

1 问题重述

本题目讨论的是在一组特定的约束条件下的警车优化配置和警车巡逻方案优化设计问题。题目要求的约束条件主要有（论文后面为叙述的简洁，亦依据题设将相应约束条件简记为 D1、D2、D3）：

D1. 警车在接警后三分钟内赶到现场的比率不低于 90%；而赶到重点部位的时间必须在两分钟之内。

D2. 使巡逻效果更显著；

D3. 警车巡逻规律应有一定的隐蔽性。

需要通过研究予以解决的问题有 7 个，分别是：

（1）在满足 D1 的要求下，计算出该区域需要的最少警车数。

（2）提出对巡逻效果进行评价的指标。

（3）在满足 D1 且尽量满足 D2 的要求下，第一个问题的警车配置和巡逻方案又该如何改变，并要用第二个问题提出的指标进行评价。

（4）在对巡逻规律的隐蔽性正确理解的基础上，讨论考虑巡逻规律的隐蔽性时，第三个问题的警车配置和巡逻方案又该如何改变，并要用指标进行评价。

（5）当该区域仅配置 10 辆警车，而又要使 D1、D2 尽量得到满足时，警车的巡逻方案又该如何制定。

（6）若警车接警后的平均行驶速度提高到 50km/h 时，第三个问题又如何去解决。

（7）找出影响警车配置和巡逻方案的其他因素和情况，并给出解决的方案。

2 基本假设

依据题意，基于下面基本假设建立数学模型和设计求解算法：

（1）假定所有事发现场均在题目所给城市地图的道路上；

（2）当有人报警时，立即有警车接警，在警车到达现场的路上不会出现交通堵塞等延误时间的事件；

（3）相邻两个交叉路口之间的道路近似为直线。

3 论文结构安排

论文的第四部分针对题目中的第一个问题，建立了满足约束条件 D1 的警车数量优化模型，求解出满足题设要求的最少警车数量；第五部分建立了评价巡逻效果的指标并进行了定义；第六部分给出满足 D1，且尽量满足 D2 条件的警车巡逻方案及其评价指标值；第七部分首先给出巡逻规律隐蔽性的分析，并给出了考虑隐蔽性条件的警车巡逻方案和评价指标值；第八部分对区域仅配置 10 辆警车的情况重新制定了巡逻方案，使之满足问题五的要求；第九部分将警车接警后的平均速度提高到 50km/h，探讨了满足问题三条件下的巡逻方案并给出评价指标；论文最后对其他一些可能影响的因素和情况进行了分析，并提出制定可能解决方案的思路。

4 警车数量的优化模型

问题一要求在满足 D1 条件下，确定最少的警车配置数。在建立求解该问题的数学模型中，将要求 D1 取为必须满足的约束条件，暂不考虑巡逻的效果。也就是在求解问题一时，警车可以选择任意的街道巡逻，暂不考虑对街道巡逻遍历性的要求。

建立数学模型的基本思路是：首先考虑警车部署在固定地点时满足 D1 要求的警车最佳配置；以此为基础，再考虑警车在巡逻状态下的警车最佳配置。

4.1 数据的预处理和分析

为便于问题的分析与求解，首先对题目提供的数据进行预处理和分析，主要包括以下三个方面：

（1）构建较为完整的数字地图。将题目给出的交叉点数据在图中逐一标记，分区、分层构建区域道路节点的拓扑图，通过与区域地图进行对比，核实所有道路节点的数据信息。对未标识的交叉点进行按照区域信息和相关节点信息进行外推和补全（共 308 个节点）。建立了较为完整的城区道路信息的数据库。该道路数据信息库是后继警车巡逻路径规划工作的重要基础。

（2）重点部位两分钟车程覆盖区域的计算和寻优。按照题目要求，重点部位发生报警时，警车必须在两分钟内赶到，所以必须有警车部署在重点部位两分钟车程（指警车接警后两分钟内能够到达重点部位的路程）的覆盖区域中。因此，在进行数据分析和基础数据准备中，首先进行重点部位两分钟车程覆盖区域的计算和寻优。基于道路信息数据库，将每一重点区域两分钟车程覆盖区域，特别是相关道路节点从城市交通图中标记出并存储在数据库中。

（3）道路交通节点（除重点部位外）三分钟车程覆盖区域的计算和寻优。

按照题目要求，除重点部位外，警车需要在三分钟内到达现场。类似（2），将城市道路所有节点（除重点部位以外）三分种的覆盖区域计算出来并存入城市道路信息数据库。

4.2 基于改进遗传算法的警车最优配置模型

首先研究警车部署在固定节点的情形。建立数学模型并求解满足警车接警后两分钟内赶到重点部位，三分钟内赶到现场的的比例不低于 90% 的要求的警车最优部署问题，其中包括确定最少警车数量和最优的警车部署位置。

4.2.1 警车最优配置模型

本问题可视为静态的警车最优部署，实质上可以看成在一个在最优资源数量下的最优选址问题。为简化建模分析的复杂性，假设警车部署在区域的道路节点上。

设警车数目为 N_c ，警车接警后到重点部位的时间为 $T1$ ，到其他报警地点的时间为 $T2$ 。 $T1$ 和 $T2$ 要满足以下约束条件：

$$\begin{cases} P\{T1 \leq 2\} = 100\% \\ P\{T2 \leq 3\} = 90\% \end{cases}$$

本问题就是求在约束条件下警车数目 N_c 最小的最优解，即

$$\begin{aligned} \min N_c \\ s.t. \begin{cases} P\{T1 \leq 2\} = 100\% \\ P\{T2 \leq 3\} = 90\% \end{cases} \end{aligned} \quad (1)$$

为说明约束条件，本文引入覆盖率的概念。设所有警车在要求时间内走过的有效道路长度为 L_p （所谓有效道路长度指不包括重复巡逻的道路长度），整个区域的道路长度为 L_a ，则覆盖率 C_p 可以表示为：

$$C_p = \frac{L_p}{L_a} \quad (2)$$

对重点部位区域，当 $C_p = 100\%$ 认为 $T1$ 满足约束要求，对其他报警地点，当 $C_p \geq 90\%$ 时认为 $T2$ 满足约束要求。

由题目知，警车接警后以 40km/h 的时速向现场行进，而且在接警后三分钟内赶到现场的的比例不低于 90%，赶到重点部位的时间必须在两分钟之内。在安排警车的部署时首先要满足警车接警后赶到重点部位的时间必须在两分钟之内，即

