26	S18	2
13	S12	3	27	S21	2
14	S14	3	28	S23	2

按照节点实际运输量和所连接的道路数量按照从大到小的顺序建立节点。

### 7.3.2 道路修建顺序

考虑优先建立实际流量比较大的道路。所以需要对各条道路的实际流量进行排序，大致按照道路流量从大到小的顺序建立道路。道路的实际流量排序如下：

表 7.4：道路的实际流量排序表

序号	通道名称	实际流量（吨）	序号	通道名称	实际流量（吨）	序号	通道名称	实际流量（吨）
1	R <sup>1</sup> _2	5412.69	15	R <sup>5</sup> _5	2400.23	29	R <sup>4</sup> _7	1308.55
2	R <sup>2</sup> _3	5070.89	16	R <sup>1</sup> _4	2388.99	30	R <sup>1</sup> _7	1236.59
3	R <sup>4</sup> _1	5056.73	17	R <sup>2</sup> _4	2345.61	31	R <sup>5</sup> _1	1113.75
4	R <sup>4</sup> _8	4600.18	18	R <sup>4</sup> _2	2283.54	32	R <sup>5</sup> _3	953.95
5	R <sup>2</sup> _2	4017.90	19	R <sup>1</sup> _5	2231.56	33	R <sup>2</sup> _9	784.36
6	R <sup>2</sup> _1	3915.46	20	R <sup>5</sup> _4	2178.78	34	R <sup>3</sup> _9	780.13
7	R <sup>1</sup> _3	3878.56	21	R <sup>2</sup> _8	2003.32	35	R <sup>2</sup> _7	730.12
8	R <sup>3</sup> _5	3698.82	22	R <sup>2</sup> _12	1953.24	36	R <sup>4</sup> _6	468.52
9	R <sup>3</sup> _2	3675.90	23	R <sup>4</sup> _4	1907.46	37	R <sup>3</sup> _4	400.56
10	R <sup>1</sup> _1	3205.15	24	R <sup>4</sup> _10	1865.26	38	R <sup>3</sup> _11	250.36
11	R <sup>3</sup> _6	3013.39	25	R <sup>4</sup> _3	1805.27	39	R <sup>4</sup> _9	230.60
12	R <sup>1</sup> _6	2612.52	26	R <sup>5</sup> _2	1801.56	40	R <sup>4</sup> _5	230.37



13	R <sup>3</sup> _1	2600.04	27	R <sup>1</sup> _9	1712.32	41	R <sup>3</sup> _10	121.35
14	R <sup>3</sup> _3	2413.47	28	R <sup>1</sup> _8	1500.36			

上图中计算的道路实际流量只计算最小的“元路径”：就是由两个节点直接连接，中间没有其他节点转运的路径。

这里，在建设顺序上还有一个制约关系：对于道路而言，必须先把该道路两头的节点先建立好以后才能建立该道路，否则只有通道，无法运输货物。

考虑到每年度的建设能力是基本平衡的，所以考虑每年修建的道路的长度基本一致。所以需要计算这样几个量：

一是所有的道路长度之和  $L$ 。

二是各条道路  $R_i$  的长度  $L_i$ 。

那么每年的道路修建量大约是  $\frac{L}{8}$ ，所以每年修建的道路满足如下约束条件：

$$\left| \frac{L}{8} - (L_1 + L_2 + \cdots L_k) \right| \leq \varepsilon \quad (50)$$

$\varepsilon$  为每年道路修建量的误差允许范围，在这里，让每年的误差不超过 10%，也即：

$$\varepsilon \leq 0.1 \times L \quad (51)$$

### 7.3.3 网络各线路的建设时序及演进过程

根据前文的讨论，对节点和道路的建设顺序提出了若干限制条件。并计算出辅助决策的数据：节点的实际运输量顺序、节点所连接的道路数量顺序和道路的实际流量顺序。

根据上述数据，综合考虑节点实际运输量大小和节点所连接的道路数量大小，先给出节点的建设顺序。这样，每年度已存在的所有节点就成为了一个已知量。从而道路修建的节点约束也就被确定。接着，根据路径长度和路径所连接的节点位置确定道路的修建顺序。

