

(由组委会填写)



## 第十一届华为杯全国研究生数学建模竞赛

题 目 无线通信中的快时变信道建模

摘 要:

本文主要利用基扩展(Basis Expansion Model)的方法,使用信号处理和分析的方法研究信道参数的估计问题,运用已知的较少测试数据,建立了信道参数预测的数学模型,并应用此模型对一定时间内的信道参数进行了预测,讨论了模型的准确度和算法的复杂度。最后讨论了实际通信系统中,经过我们建立的减少信道数据测试频度的模型后误码率随着信噪比的变化。

针对问题一对实测数据要求小,算法复杂度要求高的问题,我们给出了一种基于基扩展的训练模型的预测模型,仿真实验结果表明,实际信道参数和根据我们模型计算得到的估计值的 NMSE 很小。并给出了我们模型的复杂度,如表 1 所示。

表 1 算法复杂度

步骤	描述	浮点运算
第一步	求解基函数 $B_m[n]$	$MK$
第二步	每径根据每个数据段的已知 $M$ 个数据计算 $b_{lm}$	$LK/NM!$
第三步	预测每个数据段的剩余数据	$LK/NM^2(N-M)$

针对问题二中研究运动速度对我们建立模型准确度影响,我们将信道在不同速度 90Km/h、270Km/h、450Km/h 时的测试数据代入我们所建立的模型求解出 NMSE,并用几种常见的基函数进行测试,得到了在载波频率一定的情况下,运动速度增加会导致模型准确度下降的规律,并结合实际生活中信道运动速度的范围和对 NMSE 的要求,进一步验证了信道估计模型的准确性,有着较高实用价值。

此外,我们利用仿真手段建立多径时变传输信道模型,模型充分考虑了多径数、多径延迟、多径衰减增益以及多普勒频移等信道参数,且所建信道参数的概率密度服从瑞利分布。我们利用此信道测试我们之前建立的模型,在信道多径数为 9 时得到 NMSE 为  $5.2337 \times 10^{-5}$ ,结果表明我们的模型可以较好地估计

出信道模型，且在较少测试数据（每 40 个数据选取 3 个数据作为测试数据）方面有着较好的效果。

针对问题三，输入信号采用随机生成的 0-1 序列，考虑实际通信系统中的特点，加入了 16QAM 调制和解调，在信号经过题 1 和题 2 中涉及的信道后需要进行信道均衡，信道均衡是为了提高衰落信道中的通信系统的传输性能而采取的一种抗衰落措施。我们采用基于正交分解最小二乘(LSQR)的信道均衡方法来求解输入信号的估计，以均衡信道的影响，接收端将接收到的信号进行解调后解码，计算得到误比特率 BER(Bit Error Rate)。实验结果表明本文算法的 BER 能够随着信噪比的上升而持续下降，且对于我们所建立的瑞利衰落信道也有者较好的误码率性能。

随着无线通信的快速发展，信道的时变性将愈加复杂，一个好的信道估计模型将有利于提升信道容量、增加信息传输速率和降低误码率，本文在预测的准确度和计算的复杂度上取得了良好的效果，并利用信道均衡来尽可能的恢复发送信号，得到正确的信息，为未来无线通信系统提供了新的思路，期待有益于无线通信领域的后续研究。

**关键词：**基扩展、信道估计、瑞利衰落信道、LSQR

# 无线通信中的快时变信道建模

## 一、 问题重述

### 1.1 问题背景

在无线信道中，发送和接收之间通常存在多于一条的信号传播路径。多径的存在是因为发射机和接收机之间建筑物和其他物体的反射、绕射、散射等引起的。当信号在无线信道传播时，多径反射和衰减的变化将使信号经历随机波动。无线多径传输系统的时间离散形式的数学表达式为<sup>[1]</sup>：

$$y[n] = \sum_{l=0}^{L-1} h_l[n]x[n-l] + w[n], n = 0, \dots, K-1 \quad (1.1)$$

式中  $L$  为信道的多径数,  $K$  为传输信号的长度,  $w[n]$  可视为加性高斯白噪声 AWGN (Additive White Gaussian Noise),  $h_l[n]$  就是信道参数。

如果我们要准确的从接收端得到发端的信号，必须准确地对无线信道进行估计。基扩展 BEM(Basis Expansion Model)方法是最近研究得比较活跃的一种方法<sup>[1][2]</sup>，有可能以后在实际通信系统获得应用并提升性能。其主要是利用有限个基函数的线性组合来描述一定时间内的时变信道，可以模拟有多普勒效应的快时变信道，减少信道参数直接估计的次数，数学模型为：

$$h_l[n] = \sum_{m=0}^{M-1} b_{lm} B_m[n], \quad l = 0, \dots, L-1 \quad (1.2)$$

式中  $b_{lm}$  是第  $l$  个路径第  $m$  个基系数，在一定时间周期  $T$  内不随时间变化， $B_m$  是第  $m$  个基函数矢量，变量是时间  $n$ ，通过上式，把时变量  $h_l[n]$  转化为一定时间周期  $T$  内非时变量和另一时变量  $B_m[n]$  (是时间  $n$  的函数，但函数形式不变) 的表达式，即在  $T$  内估计一次  $b_{lm}$  即可实现对快时变信道参数的估算。式 (1.2) 代入式 (1.1)，可得到整个信息传输的模型表示：

$$y[n] = \sum_{l=0}^{L-1} \left( \sum_{m=0}^{M-1} b_{lm} B_m[n] \right) x[n-l] + w[n] \quad n = 0, \dots, K-1 \quad (1.3)$$

### 1.2 问题提出

在上述提供的背景材料以及自行查阅相关文献资料的基础上，该题要求我们探索研究下列问题。

(1) 数据文件 1 给出了某信道的测试参数 (运动速度 180Km/h，载波频率 3GHz，信道采样频率 200KHz)，建立数学模型，在保持一定的准确度的情况下，把测试数据中的部分数据通过所建模型计算获得，从而减少实际数据的测试量 (即利用部分测试数据通过所建模型预测整体数据，实测数据量越少越好)。用图表方式展示原始数据与计算结果的误差，并分析模型所用算法的复杂度。

(2) 多普勒效应引起信道的变化，在载波频率一定的情况下，变化的程度与相对速度有关<sup>[3][4]</sup>。数据文件 2、3、4 分别是载波频率为 3GHz 时，信道在不同速度 90Km/h、270Km/h、450Km/h 时的测试数据 (信道采样频率是 200KHz)。对这些数据进行分析，探索运动速度对第一问我们所建模型准确度影响的规律。

在通信研究过程中经常会采用仿真的方法产生信道数据，如果多径衰落信

道相互独立，幅度服从瑞利(Rayleigh)分布，相位服从均匀分布，如何对多径时变传输信道建模？描述信道建模的过程，并利用所建信道模型产生的仿真数据，验证前面我们所建模型在减少测试数据方面的效果。

(3) 在一个通信系统中，为适应无线信道的特点，信号在信道传输过程中还涉及到数字调制和解调过程<sup>[3][4]</sup>，在信道传输前，在调制过程中二进制序列信号要调制为复数序列，以适合无线信道传输。常用的数字调制方式有 QAM 调制，可以用星座图直观表示。

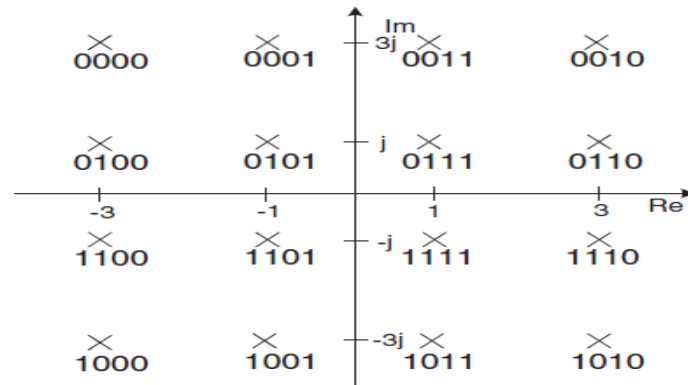


图 1.1 16QAM 星座图

图 1.1 为 16QAM 星座图,可以把 4 位二进制数按顺序转换为相应的复数(如 0000 转换为  $-3+3j$ ),并与载波信号相乘后送入信道。接收端接收到复数信号后进行载波解调后解码(即按逆变换将  $-3+3j$  转换为 0000),恢复二进制序列。

根据实际信道受噪声影响的情况,对题 1 和题 2 中涉及的信道增加 AWGN 噪声,SNR 的取值参考范围从 0 到 40dB。自行定义任意输入信号,进行数字调制及解调,信道参数采用前面所建减少信道数据测试频度的模型,分析 SNR 与 BER 之间的关系。

## 二、模型假设

- 1、在一定时间周期  $T$  内,基扩展的系数不随时间变化。
- 2、在通信系统中,假设信号传输过程中只引入了加性高斯白噪声,而不考虑其他干扰。
- 3、假设题中涉及的信道都是瑞利信道。
- 4、假设接收端的采样周期  $T_s$  等于符号周期。
- 5、假设附件数据和网上数据都正确。

## 三、定义与符号说明

符号	符号说明
$l$	路径
$m$	基系数
$n$	时间
$b_{lm}$	第 $l$ 个路径第 $m$ 个基系数
$B_m$	第 $m$ 个基函数
$N$	传输块的符号个数
$f_c$	载波频率