在重点部位两分钟车程所能到达的节点上必须要部署一辆警车。

首先计算出符合重点部位接警要求的节点集 Ω_1 ， Ω_2 和 Ω_3 。警车部署时首先从节点集 Ω_1 ， Ω_2 和 Ω_3 中各随机地取出一个节点部署，然后将剩余警车布设到其他区域的节点中。

对警车部署方案要求警车的三分钟覆盖率 C_p 满足 $C_p \geq 90\%$ 的要求，由于题目中未给出警车 N_c 的具体数量，本文首先基于数据预处理和分析的道路信息，根据警车的时速和整个区域的大小，估计出可能的最少警车数量 N_c ，再用遗传算法搜索出最优的警车部署方案，如果无法得出覆盖率 $C_p \geq 90\%$ 的方案，则增加一台警车；如果出现符合覆盖率 $C_p \geq 90\%$ 的方案则尝试减少一台警车。通过多次尝试后得出既满足覆盖率 $C_p \geq 90\%$ ，又使得警车数量 N_c 最少的最优方案。

4.2.2 求解模型的算法设计

通过对固定节点情况的分析，本问题实际就是节点上是否部署警车的 0-1 规划问题，采用改进的遗传算法搜索最优的警车布设方案。为提高算法的搜索速度，本文算法采用最优个体保留策略。具体步骤如下：

(1) 编码方案

染色体（或个体）是一个长度为 308 的 0-1 二进制串 $g = 00101 \cdots 01010$ ，按照节点编号的顺序，每一位对应相应节点的布设警车的情况。如果该节点布设警车，则对应的二进制位记为 1，否则记为 0。

(2) 适应值函数

适应值函数为覆盖率 C_p

$$fitness(g_i) = C_p = \frac{L_p}{L_a}$$

(3) 初始群体的确定

种群的规模为 N ，杂交概率 P_c ，变异概率 P_m ，迭代次数 n 。

初始群体按两种方式确定：一部分是用启发式方法产生部分个体；另一部分是随机生成，由两部分合成初始群体。

(一) 启发式方法

Step1: 计算从重点部位出发, 警车以 40km/h 的时速在两分钟内所能到达的区域, 并从每个区域中随机取出一个节点;

Step2: 在其他区域用经验的方法划分出 $(N_c - 3)$ 个小的区域;

Step3: 用边界点局部调整法调整小区域的覆盖范围, 让区域划分的更加合理, 而且区域与区域没有重叠节点;

Step4: 从 $(N_c - 3)$ 个调整好的小区域中各生成一个部署点, 同 Step1 中取出的节点组成一个集合, 计算这种部署下的覆盖率 C_p 。

Step5: 按照 Step4 得到多组部署方案, 从中筛选出一定数量的较好的初始方案。

(二) 随机产生方法

首先从节点集 Ω_1 , Ω_2 和 Ω_3 中随机地各取出一个节点, 将其对应的二进制位设为 1, 然后在区域的剩余节点中随机取出 $(N_c - 3)$ 个节点, 将对应的二进制位设为 1, 个体的其余二进制位置为零。

按照这种选法取出 N 个个体组成种解 $G(0) = \{g_1(0), \dots, g_{307}(0)\}$ 。计算每个个体 $g_i(0)$ 的适应值 C_{pi} 。

(4) 个体的选择复制

首先, 比较个体 $g_i(0)$ 的适应值 C_{pi} , 将适应值最大的个体 $g_i(0)_{\max}$ 进行记录。然后, 按照

$$\alpha_i = \frac{C_{pi}}{\sum C_{pi}} \quad (3)$$

的概率对个体进行复制, 将复制的个体装入交配池中; 同时采用最优个体保留策略。

(5) 个体的杂交与变异

从交配池中随机选取 $N * P_c$ 个个体配对进行杂交。采用单点交叉方法, 即随机产生一个交叉位置 r_c , 将配对的个体中 0 到 r_c 之间的二进制串进行交换, 并检查总的警车数量是否满足要求, 如果不满足, 则对节点进行修正, 使其总数满足要求;

由于每个节点集 Ω_1 ， Ω_2 和 Ω_3 必须有一个节点安排警车，所以对应的二进制位中必须有一个为 1。每次交叉后都必须检查个体是否符合这个条件，如果不符合则不执行此次操作。

从杂交后的交配池中随机选取 $N * P_m$ 个个体进行变异。同样产生一个随机位置 r_m ，则将所选个体的 r_m 位进行逆转，即原来为 1 变为 0，0 则变为 1；为满足警车总数要求，也需要对其他节点进行修正，使其总数和重点部位的约束满足要求。