节点和道路修建顺序如下（时序）：

第一年：节点：  $F_1, F_2, F_3, F_4, F_5$ ，道路：  $R(F_1F_2), R(F_1F_4), R(F_2F_5), R(F_3F_5), R(F_4F_5)$ 。

第二年：节点：  $S_{10}, S_{16}, S_{20}, S_{22}$ ，道路：  $R(F_1F_5), R(F_2F_4), R(F_4S_{10}), R(F_1S_{16}),$

$R(F_2S_{20}), R(S_{20}S_{22})$ 。

第三年：节点：  $S_2, S_8, S_{18}, S_{23}$ ，道路：  $R(F_3S_2), R(F_4S_8), R(S_8S_{10}), R(F_5S_{23}),$

$R(F_1S_{18}), R(S_{16}S_{18})$ 。

第四年：节点：  $S_9, S_{13}, S_{17}, S_{19}$ ，道路：  $R(S_8S_9), R(S_9S_{10}), R(F_1S_{13}), R(S_{16}S_{17}),$

$R(S_{13}S_{16}), R(F_1S_{17}), R(S_{19}S_{20}), R(F_4S_{19}), R(S_{22}S_{19})$

第五年：节点：  $S_4, S_6, S_{15}$ ，道路：  $R(S_{15}S_{17}), R(F_5S_6), R(S_6S_{23}), R(F_3S_4),$

$R(S_2S_4)$

第六年：节点： $S_3, S_5, S_7$ ，道路： $R(S_3S_4)$ ， $R(S_2S_3)$ ， $R(S_4S_5)$ ， $R(S_3S_5)$ ， $R(S_6S_7)$ ， $R(S_7S_{23})$ ， $R(S_5S_7)$

第七年：节点： $S_1, S_{14}, S_{21}$ ，道路： $R(S_1S_2)$ ， $R(S_1S_3)$ ， $R(S_{19}S_{21})$ ， $R(S_{21}S_{22})$ ， $R(S_{13}S_{14})$ ， $R(S_{14}S_{15})$ ， $R(S_{14}S_{16})$

第八年：节点： $S_{11}, S_{12}$ ，道路： $R(S_{11}S_{12})$ ， $R(S_4S_{11})$ ， $R(S_8S_{12})$ ， $R(S_{10}S_{12})$

