

参赛密码 _____
(由组委会填写)



第十一届华为杯全国研究生数学建模竞赛

题 目 小鼠视觉感受区电位信号(LFP)与视觉刺激
之间的关系研究

摘 要：

针对问题一：分析小鼠睡眠状态下的呼吸曲线，提取波峰、波谷点所对应的时刻，即呼吸的时刻。用脉冲模型模拟小鼠的呼吸，提取小鼠睡眠状态下呼吸时刻所对应的脑电波局部电位，进行线性插值拟合脑电波信号，应用 SPSS 统计分析软件对脑电波原始信号与拟合后的信号进行相关性分析。从分析结果来看，呼吸时刻所对应的 71 个脑电波采样点经过线性插值得到的拟合信号与原始脑电波信号相关性显著，建立的数学模型充分反映了小鼠在睡眠状态下与呼吸相关联的脑电波。

针对问题二：使用一维离散小波变换提取睡眠状态下小鼠的呼吸周期，得到呼吸频率在 1.75Hz 左右；使用快速傅里叶变换得到小鼠脑电波频谱图，分析其周期节律，得到小鼠睡眠状态下脑电波的主要频率分布范围为 0.5Hz-2.5Hz，与呼吸频率相吻合，证明题二论点正确。

针对问题三：对小鼠视觉感受区的局部电位做 FFT 变换，得到其频率分布，分析小鼠在清醒状态下脑电波的周期节律，主要在 2.5-7.5Hz 范围内；提取呼吸时刻对应脑电波局部电位，通过线性插值拟合与原始脑电波信号相匹配，运用 SPSS 软件分析二者相关性，相关性小于 0.12，证明二者非线性相关；对原始数据进行 8 级三角函数拟合，得到拟合信号经过 SPSS 分析，相关性显著。

针对问题四：分别对睡眠状态下和清醒状态下小鼠的呼吸曲线进行小波分析，提取有效周期，分析呼吸频率；用三角函数建立脑电波信号分离模型，分别对两种状态下的脑电波信号进行三角函数拟合，得到置信区间为 95%的脑电波分离信号；从中提取与呼吸频率相对应的子信号，成功分离出了与小鼠呼吸相关联的脑电波信号。

针对问题五：建立小鼠视觉刺激的时间曲线与呼吸曲线，分别得到其功率谱，通过对比研究视觉刺激与呼吸的频率分布；应用三角函数拟合建立脑电波的分离模型，得到不同频率的脑电波成分，从中提取出与视觉刺激主频率对应的脑电波成分，并根据呼吸频率提取与呼吸频率的倍数对应的子信号，得到可能与呼吸相关的脑电波信号成分；用 4 级正弦函数叠加拟合模拟视觉刺激，在置信区间为 95%的情况下，得到的四个子波与分离模型提取出的脑电波成分固有特性一致，证明提取出的成分与视觉刺激相关；在时间上分别提取两次刺激所对应的脑电波信号，进行相关性分析，相关度小于 0.6，说明脑电波成分中包含图形形状因素。

本文创新点在于：（1）通过对小鼠脑电波在睡眠、清醒、视觉刺激状态下的功率谱进行对比分析，界定小鼠在不同情况下脑电波的频率波动范围；（2）采用 Haar 小波变换确定周期分割点，获得呼吸、脑电波的准周期；（3）通过上采样和下采样对脑电波信号进行匹配，应用 SPSS 软件对脑电波进行相关性分析，得到较为详细的分析报告；（4）运用 8 级三角函数对小鼠脑电波进行拟合，建立了有效的信号分离模型，分别分离出了与呼吸、刺激相关的脑电波信号；

关键词：脑电波 呼吸 视觉刺激 频谱 相关性 信号分离模型

1 问题的提出

1.1 基本概况

大脑是支配人和高级动物活动的信息中心，神经系统承担着感受外界刺激，产生、处理、传导和整合信号，实现各种认知活动等任务。神经系统的基本结构单元是神经元，整体可视为由众多的神经元组成的庞大而复杂的信息网络，通过对信息的处理、编码、整合，转变为传出冲动，从而联络和调节机体的各系统和器官的功能。神经元对信息的处理和加工是神经元集群共同完成的，而神经元集群的同步形成较强的电信号就是脑电波。

利用脑电波分析人（动物）的行为与脑电波之间的关系，并反过来通过脑电波确定或引导人的行为，具有很大的挑战性。脑电波信号是无数神经放电的混合，我们不可能也没有必要将单个神经放电分离出来。宏观意义上，控制某个特定行为或想法的脑电波是一系列众多神经放电的迭加。而我们测量所得到的脑电波信号又是由许许多多构成不同想法和控制行为的脑信号合成的。研究表明这些信号的强弱差别很大。在实现人机交互时，我们也许只关注若干个行为或思想，而对应的脑电波可能很弱。

一般认为大脑在活动时，脑皮质细胞群之间就会形成电位差，从而在大脑皮质的细胞外产生电流。而局部场电位（LFP）则反映来自神经元网络局部神经核团的活动状态，它也是一种神经集合的协同行为。所以 LFP 信号是脑内某局部大量神经元树突电位和的综合反映。LFP 可能与大脑对行为的控制有关，如呼吸及视觉刺激等。对应于不同行为或思维的脑电波，我们称之为脑电波成份。事实上，当一个人面对一个物品或需要拿起一个物品时，我们希望知道对应脑电波的反应，即该脑电波成份。该工作具有深远意义，如果能分离出与行为相关联的脑电波，将有助于对大脑疾病的诊断及脑中风病人的生活自理。由于人的大脑非常复杂，研究人的思维也相对困难。

我们选取小鼠进行试验，用以验证视觉感受区的局部电位是否有规律性的变化、呼吸曲线的周期性之间是否有联系、视觉感受区的局部电位是否与视觉刺激相关以及具体的联系是什么。

1.2 需要解决的问题

问题一：由于对呼吸的观测是间接的，能否通过分析呼吸的机理，建立数学模型反映小鼠在睡眠状态下与呼吸相关联的脑电波。（猜测：呼吸过程是由脑干部分发出“呼”和“吸”的命令，由神经元集群同步产生动作电位，该电位完成呼吸过程。）

问题二：一般认为在睡眠状态下，小鼠脑电波的周期节律有可能与呼吸相关联。该结论是否正确？通过对所给的视觉感受区的局部电位数据建立模型论证你的结论。

问题三：研究在清醒状态下，小鼠视觉感受区的局部电位信号是否有周期性的变化？该周期性的变化是否与小鼠呼吸所对应的脑电波的周期性的变化有关？是线性相关吗？如果不是线性相关，是否具有其他形式的相关性？

问题四：建立脑电波信号的分离模型，能否从前两种状态（睡眠状态、无

视觉刺激的清醒状态) 局部脑电位信号中分离出与小鼠呼吸相关联的脑电波信号?

问题五: 通过 Checkboard 随时间变化的曲线, 分析小鼠视觉刺激的时间曲线及其功率谱, 并与呼吸曲线的功率谱对比。利用问题(4)所建立的信号分离模型, 从数据中分离出与 Checkboard 刺激相关的脑电波信号成份和可能与呼吸相关的脑电波信号成份? 请验证所分离出来的刺激脑电波成份与视觉刺激之间的相关性, 并说明该脑电波成份中是否包含图形形状因素。

2 问题分析

问题一: 题目要求通过分析呼吸的机理建立数学模型来反映小鼠在睡眠状态下的与呼吸有关的脑电波。对于呼吸过程, 则是由脑干部分发出“呼”和“吸”的命令, 由神经元集群同步产生动作电位, 该电位完成呼吸过程, 而在呼吸曲线中只有波峰波谷点处具有生理意义, 因此可以认为呼吸过程为脉冲响应; 同时根据实际经验可知呼吸过程是稳定的, 并且具有固定的周期。由此可以猜想睡眠状态下的小鼠的脑电波是呈周期性的, 通过离散采样得到呼吸时刻对应的脑电波, 将其与小鼠睡眠状态下的脑电波进行拟合。

问题二: 对于小鼠脑电波的周期节律可能与呼吸相关联这一问题, 首先我们要知道小鼠脑电波周期节律应该如何划分, 而研究者通过对人的脑电波研究将脑电波按照频率的不同划分为四种基本节律, 可以考虑采用同样的方法对小鼠的脑电波周期节律进行划分; 通过快速傅里叶变换可以求得小鼠在睡眠状态下的脑电波频谱图, 可以确定小鼠在睡眠状态下的脑电波的频率成分; 通过分析小鼠的呼吸曲线可以看出其呼吸是呈一定的周期性的, 可以考虑通过一维离散小波变换寻找呼吸曲线的周期分割点, 找到呼吸的频率。

问题三: 对于在清醒状态下的小鼠视觉感受区的局部电位信号是否成周期性变化, 依然可以考虑采用小波变换观察其变换后的小波系数确定其周期分割点; 对小鼠视觉感受区的局部电位做 FFT 变换, 得到其频率分布, 分析小鼠在清醒状态下脑电波的周期节律; 通过离散采样提取呼吸时刻对应脑电波局部电位, 再采用线性插值拟合得到小鼠呼吸所对应的脑电波, 将其与原始脑电波信号相匹配, 分析二者相关性, 看二者是否是线性相关; 如果不是线性相关, 则考虑是否呈指数相关或者三角函数相关, 通过对数据进行拟合分析其相关性。

问题四: 对于这个问题, 可以结合问题三中确定的相关性类型, 小鼠视觉感受区的局部电位信号的周期性变化与呼吸所对应的脑电波周期性变化呈何种相关来建立脑电波信号的分离模型; 另一方面通过傅里叶变换可以得到小鼠在睡眠状态下以及清醒无刺激状态下的频谱图, 从而可以得到这两种状态下的呼吸主频率; 我们再建立的分离模型当中寻找和呼吸主频率接近的脑电波成分, 就可以认为这一部分脑电波就是和小鼠呼吸相关联的脑电波信号。

问题五: 最后这个题目是综合前面几小问, 要用到前面的结论的, 是对前面的综合性的应用。由于加入了视觉上的刺激, 所以在分析问题的时候应该对其进行分解处理, 和前面的状态作对比。要验证相关性, 就必须对两组数据进行处理。若能拟合出它们的函数曲线的话, 就可以通过画图很直观的看到它们有什么样的相关性。至于包不包含图形因素的影响, 可以通过用 matlab 计算相应的频谱和功率谱, 通过对比不同状态下的频谱特征去了解。

3 符号说明

问题一：

$\delta(t-t_i)$ — t_i 时刻发生的“呼”和“吸”的命令；

$f(t_i)$ — t_i 时刻的各个局部电位信号的反应大小；

$LFP1$ —第一个局部电位信号；

$LFP2$ —第二个局部电位信号；

$LFP3$ —第三个局部电位信号；

$LFP4$ —第四个局部电位信号；

$LFP5$ —第五个局部电位信号；

问题二：

a —伸缩尺度；

τ —平移尺度；

$\psi(t)$ —基本小波；

$x(n)$ —离散数字信号序列；

W_N —旋转因子；

$x(k)$ —输入序列 $x(n)$ 对应的 N 个离散频率点的相对幅度；

问题三：

Ω_l —通带的下限频率；

Ω_h —通带的上限频率；

Ω_{sl} —下阻带的上限频率；

Ω_{sh} —上带阻的下限频率；

E —数学期望；

cov —协方差；

N —变量取值的个数；

4 模型的假设

1. 假设题目中所给数据具有普遍性，能真实地反映小鼠的生理特征；
2. 假设植入的电极不会对小鼠的脑电波产生影响；
3. 各个电极之间相互独立，互不影响；
4. 假设试验的环境条件是完全相同的，仪器的性能也没有差异；
5. 试验所用的小白鼠的生理特征基本相同，在试验期间不会产生较大的波动；
6. 呼吸过程是由脑干发出“呼”和“吸”的命令，由神经元集群同步产生动作电位，该电位完成呼吸过程；
7. 呼吸曲线只在波峰和波谷点具有生理意义，曲线的具体幅度没有价值，所以只考虑“呼”和“吸”这两个命令与 LFP 之间的关系；

8. 假设清醒状态时，试验的小鼠处于相对安静的状态；
9. 除了给定的视觉刺激外，小鼠的脑电波不受其他任何外加刺激的影响；

5 模型的建立和求解

5.1 问题一

为了建立数学模型反映小鼠在睡眠状态下与呼吸相关联的脑电波，首先根据给出的数据用 MATLAB 绘制出呼吸的波形图如图 5-1 所示。

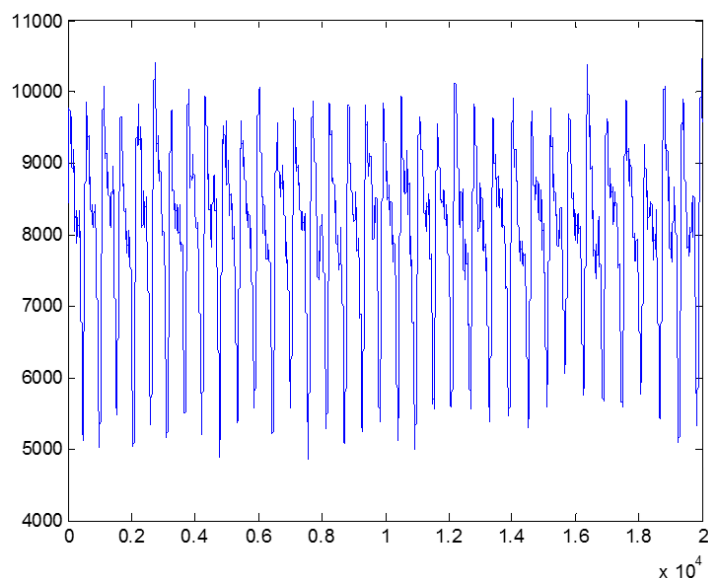


图 5-1 呼吸曲线图

曲线的峰或谷的时间点标记呼吸时程（吸气相或呼气相），通过分析图 5-1 得到呼吸时刻值，如表 5-1 所示。

表 5-1 呼吸时刻表

吸气时刻 (t)	冲击函数值 δ	呼气时刻 (t)	冲击函数值 δ
0.042	1	0.466	-1
0.577	1	1	-1
1.129	1	1.53	-1
1.66	1	2.067	-1
2.232	1	2.612	-1
2.738	1	3.123	-1
3.272	1	3.686	-1
3.79	1	4.213	-1
4.33	1	4.781	-1
4.993	1	5.334	-1
5.455	1	5.886	-1
6.05	1	6.45	-1
6.601	1	7.03	-1
7.13	1	7.574	-1
7.714	1	8.14	-1
8.25	1	8.711	-1