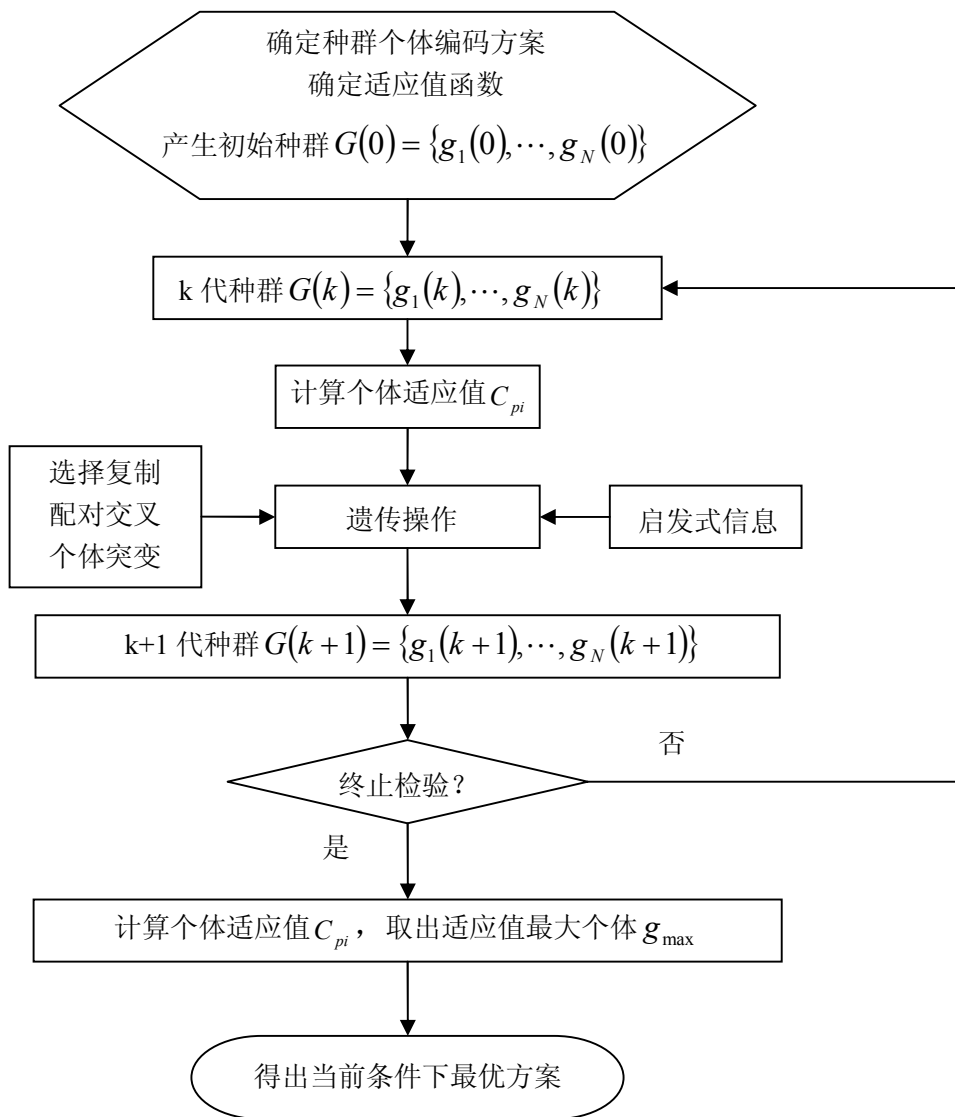


图 1 算法流程图

经过杂交和变异后产生新一代的种群 $G(k) = \{g_1(k), \dots, g_{308}(k)\}$ ，计算每个个体

$g_i(k)$ 的适应值 C_{pi} 。比较个体 $g_i(k)$ 的适应值 C_{pi} ，将适应值最大的个体 $g_i(k)_{\max}$ 进行记录。

(6) 终止检验

当迭代的代数达到 n 时，退出迭代，否则继续执行(4) (5)两步。

在运用遗传算法的迭代过程中，对个体的变异率进行动态修正，在进化初期，变异率选的比较小，到了后期，逐渐增大变异概率，使进化过程避免早熟现象。除此以外，还在进化后期嵌入启发式搜索，增加遗传算法对局部的搜索能力。

算法流程图如图 1。

4.2.3 求解结果分析

经过改进遗传算法的模型求解，我们找到满足条件的最少警车数目为 16 辆，此时的覆盖率为 90.0939%。警车在区域的分布如图 2 中圆圈所示。

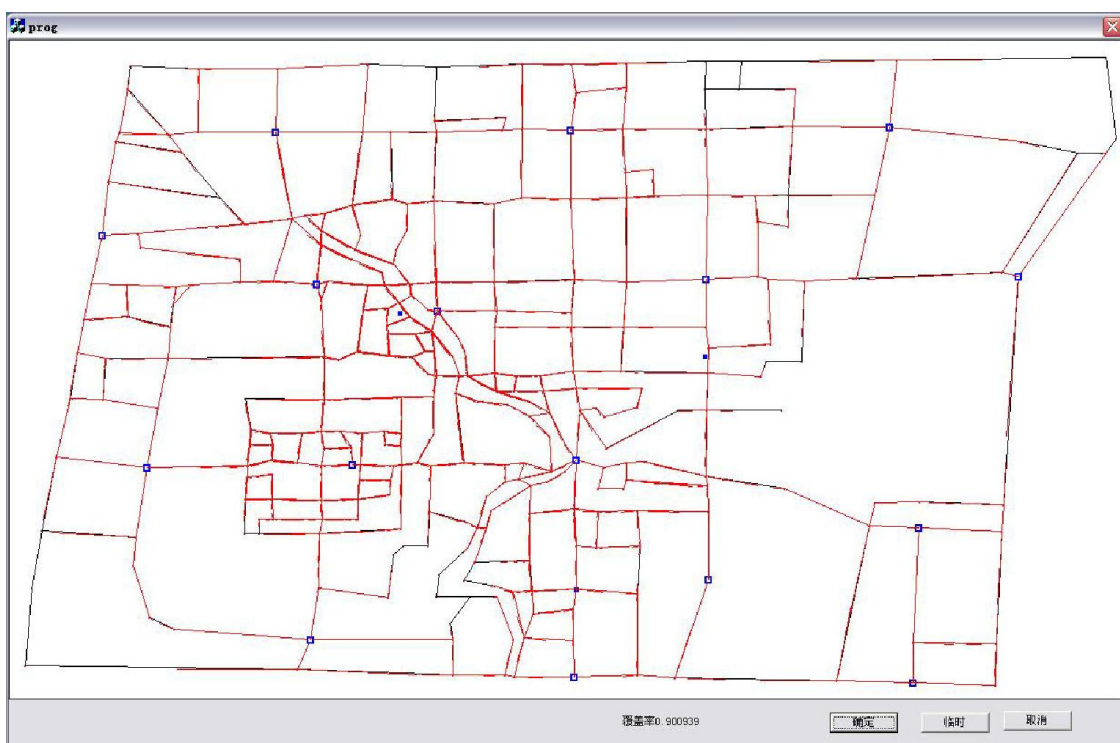


图 2 基于改进遗传算法的警车最优配置模型的求解结果图

从上述模型的建模和求解结果可以看出，要达到问题一中对 D1 的要求，从静态最优布局的角度得到的最少警车数量是 16 辆，如果让警车巡逻起来，特别是在划定的区域内做较长时间的巡逻，而且要达到 D1 的要求，警车的数量就

会大大增加，因此我们可以得到结论 1：

结论 1：如果警车在街道上巡逻，要满足 D1 要求，所需警车数量至少为 16 辆。

4.3 巡逻状态下的警车数量优化模型

4.3.1 模型的建立与求解

更符合实际的情况是警车处于巡逻状态。为此，这里对 4.2 中的模型进行修改，使之更符合实际情况。由于问题一并不要求考虑巡逻的效果，因此可以假设警车只在某个特定线路上巡逻，在这样的前提下寻求最少的警车数量。确定最优警车数量的数学模型仍如（1）所示。

确定最优警车数量的思路是：基于 4.2 的模型中生成的最优部署方案进行巡逻仿真，判断是否满足 D1 条件，如果不满足，可以通过增加警车的方式来提高覆盖率，通过多次迭代，寻到满足 D1 条件的最少警车数量。具体的算法步骤如下：

