

参赛密码 _____
(由组委会填写)



“华为杯”第十四届中国研究生 数学建模竞赛

题 目

航班恢复问题

摘 要：

本文主要研究了某城市航班恢复问题。本文首先从航空运输中资源的角度分析不正常航班给航空运营带来的影响，并给出当前主要的不正常航班恢复措施。而后针对航空公司的运输网络，航班计划及机组排班计划特点，研究具体案例中由于受到暴风雪的影响而在某个时间段内关闭机场 OVS 这一不正常航班发生时的航班调度问题。主要工作如下：离散时空网络基本结构分析以及网络构建算法的编程实现；而后基于此离散时空网络构建成本最小的不正常航班恢复调度模型。

针对问题一，在不考虑旅客信息，不考虑机型的情况下，对航班的恢复情况进行建模，并以航班总体延误时间最短为优化目标建立了时空网络流模型。问题一采用了 GRASP（贪婪随机自适应搜索算法）邻域搜索技术进行问题求解，获得了航班总体延误的最短时间为 1104 分钟，并制定了新的起飞时间表，附录一中的 C10617012.xls 中的

sheet1。我们获得的航班总体延误的最短时间为分钟。取消航班可以大大减少航班总体延误的最短时间，但是在问题一中由于取消航班没有任何成本，而实际上取消航班的代价是最严重的，所以在此题中取消航班没有任何意义，所以我们不考虑取消航班的情况，但是在模型建立中有考虑这个因素，只不过权重为 0。

问题二中，同样不考虑旅客信息，但是要考虑不同机型之间进行置换时需要的成本。此问题和第一问类似，我们同样不考虑航班取消的问题。在问题一中，我们考虑的飞机置换问题。同样在此问中也不可避免，但二者联系十分紧密。在问题一的求解基础上，多加上一个判断条件，即优先置换同机型的飞机，如果置换的飞机不同，则加上置换飞机的成本即可。通过我们的计算，我们获得的最短航班总体延误时间为 **13652 分钟**，并制定了新的起飞时间表，见附录一中的 C10617012.xls 中的 sheet2。

问题三是在问题二的基础上的更深层次的延伸。在考虑不同机型间调制航班的成本的基础上，考虑飞机的载客量。在问题二中，我们优先考虑同机型的飞机之间的置换。再考虑不同机型的飞机的置换。同机型的飞机载客量相同，在不同机型之间置换时，如果置换后的飞机的载客量小于原飞机的载客量时，无法登机的乘客相当于旅客延误 2 小时的成本；如果置换后的飞机的载客量大于等于原飞机的载客量时，所有的乘客都能登机，所以没有延误成本，但是实际情况下，飞机中的剩余座位会给航空公司带来额外的开销。在问题二的基础上，我们建立了模型并求得了最短旅客总体延误时间为 **15812 分钟**，新的起飞时间表见附录一中的 C10617012.xls 中的 sheet3。

针对问题四，在不同机型间调整航班不考虑成本，假设中转的旅客均可以搭乘上下一航班，在问题一的基础上，根据航班号，对航班恢复路线的旅客的总体延误时间建立混合规划模型，使用结合 Danzig-Wolfe 算法的贪婪模拟退火算法，极大地缩小了问题规模，提高了求解效率。我们建立了模型并求得了最短旅客总体延误时间为 **584094 分钟**，新的起飞时间表见附录一中的 C10617012.xls 中的 sheet4。

最后使用一家航空公司的航班排期表对本文提出的模型和求解算法进行验证证明模型和算法求解不正常航班恢复问题是有效的。

关键词：航班恢复；最小延误时间；GRASP 邻域搜索；贪婪模拟退火算法；

1、问题背景

1.1 问题背景

中国民用航空局 5 月 8 日发布的《2016 年民航行业发展统计公报》显示, 2016 年, 民航主要运输指标继续保持平稳较快增长。其中, 完成旅客运输量 4.88 亿人次, 同比增长 11.9%; 完成货邮运输量 668 万吨, 同比增长 6.2%; 全国客运航空公司共执行航班 367.9 万班次, 平均航班正常率为 76.76%^[1]。截至 2016 年年底, 我国共有定期航班航线 3794 条, 其中国内航线 3055 条, 国际航线 739 条; 定期航班国内通航城市 214 个 (不含香港、澳门、台湾), 我国航空公司国际定期航班通航 56 个国家的 145 个城市。按重复距离计算的航线里程为 919.3 万公里, 按不重复距离计算的航线里程为 634.8 万公里。受益于机场布局和航线网络的不断完善, 全行业运输生产保持平稳较快增长。航班正常是旅客十分关注的出行需求。2016 年, 全国客运航空公司共执行航班 367.9 万班次, 其中正常航班 282.4 万班次, 平均航班正常率为 76.76%。全部航空公司航班不正常原因中, 天气原因占比 56.52%, 与上年相比增加 26.99%; 空管原因占比 8.24%, 比上年减少 22.44%。《中国民用航空发展第十三个五年规划》提出要全面提升航空的服务能力, 提升空管保障服务水平。可见, 对于航班的延误, 取消等问题依然需要得到更好的解决。同时, 设计某种方案减少航班的延误和取消可以大大地增加用户的满意度以及航班的安全问题。

