

参赛密码 \_\_\_\_\_  
(由组委会填写)



## 第十一届华为杯全国研究生数学建模竞赛

题 目 无线通信中的快时变信道建模

### 摘 要：

本文研究了本赛题的所有问题：使用基扩展模型估计快变信道参数，并对多种基扩展模型进行性能分析；研究多普勒频移对基扩展模型准确度的影响；探讨并改进了构建多径瑞利信道的方法；讨论了信号通过多径时变瑞利信道的处理方法；搭建了 OFDM 通信仿真系统，并分别用 LS 法、LMMSE 法、SVD 法设计了基于块状导频技术估计的信道均衡器。

问题一中，给出了 6 种 BEM 的模型，分别是傅里叶基扩展 (CE-BEM)、过采样基扩展 (OCE-BEM)、余弦基扩展 (C-BEM)、多项式基扩展 (P-BEM)、卡-洛基扩展 (KL-BEM)、离散椭圆基扩展 (DPS-BEM)。对所给的实测数据进行分块处理，每块取部分数据分别用 6 种 BEM 模型进行整体数据的预测。最后得出结论：6 种模型都能预测出整体数据，其中 P-BEM、KL-BEM 与 DPS-BEM 的 NMSE 较其他模型更小，例如 3 阶 P-BEM 相较 CE-BEM 有近 40dB 的误差优势；但是它们复杂度比其它模型高；而 CE-BEM、C-BEM、OCE-BEM 复杂度相对较低，但估计性能较差；因此需要在估计准确度与算法复杂度之间做权衡。

问题二中，研究了多普勒频移对 BEM 模型准确度的影响，得出结论是运动速度越大，BEM 模型的 NMSE 越大。使用 Clarkes 模型构建了一个非宽平稳、非各态遍历的瑞利信道，还采用了改进型 Jakes 模型，该模型的二阶统计特性满足题目设计的基本要求。最后使用 BEM 模型很好的预测了构建的瑞利信道，例如利用 3 阶 KL-BEM 预测时的 NMSE 可低至 -57dB。

问题三搭建了基于 OFDM 的无线多径通信仿真系统，接收机成功的解码出了误码率较低的二进制比特流数据。在接收机的信号均衡模块，采用了基于块导频的多径信道估计技术，并分别用最小平方(LS)法、线性最小均方误差(LMMSE)法、奇异值分解(SVD)法对信道进行估计，比较 BER 曲线，得出 LMMSE 法的性能相对较优的结论。

本文的创新点在于：仿真对比了多种 BEM 模型，在比较 NMSE 的基础上，还考虑了预测数据与原始数据幅度、相位的误差以及多种速率下的性能。使用两种方法构建瑞利信道，通过计算其二阶统计特性中的各种参数验证了两种模型的正确性。并将 BEM 模型运用到构建的瑞利信道中，最终得到良好的预测性能。

**关键词:**基扩展模型 分块处理 改进型 Jakes 模型 OFDM 信道均衡

## 1. 问题重述

在题目提供的背景材料以及自行查阅相关文献资料的基础上,请你们的团队探索研究下列问题。要求写出建模的过程及所用算法说明,并附上所用的程序(C/C++/Java/Matlab 等)。

1. 数据文件 1 给出了某信道的测试参数(运动速度 180Km/h,载波频率 3GHz,信道采样频率 200KHz),请建立数学模型,在保持一定的准确度的情况下,把测试数据中的部分数据通过所建模型计算获得,从而减少实际数据的测试量(即利用部分测试数据通过所建模型预测整体数据,实测数据量越少越好)。用图表方式展示原始数据与计算结果的误差,并分析模型所用算法的复杂度。

2. 多普勒效应引起信道的变化,在载波频率一定的情况下,变化的程度与相对速度有关<sup>[1][2]</sup>。数据文件 2、3、4 分别是载波频率为 3GHz 时,信道在不同速度 90Km/h、270Km/h、450Km/h 时的测试数据(信道采样频率是 200KHz)。请对这些数据进行分析,探索运动速度对第一问你们所建模型准确度影响的规律。在通信研究过程中经常会采用仿真的方法产生信道数据,如果多径衰落信道相互独立,幅度服从瑞利(Rayleigh)分布,相位服从均匀分布<sup>[3]</sup>,如何对多径时变传输信道建模?信道相关的参数(多径数、多径延迟、多径衰减增益等)可参见文献[4]附录 B(见附件)。描述信道建模的过程,并利用所建信道模型产生的仿真数据,验证前面你们所建模型在减少测试数据方面的效果。

3. 在一个通信系统中,为适应无线信道的特点,信号在信道传输过程中还涉及到数字调制和解调过程<sup>[1][2]</sup>,在信道传输前,在调制过程中二进制序列信号要调制为复数序列,以适合无线信道传输。常用的数字调制方式有 QAM 调制,可以用星座图直观表示。

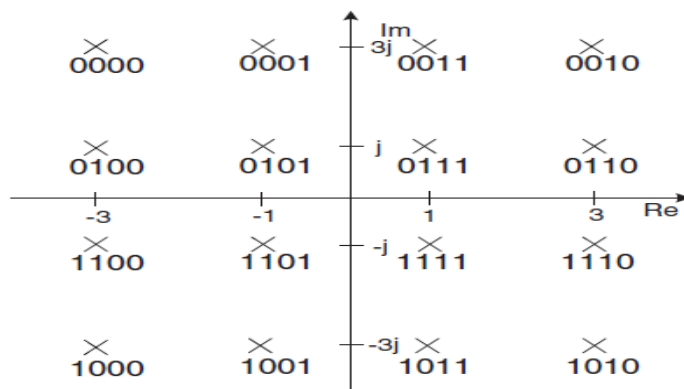


图 1.1 16QAM 星座图

图 1.1 为 16QAM 星座图,可以把 4 位二进制数按顺序转换为相应的复数(如 0000 转换为  $-3+3j$ ),并与载波信号相乘后送入信道。接收端接收到复数信号后进行载波解调后解码(即按逆变换将  $-3+3j$  转换为 0000),恢复二进制序列。

根据实际信道受噪声影响的情况,对题 1 和题 2 中涉及的信道增加 AWGN 噪声,SNR 的取值参考范围从 0 到 40dB。自行定义任意输入信号,进行数字调制及解调,信道参数采用前面所建减少信道数据测试频度的模型,分析 SNR 与 BER 之间的关系。

## 2. 问题一的数学模型

### 2.1 模型假设

在无线通信中，高的数据传输速率需要更宽的带宽，增加带宽会使得采样间隔小于信道的时延扩展，导致信道的频率选择性衰落。而移动终端的高速移动，使得多普勒频移增大，信道条件在短时间内发生快速变化，产生时间选择性衰落。因此，对于宽带通信系统而言，快时变信道意味着频域和时域的双重选择性。针对无线通信中的这种快时变信道，本文采用基扩展（BEM）的信道模型来模拟时频域的双选特性，特别是对具有大的时延和多普勒扩展的快时变信道。

BEM 模型采用有限个基函数的线性组合来描述一定时间（通常为一个传输块）内的时变信道，本论文下面的讨论都是基于一个传输符号块来考虑模型。

假设  $h(n,l)$  是第  $l$  径在  $n$  采样时刻的信道冲击响应，利用 BEM 模型来表示时变信道的冲击响应：

$$h(n,l) = \sum_{q=0}^Q g_q(l) b_q(n) \quad (2.1)$$

其中， $n=0,1,\dots,N-1$ ， $l=0,1,\dots,L-1$ ， $N$  为一个传输符号块内的采样点数， $L$  为信道抽头数； $b_q$  为  $N \times 1$  的基函数向量， $q=0,1,\dots,Q$ ； $g_q(l)$  是第  $l$ th 个时变抽头的第  $q$ th 个 BEM 系数， $Q$  为 BEM 模型的阶数， $Q$  通常取值为  $Q = 2 \lceil f_{\max} N t_s \rceil$ 。

$t_s$  为取样的时间间隔， $L := \lceil \tau_{\max} / t_s \rceil$ ， $\tau_{\max}$  为最大时延。

对于一个传输符号块时间内的信道响应，BEM 系数保持不变，而基函数是随时间而发生变化的。用 BEM 模型来描述信道的时域响应  $h(n,l)$ ，相当于将复杂度从  $NL$  降到了  $(Q+1)L$ （一般来说  $Q+1 \ll N$ ）。用较少数量的基函数系数就可以描述一段时间内的时变多径信道，这样的描述方式对于信道估计来说也是非常有必要的，可以减少待估计的信道参数，降低信道估计的复杂度。应用 BEM 模型描述多径时变信道时，一般有以下两个假设：

- 参数  $L$ ， $Q$ ， $\tau_{\max}$ ， $f_{\max}$  是已知的，并且是有限，同时满足： $2\tau_{\max} f_{\max} < 1$ ；
- BEM 系数  $g_q(l)$  为零均值复高斯随机变量。

式（2.1）是用 BEM 模型描述时变信道的通用表达式，可以选择不同的基函数建立不同的基扩展模型。

### 2.2 复指数 BEM 模型（CE-BEM）

复指数 BEM（CE-BEM）<sup>[5]</sup>采用傅里叶基作为基函数，是一种较为常用的 BEM，它的基函数可以表示为

$$b_q(n) = e^{j\omega_q n} \quad (2.2)$$

其中,  $\omega_q = 2\pi(q - Q/2)/N$ 。由此, 可以将信道的冲击响应写为

$$h(n, l) = \sum_{q=0}^Q g_q(l) e^{j\omega_q n} \quad (2.3)$$

CE-BEM 具有简单的基函数, 且其描述的信道在频域响应近似带状结构, 对信道估计有重要的意义, 很多算法的都是利用 CE-BEM 模型结构的特殊性的优点。但是在建模过程中分辨率达不到要求时会导致建模误差较大, 从而导致信道的频谱泄漏, 引起吉布斯效应, 本文可以通过后面的仿真结果得到该结论。为了避免 CE-BEM 的频谱泄漏现象, 增加频率分辨率, 文献[6]采用了过采样的技术, 过采样 OCE-BEM 的基函数是在 CE-BEM 的基础上加以修改得到的, 周期为 CE-BEM 的 P 倍, 即  $\omega_q = 2\pi(q - Q/2)/PN$ 。

为了进一步降低运算复杂度, 提出了余弦基函数来简化傅里叶基函数

$$b_q(n) = \cos(\pi q \frac{2n+1}{2N}) \quad (2.4)$$

### 2.3 多项式 BEM 模型 (P-BEM)

多项式 BEM (P-BEM) [7] 由泰勒级数展开并近似得到, 其基函数为:

$$b_q(n) = (n - \frac{N}{2})^q \quad (2.5)$$

上式采用单一的多项式, 在信道变换比较平缓的时候模型误差较小。P-BEM 模型对多普勒扩展比较敏感, 在高的多普勒扩展下性能下降比较明显。

### 2.4 卡-洛基函数 BEM 模型 (KL-BEM)

KL-BEM 模型是在均方误差 (Minimum Mean Square Error, MMSE) 准则下的最优模型, 计算 KL-BEM 模型的基函数, 首先要构造一个核矩阵 C, 矩阵 C 是任意一个信道抽头的归一化协方差矩阵:

$$C_l = E\{h_l h_l^H\} / \sigma_L^2 \quad (2.6)$$

基函数  $b_q$  是矩阵 C 的第 q 个特征向量, 其中特征值按照从大到小的顺序排列,

$$C b_q = \lambda_q b_q \quad (2.7)$$

KL 模型实际上是多普勒谱的降秩分解, 对 C 进行奇异值分解, 得到

$$C_l = U_l \Lambda_l V_L \quad (2.8)$$

$$\Lambda_l = \begin{bmatrix} \lambda_{0,1} & & & \\ & \lambda_{1,1} & & \\ & & \ddots & \\ & & & \lambda_{N,1} \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

其中， $\Lambda_l$ 是由矩阵 $C_l$ 的特征值按照从大到小的顺序组成的对角阵， $U_l$ 为各特征值对应的特征向量所组成的矩阵，基函数矩阵为

$$B = U_l(:, 1:(Q+1)) \quad (2.10)$$

这就要求在使用 **KL-BEM** 信道建模时必须已知信道相关矩阵，也就是需要知道信道的统计特性。本文选择了最为常用的 **Jakes** 模型作假设，可知其对应的相关函数为

$$E\{h(n,l)h^*(n-m,l)\} = \delta_l^2 J_0(2\pi m f_{\max} t_s) J_0(\bullet) \quad (2.11)$$