8.846	1	9.278	-1
9.385	1	9.837	-1
9.945	1	10.4	-1
10.503	1	10.949	-1
11.081	1	11.534	-1
11.635	1	12.099	-1
12.209	1	12.69	-1
12.795	1	13.284	-1
13.425	1	13.884	-1
14.022	1	14.504	-1
14.618	1	15.087	-1
15.228	1	15.655	-1
15.796	1	16.257	-1
16.389	1	16.869	-1
16.999	1	17.476	-1
17.601	1	18.076	-1
18.181	1	18.666	-1
18.807	1	19.258	-1
19.396	1	19.833	-1
19.974	1		

由于在模型假设当中我们认为，在稳定状态下，小鼠的呼吸频率和周期是固定不变的，并且题目中给出了在呼吸曲线当中只有波峰和波谷点有生理意义，这就为问题的解决提供了一个基本且必不可少的条件。所以建立的模型必然选择以“呼”和“吸”这两个时刻与相应的 LFP 之间的关系为基础。我们设定“呼”和“吸”这两个时刻产生单位冲击信号，吸气用单位正脉冲表示，呼气用单位负脉冲表示，其值分别为 1 和-1，建立的如下式。

$$\begin{aligned}
&\delta(t-t_1); \\
&-\delta(t-t_2); \\
&\delta(t-t_3); \\
&\dots\dots \\
&(-1)^{n-1}\delta(t-t_n); \\
&t_1, t_2, \dots, t_n \in (0, 20);
\end{aligned} \tag{5-1}$$

其中 $t_1 \rightarrow t_n$ 为观测数据时间范围内的“呼”和“吸”命令所发出的时刻。

$$\begin{aligned}
LFP1 &= f(t_i) \\
LFP2 &= f(t_i) \\
LFP3 &= f(t_i) \\
LFP4 &= f(t_i) \\
LFP5 &= f(t_i)
\end{aligned} \tag{5-2}$$

基于上述假设，我们提出了小鼠在睡眠状态下的（5-1）和（5-2）数学模型。

式 (5-1) 表示呼吸信号模型，通过 MATLAB 实现，如图 5-2 所示。

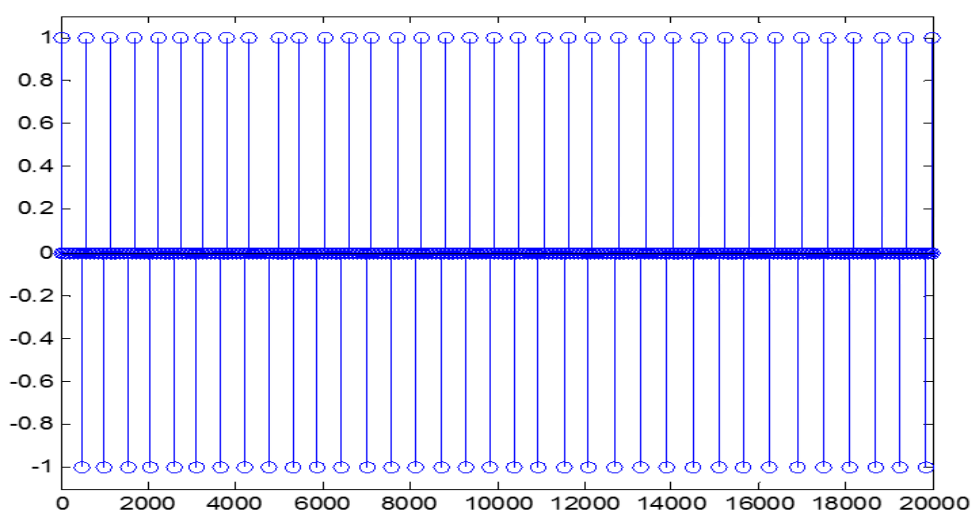


图 5-2 呼吸脉冲示意图

根据题目所给数据，分别作 LFP1~LFP5 的波形图，分别如图 5-3 (a)、5-4 (a)、5-5 (a)、5-6 (a) 所示。取呼气、吸气时刻的 LFP1~LFP4 脑电波对应值，作拟合曲线，分别如图 5-3 (b)、5-4 (b)、5-5 (b)、5-6 (b) 所示。

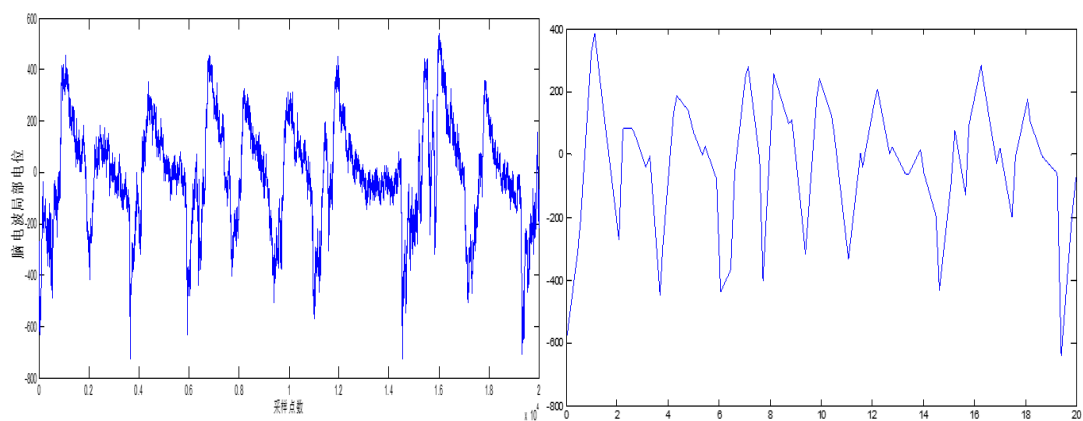


图 5-3 (a) LFP1 脑电波局部电位

图 5-3 (b) LFP1 脑电波局部电位拟合

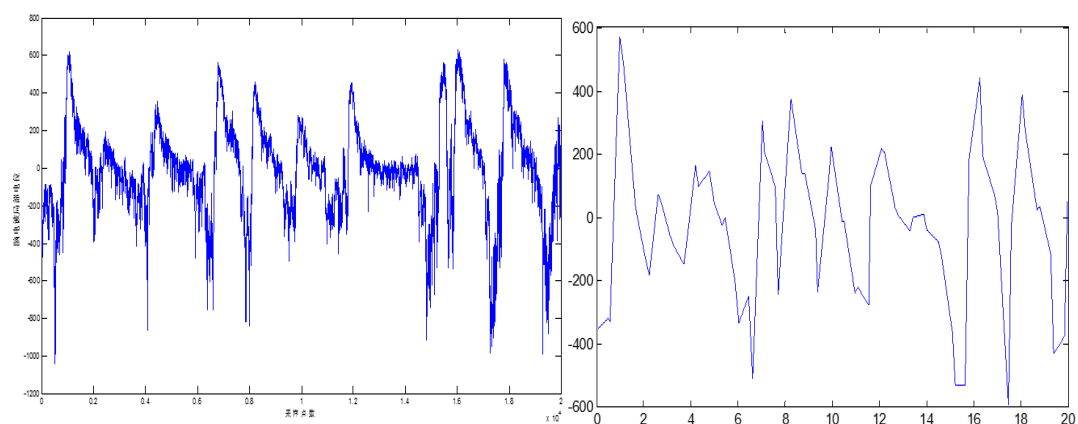


图 5-4 (a) LFP2 脑电波局部电位图

5-4 (b) LFP2 脑电波局部电位拟合

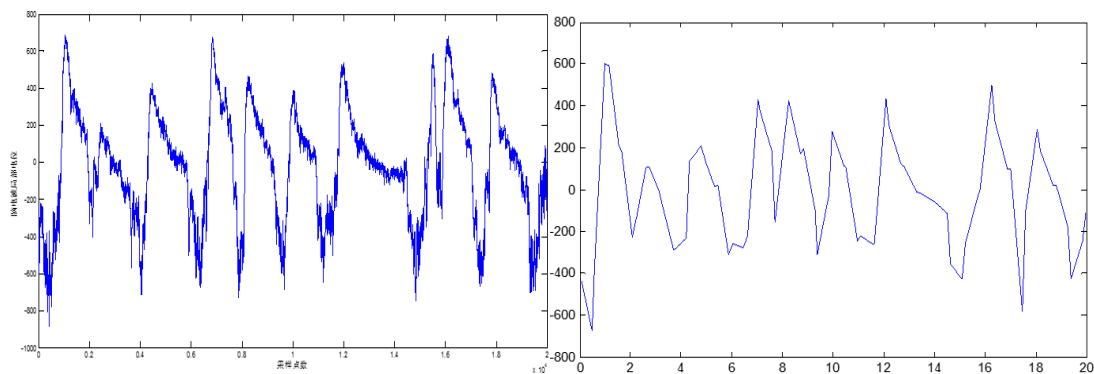


图 5-5 (a) LFP3 脑电波局部电位 图 5-5 (b) LFP3 脑电波局部电位拟合

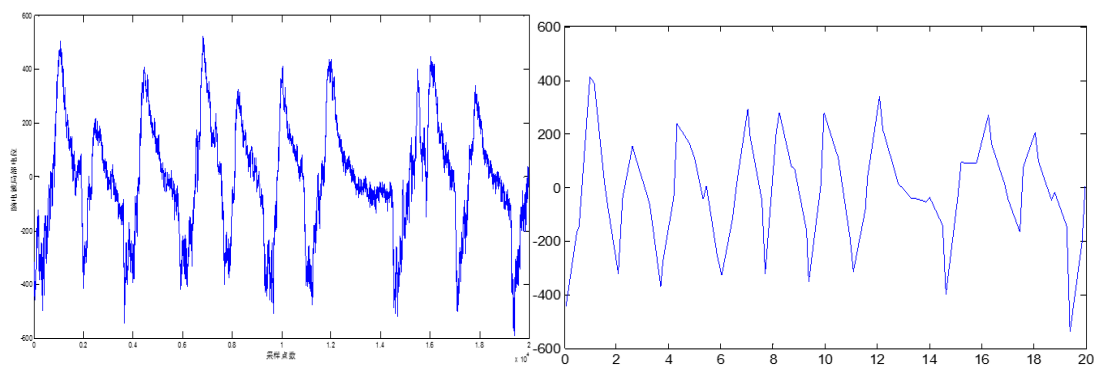


图 5-6 (a) LFP4 脑电波局部电位 图 5-6 (b) LFP4 脑电波局部电位拟合

通过对比以上四组图形可以看出，取呼吸时刻采样点拟合波形与脑电波原始数据总体趋势一致，波峰波谷位置大体相同。接着分别对 LFP1 和 LFP2 的原始数据与拟合数据进行匹配后，用 SPSS 软件进行相关性分析，结果如图 5-7 和图 5-8 所示。

相关系数				相关性			
		r1	s1			r1	s1
Spearman 的 rho	r1	相关系数	1.000	r1	Pearson 相关性	1	.727**
		Sig. (双侧)	.		显著性 (双侧)		.000
		N	1250		N	1250	1250
	s1	相关系数	.760**	s1	Pearson 相关性	.727**	1
		Sig. (双侧)	.000		显著性 (双侧)	.000	
		N	1250		N	1250	1250

** 在置信度 (双侧) 为 0.01 时，相关性是显著的。

** 在 .01 水平 (双侧) 上显著相关。

图 5-7 睡眠状态下 LFP1 脑电波局部电位拟合相关性分析

相关系数				相关性			
		r2	s2			r2	s2
Spearman 的 rho	r2	相关系数	1.000	r2	Pearson 相关性	1	.565**
		Sig. (双侧)	.		显著性 (双侧)		.000
		N	1250		N	1250	1250
	s2	相关系数	.654**	s2	Pearson 相关性	.565**	1
		Sig. (双侧)	.000		显著性 (双侧)	.000	
		N	1250		N	1250	1250

** 在置信度 (双侧) 为 0.01 时，相关性是显著的。

** 在 .01 水平 (双侧) 上显著相关。

图 5-8 睡眠状态下 LFP2 脑电波局部电位拟合相关性分析

由 SPSS 软件的分析结果可以得到呼吸时刻采样点拟合信号与原脑电波信号的总体变化呈现良好的相关性，说明呼吸与脑电波之间有密切的联系。

5.2 问题二

为了解决小鼠脑电波的周期节律有可能与呼吸相关联的问题，这里先在 MATLAB 中用小波变换求出呼吸曲线的周期。小波最大的优势是能够分析信号的局部特性，核心是将复杂多变的函数经过分解，使之成为较简单的函数以便于研究。由于任何一个小波函数都是通过时间平移 τ 和伸缩尺度 a 得到的。因此，小波变换的数学表达式为

$$WT_f(a, \tau) = \langle f(t), \psi_{a, \tau}(t) \rangle = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_R f(t) \psi^* \left(\frac{t - \tau}{a} \right) dt \quad (5-3)$$

在小波变换过程中，当基本小波 $\psi(t)$ 为某个光滑函数的一阶导数时，伸缩尺度 a 越接近零，经过小波变换后，原信号的突出点位置越明显。在这里我们选择的变换小波基函数为 Haar 小波，变换尺度为 1 到 50，得到呼吸曲线的小波分析周期如图 5-9 所示。