引起航班不正常的主要原因包括: 航空公司自身原因、天气原因、空管原因、军事活动、旅客原因、机场原因等。其中有些是不可抗拒的自然因素, 如暴风雪、飓风等; 有些是不可预测的突发事件, 如突发恐怖袭击、飞机机械故障等等; 还有一些是因为管理手段的落后, 比如飞行员缺位、空中管制等等。其中除了天气原因, 旅客原因等突发状况不能做出很好的决策只能延误, 其他原因, 如机场原因, 军事活动等可以事先预知, 可以做出一些决策来减少航班的不正常情况。不正常的航班的发生会带来巨大的经济损失。其中主要包括地面延误损失、空中延误损失、调机和食宿费用以及正常盈利损失等。而用户满意度的减少可能还会给航空公司带来很多负面的影响。可见, 提高航班正常率是航空公司和旅客实现双赢的有效途径。

随着经济的发展, 航空出行已成为越来越多旅客的选择。但众所周知, 飞机航班如果不能按原计划执行, 不仅会给航空公司造成巨大的经济损失, 同时还会给旅客出行带来极大的不便。在造成航班不正常的种种因素中, 有些是不可抗拒的自然因素, 如暴风雪、飓风等, 有些是不可预测的突发事件, 如突发恐怖袭击、飞机机械故障等等, 还有一些是因为管理手段的落后, 比如飞行员缺位、空中管制, 等等。

世界范围内, 快速增长的航空旅客数量已经超过了主要机场的容量, 加上近年气候的反常变化和安全突发事件的增多, 航班恢复问题越来越受到各国民航管理机构和各大航空公司的重视, 中国主要航空公司也已经把航空恢复的自动化提到了议事日程上。

1.2 研究现状

航班恢复问题本质上是运营恢复问题的一部分。或者说, 广义的航班恢复就是运营

恢复，包括（狭义的）航班恢复（Flight Recovery）、机组恢复（Crew Recovery）和旅客行程重新规划（Passenger Re-accommodation）三部分，它们相互约束，构成一个整体上超大规模的运筹优化问题。这个优化问题具有难以想象的复杂度，不是工业界目前已有计算机的计算能力所及。在实际运营过程中，航空公司是按流程次序先考虑航班恢复，然后在此基础上机组恢复，最后重新规划旅客的行程，把他们送往各自的目的地。相应地，采用运筹优化方法解决运营恢复问题也是按这三步把整个大问题按阶段次序分解成子问题^[2]，即首先求解航班恢复问题，在此基础上求解机组恢复问题和旅客行程再规划问题。需要指出的是，由于缺少信息交互，虽然每个子问题的求解可以达到局部最优，但整体最优却得不到保证，甚至有出现不可行解的可能。已经有学者证明，整合两个或者三个子问题成一个单一数学模型，可以得到更好质量的解^[3]。文献[4]中对航班延误造成的经济损失或者延误时间进行建模，考虑了航班延误和取消的情况，利用启发式方法和匈牙利算法相结合的求解方法。时空网络模型是一种对不正常航班进行建模的主要模型。文献[5]给出了单机型的时空网络图的构建方法，对飞机的落地和延迟进行了飞机路线的优化。文献[6]给出了多机型不正常航班恢复的时空网络模型，将飞机恢复问题转化为成本流最小的问题，采用 Gurobi 优化软件进行求解，可以在有限的时间内给出相对优化的恢复方案。同时，在此基础上，他们在文献[7]中提出了一种迭代树增长与节点组合的方法，通过聚合节点，路线问题被极大简化，计算时间也大大地减少。除了时空网络模型以外，也可以将安排给某架飞机的所有航班考虑为一个有效途径，用列生成的方法去求解，这样可以减少因为延误时间而产生的大量决策^[8]。

2、问题重述

由于受到暴风雪的影响，管理部门决定在 2016 年 4 月 22 日的 18:00 到 21:00 之间关闭机场 OVS。在该时间段内该机场不能起飞或降落任何航班，而该时间段之前的所有航班都处于正常状态，原定在该日 18:00 至 21:00 之间（不包括 18:00 和 21:00 这两个时刻）起降的所有航班都需要重新安排。而且它们的重新安排可能造成关闭后其它航班的重新安排。由于 OVS 机场的跑道限制，该机场每 5 分钟最多能起飞 5 架飞机，同时降落 5 架飞机。

从相关数据和航班延误的实际情况出发，要求我们运用数学建模的方法来进行相关飞机调度的分析，使得总体延误时间达到最短：

(1) 不考虑旅客信息，如何重新规划机型 9 的航班计划，制定起飞时间表（给出延

误分钟), 使得所有原计划安排给机型 9 的航班尽可能不被取消, 同时保证机型 9 的所有航班总体延误时间最短?

(2) 不考虑旅客信息, 假定同一机型的所有飞机的载客量相同, 其间航班调整没有成本, 但在不同机型间调整有成本。假设此额外成本等价于航班延误半小时 (置换和延误有可能会同时发生, 则成本叠加)。在这样的假设下该如何重新规划航班以保证旅客总体延误时间最短?

(3) 进一步考虑飞机的载客量, 假设在不同机型间调整航班的成本除了航班本身延误半小时外, 还要加上不能登机旅客的成本, 假设一名旅客无法登机与该旅客延误 2 小时的成本相当, 该如何重新规划航班以保证旅客总体延误时间最短?

(4) 在第二题的基础上, 假设在不同机型间调整航班不考虑成本。我们在旅客数据中提供了旅客的行程信息, 包括旅客号, 同行旅客数量, 和相应的航班。该如何重新规划航班以保证旅客总体延误时间最短?