其中 $\delta_l^2$ 为第 $l$ 条路径的方差， $J_0(\bullet)$ 为零阶贝塞尔函数。

## 2.5 椭圆基函数 BEM 模型 (DPS-BEM)

上面介绍的 **KL-BEM** 模型在均方误差意义上是最优的，但这种方法需要信道的多普勒功率谱满足特定的形状，如果实际信道不能满足此条件，则会引起性能的降低。**DPS-BEM** 近似适用于所有信道特性，它采用矩阵功率谱来达到次优的性能，其对应的 $N \times N$ 阶矩阵 $C$ 为

$$[C]_{n,m} = \frac{\sin(2\pi(n-m)f_{\max}t_s)}{\pi(n-m)} \quad (2.12)$$

基函数 $b_q$ 同样满足(2.7)式，**DPS**序列是一系列正交的球函数，有很强的能量集中性。利用 **DPS-BEM** 模型来描述时变信道，无论是在多普勒频移较高或者较低的情况下，都有比较好的性能。

总结可知，基扩展信道建模的基本原理只需要估计少量的 **BEM** 基系数，而不必估计大量的信道参数，从而降低信道估计的运算量和复杂度，这样可以利用少量的导频符号便能较为准确的估计快速时变信道，同时尽可能的减少信道衰落快慢对信道估计的影响。对几种 **BEM** 的基扩展模型总结如下表所示：

表 2.1 BEM 的基扩展模型

基扩展模型	复指数 CE	过采样 OCE	余弦 C
参数	$b_q(n) = e^{j\omega_q n}$ ,	$\omega_q = 2\pi(q - Q/2)/PN$	$b_q(n) = \cos(\pi q \frac{2n+1}{2N})$

	$\omega_q = 2\pi(q - Q/2)/N$		
优点	简单、有利于信道估计	提高系统的频率分辨率	运算复杂度低
缺点	频谱泄露、吉布斯效应、拟合性能差		
基扩展模型	多项式 P	卡洛 KL	椭圆 DPS
参数	$b_q(n) = (n - \frac{N}{2})^q$	$B = U_l(:, 1:(Q+1))$	$[C]_{n,m} = \frac{\sin(2\pi(n-m)f_{\max}t_s)}{\pi(n-m)}$
优点	多普勒扩展较低时性能良好、边缘误差较 CE 好		近似适用所有信道
缺点	对多普勒扩展敏感	预先知道信道统计特性	

### 3. 问题一求解

根据给出的某信道的测试参数选择上述 6 种模型对信道进行建模，仿真观察了不同的基函数阶数(即  $Q$  值)下，各模型 NMSE 的大小及随  $Q$  值的变化情况，并给出了 6 种模型原始数据与仿真数据幅度和相位的对比图，最后对 6 种模型的复杂度进行了分析，并给出了各模型的复杂度随  $Q$  值变化的对比曲线图。

#### 3.1 原始数据与仿真结果的误差

已知信道的测试参数为：运动速度  $v=180\text{Km/h}$ ，载波频率  $f_c=3\text{GHz}$ ，信道采样频率  $f_s=200\text{KHz}$ ；由此可以计算出相应的最大多普勒频移  $f_{d\max}=v*f_c/c=500\text{Hz}$ 。分别采用复指数 CE-BEM、过采样 OCE-BEM、余弦 C-BEM、多项式 P-BEM、卡洛基函数 KL-BEM 和椭圆 DPS-BEM 建模，其中过采样倍数  $P=2$ 。并对数据进行分块处理，每个数据块的数据点数设为  $b_n=80$  个点，用于预测估计的数据点  $N=25$  个点，得到如图 3.1 的仿真曲线，并将不同的建模阶数  $Q$  下，不同 BEM 建模方法的 NMSE 值记录到表 3.1 中。

图 3.1 表示不同扩展基建模结果与实际数据的 NMSE 随着基函数阶数  $Q$  的变化曲线。

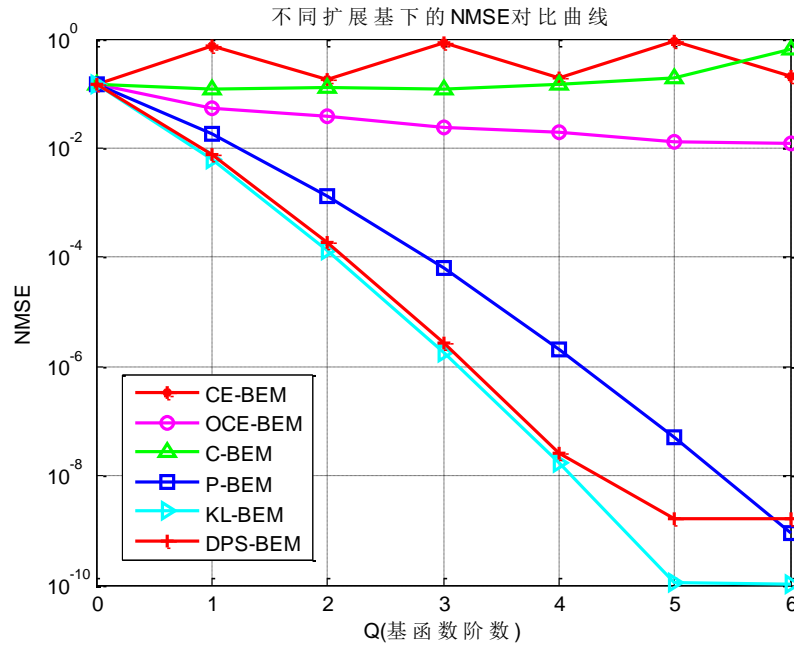


图 3.1 基扩展信道建模归一化均方误差比较

由图所示，各种 BEM 建模下的 NMSE 随  $Q$  值的变化趋势各不相同，由此可对不同扩展基下的 NMSE 曲线变化情况做出如下总结：

**结论一：** 移动速度为  $80\text{Km/h}$ ，最大多普勒频移为  $500\text{Hz}$  时，CE-BEM 模型的归一化误差基本不随建模阶数  $Q$  的增加而减小，且归一化误差略大；OCE-BEM 模型和 C-BEM 模型的归一化误差随着  $Q$  值的增加而变化不大；P-BEM、DPS-BEM、KL-BEM 模型的归一化误差曲线随着  $Q$  值的增加而减小。

**结论二：** 在相同信道建模阶数条件下，几种 BEM 建模中，P-BEM、DCT-BEM、



KL-BEM 模型的归一化误差性能优于 OCE-BEM、C-BEM 以及 CE-BEM，其中 CE-BEM 模型的性能最差；而当 Q 值小于等于 5 时，在较优的三种建模方法中，KL-BEM 体现出了良好的估计性能，DPS 次之；Q=6 时，P-BEM 的性能逐渐接近 KL-BEM。因此，合理地选取信道建模阶数对信道建模有一定的影响。

由以上结论可知：

- 1) 由于 KL-BEM 和 DPS-BEM 利用了信道的统计特性，所以它们的 NMSE 最小；
- 2) OCE 与 CE 相比，由于分辨率的提高，所以 OCE-BEM 性能优于 CE-BEM；
- 3) 对不同的 BEM 模型，基本遵循：

$$NMSE_{KL} < NMSE_P < NMSE_{OCE} < NMSE_C < NMSE_{CE}$$

表 3.1 不同信道建模阶数 Q 下，不同 BEM 建模方法的 NMSE 值 (dB)

Q	0	1	2	3	4	5	6
CE	<u>-8.215</u>	-1.173	-7.485	-0.660	-7.713	-0.425	-7.000
OCE	-8.215	-12.796	-14.046	-16.347	-17.005	-18.753	<u>-19.189</u>
C	-8.215	<u>-9.098</u>	-8.872	<u>-9.099</u>	-8.300	-7.259	-1.803
P	-8.215	-17.370	-28.701	-41.959	-56.814	-73.024	<u>-90.427</u>
KL	-8.190	-22.200	-38.684	-57.369	-77.766	-99.642	<u>-99.789</u>
DPS	-8.206	-21.256	-37.349	-55.738	-75.928	-87.755	<u>-87.794</u>

表 3.1 记录了不同 Q 值下，不同 BEM 建模方法的 NMSE 值，其中下划线的数据表示所对应的 BEM 建模方法下 NMSE 的最小值。

下一步，本文对各种 BEM 模型下的估计值与实际值的幅度和相位进行了仿真对比，仿真结果如图 3.2-3.7 所示，它们分别表示 CE-BEM、OCE-BEM、C-BEM、P-BEM、KL-BEM、DPS-BEM 建模下估计值与实际值的比较。