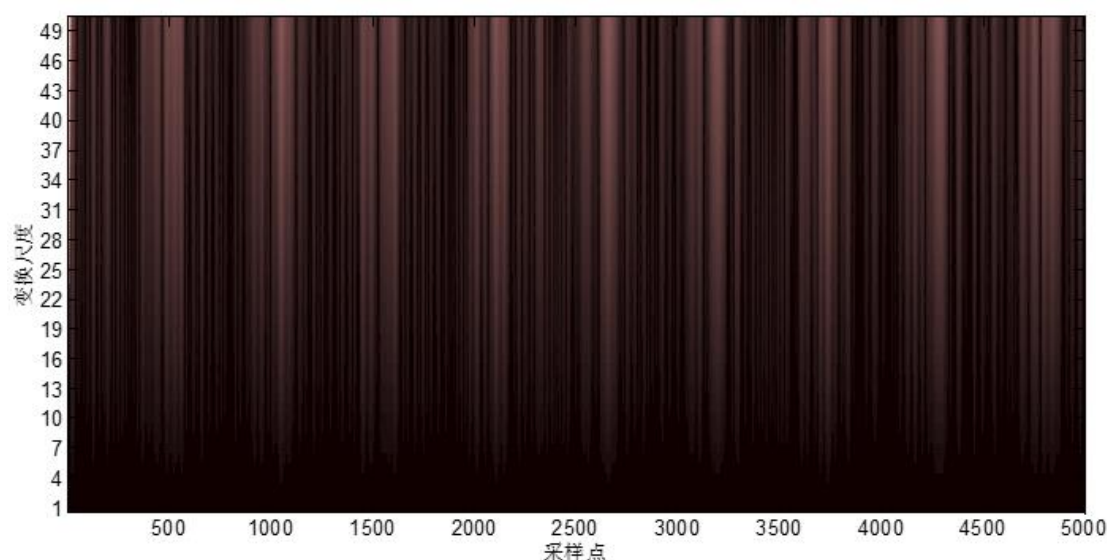


图 5-9 呼吸曲线的小波分析周期图

由图 5-9 可以看出，原呼吸信号的周期性较为明显。在不同的尺度下，小波变换系数大小变化规律相似，即小波系数越大处颜色越深，充分说明小波变换后的规律与尺度无关，因此，小波变换可以作为周期分割的依据。在这里选取颜色最深处作为周期分割点，整个信号可以分割成大约 36 个周期信号，每个周期的大体趋势如图 5-9 所示。

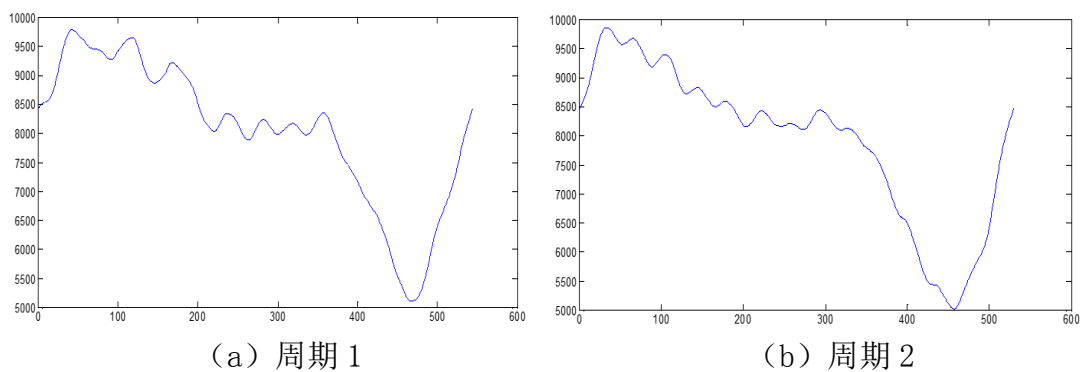


图 5-10 周期分割图

由图 5-10 可知，虽然原始信号并不属于完全意义的周期信号，但是分割出的每个准周期之间具有一定的相似性：方向相同，起点、终点位置均大致相同；每个周期中含有 2 个极值点，代表吸气和呼气这两个时刻，这正好对应一个完整的呼吸过程。但同时可以看到，每个周期还是有一些不规则的地方，这些不规则的地方应该是呼吸过程之间局部电位中不和呼吸过程相关联的部分所产生的噪声影响。

经过研究证实大脑存在多个不同波段的脑电波。脑电波是一系列自发的有节律的神经电活动，其频率变动范围在每秒 1—30 次之间的，可划分为四个波段，即 δ (1—3Hz)、 θ (4—7Hz)、 α (8—13Hz)、 β (14—30Hz)。但是，这几种波段的划分只是针对人类的，对于其它动物频率边界会有变化。

δ 波，在极度疲劳和昏睡状态下，可出现这种波段。

θ 波，成年人在意愿受到挫折和抑郁时以及精神病患者这种波极为显著。但此波为少年的脑电图中的主要成分。

α 波，是正常人脑电波的基本节律，如果没有外加的刺激，其频率是相当恒定的。人在清醒、安静并闭眼时该节律最为明显，睁开眼睛或接受其它刺激时， α 波即刻消失。

β 波，当精神紧张和情绪激动或亢奋时出现此波，当人从睡梦中惊醒时，原来的慢波节律可立即被该节律所替代。

由于本试验的研究对象为小鼠，所以上述周期节律会有一定变化，但是同时我们也认为小鼠脑电波的周期节律和人是类似的，即都有类似于 δ 、 θ 、 α 、 β 波的基本节律。本问研究小鼠在睡眠状态下的脑电波，参考人脑的基本节律，我们认为小鼠在睡眠状态下的脑电波的周期节律主要为 δ 波并伴有少量的 θ 波。

为了验证脑电波中的确有 δ 波和 θ 波，我们对小鼠睡眠状态下的脑电波进行快速傅里叶变换 (FFT)，其优点是运算量大大减少，计算时间缩短很多，FFT 原理如式 5-4。

$$\begin{aligned}
 X(k) &= \sum_{n=0}^{N-1} x(n) W_N^{nk} & k &= 0, 1, \dots, N-1 \\
 \Leftrightarrow X(k) &= X_1(k) + W_N^k X_2(k) & (k &= 0, 1, \dots, N/2-1) \\
 X\left(k + \frac{N}{2}\right) &= X_1(k) - W_N^k X_2(k) & (k &= 0, 1, \dots, N/2-1)
 \end{aligned} \tag{5-4}$$

进行 FFT 后得到如图 5-11 所示的 LFP 频率分布图。

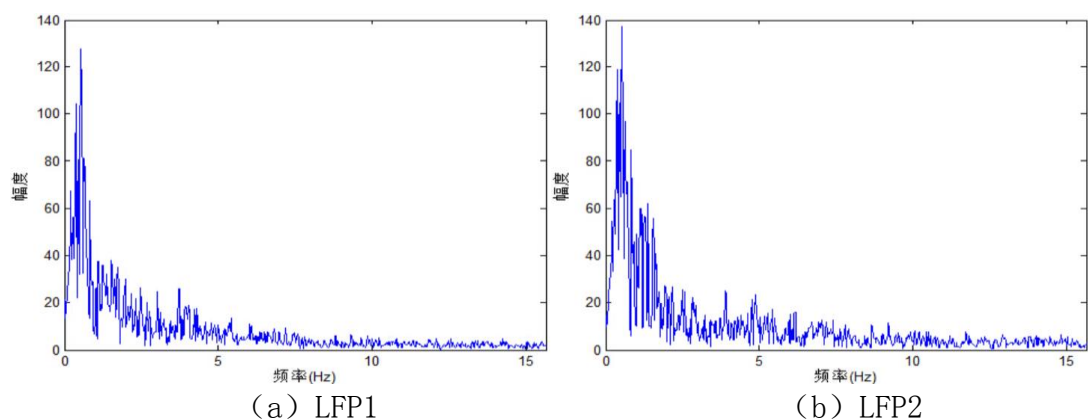


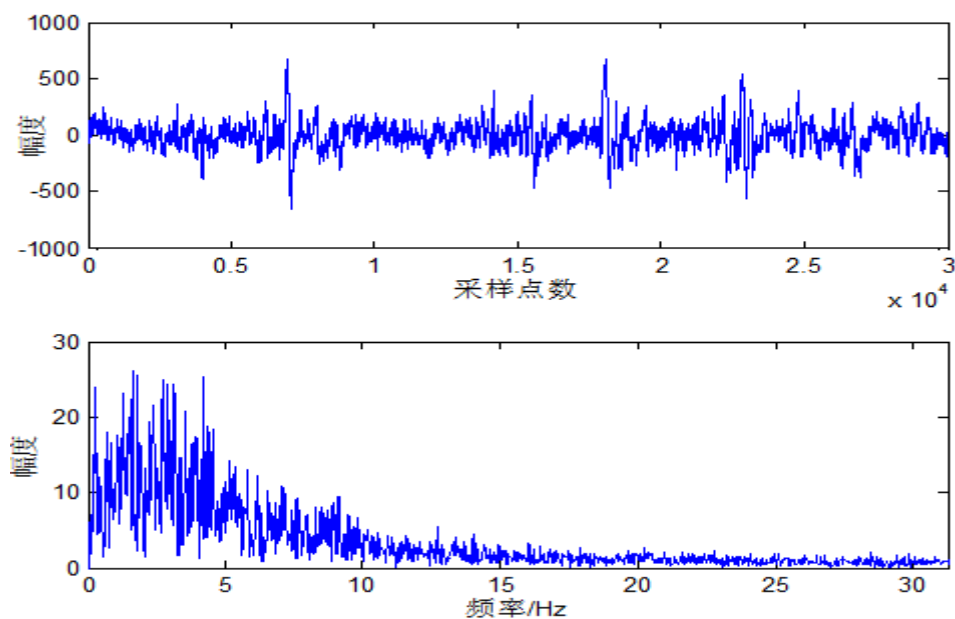
图 5-11 LFP 频率分布图

从图 5-11 看出，脑电波的频率主要集中在 $0.5\text{--}10\text{ Hz}$ 内，再细分可以得出大部分频率集中在 $0.5\text{--}2.5\text{ Hz}$ 内，有少部分集中在 $2.5\text{--}7.5\text{ Hz}$ 内。由上面分析可知，小鼠的周期节律的频率范围和人有差异，但类似小鼠的周期节律在睡眠状态下可定义为含有 δ ($0.5\text{--}2.5\text{ Hz}$)、 θ ($2.5\text{--}7.5\text{ Hz}$) 这两个波段。

由图 5-9 可知呼吸也是呈现一定的周期性的，其呼吸周期大约为 $0.550\text{--}0.580\text{ s}$ ，所以其频率范围在 $1.72\text{--}1.82\text{ Hz}$ 内，而这恰好在小鼠在睡眠状态下的节律周期 δ ($0.5\text{--}2.5\text{ Hz}$) 波段内，并且由图 5-11 知 δ 波段占主要的，从而说明小鼠脑电波的周期节律与呼吸有关联，后面由清醒状态下的呼吸得到频率为 $2.5\text{--}7.5\text{ Hz}$ ，和睡眠状态下的不一样，这也更加说明小鼠脑电波的周期节律与呼吸有关联。

5.3 问题三

对清醒状态下小鼠的脑电波信号做 FFT 变换，得到其频谱分布如图 5-12 所示，从上到下依次为脑电波的时间曲线、频率谱和功率谱（由于 LFP1、LFP2...LFP5 类似，只列出 LFP1 的频谱分布）。



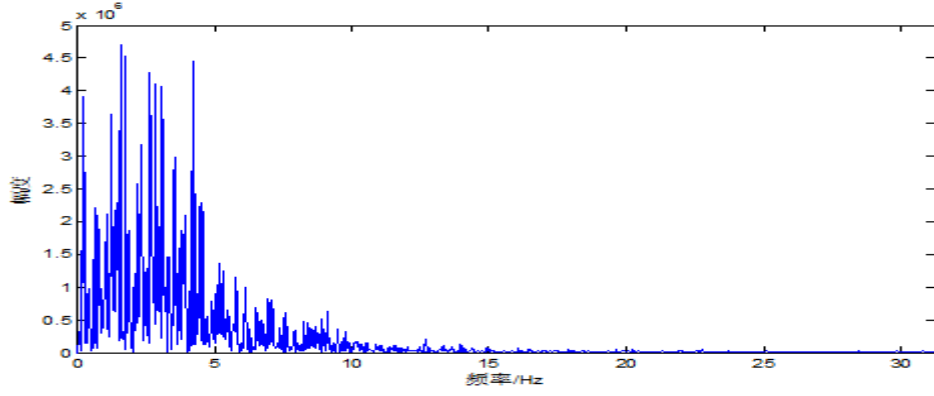


图 5-12 清醒状态下 LFP1 频率分布图（时间曲线、频率谱和功率谱）

5.3.1 第一小问

通过分析清醒状态下 LFP1-LFP5 的频率分布，我们发现小鼠在清醒状态下脑电波频率主要集中在 2.5—7.5Hz 范围内。为了更好的观察它的周期性，先用带通滤波器截取频率范围在 3—7Hz 左右的信号。

带通滤波器选择的是切比雪夫带通滤波器，模拟带通滤波器的 4 个频率参数是 Ω_l 、 Ω_{sl} 、 Ω_h 和 Ω_{sh} ，其中 Ω_l ， Ω_h 分别是通带的下限与上限频率， Ω_{sl} 是下阻带的上限频率， Ω_{sh} 是上带阻的下限频率。首先要将它做归一化处理。

令通带带宽为：

$$\Omega_{BW} = \Omega_h - \Omega_l \quad (5-5)$$

并以带通带宽为参考频率对 Ω 轴做归一化处理，有：

$$\eta_{sl} = \Omega_{sl} / \Omega_{BW} \quad (5-6)$$

$$\eta_{sh} = \Omega_{sh} / \Omega_{BW} \quad (5-7)$$

$$\eta_l = \Omega_l / \Omega_{bw} \quad (5-8)$$

$$\eta_h = \Omega_h / \Omega_{BW} \quad (5-9)$$

再令：

$$\Omega_{th}^2 = \Omega_l \Omega_h \quad (5-10)$$

为通带的中心频率，其归一化值为：

$$\eta_{th}^2 = \eta_l \eta_h \quad (5-11)$$

比较归一化的带通滤波器幅频特性 $|H(j\eta)|$ 与低通滤波器幅频特性 $|G(j\lambda)|$ 函数曲线。可以得出带通滤波器的频率 η 与低通滤波器的频率 λ 的转换关系为：

$$\frac{\eta - \eta_{lh}^2 / \eta}{\eta_h - \eta_l} = \frac{2\lambda}{2\lambda_p} \quad (5-12)$$

