

参赛密码 \_\_\_\_\_  
(由组委会填写)



## 第十届华为杯全国研究生数学建模竞赛

题 目 可持续的中国城乡居民养老保险体系的数学模型研究

### 摘 要:

本文对可持续的中国城乡居民养老保险体系的数学模型进行了研究。结合实际、较全面地确定了影响养老保险的相关指标,并分层次地建立养老保险指标体系得指标体系图 1、图 2。进一步优化指标体系得指标体系图 3、图 4。

针对问题 1,根据全面性、层次性、规律性、预测辅助性、可持续性的原则,分别建立了新农保、城职保个人账户、城职保社会统筹、企业基金的收入与支出模型,改进了周渭兵、王晓军教授的模型,进而构建了养老保险金模型。该模型结合实际,考虑因素较全面,分层次,体现了“多缴多得,长缴多得”的基本规则。

针对问题 2,对养老保险金模型进行 MATLAB 编程,基于题所给数据进行仿真发现,仿真结果存在四点不足。查询大量资料,考虑了通货膨胀,改良了平均工资年均增长率  $Gr$ ,得到更符合实际的仿真结果。考虑倍增计划,改变了平均工资年均增长率  $Gr$ 、养老金年均增长率  $k$ 。发现国家需要将  $k$  的取值适当下调以弥补养老保险金的缺口。

针对问题 3,分析了各国不同养老保险模式的优劣,结合我国国情,利用 MATLAB 进行了仿真,寻找合理替代率、缴费率与养老保险体系可持续性之间的关系。使用观察法,控制变量法,定义了判断替代率、缴费率区间是否合理的判断函数<sup>1</sup>。提出应对矛盾尖锐期的三种政策:适时调整基本养老保险缴费率;控制物价指数、适时降低养老金年均增长率;建立多层次的养老保险体系。经过仿真预测发现,这三种政策对推迟“缺口”时间的来临,减小“缺口”,加快养老保险良性循环有积极作用。

针对问题 4,增加了可调节变量  $\alpha$ 、 $\gamma$ ,建立了自适应养老保险金模型。

其中  $k = \alpha - \gamma$ ,使得养老金年均增长率  $k$  的确定有了科学依据,是自适应的,

而不是决策者拍脑袋决定的。

本文建立了多层次、考虑因素较全面、相对结合国情的一系列模型，意在为“可持续”的中国城乡居民养老保险体系设计提供相对客观数据支撑与辅助决策。然而，我国的养老保险制度本身就存在很多缺陷，相关统计的数据亦并不全面。建立在一定缺陷制度上的模型，且使用不完全正确的数据进行预测，使得得到的结果往往只是一个养老保险金的发展趋势，甚至可能是一个错误的发展趋势，而绝不会是一个完全正确、精确的解。因此，本文的模型只能用来辅助决策，而我国的养老保险体系完善还需要良性的政策激励，任重而道远。

**关键词：** 养老保险体系 可持续 新农保 城职保 缺口 自适应 仿真

## 目 录

一、问题的重述.....	5 -
二、问题的背景.....	5 -
三、合理假设及符号系统.....	5 -
3.1 合理假设.....	6 -
3.2 符号系统.....	6 -
四、问题的分析 .....	7 -
4.1 对问题一的分析.....	7 -
4.2 对问题二的分析.....	7 -
4.3 对问题三的分析.....	8 -
4.4 对问题四的分析.....	8 -
五、建模前的准备.....	8 -
5.1 主要指标的确定.....	8 -
5.2 指标体系的建立.....	11 -
5.3 指标体系的优化.....	14
六、模型的建立与求解 .....	16 -
6.1 对问题一的建立模型及求解.....	16 -
6.1.1 原则的确定 .....	16 -
6.1.2 新农保的收入与支出模型 .....	17 -
6.1.4 企业基金的收入与支出模型 .....	18 -
6.1.5 养老保险金模型建立及分析 .....	19 -
6.2 对问题二求解 .....	21 -
6.2.1 数学模型分析及求解 .....	21 -
6.2.2 仿真预测 .....	21 -
6.2.3 养老金缺口合理性分析 .....	26 -
6.2.4 养老保险金收支矛盾最尖锐时间预测及其严重程度.....	27 -
6.2.5 收入倍增计划下，数学模型的调整 .....	27 -
6.3 对问题三求解 .....	30 -
6.3.1 我国养老保险体系缴费率替代率现状.....	30 -
6.3.2 各国养老保险体系现状.....	32 -
6.3.3 仿真确定缴费率替代率的合理区间 .....	33 -
6.4 对问题四求解 .....	38 -
6.4.1 自适应养老保险金模型.....	38 -
6.4.2 自适应养老保险金模型仿真 .....	39 -
6.4.3 自适应养老保险金模型仿真结果分析.....	40 -
七、模型优缺点 .....	41 -
7.1 模型的优点.....	41 -
7.2 模型的缺点.....	41 -
参考文献: .....	41 -

## 一、问题的重述

我国面临人口老龄化以及经济结构性减速、财政收入增长速度下降，社会保障体系可持续的问题，必须进行前瞻性研究，否则将形成社会问题。我们应该承认历史、立足现实、尊重规律、借鉴国外、留有余地，既量力而行，又尽力而而为地完善我国的养老保险体系，需解决以下问题。

1. 分别建立合乎国情、适应国力的中国城乡居民（含新农保）养老金收入、支出的宏观数学模型，至少包括替代率（基本养老保险人均养老金占城镇单位在岗职工平均工资比率）、缴费率（基本养老保险人均缴费占城镇单位在岗职工平均工资比率）、人口结构、分年龄段死亡率、经济增速、财政补贴、工资水平或物价指数、投资效益等主要因素，要做到模型结合现实，分多个层次（含企业基金等），体现“多缴多得，长缴多得”（不考虑分省、分地区模型）。

2. 根据数学模型、对养老金缺口的理解和对未来有关情况的合理估计，估计从今年至 2035 年我国养老金缺口，并说明对养老金缺口分析的合理性。如果全部情况维持不变，按照数学模型我国城乡居民养老保险收支矛盾最尖锐的情况发生在什么时间，严重程度如何？考虑到党的十八大提出的收入倍增计划，数学模型哪些部分需要调整？

3. 养老保险制度也是调节社会分配，分析各国养老保险的不同模式，取其精华，去其糟粕，根据建立的数学模型和中国的实际情况，利用仿真手段寻找替代率和缴费率的合理区间以保证我国养老保险体系的可持续性（因为人口结构、分年龄段死亡率、经济增速、投资效益等主要因素几乎无法人为较大幅度改动）；在步入良性循环之前，在矛盾最尖锐到来前的过渡期内应该采取哪些政策措施实现平稳过渡并仿真预测相关政策的效果。

4. 尝试建立第三问增加可调节变量的数学模型。

## 二、问题的背景

中国在 20 世纪 90 年代确立了城镇职工基本养老保险“统账结合”制度，基本养老保险是由社会统筹和个人账户两部分组成。社会统筹部分由单位负担缴费，为单位职工工资总额的 20%，个人账户则由职工个人缴费，为个人工资的 8%。前者“现收现付”，用于支付已退休人员的养老金，后者实行长期封闭积累，产权个人所有的“完全积累”制，原则上不能调剂借用的方式。

由于在现行养老保险制度确立之前，企业员工基本无需缴纳养老保险费用，所以现有的养老保险基金中没有这部分职工的个人账户部分。在养老保险制度设立之后，这部分职工退休后却要从养老保险基金中领取养老金，这是我国社会保险制度必须承担的转轨成本的一部分。仅靠统筹账户不足以应对当期发放，加之各地财政实力不同，多数地区不得不在实际上采用了“现收现付制”的方法，即挪用个人账户的资金，用正在工作人合计缴纳的 28% 的月工资来支付现有退休人员的退休金，现在工作人账户仅仅用来记账，上述 2.5 万亿的记账额由此形成。为解决这一问题，中国从 2000 年开始了“做实”个人账户试点。截至到 2011 年底，参与试点的辽宁、江苏和山东等 13 个省份共积累个人账户基金达到 2703 亿元，但其与记账额之间的差额，仍达到 2.23 万亿元，此“空账”被舆论定义成了养老保险“缺口”概念而广为传播。

## 三、合理假设及符号系统

### 3.1 合理假设

假设 1: 新农保、城居保、城职保三种养老保险不存在转换。

假设 2: 不考虑全球金融危机的情况, 国外经济变化对国内养老保险金运行没有影响。

### 3.2 符号系统

表格 1

$I$	城乡居民养老金收入
$I_1$	新型农村社会养老保险(简称“新农保”)收入
$I_2$	城镇职工养老保险 (简称“城职保”)收入
$I_3$	城镇居民养老保险(简称“城居保”)收入
$C$	缴费率
$P$	人口结构
$Dr$	分年龄段死亡率
$D$	经济增速
$Fs$	财政补贴
$Gr$	平均工资年均增长率
$W$	物价指数
$Tx$	投资效益
$B$	替代率
$k$	养老金增长率
$E_i$	第 $i$ 年到第 $j$ 年新农保账户支出
$C_{1xy}$	第 $x$ 年第 $y$ 人个人缴费
$T_{exy}$	第 $x$ 年第 $y$ 人个人集体补助
$G_{1xy}$	第 $x$ 年第 $y$ 人个人政府补贴
$n_x$	第 $x$ 年参保人数
$m_x$	第 $x$ 年领保人数
$F_{xy}$	第 $x$ 年第 $y$ 人的财政补贴
$Y_{xy}$	第 $x$ 年第 $y$ 人缴费年限
$A_c$	利息

$P_x$	第 $x$ 年在职职工人数
$O_x$	第 $x$ 年覆盖率
$R_x$	为第 $x$ 年享受城职保养老金的退休职工总人数
$Cs$	参保职工数量
$Cz$	参保职工人数年均增长率
$Yr$	人均养老金支出平均增长率
$Rx$	离退休职工数量（万人）
$Tz$	离退休职工人数平均年增长率
$Txp$	投资收益额的平均值
$Txpr$	投资收益额的平均增长率

## 四、问题的分析

### 4.1 对问题一的分析

问题一要求建立合乎国情、适应国力的养老金收入支出模型，此模型需要包括：替代率、缴费率、人口结构等八个主要因素；结合实际，通过多个层次考虑问题；从全国角度考虑问题，体现“多缴多得，长缴多得”政策的实际效果。问题一主要的要求就是建模，需要解决的难点有以下几点：

- (1) 模型要紧贴现实，怎样才能让模型更加贴近现实；
- (2) 题中给出了模型至少要包含 8 个指标，而且有些指标的概念比较泛化，不能够直接的体现，如何用比较具体的指标来代替这些比较泛化指标；
- (3) 题中虽然给出了 8 个参考指标，但是落到实处时，具体指标数至少大于 8 个，在实际的建模中，如何协调好指标与指标之间存在的内在联系；
- (4) 如何在模型中体现出新农保以及如何让模型体现出多层次；
- (5) 如何使模型较好的体现“多缴多得，长缴多得”；

通过分析上述的难点可知，解决问题的关键在于指标的选择，使模型能够在结合现实的情况下体现出多层次，同时也要体现“多缴多得，长缴多得”。

解决的方法是收集相关的指标，同时借鉴已有的收入支出模型，通过整理分析不同模型的优缺点，根据题意要求，构建出模型。

### 4.2 对问题二的分析

问题二中首先要求对养老金缺口充分了解，即出现养老金的支出大于收入。其次根据我国现有国情，对未来的养老金发展趋势做出估计，并根据数学模型，对养老金缺口进行合理性分析。然后根据模型，从目前为止到 2035 年预测我国城乡居民养老保险收支矛盾最尖锐的情况发生在什么时候，并指出其严重程度。最后调整数学模型，实现党的十八大报告中提出的收入倍增计划。

主要的难点有以下几点：

- (1) 未来养老金的变化趋势究竟是怎样的；
- (2) 怎样根据模型进行合理的仿真，特别是模型中的参数设置；

(3) 养老保险收支矛盾最尖锐的预测以及如何体现严重程度;

(4) 充分理解十八大的收入倍增计划, 怎样协调模型中的参数;

针对上述描述的难点, 解决问题的关键在于模型的仿真, 而仿真的关键在于参数的正确设置, 如果选择的数据不完全准确, 势必会引起错误的不合理的结果。

解决问题的方法是采集各个指标的信息, 并借鉴其他人的参数值的选取方法, 选择合理的参数值, 进行仿真, 同时, 查阅相关资料, 预测未来养老金的变化, 仿真结果与未来养老金预测进行对比分析。为了更好的体现严重程度, 可以定义严重程度的函数来进行说明。

#### 4.3 对问题三的分析

问题三要求分析各个国家养老保险的模式, 将数学模型和中国国情结合, 运用仿真手段寻找替代率和缴费率的合理区间, 从而保证我国养老保险体系的可持续性, 并且制定相关政策, 并运用仿真手段, 预测在步入良性循环之前所采取政策的有效性。

主要的难点有以下几点:

(1) 各国养老保险的不同模式的信息的收集与整理;

(2) 替代率和缴费率的合理区间的选择;

(3) 如何体现我国养老保险体系的可持续性;

(4) 怎样制定政策措施平稳度过过渡期;

针对上述的难点, 解决问题的关键在于仿真和对替代率、缴费率的深刻理解, 分析出影响替代率缴费率的因素。

解决问题的方法是仿真, 通过对所建模型中各个参数的仿真, 找出影响替代率、缴费率的指标, 并通过仿真, 找出它们之间的内在联系。

#### 4.4 对问题四的分析

问题三要求增加可调节变量, 建立数学模型。

主要的难点有以下几点:

(1) 可调变量有哪些;

(2) 如何增加可调变量;

(3) 引入的可调变量的优缺点;

解决问题的关键在于哪些变量可以纳入可调变量的选取范围。

解决问题的方法是通过查阅相关资料, 在充分理解相关资料的情况下, 对模型进行调整。

### 五、建模前的准备

#### 5.1 主要指标的确定

##### 准备一: 主要指标的确定

建立合乎国情、适应国力的中国城乡居民养老金收入、支出模型, 必须首先确定影响收入、支出的主要指标。

其中影响收入的主要指标有缴费率、人口结构、分阶段死亡率、经济增速、财政补贴、工资水平或物价指数、投资效益等。

影响支出的主要指标有替代率、人口结构、分阶段死亡率、工资水平或物价指数等。

### （一）缴费率 $C$

缴费率是指基本养老保险人均缴费占城镇单位在岗职工平均工资水平比率。即：

$$\text{缴费率 } C = \frac{\text{人均缴费}}{\text{城镇单位在岗职工平均工资}} \times 100\%$$

缴费率  $C = 20\% + 8\% = 28\%$ 。

按照中国现行缴费政策（尽管各个省市区可能有所不同），用人单位缴费为缴费工资基数的20%，个人缴费为缴费工资基数的8%，合计缴费率即供款率为28%。

### （二）人口结构 $P$

人口结构主要分为劳动年龄人口  $P_1$ （16岁到60岁）和已领取养老金人口  $P_2$ （60岁以上）。

目前，人口总量继续保持低速增长，劳动年龄人口比重出现下降。2011年年末，我国大陆总人口为134735万人，比上年末增加644万人。全年出生人口1604万人，人口出生率为11.93‰，比上年增加0.03个百分点；死亡人口960万人，人口死亡率为7.14‰，比上年增加0.03个百分点。2011年末全国60岁及以上人口达到18499万人，占总人口的13.7%，比上年末增加0.47个百分点；65岁及以上人口达到12288万人，占总人口的9.1%，增加0.25个百分点。由于生育持续保持较低水平和老龄化速度加快，15-64岁劳动年龄人口的比重自2002年以来首次出现下降，2011年为74.4%，比上年微降0.10个百分点。

### （三）分年龄段死亡率 $Dr$

分年龄段死亡率主要对象是劳动年龄人口、已领取养老金人口。 $Dr$ 在每个年龄段不同将直接对养老金的收入与支出产生影响。

### （四）经济增速 $D$

经济增速主要是指GDP的增长。而它将对养老金的财政补贴收入产生直接的影响。十八大报告指出，要确保2020年实现全面建成小康社会的宏伟目标，实现国内生产总值和城乡居民人均收入比2010年翻一番，同时，同时中国人口在这个十年内预测增加3%，这就需要人均GDP必须以7.3%的速度增长。