Step1：按最优警车的部署进行巡逻，判断是否满足 D1 要求；

Step2：如果不能满足要求，则选择最优的部署点，增加一辆警车，转到 Step1；

Step3：直到满足 D1 要求，输出警车数量，结束。

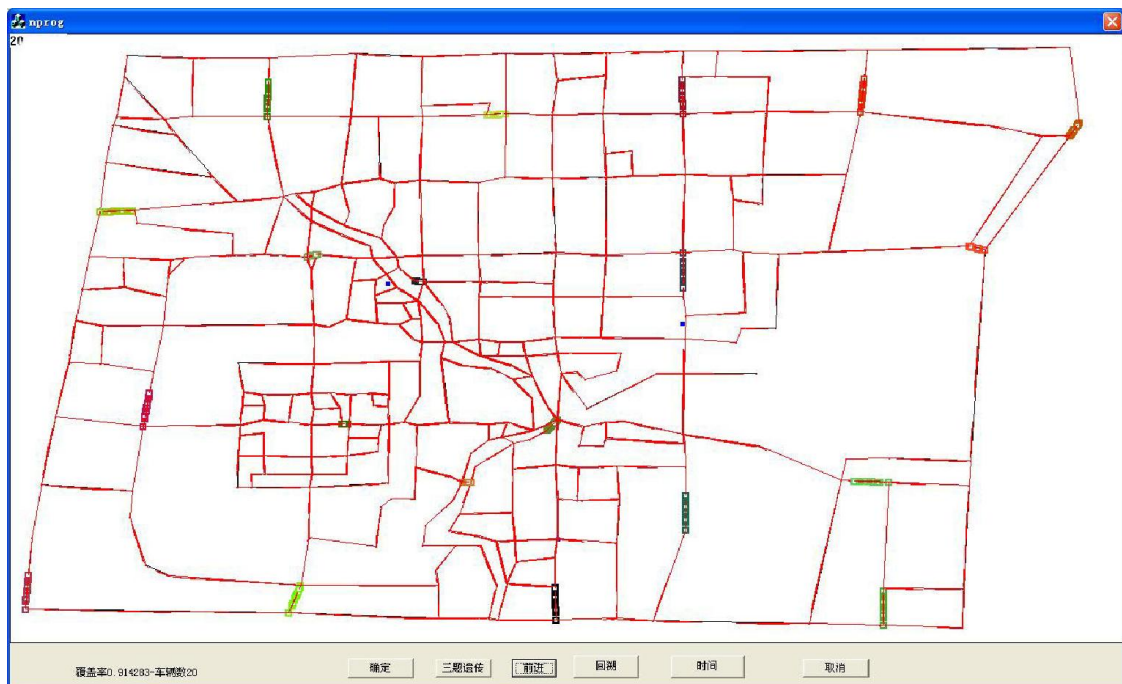


图 3 巡逻状态下的警车数量优化仿真截图

4.3.2 求解结果分析

经过求解，在上述模型中满足 D1 条件的最少警车数目为 20 辆，覆盖率均达到 90%以上。图 3 为 20 辆警车在巡逻过程中的一个截图，从图 3 中可以看出 20 辆警车的巡逻布局情况。

5 巡逻效果显著程度评价指标的建立

110 警车在街道上巡逻具有十分重要的作用，既能够对违法犯罪分子起到震慑作用，又能增加市民的安全感。同时，警车巡逻也加快了对报警事件的反应和处理的速度的，为社会和谐提供了有力的保障。

衡量警车巡逻效果的最主要指标就是市民的见警率。见警率体现在同一地点的一段时间内见到巡逻警车的次数，见警率越高，市民的安全感就会越强，对犯罪分子的震慑也越强。如果警车巡逻方案的见警率越低，那么此方案就越不合理。本文根据此分析，提出以下评价巡逻效果显著程度的有关指标：

(1) 街道覆盖的均匀性

在巡逻时，警车的巡逻路径应当遍布所有区域，否则在巡逻死角犯罪分子将不会受到警察的威慑，人民的生命和财产将不能得到有效的保护。同时，各个街道被警车巡逻到的次数应当尽量一致，让犯罪分子找不到警力布控的薄弱点，就不敢实施犯罪行为，这样就能对犯罪造成更强的威慑。

设 D_c 描述警车巡逻时街道覆盖的均匀性。设第 i 条街道巡逻的次数为 c_i ，可以用整个巡逻区域中各条街道巡逻次数的方差来衡量 D_c ，其计算式为：

$$\begin{aligned}\bar{c} &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n c'_i \\ D_c &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (c'_i - \bar{c})^2\end{aligned}\tag{4}$$

其中： c'_i 为 c_i 的标准化值， n 为该区域的街道总数。

(2) 警车巡逻的相对里程值

如果要提高街道的见警率，警车应在规定的时间内巡逻更多的街道，这样对

于提高群众的安全感具有重要的作用。而巡逻中除去重复巡逻的街道里程后的巡逻里程总数（称为有效里程数）越大，就可以使每条街道的平均巡逻次数增加。

设有效总里程用 S_e 表示，巡逻总里程用 S_{all} 表示，则相对里程值 D_s 就可以表示为：

$$D_s = \frac{S_e}{S_{all}} \quad (5)$$

(3) 警车的动态位置的分散性

在不考虑区域里不同部位犯罪率的差异的情况下，报警事件应当在整个区域随机发生。如果巡逻中警车分布比较集中，那么对于警车分布比较稀疏的区域，报警事件将得不到最快的解决。为快速处置报警事件，警车应当在巡逻中尽量保持一定的分散性。这样，区域中任意部位的报警事件都能得到及时的响应。同时，分散性也是作为巡逻路线选择的比较好的选择依据。

设 m_i 表示第 i 辆警车在区域中的位置， $f(m_i, m_j)$ 表示第 i 辆警车和第 j 辆警车的距离， δ 作为一个经验常数阈值，则警车的分散性可以如下式表示：

$$\left| \min_{1 \leq i, j \leq N_e} \{f(m_i, m_j)\} \right| > \delta \quad (6)$$

(4) 全局最长反应时间

全局最长反应时间是指区域中所有警车接警后赶到报警地点所花费时间的最大值。这个指标反映了警车在巡逻时的反应时效。

设 $t_{i \max}$ 为第 i 辆警车接警后的最长反应，则全局最长反应时间 t_{\max} 表示为：

$$t_{\max} = \max\{t_{i \max}\} \quad (7)$$

本部分所提出的四个指标中，后两者体现是是警车对报警事件的反应时效，而前两者表现的是警车巡逻对威慑犯罪分子和提高市民安全感的作用。若规定了警车对报警事件的反应时效，前两个指标对于评估巡逻效果意义更大。随着问题的深入，街道覆盖的均匀性和警车巡逻的相对里程值将会成为评估巡逻方案的主要指标。