由于 $\eta_h - \eta_l = 1$ ， $\lambda_p = 1$ ，所以有：

$$\lambda = \frac{\eta^2 - \eta_{lh}^2}{\eta} \quad (5-13)$$

从而实现了带通滤波器与低通滤波器之间的频率转换。根据低通滤波器的技术指标 λ_p ， λ_s ， α_p ， α_s ，可设计出低通滤波器的转移函数 $G(p)$ 。

$$\begin{aligned} p = j\lambda &= j \frac{\eta^2 - \eta_{lh}^2}{\eta} = j \frac{(q/j)^2 - \eta_{lh}^2}{(q/j)} = \frac{q^2 + \eta_{lh}^2}{q} \\ &= \frac{\left(\frac{S}{\Omega_{BW}}\right)^2 + \frac{\Omega_l \Omega_h}{\Omega_{BW}^2}}{(s/\Omega_{BW})} = \frac{s^2 + \Omega_l \Omega_h}{s(\Omega_h - \Omega_l)} \end{aligned} \quad (5-14)$$

所以：

$$H(s) = G(p) \bigg|_{p = \frac{s^2 + \Omega_l \Omega_h}{s(\Omega_h - \Omega_l)}} \quad (5-15)$$

这样就实现了切比雪夫带通滤波器的转移函数 $H(s)$ 。

图 5-13 为所设计的切比雪夫滤波器的通带曲线。

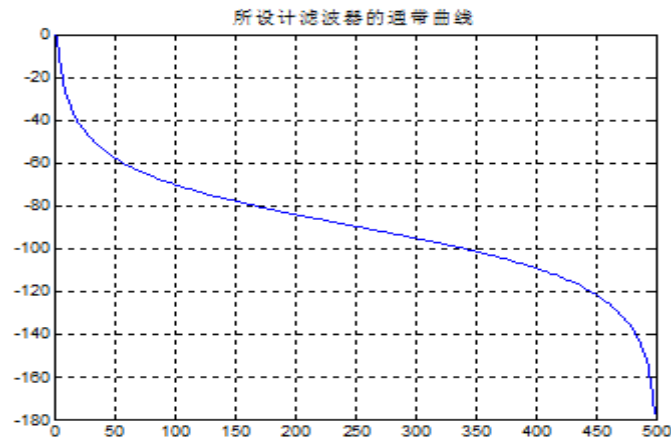


图 5-13 切比雪夫通带曲线

做出的结果如图 5-14、图 5-14 所示。

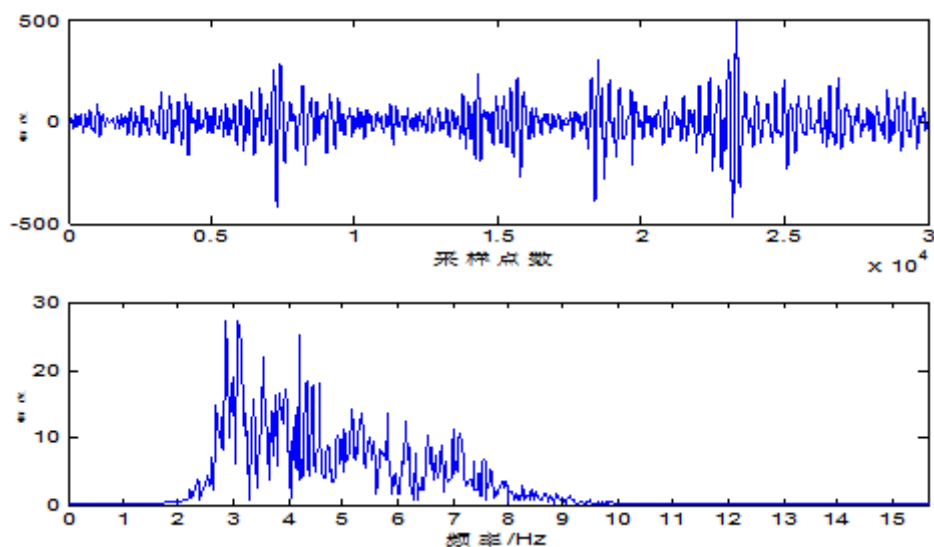


图 5-14 LFP1 带通滤波后时域和频域分布图

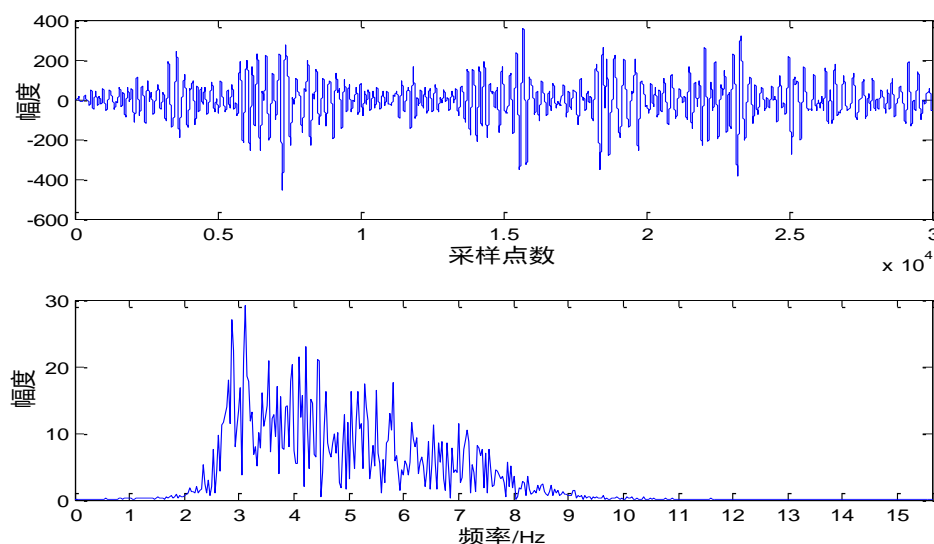


图 5-15 LFP2 带通滤波后时域和频域分布图

为了更清晰地获得脑电波的周期特性,我们在 MATLAB 中对局部电位信号进行小波变换。小波变换的数学表达式为

$$WT_f(a, \tau) = \langle f(t), \psi_{a, \tau}(t) \rangle = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_R f(t) \psi^* \left(\frac{t - \tau}{a} \right) dt \quad (5-16)$$

在这里我们选择的变换小波基函数仍然为 Haar 小波,变换尺度为 1 到 20,得到前三个局部电位曲线的小波分析周期如图 5-16、图 5-17 所示。

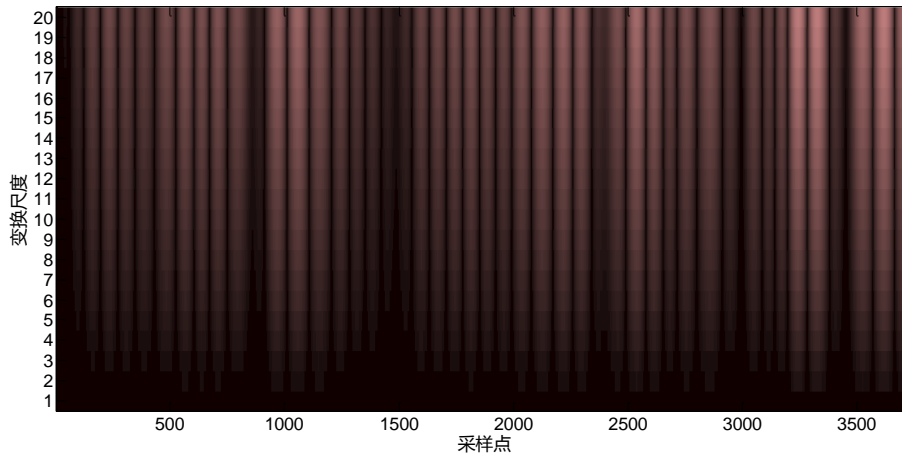


图 5-16 LFP1 的小波分析周期图

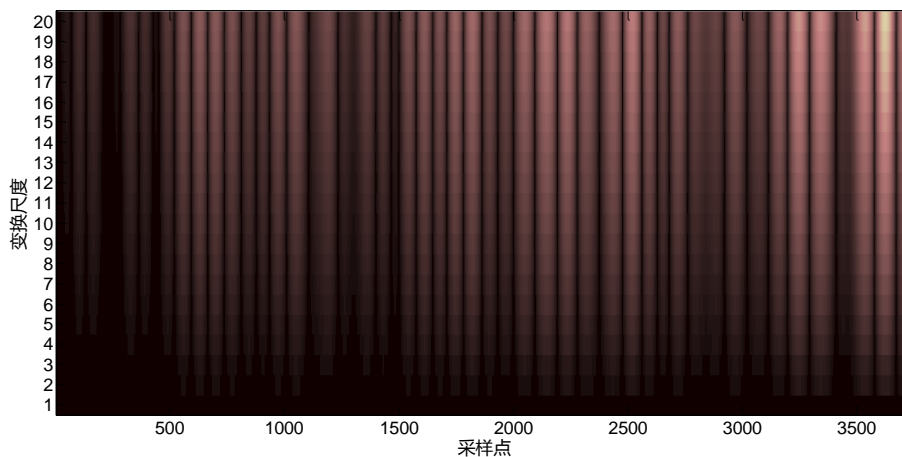


图 5-17 LFP2 的小波分析周期图

由图 5-16、5-17 可以看出，局部电位信号的周期性较为明显。小波系数越大处颜色越深，充分说明小波变换后的规律与尺度无关。因此，小波变换可以作为周期分割的依据。在这里选取颜色最深处作为周期分割点，从上图可以看出，局部电位信号的周期大约为 150—300 个采样点，整个信号可以分割成大约 150 个周期信号，换算成周期为 0.14—0.33s，频率范围是 3—7Hz。

综上所述，小鼠清醒状态下，视觉感受区的局部电位信号是有周期性的变化。

5.3.2 第二小问

为了验证小鼠清醒状态下，视觉感受区的局部电位信号的周期性变化和小鼠呼吸所对应的脑电波的周期性的变化有关，我们对呼吸曲线进行了分析，提取了波峰和波谷处所对应的时间点，并用和问题一同样的方法绘制了呼吸脉冲示意图，如图 5-18 所示。

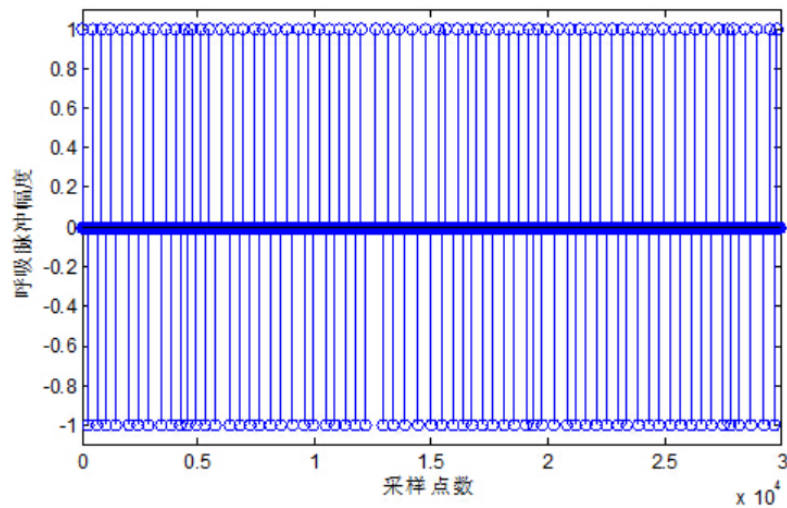


图 5-18 呼吸脉冲示意图

利用呼吸脉冲时间点，结合清醒状态下时间点所对应的五个 LFP 所分别对应的值，将其进行拟合，得到如图 5-19 至 5-23 所示的原 LFP 信号和其对应的拟合信号。