### （五）财政补贴 $Fs$

养老金来源：基本养老保险基金主要来源于企业缴费和劳动者个人缴费。当基金发放时不足部分由国家财政补足。结合最近10年的养老金情况，我国每年都对养老金有财政补贴。结合题目后面提供的数据，我们假设财政补贴所占GDP的比重为  $\alpha$ ，因此有：

$$Fs = \alpha \times GDP$$

### （六）平均工资年均增长率 $Gr$

现行的统账结合模式下，个人账户的8%将作为养老金的部分作为收入。因此，城镇单位在岗职工的平均工资增长率将对养老金的增长率有着直接的影响。

$$\text{平均工资年均增长率 } Gr = \frac{\text{当年平均工资} - \text{去年平均工资}}{\text{去年平均工资}} \times 100\%$$

在考虑通货膨胀的前提下，

$$\text{平均工资年均增长率} = \text{实际工资年均增长率} + \text{通货膨胀率}$$



即：

$$Gr = Gr_1 + Tpr$$

#### （七）物价指数 $W$

物价指数亦称商品价格指数，是反映各个时期商品价格水准变动情况的指数。物价指数是一个与某一特定日期一定组合的商品或劳务有关的价格计量。当该商品或劳务的价格发生了变化，其价格指数也随之变化。

物价指数计算的基本方法，是以计算期各种商品价格与权重乘积的和，除以基期各种商品价格与权重乘积的和（即两个和的比值）。计算期各种商品的价格与计算期各种商品的权重的乘积，减去基期各种商品的价格与基期各种商品销售量的乘积，表示消费者在计算期购买商品时，由于物价变动而节省或多付的金额。

#### （八）投资效益 $Tx$

投资效益主要指养老金用于投资所产生的效益。

目前基金运营方式：我国的基本养老保险基金由基础养老金和个人账户两部分组成，这些基金应该展开相应的投资运营。其中，与基础养老金直接相关的基金是全国社会保障基金理事会管理的全国社会保障基金，它是国家的战略储备金，主要用于化解社会保障制度转轨中显现的隐性债务和人口老龄化带来的养老金收不抵支的问题。根据国家颁布的《全国社会保障基金投资管理暂行办法》规定，社保基金的投资方向主要包括银行存款、国债买卖、投资企业债券和金融债券、进入证券市场四个方面。

因此，投资效应跟投资收益率  $Tr$  和通货膨胀率  $Tpr$  息息相关。

#### （九）替代率 $B$

替代率是指基本养老保险人均养老金占城镇单位在岗职工平均工资比率。

即：

$$\text{替代率} B = \frac{\text{人均养老金}}{\text{城镇单位在岗职工平均工资}} \times 100\%$$

它是衡量劳动者退休前后生活保障水平差异的基本指标之一。养老金替代率，是一个国家或地区养老保险制度体系的重要组成部分，是反映退休人员生活水平的经济指标和社会指标。

决定替代率的基本条件：一是社会经济的发展水平，基金的承受能力；二是养老金的计发办法；三是养老金的增长机制。

#### （十）养老金年均增长率 $k$

养老金年均增长率（即养老金当年调整幅度）具体公式及计算方法如下：

$$k(t) = K' \cdot \Omega \cdot f[Gr, Wr] (0 < \Omega \leq 1)$$

其中， $k(t)$  表示当年养老金的调整幅度（增长率）， $K'$  表示修正系数， $S$  表示基准调整比例， $Gr$  表示上一年社会平均工资的增长率， $Wr$  表示上一年为物价增长率， $t$  代表年份。

第一步，确定主要挂钩指标。一般情况下，如果工资增长幅度大于物价增长幅度，则应选择  $Gr$  作为主要挂钩指标；而如果工资增长幅度小于物价增长幅度，则应选择  $Wr$  为主要挂钩指标。用公式表示如下：

如果  $Gr \geq Wr$ ，则定性关系有

$$k(t) = K' \cdot \Omega \cdot f[Gr] (0 < \Omega \leq 1)$$

如果  $Gr < Wr$  ,  
则定性关系有

$$k(t) = K' \cdot \Omega \cdot f[Wr] (0 < \Omega \leq 1)$$

第二步，确定  $\Omega$  的取值范围。一般情况下，养老金提高幅度应当大于或等于物价指数，小于社会平均工资增长幅度。即：

$$Wr \leq k(t) < Gr$$

因此  $\Omega$  的取值范围  $0 \leq \Omega \leq 1$ 。

而选择的主要挂钩指标不同，取值范围也会有所不同。如果以工资增长幅度为挂钩指标，则  $\Omega$  一般会在 0.6~0.8 之间取值；如果以物价增长幅度为挂钩指标，则  $\Omega$  一般会选择与物价同比例增长，即  $\Omega = 1$ 。

第三步，根据参考性指标和约束性指标对基准调待幅度进行修正(确定)。

$$K' = f[B, Se, Czn, J]$$

注： $B$  为企业退休人员养老金替代率， $Se$  为统筹基金的收支平衡状况， $Czn$  为财政支持能力， $J$  表示缴费因素。缴费时间越长， $K'$  越大；所缴费用越多， $K'$  越大。

$K'$  的取值范围可以大于 1，也可以小于 1。一般情况下，企业退休人员养老金替代率持续下降，则  $K'$  可以大于 1；如果统筹基金的收支平衡状况不好或者财政支持能力不足，则  $K'$  应在小于 1 的范围内取值。

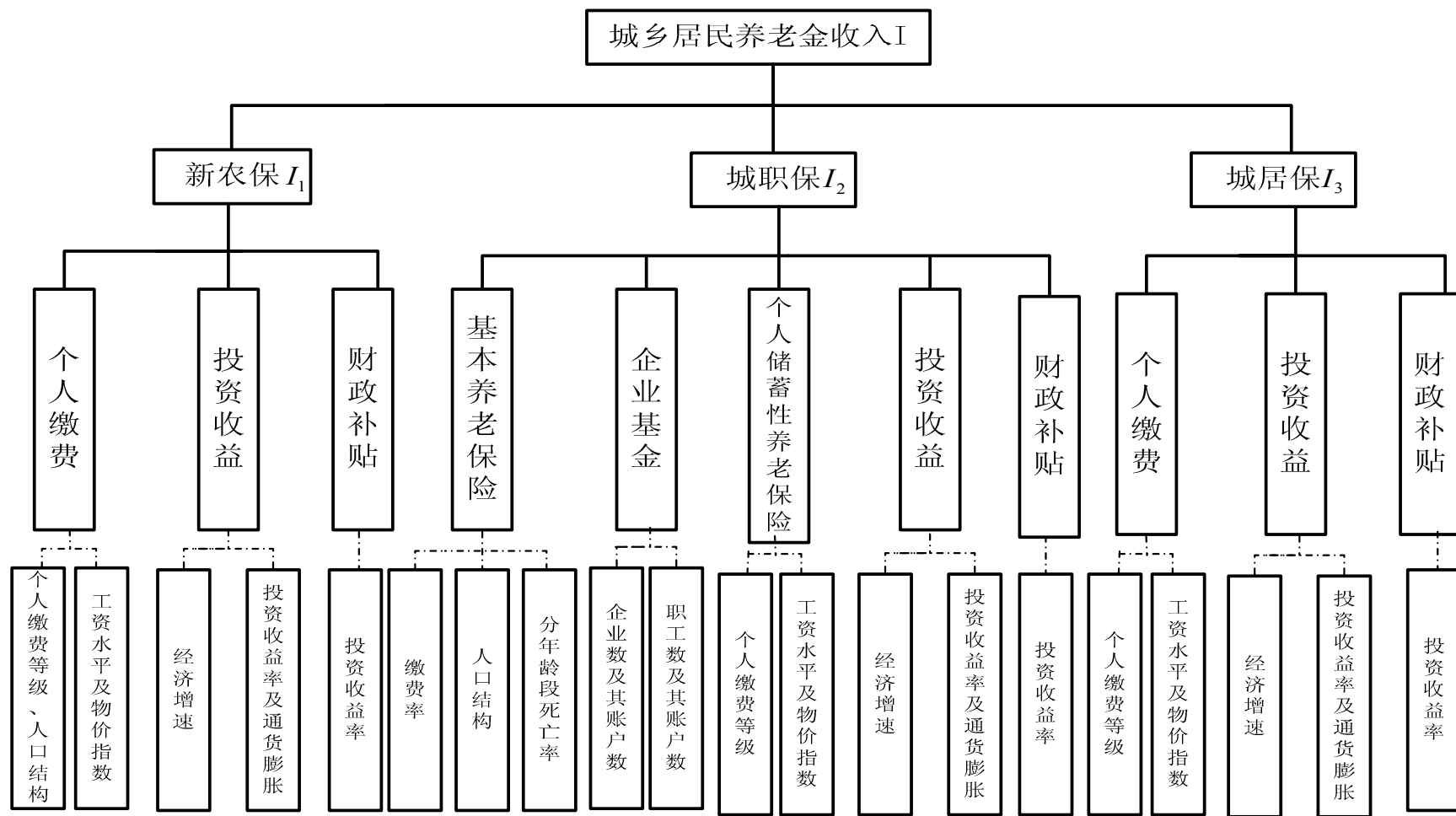
第四步，调整的形式采取绝对额调整与相对调整相结合的方式，加强与缴费年限的结合力度，以进一步强化“多缴费、长缴费、多得养老金”的激励机制。由于公式中  $\Omega$  相当于绝对额调整， $K'$  采取相对调整的方式，其中  $K'$  中的相关因素  $J$  就体现了“多缴费、长缴费、多得养老金”的机制。特别需要指出的是：统筹基金的收支平衡状况和财政支持能力是硬约束，是调整顺利实现的前提和基础，同时结合上述的激励机制，更加符合科学的养老金调整政策。在最终确定当年调整水平之前必须对未来 5~10 年甚至更长一段时期内的基金收支状况、财政支持能力以及缴费机制进行综合性的评估。