图 3.2 表示 CE-BEM 建模预测值与实际值的幅度与角度对比曲线。

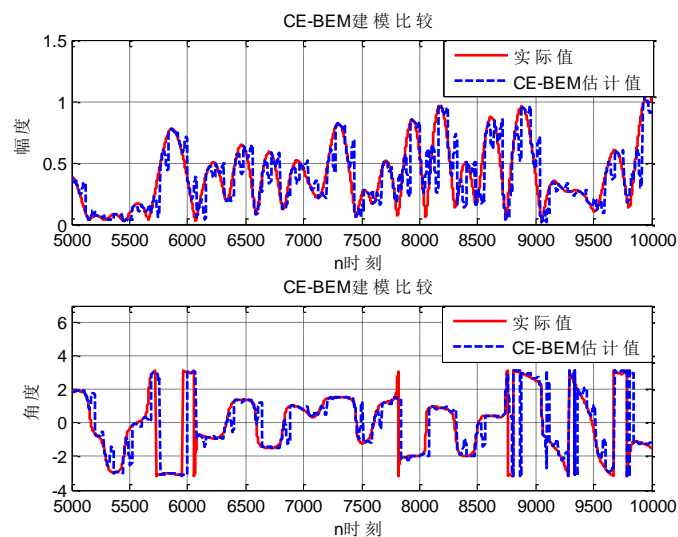


图 3.2 CE-BEM 建模下的信道估计值与实测值比较

图 3.3 表示 OCE-BEM 建模预测值与实际值的幅度与角度对比曲线。

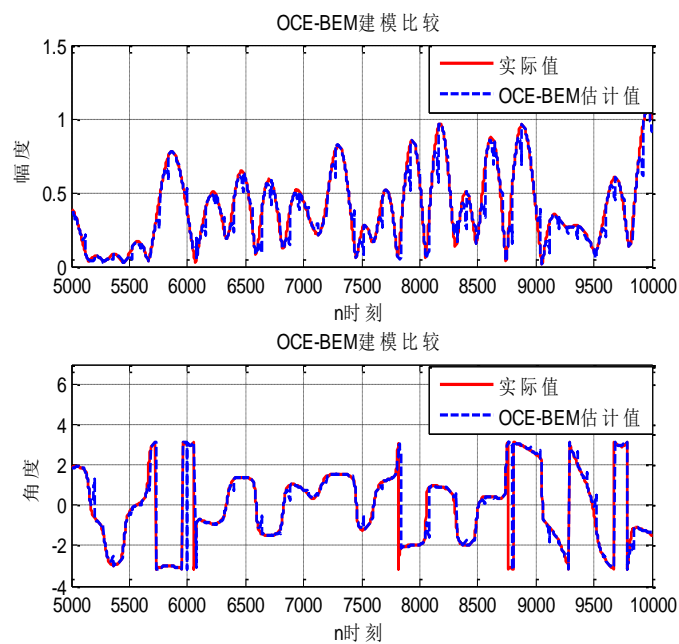


图 3.3 OCE-BEM 建模下的信道估计值与实测值比较

图 3.4 表示 C-BEM 建模预测值与实际值的幅度与角度对比曲线。

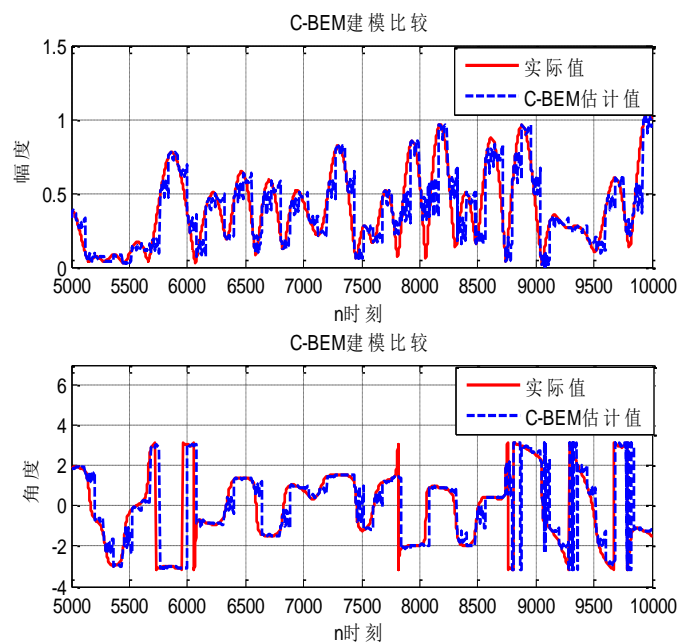


图 3.4 C-BEM 建模下的信道估计值与实测值比较

图 3.5 表示 P-BEM 建模预测值与实际值的幅度与角度对比曲线。

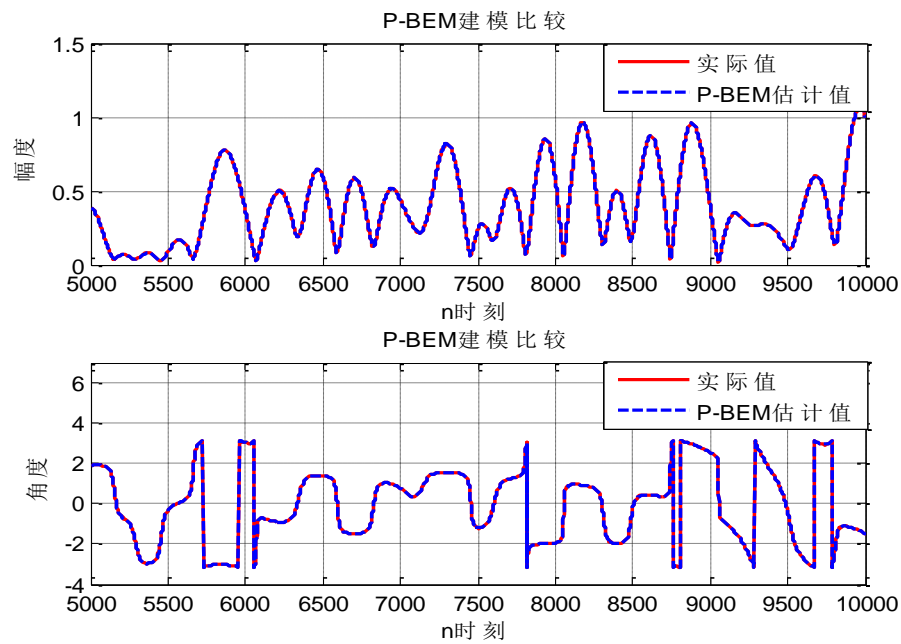


图 3.5 P-BEM 建模下的信道估计值与实测值比较

图 3.6 表示 KL-BEM 建模预测值与实际值的幅度与角度对比曲线。

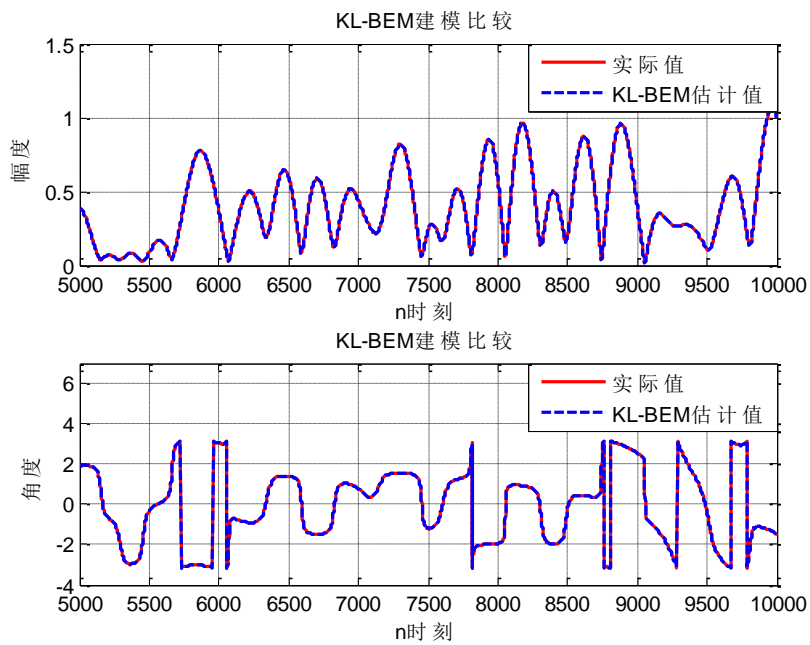


图 3.6 KL-BEM 建模下的信道估计值与实测值比较

图 3.7 表示 DPS-BEM 建模预测值与实际值的幅度与角度对比曲线。

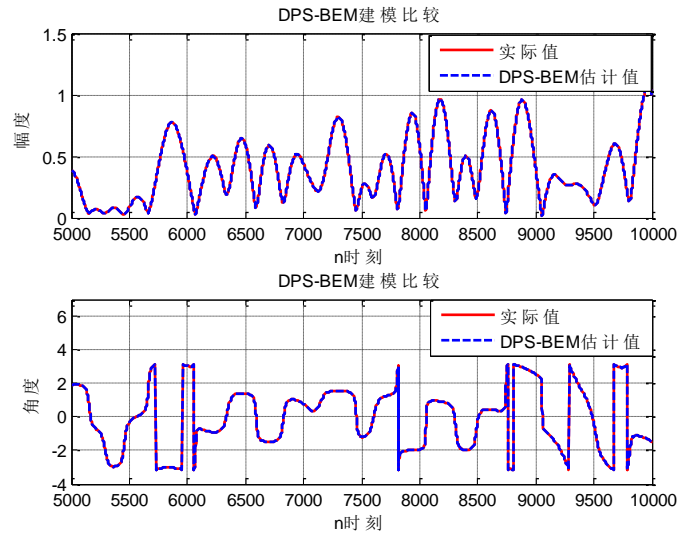


图 3.7 DPS-BEM 建模下的信道估计值与实测值比较

观察上述各种建模下的拟合曲线，也可以验证模型的准确度。可以清楚地看到 P-BEM、KL-BEM、DPS-BEM 拟合曲线与实际测量值几乎完全重合，从而证明了三种估计算法的准确性；而 CE-BEM、OCE-BEM、C-BEM 的拟合曲线与实际测量值有一定的出入，其中 CE 和 C 的估计误差较为明显，这为本文第二题的模型选择提供了参考标准。

### 3.2 复杂度理论分析

本文主要研究了几种 BEM 模型完成单条链路时需要的复数乘法次数以及所需要的复数存储空间。

两个复数相乘必须经过 4 次实数相乘，一个实数与一个复数相乘经过 2 次实数相乘与两次复数相乘，所以规定实数与实数相乘乘法次数为复数与复数相乘乘法次数的 0.25，实数与复数相乘得乘法次数为复数与复数相乘乘法次数的 0.5。实数的存储空间为复数的 0.5<sup>[8]</sup>。

表 3.2 给出了 CE-BEM 建模复杂度的分析。

表 3.2 CE-BEM 复杂度分析

假定基函数阶数为 $Q$ ，每路共 $n$ 个数据，取 $N$ 个信道参数进行信道估计，对单条路径而言，第一次计算系数系数矩阵 $G_l$			
步骤	描述	复数乘法	复数存储空间
1	计算基函数矩阵 $B[N, Q]$ ，并存储	$N*Q$	$N*Q$
2	取 $N$ 个信道参数 $h_l$ ，并存储	无	$N*1$
3	a. 求基矩阵的广义逆 b. 与信道矩阵相乘	$Q*N*N$ $Q*N$	$Q*1$

	计算系数矩阵 $G_l$ 并存储		
后续计算每次需要计算基函数，并与系数矩阵相乘得到估计信道 $\tilde{h}_l$ ，重复 $n/N-1$ 次			
1	a. 计算基函数 b. 计算得出 $\tilde{h}_l$ 并存储	$N*Q$ $N*Q$	$N*1$

使用 CE-BEM 模型时，计算并存储每条路径需  $Q(2n+N*N)$ 次复数乘法，需  $Q*N+Q+n$  个复数存储空间,时间复杂度量化为  $o(N*N)$ 。

表 3.3 给出了 C-BEM 建模复杂度的分析。

表 3.3 C-BEM 复杂度分析

假定基函数阶数为 $Q$ ，每路共 $n$ 个数据，取 $N$ 个信道参数进行信道估计，对单条路径而言，第一次计算系数矩阵 $G_l$			
步骤	描述	复数乘法	复数存储空间
1	计算基函数矩阵 $B[N,Q]$ ,并存储	$1/4N*M$	$1/2N*Q$
2	取 $N$ 个信道参数 $h_l$ ，并存储	无	$N*1$
3	a. 求基矩阵的广义逆 b. 与信道矩阵相乘 计算系数矩阵 $G_l$ 并存储	$1/4Q*N*N$ $1/2Q*N$	$Q*1$
后续计算每次需要计算基函数，并与系数矩阵相乘得到估计信道 $\tilde{h}_l$ ，重复 $n/N-1$ 次			
1	a. 计算基函数 b. 计算得出 $\tilde{h}_l$ 并存储	$1/4N*Q$ $1/2N*Q$	$N*1$

使用 C-BEM 模型需要  $1/4Q(n+N*N)$ 复数乘法，需要  $0.5Q*N+Q+n$  个复数存储空间,时间复杂度量化为  $o(N*N)$ 。

表 3.4 给出了 DPS-BEM 建模复杂度的分析。

表 3.4 DPS-BEM 复杂度分析

假定基函数阶数为 $M$ ，每路共 $n$ 个数据，取 $N$ 个信道参数进行信道估计，对单条路径而言，第一次计算系数矩阵 $G_l$			
步骤	描述	复数乘法	复数存储空间
1	a. 使用矩形谱函数估算信道参数的自相关值 b. 由自相关值构成协方差矩阵 c. 对协方差矩阵进行 SVD 分解得 d. 到基函数矩阵 $B[N, M]$ ;	$1/2N$  $1/4Q*N*N$	$1/2N*1$  $1/2N*Q$
2	取 $N$ 个信道参数 $h_l$ ，并存储	无	$N*1$
3	a. 求基矩阵的广义逆 b. 与信道矩阵相乘 c. 得到系数矩阵 $G_l$ 并存储	$1/4Q*N*N$ $1/2Q*N$	$Q*1$
后续计算需要每次计算自相关值，并构成协方差矩阵，进行 SVD 分解得基函数，并与系数矩阵相乘得到估计信道 $\tilde{h}_l$ ，重复 $n/N-1$ 次			
1	a. 使用矩形谱函数估算信道参数的自相关值 b. 由自相关值构成协方差矩阵 c. 对协方差矩阵进行 SVD 分解得到基函数矩阵 $B[N, Q]$ ;	$1/2N$  $1/4Q*N*N$	
2	基函数矩阵与系数矩阵相乘得 $\tilde{h}_l$ 并存储	$1/2Q*N$	$N*1$

使用 DPS-BEM 模型需要  $1/4Q(N*n+N*N+2n)$  次复数乘法，需要  $1/2QN+N/2+M+n$  个复数存储空间，时间复杂度量化为  $o(N*n)$ ；

表 3.5 给出了 P-BEM 建模复杂度的分析。

表 3.5 P-BEM 复杂度分析

假定基函数阶数为 $Q$ ，每路共 $n$ 个数据，取 $N$ 个信道参数进行信道估计，对单条路径而言，第一次计算系数矩阵 $G_l$			
步骤	描述	复数乘法	复数存储空间
1	计算基函数矩阵 $B[N, Q]$ , 并存储	$1/8Q(Q+1)*N$	$1/2N*Q$
2	取 $N$ 个信道参数 $h_l$ ，并存储	无	$N*1$
3	a. 求基矩阵的广义逆 b. 与信道矩阵相乘 计算系数矩阵 $G_l$ 并存储:	$1/4Q*N*N$ $1/2Q*N$	$Q*1$
后续计算每次需要计算基函数，并与系数矩阵相乘得到估计信道 $\tilde{h}_l$ ，重复 $n/N-1$ 次			
1	c. 计算基函数 d. 计算得出 $\tilde{h}_l$ 并存储	$1/8Q(Q+1)*N$ $1/2N*Q$	$N*1$

使用 P-BEM 模型需要  $1/8Q(n*Q+2*N*N+5n)$  次复数乘法，需要  $1/2QN+N/2+M+n$  个复数存储空间,时间复杂度量化为  $o(N*N)$ ；