3、基本假设和符号说明

3.1 基本假设

- 1 所有航班只能延误, 不能提前, 最早起飞时间不能早于原计划的起飞时间。
- 2 各航班的飞行时间是常量, 即航班数据中的到达时间减去起飞时间。
- 3 保证每架飞机的连续航班能首尾相连, 即前一航班的到达机场与后一航班的起飞机场必须相同, 而且前一航班到达时间与后一航班起飞时间之间的最小间隔时间为 45 分钟。
- 4 所有飞机的第一个航班要满足如下两个条件: (1) 航班的起飞机场与飞机的起点机场一致, (2) 航班的起飞时间不早于飞机的最早可用时间。
- 5 所有飞机的最后一个航班的到达时间不能晚于飞机的最晚可用时间。
- 6 航班延误的决策时间点间隔为 10 分钟 (比如, 安排给 X 飞机并按计划起飞, 安排给 X 飞机并延误 10 分钟, 安排给 X 飞机并延误 20 分钟, 安排给 X 飞机并延误 30 分钟, 以此类推)。如果参赛者有能力通过其他的数学模型找出更灵活的延误时间可以不考虑这一假设。
- 7 不考虑机场可停留飞机的容量。理论上所有机场可以全天 24 小时工作。
- 8 同行旅客是指一起订票并且行程完全一致的旅客, 他们共享同一个旅客号, 并作为一个整体考虑, 即不能分乘不同的航班。

9 所有航班，包括机场 OVS 关闭时段内的航班，它们的延误时间都需要被考虑到。
为了最大可能保护航班，尽量不取消航班。

3.2 符号说明

i, j	起始结点编号，汇聚结点编号，由时间和机场组成
k	航班索引
num	飞机尾号
ap	机场编号
AT	飞机类型
$AP(AirPort)$	机场集合
NUM	飞机尾号集合
$AirType$	飞机机型集合
F	航班集合
$G(i)$	起始结点为 i 的航班集合
$H(k, i)$	起始结点为 i 的航班 k 的目的地集合
$T(k, num)$	k 航班执飞的飞机尾号为 num 的机型
I	起始结点集合
J	汇聚结点集合
$L(i)$	目的地为汇聚结点为 i 的航班集合， $i \in J$
$M(k, i)$	到达汇聚结点 i 的航班 k 的起始结点集合， $i \in J, k \in F$

$P(k)$	航班 k 的起始结点集合, $k \in F$
$Q(i)$	汇聚点为 i 的起始结点集合, $i \in J$
$Tail(k)$	根据航班 k 获取该航班执飞的飞机尾号
a_i	在起始结点 i 时, 可用的飞机数量, $i \in I$
$Load(AT)$	机型为 at 的飞机的载客量
c_k	取消航班 k 的成本, $k \in F$
c_{ex}	不同类型的航班置换产生的代价, 固定为 30 分钟
$c_{load}^{require}$	不能登机的每个旅客的成本, 固定为 120 分钟
c_{load}^{new}	旅客均能等机, 新置换的飞机有剩余座位, 此为每个剩余座位的成本
d_{ij}^k	航班 k 从起始结点 i 到汇聚结点 j 的延迟成本, $k \in F, i \in I, j \in J$
h_i	汇聚结点为 i 的飞机数量, $i \in J$
x_{ij}^k	从起始结点 i 到汇聚结点 j 的航班 k 的飞机数量, $k \in F, j \in J, i \in I$
y_k	航班 k 的取消因子, $k \in F$
z_i	在起始结点 i 可置换的飞机数量, $i \in I$
$t_{k,i,num}^{EDT}$	使用飞机尾号为 num 的飞机的航班 k 在起始结点 i 的原计划起飞时间
$t_{k,j,num}^{EAT}$	使用飞机尾号为 num 的飞机的航班 k 到达汇聚结点的原计划到达时间
$t_{k,i,num}^{ADT}$	使用飞机尾号为 num 的飞机的航班 k 在起始结点 i 的实际起飞时间
$t_{k,j,num}^{AAT}$	使用飞机尾号为 num 的飞机的航班 k 到达汇聚结点 j 的实际到达时间

$t_{i,num}^{ADT}$	使用飞机尾号为 num 的飞机在起始结点 i 的实际起飞时间
$t_{j,num}^{AAT}$	使用飞机尾号为 num 的飞机到达汇聚结点 j 的实际到达时间
$t_{i,num,ap}^{ADT}$	使用飞机尾号为 num 的飞机在起始结点 i 的实际起飞时间，起始机场为 ap
$t_{j,num,ap}^{AAT}$	使用飞机尾号为 num 的飞机到达汇聚结点 j 的实际到达时间，到达机场为 ap
t_k^{EDT}	k 航班的计划出发时间
t_k^{ADT}	k 航班的实际出发时间
t_k^{AAT}	k 航班的实际到达时间
t_k^{EAT}	k 航班的实际出发时间
$t_{j,num}^{AAT}$	使用飞机尾号为 num 的飞机到达汇聚结点 j 的实际到达时间
$T_{num}^{AvailST}$	飞机尾号为 num 的可用起始时间
$T_{num}^{AvailET}$	飞机尾号为 num 的可用截止时间
w_a	旅客中转时，搭乘下一航班时的实际等待时间
w_e	旅客中转时，搭乘下一航班时的计划等待时间
t_k^{EDT}	k 航班的计划出发时间
t_k^{DDT}	k 航班的实际出发时间
t_k^{EAT}	k 航班的计划到达时间