## 5.2 指标体系的建立

### 准备二：指标体系建立

要建立合乎国情、适应国力的中国城乡居民养老金收入、支出的宏观模型，必须结合实际，分别分层建立收入、支出的指标体系。

#### (一) 城乡居民养老金收入指标体系 $I$



注：城乡居民养老金收入跟覆盖率也有很大的关系。下面的虚线表示相关因素。

图 1

(二) 城乡居民养老金支出指标体系  $E$

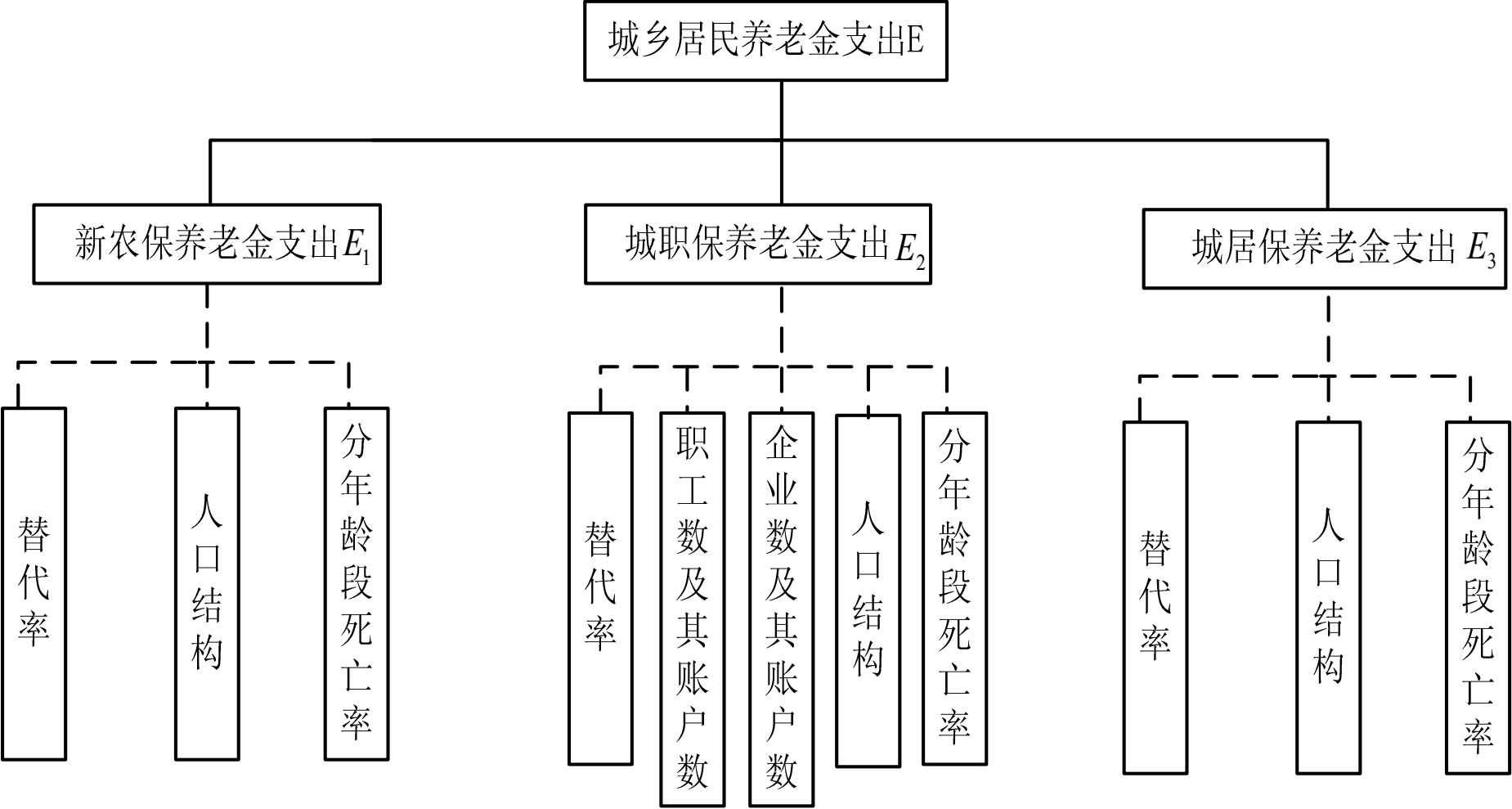


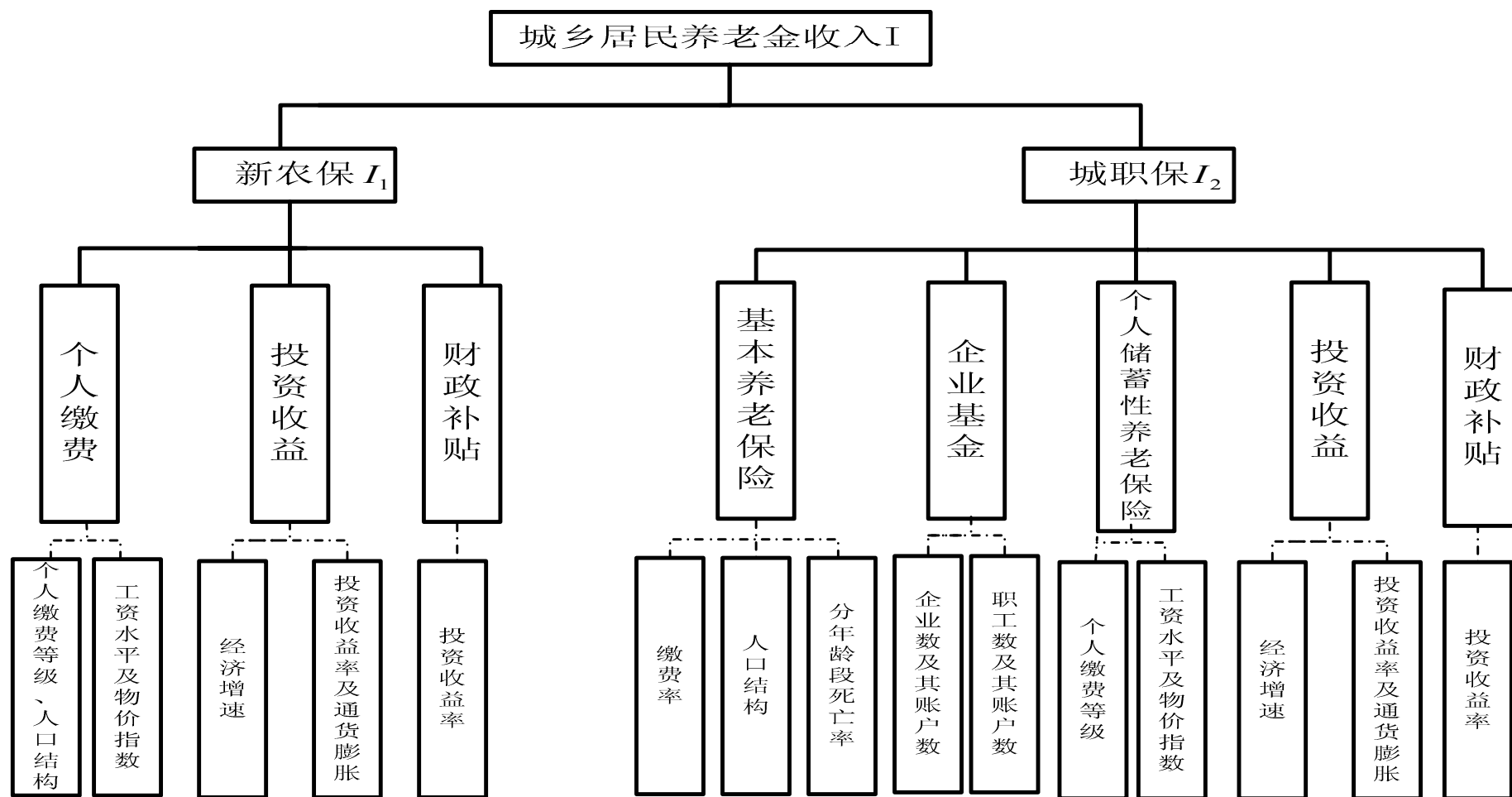
图 2

### 5.3 指标体系的优化

#### 准备三：指标体系优化

由于新农保和城居保的相似性，参考部分省份（如山东）的政策，可将城居保和新农保进行合并，这是养老保险制度相对合理的改革趋势。

（一）优化后的城乡居民养老金收入指标体系  $I$



注：城乡居民养老金收入跟覆盖率也有很大的关系。下面的虚线表示相关因素。

图 3

## (二) 优化后的城乡居民养老金支出指标体系 $E$

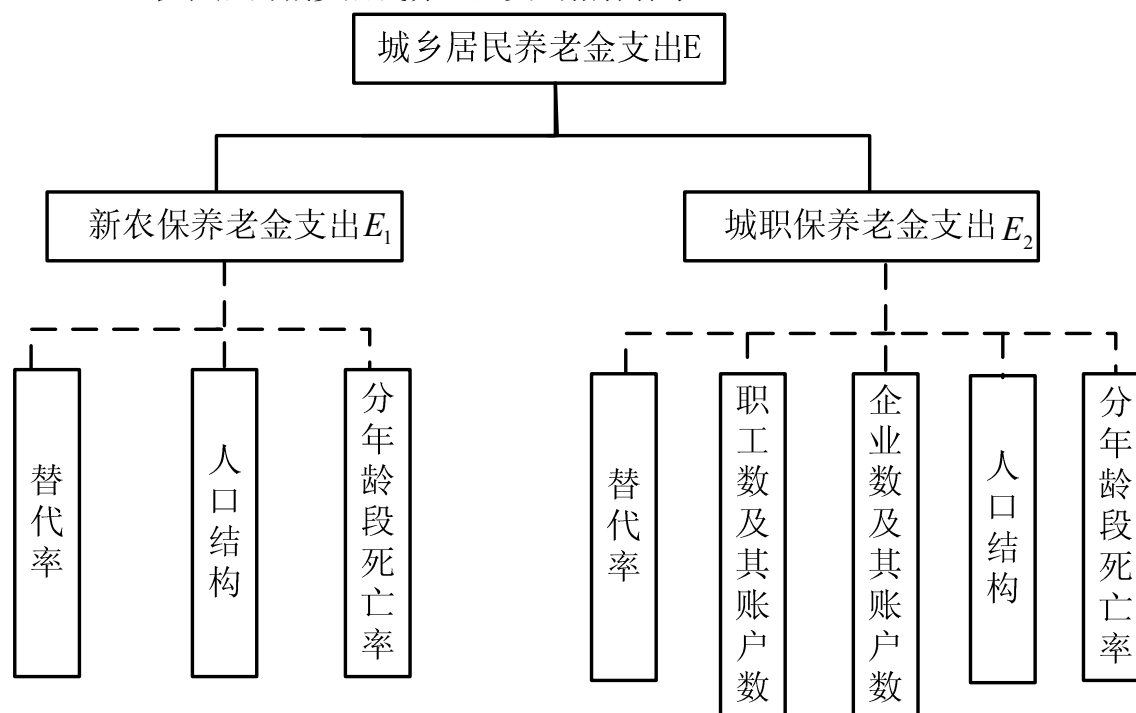


图 4

## 六、模型的建立与求解

基本养老保险财务收支平衡是指社会基本养老保险基金在目标期间内的收入与支出相等。如果基金缺口过大,将会给政府带来沉重的财政负担,引发政府的社会养老社会保险支付危机。然而,在我国现行的社会保险制度下,全国大部分地区都存在着基金缺口,对我国养老保险基金平衡进行整体测算,有利于对养老保险风险进行预测,防止支付危机。

要对养老保险风险进行预测,就必须分别对新农保、城居保和城职保分别建立收入、支出模型,进而比较总的养老社会保险收入与支出之间的关系。由于新农保和城居保的相似性,参考部分省份(如山东)的政策,可将城居保和新农保进行合并,这是养老保险制度一个相对合理的改革趋势。

### 6.1 对问题一的建立模型及求解

建立合乎国情、适应国力的中国城乡居民(含新农保)养老金收入、支出的宏观数学模型,如果要做到模型结合现实,分多个层次,体现“多缴多得,长缴多得”,就必须分别对新农保和城职保分别建立收入、支出模型,进而比较总的养老社会保险收入与支出之间的关系。

#### 6.1.1 原则的确定

原则一:全面性。尽可能考虑替代率、缴费率、人口结构、分年龄段死亡率、经济增速、财政补贴、工资水平、投资效益等多种因素,使得模型足够全面。

原则二:层次性。分多个层次,多个角度建立养老社会保险模型,既要建立反映全国的养老社会保险运营状况的模型,又要建立反映企业、个人的养老社会保险状况的模型。

原则三:规律性。模型要反映“多缴多得,长缴多得”的基本规则。

原则四：预测辅助性。模型要能客观地、相对正确地反映我国养老保险的现实状况，能相对正确地预测我国养老金运营的发展趋势。能在一定程度上对养老保险金运营进行辅助决策。

原则五：可持续性。模型要能够为我国养老保险可持续发展提供预测和依据。

### 6.1.2 新农保的收入与支出模型

从国务院通过《关于开展新型农村社会养老保险试点的指导意见》来看老农保主要是建立农民的账户，新农保在支付结构上的设计是两部分：一部分是基础养老金，一部分是个人账户的养老金。新农保养老金待遇为基础养老金加个人账户养老金。年满 60 周岁、未按月享受城镇职工基本养老保险待遇的农村居民，可享受由新农保基金支付基本养老金。基本养老金由基础养老金和个人账户养老金两部分组成。目前中央确定的基础养老金为 55 元，这是根据目前中央财政承受能力和保基本的原则确定的，国家将根据经济发展和财力状况适时调整基础养老金标准；有条件的地方可以在此基础上提高当地基础养老金标准。个人账户养老金为个人账户累计储存额除以 139（这是根据目前我国 60 岁以上人口平均存活期计算出的经验系数）。

建立新农保收入模型：

$$I_1 = \sum_{x=i}^{j-1} \sum_{y=1}^{n_x} (C_{1xy} + T_{exy} + G_{1xy}) \quad (1)$$

其中， $I_1$  为第  $i$  年到第  $j$  年新农保账户收入， $n_x$  为第  $x$  年参保人数， $C_{1xy}$  为第  $x$  年第  $y$  人个人缴费（在《关于开展新型农村社会养老保险试点的指导意见》中规定  $C_{1xy}$  分为 100、200、300、400、500 五个档次）， $T_{exy}$  为第  $x$  年第  $y$  人个人集体补助， $G_{1xy}$  为第  $x$  年第  $y$  人个人政府补贴。

建立新农保支出模型：

$$E_1 = \sum_{x=i}^{j-1} \sum_{y=1}^{m_x} 12 \times [(C_{1xy} \times Y_{xy}) + F_{xy} \times Y_{xy} + A_c] \div 139 + 55 \quad (2)$$

其中， $E_1$  为第  $i$  年到第  $j$  年新农保账户支出， $m_x$  为第  $x$  年领保人数， $C_{1xy}$  为第  $x$  年第  $y$  人缴费档次， $F_{xy}$  为第  $x$  年第  $y$  人的财政补贴， $Y_{xy}$  为第  $x$  年第  $y$  人缴费年限（按我国在《关于开展新型农村社会养老保险试点的指导意见》中规定  $Y_{xy}$  可取 15, 16...35）， $A_c$  为利息，国家目前暂定为 105 元。

不难发现  $C_{1xy}$  越大即缴费越多， $Y_{xy}$  缴费年限越长，支出就越大，农民获得的养老金就越多，体现了“多缴多得，长缴多得”。

### 6.1.3 城职保的收入与支出模型

从我国“统账结合”的制度形态来看，城职保是由社会统筹和个人账户两部分组成。现收现付制的社会统筹养老金制度和基金积累制的个人账户养老金制度，是两项制度，是混合而非结合。

现收现付制为在工作期间就业人口从工资中交纳一定养老保险金，在退休期间，每人从政府养老金体系中获得养老金的一种体制，社会统筹部分一般采用现收现付制；而完全积累制为在工作期间就业人口中的每个人从工资中按一定比例扣除养老金，这些养老金交给一个养老金营运公司，投资于证券市场等，根据金融市场的资本报酬率来获得养老给付，个人账户部分一般采用完全积累制。



因此，本文模型的建立采用社会统筹和个人账户相分离的收支模型，分别比较社会统筹和个人账户的收入和支出，从而判定养老金是否平衡。

#### 1、社会统筹收入模型

$$I_{21} = \sum_{x=i}^{j-1} (C_{x1} \cdot W_i \cdot (1+Gr)^{x-i} \cdot P_x \cdot O_x + T_{21x}) \quad (3)$$

其中， $I_{21}$  为第  $i$  年到第  $j$  年的社会统筹收入， $C_{x1}$  为第  $x$  年社会统筹账户缴费率， $W_i$  为第  $i$  年平均工资， $Gr$  为平均工资增长率， $P_x$  为第  $x$  年在职职工人数， $O_x$  为第  $x$  年覆盖率， $T_{21x}$  为社会统筹基金在第  $x$  年投资收益。

#### 2、社会统筹支出模型

$$E_{21} = \sum_{x=i}^{j-1} (B_{x1} \cdot W_i \cdot (1+Gr)^{x-i} \cdot (1+k)^{x-i} \cdot R_x) \quad (4)$$

其中， $E_{21}$  为第  $i$  年到第  $j$  年社会统筹支出， $B_{x1}$  为社会统筹账户替代率， $W_i$  为第  $i$  年平均工资， $Gr$  为平均工资增长率， $k$  为养老金平均年调整率， $R_x$  为第  $x$  年享受城职保养老金的退休职工总人数。

由此可得社会统筹基金模型：

$$S_{21} = I_{21} - E_{21}$$

若  $S_{21} > 0$  则社会统筹基金有盈余；

若  $S_{21} < 0$  则社会统筹基金收不抵支；

若  $S_{21} = 0$  则收入等于支出，社会统筹基金平衡。

#### 3、个人账户收入模型

$$I_{22} = \sum_{x=i}^{j-1} (C_{x2} \cdot W_i \cdot (1+Gr)^{x-i} \cdot P_x \cdot O_x + T_{22x}) \quad (5)$$

其中， $I_{22}$  为第  $i$  年到第  $j$  年个人账户收入， $C_{x2}$  为个人账户缴费率， $W_i$  为第  $i$  年平均工资， $Gr$  为平均工资增长率， $P_x$  为第  $x$  年在职职工人数， $O_x$  为第  $x$  年覆盖率， $T_{22x}$  为个人账户基金在第  $x$  年投资收益。

#### 4、个人账户支出模型

$$E_{22} = \sum_{x=i}^{j-1} (B_{x2} \cdot W_i \cdot (1+Gr)^{x-i} \cdot (1+k)^{x-i} \cdot R_x) \quad (6)$$

其中， $E_{22}$  为第  $i$  年到第  $j$  年个人账户支出， $B_{x2}$  为个人账户替代率， $W_x$  为第  $x$  年平均工资， $Gr$  为平均工资增长率， $k$  为养老金平均年调整率， $R_x$  为第  $x$  年享受城职保养老金的退休职工总人数。

由此可得个人账户基金模型：

$$S_{22} = I_{22} - E_{22}$$

若  $S_{22} > 0$  则个人账户基金有盈余；

若  $S_{22} < 0$  则个人账户基金收不抵支；

若  $S_{22} = 0$  则收入等于支出，个人账户基金平衡。

#### 5、城职保的收入与支出模型

$$S_2 = S_{21} + S_{22} = I_{21} - E_{21} + I_{22} - E_{22}$$

### 6.1.4 企业基金的收入与支出模型

为缓解人口老龄化带来的养老金支付压力，中国在 20 世纪 80 年代提出了建

立社会基本养老保险、企业年金和职工个人储蓄性保险三位一体的养老保险体系。企业年金是中国多层次养老保险体系的第二支柱，是中国养老保险的重要补充。对个人，对社会以及对国家而言都是有巨大好处的。由于人口老龄化的不断加速以及基本养老金替代率的不断下降，客观上企业年金发挥着越来越大的作用。

我国企业年金采取的是“个人账户”的管理方式。《企业年金实行办法》规定：“企业年金基金由下列各项组成：（一）企业缴费；（二）职工个人缴费；（三）企业年金基金投资运营收益。”“企业年金基金实行完全积累，采用个人账户方式进行管理。企业年金基金可以按照国家规定投资运营。企业年金基金投资运营收益并入企业年金基金。”等内容进一步明确了我国的企业年金是实行以个人账户的基本形式，完全积累的基金制、缴费确定型的企业年金制度。

从近几年我国企业年金运行的情况看，绝大部分采用全基金制缴费确定型的筹资模式，由企业和员工共同缴纳，计入“个人账户”。职工符合法定退休条件并办理了退休手续后，可以从个人年金账户中一次或分次领取企业年金，退休前如果遇到特殊重大的困难，经申请核实也可提前领取。企业也可选择在职工退休时将积累的补充养老保险一次性购买商业保险公司经营的年金保险，由保险公司以年金的形式定期向退休者给付。以单个企业作为研究对象，在模型的建立过程中，忽略不计企业年金的管理费用，此时，年金缴费现金在退休时刻的积累值应等于年金给付现金在退休时的贴现值。考虑到中国企业年金的发展趋势以 DC 型（defined contribution，缴费确定型）为主[4]，因此，这里主要以 DC 型企业年金的模型来说明企业年金模型。

企业年金中个人收入模型：

$$I_c = \sum_{t=i}^{j-1} Cw(1+Gr)^{t-i}(1+\beta)^{j-1-t} \quad (7)$$

企业年金中个人支出模型：

$$E_c = \sum_{t=j}^{\theta} jw(1+Gr)^{j-1-i} \cdot [1/(1+\beta)]^{t-j} \cdot 0.996173 \cdot 0.975419^{t-j} \quad (8)$$

其中， $I_c$  为  $i$  岁职工在  $j$  岁时缴费积累的总额， $E_c$  为  $i$  岁职工退休后各年的企业年金待遇给付额在  $j$  岁时的精算现值； $i$  为开始工作年龄， $j$  为退休年龄， $\theta$  为生命表中最高死亡年龄， $Gr$  为年均工资增长率， $\beta$  为基金预期投资收益， $1/(1+\beta)$  为贴现因子， $w$  为  $i$  岁初年平均工资， $C$  为企业年金计划缴费率， $0.996173 \cdot 0.975419^{t-j}$  为退休生存概率。

当  $I_c = E_c$  时，企业年金替代率  $B$  [4] 为：

$$B = \frac{\sum_{t=i}^{j-1} C(1+g)^{t-i}(1+\beta)^{j-1-t}}{\sum_{t=j}^{\theta} (1+g)^{j-1-i} \cdot [1/(1+\beta)]^{t-j} \cdot 0.996173 \cdot 0.975419^{t-j}}$$