表 3.6 给出了 KL-BEM 建模复杂度的分析。

表 3.6 KL-BEM 复杂度分析

假定基函数阶数为 $Q$ ，每路共 $n$ 个数据，取 $N$ 个信道参数进行信道估计，对单条路径而言，第一次计算系数矩阵 $G_l$			
步骤	描述	复数乘法	复数存储空间
1	a. 使用贝塞尔函数估算信道参数的自相关值 b. 由自相关值构成协方差矩阵 c. 对协方差矩阵进行 SVD 分解	$1/2N*500$  $1/4Q*N*N$	$1/2N*1$  $1/2N*Q$

	得到基函数矩阵 $B[N, Q]$ ;		
2	取 $N$ 个信道参数 $h_l$ ，并存储	无	$N*1$
3	a. 求基矩阵的广义逆 b. 与信道矩阵相乘 c. 得到系数矩阵 $G_l$ 并存储	$1/4Q*N*N$ $1/2Q*N$	$Q*1$
后续计算需要每次计算自相关值，并构成协方差矩阵，进行 SVD 分解得基函数，并与系数矩阵相乘得到估计信道 $\tilde{h}_l$ ，重复 $n/N-1$ 次			
1	a. 使用贝塞尔函数估算信道参数的自相关值 b. 由自相关值构成协方差矩阵 c. 对协方差矩阵进行 SVD 分解得到基函数矩阵 $B[N, Q]$ ;	$1/2N*500$ $1/4Q*N*N$	
2	基函数矩阵与系数矩阵相乘得 $\tilde{h}_l$ 并存储	$1/2Q*N$	$N*1$

使用 KL-BEM 模型需要  $1/4Q(N*N+N*n+2n)+250n$  复数乘法次，需要  $1/2QN+N/2+Q+n$  个复数存储空间，时间复杂度量化为  $o(N*n)$ 。

综上所述，KL-BEM 与 DPS-BEM 的时间复杂度最大，可量化为<sup>[9]</sup>  $o(N*n)$ ；而 P-BEM, C-BEM 与 CE-BEM 的时间复杂度差距不多，都可以量化为  $o(N*N)$ 。（ $N$  与  $n$  差一个数量级）；而空间复杂度相差不大。



图 3.8 表示复杂度仿真的仿真曲线，仿真参数为建模阶数  $Q$  取 9，用于估计的信道采样点数  $N=1000$ ，信道数据总点数  $n=20000$ ；

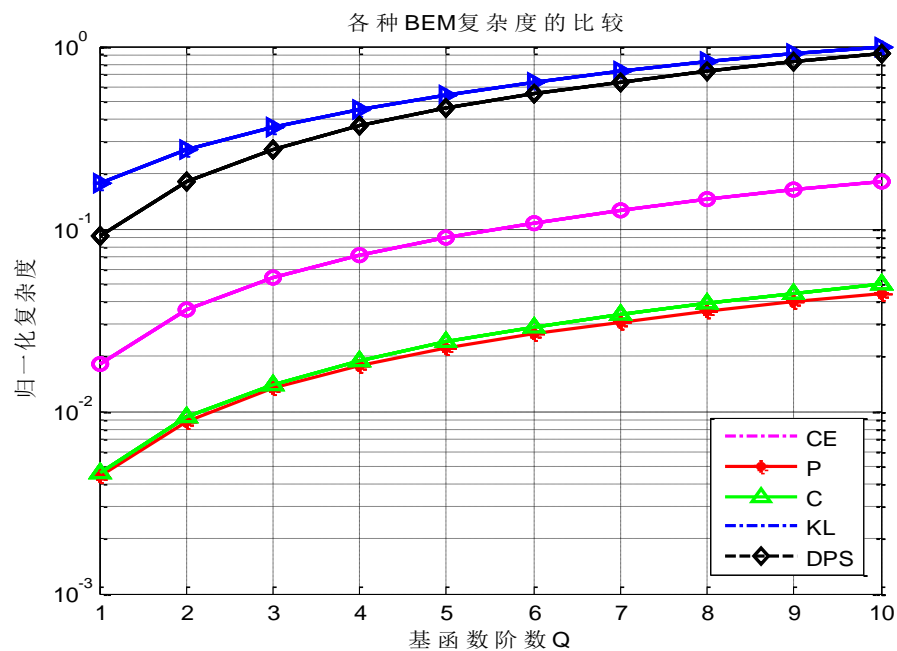


图 3.8 各 BEM 模型复杂度

由各 BEM 模型的复数乘法计算量得到，在 MATLAB 进行仿真得到上图，由上图可以得出：

- 1) 各 BEM 的复数乘法计算量与阶数  $Q$  线性相关；
- 2) 时间复杂度： $KL > DPS > CE > C > P$ 。

## 4. 问题二求解

### 4.1 多普勒频偏

当移动终端在运动中，特别是在高速情况下通信时，移动终端和基站接收端的信号频率会发生偏移，称为多普勒效应<sup>[10]</sup>。多普勒效应所引起的频移称为多普勒频移，其计算公式下式所示：

$$f_d = f_c / c \times v \times \cos \theta \quad (4.1)$$

式中  $f_c$  表示载波频率， $c = 3 \times 10^8 m/s$  为光速， $v$  是移动台的速度， $\theta$  是入射波相对于移动方向的角度。

用户移动方向和电磁波传播的方向相同时，多普勒频移为正；移动台远离基站方向移动时，频率为负。

多普勒频移量会影响第一问中的 BEM 模型的阶数  $Q$ ：

$$Q = 2 \lceil f_{d\max} T_s \rceil \quad (4.2)$$

其中  $f_{d\max}$  为最大多普勒频移，可以表示为  $f_c v / c$ 。

移动终端在运动中还会影响 BEM 基函数，下表列出了移动速度对 CE, KL, DPS 基函数的影响。

表 4.1 表示移动台运动速度对 BEM 基函数的影响。

表 4.1 终端运动对 BEM 基函数的影响

CE-BEM	$b_q(n) = e^{j\omega_q n}, \quad \omega_q = (2\pi v / \lambda) \cos(2\pi q / Q)$
KL-BEM	$E\{h_l(n)h_l^*(n-m)\} = \sigma_l^2 J_0(2\pi m f_{d\max} T_s)$
DPS-BEM	$E\{h_l(n)h_l^*(n-m)\} = \sigma_l^2 \frac{\sin(2\pi m f_{d\max} T_s)}{\pi m}$

在第二问中，对环境的参数作了如下的假设：载波  $f_c = 3GHz$ ，信道采样频率  $f_s = 200KHz$ ，分别在终端移动速度为 90Km/h、270Km/h、450Km/h 下进行仿真，得到的仿真图如下所示，并将不同运动速度下即不同多普勒频移下，不同 BEM 建模方法的 NMSE 值记录到表 4.2 中。

表 4.2 不同运动速度下，不同 BEM 建模方法的 NMSE 值 (dB)

v	90Km/h	180Km/h	270Km/h	450Km/h
P	<u>-66.9593</u>	-41.9588	-27.9894	-10.5841
KL	<u>-81.1225</u>	-57.3689	-43.4821	-26.2147
DPS	<u>-80.4404</u>	-55.7381	-41.8326	-24.3644