符号	符号说明
$c$	光速
$v$	发射机与接收机之间的相对运动速率
$\theta$	入射波与相对运动方向之间的夹角
$f_d$	多普勒频移
$f_{d\max}$	最大多普勒频移
$T_c$	相干时间
$T$	传输块时间长度
$T_s$	符号时间长度
$M$	基系数个数
$L$	路径总数
$k$	传输块
$b_{lm}(k)$	第 $l$ 个路径第 $k+1$ 个传输块的第 $m$ 个基系数
$h_l(n)$	第 $l$ 个路径第 $n$ 时刻的信道实测参数
$\hat{h}_l(n)$	第 $l$ 个路径第 $n$ 时刻的信道预测参数
$K$	数据总长度
$f_s$	采样频率
$\tau_l$	第 $l$ 个路径的多径时延
$X(t)$	信道响应函数
$X_c(t)$	信道响应函数的同相分量
$X_s(t)$	信道响应函数的正交分量
$X(t)$	问题二模型第 $n$ 个时间的实测信道数据
$\hat{X}(n)$	问题二模型第 $n$ 个时间的预测信道参数
$\omega_d$	最大多普勒角频移
$\varphi_l$	均匀分布在 $[-\pi, \pi]$ 的独立随机变量
$\theta_l$	均匀分布在 $[-\pi, \pi]$ 的独立随机变量
$\mathbf{H}$	信道矩阵
$y$	信号经过信道的输出
$x$	输入信号
$\hat{x}$	输入信号的估计

## 四、模型的建立与求解

### 4.1 问题一模型的建立与求解

#### 4.1.1 问题一分析

本文假设问题一所给信道是瑞利信道，我们首先需要确定 BEM 的扩展基函数和基系数个数，依据题目建立基扩展 BEM 模型。由问题一的数据可知，该信道多径数为 9，每条路径都进行了 20000 次采样。我们将每个路径的采样数据分为  $20000/N$  块，每块包含  $N$  个符号，假设每块内的基扩展系数不随时间发生改变，用每个块内的部分数据计算该块的基扩展系数，进而可以预测该块

的整体数据。

我们根据所建模型预测出整体数据后，计算预测数据和原始数据的归一化均方误差（NMSE），改变模型扩展基系数  $M$  和块内符号数  $N$ ，对比观察在不同参数下 NMSE 的变化，然后对该信道模型的准确度进行评价并分析算法的复杂度。

#### 4.1.2 问题一模型准备

对于无线通信中的快时变信道，传统的信号估计无法估计出一个符号时间间隔内信道的所有时变冲击响应值，因为过密的导频插入将会占用过多的传输资源，降低有用信息。但是，如果不能有效的估计出信道冲击相应的变化，就无法确定信道的变化。

我们分析了第一问所提供的信道模型，根据信道实测数据求出不同时刻的信道冲击响应幅度值，根据幅度值的分布范围求出分布函数，对分布函数求导可以求解出概率密度，概率密度曲线如图 4.1 所示。

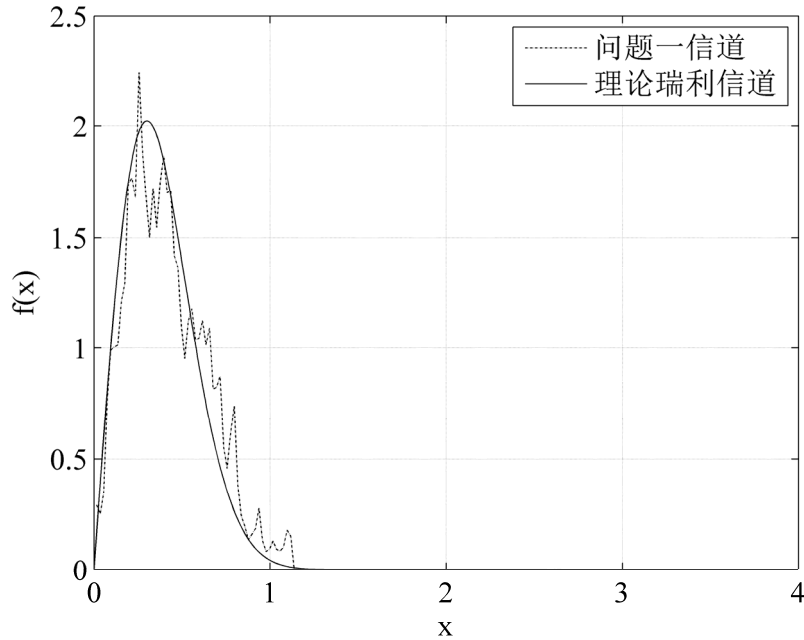


图 4.1 问题一信道与理论瑞利信道的概率密度曲线

从图 4.1 可以看出，题中所给的信道模型应当满足瑞利分布。

对于如题所给出的瑞利信道，可以采用基于基扩展模型的信道估计方法。基扩展模型 BEM 估计方法可以在系统规定的导频数量范围内，利用远小于信道长度的基扩展系数估计出信道时变冲击响应，特别适合于利用快时变信道<sup>[5]</sup>。其基本思想是将信道进行正交分解，把原本对大量信道参数的估计简化为对少量正交分量权值（即 BEM 基系数）的估计，从而可以降低信道估计的运算量和复杂度。

根据题目背景介绍和资料，扩展基模型可通过基系数与基函数乘积的累加获得，数学表达为：

$$h_l[n] = \sum_{m=0}^{M-1} b_{lm} B_m[n], \quad l = 0, \dots, L-1 \quad (4.1)$$

式中,  $h_l[n]$ 表示  $n$  时刻时的信道冲击响应,  $b_{lm}$  是第  $l$  个路径第  $m$  个基系数, 在一定时间周期  $T$  内不随时间变化,  $B_m$  是第  $m$  个基函数矢量, 变量是时间  $n$ 。

从公式 (4.1) 可知, 由于  $b_{lm}$  在一定时间周期  $T$  内不随时间变化, 只需要知道  $M$  个基系数就可以预测整个周期内的信道参数, 降低了信道预测的复杂度和计算量。

BEM 的扩展基函数  $B_m$  的选择影响 BEM 模型的近似程度, 复指数 BEM (CE-BEM) 采用傅里叶基来建立信道模型, 是最常见的类 BEM, 实现简单, 近年来受到广泛关注<sup>[6]</sup>, 问题一我们选择复指数基 (CE) 来建立模型, 复指数基函数为:

$$B_m[n] = e^{j\omega_m n} \quad (4.2)$$

其中:

$$\omega_m = 2\pi(m - (M - 1)/2)/N \quad (4.3)$$

其中,  $M$  表示基系数个数,  $N$  表示传输块符号数。

由公式 (4.1) ~ (4.3) 可知, 基扩展模型受基系数个数  $M$  和传输块符号数  $N$  这两个因素的影响, 为了建立基扩展模型, 我们首先需要确定基系数个数  $M$  和每块包含符号的个数  $N$ , 下面分别分析这两个方面。

#### 4.1.2.1 传输块的符号个数 $N$

在无线通信中, 信道的动态变化引起时间选择性衰落。如果用  $f_c$  表示载波频率,  $c$  表示光速,  $v$  表示发射机与接收机之间的相对运动速率,  $\theta$  表示入射波与相对运动方向之间的夹角, 则多普勒频移<sup>[7]</sup>可表示为

$$f_d = \frac{v}{\lambda} \cos \theta = \frac{vf_c}{c} \cos \theta = f_{d \max} \cos \theta \quad (4.4)$$

相干时间可以表示为:

$$T_c = \frac{1}{f_{d \max}} \quad (4.5)$$

其中  $f_{d \max}$  为最大多普勒频移, 相干时间  $T_c$  就是信道保持恒定的最大时间差范围, 表明信道出现重大变化的时间间隔。

由题已知载波频率  $f_c$  为 3GHz, 信道采样频率  $f_s$  为 200KHz, 光速  $c$  为  $3 \times 10^8$  m/s, 运动速度  $v$  为 180Km/h。将参数值代入公式 (4.5)、(4.6) 中, 得到最大多普勒频移:

$$f_{d \max} = 500\text{Hz} \quad (4.6)$$

相干时间:

$$T_c = 2\text{ms} \quad (4.7)$$

基扩展模型采用有限个基函数的系数描述一定时间框架 (一个传输块) 内信道的事变特性。假设接收端的采样周期等于符号周期, 考虑每个传输块长度为  $NT_s$ ,  $N$  为一个传输块内的采样点数。则传输块长度  $T$  应该满足条件:

$$T = NT_s \ll T_c \quad (4.8)$$

在工程中，我们根据经验取

$$T = NT_s = \frac{T_c}{10} \quad (4.9)$$

将已知参数和式 (4.8) 代入公式 (4.10) 中得到：

$$N = 40 \quad (4.10)$$

综上，问题一我们将每个路径的 20000 个数据平均分为 500 个传输块，每个传输块有 40 个符号。

#### 4.1.2.2 基系数个数 M

基系数个数 M 表示在每块中用 M 个系数与基函数相乘累加获得预测参数。根据文献[8]，基系数个数 M 通常取值

$$M - 1 = 2(\lceil f_{d\max} NT \rceil + 1) \quad (4.11)$$

[•]表示向下取整,  $f_{d\max}$  为最大多普勒频移, 将已知参数和式(4.7)、(4.11)代入公式 (4.12) 中，得到

$$M = 3 \quad (4.12)$$

问题一的基系数个数 M 取 3。

#### 4.1.3 问题一模型建立

根据题目所述，基扩展 BEM 主要是利用有限个基函数的线性组合来描述一定时间内的时变信道，数学模型为：

$$h_l[n] = \sum_{m=0}^{M-1} b_{lm} B_m[n], \quad l = 0, \dots, L-1 \quad (4.13)$$

式中  $b_{lm}$  是第  $l$  个路径第  $m$  个基系数，在一定时间周期 T 内不随时间变化，即在一个传输块长度内，基系数  $b_{lm}$  不随时间发生改变，根据公式 (4.14) 建立训练模型和预测模型。