企业年金主要是为了应对当前以及未来替代率不断下降的问题。

## 6.1.5 养老保险金模型建立及分析

### 6.1.5.1 养老保险金模型建立

养老保险金总收入  $I = I_1 + I_2 = I_1 + I_{21} + I_{22}$ ，带入（1）（3）（5）式得：

$$I = \sum_{x=i}^{j-1} \sum_{y=1}^{n_x} (C_{1xy} + T_{exy} + G_{1xy}) + \sum_{x=i}^{j-1} (C_{x1} \cdot W_i \cdot (1+Gr)^{x-i} \cdot P_x \cdot O_x + T_{21x}) \\ + \sum_{x=i}^{j-1} (C_{x2} \cdot W_i \cdot (1+Gr)^{x-i} \cdot P_x \cdot O_x + T_{22x})$$

养老保险金总支出  $E = E_1 + E_2 = E_1 + E_{21} + E_{22}$ ，带入 (2) (4) (6) 式得：

$$E = \sum_{x=i}^{j-1} \sum_{y=1}^{m_x} 12 \times [(C_{1xy} \times Y_{xy} + F_{xy} \times Y_{xy} + A_c) \div 139 + 55] + \sum_{x=i}^{j-1} (B_{x1} \cdot W_i \cdot (1+Gr)^{x-i} \cdot (1+k)^{x-i} \cdot R_x) \\ + \sum_{x=i}^{j-1} (B_{x2} \cdot W_x \cdot (1+Gr)^{x-i} \cdot (1+k)^{x-i} \cdot R_x)$$

$$S = I - E$$

建立养老保险金模型

若  $S > 0$  则养老保险金有盈余；

若  $S < 0$  则养老保险金收不抵支；

若  $S = 0$  则收入等于支出，养老保险金收支平衡。

特别，当  $S < 0$  则养老保险金收不抵支，政府要进行财政补贴， $S' = S + Fs$ 。

#### 6.1.5.2 养老保险金模型分析

(1) 对  $I = I_1 + I_2$ 、 $E = E_1 + E_2$  进行分析发现，模型中养老保险金总收入仅等于新农保收入与城职保之和。这是因为参考了部分省份（如山东）的政策，本模型将城居保和新农保进行合并，将两者统一在  $I_1$  中进行计算，这是养老保险制度相对合理的改革趋势。

(2) 对  $I_2 = I_{21} + I_{22}$ ， $E_2 = E_{21} + E_{22}$  进行分析发现，模型对城职保的社会统筹和个人账户两部分分别进行了计算，这是因为现收现付制的社会统筹养老金制度和基金积累制的个人账户养老金制度，是两项制度，是混合而非结合。这种方法还可以通过  $S_{21} = I_{21} - E_{21}$ ， $S_{22} = I_{22} - E_{22}$  分别计算社会统筹和个人账户两部分各自的收支之差，以此检验社会统筹、个人账户各自的收支平衡状况。

$$(3) \text{ 对 } E_1 = \sum_{x=i}^{j-1} \sum_{y=1}^{m_x} 12 \times [(C_{1xy} \times Y_{xy} + F_{xy} \times Y_{xy} + A_c) \div 139 + 55] \text{ 分析发现新农保}$$

支出和  $C_{1xy}$  缴费档次、 $Y_{xy}$  缴费年限成正相关；

$$\text{对 } E_2 = \sum_{x=i}^{j-1} (B_{x1} \cdot W_i \cdot (1+Gr)^{x-i} \cdot (1+k)^{x-i} \cdot R_x) + \sum_{x=i}^{j-1} (B_{x2} \cdot W_x \cdot (1+Gr)^{x-i} \cdot (1+k)^{x-i} \cdot R_x)$$

分析发现城职保支出和  $k$  养老金平均年调整率成正相关，而  $k$  又和缴费档次、缴费年限正相关（见建模前准备指标  $k$  分析），所以城职保支出和缴费档次、缴费年限正相关。

综上所述，养老保险金支出与缴费档次、缴费年限正相关，即“多缴多得，长缴多得”。

(4) 不但建立了养老保险金模型，还单独建立了企业基金模型。可分层次分析总的养老保险金收入、支出状况，还可单独分析企业基金状况。

(5) 养老保险金模型结合实际较密切，考虑的因素较全面。收入  $I$  考虑了缴费率，平均工资增长率（和通货膨胀率、经济增速有关），参保人数（和人口

结构、分年龄段死亡率有关) 等因素, 覆盖率, 投资收益; 支出因素  $E$  还考虑了替代率, 养老金平均年调整率; 当  $S < 0$  养老保险金收不抵支, 还考虑了政府的财政补贴。

(6) 该模型不但可以横向比较同年新农保、城职保等收支状况, 而且可以纵向比较不同年份养老保险金收支状况。

## 6.2 对问题二求解

### 6.2.1 数学模型分析及求解

问题二的求解是在上述模型建立的基础上, 要求我们对从今年至 2035 年养老金的缺口进行合理的分析预测。指出在全部情况维持不变的情况下, 根据数学模型预测我们的城乡居民养老保险收支矛盾最尖锐的情况发生在什么时间及其严重程度如何。并且结合到党的十八大提出的收入倍增计划, 即国内生产总值和城乡居民人均收入比 2010 年翻一番, 对模型进行相应的调整改进。

对问题二的求解, 主要是通过考虑上述的养老保险金模型进行参数的设置以及数学模型的仿真实现, 首先通过仿真计算城职保在未来每年的收入与支出, 做出城职保养老金支付能力预测表。然后计算出未来每年养老金结余或者缺口。同时, 结合模型及仿真结果阐述养老金缺口的合理性。在求解养老金收支矛盾最尖锐时间及其严重程度的时候, 我们定义了养老金缺口的严重程度  $L$ , 以此计算和说明养老金缺口的严重程度。考虑十八大提出的收入倍增计划, 我们对模型中的部分参数进行调整, 以此满足题目的要求。

### 6.2.2 仿真预测

#### 6.2.2.1 仿真一

根据我们建立的数学模型, 对模型进行仿真预测。

参数设置如下:

在城职保的收入模型中涉及的参数有: (以 2011 年为参照对象, 因为题目后所给数据最多到 2011 年)

缴费率  $C_x = 28\%$ , 主要是题目中给出的“统账结合”情况;

城镇在岗职工平均工资 (元)  $W_i = 42459$  元/年 (见附录二);

城镇在岗职工平均工资年增长率 (%)  $Gr = 14.3\%$  (见附录一、二), 在考虑通过膨胀的基础上, 实际工资年增长率 (%) = 平均工资增长率 - 通货膨胀率, 由于通货膨胀率年均为 2.43%, 所以实际工资年增长率为 11.87%;

参保职工数量 (万人)  $C_s = 24565$  (见附录二);

参保职工人数年均增长率 (%)  $C_z = 7.6\%$  (见附录二);

基金投资收益额的平均值  $T_{xp} = 284.593$  (亿元) (见附录一);

我们这里假设投资收益额的增长率等于投资额的增长率, 即  $T_{xpr} = 1.38077049$ 。(见附录一)

在城职保的支出模型中涉及的参数有: (以 2011 年为参照对象)

历年人均养老金支出/上年度城镇在岗职工平均工资 (%)  $B_{x1} = 58.1\%$  (见附录二);  $W_i$  以及  $Gr$  同上;

人均养老金支出平均增长率 (%)  $Yr = 10.1\%$  (见附录二);

离退休职工数量 (万人)  $R_x = 6826.2$  (见附录二);

离退休职工人数平均年增长率 (%)  $Tz=7.3\%$  (见附录二);

养老金增长率  $k=10.1\%$  (见附录二);

使用 MATLAB 对模型进行仿真, 仿真结果如下 (图中 X 轴起始于 2011 年即 1 代表 2011):

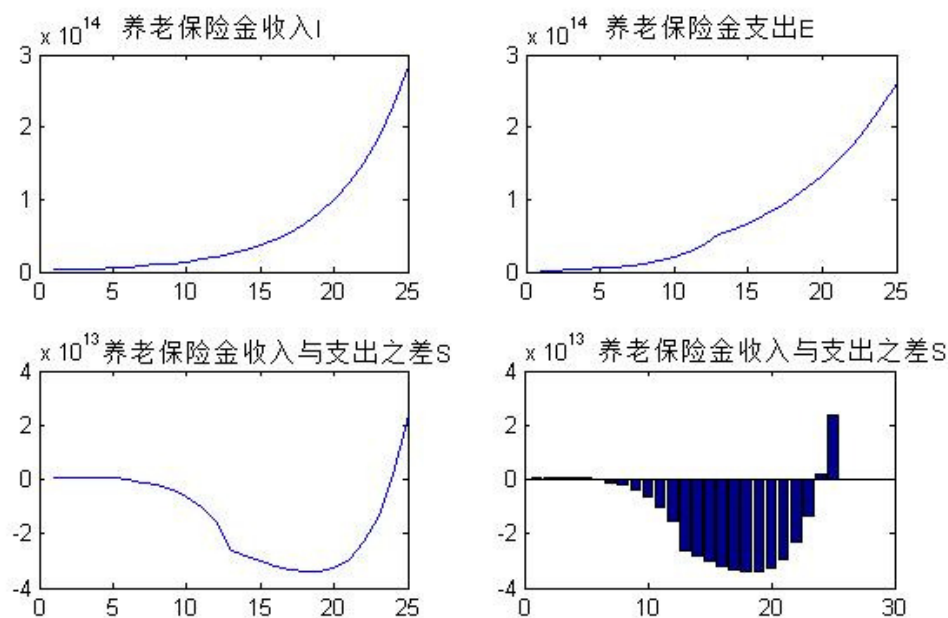


图 5

表格 2 城职保养老金支付能力预测表

时间	收入 I (元)	支出 E (元)	养老金结余(元)
2011 年	2.59222E+12	1.68393E+12	9.08285E+11
2012 年	3.12535E+12	2.22549E+12	8.99856E+11
2013 年	3.769E+12	2.94121E+12	8.27787E+11
2014 年	4.54642E+12	3.88711E+12	6.59314E+11
2015 年	5.48589E+12	5.13721E+12	3.48672E+11
2016 年	6.62178E+12	6.78935E+12	-1.67572E+11
2017 年	7.99605E+12	8.97282E+12	-9.76771E+11
2018 年	9.65991E+12	1.18585E+13	-2.19859E+12
2019 年	1.1676E+13	1.56722E+13	-3.9962E+12
2020 年	1.41212E+13	2.07124E+13	-6.59125E+12
2021 年	1.70898E+13	2.73736E+13	-1.02838E+13
2022 年	2.06982E+13	3.6177E+13	-1.54788E+13
2023 年	2.50899E+13	5.11936E+13	-2.61037E+13
2024 年	3.0443E+13	5.86407E+13	-2.81977E+13
2025 年	3.69786E+13	6.71712E+13	-3.01926E+13
2026 年	4.49728E+13	7.69427E+13	-3.19699E+13
2027 年	5.4771E+13	8.81355E+13	-3.33646E+13
2028 年	6.68074E+13	1.00957E+14	-3.41492E+13

2029 年	8.16305E+13	1.15643E+14	-3.40124E+13
2030 年	9.9935E+13	1.32465E+14	-3.25305E+13
2031 年	1.22606E+14	1.51735E+14	-2.91292E+13
2032 年	1.50776E+14	1.73808E+14	-2.30322E+13
2033 年	1.859E+14	1.99092E+14	-1.3192E+13
2034 年	2.29858E+14	2.28054E+14	1.80371E+12
2035 年	2.85088E+14	2.6123E+14	2.38584E+13

由上图可知,养老保险金收入与支出曲线是递增的,养老金结余曲线在短期内变化趋于 0,中期出现下降趋势,最终出现上升趋势。结合相关资料可知,目前基本养老金还有结余,短期内不会出现缺口,可以基本维持收支平衡结合目前的国情,所以曲线在短期内变化趋于 0。而我国正处于养老体系的过渡期,养老保险金的支出相对收入以更快的速度递增,因此中期出现下降趋势,由于支出增长速度大于收入增长速度,从图中预测在 2017 年将出现养老金缺口(如右下图所示),而且在 2028 年缺口达到最大值,这与我国人口老龄化的加剧并在 2028 年附近领取养老保险金人数达到顶峰有直接关系。可以看出,仿真结果基本符合我国国情。

上述仿真结果存在以下四点不足:

(1) 仿真结果虽然体现了短期内养老金的收支平衡,但是没有体现出目前养老金有结余的情况,实际情况应该是上图中(0,0)位置的值应该大于 0;

(2) 仿真结果并未体现出最近几年支出大于收入的情况,结合实际情况,国家几乎每年都对基本养老金进行财政补贴,所以上述仿真并未体现这种情况;

(3) 仿真结果并未充分考虑人口结构的合理性,目前的城镇基本养老保险的覆盖率在 2010 年为 55.88%(见附录三),且覆盖率平均每年以 7.6%为增加,那么在 2020 年到来之前人口就已经达到饱和,支出的增速将减缓,甚至出现下降趋势。

(4) 图中反映了支出的不断增加的趋势,说明养老金的增长率偏高,如果适当调整养老金增长率,可以使上述仿真更贴近于实际。

## 6.2.1.2 对权威学术资料仿真分析

之后,我们查询权威学术资料,对我们建立的模型涉及到的  $C_{x1}$ 、 $W_i$ 、 $Gr$ 、 $B_{x1}$ 、 $O_x$  等参数进行了查询借鉴。如《2011 年中国统计年鉴》中的基本养老保险覆盖率,如下图所示:

表 6-13 中国城镇基本养老保险覆盖率 单位:万人

年份	城镇基本养老保险人数	城镇工作适龄人口	覆盖率
2006	14130.9	30137.8	46.89%
2007	15183.2	30908.3	49.12%
2008	16587.5	31883.4	52.03%
2009	17743	32696.7	54.27%
2010	19402.3	33697.7	57.58%

资料来源:《2011 年中国统计年鉴》,《2010 年人口统计年鉴》,2010 年城镇工作适龄人口是推算得出。

图 6

文献[5]结合了 2006 年国务院颁布的《关于完善企业职工基本养老保险制度的决定》,中国人力资源和社会保障事业发展统计公报等资料,并且借鉴周渭兵、

王晓军等学者的假设。其仿真结果如下：

表格 3

年份	统筹部分 养老金收入	统筹部分 养老金支出	统筹部分养老 金缺口	个人账户部 分养老金收入	个人账户部 分养老金支出	个人账 户 部分 资 金 积累
2011	14598.0	11557.4	3040.5	9478.6	3302.1	6176.5
2012	16594.0	13046.3	3547.7	10738.5	3727.5	7011.0
2013	18839.3	15399.5	3439.7	12178.3	4399.9	7778.4
2014	20969.8	16768.9	4200.9	13481.9	4791.1	8690.8
2015	22519.9	18008.6	4511.3	14478.6	5145.3	9333.3
2016	24040.7	19281.4	4759.3	15473.3	5509.0	9964.4
2017	26738.3	19749.2	6989.1	17087.4	5642.6	11444.8
2018	28234.8	21211.9	7022.9	18048.2	6060.5	11987.7
2019	29559.2	23186.1	6373.1	18705.7	6624.6	12081.1
2020	29160.9	26214.9	2945.9	18523.3	7490.0	11033.3
2021	28352.8	28043.5	309.3	18160.8	8012.4	10148.3
2022	29169.6	28285.1	884.5	18654.6	8081.5	10573.1
2023	28885.0	28989.4	-104.4	18658.6	8282.7	10375.9
2024	29101.2	30495.0	-1393.8	18630.0	8712.9	9917.2
2025	28604.2	32245.4	-3641.3	18396.7	9213.0	9183.7
2026	27637.4	33719.8	-6082.4	17916.2	9634.2	8281.9
2027	28511.1	35208.2	-6697.1	18434.3	10059.5	8374.8
2028	28453.1	35590.6	-7137.5	18590.5	10168.7	8421.8
2029	28631.3	37194.8	-8563.5	18592.1	10627.1	7965.1
2030	28383.2	38595.0	-10211.8	18453.2	11027.2	7426.1
2031	27648.0	39649.1	-12001.1	18051.1	11328.3	6722.8
2032	29067.2	38313.7	-9246.5	18811.6	10946.8	7864.8
2033	29730.9	39005.8	-9274.9	19351.5	11144.5	8207.0
2034	29707.8	42751.7	-13043.9	19262.3	12214.8	7047.5
2035	28764.2	42155.1	-13390.9	18686.8	12044.3	6642.4