图 4.1 表示移动速度  $v=90Km/h$  时，不同 BEM 预测下随着基函数阶数  $Q$  变化

的 NMSE 性能曲线。。

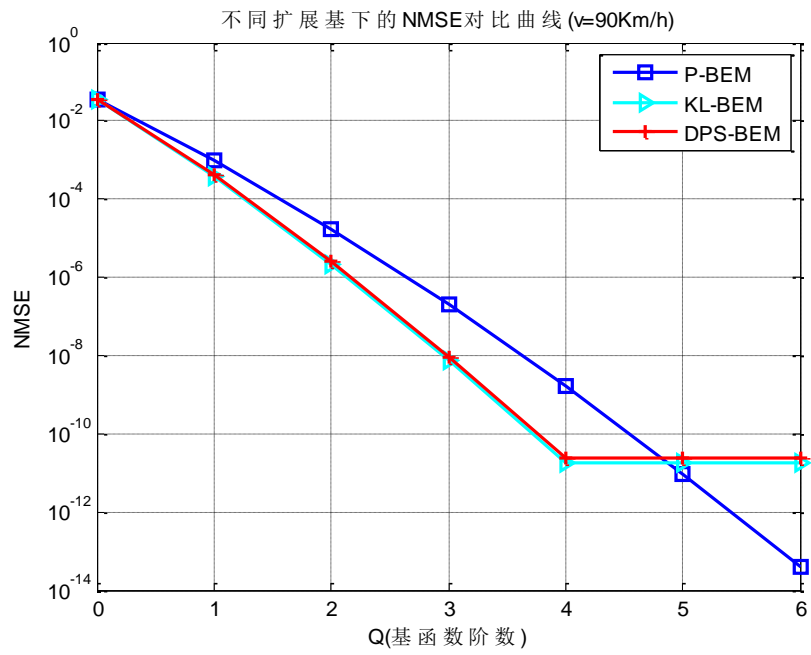


图 4.1  $v=90\text{Km/h}$  不同 BEM 模型的 NMSE

图 4.2 表示移动速度  $v=270\text{Km/h}$  时，不同 BEM 预测下随着基函数阶数  $Q$  变化的 NMSE 性能曲线。。

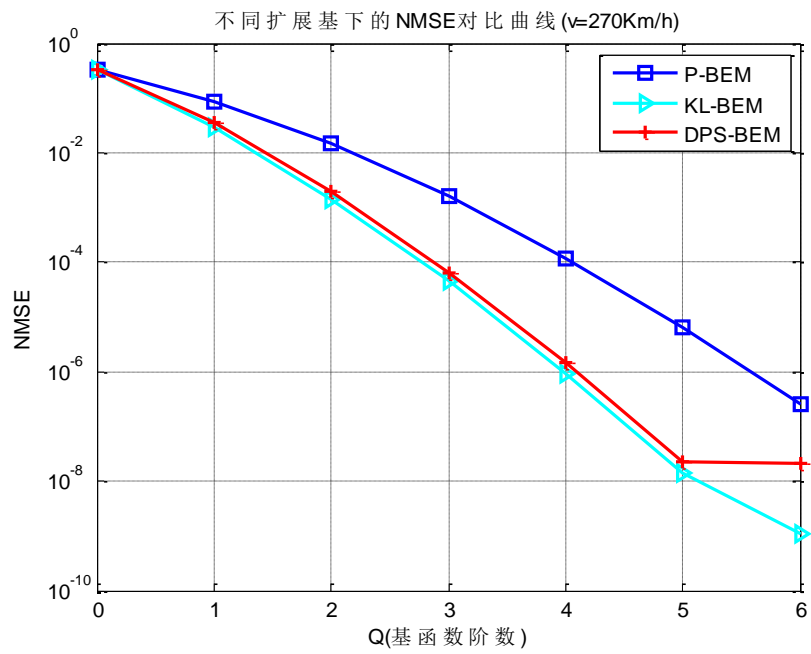


图 4.2  $v=270\text{Km/h}$  不同 BEM 模型的 NMSE

图 4.1 表示移动速度  $v=450\text{Km/h}$  时，不同 BEM 预测下随着基函数阶数  $Q$  变

化的 NMSE 性能曲线。。

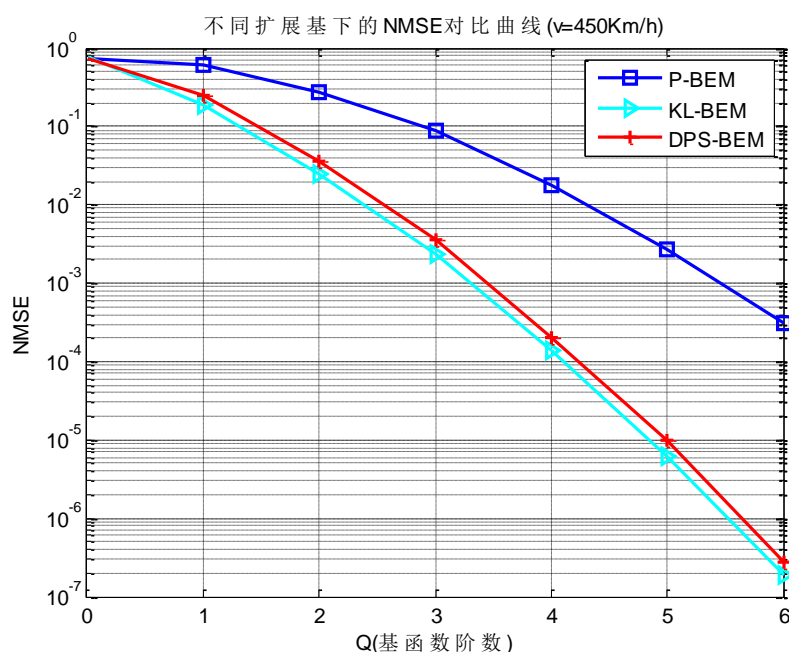


图 4.3  $v=450\text{Km/h}$  不同 BEM 模型的 NMSE

通过计算不同速度下三种 BEM 模型预测值与实际值的 NMSE，本文可以得到三种模型归一化的多普勒频移值与 NMSE 的关系曲线，如下图所示：

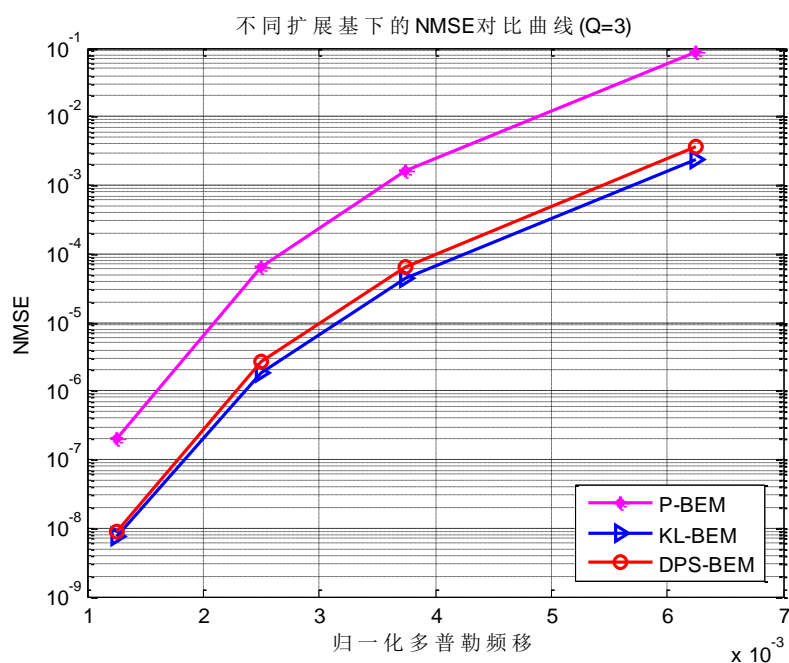


图 4.4 不同多普勒频偏下各 BEM 模型的 NMSE

从图中可以看出以下几点：

- 1) 对于同一种 BEM 模型，终端移动速度越快，NMSE 越高，说明多普勒频偏对 BEM 模型的精度有较大影响；
- 2) 对于不同 BEM 模型，阶数越高，精度越高，且基本遵循：

$$NMSE_{KL} < NMSE_{DPS} < NMSE_P$$

- 3) 当终端高速移动时, 3 阶 KL-BEM 与 DPS-BEM 较 P-BEM 有较快的收敛速度, 并且有将近 15dB 的误差优势, 说明 KL、DPS-BEM 能更好的适应终端高速运动的状况。

#### 4.2 瑞利信道的仿真

大量实测数据和理论分析表明, 多径无视距(LOS)时, 接收信号的包络服从瑞利分布, 相位服从均匀分布。当有  $N$  条多径到达接收端时, 其接收信号:

$$R_Z(t) = \sum_{n=1}^N C_n \cos(2\pi f_c t + \theta_n) = \sum_{n=1}^N C_n \cos(2\pi f_c t + 2\pi f_m \cos a_n t + \varphi_n) \quad (4.3)$$

其中  $\theta_n$  为第  $n$  条路径的初始相位,  $C_n$ 、 $a_n$ 、 $\varphi_n$  是相互独立的随机变量, 分别表示幅度、信号到达角度和初始相位。Jakes 模型给出的构建瑞利信道的方法即是通过  $N$  个振荡器来产生  $N$  条多径并合并, 其原理十分简单。

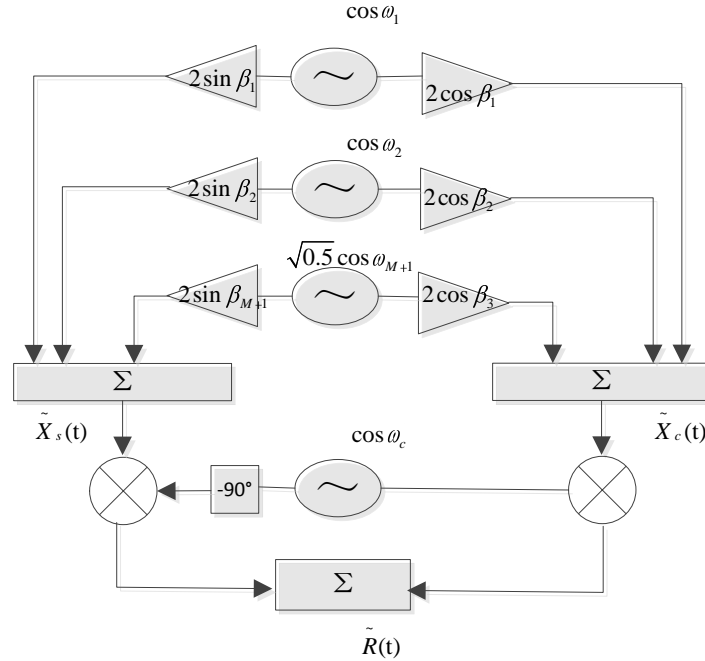


图 4.5 Jakes 模型框架

但是 Jakes 构建的瑞利信道产生的信号不是宽平稳(WSS)的, 也不是各态遍历的, 并且要产生相互独立的多径瑞利信道难度太大, 本文改进了 Jakes 模型, 新的模型可构造如下<sup>[11]</sup>:

$$R_Z(t) = \sum_{n=1}^N C_n \cos(2\pi f_c t + 2\pi f_m \cos a_n t + \varphi_n) \quad (4.4)$$

$$\alpha_{n,k} = \frac{2\pi n - \pi + \theta_n}{N} + \frac{2\pi k - \pi + \beta_k}{M}, \text{ 其中 } n = 1, 2, \dots, N_0, \quad k = 1, 2$$

$$\begin{cases} R_k(t) = R_{i,k}(t) + jR_{q,k}(t) \\ R_{i,k}(t) = \sqrt{\frac{2}{N_0}} \sum_{n=1}^{N_0} \cos(\omega_d \cos \alpha_{n,k} t + \phi_{n,k}) \\ R_{q,k}(t) = \sqrt{\frac{2}{N_0}} \sum_{n=1}^{N_0} \sin(\omega_d \cos \alpha_{n,k} t + \phi_{n,k}) \end{cases} \quad (4.5)$$

其中  $\theta_n$ 、 $\beta_k$ 、 $\phi_{n,k}$ 、 $\varphi_{n,k}$  都是在  $[-\pi, \pi]$  上独立均匀分布随机变量； $N_0 = N/4$ ， $M$  为需要产生的多径非相关瑞利衰落信道数。 $\alpha_{n,k}$  第一项为同径信道入射波形的到达角度，引入的  $\theta_n$  具有随机分布特性，确保各入射波形的多普勒频移随机分布；第二项为非同径信道间的加权因子，不同径的信道影响随着  $k$  而不同，而  $\beta_k$  的引入使得该项也满足随机特性。由此可见，到达角  $\alpha_{n,k}$  同时考虑到了同径和非同径的因素，且具有随机特性，符合 Clarke 模型对到达角的要求，且振荡器的个数也变为原来的 1/4。

构造的瑞利信道应该满足以下几点：

- 1) 包络 PDF 服从瑞利分布，相位服从均匀分布；
- 2) 同径的自相关函数等于一阶贝塞尔函数
- 3) 同径同相与正交分量的互相关为 0；
- 4) 不同径的同相分量互相关为 0。

仿真的瑞利信道参数设置如表 4.2：

表 4.2 瑞利信道参数设计

载波频率 $f_c$ (Hz)	$3 \times 10^9$	多径数 $M$	9
采样频率 $f_s$ (Hz)	$2 \times 10^5$	终端移动速度 $v$ (m/s)	25
码元周期 $T_s$ (s)	$5 \times 10^{-6}$	模型阶数 $N$	100