##### (一) 训练模型

根据公式 (4.14)，根据每个数据块内的 M 个系数是不变的，我们对第  $k$  块的前 M 个实测数据求取每块 M 个基系数的训练模型建立如公式 (4.15)。

$$\begin{bmatrix} b_{l0}(k) \\ b_{l1}(k) \\ \vdots \\ b_{l(M-1)}(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_l(Nk) \\ h_l(Nk+1) \\ \vdots \\ h_l(Nk+M-1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_0(Nk) & B_1(Nk) & \cdots & B_{M-1}(Nk) \\ B_0(Nk+1) & B_1(Nk+1) & \cdots & B_{M-1}(Nk+1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ B_0(Nk+M-1) & B_1(Nk+M-1) & \cdots & B_{M-1}(Nk+M-1) \end{bmatrix}^{-1}, \quad (4.14)$$

$$l = 0, \dots, L-1, k = 0, \dots, K/N-1$$

其中,  $l$  表示路径,  $k$  表示传输块,  $L$  表示路径总数,  $K$  表示数据总数,  $b_{l0}(k)$ ,  $b_{l1}(k)$ , ...,  $b_{l(M-1)}(k)$  表示第  $l$  个路径第  $k+1$  个传输块的 M 个基系数,  $h_l(Nk)$ ,  $h_l(Nk+1)$ , ...,  $h_l(Nk+M-1)$  表示第  $l$  个路径第  $k+1$  个传输块的前 M 个实测数据,  $B_m[n]$  是第  $m$  个基函数。



## (二) 预测模型

根据每个数据段训练模型获得的系数  $b_{lm}$  后, 根据预测模型对该数据段的  $N$  个信道参数进行预测, 建立预测模型如 (4.16)。

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{h}_l[Nk] = \sum_{m=0}^{M-1} b_{lm}(k) B_m[Nk], \\ \hat{h}_l[Nk+1] = \sum_{m=0}^{M-1} b_{lm}(k) B_m[Nk+1] \\ \vdots \\ \hat{h}_l[Nk+N-1] = \sum_{m=0}^{M-1} b_{lm}(k) B_m[Nk+N-1] \end{array} \right. \quad l=0, \dots, L-1, k=0, \dots, K/N-1 \quad (4.15)$$

用矩阵形式表示为:

$$\begin{bmatrix} \hat{h}_l(Nk) \\ \hat{h}_l(Nk+1) \\ \vdots \\ \hat{h}_l(Nk+N-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_0(Nk) & B_1(Nk) & \cdots & B_{M-1}(Nk) \\ B_0(Nk+1) & B_1(Nk+1) & \cdots & B_{M-1}(Nk+1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ B_0(Nk+N-1) & B_1(Nk+N-1) & \cdots & B_{M-1}(Nk+N-1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{l0}(k) \\ b_{l1}(k) \\ \vdots \\ b_{l(M-1)}(k) \end{bmatrix}, \quad l=0, \dots, L-1, k=0, \dots, K/N-1 \quad (4.16)$$

其中,  $l$  表示路径,  $k$  表示传输块,  $L$  表示路径总数,  $K$  表示数据总数,  $b_{l0}(k)$ ,  $b_{l1}(k)$ ,  $\dots$ ,  $b_{l(M-1)}(k)$  表示第  $l$  个路径第  $k+1$  个传输块的  $M$  个基系数,  $\hat{h}_l(Nk)$ ,  $\hat{h}_l(Nk+1) \dots \hat{h}_l(Nk+N-1)$  表示第  $l$  个路径第  $k+1$  个传输块的所有  $N$  个预测数据。

### 4.1.4 问题一模型的求解

通过前面的模型准备, 我们获取求解模型的必要公式和参数, 如下面所示:

扩展基函数  $B_m[n]$  表示时间为  $n$  时第  $m$  个基函数矢量, 变量是时间  $n$ , 本题基函数取复指数基 CE:

$$B_m[n] = e^{(j2\pi n/N)(m-(M-1)/2)} \quad (4.18)$$

问题一模型所需要的参数值如表 4.1。

表 4.1 问题一模型参数值

多径数 L	9
数据总数 K	20000
基系数个数 M	3
传输块时间长度 T	200 $\mu$ s
每个传输块符号个数 N	40

将公式 (5.18) 和表 4.1 的参数代入所建训练模型 (4.15) 和预测模型 (4.17) 中, 得到精简后的训练模型和预测模型分别为:

### (一) 训练模型

$$\begin{bmatrix} b_{l0}(k) \\ b_{l1}(k) \\ b_{l2}(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_l(40k) \\ h_l(40k+1) \\ h_l(40k+2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{-j2\pi k} & 1 & e^{j2\pi k} \\ e^{-j(2\pi k + \frac{\pi}{20})} & 1 & e^{j(2\pi k + \frac{\pi}{20})} \\ e^{-j(2\pi k + \frac{\pi}{10})} & 1 & e^{j(2\pi k + \frac{\pi}{10})} \end{bmatrix}^{-1}, \quad (4.19)$$

$$l = 0, \dots, 8, k = 0, \dots, 499$$

其中,  $l$  表示路径,  $k$  表示传输块,  $b_{l0}(k)$ ,  $b_{l1}(k)$ ,  $b_{l2}(k)$  表示第  $l$  个路径第  $k+1$  个传输块的 3 个基系数,  $h_l(40k)$ ,  $h_l(40k+1)$ ,  $h_l(40k+2)$  表示第  $l$  个路径第  $k+1$  个传输块的前 3 个实测数据。

### (二) 预测模型

$$\begin{bmatrix} \hat{h}_l(40k) \\ \hat{h}_l(40k+1) \\ \vdots \\ \hat{h}_l(40k+39) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-j2\pi k} & 1 & e^{j2\pi k} \\ e^{-j(2\pi k + \frac{\pi}{20})} & 1 & e^{j(2\pi k + \frac{\pi}{20})} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ e^{-j(2\pi k + \frac{39\pi}{20})} & 1 & e^{j(2\pi k + \frac{39\pi}{20})} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{l0}(k) \\ b_{l1}(k) \\ b_{l2}(k) \end{bmatrix}, \quad (4.20)$$

$$l = 0, \dots, 8, k = 0, \dots, 499$$

其中,  $l$  表示路径,  $k$  表示传输块,  $b_{l0}(k)$ ,  $b_{l1}(k)$ ,  $b_{l2}(k)$  表示第  $l$  个路径第  $k+1$  个传输块的 3 个基系数,  $\hat{h}_l(40k)$ ,  $\hat{h}_l(40k+1) \dots \hat{h}_l(40k+39)$  表示第  $l$  个路径第  $k+1$  个传输块的所有 40 个预测数据。

利用训练模型(4.19)和预测模型公式(4.20),使用 MATLAB 软件对题目所给信道进行预测,模型的求解步骤为:

- 
- Step1: 初始基系数个数  $M=3$ , 传输块符号数  $N=40$ ;
- Step2: 将数据长度  $K$  按照每块数量为  $N$  进行分段;
- Step3: 每条路径选择数据块的前  $M$  个测试数据代入公式 (4.19) 计算基系数  $b_{lm}$ ;
- Step4: 将基系数代入公式 (4.20) 计算出该数据块的其他信道参数;
- Step5: 判断当前数据块是否为最后一个, 若不是, 转下一个数据块继续 Step3; 若是, 结束程序。
- 

模型的流程图见图 4.2。

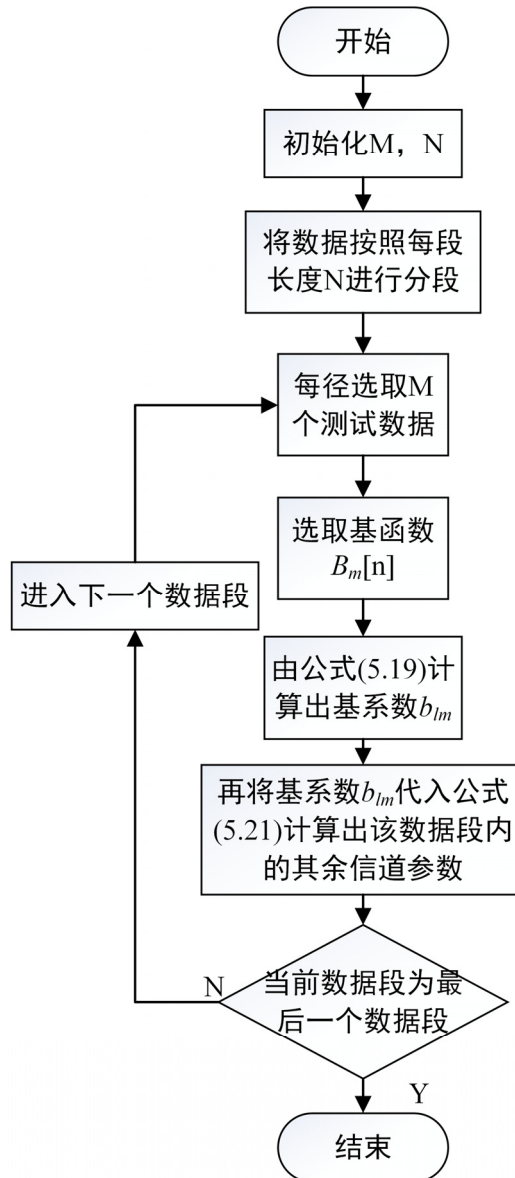


图 4.2 问题一模型流程图

最终得到基系数个数  $M$  为 3，传输块符号数  $N$  为 40 的预测信道参数。选取  $n=330$  时候的 9 条路径的实测参数和预测参数进行对比，见表 4.2。

表 4.2  $n=330$  时的 9 条路径的实测参数和预测参数

$l$	实测数据	预测数据
0	$0.020329 + 0.408187i$	$0.020311 + 0.408294i$
1	$-0.208562 - 0.217636i$	$-0.208582 - 0.217659i$
2	$0.189970 + 0.134935i$	$0.189975 + 0.134974i$
3	$-0.150554 + 0.434606i$	$-0.150533 + 0.434574i$
4	$0.404221 + 0.292116i$	$0.404216 + 0.292043i$
5	$0.122581 + 0.216461i$	$0.122600 + 0.216464i$
6	$-0.041597 - 0.001645i$	$-0.041581 - 0.001629i$
7	$-0.114756 - 0.050739i$	$-0.114738 - 0.050737i$
8	$0.072903 - 0.021607i$	$0.072899 - 0.021610i$