仿真分析：

上表只是摘录文献[5]中的部分数据。由表知，养老金收入部分在 2018 年之前近似于等差数列，在 2018 之后近似不变，支出部分与收入部分相似。并不符合其所使用的典型模型（周渭兵[6]、王晓军[7]等学者所提出）。

### 6. 2. 1. 3 仿真二

对题目所给附件一、附件二参数进行仿真，发现仿真一结果存在 6. 2. 1. 1 小节中的四点不足。同时对网上所寻找资料的仿真结果分析，发现结果亦存在不少问题。结合附件 1、附件 2 和网上权威资料所提供的参数，使用本文所建立的养老保险金模型，设定了相对合理的参数，并使用 matlab 对模型进行了仿真。

综合上述所给数据和权威资料，设定了相对合理的参数值如下：

$C_{x1}$ =28%， $W_i$  = 42459 元/年； $Gr$  = 11.87%； $Cs$ =24565； $Cz$  =2. 5%；

$Txp=284.593$ （亿元）；

这里假设投资收益额的增长率等于投资额的增长率，即 1.38077049。  
（见附录一）借鉴目前中国个人账户部分资金主要用于储蓄或者购买国债。因为中国长期国债利率处于 4%-5%之间。目前 1 年期平均储蓄利率为 3.5%。因此，本文将个人账户基金投资收益率的增长率设定为 1.05，即： $Txpr=1.05$ ；

在城职保的支出模型中涉及的参数有：（以 2011 年为参照对象）  
 $B_{x1}=58.1\%$ ； $W_i$  以及  $Gr$  同上； $Yr=10.1\%$ ； $Rx=6826.2$ ； $Tz=7.3\%$ ；

由附录二得出年均养老金增长率  $k=10.1\%$ ，但现实情况中  $k=10.1\%$  过大，容易导致养老金的收支失衡，参考文献[5]，取  $k=5\%$ 。

我们用 MATLAB 仿真实现 2011 年到 2040 年的养老金的收支情况，仿真结果如下图表所示：

表格 4 城职保养老金支付能力预测表

时间	收入 I	支出 E	养老金结余
2011 年	2.59222E+12	1.68393E+12	9.08285E+11
2012 年	2.9694E+12	2.1224E+12	8.46996E+11
2013 年	3.40177E+12	2.67504E+12	7.26733E+11
2014 年	3.89744E+12	3.37158E+12	5.2586E+11
2015 年	4.46566E+12	4.24948E+12	2.16186E+11
2016 年	5.11709E+12	5.35597E+12	-2.38877E+11
2017 年	5.86392E+12	6.75058E+12	-8.86652E+11
2018 年	6.72014E+12	8.50831E+12	-1.78817E+12
2019 年	7.70178E+12	1.07237E+13	-3.02196E+12
2020 年	8.82723E+12	1.3516E+13	-4.68879E+12
2021 年	1.01176E+13	1.70354E+13	-6.91779E+12
2022 年	1.1597E+13	2.14711E+13	-9.87409E+12
2023 年	1.32932E+13	2.89761E+13	-1.56828E+13
2024 年	1.5238E+13	3.16537E+13	-1.64157E+13
2025 年	1.74679E+13	3.45789E+13	-1.7111E+13
2026 年	2.00246E+13	3.77743E+13	-1.77497E+13
2027 年	2.29561E+13	4.12651E+13	-1.8309E+13
2028 年	2.63173E+13	4.50784E+13	-1.87611E+13
2029 年	3.01712E+13	4.92441E+13	-1.90729E+13
2030 年	3.45902E+13	5.37948E+13	-1.92046E+13
2031 年	3.9657E+13	5.8766E+13	-1.9109E+13
2032 年	4.54667E+13	6.41966E+13	-1.87299E+13
2033 年	5.21282E+13	7.01291E+13	-1.80008E+13
2034 年	5.97665E+13	7.66097E+13	-1.68432E+13
2035 年	6.85247E+13	8.36893E+13	-1.51645E+13
2037 年	7.85672E+13	9.14231E+13	-1.28558E+13
2038 年	9.00823E+13	9.98715E+13	-9.78917E+12
2039 年	1.03286E+14	1.09101E+14	-5.81471E+12
2040 年	1.18426E+14	1.19183E+14	-7.56926E+11



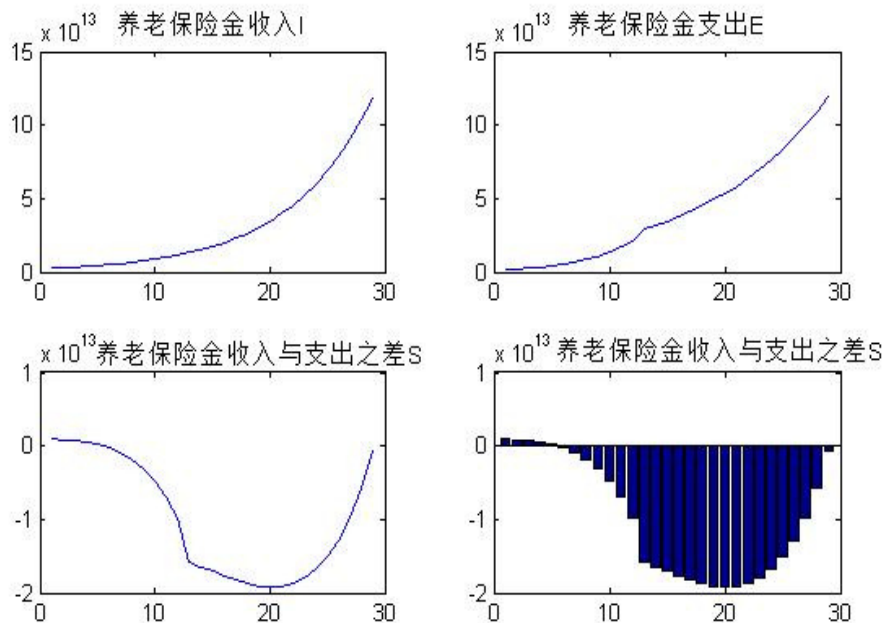


图 7

由上图知，养老金缺口将在 2016 年出现，在 2031 年缺口达到最大值 19.109 万亿。该仿真结果较好的克服了仿真一存在的不足，更贴近实际，更符合我国目前的国情。

### 6.2.3 养老金缺口合理性分析

由仿真二的上图可知，养老保险金收入与支出曲线是递增的，养老金结余曲线在短期内变化趋于 0，中期出现下降趋势，最终出现上升趋势。结合相关资料可知，目前基本养老金还有结余，短期内不会出现缺口，可以基本维持收支平衡结合目前的国情，所以曲线在短期内变化趋于 0。而我国正处于养老体系的过渡期，养老保险金的支出相对收入以更快的速度递增，因此中期出现下降趋势，由于支出增长速度大于收入增长速度，从图中预测在 2016 年将出现养老金缺口（如右下图所示），而且在 2031 年缺口达到最大值，这与我国人口老龄化的加剧并在 2031 年附近领取养老金人数达到顶峰有直接关系。

原因分析：从短期来看，养老金收支不会出现缺口，这时养老金有结余，可以基本维持收支平衡。

从中期来看，支出增长速度大于收入增长速度，因此，图中预测在 2016 年出现养老金缺口（如右下图所示），而且在 2031 年缺口达到最大值。分析造成这种情况的主要原因是：养老金管理体制是短期内影响城镇养老金支付能力的主要因素；城镇化进程在短中期内影响城镇养老金支付能力因素；养老金隐形债务、养老基金运营和资本市场环境在中期内影响城镇养老金支付能力；人口老龄化、国家经济发展水平和通货膨胀影响着长期的城镇养老金支付。由于上述因素，此时养老金将会制约国家经济发展，国家财政负担加重，使得缺口在短期内不会得到有效的解决。

从长远来看，人口老龄化问题的缓解、养老金管理体制的完善、国家城镇化建设发展步入轨道等因素的影响，养老金缺口问题最终会解决。

根据测算结果可以分析出，我们的仿真结果较好的符合了中国实际的国情，

并对国情进行了相应的预测，并指出养老金缺口问题最终会被解决。

#### 6.2.4 养老保险金收支矛盾最尖锐时间预测及其严重程度

结合仿真结果知，我国城乡居民养老保险金收支矛盾最尖锐的情况发生在 2031 年，此时，养老金缺口最大，此时，领取养老金的人数最多，从长远的情况下，养老金缺口问题的出现对国家财政有着直接的影响，致使在接下来的十几年里，养老金缺口问题一直存在，其严重程度可想而知。为了更好的体现其严重程度，我们取

$$S_{\min} = \min\{S_{2011}, S_{2012}, \dots, S_{2034}, S_{2035}\}$$

其中  $S_x$  表示第  $x$  年的养老金收入与支出之差。 $S_{\min}$  表示养老金收入减去支出之差的最小值。

若  $S_{\min} > 0$ ，则收入大于支出，不存在养老金缺口问题，社会养老制度进入良性循环期。

若  $S_{\min} < 0$ ，此时存在养老金缺口问题；

定义：养老金缺口严重程度  $L = \frac{S_x}{S_{\min}}$ ，

当  $L < 0$  时，此时表示养老金收入大于支出；

当  $L = 0$  时，此时表示养老金收入等于支出，此时收支平衡；

当  $0 < L < 1$  时，此时表示养老金收入小于支出，此时养老金缺口随  $L$  的增大严重度增高；

当  $L = 1$  时，此时表示养老金收入与支出之差最大，此时养老金缺口最严重。

通过计算比较，到 2031 年时，此时养老金缺口问题最严重。通过仿真预测，到 2031 年养老金缺口将为惊人的 19.109 万亿，我们假设 2013 年后 GDP 的年增长率为 6%，这个缺口将占当年 GDP 的 12.6%（计算参见附录四）。目前，养老金财政补贴占 GDP 的 0.5%，2031 年的养老金缺口金额相当于目前财政补贴的 25 倍。通过结合仿真结果知，在 2031 年之后，缺口问题依旧严峻，如果现在不能未雨绸缪，及时调整政策，巨大的养老金缺口，必将使国家财政不堪重负。

#### 6.2.5 收入倍增计划下，数学模型的调整

考虑到党的十八大提出的收入倍增计划，即国内生产总值和城乡居民人均收入比 2010 年翻一番。通过计算要求，实际工资年增长率为 7.0% 与 7.5% 之间。在此，我们取了相对中间的值 7.2% 进行预测。

##### 6.2.5.1 基金积累制度下的关系模型[8]

基金积累制是指劳动者个人设立基金账户，按照既定的缴费比率逐月缴费，缴费本金和收益形成个人账户基金，退休待遇同个人账户基金规模紧密联系的一种养老保险筹资模式。在工资增长率  $Gr$  等于基金增值率  $k$ ，有以下公式：

$$C = B \times (m/n)$$

$$B = C \div (m/n)$$

其中  $C$  —— 缴费率

$B$  —— 替代率

$m$  —— 退休后的余命，即领取年限

$n$  —— 缴费年限

$m/n$ ——自我负担系数

如果基金增值率与工资增长率不相等时，需要引入  $Gr/k$ ，每当  $Gr/k$ （工资增长率/基金增值率），有以下模拟公式：

$$C \approx B \times (m/n) \times (Gr/k)$$

$$B \approx C \div (m/n) \times (Gr/k)$$

## 6.2.5.2 数学模型的分析调整

由上述模型可以知道，其他条件不变的情况下，当工资增长率  $Gr$  发生变化，缴费率  $C$  和替代率  $B$  的比值发生相应的变化，要想缴费率和替代率的比值不变，在  $m$  和  $n$  不变的情况下，就必须要对参数  $k$  进行调整。

在仿真二的基础上，当把实际工资的年增长率  $Gr$  由原来的11.87%调整为7.2%后，仿真结果如仿真三所示。

仿真三结果：

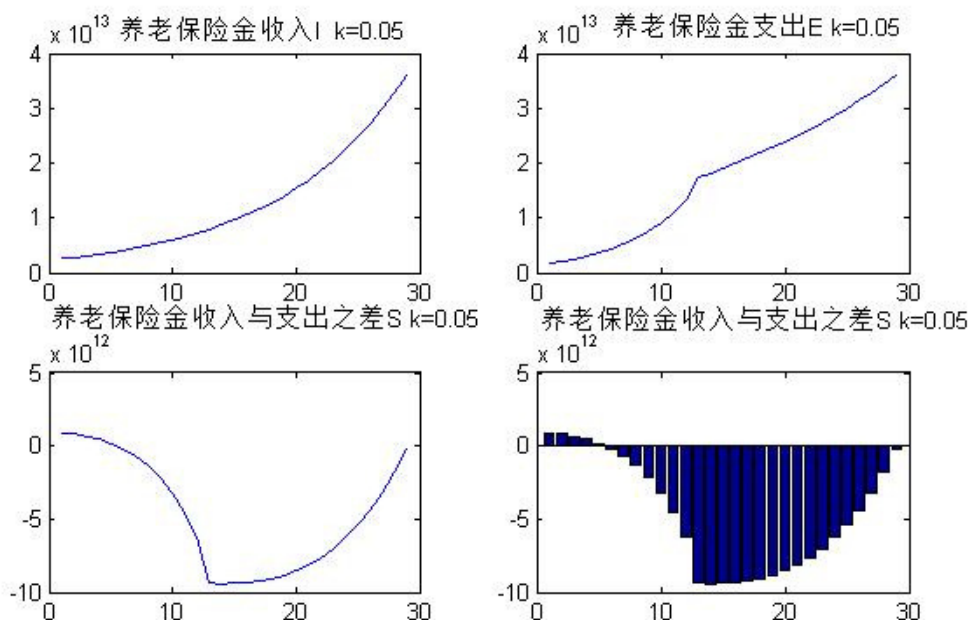


图 8

由图可知，养老保险金的缺口出现在2016年，养老保险金收支矛盾最尖锐时候出现在2023年，其缺口金额达到了9.4万亿，和仿真二相比，其主要调整了模型中的实际工资年增长率  $Gr$ ， $Gr$  由仿真二中的11.87%调整为7.2%之后，出现了养老保险金的最大缺口出现由仿真二中的2031年提前到了2023年。通过参考基金积累制度下的关系模型可知，基金的增长率  $k$  对其影响较大。