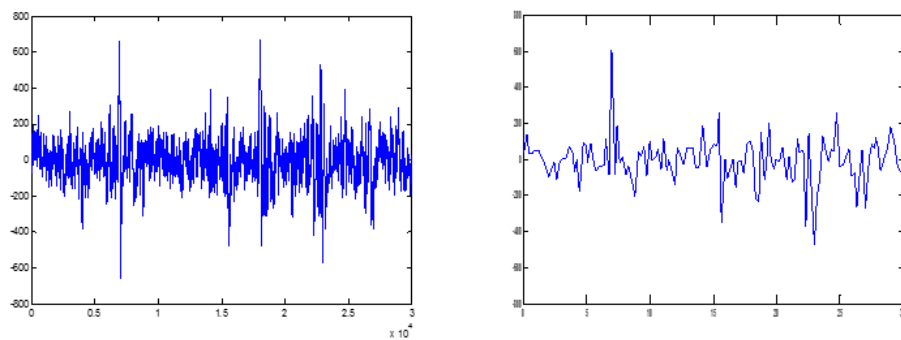


图 5-19 LFP1 信号和局部电位拟合信号

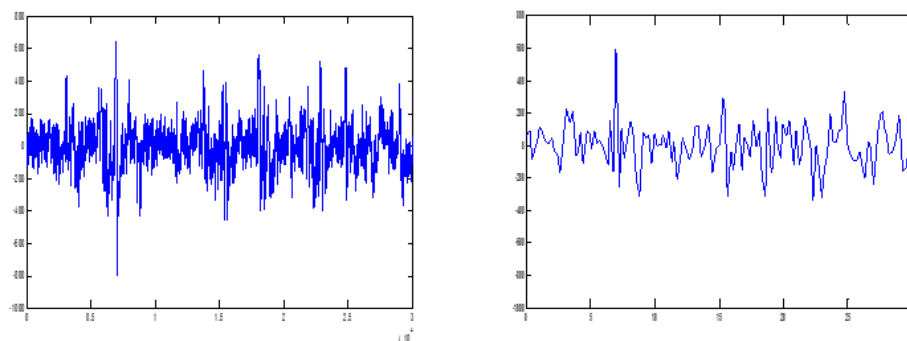


图 5-20 LFP2 信号和局部电位拟合信号

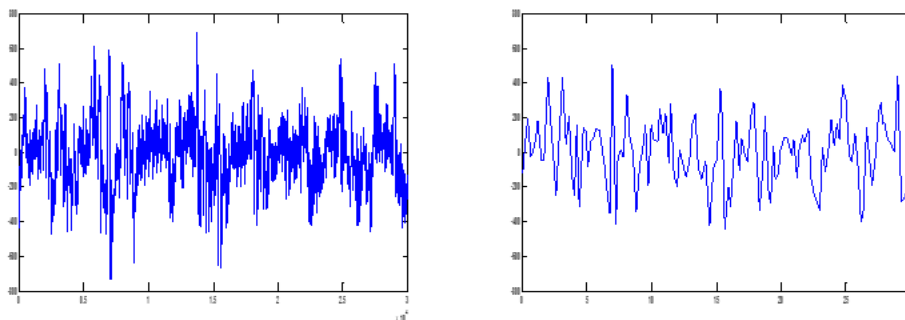


图 5-21 LFP3 信号和局部电位拟合信号

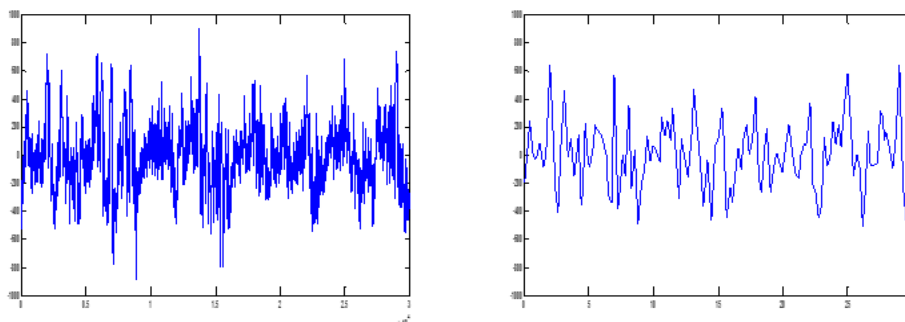


图 5-22 LFP4 信号和局部电位拟合信号

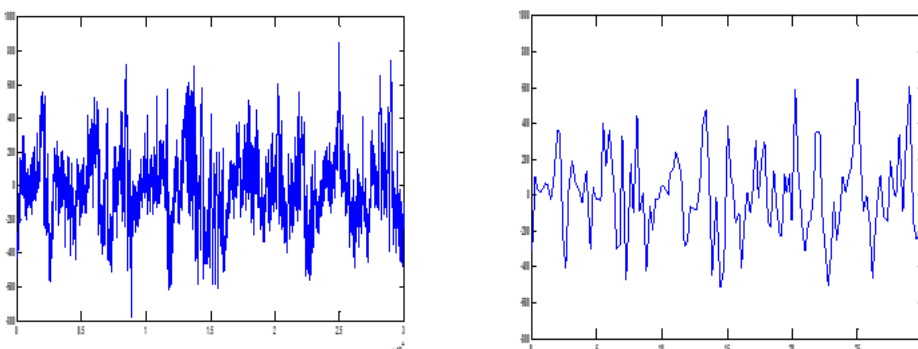


图 5-23 LFP5 信号和局部电位拟合信号

由于所选取的点为呼吸曲线的波峰波谷点，是代表生理意义的点，并且从上面几幅图当中可以得知局部电位的拟合信号和原信号又有很明显的相同变化趋势，这也从侧面说明了清醒状态下，视觉感受区的局部电位信号的周期性变化和小鼠呼吸所对应的脑电波的周期性的变化有关。因为若不相关，则根据波峰波谷时间对应点所拟合的局部电位信号和原信号的趋势将完全不一样，所以它们有内在的联系。

5.3.3 第三小问

由上一小问的结论可以知道，小鼠视觉感受区的局部电位信号周期性变化与呼吸所对应的脑电波的周期性的变化有关。

但是它们所选取的样本点不相同，为了验证其之间的相关性，利用信号的上采样和下采样。对原局部电位信号进行下采样选取有意义的采样点；对呼吸所对应的脑电波采取上采样，上采样是下采样的逆过程，也称增取样或内插。

取样完成后分析两组数据要用到 Pearson（皮尔逊）相关系数检验法和 Spearman（斯皮尔曼）相关系数检验法，Pearson 计算方法如下。

$$\rho_{X,Y} = \frac{\text{cov}(X,Y)}{\sigma_X \sigma_Y} = \frac{E((X - \mu_X)(Y - \mu_Y))}{\sigma_X \sigma_Y} = \frac{E(XY) - E(X)E(Y)}{\sqrt{E(X^2) - E^2(X)}\sqrt{E(Y^2) - E^2(Y)}} \quad (5-17)$$

其中， E 是数学期望， cov 表示协方差， N 表示变量取值的个数。
Spearman 计算方法如下。

$$\rho = \frac{\sum_i (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_i (x_i - \bar{x})^2 \sum_i (y_i - \bar{y})^2}} \quad (5-18)$$

其中， \bar{x} 、 \bar{y} 是样本的平均值。

在 SPSS 统计分析软件中进行清醒状态下 LFP1 和 LFP1 脑电波局部电位拟合相关性分析结果如图 5-24、5-25 所示。

相关系数					相关性			
			rn1	sn1			rn1	sn1
Spearman 的 rho	rn1	相关系数	1.000	.035	rn1	Pearson 相关性	1	-.073**
		Sig. (双侧)	.	.122				.001
		N	2000	2000			2000	2000
	sn1	相关系数	.035	1.000	sn1	Pearson 相关性	-.073**	1
		Sig. (双侧)	.122	.			.001	
		N	2000	2000			2000	2000

** 在 .01 水平 (双侧) 上显著相关。

图 5-24 清醒状态下 LFP1 脑电波局部电位拟合相关性分析

相关系数					相关性			
			rn2	sn2			rn2	sn2
Spearman 的 rho	rn2	相关系数	1.000	.119**	rn2	Pearson 相关性	1	.035
		Sig. (双侧)	.	.000				.113
		N	2000	2000			2000	2000
	sn2	相关系数	.119**	1.000	sn2	Pearson 相关性	.035	1
		Sig. (双侧)	.000	.			.113	
		N	2000	2000			2000	2000

** 在置信度 (双侧) 为 0.01 时，相关性是显著的。

图 5-25 清醒状态下 LFP2 脑电波局部电位拟合相关性分析

从上图可以看出，选取的 LFP1、LFP2 脑电波局部电位拟合相关性很低，线性相关系数很小，仅仅为-0.073、0.35、0.119，做其他局部信号得出的相关系数也很小。所以可以得出的结论是局部电位信号周期性的变化与呼吸所对应的脑电波的周期性的变化不是线性相关的关系。

5.3.4 第四小问

为了验证是否有其他形式的相关性，根据呼吸的机理，当小鼠处于某一稳定的状态时，呼吸过程完成一个循环，其相应的局部电位信号应该也会相应的完成一个循环的过程。另外由于题目中限定了呼吸曲线只有在波峰和波谷点有生理意义，所以其“呼”和“吸”命令的发生可以等效成单位冲击荷载，其所

代表的含义亦可以认为是呼吸发生的时刻。

现实生活中很多生物的电信号都是正弦信号的叠加，我们假定小鼠视觉感受区的局部电位信号与其呼吸所对应的脑电波为三角函数形式的相关。为了验证此说法，我们先把呼吸过程分为了两类，一类是从“吸”到“吸”之间的一个周期过程，一类是从“呼”到“呼”之间的一个周期过程。且由于只有呼吸曲线的峰值所对应的地方有生理意义，所以我们选择其对应的时刻点和相应的LFP的值做拟合。

下面以清醒状态下两个“吸”到“吸”和两个“呼”到“呼”的周期过程为例进行说明，在MATLAB拟合工具箱里选取拟合函数sum of sine（正弦的求和），拟合阶数为8阶，拟合结果如图5-26至5-29所示。

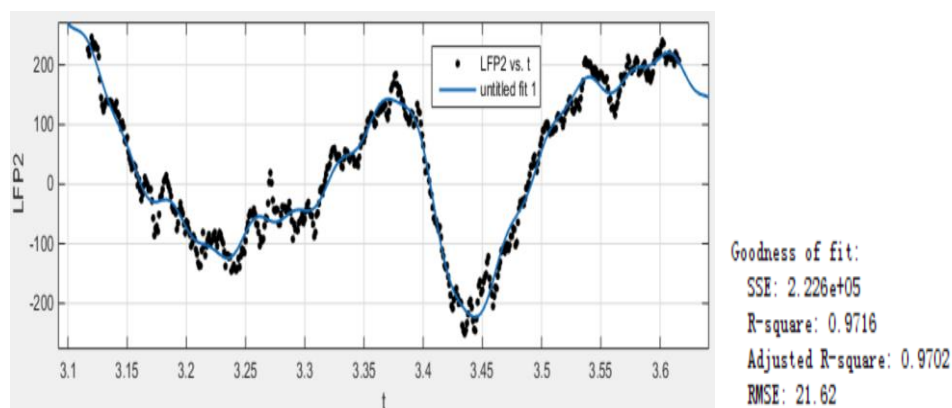


图 5-26 清醒状态下 LFP2 和“吸气”周期时刻的拟合

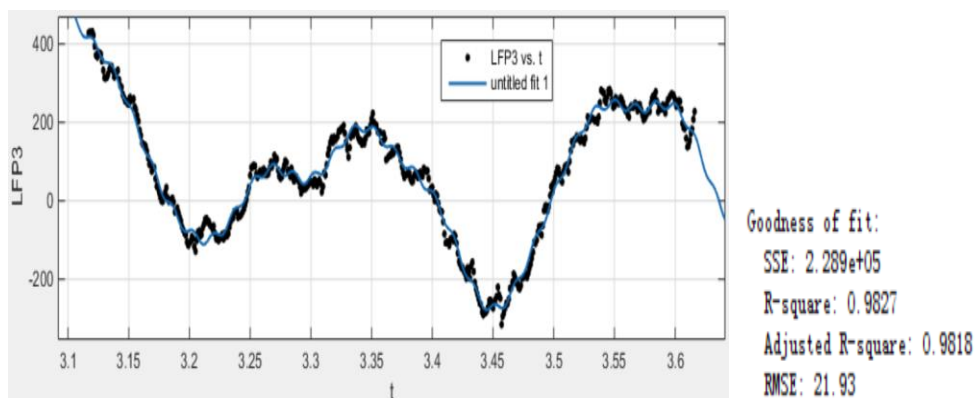


图 5-27 清醒状态下 LFP3 和“吸气”周期时刻的拟合

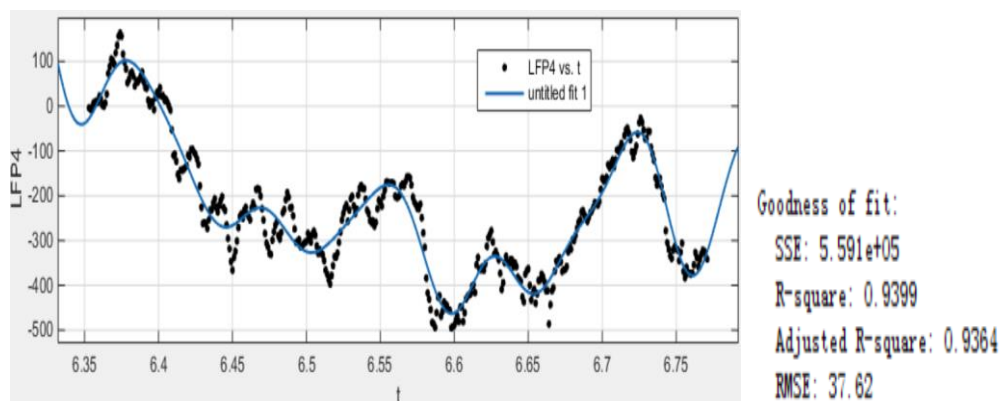


图 5-28 清醒状态下 LFP4 和“呼气”周期时刻的拟合

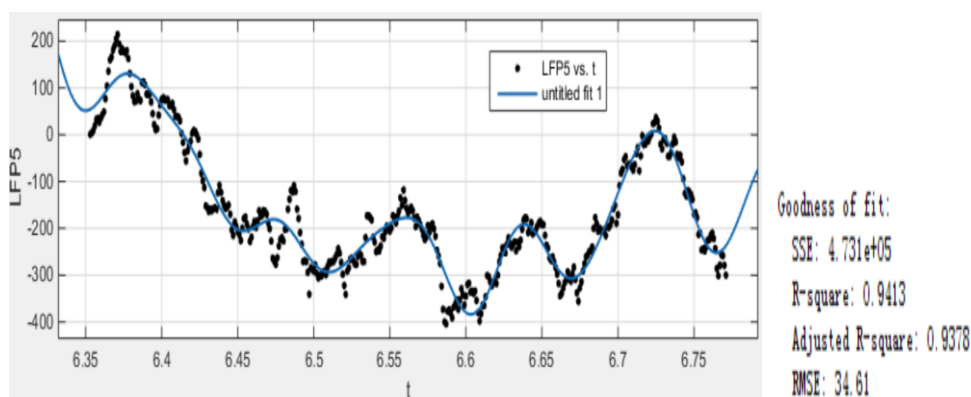


图 5-29 清醒状态下 LFP5 和“呼气”周期时刻的拟合

上述周期都是随机选取，因此具有一定的代表性。我们还选取了一些周期的数据进行拟合，结果显示用 **sum of sine** 拟合得到的相关系数基本都在 0.8—0.98 的范围内，显示其相关性极好，由于篇幅的限制，在此不一一列出。