6 基于巡逻效果的警车巡逻方案优化

通过对巡逻效果显著程度评价指标的探讨，我们发现巡逻效果同街道巡逻次数的均衡性，警车的有效里程以及警车动态位置的相对性等有密切关系。警车巡逻时应当尽量满足这些指标的要求，否则警车的巡逻效果就会受到很大的影响，因此警车巡逻方案的制定时要充分考虑巡逻效果的这些指标。

6.1 巡逻方案优化模型的建立

警车巡逻方案优化问题的核心是警车在巡逻时的路径选择问题。由题目知，路径决策应当首先选择使 D1 更满足的方案，其次要尽量满足巡逻效果评价指标，所以在路径规划时，我们在尽量满足 D1 条件的前提下，用有利于巡逻效果提高的启发式信息对路径进行选择指导。

由于警车只有在道路的交叉点时才会出现对下一条道路的选择，所以巡逻方案道路搜索也是在交叉点上发生。

6.1.1 巡逻方案优化模型的建立

从前面的分析可以看出，本问题是一个多步优化问题，每一步做出决策时，均要在尽量满足 D1 条件的前提下，选择巡逻效果最优的巡逻方案。

巡逻效果评价指标包括街道覆盖的均匀性，警车巡逻的相对里程值，警车动态位置的相对分散性和全局最长反应时间。由于警车巡逻的相对里程值和相对分散性越大，街道覆盖的均匀性也就越高，二者与街道覆盖均匀性相关性很强。又由于全局最长反应时间用来体现警车的反应时效，在题目问题三对 D1 条件满足的要求下，反应时效已经得到体现，所以模型选择街道覆盖的均匀性作为优化的目标函数。

D_c 描述警车巡逻时街道覆盖的均匀性。设第 i 条街道访问的次数为 c_i ，则目标函数可用下面的公式表示：

$$D_c = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (c'_i - \bar{c})^2$$

其中： c'_i 为 c_i 的标准化值。

本问题就是在满足 D1 条件下，求 D_c 的最小值，即

$$\begin{aligned} \min D_c \\ s.t. \begin{cases} P\{T1 \leq 2\} = 100\% \\ P\{T2 \leq 3\} = 90\% \end{cases} \end{aligned} \quad (8)$$

由于此问题是多步路径的选择优化问题，便于用仿真的方法找到最优方案。由于路径选择只在交叉点发生，所以我们在问题一的基础上采用离散的事件步长仿真寻找最优方案。

6.1.2 模型的求解算法

本问题的求解是在最优警车配置的基础上，进行基于启发式信息的巡逻路径优化。由于长时间巡逻时，最优警车配置所得到的警车数目可能会不满足条件D1，因此实现最优巡逻路径时的警车数目会有所增加。

设 $S_i^{(t)} = \{V_1, V_2, \dots, V_{n-1}, V_n\}$ 表示第 t 步从交叉点 V_i 可以直接到达的 n 个交叉点的集合，巡逻方案的优化即从 $S_i^{(t)} = \{V_1, V_2, \dots, V_{n-1}, V_n\}$ 中选出最为合适的交叉点 V_p ，使警车从 V_i 点运行到 V_p 点时满足覆盖率要求且巡逻效果最好。

模型的具体求解步骤如下：

Step1：通过计算机和人工相结合的方法将这个区域划分为多个小区域；

Step2：用 4.2 中的算法求出警车的最优部署方案；

（Step1 和 Step2 的具体过程参见问题一的求解过程）

Step3：执行事件步长仿真；

Step4：在仿真中的每一步采用启发式方法获取下一个要巡逻的街道；

Step5：检查是否达到仿真时间要求，如果达到则退出，求得巡逻方案，否则继续执行仿真。

算法流程图如下：

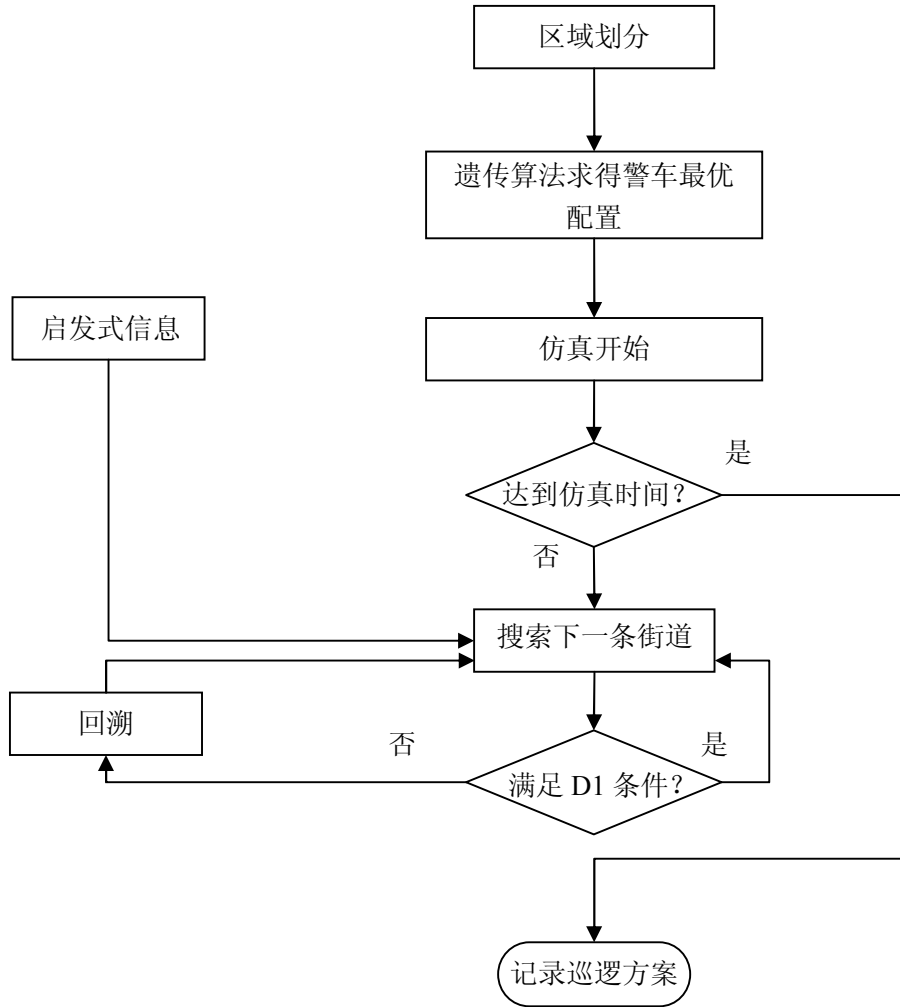


图 4 基于巡逻效果的警车巡逻优化模型的求解流程图

6.2 启发式信息

为提高巡逻方案的巡逻有效性，在巡逻方案搜索时加入多个启发式信息，引导搜索过程找到符合条件的巡逻方案。解决本问题时围绕影响覆盖率和巡逻效果的因素提出以下五条启发式信息：