道路网络演化图如下（第三年之后一级节点连线未标出）：

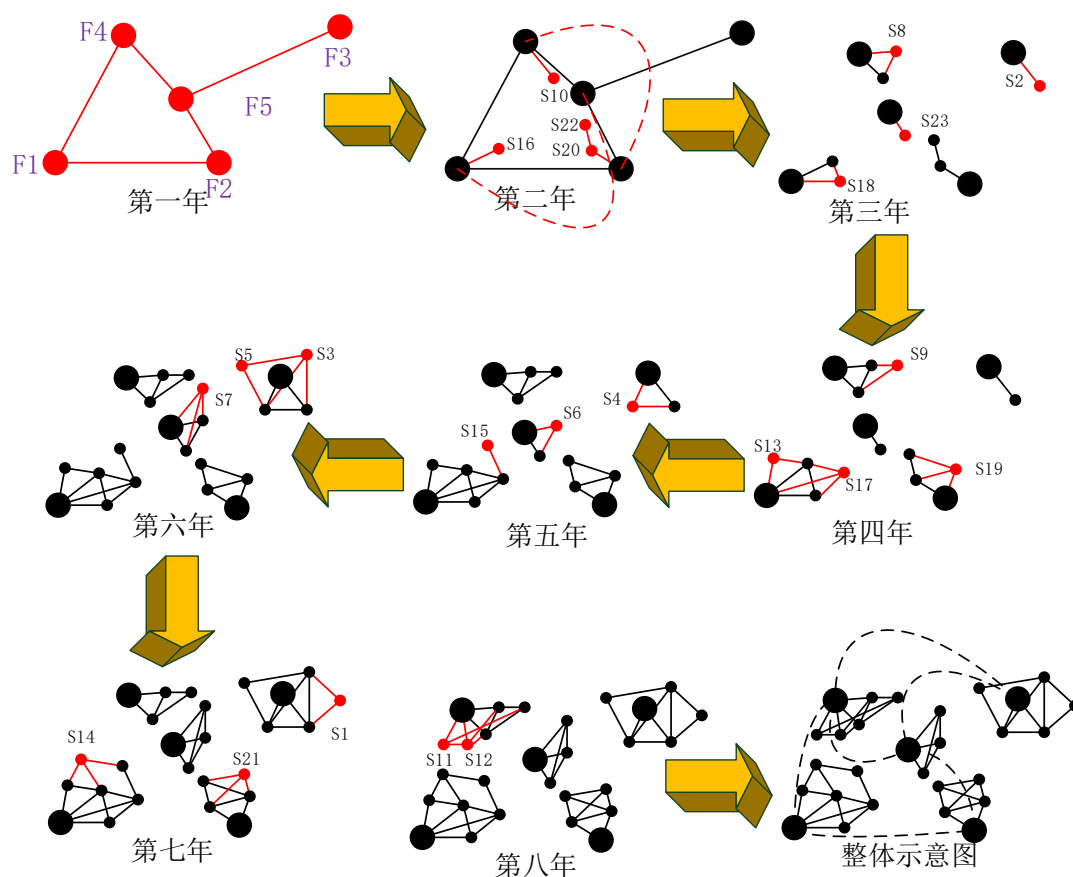


图 7.7 道路网络演化图

下表给出了每年所修建网络能解决的货流量占总目标货流量（30 年后）的比例和每年修建道路长度与理论修建长度均值  $L/8$  的对比。

表 7.5 货流量变化情况

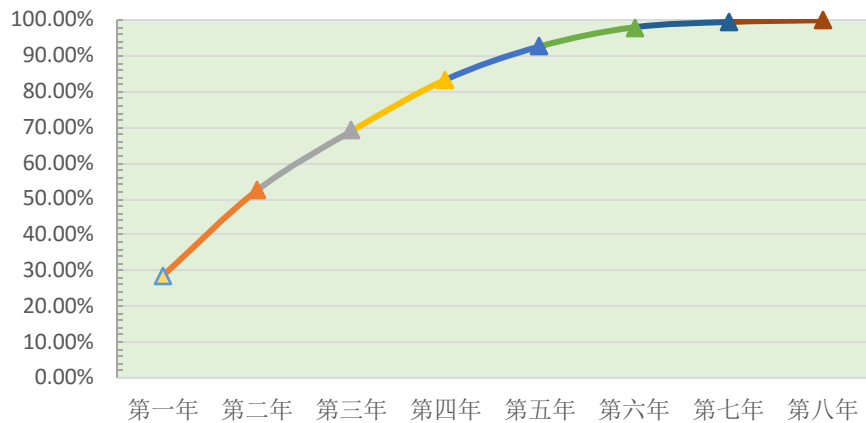
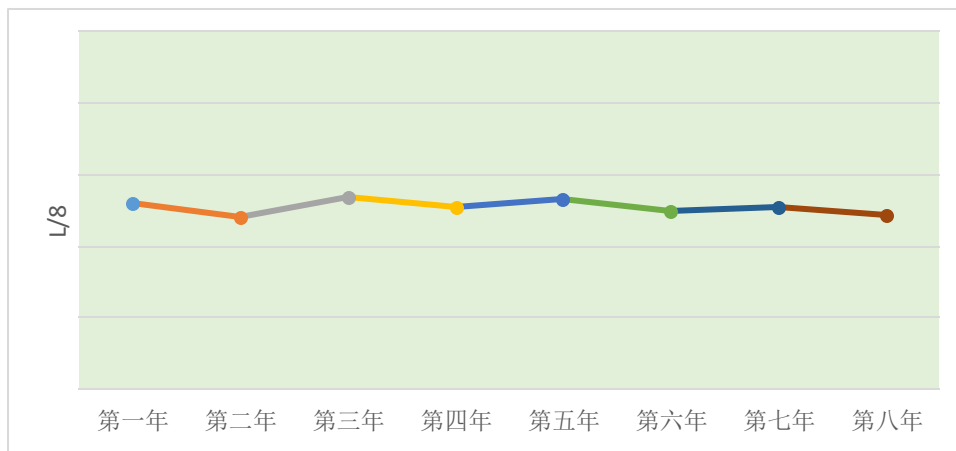