以上结论验证了前面的假设，即我们可以得出如下的结论：小鼠视觉感受区的局部电位信号周期性的变化与小鼠呼吸所对应的脑电波的周期性的变化具有三角函数相关性。

5.4 问题四

第二问已经对小鼠的周期节律进行了分析，图 5-30 为对于给出的小鼠在睡眠状态下、清醒无视觉刺激下的脑电波信号做出的功率谱图。

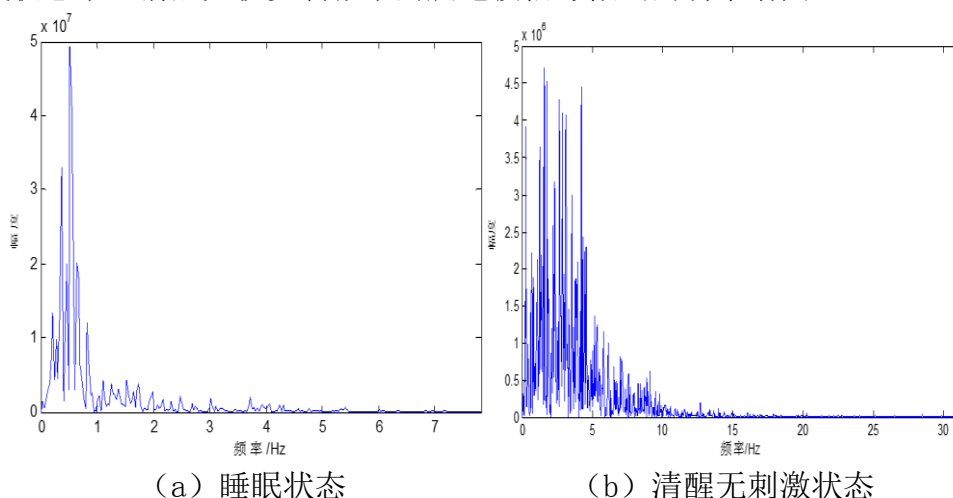


图 5-30 功率谱

从图中我们可以看出，小鼠在睡眠状态下的脑电波频率主要集中在 3Hz 以内；在清醒状态时如果没有视觉刺激时，其脑电波频率主要集中在 10Hz 以内。

在这里我们先给出人类的正常成年人的脑电时域波形及其功率谱图和周期节律图，如图 5-31、5-32 所示。

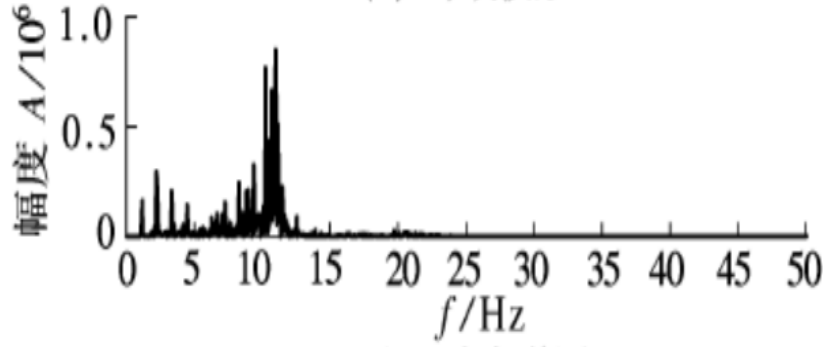


图 5-31 正常成年人的脑电时域波形及其功率谱图

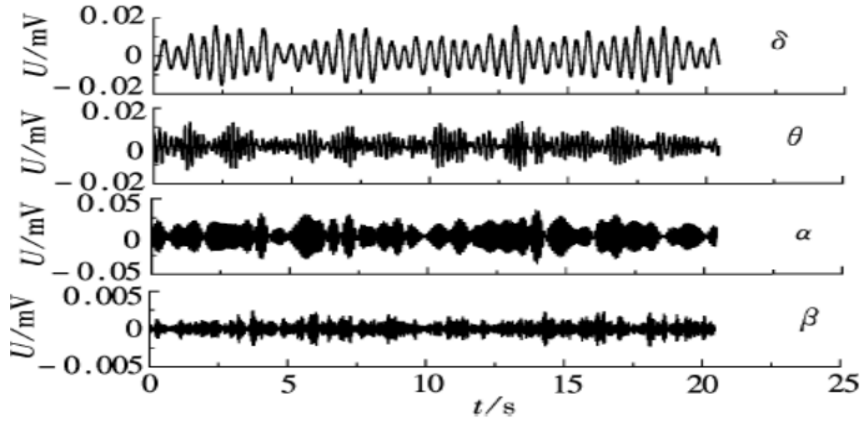


图 5-32 正常成年人脑电的周期节律图

基于有限的资料和所做研究，我们综合第二问的结论，并在理解人和小鼠同属于哺乳动物的基本前提下，在这里提出了小鼠的周期节律划分范围，即和人类类似，不过频率边界会有些变化，详细划分如下：

δ (0.5—2.5Hz) 波，小鼠在极度疲劳和昏睡状态下会出现这种波段。

θ (2.5—10Hz) 波，是小鼠脑电波的基本节律，如果没有外加的刺激，其频率是稳定的。小鼠在稳定状态下（包含睡眠和清醒状态下）会出现这种波段。

β (15—70Hz) 波，当小鼠受到视觉刺激或大脑精神紧张和情绪激动或亢奋时出现此波，慢波节律可立即被该节律所替代。

在完整的定义了小鼠的周期节律波段范围后，即可以进行从局部脑电位信号中分离出与小鼠呼吸相关联的脑电波信号的工作。

因为小鼠在睡眠状态下主要为 δ 波和少量的 θ 波，小鼠在清醒无刺激下主要为 δ 波、 θ 波。结合前面的结论和上面两种状态的功率谱可得，在睡眠状态下频率大约为 1.75Hz，在清醒无刺激下频率大约为 2.2Hz。

由第三问最后可以得到启发，睡眠和清醒无刺激状态下与呼吸相关的脑电波在每个周期范围内都可以和 8 阶 sum of sine（正弦求和）有很好的相关性，固据此建立脑电波的信号分离模型：

$$\begin{aligned}
 f(x) &= a_1 \sin(b_1 * x + c_1) + a_2 \sin(b_2 * x + c_2) + a_3 \sin(b_3 * x + c_3) + a_4 \sin(b_4 * x + c_4) \\
 &\quad + a_5 \sin(b_5 * x + c_5) + a_6 \sin(b_6 * x + c_6) + a_7 \sin(b_7 * x + c_7) + a_8 \sin(b_8 * x + c_8) \quad (5-19) \\
 &= \sum_{i=1}^8 a_i \sin(b_i * x + c_i)
 \end{aligned}$$

其中 a_i , b_i , c_i 为所求参数, x 为呼吸时刻, $f(x)$ 为 LFP1—LFP5 的值。

下面分别从睡眠和清醒无刺激两个状态下分别分离出与小鼠呼吸相关联的脑电波信号。

① 睡眠状态下

在睡眠状态下呼吸的频率大约为 1.75Hz, 由 $\omega = 2\pi f$ 得睡眠状态下的 ω 为 11rad/s。

抽取一个周期的局部信号进行分析, 如图 5-33 所示。

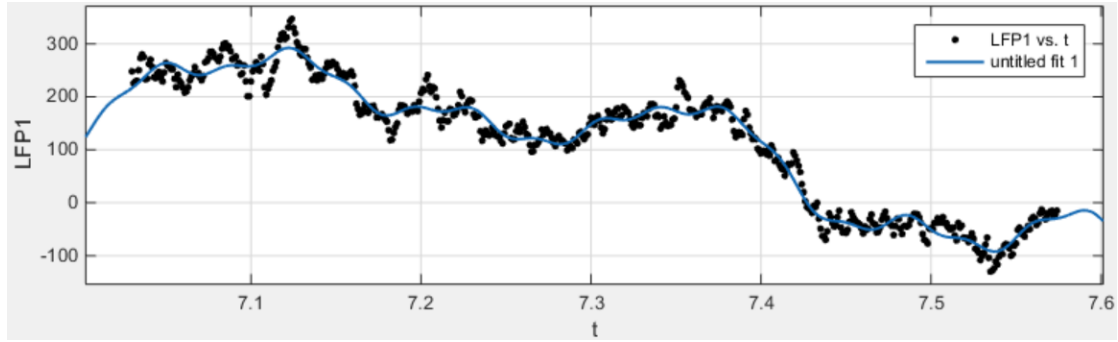


图 5-33 睡眠状态下呼吸曲线的拟合

此拟合曲线的表达式为

$$\begin{aligned} f(x) = & 224.3\sin(5.675x-1.588) + 60.67\sin(22.76x+3.861) + 49.02\sin(11.66x+0.998) \\ & + 20.06\sin(69.48x-3.558) + 18.94\sin(33.59x+5.219) + 14.24\sin(46.91x-4.586) \\ & + 9.377\sin(57.8x-3.085) + 8.807\sin(173.1x+0.4806) \end{aligned} \quad (5-20)$$

从中可以看出 $f(x) = 49.02\sin(11.66x+0.998)$ 函数的 ω 为 11.66rad/s, 与估计的 ω 非常接近, 我们可以粗略的认为 $f(x) = 49.02\sin(11.66x+0.998)$ 即为睡眠状态下分别分离出与小鼠呼吸相关联的脑电波信号, 其中角频率范围在 11 rad/s 附近的都可以认为是正确的与呼吸相关联的脑电波信号。

② 清醒无刺激状态下

在清醒无刺激下呼吸的频率大约为 2.2Hz, 由 $\omega = 2\pi f$ 得清醒无刺激状态下的 ω 为 13.8rad/s。

抽取两个周期的局部信号进行分析, 如图 5-34、5-35 所示。

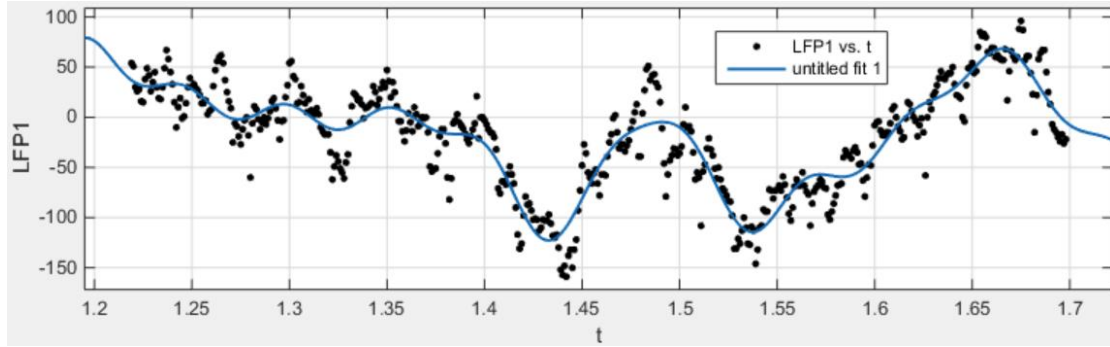


图 5-34 清醒无刺激状态下呼吸曲线的拟合 1

此拟合曲线的表达式为

$$f(x) = 46.69\sin(13.58x - 2.882) + 24.01\sin(0.2435x + 10.24) + 38.26\sin(43.6x - 7.136) \\ - 4.611\sin(60.43x - 12.93) + 29.05\sin(63.95x + 0.9339) + 11.77\sin(118.8x - 1.798) \quad (5-21) \\ + 9.081\sin(81.58x - 6.394) + 13.16\sin(30.5x - 5.028)$$

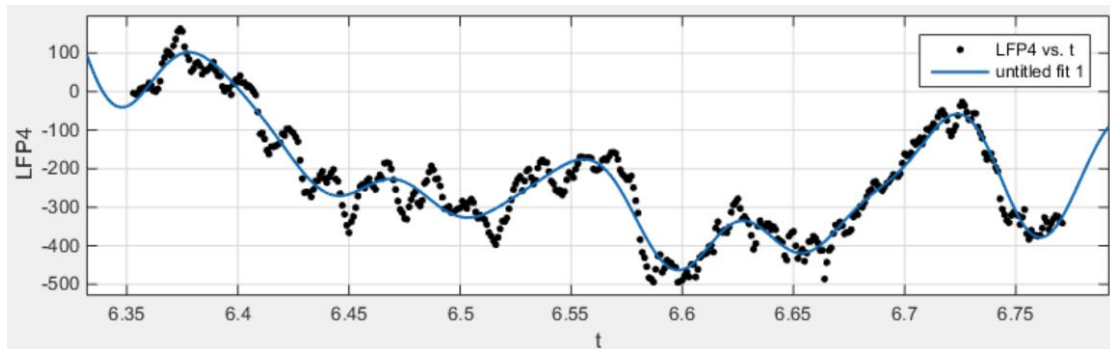


图 5-35 清醒无刺激状态下呼吸曲线的拟合 2

此拟合曲线的表达式为

$$f(x) = 376.5\sin(7x + 2.317) + 82.24\sin(74.98x + 0.3214) + 63.07\sin(45.04x + 1.63) \\ + 34.45\sin(61.63x - 9.756) + 56.06\sin(30.28x - 1.386) + 25.36\sin(120.3x + 2.688) \quad (5-22) \\ + 63.11\sin(14.04x + 8.501) + 20.03\sin(105.2x + 2.939)$$

从上面两图中可以看出第一个图形中函数 $f(x) = 46.69\sin(13.58x - 2.882)$ 的 ω 为 11.66rad/s ，与估计的 ω 非常接近；第二个图形中函数 $f(x) = 63.11\sin(14.04x + 8.501)$ 中的 ω 为 14.04rad/s ，与估计的 ω 非常接近。我们可以粗略的认为 $f(x) = 46.69\sin(13.58x - 2.882)$ 和 $f(x) = 63.11\sin(14.04x + 8.501)$ 即为清醒无刺激状态下分别分离出的与小鼠呼吸相关联的脑电波信号，其中角频率范围在 13.8rad/s 附近的都可以认为是正确的与呼吸相关联的脑电波信号。