（1）道路有效性策略：因为警车在各自的区域中巡逻，在搜索下一条道路时，首先要检查下一条道路的有效性，即该道路的另一端的交叉点 V 是否在自己的巡逻区域中，如果不在则不选择该道路。

（2）最少重复策略：在选择最优交叉点时，若有其他可选交叉点，则警车刚走过的交叉点 V_{i-1} 不再参与最优交叉点的评比选择。

（3）分散性策略：为了更好地满足覆盖率要求，定义分散度指标

$D_e = \max_p \left\{ \min_q \left\{ |p_x - q_x| + |p_y - q_y| \right\} \right\}$, 其中 p 表示其他警车所处的点, q 表示 $S_i = \{V_1, V_2, \dots, V_{n-1}, V_n\}$ 中的交叉点, 该式表示从 V_i 相邻交叉点集 S_i 中选出的, 到其他警车最近距离最大的交叉点 V_p 。选择此交叉点方向的道路就能使各个警车尽量分散。

(4) 尽量少走重复路策略: 选择道路时将各个相邻交叉点方向的道路进行警车已巡逻次数比较, 次数越少的道路被选择的优先级就越高。这个策略主要是尽量优化巡逻均匀性这一指标, 从而提高巡逻的效果。

(5) 警车的行进方向一致性策略: 为避免警车相向或者相背而行造成覆盖率的下降, 警车行进时尽量按相同的方向巡逻。这个策略实际上是用来考虑从整体上优化方案的。具体策略是: 警车选择道路时, 应该考虑道路的走向是否和多数警车行进方向一致, 方向一致的道路被选择的优先级会被提高。

6.3 模型的结果分析

根据 6.2 中方案的制定方法进行仿真运算, 得到了满足 D1 条件的警车数量为 27 辆, 其两分钟赶到重点部位的概率为 100%, 三分钟赶到现场的概率不低于 90%。巡逻路线仿真截图如图 5 所示。

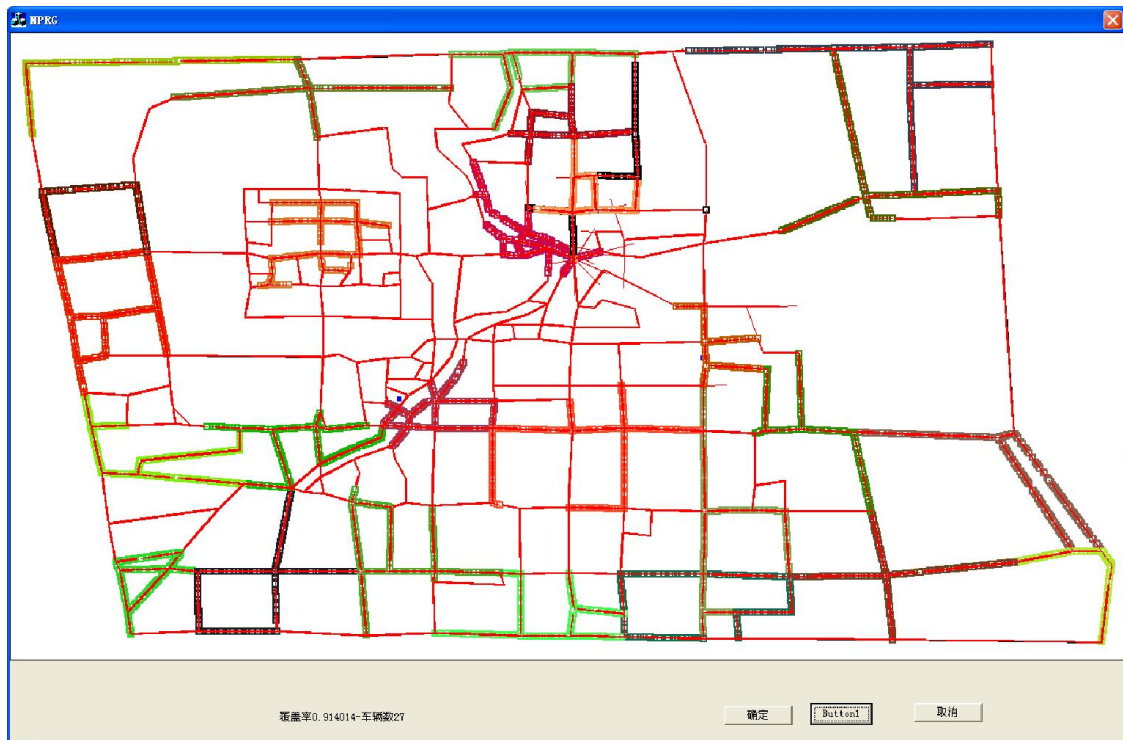


图 5 巡逻路线仿真截图

图 6 显示了 27 辆车四小时仿真巡逻后走过的位置信息。

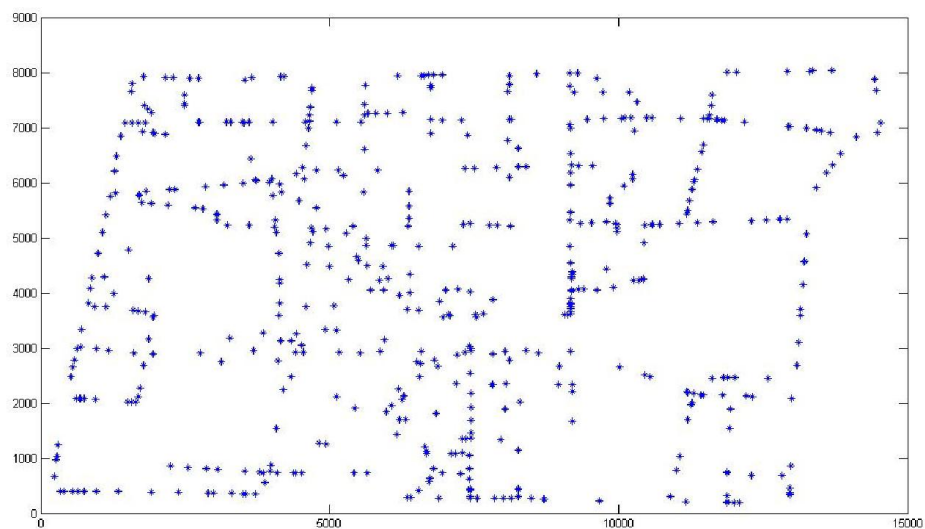


图 6 27 辆车四小时仿真巡逻后走过的位置信息
从图中可以看出四小时后整个区域各个街道均被警车巡逻过，分布比较均匀。

表 1 给出了 27 辆警车的巡逻方案的评价指标值。

表 1 问题三的巡逻效果结果

区域编号	警车初始位置	街道覆盖的均匀性
1	77	0.119457
2	242	0.0369999
3	10	0.00072604
4	306	0.0233451
5	251	0.000708085
6	291	0.0133423
7	44	0.0115408
8	297	0.00134061
9	35	0.0132703
10	252	0.000268387
11	157	0.00140691
12	83	0.000478142
13	4	0.0023821
14	86	0.0689595
15	27	0.00244012
16	303	0.00512601
17	71	0.0574924
18	277	0.0043623