表 7.6 各年度修建道路长度情况



### 7.3 与第三问建立的地下物流系统对比

经分析，第四问所建立的地下物流系统与第三问所建立的地下物流系统相比，增加了若干条道路，这会导致 ULS 的承载能力增强同时也会带来一些问题，具体的分析如下：

#### 优点：

- 1、系统总的物流承载能力增强。
- 2、对于部分增加了道路的节点（ $S_2, S_3, S_4, S_5, S_7, S_8, S_9, S_{11}, S_{12}, S_{13}, S_{16}, S_{17}, S_{18}, S_{20}, S_{21}, S_{23}$ ），该节点的物流容量增强。
- 3、对于增加了道路的节点，节点的抗风险能力增强。如果遇到道路坍塌，堵塞等突发情况，可以通过其他道路进行运输。
- 4、系统的抗风险能力增强。
- 5、运输成本降低。
- 6、生命周期长

#### 缺点：

- 1、建设成本增高。
- 2、系统的求解和建设规划方案更加复杂。

## 8、模型的评价

### 8.1 模型的优点

(1) 使用图论知识，利用含参邻接矩阵对节点已定，道路未定的网络结构进行描述，便于建立成本与所设计的网络结构的函数关系。

(2) 建立模型时，考虑到一级节点间的连接方式已经确定，故使用 4 个 7 阶含参邻接矩阵代替 1 个 28 阶含参邻接矩阵进行求解，求解量从  $2^{378}$  降到  $2^{23}$ ，极大的降低了求解难度和简化了运算。

(3) 使用广度优先搜索算法 (BFS) 对网络结构中节点间的路径进行搜索，搜索速度较深度优先搜索 (DFS) 等算法搜索速度更快。

(4) 建立的模型中每个矩阵与一种网络结构相对应，而且所有的网络结构都能用某个矩阵所刻画，我们的模型求解过程对矩阵的所有可能取值都进行了运算。所以不存在漏解的情况。

### 8.2 模型的缺点

(1) 由于时间仓促，第三问中只对典型路径进行了分析，可能会导致模型的优化力度不够。

(2) 为了简化模型和计算，建模过程中进行了很多假设，会导致模型的求解结果存在误差。

## 参考文献

- [1] 李彤, 王众托. 大型城市地下物流网络优化布局的模拟植物生长算法[J]. 系统工程理论与实践, 2013, 33(4):971-980。
- [2] 易美, 周爱莲. 一类城市地下物流网络规划模型研究[J]. 交通科学与工程, 2016, 32(3):93-98。
- [3] 黄欧龙, 陈志龙, 郭东军. 城市地下物流系统网络规划初探[J]. 物流技术与应用, 2005, 10(6):91-93。
- [4] 钱七虎. 城市地下物流系统导论[M]. 人民交通出版社, 2007。
- [5] 马保松, 曾 聪. 城市地下环状管道网络物流运输系统: CN, CN1978262[P]. 2007。
- [6] 李琦琦. 基于模拟植物生长算法的大型城市地下物流系统的网络优化[D]. 杭州电子科技大学, 2013。
- [7] 俞明健. 城市货运交通问题与城市地下物流[J]. 交通与运输, 2017, 33(3):1-3。
- [8] 马成林. 我国大城市地下物流系统规划关键技术研究[D]. 东南大学, 2011。
- [9] 闫文涛. 城市地下物流系统节点选址研究[D]. 重庆交通大学, 2015。
- [10] 魏一鸣, 胡清淮. 确定地下矿开拓运输系统的网络算法模型[J]. 昆明理工大学学报(自然科学版), 1995(1):15-21。
- [11] 方道元, 韦明俊. 数学建模: 方法导引与案例分析[M], 浙江大学出版社 2011。
- [12] 王玉民, 杜晓林. 概率论与数理统计[M]. 中国农业出版社, 2009。