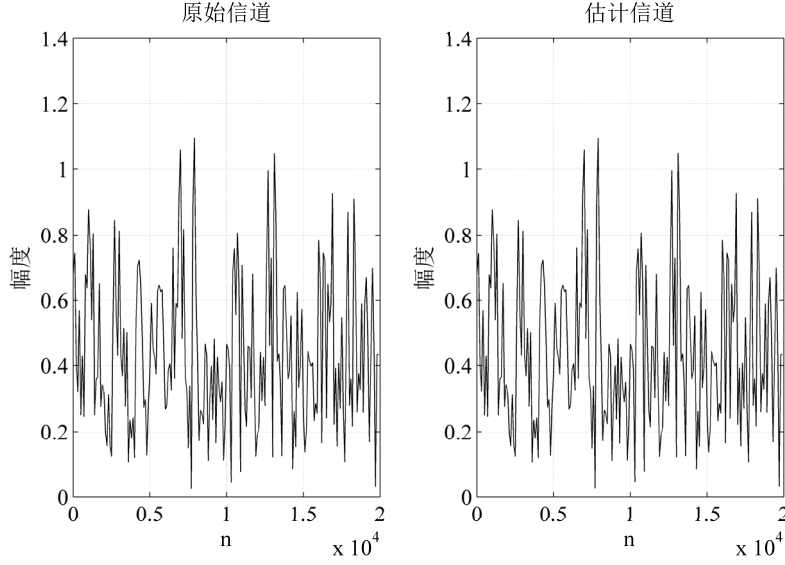


图 4.3 M=3, N=40 时原始信道参数值和估计信道参数值

由表 4.2 和图 4.3 可以清楚的观察到当 M=3, N=40 的情况下, 原始信道参数值和估计信道参数值相差很小, 说明该模型能够很好的预测信道。

#### 4.1.5 问题一模型的验证

##### 4.1.5.1 误差求解与分析

对信道模型的准确度评价需要根据实际时变的信道参数与估计信道参数的误差, 计算均方误差 (MSE) 或归一化均方误差 (NMSE), NMSE 误差模型为:

$$NMSE = \frac{\sum_{n=0}^{K-1} \sum_{l=0}^{L-1} |h_l(n) - \hat{h}_l(n)|^2}{\sum_{n=0}^{K-1} \sum_{l=0}^{L-1} |h_l(n)|^2} \quad (4.21)$$

其中,  $l$  表示路径,  $n$  表示时间,  $h_l(n)$  表示第  $l$  个路径第  $n$  个时间的实测信道数据,  $\hat{h}_l(n)$  表示第  $l$  个路径第  $n$  个时间的预测信道参数。

##### (一) M=3, N=40 情况下训练模型和预测模型的误差

将基系数个数 M 为 3, 数据块符号数 N 为 40 的情况下实测信道数据和预测信道参数代入误差模型 (4.21) 中得到归一化均方误差 (NMSE):

$$NMSE = 4.7399 \times 10^{-5} \quad (4.22)$$

##### (二) 改变 M 和 N 情况下训练模型和预测模型的误差

考虑到不同的基系数个数 M 和数据块符号数 N 对归一均方误差 (NMSE) 的差别, 我们根据训练模型 (4.15)、预测模型 (4.17) 和误差模型 (4.21) 求取不同基系数个数 M 和不同传输块符号数 N 下的归一化均方误差 (NMSE)。

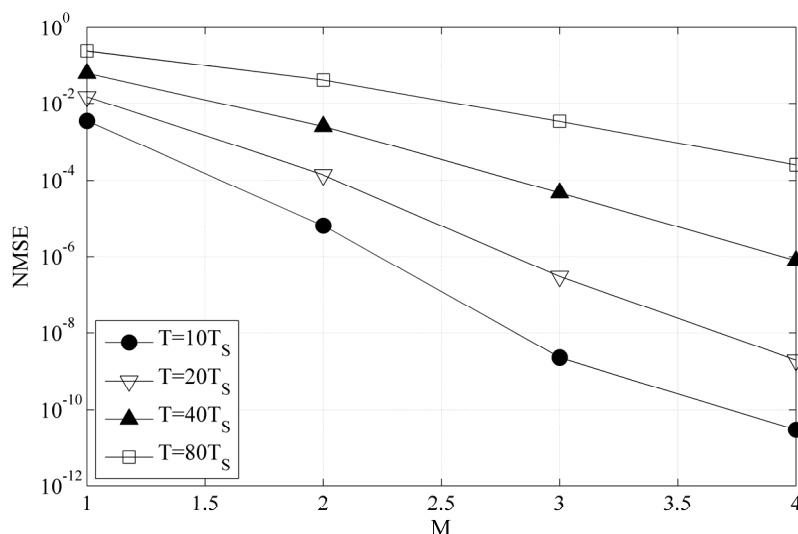


图 4.4 不同基系数个数  $M$  和不同传输块符号数  $N$  下  
实测数据和预测数据的误差 NMSE

依据图 4.4 可以清楚看到在不同基系数个数  $M$  和不同的传输块符号数  $N$  下实测数据和预测数据的归一化均方误差 (NMSE) 的变化情况。保持传输块大小不变, 我们取  $M$  为 1、2、3、4, 观察发现 NMSE 随着基系数个数  $M$  的增大而减小。保持基系数个数不变, 传输块符号数分别取 10、20、40、80, 可以清楚观察到, NMSE 随着传输块符号数  $N$  的增大而增大。

实际上, 基系数个数  $M$  不应取得过大, 一般取 3 或者 5。传输块符号数  $N$  越大, 误差也越大, 但是传输块符号数如果太小, 需要用到的实测数据就越多, 计算量和复杂度都会增加。所以, 为了保持一定的准确度并且减小需要用到的实测数据量, 我们取传输块符号数  $N$  为 40, 基系数个数  $M$  为 3 是合理的。

#### 4.1.5.2 算法复杂度求解与分析

模型所用算法的优劣对使用影响很大, 是评价模型的重要指标, 为了考察所用算法的复杂度是否符合实际情况要求, 根据文献[1], 我们对问题一的算法进行复杂度求解。

我们只考虑算法的时间复杂度, 利用浮点计算次数来评价时间复杂度。本文所用实验环境参数为: 处理器为酷睿 i5-3210M, CPU 250GHz, 内存 RAM 为 4GB, 64 位操作系统。

浮点运算次数:

表 4.3 问题一算法复杂度

步骤	描述	浮点运算
第一步	求解基函数 $B_m[n]$	$MK$
第二步	每径根据每个传输块的已知 $M$ 个数据计算 $b_{lm}$	$LK/NM!$
第三步	预测每个数据段的剩余数据	$LK/NM^2(N-M)$

运行时间: MATLAB 运行算法所需时间为 0.84s。

表 4.3 表示每一步的浮点运算次数, 由表中数据可以明显看出, 基系数个数  $M$  和传输块符号个数  $N$  对复杂的影响最大,  $M$  越大,  $N$  越小, 复杂度越高。

但由于第三步的浮点运算数与  $M$  的平方成正比,所以,  $M$  对复杂度的影响更大。一般  $M$  值取得比较小,在本文中,  $M$  取值为 3,根据上述分析可知浮点运算次数在合理范围内,且运算时间较短,说明问题一所建模型的复杂度满足工程可实现的要求。

通过上述求解与分析,第一题我们确定了基系数个数  $M$  为 3,传输块符号个数  $N$  为 40,基函数选取复指数基。基于基扩展给出了训练模型和预测模型,并对第一题所给信道进行预测,求出在  $M$  为 3,  $N$  为 40 情况下原始数据和计算结果的误差为  $4.7399 \times 10^{-5}$ ,并分析了所用算法复杂度,结果显示本题所建立的模型准确度高且算法复杂度满足工程可实现的要求,模型具有较高实用价值。

## 4.2 问题二模型的建立与求解

### 4.2.1 运动速度对问题一所建模型准确度影响的规律

利用问题一中建立的训练模型和预测模型,保持载波频率、信道采样频率不变,计算不同的运动速度时预测数据和原始数据的归一化均方误差(NMSE),然后根据结果分析运动速度对问题一所建模型准确度影响的规律,最后出于对基扩展模型完备性的考虑,我们采用其他几种比较常见的基函数建立基扩展模型,并将不同 BEM 模型的 NMSE 结果进行对比。

#### 4.2.1.1 模型的建立

该模型就是问题一所求的基扩展模型。基系数个数  $M$  为 3,数据块符号个数  $N$  为 40 的训练模型和预测模型分别是:

##### (一) 训练模型

$$\begin{bmatrix} b_{l0}(k) \\ b_{l1}(k) \\ b_{l2}(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_l(40k) \\ h_l(40k+1) \\ h_l(40k+2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{-j2\pi k} & 1 & e^{j2\pi k} \\ e^{-j(2\pi k + \frac{\pi}{20})} & 1 & e^{j(2\pi k + \frac{\pi}{20})} \\ e^{-j(2\pi k + \frac{\pi}{10})} & 1 & e^{j(2\pi k + \frac{\pi}{10})} \end{bmatrix}^{-1}, \quad (4.23)$$

$$l = 0, \dots, 8, k = 0, \dots, 499$$

其中,  $l$  表示路径,  $k$  表示传输块,  $b_{l0}(k)$ ,  $b_{l1}(k)$ ,  $b_{l2}(k)$  表示第  $l$  个路径第  $k+1$  个传输块的 3 个基系数,  $h_l(40k)$ ,  $h_l(40k+1)$ ,  $h_l(40k+2)$  表示第  $l$  个路径第  $k+1$  个传输块的前 3 个实测数据。