19	106	0.000217619
20	123	0.137321
21	204	0.000182525
22	194	0.000270147
23	93	0.0115989
24	32	0.00389214
25	8	2.58786e-005
26	211	0.008542
27	21	0.00809856

从上述结果可以看出，该巡逻方案制定方法所得结果是比较优的，街道覆盖率比较理想。

详细巡逻方案见电子文档附录。

7 考虑巡逻方案规律隐蔽性下的巡逻方案优化

7.1 对巡逻方案规律的隐蔽性的分析

巡逻方案规律具有隐蔽性能对犯罪分子起到更好的威慑作用，而一个巡逻方案要具有隐蔽性，应该反映在每条街道在一天（或某个固定时间段）中的巡逻时间不具有规律性，从统计意义上来说，即是每个时刻各警车所处的位置具有均匀分布特性，为此，我们界定巡逻方案规律的隐蔽性含义为：

设 F_k 为 k 时刻各警车所处的位置， F_k 为一个随机变量，若 F_k 服从区域上的离散均匀分布，则认为巡逻方案规律的隐蔽性好。

7.2 考虑巡逻方案规律隐蔽性的巡逻方案制定

要制定具有较好隐蔽性的巡逻方案，我们在问题三解决问题的思路，通过最优巡逻方案仿真生成的过程中，将下一个时刻各警车随机选择节点的优先级提高，并综合考虑 D1 条件的要求，使每次生成的方案既具有随机规律性，又满足 D1 的条件，且基本保持了巡逻效果的优化性。

7.3 对制定巡逻方案规律隐蔽性方法的检验

实际上，对巡逻方案规律隐蔽性的判定还可以简单地从多次仿真巡逻的方案中相同时刻的警车位置的相异性得出。

根据 7.2 中的巡逻方案生成方法,产生 2 组巡逻方案数据,选取前 90 分钟总共 2457 个警车巡逻位置数据,对各个相同时刻位置点的数据进行分析,其中两辆车间的距离大于 200 米的有 2076 个,占到 84.5%;大于 500 米的有 1654 个,占到 67.3%。

从以上结果可以看出,在考虑巡逻规律隐蔽性的情况下,本文提出的制定巡逻方案的方法是很有效的。

8 10 辆警车实施巡逻的方案制定

题中的问题五要求制定 10 辆车的巡逻方案,并使 D1 和 D2 指标尽量得到满足,所以这个问题可以看成是一个多目标优化问题。通过前面的分析可以看出,配置 10 辆警车巡逻是远不能满足 D1 要求的,因此在生成巡逻方案时需要对前面的方法进行改进。

8.1 方案制定

通过对前面几问的分析和解答,制定仅配置 10 辆警车的巡逻方案时可在前面的算法基础上进行改进,以综合考虑 D1 和 D2 两个目标。

8.1.1 区域分割

对整个区域进行分区,划分分区的方法按照如下规则进行:

(1) 在三个重点部位周围划分三个区域。由于这些区域对警车接警后赶到的时间要求很高,所以重点部位划分的区域应小于平均区域,使警车能在足够短的时间内赶到重点部位;

(2) 在上面三个区域的基础上,我们依据区域中的总里程大致均匀的原则将剩余区域划分成七个分区。具体做法是先四个顶点划分四个区域,再在剩余部分划分其他三个区。

8.1.2 巡逻方案制定

根据该问题的要求,由于 D1 和 D2 两个目标都是优化指标,并且十个区域中警车分布相对比较分散,因此在运用论文 6.2 节的方法时,需要对警车分散性和方向性规则进行删减,并将其他启发式信息的优先级进行调整,以优先满足用于提高 D2 目标的规则,使得两个目标都尽量好。