t_k^{AAT}	k 航班的实际到达时间
d_k	k 航班的延迟时间
Psg_k	航班 k 的中转旅客数量

4、模型的建立与求解

4.1 问题 1

4.1.1 问题一的分析

问题一中，要求重新规划机型 9 的航班计划，并制定起飞时间表。我们利用时空网络流的建模方法对此问题进行建模。在网络流图中，纵轴为时间，从上往下，横轴为机场。由于 matlab 中不好处理字符串，于是，我们将飞机机场名称，飞机机型改为用数字表示。此题的飞机机型均为 9，在置换的时候不用考虑机型的情况。于是，基于此，我们设计了单机型的时空网络模型，对机场关闭后造成的航班延迟和航班取消的成本进行建模。在本题中，航班取消没有任何成本，但是实际上取消航班对航空公司的影响很大。为了使得总体延误时间最短，通过取消航班可以使得延误时间相对较少，但是由于不计算成本，所以仅仅取消航班，不计算代价，那么取消航班是没有任何意义的。于是，在我们的建模中，考虑了航班取消的因素，但是航班取消的成本因子为 0，所以，没有计算航班取消后的延误成本。但是，通过取消航班，也可计算出最后的延误时间成本。

使用离散时空网络可以避免一个最优化问题最终变成一个难于求解的混合整数规划模型。另外，离散时空网络将问题转化为易处理的著名的多商品流问题。

离散时空网络有两种元素组成：结点和网络边(有向边)。结点是由时间(离散的时间点)和空间(航班计划中涉及的机场)两个维度来进行唯一标识的，即若两个结点的时间坐标和空间坐标都是相同的，说明两个结点是同一个结点。限定一个结点的坐标轴分别是机场轴和时间轴。在机场轴上用离散的点与航班排期表中涉及的各机场相对应。时间轴标注离散化之后的时间，方向从上到下。时空网络示意图如图 4.1 所示。

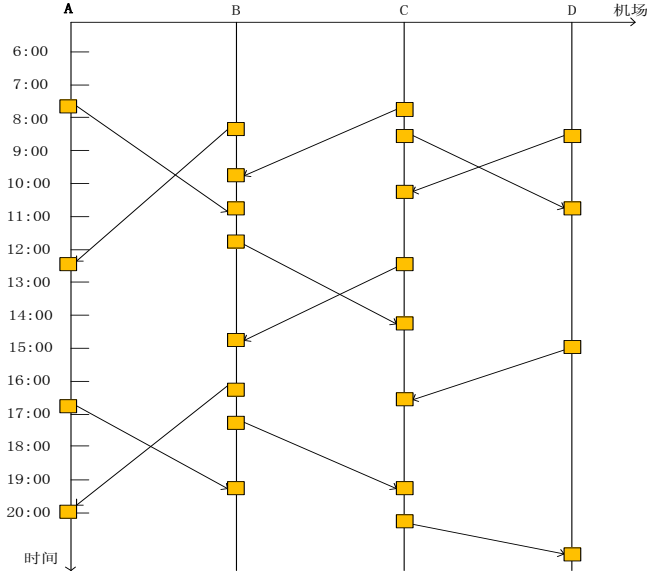


图 4.1

4.1.2 问题一的模型建立

目标函数：

$$\min \sum_{k \in F} \sum_{i \in P(k)} \sum_{j \in H} d_{ij}^k x_{ij}^k + \sum_{k \in F} c_k y_k \quad (4.1.1)$$

约束条件：

航班正常执飞或者航班取消应是 0-1 变量：

$$\sum_{i \in P(k)} \sum_{j \in H} x_{ij}^k + y_k = 1, \forall k \in F \quad (4.1.2)$$

对于起始结点，应该满足：

$$\sum_{i \in P(k)} \sum_{j \in H} x_{ij}^k + z_i - \sum_{k \in L} \sum_{j \in M} x_{ij}^k = a_i, \forall i \in I \quad (4.1.3)$$

对于汇聚结点应该满足：

$$\sum_{k \in L} \sum_{j \in M} x_{ij}^k + \sum_{j \in Q} z_j = h_i, \forall i \in I \quad (4.1.4)$$

对于航班 k 的飞机数量，应该是 0-1 变量：

$$x_{ij}^k \in \{0, 1\} \quad \forall k \in F, i \in I, j \in H, k \in I \quad (4.1.5)$$

航班 k 的取消因子应该为 0-1 变量：

$$y_k \in \{0, 1\} \quad \forall k \in F \quad (4.1.6)$$

在起始结点 i 可置换的飞机数量为：

$$z_i \in Z_+ = \{0, 1, 2, \dots, \forall i\} \in \quad (4.1.7)$$

对于飞机的延迟情况:

$$d_{ij}^k = t_{k,j}^{AAT} - t_{k,j}^{EAT} \quad (4.1.8)$$

对于尾号不同的飞机, 其具体的可用起始时间和截止时间的要求:

$$t_{num}^{ADT} \leq T_{num}^{ava} \quad (4.1.9)$$

$$t_{num}^{AAT} \leq T_{num}^{ava} \quad (4.1.10)$$

飞机时间的衔接性, 即相同飞机尾号在相同机场的前一航班的到达时间和后一航班的起始时间的时间间隔必须超过 45 分钟:

$$t_{i,num\ ap}^{AAT} - t_{i,num\ ap}^{ADA} \geq 45 \quad (4.1.11)$$

不同飞机可以置换的约束条件:

$$t_{ap,num}^{EDT} - t_{ap,num'}^{AAT} \geq 45 \quad (4.1.12)$$

$$t_{ap,num'}^{EDT} - t_{ap,num}^{AAT} \geq 45 \quad (4.1.13)$$

$$t_{ap,num}^{EDT} < t_{ap,num'}^{EDT} \quad (4.1.14)$$

其中, num 是指原飞机尾号, num' 为置换的飞机尾号。

当飞机位于 OVS 机场时, 需要考虑 OVS 机场的关闭时间, 即当飞机在 OVS 机场的实际起飞时间和实际落地时间必须满足以下条件, ap 的值为 OVS。

$$t_{i,num\ ap}^{ADT} \leq 1461348000 \cup t_{i,num\ ap}^{ADT} \geq 1461358800 \quad (4.1.15)$$

4.1.3 问题一的模型求解

问题一采用了 GRASP (贪婪随机自适应搜索算法) 邻域搜索技术[9]进行问题求解。首先通过取消所有延误航班获得初始解; 再通过尽可能小的变换获得邻域解, 并计算成本; 最后通过 GRASP 搜索算法随机选择较优邻域解, 快速得获得较优解。该算法经算例验证是比较快速且可以获得较优解的。

算法流程如下:

- (1) 初始化, 输入原始的航班调度。根据 OVS 的机场关闭时间确定可以正点落地, 以及需要延迟的飞机。设置每个站点的 time-band 长度。
- (2) 将问题转化为时空网络。
- (3) 判断需要置换的飞机 A。在机场关闭时间中, 原计划出发的航班需要延迟到 21 点之后进行, 此时需要判断该飞机能否正常进行该航班的运行。根据触发飞机置换的条件, 当某飞机到达 OVS 机场的时间与下一次原计划表的出发时间的间隔小于最小飞机间隔时间 45 min 时, 则认为该飞机 A 不能按照原计划表正常飞行, 需要置换。
- (4) 找出当前需要置换的飞机 A 可以有哪些飞机 B 可代替 A。

- (5) 在时空网络中生成以延迟时间成本最小的目标函数。
- (6) 求解与目标函数相关的松弛线性规划问题。设置目标函数的最低界限。如果求解为整数，到步骤(8)。
- (7) 使用混合整数规划求解目标函数，得到整数解。
- (8) 根据产生的整数解，生成调度方案，并检查调度的可行性。如果不可性，则修改 time-band 的长度，回到步骤(2)。
- (9) 输出调度方案，延迟成本以及最低界限。

经过计算，得到的所有航班总体的最短延误时间为 **1104** 分钟。

4.1.4 问题一的起飞时间表

见附录一中的 C10617012.xls 中的 sheet1。

4.2 问题二

4.2.1 问题二的分析

在问题二中，考虑飞机置换时，可以在不同机型的飞机中置换，并且不考虑载客量的问题。在问题一中，我们在置换时没有考虑机型问题，因为问题一中只有一种机型。在问题二中，我们先考虑相同机型的置换，因为相同机型置换没有产生额外的成本。当没有同机型的可置换的飞机时，可以使用问题一的置换方案，不用考虑机型问题。于是，在问题二的模型建立上，与模型一的模型类似，加上不同机型置换的成本即可。

4.2.2 问题二的模型建立

目标函数：

$$\min \sum_{k \in F} \sum_{i \in P(k)} \sum_{j \in H(k,i)} d_{ij}^k x_{ij}^k + \sum_{k \in F} c_k y_k + \sum_{k \in F} \sum_{num \in NUM} \sum_{num' \in NUM} c_{ex}(T(k,num) \oplus T(k,num')) \quad (4.2.1)$$

约束条件：见问题一的约束条件。

4.2.3 问题二的模型求解

在问题二中，我们在置换时要考虑机型问题，相比于问题一，每个需要置换的飞机，在相应的可置换飞机候选集中首选同机型的飞机，如果没有同机型再考虑其他机型，此时会多加 30 min 的置换成本。

具体算法流程如下：

- (1) 初始化,输入原始的航班调度。根据 OVS 的机场关闭时间确定可以正点落地,以及需要延迟的飞机。设置每个站点的 time-band 长度。
- (2) 将问题转化为时空网络。
- (3) 判断需要置换的飞机 A。在机场关闭时间中,原计划出发的航班需要延迟到 21 点之后进行,此时需要判断该飞机能否正常进行该航班的运行。根据触发飞机置换的条件,当某飞机到达 OVS 机场的时间与下一次原计划表的出发时间的间隔小于最小飞机间隔时间 45 min 时,则认为该飞机 A 不能按照原计划表正常飞行,需要置换。
- (4) 找出当前需要置换的飞机 A 可以有哪些飞机 B 可代替 A。对于需要置换的航班计划时间,首先判断飞机 A 在此航班中计划出发的时间与其他不同飞机尾号的飞机 B 最近一次到达 OVS 机场的时间进行比较,其差值要大于最小飞机间隔时间 45 min;然后判断飞机 A 实际到达 OVS 机场的时间与该不同飞机尾号的飞机 B 在最近计划要出发的时间之差是否大于 45 min,如果大于,则认为该飞机 B 可以置换飞机 A,并且在该飞机 B 不能按照计划飞行属于它的航班时,飞机 A 同样满足置换飞机 B 的要求,双方飞机皆可无矛盾运行。
- (5) 进行筛选同机型的飞机。如果用不同机型的飞机来置换,需要额外 30 min 的置换成本,所以在可置换飞机集合中找出同机型的飞机进行优先选择置换;如果没有同机型,则一个选择不同机型的飞机进行置换,同时成本需要加上 30 min 的置换成本。
- (6) 在时空网络中生成以延迟时间成本最小的目标函数。
- (7) 求解与目标函数相关的松弛线性规划问题。设置目标函数的最低界限。如果求解为整数,到步骤(9)。
- (8) 使用混合整数规划求解目标函数,得到整数解。
- (9) 根据产生的整数解,生成调度方案,并检查调度的可行性。如果不可行,则修改 time-band 的长度,回到步骤(2)。
- (10)输出调度方案,延迟成本以及最低界限。