##### (二) 预测模型

$$\begin{bmatrix} \hat{h}_l(40k) \\ \hat{h}_l(40k+1) \\ \vdots \\ \hat{h}_l(40k+39) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-j2\pi k} & 1 & e^{j2\pi k} \\ e^{-j(2\pi k + \frac{\pi}{20})} & 1 & e^{j(2\pi k + \frac{\pi}{20})} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ e^{-j(2\pi k + \frac{39\pi}{20})} & 1 & e^{j(2\pi k + \frac{39\pi}{20})} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{l0}(k) \\ b_{l1}(k) \\ b_{l2}(k) \end{bmatrix}, \quad (4.24)$$

$l = 0, \dots, 8, k = 0, \dots, 499$

其中,  $l$  表示路径,  $k$  表示传输块,  $b_{l0}(k)$ ,  $b_{l1}(k)$ ,  $b_{l2}(k)$  表示第  $l$  个路径第  $k+1$  个传输块的 3 个基系数,  $\hat{h}_l(40k)$ ,  $\hat{h}_l(40k+1) \dots \hat{h}_l(40k+39)$  表示第  $l$  个路径第  $k+1$  个传输块的所有 40 个预测数据。

### (三) 误差模型

$$NMSE = \frac{\sum_{n=0}^{K-1} \sum_{l=0}^{L-1} |h_l(n) - \hat{h}_l(n)|^2}{\sum_{n=0}^{K-1} \sum_{l=0}^{L-1} |h_l(n)|^2} \quad (4.25)$$

其中,  $l$  表示路径,  $n$  表示时间,  $h_l(n)$  表示第  $l$  个路径第  $n$  个时间的实测信道数据,  $\hat{h}_l(n)$  表示第  $l$  个路径第  $n$  个时间的预测信道参数。

#### 4.2.1.2 模型的求解

根据公式 (4.5), 多普勒频移描述如下:

$$f_d = \frac{v}{\lambda} \cos \theta = \frac{vf_c}{c} \cos \theta = f_{d \max} \cos \theta \quad (4.26)$$

其中, 最大多普勒频移为  $f_{d \max}$ , 公式为:

$$f_{d \max} = \frac{vf_c}{c} \quad (4.27)$$

其中,  $f_c$  表示载波频率,  $c$  表示光速,  $v$  表示发射机与接收机之间的相对运动速率,  $\theta$  表示入射波与相对运动方向之间的夹角。

#### (一) $M=3$ , $N=40$ , 采用 CE 基的情况下运动速度对 NMSE 的影响

由式 (4.27) 分别计算出四种速度所对应的四种最大多普勒频移, 然后对四种最大多普勒频移进行归一化, 如表 4.4 所示。

表 4.4 归一化多普勒频移、运动速度与其他参数

载波频率 $f_c$	采样频率 $f_s$	运动速度 $v$	归一化多普勒频移
3GHz	200KHz	$v_1=90\text{Km/h}$	0.2
		$v_2=180\text{Km/h}$	0.4
		$v_3=270\text{Km/h}$	0.6
		$v_4=450\text{Km/h}$	1

根据训练模型（4.23）和预测模型（4.24），分别对表 4.4 中四种速度下信道产生的实测数据进行模拟，最终产生预测数据。

对于基系数个数  $M=3$ ，传输块符号个数  $N=40$ ，基函数采用复指数基 CE 的情况下，四种速度产生的归一化均方误差 NMSE 如表 4.5 所示。

表 4.5 采用复指数基情况下不同速度的 NMSE

运动速度 $v$	归一化多普勒频移	NMSE
$v_1=90\text{Km/h}$	0.2	$6.3932 \times 10^{-7}$
$v_2=180\text{Km/h}$	0.4	$4.7399 \times 10^{-5}$
$v_3=270\text{Km/h}$	0.6	$5.3589 \times 10^{-4}$
$v_4=450\text{Km/h}$	1	$1.10 \times 10^{-2}$

由表 4.5 我们可以看出，随着多普勒频移的增加，误差逐渐增大。即在其他条件不变的情况下，误差随着速度的增大而增大。当速度为  $90\text{Km/h}$  时 NMSE 为  $10^{-7}$  数量级，说明我们可以非常准确的预测出实际信道，而实际生活中，运动速度通常在  $90\text{Km/h}$  以下，即使高铁和动车的速度也在  $270\text{Km/h}$  左右，对应着  $10^{-4}$  数量级的 NMSE，预测的准确率也是相当高的。表明我们建立的信道估计模型有着非常实用的价值。

## （二） $M=3$ ， $N=40$ ，采用不同基的情况下运动速度对 NMSE 的影响

当前研究的基扩展模型有复指数基扩展模型 CE-BEM（complex-exponential）<sup>[9]</sup>，过采样基扩展模型 GCE-BEM（generalized CE-BEM）<sup>[10]</sup>，多项式基扩展模型 P-BEM（Polynomial-BEM）<sup>[11]</sup>，改进的 CE 基扩展模型 MCE-BEM（Modified CE-BEM）<sup>[12]</sup>等。

通过文献查找<sup>[13]</sup>，我们获得其他几种适合瑞利衰落信道模型的基函数的具体表示：

### （1）过采样基扩展模型 GCE-BEM（generalized CE-BEM）

过采样基扩展模型 GCE-BEM 通过频域内距离更近的一组基来代替 CE-BEM 中的基，基函数如下：

$$B_m[n] = e^{j\omega_m n} \quad (4.28)$$

其中：

$$\omega_m = 2\pi(m - (M - 1)/2)/2N \quad (4.29)$$

### （2）改进的 CE 基扩展模型 MCE-BEM（Modified CE-BEM）

MCE-BEM 基函数为：

$$B_m[n] = e^{j\omega_m n} \quad (4.30)$$

其中：

$$\omega_m = 2\pi(f_{d\max} NT_s)(m - (M - 1)/2)/N \quad (4.31)$$

### （3）多项式基扩展模型 P-BEM（Polynomial-BEM）

多项式基扩展模型 P-BEM 由泰勒级数展开并近似得到，其基函数为：



$$B_m[n] = \left(n - \frac{N}{2}\right)^m \quad (4.32)$$

其中， $M$  表示基系数个数， $N$  表示传输块符号数， $f_{d\max}$  表示最大多普勒频移， $T_s$  表示一个符号时间。

出于完备性的考虑，我们同样在基系数个数  $M=3$ ，传输块符号个数  $N=40$  的情况下，采用不同的基函数的基扩展函数 CE-BEM、GCE-BEM、MCE-BEM、P-BEM，对四种速度的参数进行模拟，得到结果如图 4.5 和表 4.6。

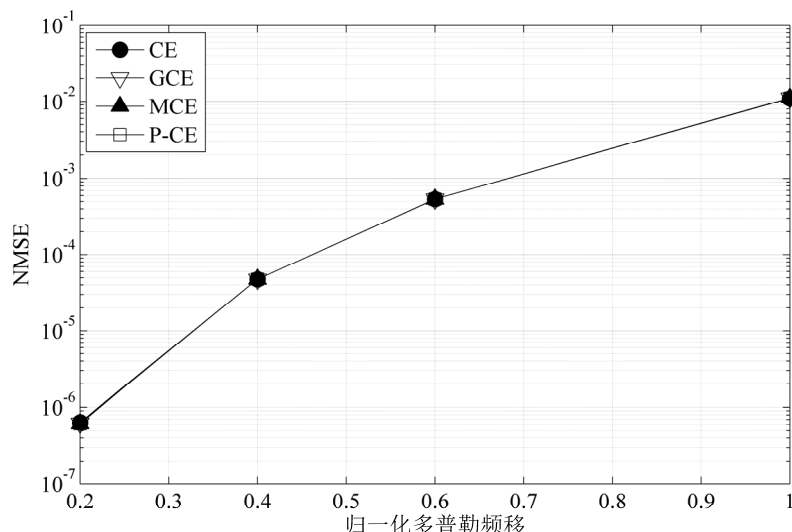


图 4.5 采用不同基函数的模型随归一化多普勒频谱变化的 NMSE

表 4.6 不同基系数，不同速度下的 NMSE

归一化多普勒频移	NMSE			
	CE	GCE	MCE	P-CE
0.2	$6.3932 \times 10^{-7}$	$6.2397 \times 10^{-7}$	$6.1636 \times 10^{-7}$	$6.1516 \times 10^{-7}$
0.4	$4.7399 \times 10^{-5}$	$4.7466 \times 10^{-5}$	$4.7534 \times 10^{-5}$	$4.7553 \times 10^{-5}$
0.6	$5.3589 \times 10^{-4}$	$5.3629 \times 10^{-4}$	$5.3687 \times 10^{-4}$	$5.3706 \times 10^{-4}$
1	$1.10 \times 10^{-2}$	$1.11 \times 10^{-2}$	$1.11 \times 10^{-2}$	$1.11 \times 10^{-2}$

由表 4.6 和图 4.5 可以观察出，在同一速度时，采用 GCE、MCE、P-CE 基函数与采用 CE 基函数的模型预测参数与实测参数的误差都在同一个数量级，所以这四种基函数的性能在题目所给的条件相差不是很大。由图 4.5 可以更加直观的看出各曲线相差很小，基本重合。

## 4.2.2 多径时变传输信道模型

### 4.2.2.1 建模条件

- 1、各径衰落信道之间是相互独立的；
- 2、各径幅度均服从瑞利（Rayleigh）分布；
- 3、各径相位服从均匀分布。

### 4.2.2.2 模型的分析与建立

对于多径衰落相互独立，幅度服从瑞利分布，相位服从均匀分布的多径衰落信道，通过查阅文献，我们发现现存的多径瑞利衰落信道模型大多数只包含三种以下信道参数<sup>[14-16]</sup>，我们在这些模型的基础上充分考虑到实际信道的特点，建立了一个全新的多径时变传输信道模型如式（4.33）所示，该模型包含了信道的多径数  $L$ 、多径时延  $\tau_l$  ( $l=1,2,\dots,L$ )、多径衰减增益  $\sqrt{2/L}$  和多普勒频移  $f_d$  等参数，使得所建立的模型将更加接近实际信道。

$$\begin{cases} X(t) = X_c(t) + jX_s(t) \\ X_c(t) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sum_{l=1}^L \cos(t - \tau_l) \cdot \cos(\omega_d t \cos \alpha_l + \varphi_l) \\ X_s(t) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sum_{l=1}^L \sin(t - \tau_l) \cdot \sin(\omega_d t \cos \alpha_l + \varphi_l) \end{cases} \quad (4.33)$$