图 4.6 表示的是 Jakes 模型、Clarke 模型的包络与理论值的对比，其中虚线表示仿真数据、实线表示参考数据。

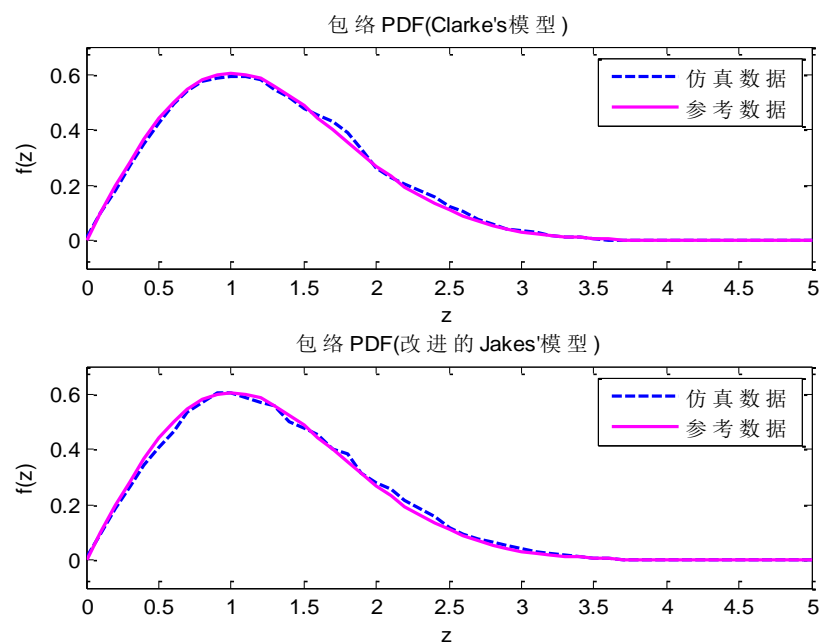


图 4.6 Clarke 与改进 Jakes 模型包络 PDF

图 4.7 表示的是 Jakes 模型、Clarke 模型的相位与理论值的对比，其中虚线表示仿真数据、实线表示参考数据。

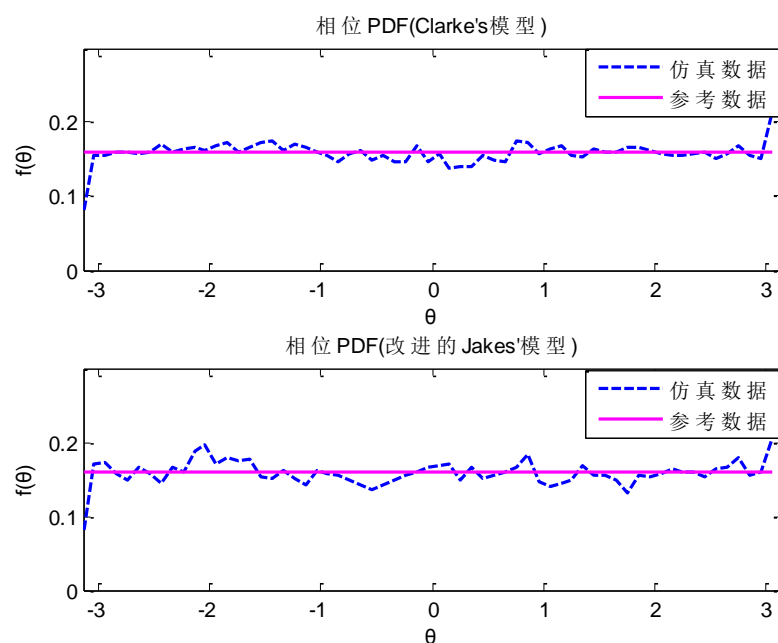


图 4.7 Clarke 与改进 Jakes 模型相位 PDF

图 4.8 表示的是 Jakes 模型、Clarke 模型的同相分量的自相关结果与理论值的对比，其中虚线表示仿真数据、实线表示理论参考数据。

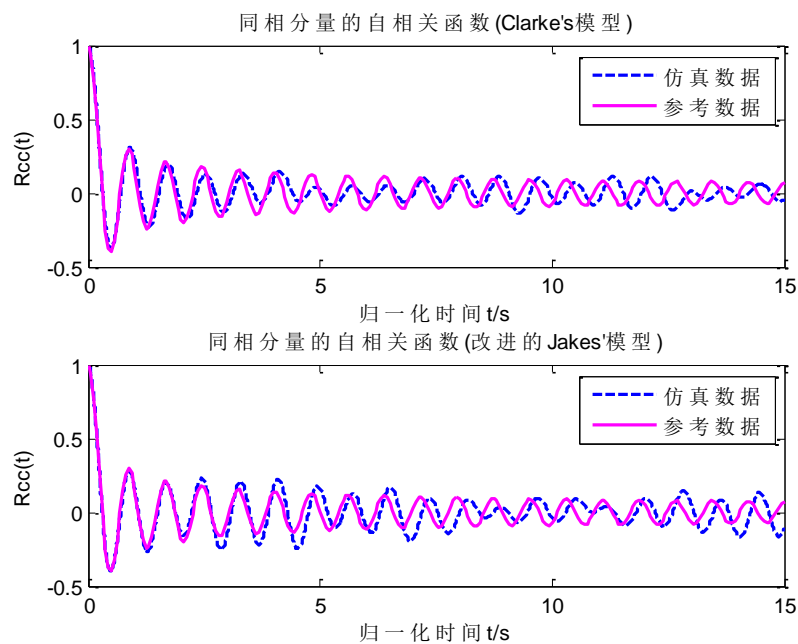


图 4.8 Clarke 与改进 Jakes 模型同相分量自相关函数

图 4.9 表示的是 Jakes 模型、Clarke 模型的正交分量的自相关结果与理论值的对比，其中虚线表示仿真数据、实线表示理论参考数据。

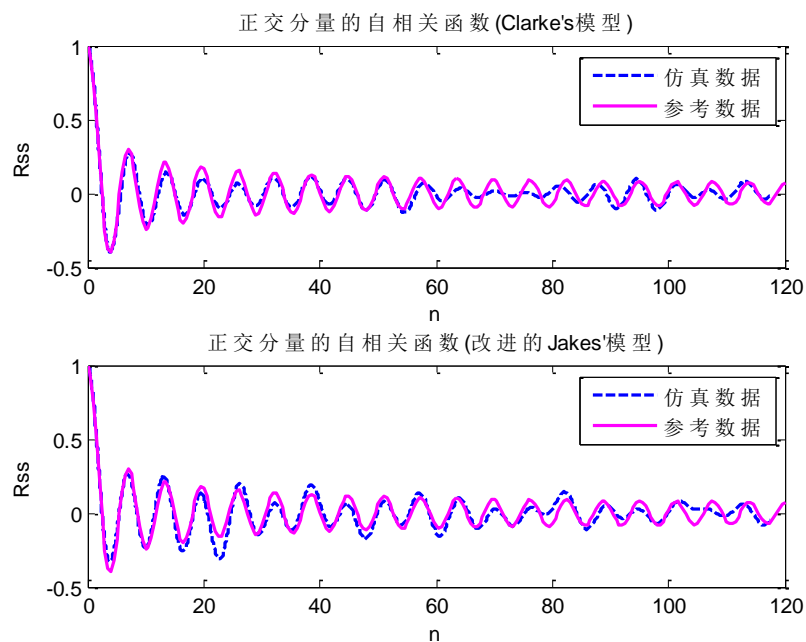


图 4.9 Clarke 与改进 Jakes 模型正交分量自相关函数



图 4.10 表示的是 Jakes 模型、Clarke 模型的同相与正交分量的互相关曲线与理论值的对比，其中虚线表示仿真数据、实线表示理论参考数据。

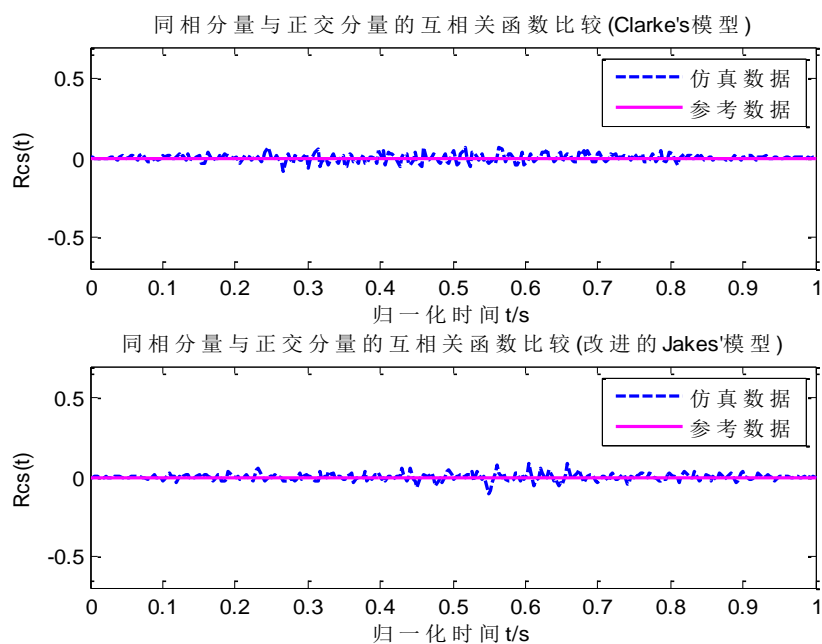


图 4.10 Clarke 与改进 Jakes 模型正交同相分量的互相关函数

图 4.11 表示的是 Jakes 模型、Clarke 模型的非同径同相（正交）分量的互相关曲线与理论值的对比，其中虚线表示仿真数据、实线表示理论参考数据。

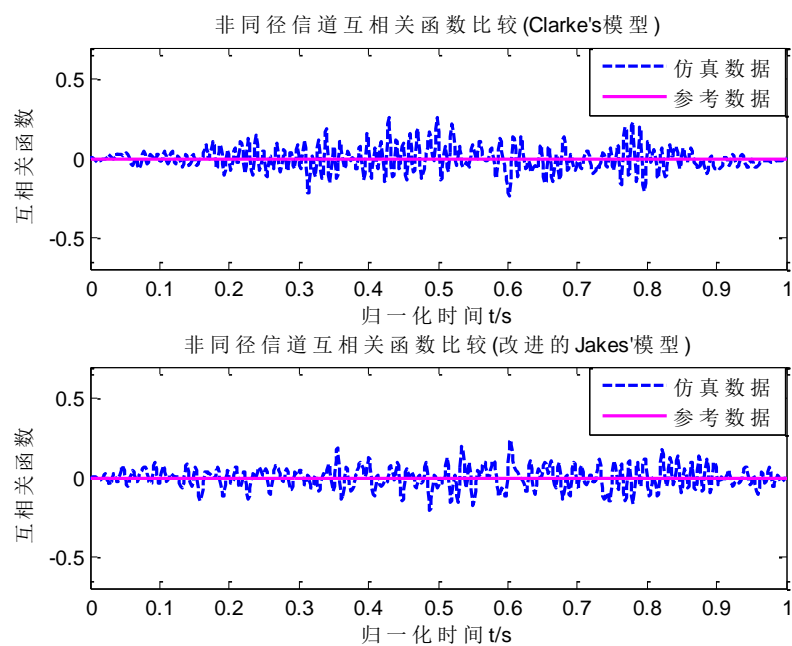


图 4.11 Clarke 与改进 Jakes 模型非同径正交分量的互相关函数

由上述仿真图可以得到以下几点：

- 1) 仿真的瑞利信道 PDF 与参考的 Rayleigh 包络分布函数  $f(x) = x \cdot \exp(-x^2)$  基本重合，相位 PDF 逐渐靠近  $1/(2\pi)$ ；
- 2) 同径的同相分量与正交分量的自相关函数与零阶贝塞尔函数基本重合；
- 3) 同径的同相分量与正交分量的互相关函数接近于 0；
- 4) 不同径的同相分量的互相关函数接近于 0；
- 5) 改进的 Jakes 模型不同径互相关函数比 Clarke 模型低，所以改进型 Jakes 更适合生成非相关瑞利信道。

#### 4.3 由基扩展预测瑞利信道

利用本节中产生的两个瑞利信道模型，将部分的瑞利信道数据通过第一问中的 BEM 建模估计出所有的瑞利信道数据，并计算 NMSE。BEM 的基函数选择第一问中仿真性能较好的 P-BEM、KL-BEM、DPS-BEM，具体的仿真结果如图 4.12 至图 4.16 所示。

图 4.12 表示移动速度  $v=90\text{Km/h}$  时，Clarke 模型和 Jakes 模型在不同 BEM 预测下随着基函数阶数  $Q$  变化的 NMSE 性能曲线。

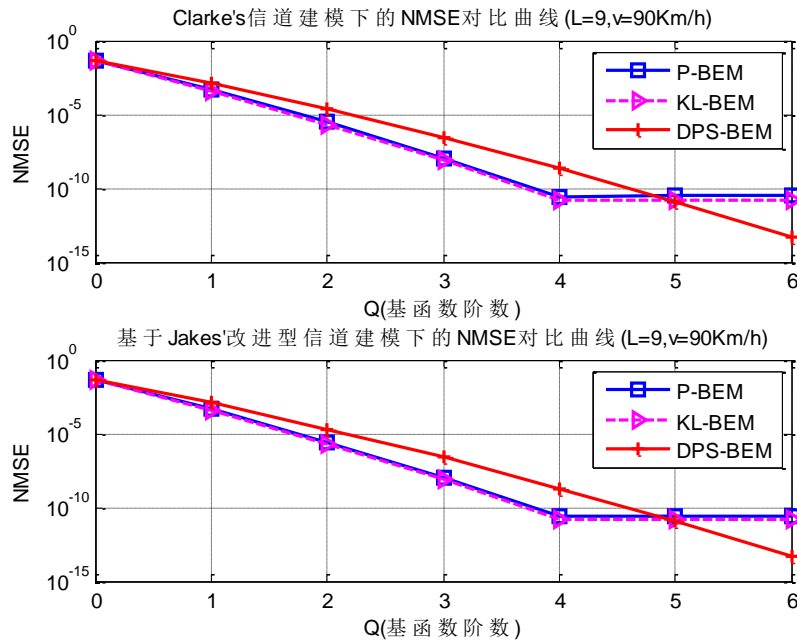


图 4.12  $v=90\text{Km/h}$  下仿真瑞利信道估计的 NMSE

图 4.13 表示移动速度  $v=180\text{Km/h}$  时，Clarke 模型和 Jakes 模型在不同 BEM 预测下随着基函数阶数  $Q$  变化的 NMSE 性能曲线。

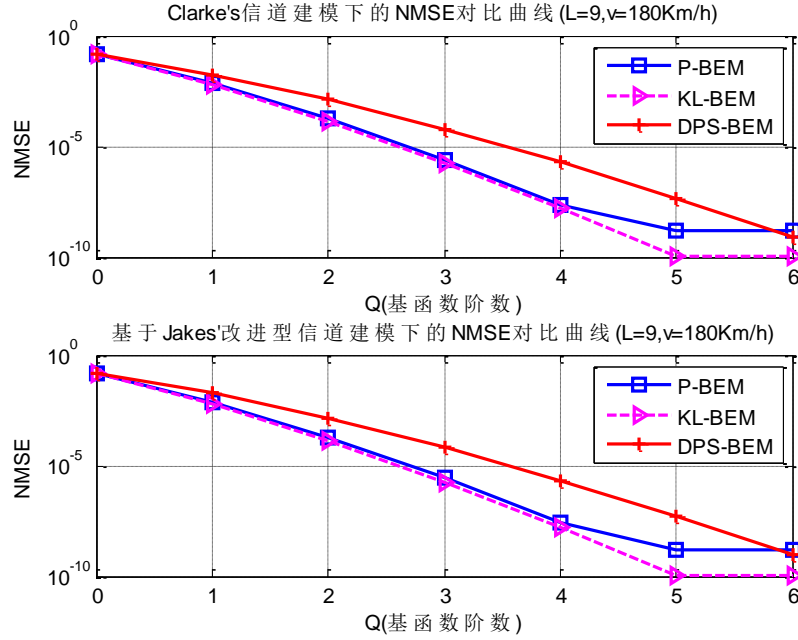


图 4.13  $v=180\text{Km/h}$  下仿真瑞利信道估计 NMSE

图 4.14 表示移动速度  $v=270\text{Km/h}$  时，Clarke 模型和 Jakes 模型在不同 BEM 预测下随着基函数阶数  $Q$  变化的 NMSE 性能曲线。