经过计算,得到的所有航班总体的最短延误时间为 **13652** 分钟。

4.2.4 问题二的起飞时间表

见附录一中的 C10617012.xls 中的 sheet2。

4.3 问题 3

4.3.1 问题三的分析

问题三是在问题二的基础上的更深层次的延伸。在考虑不同机型间调制航班的成本的基础上,考虑飞机的载客量。在问题二中,我们优先考虑同机型的飞机之间的置换。再考虑不同机型的飞机的置换。同机型的飞机载客量相同,在不同机型之间置换时,如果置换后的飞机的载客量小于原飞机的载客量时,无法登机的乘客相当于旅客延误 2 小时的成本;如果置换后的飞机的载客量大于原飞机的载客量时,所有的乘客都能登机,

所以没有延误成本，但是实际情况下，飞机中的剩余座位会给航空公司带来额外的开销。

4.3.2 问题三的模型建立

目标函数

$$\min \sum_{k \in F} \sum_{i \in P(k)} \sum_{j \in H(k,i)} d_{ij}^k x_{ij}^k + \sum_{k \in F} c_k y_k + \sum_{k \in F} \sum_{num \in NUM} \sum_{num' \in NUM} (T(k, num) \oplus T(k, num')) \cdot (c_{ex} + c_{load}^{require} | Load(T(k, num)) - Load(T(k, num')) |)$$

其中， $T(k, num)$ 表示，k 航班的飞机尾号为 num 的具体机型， num' 表示置换后的飞机尾号，即， $T(k, num')$ 表示置换后的飞机的机型。当两个机型不同时，要加上置换成本，以及不同机型之间导致的旅客不能登机的成本。但是需要注意的是，在第三文中，只要求计算不能登机的旅客成本，但是实际中，存在这样一种情况，即：置换后的飞机的载客量为 170 大于原飞机的载客量 140，此时所有旅客都可以登机，但是置换的飞机的还剩下 30 个位置是空的，这 30 个位置的剩余对于航空公司来说会产生新的成本。由于题目没有做要求，所以我们在模型中考虑了这个问题，但是求解的时候忽略。

约束条件如下，其余约束条件见问题一的约束条件：

原飞机的载客量大于置换后的飞机的载客量：

$$Load(T(k, num)) \geq Load(T(k, num'))$$

如果原飞机的载客量小于置换后的飞机载客量，则 $c_{load}^{require} = 0$ 。若设置了飞机剩余座位的成本，则 $c_{load}^{require} = c_{load}^{new}$ 。

4.3.3 问题三的模型求解

在问题二中，我们在置换时要考虑机型问题，相比于问题一，每个需要置换的飞机，在相应的可置换飞机候选集中首选同机型的飞机，如果没有同机型再考虑其他机型，此时会多加 30 min 的置换成本。

具体算法流程如下：

- (1) 初始化，输入原始的航班调度。根据 OVS 的机场关闭时间确定可以正点落地，以及需要延迟的飞机。设置每个站点的 time-band 长度。
- (2) 将问题转化为时空网络。
- (3) 判断需要置换的飞机 A。在机场关闭时间中，原计划出发的航班需要延迟到 21 点之后进行，此时需要判断该飞机能否正常进行该航班的运行。根据触发飞机置换的条件，当某飞机到达 OVS 机场的时间与下一次原计划表的出发时间的间隔小于最小飞

- 机间隔时间 45 min 时，则认为该飞机 A 不能按照原计划表正常飞行，需要置换。
- (4) 找出当前需要置换的飞机 A 可以有哪些飞机 B 可代替 A。对于需要置换的航班计划时间，首先判断飞机 A 在此航班中计划出发的时间与其他不同飞机尾号的飞机 B 最近一次到达 OVS 机场的时间进行比较，其差值要大于最小飞机间隔时间 45 min；然后判断飞机 A 实际到达 OVS 机场的时间与该不同飞机尾号的飞机 B 在最近计划要出发的时间之差是否大于 45 min，如果大于，则认为该飞机 B 可以置换飞机 A，并且在该飞机 B 不能按照计划飞行属于它的航班时，飞机 A 同样满足置换飞机 B 的要求，双方飞机皆可无矛盾运行。
 - (5) 进行筛选同机型的飞机。如果用不同机型的飞机来置换，需要额外 30 min 的置换成本，所以在可置换飞机集合中找出同机型的飞机进行优先选择置换；如果没有同机型，则优先选择一个机型相应载客量大于需要置换的飞机 A 的载客量的飞机进行置换，如果没有载客量大的机型，则选择机型的同时，除了 30 min 的置换成本之外，还要加上剩余旅客成本，其中每个旅客按照 2 小时延误成本计算。
 - (6) 在时空网络中生成以延迟时间成本最小的目标函数。
 - (7) 求解与目标函数相关的松弛线性规划问题^[11]。设置目标函数的最低界限。如果求解为整数，到步骤(9)。
 - (8) 使用混合整数规划求解目标函数，得到整数解。
 - (9) 根据产生的整数解，生成调度方案，并检查调度的可行性。如果不可行，则修改 time-band 的长度，回到步骤(2)。
 - (10) 输出调度方案，延迟成本以及最低界限。