其中，

$$\alpha_l = \frac{2\pi l - \pi + \theta_l}{4L} \quad (4.34)$$

$$\omega_d = 2\pi f_{d \max} \quad (4.35)$$

$$f_{d \max} = \frac{v f_c}{c} \quad (4.36)$$

其中  $X_c(t)$ 、 $X_s(t)$  分别表示  $X(t)$  的同相分量和正交分量， $\alpha_l$  为多普勒频移， $l=1,2,\dots,L$ ， $\omega_d$  为最大多普勒角频移， $f_{d \max}$  为最大多普勒频移， $f_c$  为载波频率， $\varphi_l$ 、 $\theta_l$  是均匀分布在  $[-\pi, \pi]$  的独立随机变量， $l$  表示第  $l$  个衰落路径， $\tau_l$  为第  $l$  径的时延。

上述模型与 Jakes<sup>[15]</sup> 的确定性模型不同的是，它通过对正弦的路径增益、多普勒频移、初始相位引入随机变量，改善了统计特性。根据文献[16]可以证明该模型正交部分的互相关符合 Bessel 函数， $L$  无限大时信道响应函数  $X(t)$  的包络符合 Rayleigh 分布，相位符合  $[-\pi, \pi]$  间的均匀分布。

#### 4.2.2.3 模型的求解

多径时变传输信道模型如下：

$$\begin{cases} X(t) = X_c(t) + jX_s(t) \\ X_c(t) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sum_{l=1}^L \cos(t - \tau_l) \cdot \cos(\omega_d t \cos \alpha_l + \varphi_l) \\ X_s(t) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sum_{l=1}^L \sin(t - \tau_l) \cdot \sin(\omega_d t \cos \alpha_l + \varphi_l) \end{cases} \quad (4.37)$$

式(4.37)描述的是模拟模型，经过采样后（采样频率  $f_s=200\text{KHz}$ ），变为数字模型：

$$\begin{cases} X(n) = X_c(n) + jX_s(n) \\ X_c(n) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sum_{l=1}^L \cos(n - \tau_l) \cdot \cos(\omega_d n \cos \alpha_l + \varphi_l) \\ X_s(n) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sum_{l=1}^L \sin(n - \tau_l) \cdot \sin(\omega_d n \cos \alpha_l + \varphi_l) \end{cases} \quad (4.38)$$

其中的  $n$  表示第  $n$  个采样时刻,  $X(n)$  表示  $X(t)$  在  $t=nTs$  时刻的取值 ( $Ts=1/fs$ )。下面我们用 MATLAB 对我们所建立的新模型进行仿真并得到仿真数据  $X(n)$ 。

基本参数设置: 数据长度截取  $K=20000$ , 即  $n=0,1,2,\dots,19999$ , 载波频率  $f_c=3\text{GHz}$ ,  $v=180\text{Km/h}$ , 求得  $f_{d\max}=500\text{Hz}$ ,  $\tau_l$  我们根据[17]中的多径时散参数典型值进行设置, 选取[1.5, 2.5]中的随机数, 单位为微秒。将这些参数代入公式 (4.38) 即可求出信道参数  $X(n)$ , 我们绘制了  $L=8$  时的瑞利衰落信道模型的幅度, 如图 4.6 所示。

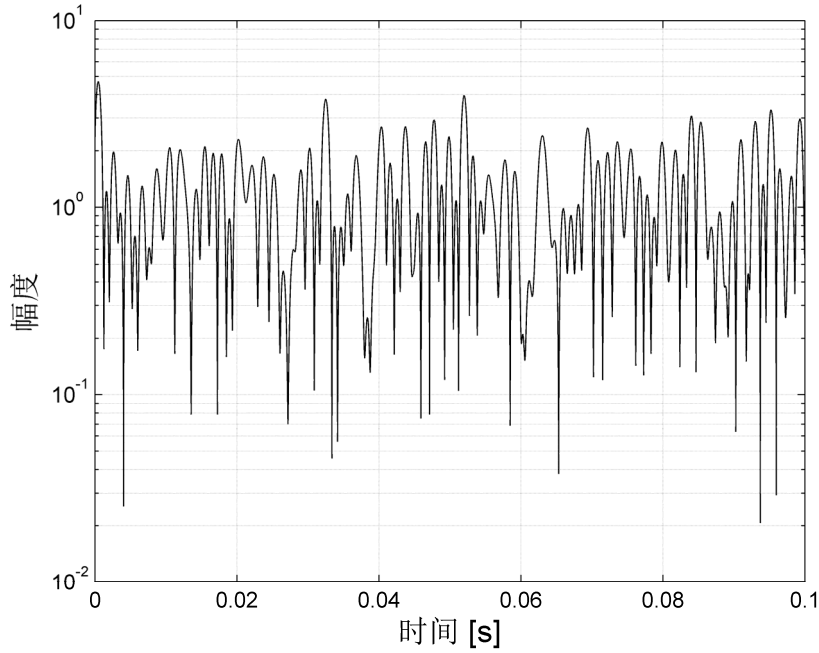


图 4.6 多径瑞利衰落信道模型的幅度图

为了进一步验证模型的正确性, 我们画出信道的概率密度曲线, 如图 4.7 所示。

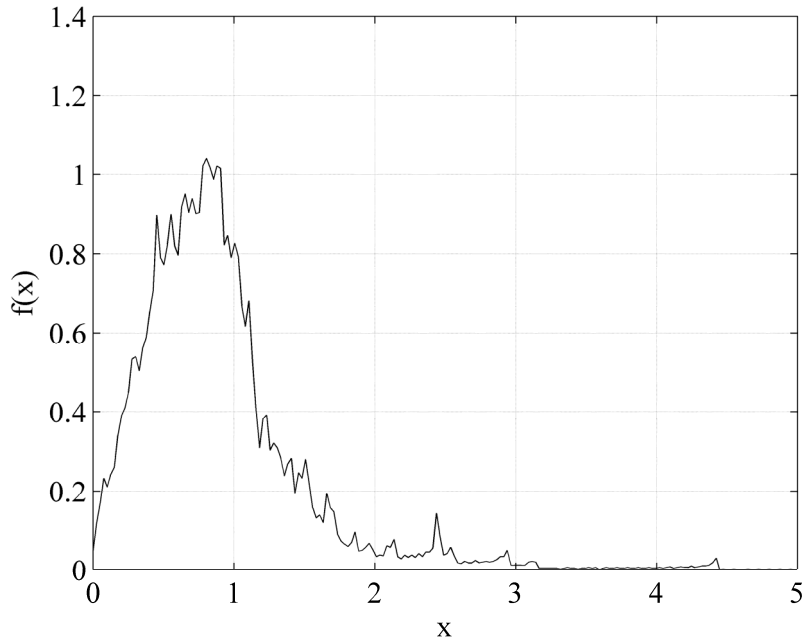


图 4.7 多径瑞利衰落信道模型的概率密度曲线

从图 4.7 可以看出，我们仿真出来的瑞利衰落信道模型的概率密度曲线与理论的概率密度曲线很接近，更加验证出我们所建模型的准确性。

#### 4.2.2.4 模型的误差分析

依然采用归一化最小均方误差（NMSE）：

$$NMSE = \frac{\sum_{n=0}^{K-1} |X(n) - \hat{X}(n)|^2}{\sum_{n=0}^{K-1} |X(n)|^2} \quad (4.39)$$

其中， $n$  表示时间， $K$  表示数据总长度， $X(n)$  表示第  $n$  个时间的实测信道数据，即我们得到的仿真数据， $\hat{X}(n)$  表示第  $n$  个时间的预测信道参数。

信道参数的预测直接用问题一建立的 CE-BEM 模型，数据长度  $K$ ，载波频率  $f_c$ ，运动速度  $v$  的取值均与问题一中的保持一致，通过对  $X(n)$  分块，然后对每块，用我们问题一所建模型估计出剩余数据，代入式 (4.39) 即可求得 NMSE，多径数  $L=9$  时的 NMSE：

$$NMSE = 5.2337 \times 10^{-5} \quad (4.40)$$

在与问题一相同多径数的情况下，我们所建多径瑞利衰落信道模型的 NMSE 与问题一模型的 NMSE 非常接近。

为了便于看出多径数  $L$  对模型性能的影响，对  $L$  分别取 1、8、50、100、300、400、500，用 MATLAB 绘出 NMSE 与  $L$  的关系如图 4.8。

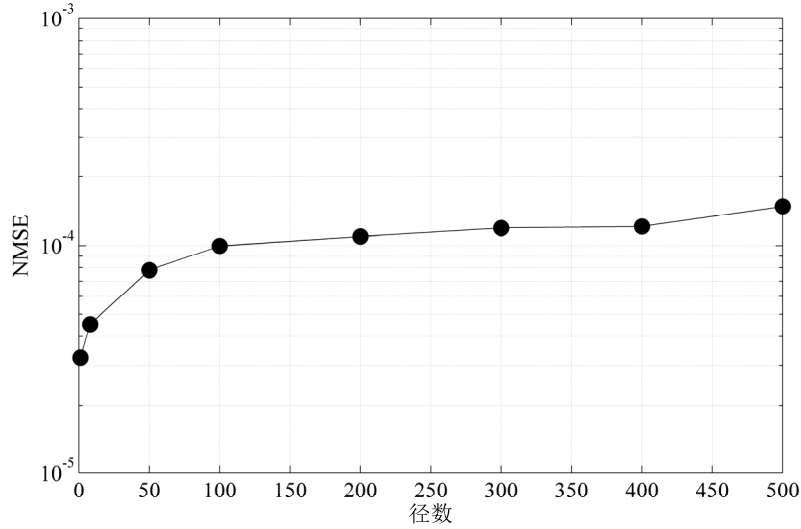


图 4.8 不同径数下多径瑞利衰落信道模型的 NMSE

由图 4.8 可以明显看出，随着径数的增加 NMSE 也逐渐增大，这是因为径数的增加，使得各路径之间的干扰加剧恶化，而且这种干扰是随机的、时变的，很难加以控制，从而降低了模型的性能，另外，随着径数的增加，预测的复杂度会随之上升。