为此，我们根据数学模型仿真了不同  $k$  值下的养老保险金的收支情况，当  $k = 0.01$  时，结果如下：

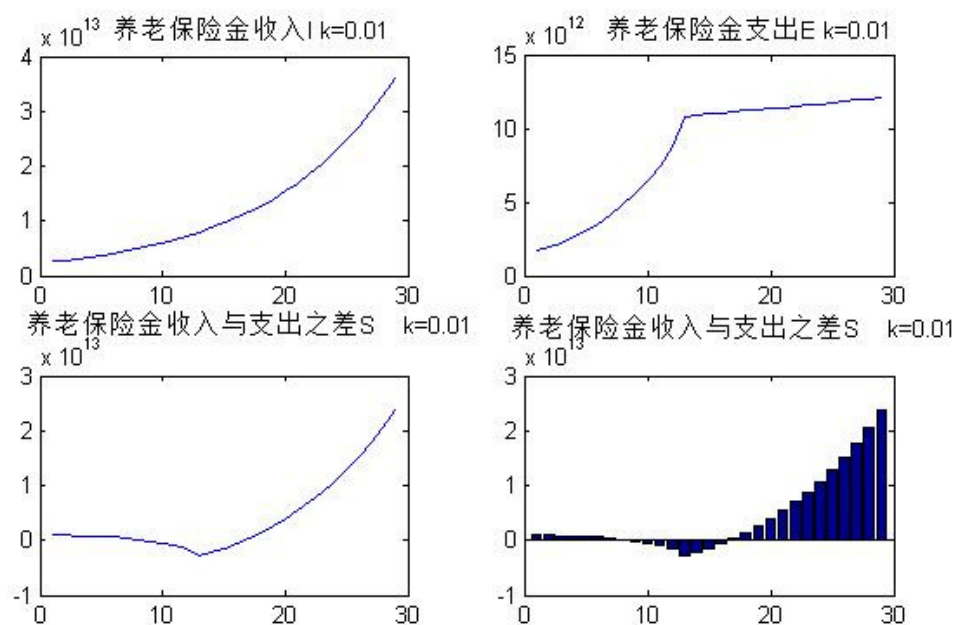


图 9

当  $k = 0.03$  时，结果如下：

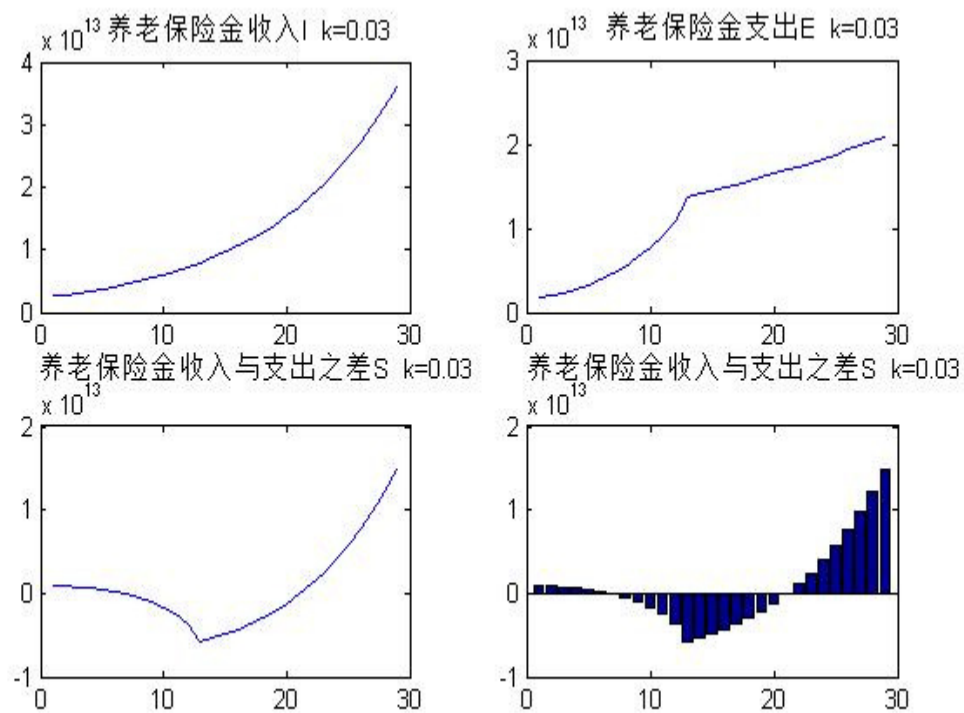


图 10

当  $k = 0.05$  时，结果如下：

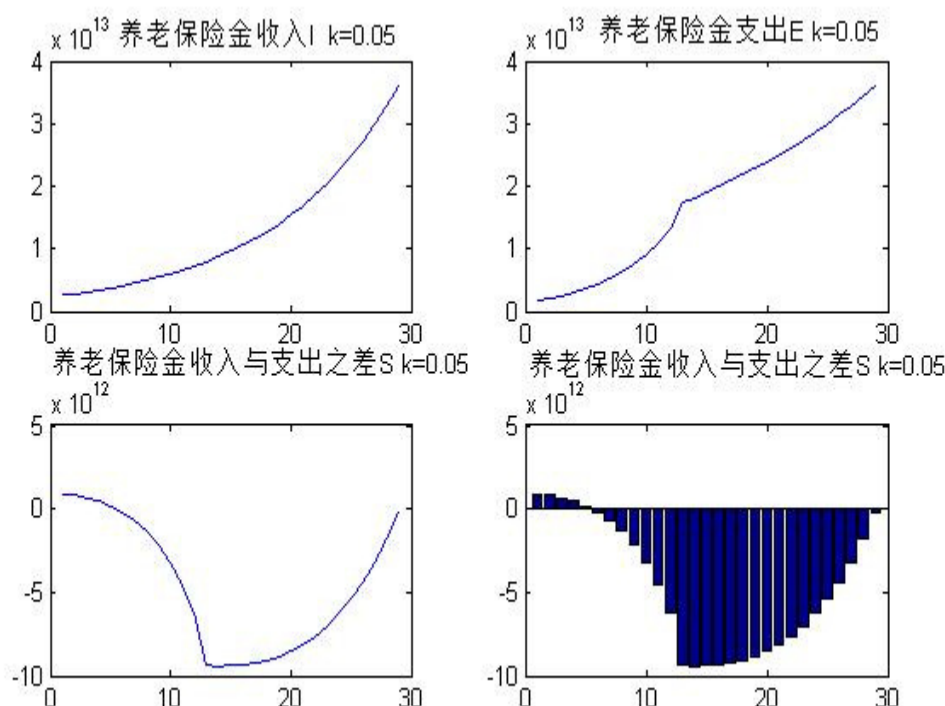


图 11

通过上述仿真结果发现， $k$  值的变化对养老金的变化有着巨大的影响，为了较好实现十八大的收入倍增计划，同时又要考虑养老金的收支平衡情况，因此，为了更好度过养老保险体系的过渡期，我们建议国家需要将  $k$  的取值适当下调，控制在相对比较合理区间内。

### 6.3 对问题三求解

在养老保险体系中，养老金工资替代率和缴费率占有非常重要的位置。替代率和缴费率设定是否适度，将会直接影响社会稳定与养老金财政平衡。对于问题三的求解，我们首先分析了我国养老保险体系中缴费率替代率的现状及其影响，然后通过分析世界各国养老保险体系的不同模式中缴费率替代率的现状及影响，借鉴其中的精华，给出了针对我国养老保险体系的有关缴费率替代率的相应对策。通过仿真手段选择合理的缴费率替代率的取值区间来保证我国养老保险体系的可持续性。最后通过仿真预测，给出了在步入良性循环之前，在矛盾最尖锐到来前的过渡期内应该采取的措施以实现平稳的过渡。

#### 6.3.1 我国养老保险体系缴费率替代率现状

养老保险制度作为调节社会分配，其中养老金工资替代率和缴费率占有非常重要的位置。养老金的工资替代率和缴费率是一个问题的两个方面。从筹资的角度，替代率取决于缴费率，从支出的角度，由于养老金的刚性支出，替代率的高低又影响着缴费率的高低。

表 2-1 1993 年到 2010 年我国基本养老保险替代率

年份	参保人均养老金（万）	全国人均工资（万）	替代率
1993	2506	3236	77.4
1994	3174	4538	70.1
1995	4263	5500	77.5
1996	4696	6210	75.6
1997	4940	6470	76.3
1998	5542	7479	74.1
1999	6451	8346	77.3
2000	6672	9371	71.2
2001	7333	10870	67.5
2002	7880	12422	63.4
2003	8088	14040	57.6
2004	8535	16024	53.3
2005	9251	18364	50.4
2006	10565	21001	50.3
2007	12041	24932	48.3
2008	13933	29299	47.7
2009	15316	32736	46.8
2010	16741	34147	45.1

数据来源历年人力资源和社会保障事业发展统计报告整理所得

图 12

在上图中，我国现阶段养老金全国平均替代率都保持在45.1%以上，呈逐年降低趋势。通过查询权威资料发现，英国的工资替代率为20%，美国为40%，澳大利亚为30%。很明显，我国的养老保险体系的替代率高于传统福利型国家。

表 2:拉美国养老保险制度实施情况

国家	开始实施时间	退休年龄(岁)		缴费率(%)		是否保障最低养老金
		男性	女性	雇主	雇员	
阿根廷	1994	65	60	11	无	是
玻利维亚	1997	65	65	10	无	是
智利	1981	65	60	10	无	是
哥伦比亚	1993	62	60	3.375	10	是
萨尔瓦多	1998	60	55	3.25	7.5	是
墨西哥	1997	65	60	1.125	5.5	是
秘鲁	1993	65	65	8	无	否
乌拉圭	1996	60	60	15	无	否

资料来源:Barbara E. Kritzer, 2002, Social Security Reform in Central and Eastern Europe: Variations on a Latin American Theme, Social Security Administration, Social Security Bulletin, Vol. 64, No. 4, 2001/2002.

图 13

在上图中，拉美国家中乌拉圭缴费率最高为15%，其他拉美国家都在10%缴费率以下。通过查询权威学术资料，我国目前企业缴费率为20%，显然，如此高的缴费率已经和国际公认的预警线（20%）持平，已处于费率禁区之内。

通过上述分析，判断出现阶段我国养老金工资替代率和缴费率都偏高，过高的替代率和缴费率将不利于实现养老保险制度的公平与效率，不利于制度的可持续发展，因此应该想办法降下来。

### 6.3.2 各国养老保险体系现状

通过查询相关资料，我们比对了世界部分国家的养老保险体系的不同调整模式，下表为部分整理的结果：（完整表见附录五）

表格 5 世界各国基本养老金的待遇调整办法

国家	调整依据	调整时间	具体调整方法
美国	消费价格指数	每年 7 月调整一次	用本年1季度至上一年1季度CPI的比值确定本年的调整幅度只有当CPI的增长超过了3%，养老金水平才进行调整，如果没有超过，本年不调整，下一年则用上两年CPI增长的总值确定调整幅度
英国	消费价格指数	每年调整一次	按照消费价格指数增幅进行调整，但政府保证年度的增长不会低于一个固定的数额
加拿大	消费价格指数	每年 1 月 1 日	根据物价指数的上涨幅度，对养老金进行调整
日本	物价指数和浮动调整率	根据实际情况调整	养老金调整率=物价指数—浮动调整率(浮动调整率根据公共养老金制度的参保人员减少率和平均寿命的增幅确定) 如果物价指数高于浮动调整率，则养老金调整率为二者的差 如果物价指数不高于浮动调整率且为正值，则养老金调整率为零 如果物价指数不高于浮动调整率且为负值，则养老金调整率为工资增长率或物价指数
比利时	消费物价指数	每年调整一次	如果平均消费物价指数超过 2%，则每年自动调整 2%
波兰	消费物价指数	每年根据实际情况进行调整	每年按照消费物价指数增幅进行调整，但只有当物价指数为 105%时才进行调整
葡萄牙	政府决定同时考虑消费物价指数	每年调整一次	每年根据政府决定进行调整，同时考虑消费物价指数增幅。

结合基金积累制度下的关系模型（见 6.2.5 小节），有：

$$C \approx B \times (m/n) \times (Gr/k)$$

$$B \approx C \div (m/n) \times (Gr/k)$$

通过上表可知，世界各国主要是通过该国具体的国情，实时的调整物价指数和浮动调整率，即调整  $Gr$  和  $k$  的值来实现缴费率和替代率的调整，从而实现养



老保险体系的可持续性。

### 6.3.3 仿真确定缴费率替代率的合理区间

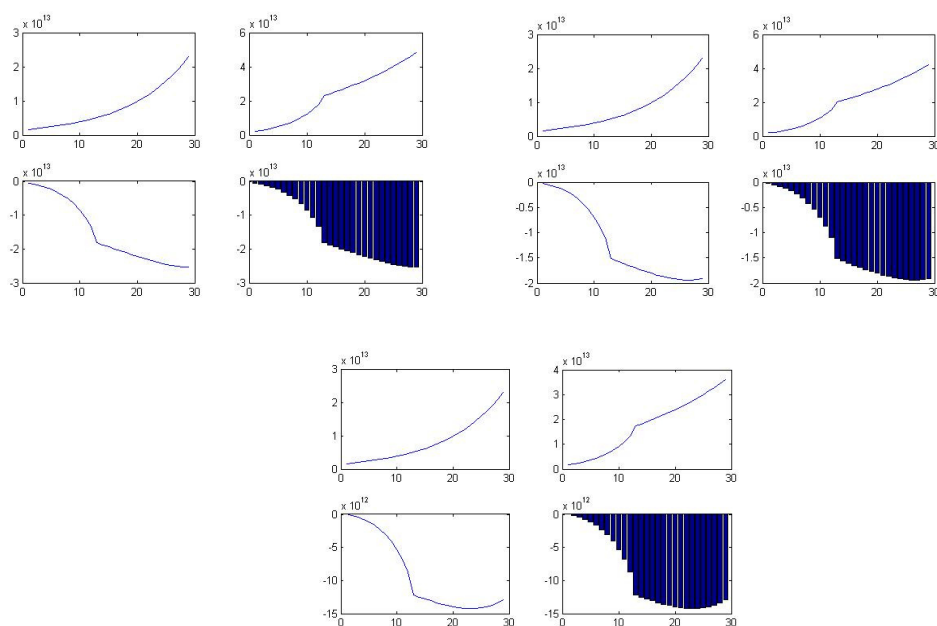
高替代率和高缴费率的形成，既有历史的因素，又有现实的原因。如果不降低替代率和缴费率，那么养老保险制度必将经历危机，因此寻找适度的替代率和缴费率是必然的选择。

下面我们通过仿真的手段，在考虑党的十八大倍增计划的情况下，仿真出不同替代率和缴费率情况下的养老金收支状况，从而寻找较合理的替代率和缴费率区间，以此促进养老保险金运营的良性循环，保证我国养老保险体系的可持续性。

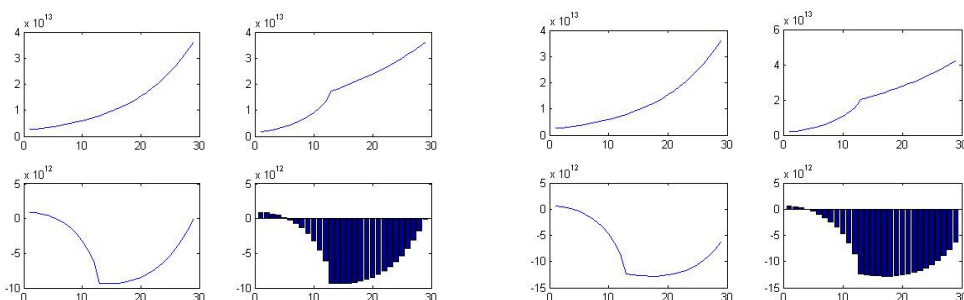
#### 6.3.3.1 仿真实现

运用控制变量法，固定缴费率  $C_x$ ，变动替代率  $B_x$  进行仿真。查找了相关资料[7][9][11]发现  $10\% < C_x < 40\%$ ， $50\% < B_x < 80\%$  较符合中国国情。其中  $C_x$  分别取 0.18，0.28，0.38； $B_x$  分别取 0.58, 0.68, 0.78。

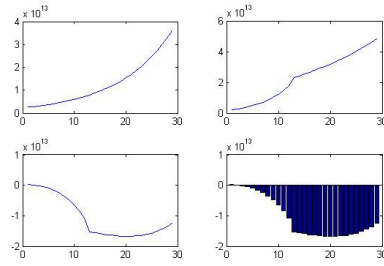
设置参数： $C_x = 0.18$ ， $B_x$  分别为  $B_x = 0.58$ 、 $B_x = 0.68$ 、 $B_x = 0.78$ 。其余参数与考虑党的十八大倍增计划情况下设置参数相同。仿真结果如下。



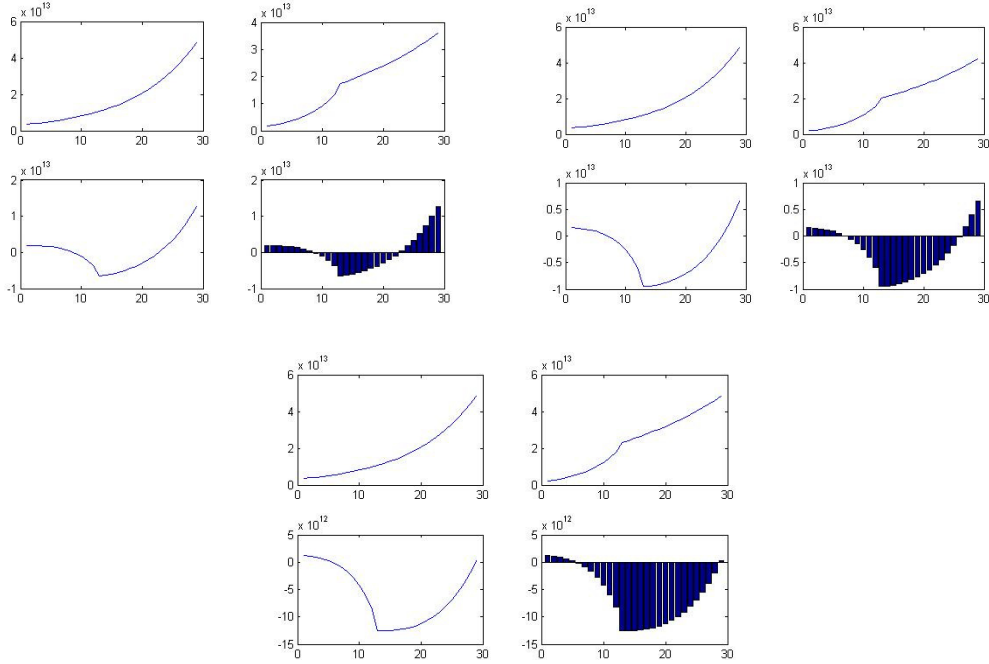
设置参数： $C_x = 0.28$ ， $B_x$  分别为  $B_x = 0.58$ 、 $B_x = 0.68$ 、 $B_x = 0.78$ 。