经过计算，得到的所有航班总体的最短延误时间为 **15812** 分钟。

4.3.4 问题三的起飞时间表

见附录一中的 C10617012.xls 中的 sheet3。

4.4 问题四

4.4.1 问题四的分析

由于不同机型间航班调整不考虑成本，旅客数据中能与调度表中的数据相关的就是航班号。因此，关于此题的建模，我们从航班号入手，根据某航班的安排时间和实际到达时间来确定航班是否延迟。由于涉及到旅客的中转，中转过程中会遇到机场不可用的情况，使得总体的延迟时间不容易计算。

假设需要中转的旅客的都可以顺利搭上下一航班。

4.4.2 问题四的模型建立

$$\min \sum_{k \in F} \sum_{i \in P(k)} \sum_{j \in H(k,i)} d_{ij}^k x_{ij}^k + \sum_{k \in F} c_k y_k + \sum_{k_1 \in F} (d_{k_1} + w_a + w_e) Psg_{k_1} \quad (4.4.1)$$

其中，

$$d_{k_1} = t_{k_1}^{A D T} - t_{k_1}^E \quad (4.4.2)$$

$$w_a = t_{k_2}^{ADT} - t_{k_1}^{AAT} \quad (4.4.3)$$

$$w_e = t_{k_2}^{EDT} - t_{k_1}^{EAT} \quad (4.4.4)$$

约束条件见问题一。

4.4.3 问题四的模型求解

飞机路线与旅客航班中转问题属于大规模组合优化问题。4.4.2 提出的模型是一个约束众多，复杂的网络时空网络优化问题。它的可行解随着航班数量、飞机数量、飞机类型、旅客数量的增加呈指数增加，目前没有较好的精确算法。而且，对于这种大规模规划问题，即便是专业优化软件，在实时决策要求的时间内获得最优解也是很难的。根据文献，可以结合贪婪算法和模拟退火算法^[13]以及 Danzig-Wolfe 算法^[14]，设计出解决飞机路线恢复使得旅客总体延误最小的求解思路。通过此种解法，可以降低算法陷入局部最优的概率，改进算法的收敛性。我们获得的最短旅客总体延误时间为 584094 分钟。

4.4.4 问题四的起飞时间表

见附录一中的 C10617012.xls 中的 sheet4。

5、模型的评价

6.1 模型的优点

本文在正确、清楚地分析了题意的基础上，建立了合理、科学的最小成本计算模型，为获得最优解提供了条件。

对于不正常航班的恢复问题进行建模的困难有两个方面。(1)延误时间不能事先确定以及时间的连续性问题。如果使用航班延误决策，不能预先确定延误时间。并且如果在

模型构建时,把延误时间作为决策变量的话,构建以成本最小的模型时将得到一个非线性模型。(2)不能准确计算延误成本,必须在确定了恢复方案后才能计算延误成本,而在恢复之前,只能对其粗略估计。我们使用时空网络模型进行建模。使用离散时空网络可以避免一个最优化问题最终变成一个难于求解的混合整数规划模型。另外,离散时空网络将问题转化为易处理的著名的多商品流问题。

我们建立的模型针对性较强,建立的模型能与实际紧密联系,结合实际情况对问题进行求解,使得模型具有很好的通用性和推广性。而且约束条件很全。这虽然增加了算法的复杂度,但是加大了算法的精确度。对于时空网络模型,现有的文献很多,模型具有坚实可靠的数学基础,很多数学理论已经证明对于飞机航班恢复的问题可以使用时空网络模型进行建模。

6.2 模型的缺点

1. 模型建立的过程中引入的变量过多,容易引起“维数灾”,且不利于编程处理。
2. 计算项目过多,联系性大,容易出现计算错误,导致全局出错;
3. 约束条件和参数设计太多。很多参数可以通过其他参数进行求解,很多求解关系未有表示清楚。由于航班恢复的问题涉及到的约束条件很多,可能会有遗漏的地方。