尽管所建模型的性能随径数的变化而变化，但这种变化并不是很大，特别是 L 取到 100 以后曲线相对平坦，根据仿真得出的精确数据，L 分别取 1 和 500 时模型的 NMSE 分别为  $3.289 \times 10^{-5}$ 、 $1.488 \times 10^{-4}$ ，即 L=1 与 L=500 的归一化最小均方误差相差  $1.1591 \times 10^{-4}$ ，误差在可接受范围内。我们所建的多径时变衰落信道模型通过问题一中所建模型验证，在减少测试数据方面的效果较好，当  $L \leq 500$  时，NMSE 控制在  $10^{-4}$  数量级以下。

综上所述，我们首先对不同速度下的数据进行预测后，得到速度为 90Km/h、180Km/h、270Km/h、450Km/h 时模型求出的误差随着运动速度的增大而增大。当速度为 90Km/h 时 NMSE 为  $10^{-7}$  数量级，说明我们可以非常准确的预测出实际信道，而实际生活中，运动速度通常在 90Km/h 以下，即使高铁和动车的速度也在 270Km/h 左右，对应着  $10^{-4}$  数量级的 NMSE，预测的准确率也是相当高的。这表明我们建立的信道估计模型有着非常实用的价值。

此外我们通过研究多径瑞利衰落信道的各种特性，建立了关于多径数、多径延迟、多径衰减增益和多普勒频移等多种信道参数的多径瑞利衰落信道模型，并对其进行仿真验证所建立的模型的幅度和概率密度均符合瑞利信道特性。利用所建信道模型产生仿真数据，得到信道模型的 NMSE 随着径数 L 的增加而逐渐增大，L 分别取 1 和 500 时模型的 NMSE 分别为  $3.289 \times 10^{-5}$ 、 $1.488 \times 10^{-4}$ ，可见多径瑞利衰落信道模型在减少数据方面具有优良的效果。

### 4.3 问题三模型的建立与求解

#### 4.3.1 问题三分析

问题三主要研究信号在无线信道中的传输，并为了适应无线信道的特点，需要涉及到数字调制和解调，将二进制序列信号调制为复数序列，以适合无线

信道传输。输入信号我们采用随机生成的 0-1 序列，信号经过 16QAM 调制，将四位二进制数按顺序转换为相应的复数，再进行适当的预滤波处理<sup>[18]</sup>然后与载波信号相乘后送入信道。接收端接收到复数信号后进行载波解调后解码恢复二进制序列。具体的调制解调及信号传输过程如图 4.9 所示。

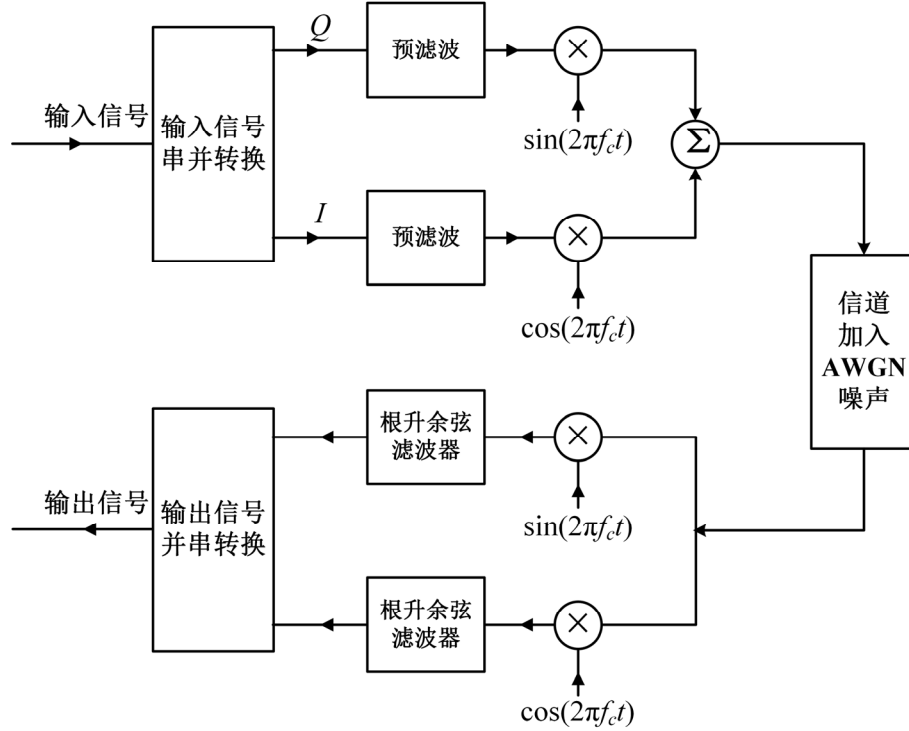


图 4.9 16QAM 正交调制解调方框图

本题中的信道参数采用之前利用基扩展方法得到的模型，利用文献[1]中提到的基于正交分解最小二乘(LSQR)<sup>[19]</sup>的信道均衡方法来求解输入信号的估计，该方法不需要计算频域信道矩阵或求解稠密系数矩阵的方程组，大大降低了复杂度<sup>[20]</sup>。

#### 4.3.2 问题三模型的建立

信道均衡技术 (Channel equalization) 是指为了提高衰落信道中的通信系统的传输性能而采取的一种抗衰落措施，其机理是对信道或整个传输系统特性进行补偿。常见的信道均衡的迭代算法有 LSQR(基于正交分解最小二乘)和 GMRES<sup>[21]</sup>，LSQR 是一种求解线性系统近似解的迭代算法，它是一种有效的稀疏线性方程组方法。阻尼 LSQR 是对 LSQR 的一种改进算法，我们选用此方法来求解本问题，阻尼 LSQR 结合了 Tikhonov 正则化和 LSQR 方法，Tikhonov 正则化是一种基于变分原理的正则化方法，是一种解决不适定问题的常用方法。基于对 LSQR 算法的分析，我们建立如下模型：

定义矩阵  $\underline{\mathbf{H}}$  和向量  $\underline{y}$  为：

$$\underline{\mathbf{H}} = \begin{pmatrix} \mathbf{H} \\ \sigma^2 \mathbf{I} \end{pmatrix}, \quad \underline{y} = \begin{pmatrix} y \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.17)$$

其中  $\mathbf{H}$  是信道矩阵， $y$  是信号经过信道的输出，参数  $\sigma$  与环境噪声和模型

差错有关，目标是解决如下的最小二乘问题：

$$\begin{aligned}\hat{x} &= \arg \max_x \{\|Hx - y\|_2^2 + \sigma^2 \|x\|_2^2\} \\ &= \arg \max_x \{\|\underline{H}x - \underline{y}\|_2^2\}\end{aligned}\quad (4.18)$$

阻尼 LSQR 算法有迭代次数和阻尼参数这两个正则化参数，其算法的具体流程如下。

Step1: Golub–Kahan 双对角化<sup>[22]</sup>，构造向量  $u_i, v_i$  和正常数  $\gamma_i, \beta_i (i=1, 2, \dots)$  如下：

$$\beta_1 = \|y\|_2, u_1 = y / \beta_1, \gamma = \|H^H y\|_2, v_1 = H^H y / \gamma. \quad (4.19)$$

Step2: 从  $i=1, 2, \dots, 3$ ，定义：

$$\begin{aligned}\beta_{i+1} &= \|Hv_i - \gamma_i u_i\|_2 \\ u_{i+1} &= (Hv_i - \gamma_i u_i) / \beta_{i+1} \\ \gamma_{i+1} &= \|H^H u_i - \beta_i v_i\|_2 \\ v_{i+1} &= (H^H u_i - \beta_i v_i) / \gamma_{i+1}.\end{aligned}\quad (4.20)$$

当  $\gamma_{i+1}=0, \beta_{i+1}=0$  时停止迭代。

### 4.3.3 问题三模型的求解

我们采用 500KBaud 的码元速率、4MHz 的滤波器采样率以及 4MHz 的载波频率来进行图 4.9 所示的 16QAM 调制，调制后的输出信号即为信道的输入信号  $x$ ，经过增加 AWGN 噪声的信道后的输出为  $y=Hx+w$ ，利用上述阻尼 LSQR 算法可以求出输入信号的估计  $\hat{x}$ ，接收端对  $\hat{x}$  进行解调，并将解调后的数据与输入的随机序列进行对比，计算出误码率。信噪比依次取 0dB，5dB, 10dB, ..., 40dB，重复上述过程重新计算出误码率。