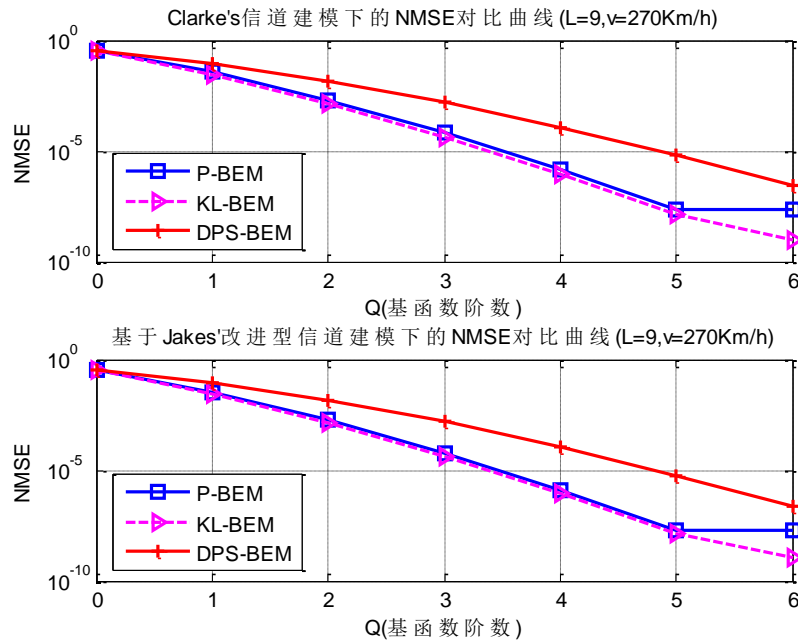


图 4.14  $v=270\text{Km/h}$  下仿真瑞利信道估计 NMSE

图 4.15 表示移动速度  $v=450\text{Km/h}$  时，Clarke 模型和 Jakes 模型在不同 BEM 预测下随着基函数阶数  $Q$  变化的 NMSE 性能曲线。

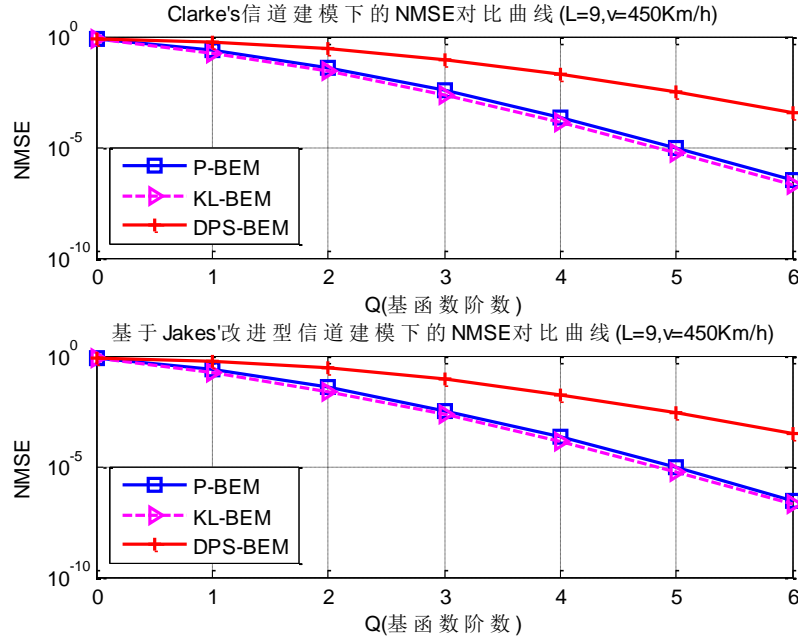


图 4.15  $v=450\text{Km/h}$  下仿真瑞利信道估计 NMSE

通过计算不同速度下 Jakes 模型与 Clarke 模型的估计值的 NMSE，本文可以得到两个模型归一化的多普勒频移值与 NMSE 的关系曲线，如下图所示：

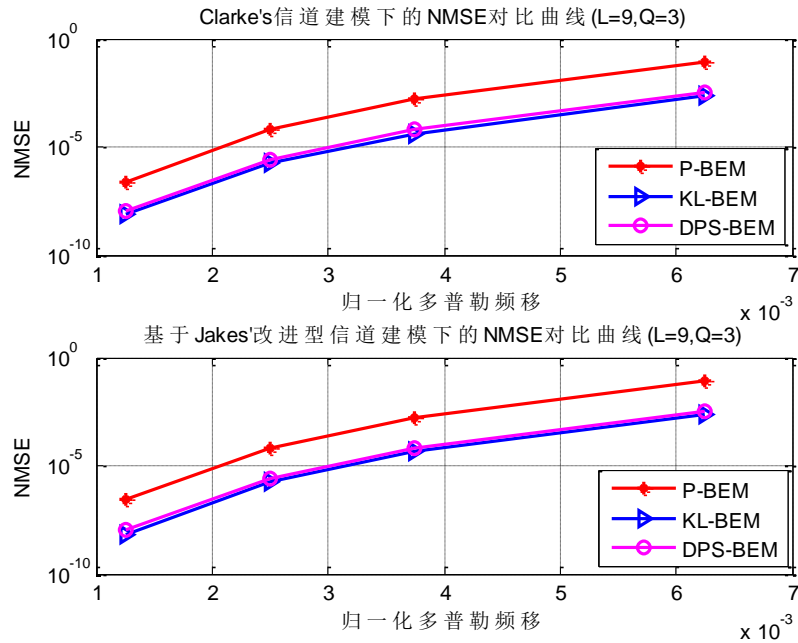


图 4.16 不同多普勒频移下 NMSE

由图 4.12-图 4.16 可知：使用 BEM 模型估算瑞利信道所有数据与生成的瑞利信道数据相当吻合，表明构建的两个瑞利信道模型是准确的，并且进一步证明了第一问中构建的 BEM 模型的准确性。

## 5. 问题三求解

### 5.1 通信系统建模

第三题根据题意，需要对完整的无线信道通信系统进行仿真。本文首先研究了单载波基带传输系统的模型，如下图所示：

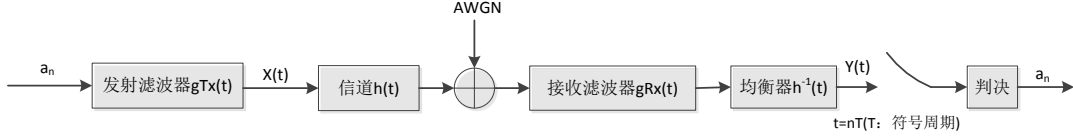


图 5.1 单载波基带通信系统模型

利用第  $n$  个采样检测  $a_n$ ，均衡器的输出可以写成：

$$y(t_n) = a_n g(0) + \sum_{m=-\infty, m \neq n}^{\infty} a_m g(n-m)T \quad (5.1)$$

单载波信道带宽是有限的，因此  $g(t)$  不可能是时间有限的。如果在  $n$  和  $m$  不相等的时候， $g((n-m)T) \neq 0$ ，那么(5.1)式中的第二项会对  $a_n$  产生符号间干扰(ISI)。ISI 由总体脉冲响应的拖尾引起，会降低数字通信系统的性能。在实际的系统中，为了尽量降低或彻底消除 ISI，必须仔细设计接收滤波器和发射滤波器，一种普遍被采用的方法是使用物理可实现的升余弦滤波器<sup>[12]</sup>。为了支持每秒传输  $R_s$  个符号的速率，所需的最小传输带宽为奈奎斯特带宽，即为  $R_s/2$ [Hz]。这就意味着需要更大的传输带宽来支持更高的传输速率。当信号带宽大于无线信道的相干带宽时，链路会受到多径衰落的影响。且随着数据速率的增大，信道均衡器的复杂度将增加。事实上，ISI 的影响越明显，所需均衡器的抽头越多，实现过于复杂，由此可见高数据速率的单载波传输是不行的。

为了克服宽带信道的频率选择性对单载波传输的影响，可以使用多载波实现高数据速率传输。为了提高频谱利用率、减少 ISI，本文选用基于 OFDM 的无线多径传输系统进行仿真设计。下面给出一个完整的 OFDM 系统框图。

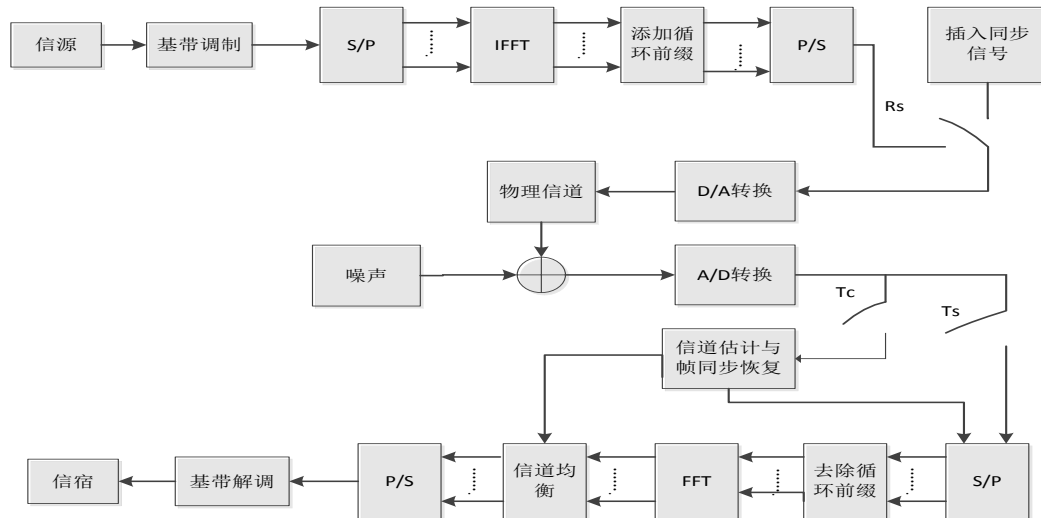


图 5.2 一个完整的 OFDM 系统框图

OFDM 技术将高速率数据流通过串并转换，使得每个子载波上的数据符号持续长度相对增加，从而有效地减少由于无线信道的时间弥散所带来的 ISI，减小了接收机内均衡的复杂度。又由于 OFDM 系统的各个子载波之间存在正交性，允许子信道的频谱相互重叠，可以最大限度的利用频谱资源<sup>[13]</sup>。各个子信道的正交调制和解调可以通过离散傅里叶反变换和离散傅里叶变换实现。根据题目要求，本文简化了 OFDM 系统的实现框图，略去了同步、D/A 转换等模块，简化后的框图如下图所示：

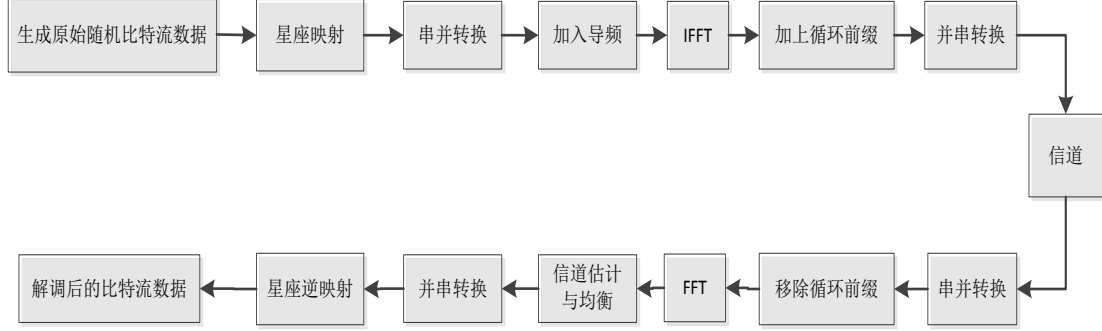


图 5.3 仿真实现的 OFDM 简化模块框图

通过建模，本文实现了简化框图中每个模块的功能。

发送信号经过信道的仿真模块时，本文选用了第二问中性能较好的 Jakes 改进模型来进行信道建模。

## 5.2 基于 OFDM 系统块状导频的信道估计

在对多径信道的估计方法上，本文采用了基于块状导频的 OFDM 信道估计。该方法不需要进行频域内插，大大降低了运算量，而且由于所有的子载波上都有导频信号，因此对信道频率选择性衰落不敏感。本文选择了三种经典的基于块状导频的估计法，分别是最小平方 (LS) 法、线性最小均方误差 (LMMSE) 法、奇异值分解 (SVD) 法<sup>[14]</sup>。

另有：信道多径时延在 CP 长度内均匀分布，信道的延迟功率谱服从指数分布：

$$\theta(\tau_k) = Ce^{-\tau_k/\tau_{rms}} \quad (5.2)$$

$\tau_{rms}$  为均方根时延。

在接收端，信号的频域表达式应为：

$$Y = XH + W \quad (5.3)$$

其中， $Y = [Y_0, Y_1, \dots, Y_{N-1}]^H$ ， $X = \text{diag}[X_0, X_1, \dots, X_{N-1}]^H$ ， $h = [h_0, h_1, \dots, h_{N-1}]^H$  为