5.5 问题五

5.5.1 第一小问

首先画出 Checkboard 随时间变化的曲线和其功率谱，如图 5-36、5-37 所示。

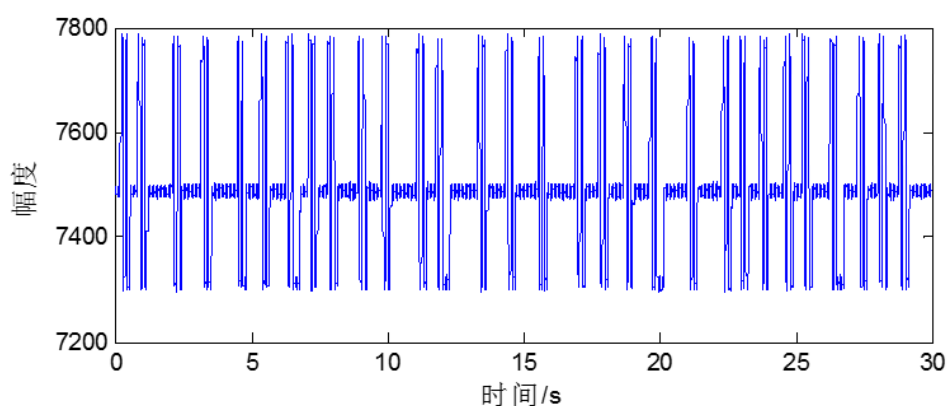


图 5-36 Checkboard 随时间变化曲线

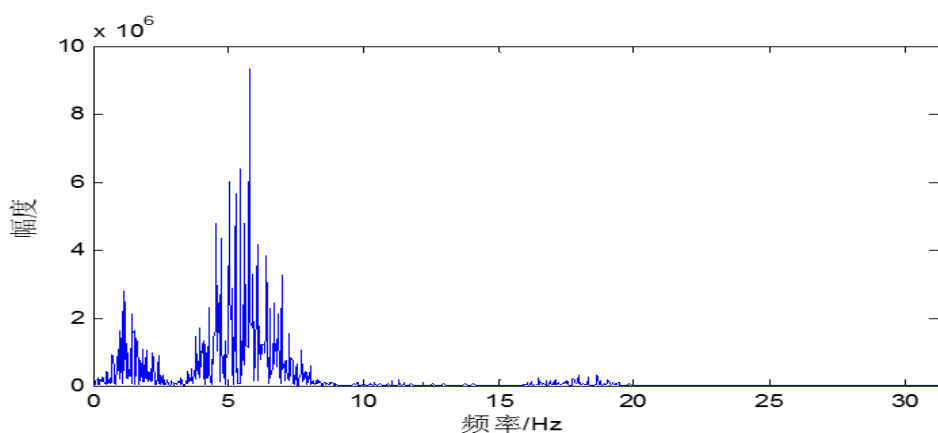


图 5-37 Checkboard 功率谱

接着画出呼吸曲线的功率谱，如图 5-38 所示。

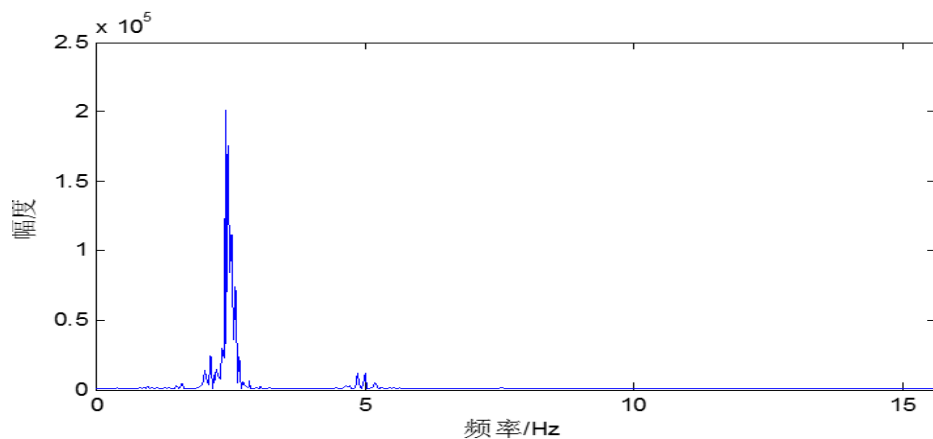


图 5-38 呼吸曲线功率谱

对比 Checkboard 功率谱和呼吸曲线功率谱可得，呼吸曲线频率主要为 2.5Hz 左右，但是 Checkboard 功率谱在 2.5Hz 左右为零，其频率主要为 0—2.5Hz 和 4.5—7Hz 左右。在频率上他们不相关，是相互独立的。

5.5.2 第二小问

由第四问可知，信号分离模型为 8 阶 sum of sine（正弦的求和）的模型，即为：

$$\begin{aligned}
f(x) &= a_1 \sin(b_1 * x + c_1) + a_2 \sin(b_2 * x + c_2) + a_3 \sin(b_3 * x + c_3) + a_4 \sin(b_4 * x + c_4) \\
&\quad + a_5 \sin(b_5 * x + c_5) + a_6 \sin(b_6 * x + c_6) + a_7 \sin(b_7 * x + c_7) + a_8 \sin(b_8 * x + c_8) \quad (5-23) \\
&= \sum_{i=1}^8 a_i \sin(b_i * x + c_i)
\end{aligned}$$

其中 a_i , b_i , c_i 为所求参数, x 为呼吸时刻, $f(x)$ 为 LFP1—LFP5 的值。

然后通过对有视觉刺激的呼吸曲线选取波峰波谷点的对应的时间点找到其相应的 LFP1—LFP5 的值。

① 分离与 Checkboard 刺激相关的脑电波信号成份

由 Checkboard 功率谱可知其频率主要为 0—2.5Hz 和 4.5—7Hz, 由 $\omega = 2\pi f$ 得睡眠状态下的 ω 大约为在 7.85rad/s 和 36.13rad/s 附近。

选取“吸”到“吸”有刺激成分一个周期, 再选取“呼”到“呼”有刺激成分的一个周期进行分析, 对数据进行拟合, 分析结果如图 5-39 所示。

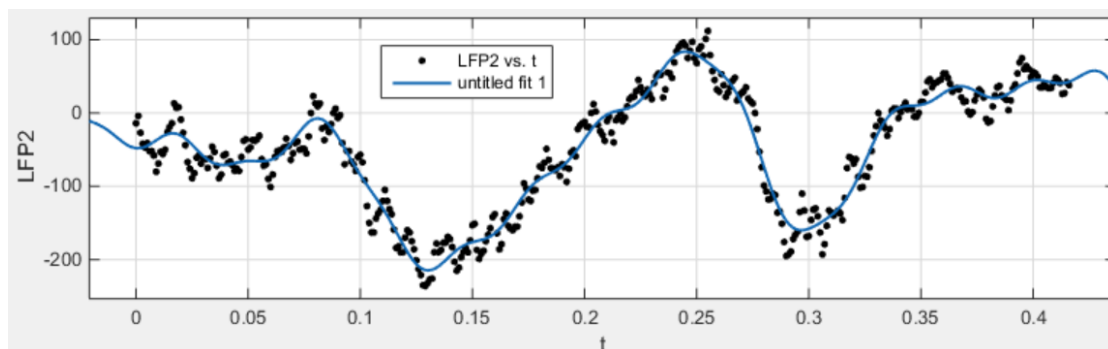


图 5-39 “吸”到“吸”周期呼吸曲线的拟合
所拟合的函数公式为:

$$\begin{aligned}
f(x) &= 86.35 \sin(7.59x - 2.633) + 1047 \sin(34.67x + 2.764) + 944.3 \sin(35.92x - 0.6234) \\
&\quad + 41.08 \sin(74.01x + 1.242) + 16.25 \sin(64.75x - 1.092) + 11.35 \sin(105.5x - 1.121) \quad (5-24) \\
&\quad + 8.903 \sin(197.4x - 1.847) + 227.1 \sin(29.5x - 5.538)
\end{aligned}$$

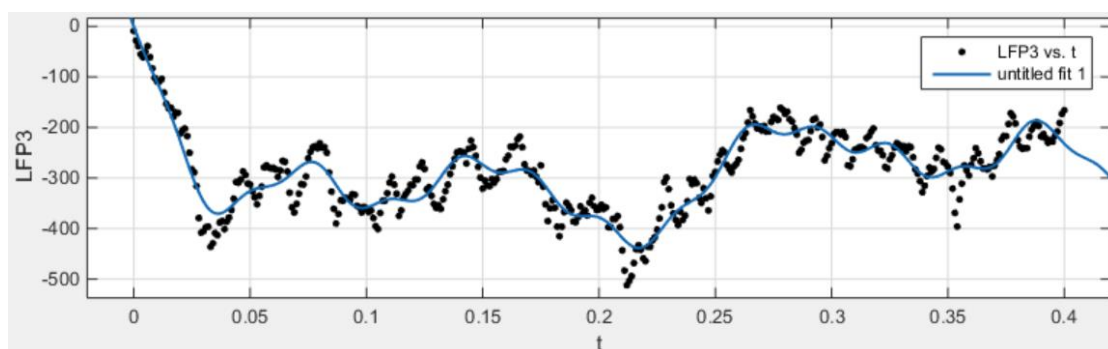


图 5-40 “呼”到“呼”周期呼吸曲线的拟合
所拟合的函数公式为:

$$f(x) = 580.8\sin(7.741x+2.777) + 296\sin(11.62x-1.526) + 69.23\sin(38.69x-3.749) \\ + 40.64\sin(53.29x+1.393) + 69.17\sin(60.42x+3.515) + 28.27\sin(79.01x+1.854) \quad (5-25) \\ + 23.87\sin(93.31x+1.921) + 16.49\sin(204.3x-1.963)$$

从上面两个拟合所得到的公式看出，两个函数公式中都有 ω 大约为在 7.85rad/s 和 36.13rad/s 附近的成分。分别为

$$f(x) = 86.35\sin(7.59x-2.633) + 944.3\sin(35.92x-0.6234) \quad (5-26)$$

$$f(x) = 580.8\sin(7.741x+2.777) + 69.23\sin(38.69x-3.749) \quad (5-27)$$

由于仅仅是对拟合信号进行的分析，所以不可能和 Checkboard 刺激的功率谱分析出来的结果完全一致，但这种方法能够与原信号序列有很高的相关性。由于上面所得到的两组函数关系的振幅差异比较大，为了更好地包含其他信号数据下的结论，对上面的两组数据进行线性组合，所以可以分离与 Checkboard 刺激相关的脑电波信号模型为：

$$f(x) = K_1\sin(\omega_1 x - 2.633) + K_2\sin(\omega_2 x - 0.6234) + K_3\sin(\omega_3 x) + K_4\sin(\omega_4 x) \quad (5-28)$$

其中， K_1 、 K_2 、 K_3 、 K_4 为幅值参数； ω_1 、 ω_2 为和 7.85rad/s 成倍数关系的角频率， ω_3 、 ω_4 为和 36.13rad/s 成倍数关系的角频率，具有 95% 的置信区间。

② 分离可能与呼吸相关的脑电波信号成份

由前面的结论可知，随着外部刺激的增多，小鼠的呼吸频率越来越大，相应的和呼吸有关的脑电波信号频率同样也是越来越大，所以在有视觉刺激时其频率比睡眠和清醒无刺激状态时的要高。

从前面呼吸的功率谱中可以看出呼吸的频率为 2.5 Hz 左右，即为 15.7rad/s。根据前面的分析可知，在一个呼吸周期内，其脑电波信号也会发生周期的变化，而且可能不止发生一个周期性的变化，即这里我们假定脑电波信号的变化与呼吸的周期变化呈现倍频关系，用表达式表示为：

$$f(LFP) = K \times f(B) \quad (5-29)$$

其中， $f(LFP)$ 为脑电波频率， K 为倍数， $f(B)$ 为呼吸的频率。

选取无刺激成分的一个周期，对数据进行拟合，分析结果如图 5-41 所示。

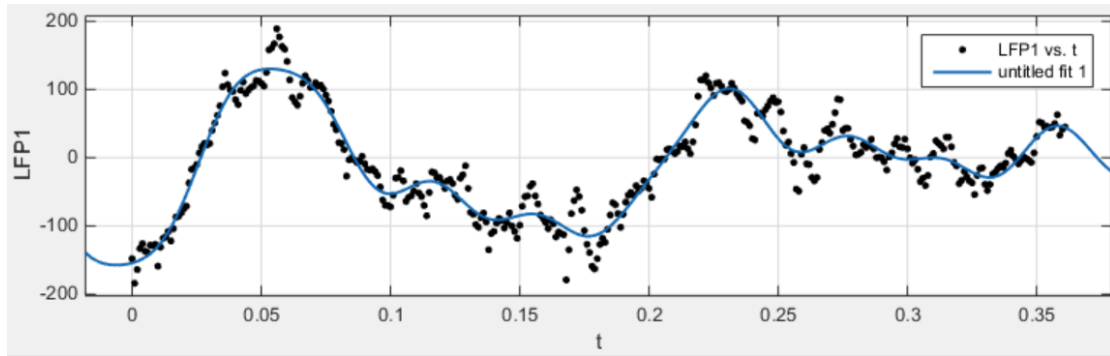


图 5-41 无刺激成分周期呼吸曲线的拟合
所拟合的函数公式为：

$$f(x) = 91.72\sin(38.78x - 1.547) + 164.2\sin(57.54x + 0.3363) + 9.05\sin(15.17x + 2.515) \\ + 33.13\sin(94.21x + 4.346) + 41.37\sin(87.27x + 2.146) + 12.26\sin(157.7x + 2.15) \quad (5-30) \\ + 171\sin(53.95x - 2.064) + 8.859\sin(122.5x + 5.92)$$

从图 5-41 中可以看出拟合函数中的 $f(x) = 9.05\sin(15.17x + 2.515)$ 、 $f(x) = 33.13\sin(94.21x + 4.346)$ 、 $f(x) = 12.26\sin(157.7x + 2.15)$ 与估计的 ω 非常接近，近似的为 15.7rad/s 的整数倍。