设置参数： $C_x = 0.38$ ， $B_x$  分别为  $B_x = 0.58$ 、 $B_x = 0.68$ 、 $B_x = 0.78$ 。



### 6.3.3.2 仿真分析

(1) 在缴费率不变的情况下，替代率越大，养老金收支失衡、出现缺口的时间来临地越早。

(2) 在缴费率  $C_x = 0.18$  即  $C_x$  过于小情况下，由于我国历史“空帐”，我国在 2035 年前一直处于养老金收支失衡的状态。

(3) 当  $C_x = 0.38$  时，在 2035 年前养老金收支平衡，且随着  $B_x$  的增大养老金第二次收支平衡的时间依次推迟，即养老保险体系的良性循环时间推迟。

### 6.3.3.3 合理替代率、缴费率区间的确定

观察仿真结果，结合  $10\% < C_x < 40\%$ ， $50\% < B_x < 80\%$  要求，定义判断函数：

$$l = \frac{B_x - C_x}{\beta}$$

$$\text{其中} \begin{cases} 10\% < C_x < 40\% \\ 50\% < B_x < 80\% \end{cases}$$

$l > 1$ ，则替代率，缴费率并不合理； $0 < l \leq 1$ ，则替代率，缴费率合理。

观察仿真结果确定经验值  $\beta = 0.3$ ， $\beta$  随平均工资  $W_i$ ，平均工资增长率  $Gr$ ，在职职工人数  $P_x$ ，覆盖率  $O_x$ ，投资收益  $T_x$ ，养老金平均年调整率  $k$ ，退休职工总人数  $R_x$  的变化而变化。

符合判断函数  $0 < l \leq 1$  的  $(B_x, C_x)$  满足我国养老保险体系可持续性的要求。因为满足条件的替代率和缴费率在 2035 年前的某一年将出现养老金的收入积累大于支出，因此我国将进入养老保险体系的良性循环时期。

#### 6.3.3.4 解决矛盾尖锐期措施的确定及仿真预测

下图为我们建立的模型的仿真图：

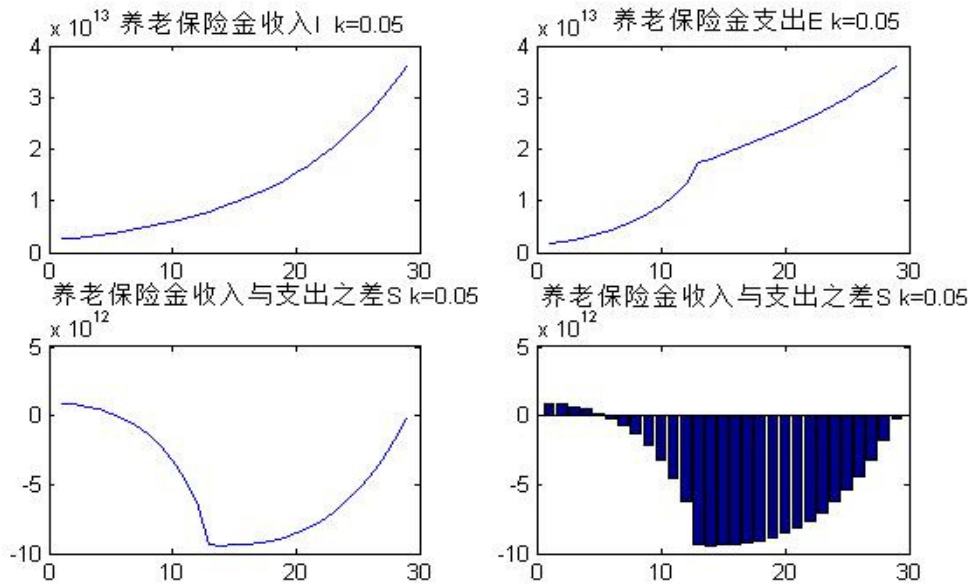


图 14

该图中参数设置为  $C_x = 0.28$ ， $W_i = 42459$ ， $Gr = 0.072$ ， $B_x = 0.58$ ， $k = 0.05$ 。

我们以上图作为参考对象，通过对数学模型中的参数进行分析仿真，从而确定了在步入良性循环之前，在矛盾最尖锐到来前的过渡期内哪些参数可以用来调整养老金缺口，实现养老体系的可持续性，并给出了相应的政策建议。

##### (1) 适时调整基本养老保险缴费率

通过上述 6.3.3.1 小节中仿真可知，当  $B_x = 0.58$  时，纵向比较  $C_x$  的值可以看出养老金缺口出现的时间以及养老金缺口最大值到来的时间均后移了。因此，只要适时的调高缴费率，就可以实现过渡期的平稳度过。

当  $C_x = 0.38$  时，仿真结果如下：

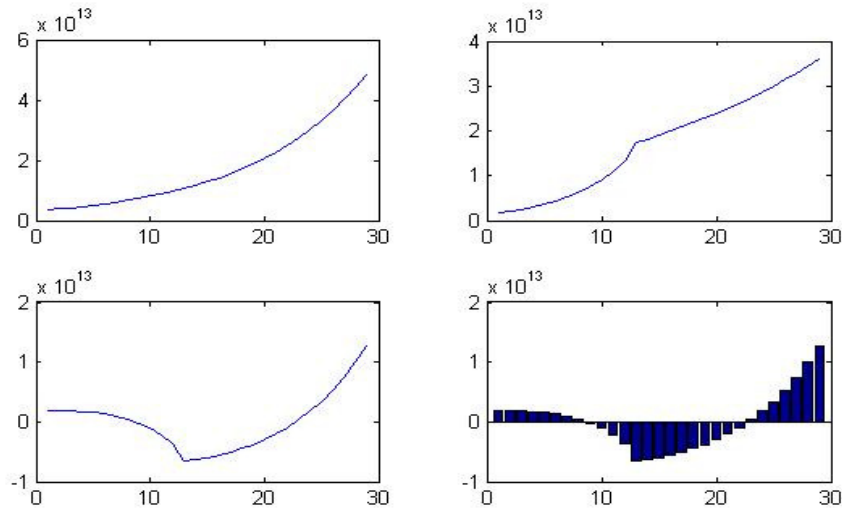


图 15

由此说明，提高了  $C_x$  之后，养老金缺口出现延迟，养老金最大缺口出现的时间也延迟了，同时最大缺口处的养老金缺口额变小了。因此，适时调整基本养老保险缴费率，可以实现养老体系在过渡期内的平稳过渡。

(2) 控制物价指数，适时降低养老金年均增长率

物价指数的变化会引起养老金年均增长率的变化，因此，这里主要分析养老金年均增长率对养老体系在过渡期内的平稳过渡的影响。通过借鉴附录五，可以看出日本根据实际情况调整物价指数和浮动调动率来实现养老金体系的可持续性。这里根据：

$$\text{养老金调整率} = \text{物价指数} - \text{浮动调整率}$$

其中，浮动调整率根据公共养老金制度的参保人员减少率和平均寿命的增幅确定。

下图为  $k = 0.03$  的仿真结果图，通过和参考对象比对发现，当  $k$  值下降时，养老金缺口出现延迟，养老金最大缺口出现的时间也延迟了，同时最大缺口处的养老金缺口额变小了。因此，适时降低养老金年均增长率，可以实现养老体系在过渡期内的平稳过渡。

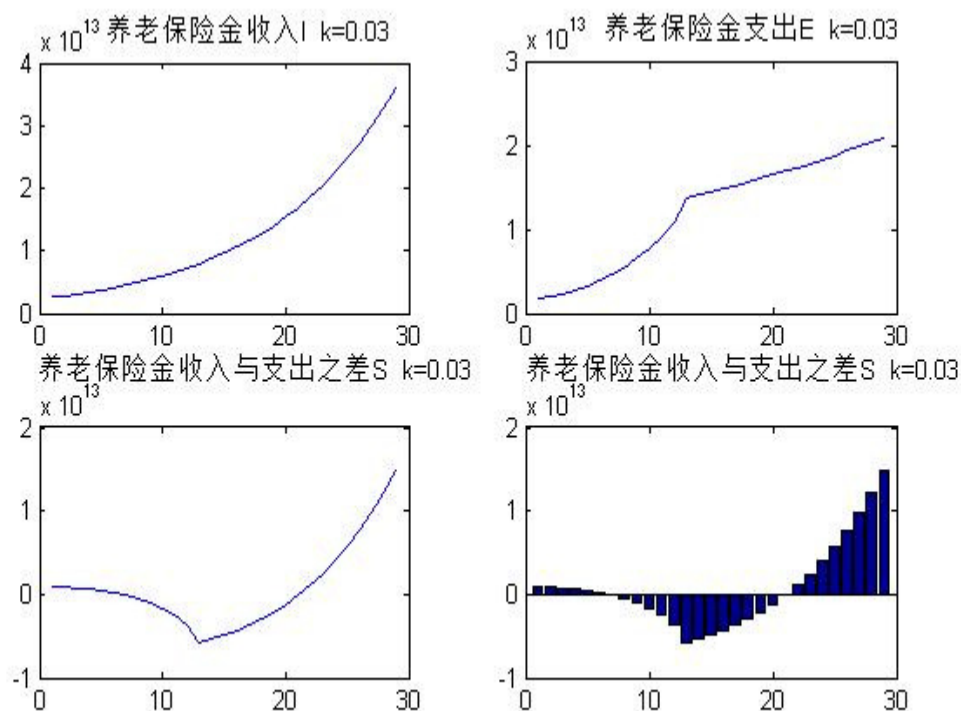


图 16

### (3) 建立多层次的养老保险体系

中国在 20 世纪 80 年代提出了建立社会基本养老保险、企业年金和职工个人储蓄性保险三位一体的养老保险体系。建立多层次的养老保险体系，可以增加参保人员的覆盖面，根据国家的实际的情况，他间接的降低了基本养老保险的替代率。而降低社会基本养老保险替代率，主要是为了让现有养老体系尽快度过过渡期。

通过对  $B_x = 0.48$  情况下数学模型的仿真，如下图所示，可以看出，当替代率下降，养老金缺口出现延迟，养老金最大缺口出现的时间也延迟了，同时最大缺口处的养老金缺口额下降了。因此，建立多层次的养老保险体系，可以实现养老体系在过渡期内的平稳过渡。

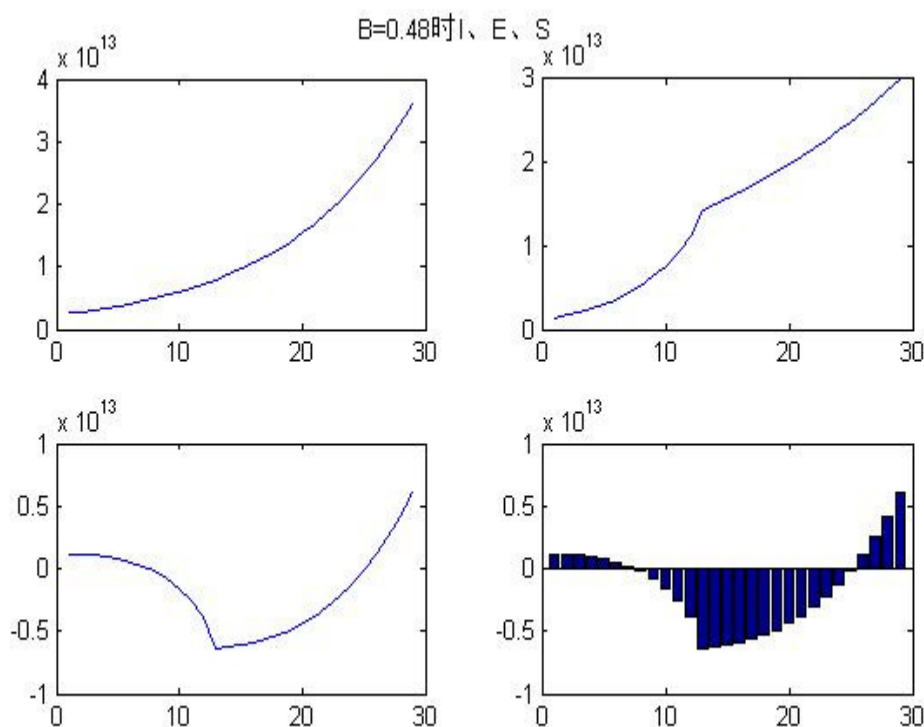


图 17

## 6.4 对问题四求解

### 6.4.1 自适应养老保险金模型

该模型借鉴了日本养老体系的模式。日本根据实际的情况适时调整物价指数和浮动调整率来实现养老体系的收支平衡。其调整方法依据为：

养老金调整率=物价指数—浮动调整率

其中，浮动调整率根据公共养老金制度的参保人员减少率和平均寿命的增幅确定。

具体的调整方法为：

当物价指数高于浮动调整率，则养老金调整率为二者的差；

当物价指数不高于浮动调整率且为正值，则养老金调整率为零；

当物价指数不高于浮动调整率且为负值，则养老金调整率为工资增长率或物价指数。

结合上述的调整方法，我们建立了自适应养老保险金模型，增加可调节变量  $\alpha$ 、 $\gamma$ 。令养老金年均增长率  $k = \alpha - \gamma$ 。其中  $\alpha$  为平均消费物价指数，如果第  $x$  年平均消费物价指数超过 2%，则当年  $\alpha$  自动调整为 2%。 $\gamma$  为浮动调整率。 $k$  的调节主要依据  $\alpha$ 、 $\gamma$  变化。

则养老保险金模型为：

$$S = I - E = \sum_{x=i}^{j-1} (C_x \cdot W_i \cdot (1+Gr)^{x-i} \cdot P_x \cdot O_x + T_x) - \sum_{x=i}^{j-1} (B_x \cdot W_x \cdot (1+Gr)^{x-i} \cdot (1+k)^{x-i} \cdot R_x \cdot (1+\alpha))$$

$$E = \sum_{x=i}^{j-1} (B_x \cdot W_x \cdot (1+Gr)^{x-i} \cdot (1+k)^{x-i} \cdot R_x \cdot (1+\alpha))$$

$$= \begin{cases} \sum_{x=i}^{j-1} (B_x \cdot W_x \cdot (1+Gr)^{x-i} \cdot (1+\alpha-\gamma)^{x-i} \cdot R_x \cdot (1+\alpha)) & \dots \alpha \geq \gamma \\ \sum_{x=i}^{j-1} (B_x \cdot W_x \cdot (1+Gr)^{x-i} \cdot (1+0)^{x-i} \cdot R_x \cdot (1+\alpha)) & \dots \alpha < \gamma \end{cases},$$

$\gamma$  为浮动调整率。如果物价指数高于浮动调整率，则养老金调整率为二者的差，如果物价指数不高于浮动调整率，则养老金调整率为零。

#### 6.4.2 自适应养老保险金模型仿真

设置参数：

$C_x=28\%$ ,  $W_i = 42459$  ,  $Gr = 7.2\%$  ,  $P_iO_i = 21565$ 万人 ,  $T_i = 284.593$ 亿元 ,  
养老保险增长率  $T_z = 1.0407$  ,  $B_x = 58.1\%$  ,  $R_x = 6826.2$ 万人 ,  $T_z = 7.3\%$  ,  $\alpha = 6\%$  ,  
 $\gamma = 1\%$  。