8.2 求解结果分析

由仿真得到 10 辆警车巡逻的分布如图 7 所示，通过截图可以看出当警车数目较少时，如果分布方案比较优，覆盖率也能达到比较满意的程度，巡逻效果比较理想。

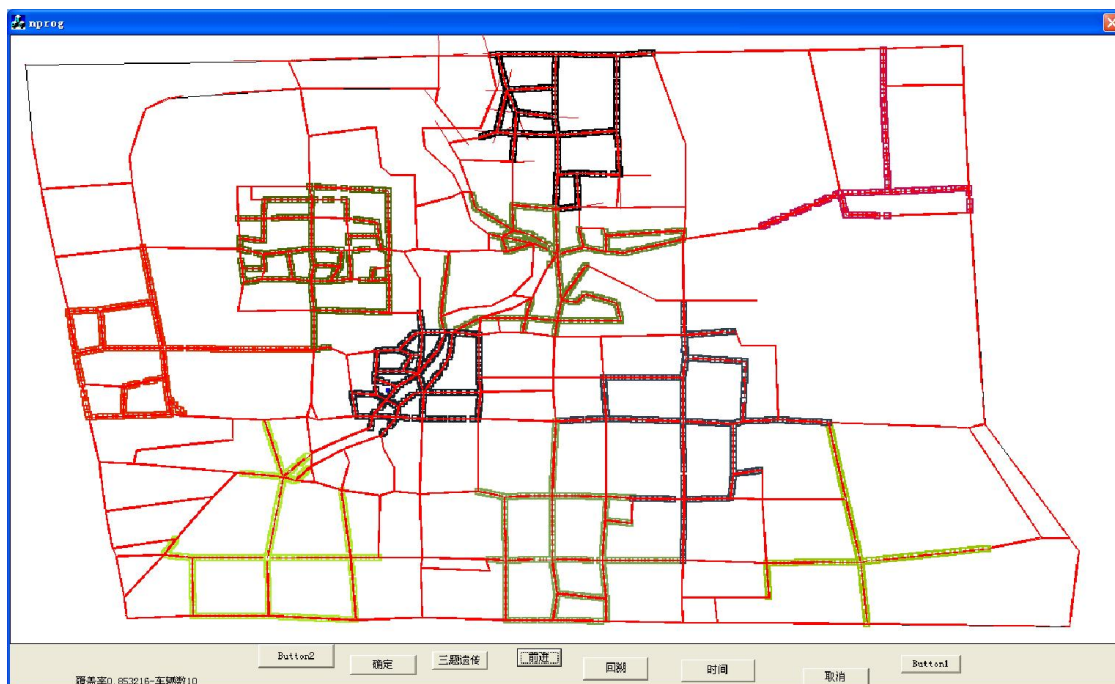


图 7 10 辆警车情况下的巡逻路线截图

9 速度改为 50km/h 对巡逻方案的影响

将警车接警的平均行驶速度提高到 50km/h，运用本文 6.2 节的算法对其进行重新仿真，发现用 26 辆警车不仅覆盖率大大满足 D1 要求，而且其均匀性也相当好。于是我们将其巡逻的车辆数量减少，经过多次仿真，最终得到满足 D1 要求且使巡逻效果尽量优的警车数量最优解为 16 辆。巡逻路线截图如图 8。

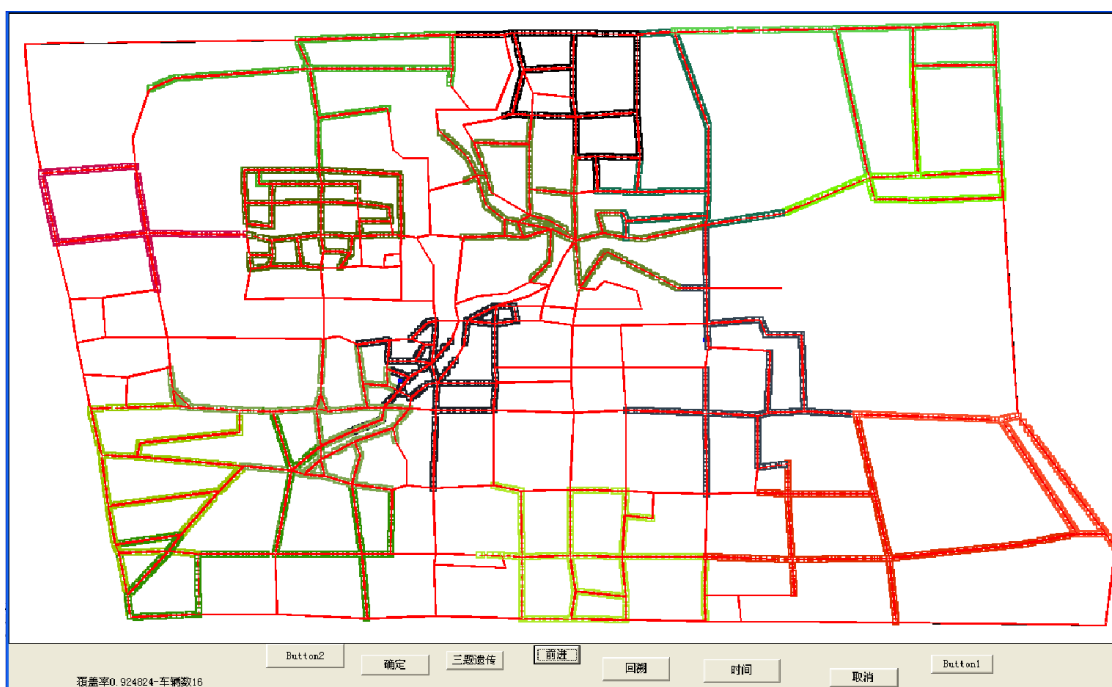


图 8 速度为 50km/h 时巡逻方案的截图

其巡逻效果的评价值如表 2 所示。

表 2 问题六的巡逻效果结果

区域编号	警车初始位置	街道覆盖的均匀性
1	303	0.0263388
2	106	0.000221855
3	84	0.000355563
4	204	0.000321297
5	194	0.000286551
6	93	0.000347598
7	67	0.00219472
8	29	0.000583724
9	211	0.0114003
10	21	0.00971369
11	79	0.234572
12	272	0.016803
13	30	3.41381e-005
14	291	0.00562708
15	306	0.00240314
16	253	0.00300438

10 警车配置与巡逻方案因素的扩展探讨

结合实际情况，影响警车配置及巡逻方案的因素中除了要考虑警车要及时赶

到现场，并尽可能巡逻到更多的道路和巡逻方案具有隐蔽性外，还包括不同区域犯罪率的差异，白天和夜晚，警车故障，交通堵塞等等。

这里，我们主要讨论不同区域犯罪率的差异，白天和夜晚的影响及解决思路。

(1) 由于不同区域的犯罪率不同，对于不同区域的警车配置应当有所区分。对于犯罪率低的地方，我们应当给其分配少量警车。虽然这些区域的警车的覆盖率没有达到 90%，但这里犯罪事件少，对于整个区域满足 D1 没有太大的影响。

相同时间内，犯罪率高的区域报警事件比犯罪率低的区域多。为满足 D1 的要求，这些区域就要部署更多的警车巡逻使报警事件能得到及时的解决。

(2) 在不同的时段应当对警车的配置做出调整。在中午和凌晨等人们防范意识比较薄弱的时段犯罪事件发生的可能性较高，应当适量的增加巡逻警车的配置。在人们防范意识较强的时段，可以适当减少巡逻警车。

考虑警车故障的情况，我们可以预备一定的警车作为替代。对于交通堵塞的情形，可以考虑使用临时的警车联动，用其他能够最快赶到报警地点的警车临时替代。

11 模型的评价与改进

经过分析和建模，题目中的要求已经得到比较优的满足。但由于时间有限，模型的建立还有一些考虑不全面的地方，一些提高算法的思路还没有付诸实践，例如，在启发式迭代搜索算法中可以嵌入更智能的优化搜索算法来提高搜索效率，另外建立模型时可以用图论中最优环游的思路对警车的巡逻路径进行规划等等，这些未实现的思路也是我们在竞赛后所要继续尝试和努力的方向。

参考文献

- [1] 孙惠泉，《图论及其应用》，科学出版社，2004 年。
- [2] 徐成贤，陈志平，李乃成，《近代优化方法》，科学出版社，2002 年。
- [3] 周义仓，棘孝良，《数学建模试验》，西安交通大学出版社，1999 年
- [4] 《运筹学》试用教材编写组，《运筹学》，清华大学出版社，1982 年
- [5] 唐振民，赵春霞，杨静宇，张进，《基于动态规划思想的多机器人路径规划》，南京理工大学学报，Vol. 27 No. 5: 610-615 , 2003 年