#### 4.3.3.1 求解结果

图 4.10 为不同信道下 BER 随着 SNR 变化的曲线，图中所用信道为我们所建减少信道数据测试频度的模型。

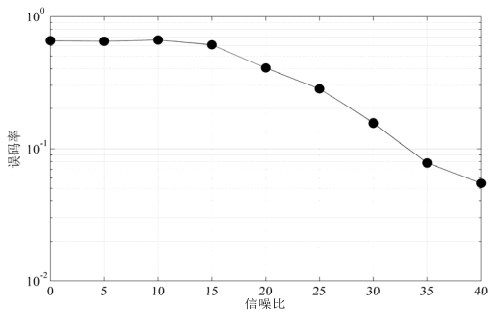


图 4.10.a 运动速度 90Km/h 的信道

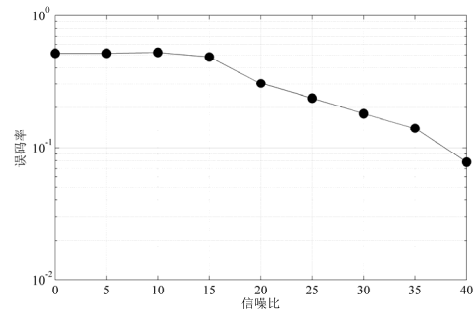


图 4.10.b 运动速度 180Km/h 的信道

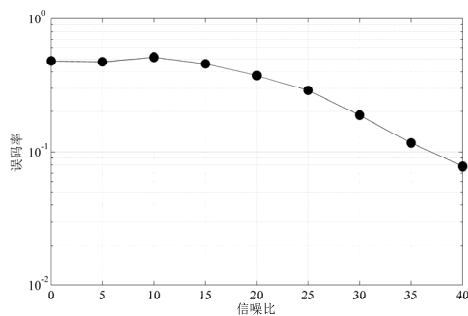


图 4.10.c 运动速度 270Km/h 的信道

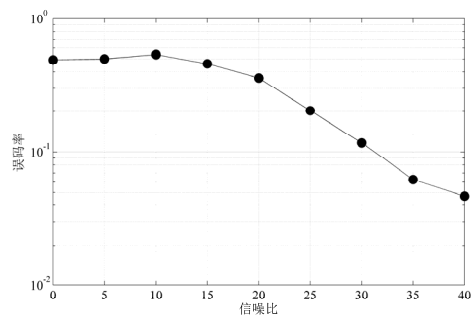


图 4.10.d 运动速度 450Km/h 的信道

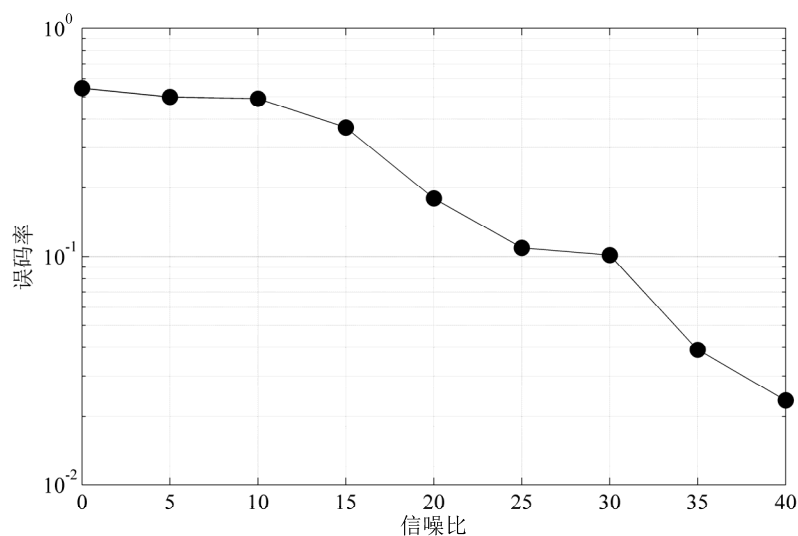


图 4.10.e 瑞利衰落信道

图 4.10 不同信道下的 SNR 与 BER 之间的关系

从图 4.10 可以看出，随着 SNR 的增大，误码率会变小，当信噪比在 10dB 以下时误码率变化较小，这是由于此时噪声起主导作用，当信噪比增大到 10dB 以后 BER 会直线下降，表明我们的信道均衡算法发挥了作用。但是我们也发现，即使信噪比增大到 40dB，误码率仍然很难达到  $10^{-3}$  数量级，误码率会比一般的 AWGN 信道差很多，这是由于信道的随机性较大，即便通过阻尼 LSQR 算法进行信道均衡，依然很难均衡信道的干扰。对于我们所建立的问题二中的瑞利信道，误码率随着 SNR 的变化更加明显，当信噪比增大到 30dB 时误码率已经下降到  $10^{-2}$  数量级，有着较好的无线通信性能。

总之，经过 16QAM 调制和解调，经过引入 AWGM 噪声的信道之后，经过 LSQR 均衡可以较好的恢复原始信号，使得问题一信道模型的误码率性能随着信噪比的增加而持续下降，且对于我们问题二所构造的瑞利衰落信道模型也具有较好的效果，说明我们所建的信道模型具有一定的实用意义。



## 五、模型评价与推广

训练模型和预测模型综合考虑了扩展基系数个数  $M$  (每个传输块需要的实测数据数), 每个传输块包含的符号数  $N$  和基函数的选择, 依据资料对每个因素都进行分析, 确定  $M$ 、 $N$  和基函数后, 建立模型。实测数据和预测数据误差很小, 算法的复杂度也在合理范围内, 这表明本模型在所给条件下的预测性能比较好。

多径时变传输信道模型综合考虑了多径数、多径延迟、多径衰减增益和多普勒频移, 并对其进行仿真验证所建立的模型的幅度和概率密度均符合瑞利信道特性。利用模型产生仿真数据后, 再根据训练模型和预测模型进行预测并计算误差, 该误差与问题一误差在同一量级, 说明我们所建的信道模型能够很好的描述多径时变传输信道。此处模型有不足之处, 本文认为每个路径的衰减增益相同, 但实际每条路径的衰减增益并不完全一致。改进之处: 将每条路径的衰减增益分开考虑, 对模型进行完善。

在实际通信系统中, 我们采用基于正交分解最小二乘(LSQR)的信道均衡方法来求解输入信号的估计, 以均衡信道的影响, 我们得到的 BER 随着信噪比的增加而持续下降, 且对于我们所建立的瑞利衰落信道也有者较好的误码率性能。但是和经过普通的 AWGN 信道的 BER 相比还是存在很大差距, 一方面可能因为信道的随机性太大导致误码率上升, 另一方面可能是信道均衡的算法还有待完善。

随着无线通信的飞速发展以及 5G 时代即将到来, 信道的时变性将越来越复杂, 有效地进行信道估计以及信道均衡, 将有利于提高信道容量、增加信息传输速率和降低误码率。本文的算法能够利用较少的数据快速估计出信道模型, 且复杂度较低, 有着很广阔的应用前景。

## 六、参考文献

- [1] Tomasz Hrycak, etc. Low Complexity Equalization for Doubly Selective Channels Modeled by a Basis Expansion. IEEE Trans. Signal Processing, 2010,58(11):5706-5719.
- [2] Saptarshi Das. Mathematical Methods for Wireless Channel Estimation and Equalization. Dissertation, University of Vienna, 2009.
- [3] 吴伟凌等. 移动通信原理 (第 2 版), 电子工业出版社, 2009.1.
- [4] 樊昌信等. 通信原理 (第 6 版), 国防工业出版社, 2013.8.
- [5] 王香瑜. 基于基扩展模型的快速时变信道估计研究及应用, 重庆邮电大学, 2013.5.
- [6] 李丹, 柯峰. 一种基于基扩展模型的 OFDM 频域快时变信道估计方法. 信号处理, 2012,28(2):193-199.
- [7] 董月. 基于 Xiao 模型和基扩展模型的高移动性无线信道建模与仿真. 西南交通大学, 2012.5.
- [8] 刘英男, 蒋伟, 姚春光等. 基于分数倍基扩展模型的双选信道估计方法. 北京大学学报 (自然科学版), 2008.1,44(1):87-92.
- [9] X.M., Giannakis, G.B., Maximum-Diversity Transmissions over Doubly Selective Wireless Channels, IEEE Trans. Information Theory, July,2003,49(7):1832-1340.
- [10] G. Lees. On the estimation of rapidly time-varying channels, in Euro. Signal Process. Conf. (EUSIPCO), Sep. 2004.
- [11] Borah D.K., Hart, B.T.. Frequency-selective fading channel estimation with a polynomial time-varying channel model, IEEE Trans. Commun., Jun.1999,47(6):862-373.
- [12] Qi jiang, Speidel, J. and Chunming Z., Pilot-Assisted OFDM Channel Estimation and ICI Cancellation for Double Selective Channels, IEEE GLOBECOM Proceedings,2007,4150-4154.
- [13] 钟科, 雷霞. 高速移动环境下基于基扩展模型的信道估计技术. 中国西部第六届青年通信学术会议, 2009.
- [14] Yahong Rosa Zheng and Chengshan Xiao. Simulation Models With Correct Statistical Properties for Rayleigh Fading Channels. IEEE TRANSACTIONS ON COMMUNICATIONS, 2003,51(6):920-928.
- [15] Fulghum T., Molnar K. The Jakes fading model incorporating angular spread for a disk of scatterers. Vehicular Technology Conference, 1998:489-493.
- [16] ZhengY R, XiaoC. Simulation Models With Correct Statistical Characteristics for Rayleigh Fading Channels. IEEE Trans Commun, 2003,51(6):920 -928.
- [17] 郭梯云, 邬国扬, 李建东.移动通信.西安电子科技大学出版社,2005.
- [18] 强世锦等. 数字通信原理. 清华大学出版社, 2008.5.
- [19] C. C. Paige, M. A. Saunders. LSQR: An algorithm for sparse linear equations and sparse least square problems. ACM Trans. Math. 1982, 8:43-71.
- [20] 王亦之, 陈赞, 曾晓洋. TDS-OFDM 时变信道估计和均衡的 BEM-LSQR 方法. 复旦学报(自然科学版), 2013,03:328-333.

- [21] Y. Saad and M. Schultz. GMRES: A generalized minimum residual algorithm for solving non-symmetric linear systems. *SIAM J. Scientif.Stat. Comput.*, 1986,7:856–869.
- [22] G. Golub and C. F. van Loan, *Matrix Computations*, 3rd ed. Baltimore, MD: The Johns Hopkins Univ. Press, 1996.