由于只是要分离可能与呼吸相关的脑电波信号成份，结合实际情况，小鼠的周期节律在接受大量刺激后，其波段主要为 β (10.5—70Hz) 波，即 65.97—439.8rad/s。所以根据上面的分析结果，我们认为 $f(x) = 33.13\sin(94.21x + 4.346)$ 和 $f(x) = 12.26\sin(157.7x + 2.15)$ 或其线性组合为可能的与呼吸相关的脑电波信号成份。

这里我们选取了一个周期进行了分析验算，我们还对其他的周期的信号也进行了验算，和上述情况大致相同，就不一一列出。这一结论说明我们的假设是有一定意义的。

5.5.3 第三小问

绘制两个周期内视觉刺激的散点图并进行拟合，如图 5-42、5-43 所示。

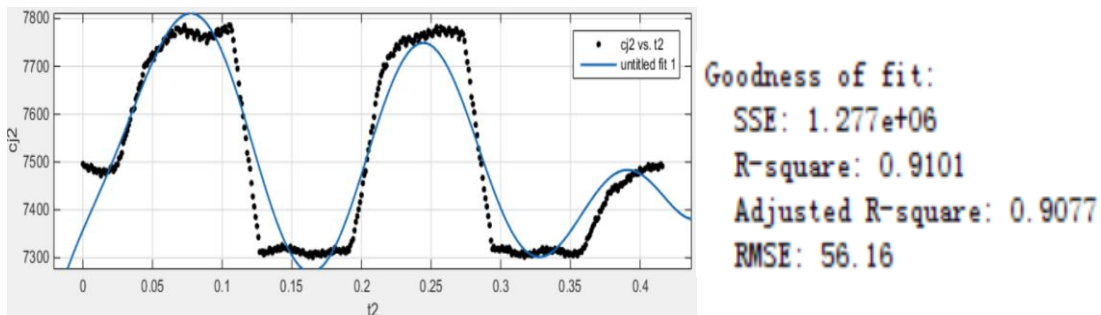


图 5-42 单周期视觉刺激曲线的拟合 1

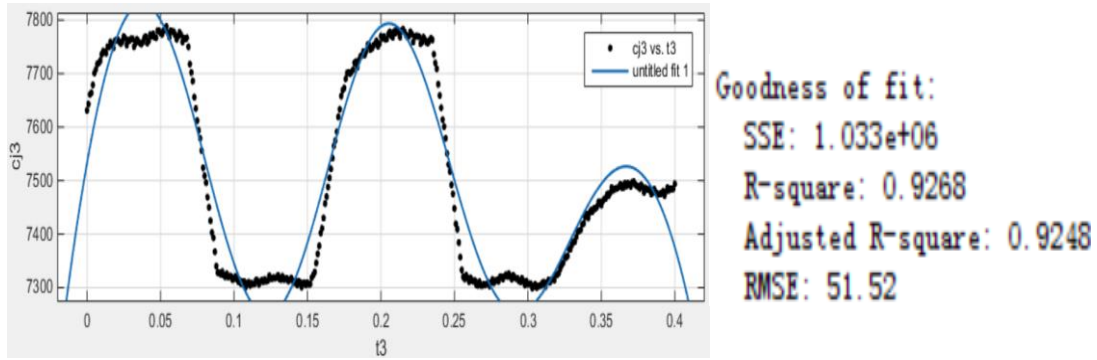


图 5-43 单周期视觉刺激曲线的拟合 2

图 5-42、5-43 对视觉刺激的曲线拟合是用 4 个正弦函数叠加而成的，可以看到相关系数很高，所以可以认为视觉刺激的变化公式为下面所示：

$$f(x) = K_1 \sin(\omega_1 x + \theta_1) + K_2 \sin(\omega_2 x + \theta_2) + K_3 \sin(\omega_3 x + \theta_3) + K_4 \sin(\omega_4 x + \theta_4) \quad (5-31)$$

由前面得出结论可知，分离出来的刺激脑电波成份同样为 4 个正弦函数叠加而成，且对应的 ω_1 、 ω_2 、 ω_3 、 ω_4 和视觉刺激的曲线拟合所对应的 ω_1 、 ω_2 、 ω_3 、 ω_4 成分相近似，所以它们有相关性。

定义刺激图形分别为刺激 1 和刺激 2。分别对刺激 1 和刺激 2 作用时刻的脑电波信号进行提取，用 MATLAB 绘制出时域、频域和功率谱图。

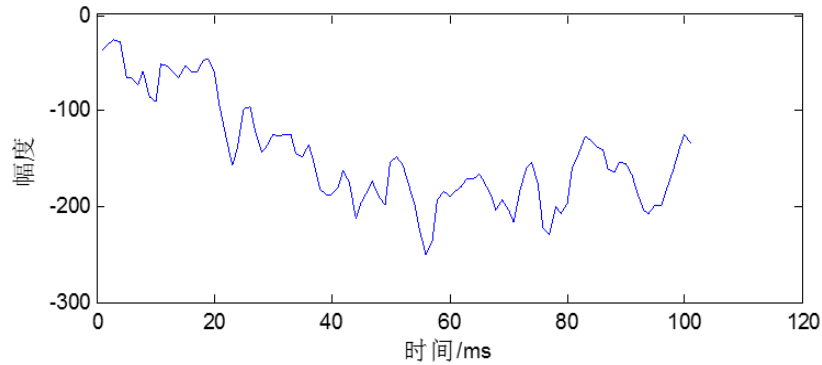


图 5-44 刺激 1 对应脑电波时域

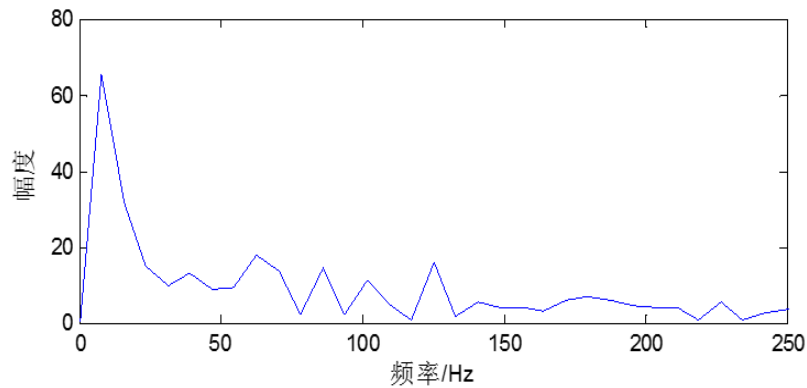


图 5-45 刺激 1 对应脑电波频域

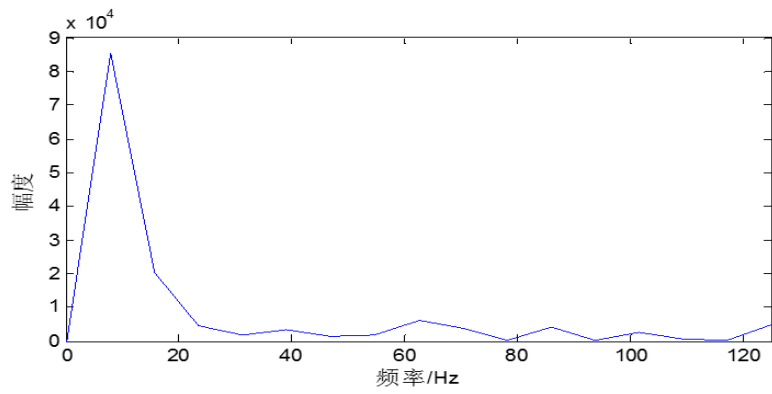


图 5-46 刺激 1 对应脑电波功率谱

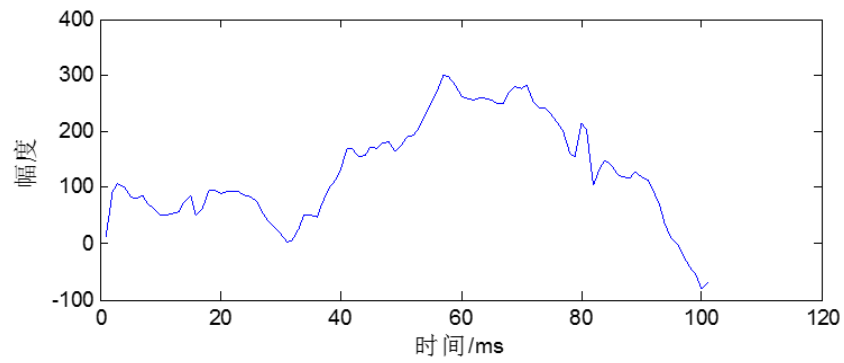


图 5-47 刺激 2 对应脑电波时域

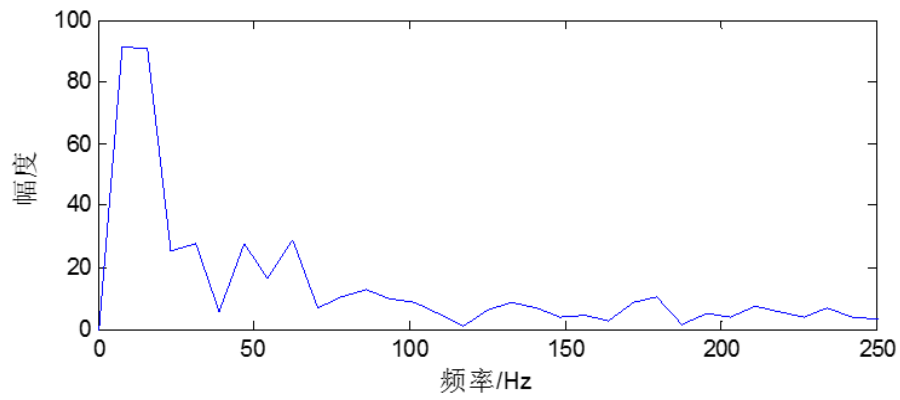


图 5-48 刺激 2 对应脑电波频域

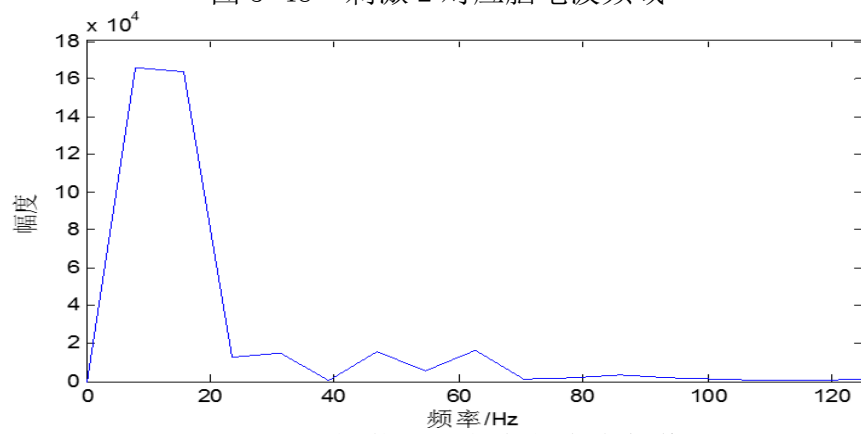


图 5-49 刺激 2 对应脑电波功率谱

通过对比图 5-44 至图 5-49，可以得出不同的刺激状态下其功率谱和频率谱有很明显的差别。对刺激 1 和刺激 2 对应脑电波用 SPSS 进行相关性分析，结果如图 5-50 所示。通过图像与数据的比较，可以看出二者之间有一定的相关性，但相关性小于 0.6，差异性明显。考虑到二者之间，呼吸频率与刺激频率基本类似，忽略其它未知因素，图形的形状因素成为主要的已知差异因素，故可初步判定该脑电波成份中包含图形形状因素。

相关性				相关系数			
		ciji1	ciji2			ciji1	ciji2
ciji1	Pearson 相关性	1	-.528**	Spearman 的 rho	ciji1 相关系数	1.000	-.585**
	显著性 (双侧)		.000		Sig. (双侧)	.	.000
	N	101	101		N	101	101
ciji2	Pearson 相关性	-.528**	1		ciji2 相关系数	-.585**	1.000
	显著性 (双侧)	.000			Sig. (双侧)	.000	.
	N	101	101		N	101	101

** . 在 .01 水平 (双侧) 上显著相关。

** . 在置信度 (双侧) 为 0.01 时，相关性是显著的。

图 5-50 刺激 1 和刺激 2 对应脑电波相关性分析

参考文献:

- [1] J. Wessberg, C. R. Stambaugh, J. D. Kralik, P. D. Beck, M. Laubach, J. K. Chapin, J. Kim, J. Biggs, M. A. Srinivasan, M. A. L. Nicolelis, Real-time prediction of hand trajectory by ensembles of cortical neurons in primates, *Nature*, 408, 361–365, Nov. 2000
- [2]. J. Ito, S. Roy, Y. Liu, M. Fletcher, L. Lu, J. D. Boughter, S. Grun, D. H. Heck, Whisker barrel cortex delta oscillations and gamma power in the awake mouse are linked to respiration, *Nature Communication*, 2014, April.
- [3] 陈光亨, 裴哲勇, 数学建模, 高等教育出版社, 2010
- [4] 陈杰等, MATLAB 宝典 (第 3 版), 电子工业出版社, 2011
- [5] 杨仁恒, 宋爱国, 徐宝国, 基于谐波小波包变换的脑电波基本节律分析, 东南大学学报 (自然科学版), 第 38 卷第 6 期: 996—999, 2008
- [6] 杨振兴, 大鼠初级视觉皮层 V1 区视觉刺激的响应信号分析, 郑州大学, 2011
- [7] 飞思科技产品研发中心编著, MATLAB7 辅助信号处理技术与应用, 电子工业出版社, 2005
- [8] 飞思科技产品研发中心编著, MATLAB6.5 辅助小波分析与应用, 电子工业出版社, 2003
- [9] 张德丰, MATLAB 实用数值分析, 清华大学出版社, 2012
- [10] 王晓宏, 刘志峰, 罗海山, 利用方差分析方法分析脑电波, 生物工程医学研究, 第 23 卷第 2 期: 78—80, 2004