7. 参 考 文 献

- [1] http://www.gov.cn/shuju/2017-05/10/content_5192704.htm
- [2] Jon D. Petersen, Gustaf Sölveling, John-Paul Clarke, Ellis L. Johnson, and Sergey Shebalov (2012). An Optimization Approach to Airline Integrated Recovery. *Transportation Science*, 46(4), 482-500
- [3] Stephen J. Maher (2015). Solving the Integrated Airline Recovery Problem Using Column-and-Row Generation. *Transportation Science*, 50(1), 216-237.
- [4] 牛晓峰. 航班延误恢复模型研究[J]. 科技传播,2011,(07):84-85. [2017-09-18].
- [5] <https://link.springer.com/article/10.1023/A%3A1010987008497>
- [6] 乐美龙,王婷婷,吴聪聪. 多机型不正常航班恢复的时空网络模型[J]. 四川大学学报(自然科学版),2013,50(03):477-483. [2017-09-18].
- [7] <https://link.springer.com/article/10.1007/s12204-013-1389-y>
- [8] J. M. Rosenberger, E. L. Johnson, G. L. Nemhauser(2003). Rerouting Aircraft for Airline Recovery. *Transportation Science*, 37(4), 408-421.
- [9] Serge Bisailon, Jean-François Cordeau, Gilbert Laporte. A large neighborhood search heuristic for the aircraft and passenger recovery problem [J]. *A Quarterly Journal of Operations Research*, 2011, 9(2): 139-57.
- [10] Niloofar Jafari, Seyed Hessameddin Zegordi. Simultaneous recovery model for aircraft and passengers [J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2011, 348(7):1638-1655.
- [11] 赵秀丽 . 航空公司不正常航班恢复模型及其研究 [D]. 南京 , 航空航天大学 ,2010.
- [12] Arguello M.F.,Bard J. F.,Yu G.,Models and methods for managing airline irregular operations[J],*Inter-national Series in Operations Research*

- & Management Science, vol.9, pp,1998:1-45.
- [13] Jen C, Allan L, Jesper L, et al. Disruption management in the airline industry-Concepts, models and methods [J]. Computers&Operations Research, 2010,37:809.
- [14] Massoud B. Airline operations and scheduling[M]. 2nd ed. USA:Ashgate Publishing Limited, 2010

附 录

附录一：

附件：C10617012.xls

附录二：

MATLAB 程序代码：

1、触发置换的飞机

%相同的飞机尾号，其落地的航班与下一次要执飞的航班的间隔时间小于 45 分钟

```
n=1;m1=length(kefly);
sch_table_new1=sortrows(sch_table_new,2);
for i=1:len
    for m=1:m1
        if sch_table_new1(i,2)==1461358800+300*(m-1) %出发时间从 21:00 起飞的飞机
            num = sch_table_new1(i,7);
            Dtime = sch_table_new1(i,2);
            for j=i-1:-1:1
                if ((sch_table_new1(j,7))== num) && ((Dtime-sch_table_new1(j,3))<45*60) &&
                    ((sch_table_new1(j,5))== 1)
                    %飞机尾号 num 需要置换

                    Num(n,:)=sch_table_new1(i,:);
                    Num_weizhi(n,:)=i;
                    n=n+1;
                    break;
                else
                    continue;
                end
            end
        end
    end
```

```

        end
    end
end
Num(:,9)= Num_weizhi(:,1);

```

2、可以置换的飞机集合

```

cnt1=1;cnt2=1;
[r0,c0]=size(sch_table_new1);c0=c0+1;
sch_table_new1(:,c0)=0;
for i=1:len
    if sch_table_new1(i,5) == 1          %到达机场为 OVS
        sch_table_new1(i,9)=10;
        a(cnt1,:)=sch_table_new1(i,:);
        cnt1=cnt1+1;
    end
    if sch_table_new1(i,4) == 1          %起飞机场为 OVS
        sch_table_new1(i,9)=20;
        aa(cnt2,:)=sch_table_new1(i,:);
        cnt2=cnt2+1;
    end
end
end
No_zhihuan_num=zeros(300,20);
for i=1:length(Num(:,1))                %1:19
    cnt=1;
    for p=1:length(a(:,1))              %1:377
        if (a(p,7)~=Num(i,7)) %&&(a(p,6)==Num(i,6))    %机型相同，飞机尾号不同
            c(cnt,:)=a(p,:);
            b(cnt,:)=(a(p,3)-Num(i,2))/60;    %分钟
            d(cnt,:)=(a(p,2)-Num(i,2))/60;    %分钟
            cnt=cnt+1;
        end
    end
end
n=1;
for j=1:length(b(:,1))                  %1:45
    if d(j,:)>=0
        continue;
    else

```

```

        if b(j,:)>-45
            No_zhihuan_num(n,i)=c(j,7);
            n=n+1;
        end
    end
end
end
%一个约束条件之后可以置换的飞机
zhihuan_num=zeros(300,20);
for i=1:length(Num(:,1))    %1:19
    cnt=1;
    for j=1:length(airplane)    %1:151
        q =ismember(airplane(j),No_zhihuan_num(:,i)) || ismember(airplane(j),Num(:,7));
        if (q==0)
            zhihuan_num(cnt,i)=airplane(j);
            cnt=cnt+1;
        end
    end
end
end
%用第二个约束条件进行筛选
for i=1:length(Num(:,1))        %1:5    需要置换的飞机个数 A
    %找飞机 A 上次相比于 31 实际落地时间
    for j=Num(i,9)-1:-1:1
        if (sch_table_new1(j,7))== Num(i,7)
            time_arrive_A = sch_table_new1(j,3);
            break;
        else
            time_arrive_A =0;
        end
    end
end
%找飞机 B 下次相比于 31 实际出发时间
for n=1:length(zhihuan_num(:,i))    %可以置换的飞机数目 B
    for m=Num(i,9)+1:len
        if  zhihuan_num(n,i)==sch_table_new1(m,7)
            time_fly_B = sch_table_new1(m,2);
            break;
        else

```

```
        continue;
    end
end
differtime_BA = (time_arrive_A-time_fly_B)/60;
if differtime_BA>-45
    zhihuan_num(n,i)=0;          %认为该飞机不满足第二个约束条件，不能用来置换 A
end
end
end
```