$H = [H_0, H_1, \dots, H_{N-1}]^H$  的 IDFT 变换。

### 5.2.1 最小平方法

最小平方方法的实现比较简单，基于 LS 准则。假定  $h$  服从高斯分布且与信道噪声  $w$  不相关，则  $h$  的最小均方误差估计为：

$$h_{nmse} = R_{hy} R_{YY}^{-1} Y \quad (5.4)$$

LS 的目标是使  $(Y - HX)^H(Y - HX)$  最小，化简后得到基于 LS 准则的信道估计为  $H_{LS} = X^{-1}Y$ ，则导频子载波的信道响应为：

$$H_{LS} = \begin{bmatrix} \frac{Y_0}{X_0} & \frac{Y_1}{X_1} & \dots & \frac{Y_{N-1}}{X_{N-1}} \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

LS 算法每估计一个信道衰落系数只需一次乘法运算，但其受噪声的影响较大。

### 5.2.2 线性最小均方误差法

LMMSE 估计是对 LS 估计的最佳线性滤波。以 MSE 为准则，最佳线性信道估计：

$$h_{LMMSE} = K_x h_{LS} \quad (5.6)$$

$K_x$  为与传送信号  $X$  有关的线性滤波矩阵：

$$K_x = R_{hh} (R_{hh} + \sigma^2 (XX^H)^{-1})^{-1} \quad (5.7)$$

$R_{hh}$  为信道的自相关矩阵，由信道的延迟功率谱决定。本文可以对式 (5.6) 进行化简，式 (5.7) 中对矩阵求逆的过程可以用求期望来替代。假设信源等概分布，则

$$E(XX^H)^{-1} = E|1/x_k|^2 I \quad (5.8)$$

$I$  为单位矩阵。定义平均信噪比  $SNR = E|x_k|^2 / \sigma^2$ ，所以式 (5.6) 化简为：

$$h_{LMMSE} = R_{hh} (R_{hh} + \frac{\beta}{SNR} I)^{-1} h_{LS} \quad (5.9)$$

式中， $\beta = E|x_k|^2 E|1/x_k|^2$  是由星座图决定的常数。在题中示例的 16QAM 调制方式下， $\beta = 17/9$ 。从而只需要进行一次矩阵求逆，运算量大大降低。

### 5.2.3 奇异值分解法

运用最优降秩理论，可以进一步降低运算量，得到一个低阶的近似 LMMSE 估计器。简化算法是通过奇异值分解 (SVD) 来实现的。信道自相关矩阵的奇异值分解为：

$$R_{hh} = U \Lambda U^H \quad (5.10)$$

$U$  为包含奇异值向量的酉矩阵， $\Lambda$  为包含奇异值  $\lambda_0 \geq \lambda_1 \geq \dots \lambda_{N-1} \geq 0$  的对角矩阵。最佳秩  $p$  的估计器：

$$\begin{aligned}\hat{h}_p &= U \begin{bmatrix} D_p & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} U^H \bullet \left( U \left( \Lambda + \frac{\beta}{SNR} I \right) U^H \right)^{-1/2} \hat{h}_{LS} = \\ & U \begin{bmatrix} D_p & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \left( \Lambda + \frac{\beta}{SNR} I \right)^{-1/2} U^H \hat{h}_{LS} = \\ & U \Delta_p U^H \hat{h}_{LS}\end{aligned}\quad (5.11)$$

式中， $\Delta_p$  为  $p \times p$  阶左上角矩阵。矩阵  $R_{hh}$  的奇异值  $\lambda_k$  可看作是第  $k$  个变换系数上对应的信道功率， $U^H$  可看做是变换矩阵，由于  $U$  为酉矩阵，所以  $U^H$  可以看作是对  $\hat{h}_{LS}$  的旋转，因此  $U^H$  的各个分量是不相关。可推导出降阶估计器的维度近似为  $2BT+1$ ，（ $B$  为单边带宽， $T$  为符号周期）。因此， $R_{hh}$  的奇异值在  $G+1$  个值之后将变得很小（ $G$  为虚幻前缀的长度）。估计器的误差：

$$\begin{aligned}e_p &= h - \hat{h}_p = \\ & U \left( I - \begin{bmatrix} \Delta_p & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \right) U^H h - U \begin{bmatrix} \Delta_p & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} U^H w\end{aligned}\quad (5.12)$$

式中， $h$  为实际信道响应， $w$  为噪声项。其平均 MSE 为：

$$\begin{aligned}MSE(p) &= \frac{1}{N} \text{Trace} E\{e_p e_p^H\} = \\ & \frac{1}{N} \left( \sum_{k=1}^p \mu_k (1 - \sigma_k^2) + \sum_{k=p+1}^N \mu_k \right) + \frac{1}{N} \sum_{k=1}^p \frac{\beta}{SNR} \delta_k^2 = \\ & \frac{1}{N} \left[ \sum_{k=1}^p \mu_k (1 - \sigma_k^2) + \sum_{k=1}^p \frac{\beta}{SNR} \delta_k^2 \right] + \frac{1}{N} \sum_{k=p+1}^N \mu_k\end{aligned}\quad (5.13)$$

### 5.3 仿真结果说明

首先对仿真系统的参数做出列表说明，数字调制方式采用题目事例中的 16QAM，再给出仿真结果，并根据仿真结果得出相关结论。

表 5.1 系统参数说明

参数名	参数说明	取值
Symbol	OFDM 的符号数	800
SubCarrier	OFDM 子载波的个数，应为 2 的整数次幂	128
SNR	信噪比，题中要求从 0 到 40，本文取 5 为间隔做循环	0-40
fd	最大多普勒频移	25
Loop	每个 SNR 下发射接收过程循环的次数，以累积误比特数	5
PilotInterval	OFDM 符号中插入导频的间隔	5
CP	每个 OFDM 符号插入的循环前缀的个数	16
Num	信道建模的路径数	9
Ts	信道的采样时间间隔	1e-6 (s)



在上述系统参数设置下得到的 SNR-BER 曲线如下图所示：

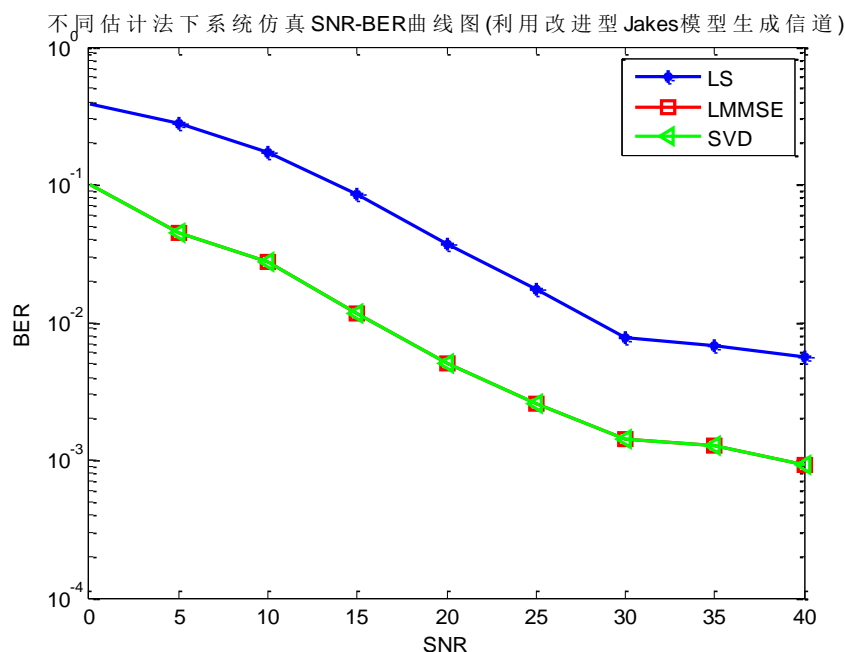


图 5.1 改进型 Jakes 模型下的 BER 曲线

由图中可以看出：LS 算法的性能最差，LMMSE 与 SVD 算法的性能在该设置下几乎相当。

在文献[4]的附录 B 给出的参数中，最大多普勒的频移范围大概在 5 到 900Hz 之间，为了验证 BER 与最大多普勒频移的关系，本文取 SNR 为 30，获取 SNR 不变时的 BER 和归一化最大多普勒频移的曲线图，如下：

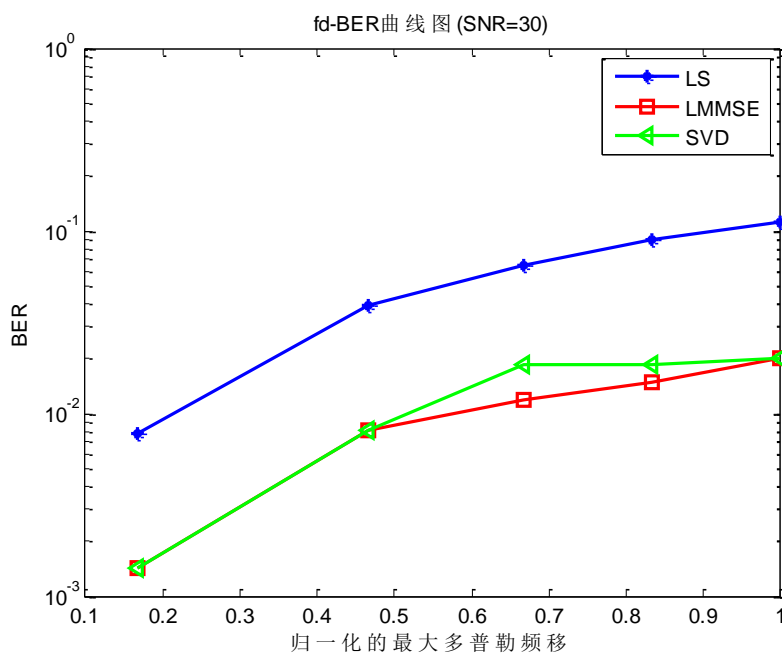


图 5.2 附录 B 参数下的 BER 曲线

由该图可以看出，LMMSE 和 SVD 的性能仍是优于 LS 的。但随着多普勒频

移的增加，即移动台速度的增加，三种估计方法的误码率都随之增加，当最大多普勒频移达到 150Hz 的时候，LS 算法的误码率已经接近 0.1。该图表明，本文采用的基于块状导频的 OFDM 系统信道估计算法较适用于低衰落信道，在多普勒频移较小时具有良好的估计性能。

## 6. 参考文献

- [1] 吴伟凌等, 移动通信原理 (第 2 版), 电子工业出版社, 2009.1.
- [2] 樊昌信等, 通信原理 (第 6 版), 国防工业出版社, 2013.8.
- [3] Yahong R. , etc. Improved Models for the Generation of Multiple Uncorrelated Rayleigh Fading Waveforms. IEEE Communications Letters, 2002,6(6):256-258.
- [4] 3rd Generation Partnership Project, Technical Specification, 36.101(3GPP TS 36.101), v8.0.0, 2007.12
- [5] Tang Z, et al., Pilot-Assisted Time-Varying Channel Estimation for OFDM Systems [J],IEEE Transactions on Signal Processing. 2007,vol.55(5), pp.2226-2238
- [5] Tang Z, et al., Pilot-Assisted Time-Varying Channel Estimation for OFDM Systems [J], IEEE Transactions on Signal Processing. 2007,vol.55(5), pp.2226-2238
- [6] Leus. G. On the Estimation Of Rapidly Time Varying Channels[J]. EUSIPCO 2004, Vienna, Austria, 2004: pp.2227-2230
- [7] Tomasin S., Gorokhov A., Yang H. and Linnartz J-P. Iterative interference cancellation and channel estimation for mobile OFDM [J]. IEEE Transactions on Wireless Communications. 2005,vol.4(1),pp.238-245
- [8] 管致中等, 信号与系统 (第 4 版), 高等教育出版社, 2004.1.:136
- [9]Hrycak T, Das S, Matz G, et al. Low complexity equalization for doubly selective channels modeled by a basis expansion[J]. Signal Processing, IEEE Transactions on, 2010, 58(11): 5706-5719.
- [10]Andrea Goldsmith, 无线通信, 人民邮电出版社, 2004.1.:25-26
- [11] 王欣, 鄧广增. 多径非相关瑞利信道生成的改进[J]. 通信学报, 2007, 05: 122-125.
- [12] 吴资玉等, 通信原理, 电子工业出版社, 2008.3.
- [13] Yong Soo Cho, MIMO-OFDM 无线通信技术及 MATLAB 实现, 电子工业出版社, 2013.6.
- [14] 赵瑞弟. 基于块状导频的 OFDM 信道估计技术研究[D]. 辽宁工业大学, 2014.