仿真结果：

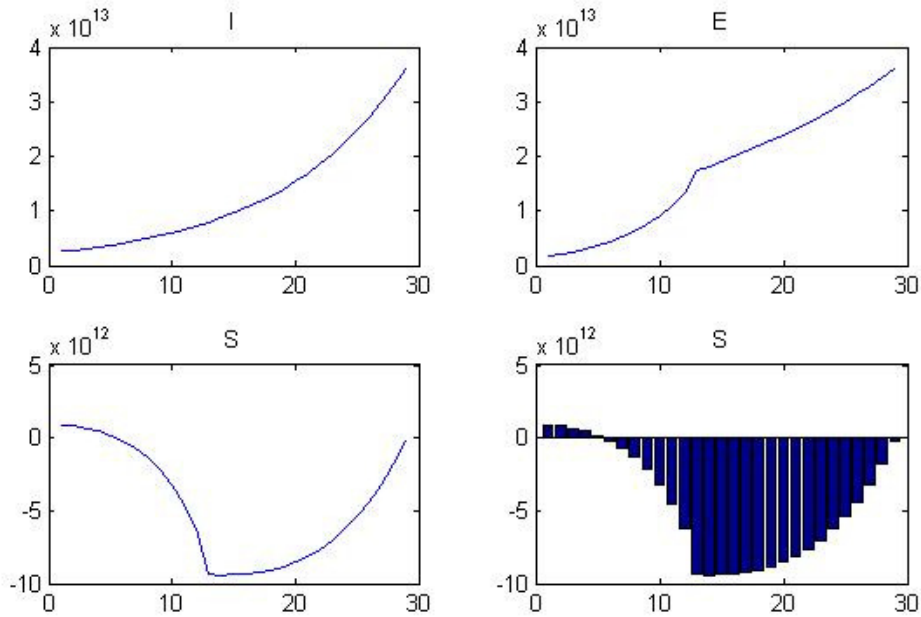


图 18

设置参数：

$C_x=28\%$ ,  $W_i = 42459$  ,  $Gr = 7.2\%$  ,  $P_iO_i = 21565$ 万人 ,  $T_i = 284.593$ 亿元 ,  
养老保险增长率  $T_z = 1.0407$  ,  $B_x = 58.1\%$  ,  $R_x = 6826.2$ 万人 ,  $k = 5\%$  ,  $T_z = 7.3\%$  ,  
 $\alpha = 6\%$  ,  $\gamma = 0$  。

仿真结果：

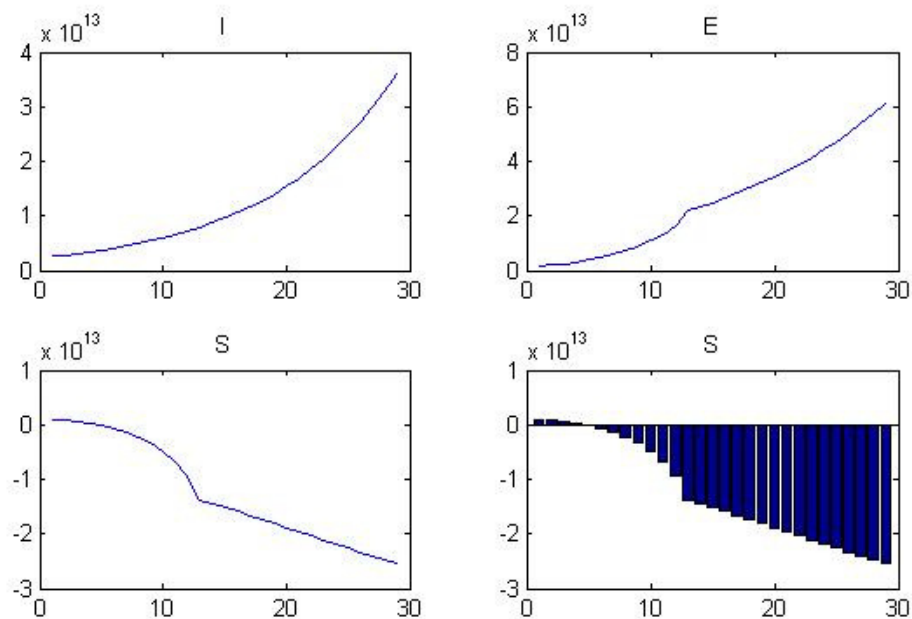


图 19

设置参数：

$C_x=28\%$ ,  $W_i = 42459$ ,  $Gr = 7.2\%$ ,  $P_iO_i = 21565$ 万人,  $T_i = 284.593$ 亿元, 养老保险增长率  $T_z = 1.0407$ ,  $B_x = 58.1\%$ ,  $R_x = 6826.2$ 万人,  $k = 5\%$ ,  $T_z = 7.3\%$ ,  $\alpha = 4\%$ ,  $\gamma = 1\%$ 。

仿真结果：

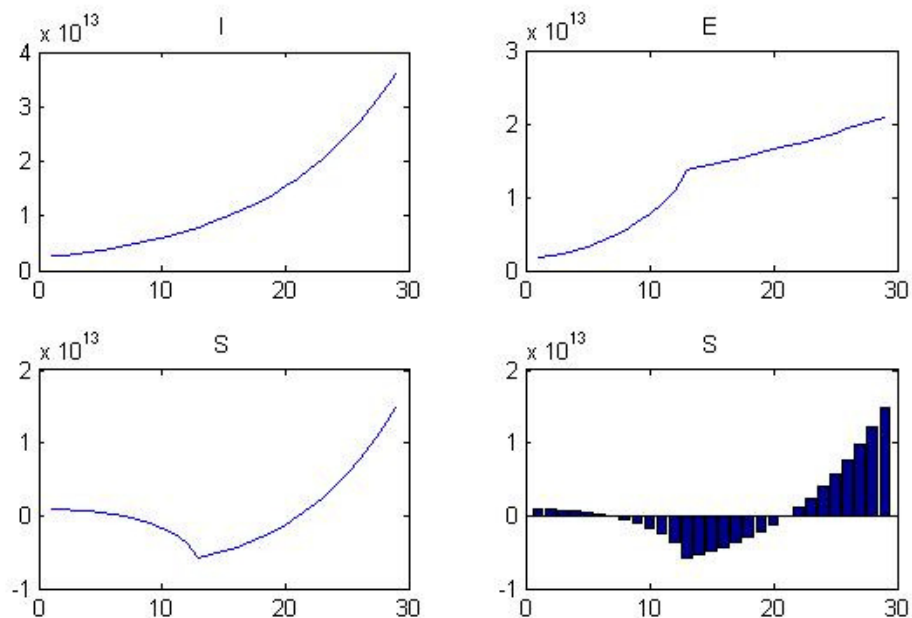


图 20

#### 6.4.3 自适应养老金模型仿真结果分析

(一) 当  $\alpha$  不变,  $\gamma$  减小, 养老金年均增长率  $k$  增大, 养老金支出增加, 养老金

易出现缺口。

(二) 当 $\alpha$ 减小,  $\gamma$ 不变, 养老金年均增长率 $k$ 减小, 养老金支出减小, 养老金易进入良性循环。

(三) 由于 $k$ 是 $\alpha$ 、 $\gamma$ 变化而确定的, 而不是人为拍脑袋决定, 更具科学性、自适应性。

## 七、模型优缺点

### 7.1 模型的优点

(1) 模型不但可以横向比较同年新农保、城职保等收支状况, 而且可以纵向比较不同年份养老保险金收支状况。保证了模型的通用性。

(2) 既辩证使用了 F 题附件所给数据, 又查询了大量权威学术资料, 确保模型使用数据的客观性, 从而确保了模型的实用性。

(3) 运用较复杂的原理得到较直观的结论。对定性的养老保险体系进行了定量的分析, 建立了较复杂的模型, 得出了定性的结论及建议, 给出了可视化的图表, 便于辅助决策。完成了定性——定量——定性的科学过程。

### 7.2 模型的缺点

(1) 人为地从权威资料中寻找养老保险体系的相关数据、信息, 具一定主观性。

(2) 在假设中过于理想化, 如国外经济变化对国内养老保险金运行没有影响。

## 参考文献:

- [1]郑功成.社会保障学[M].北京:中国劳动社会保障出版社, 2005.
- [2]邓大松, 刘昌平.中国企业年金制度研究[M].北京:人民出版社, 2004.
- [3]徐颖, 李晓林.中国社会养老保险替代率水平研究评述[J].求索.2009 (9)
- [4]游春, 谢杰.中国企业年金替代率研究.首都经济贸易大学学报.2010.8
- [5]刘儒婷.人口老龄化背景下中国城镇养老金支付能力研究.东北财经大学博士学位论文.2012.6
- [6]周渭兵.社会养老保险精算理论方法及其应用[M].北京:经济管理出版社, 2004.
- [7]王晓军.中国养老金制度及其精算评价[M].北京:经济科学出版社, 2000.
- [8]谭媛媛.中国城镇职工养老保险替代率研究.辽宁大学硕士学位论文, 2012.
- [9]Bernard N.Russell G.Stochastic pension fund control in the presence of Poisson jumps[J].Insurance: Mathematics and Economics, 2007
- [10]Russell W.Cooper,Thomas W. Ross.Pensions:theories of underfunding[J].Labour Economics, 2002
- [11]徐延君.科学确定养老金调整政策.中国社会保障.2010.



附件：

附件一：所给 excel 的 77 页表一如下：

表 1 基金历年收益情况					
年份	投资收益额 (亿元)	投资收益率 (%)	通货膨胀率	投资额	投资额增长率
2000	0.17	~	~		
2001	7.42	1.73	0.7	428.9017	
2002	19.77	2.59	0.8	763.3205	1.779709436
2003	44.71	3.56	1.2	1255.899	1.645310111
2004	36.72	2.61	3.9	1406.897	1.120230759
2005	71.22	4.16	1.8	1712.019	1.216876414
2006	619.79	29.01	1.5	2136.47	1.247924173
2007	1453.5	43.19	4.8	3365.362	1.575197435
2008	-393.72	-6.79	5.9	5798.527	1.723002351
2009	850.43	16.12	-0.7	5275.62	0.90982074
2010	321.22	4.23	3.3	7593.853	1.439423789
2011	73.37	0.84	5.4	8734.524	1.150209692
累计投资收益	2845.93	8.4	2.43 (年均)	3497.399	1.38077049
284.593					

附件二：所给 excel 的 94 页表二：

表2 “城镇制度”基本运行参数											
年份	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	年均
一、基金征缴收入方关联性指标											
1. 征缴收入年增收额（亿元）	459.6	492.6	541	727	903	1279	1522	1518	15760	2846	1186.4
2. 征缴收入年增速(%)	22	19	18	20	21	25	23	19	17	26	20.8
3. [(平均工资增长率+1) ×(参保职工增长率+1)]-1	15.9	18.3	20	22.7	23.2	27.6	28.1	19.8	24.1	27	
4. 参保职工数量（万人）	11129	11646	12250	13120	14130	15183	16587.5	17743	19402	21565	
5. 参保职工人数年增长率(%)	3	4.7	5.2	7.1	7.7	7.5	9.3	7	9.4	11.2	7.6
6. 参保职工人均缴费（元）	2293	2614	2927	3287	3691	4277	4833	5373	5726	6472	
7. 城镇在岗职工平均工资（元）	12422	14040	16024	18364	21001	24932	29229	32736	37147	42459	
8. 城镇在岗职工平均工资年增长率(%)	12.5	13	14.1	14.6	14.4	18.7	17.2	12	13.5	14.3	14.6
9. 人均缴费率估算(%)	21.1	21	20.8	20.5	20.1	20.4	19.4	18.4	17.5	17.4	
10. 缴费工资基数估算（元）	8750	9976	11170	12544	14087	16325	18445	20509	21855	24701	
11. 缴费工资基数 / 城镇在岗职工工资(%)	70.4	71.1	69.7	68.3	67.1	65.5	63.1	62.7	58.8	58.2	
二、基金支出方关联性指标											
12. 基金支出年增支额（亿元）	521.6	279.1	380	538	857	1068	1425	1504	1661	2210	1044.4
13. 基金支出年增速(%)	22	10	12	15	21	22	24	20	19	21	18.2
14. 离退休职工数量（万人）	3607.8	3860.2	4103	4367.5	4635	4953.7	5303.6	5806.9	6305	6826.2	
15. 离退休职工人数年增长率(%)	6.7	7	6.3	6.5	6.1	6.9	7.1	9.5	8.6	8.3	7.3
16. 人均养老金支出（元）	7879	8087	8536	9250	10564	12042	13933	15316	16740	18700	

17. 人均养老金支出增长率(%)	14.7	2.6	5.6	8.4	14.2	14	15.7	9.9	9.3	11.7	10.1
18. 历年人均养老金支出， 上年度城镇在岗职工平均工资(%)	72.9	65.1	60.8	57.7	57.5	57.3	55.9	52.4	51.1	50.3	58.1
19. 历年人均养老金支出 / 缴费工资基数估算(%)	90	81.1	76.4	73.7	75	73.8	75.5	74.7	76.6	75.7	
20. 制度赡养率(%)	32.4	33.1	33.5	33.3	32.8	32.6	32	32.7	32.5	31.7	

### 附录三：所给 excel 表 11

表 11 各省份城镇职工基本养老保险制度的覆盖率 单位：%								
地区	2010 年				2009 年			
	覆盖率 A 参保人口/城 镇就业人口	覆盖率 A 增量空间 (1-A)	覆盖率 B 参保人口/ 二、三产业 人口	覆盖率 B 增量空 间 (1-B)	覆盖率 A 参保人口/ 城镇就业人 口	覆盖率 A 增量空间 (1-A)	覆盖率 B 参保人口/ 二、三产业 人口	覆盖率 B 增量空间 (1-B)
全国	55.88	44.12	40.23	59.77	56.96	43.04	36.71	63.29
北京	81.02	18.98	62.73	37.27	69.67	30.33	53.68	46.32
天津	87.51	12.49	64.71	35.29	83.97	16.03	61.70	38.30
河北	89.59	10.41	31.41	68.59	71.33	28.67	28.21	71.79
山西	78.52	21.48	43.21	56.79	82.50	17.50	44.32	55.68
内蒙古	66.96	33.04	50.76	49.24	67.80	32.20	50.98	49.02
辽宁	99.48	0.52	66.60	33.40	99.86	0.14	67.40	32.60
吉林	76.31	23.69	54.28	45.72	83.02	16.98	57.36	42.64
黑龙江	78.15	21.85	60.83	39.17	8270.00	17.30	64.71	35.29
上海	89.30	10.70	73.99	26.01	86.40	13.60	70.90	29.10

江苏	76.85	23.15	41.16	58.84	78.55	21.45	40.33	59.67
浙江	90.03	9.97	44.07	55.93	87.63	12.37	41.63	58.37
安徽	63.87	36.13	21.31	78.69	71.99	28.01	21.74	78.26
福建	66.45	33.55	33.79	66.21	60.21	39.79	31.22	68.78
江西	84.80	15.20	32.11	67.89	85.79	14.21	32.75	67.25
山东	89.65	10.35	39.12	60.88	91.49	8.51	38.64	61.36
河南	71.79	28.21	24.30	75.70	71.65	28.35	24.01	75.99
湖北	76.73	23.27	33.62	66.38	78.61	21.39	34.82	65.18
湖南	76.68	23.32	31.53	68.47	77.60	22.40	31.16	68.84
广东	122.28	#####	66.97	33.03	106.37	-6.37	58.98	41.02
广西	55.76	44.24	22.65	77.35	56.23	43.77	22.54	77.46
海南	84.02	15.98	60.14	39.46	83.32	16.68	60.81	39.19
重庆	73.56	26.44	30.63	69.37	63.45	36.55	25.87	74.13
四川	83.72	16.28	30.18	69.82	77.61	22.39	28.08	71.92
贵州	58.82	41.18	15.73	84.27	55.52	44.48	15.22	84.78
云南	34.77	65.23	19.70	80.30	36.48	63.52	20.45	79.55
西藏	12.62	87.38	8.17	91.83	12.27	87.73	7.93	92.07
陕西	82.95	17.05	36.50	63.50	71.39	28.61	31.46	68.54
甘肃	53.86	46.14	24.44	75.56	54.38	45.62	24.49	75.51
青海	56.81	43.19	31.86	68.14	57.78	42.22	31.90	68.10
宁夏	71.60	28.40	39.11	60.89	63.03	36.97	35.10	64.90
新疆	70.90	29.10	65.94	34.06	67.55	32.45	63.52	36.48

# 附件四：所给 excel 的表 15

表 15 1998-2011 年政府对基本养老保险制度的财政补贴及其占当年 GDP 的比重			GDP 值 (亿元)
年份	政府补贴(亿元)	占 GDP 的比重(%)	
1998	24	0.03	
1999	192.9	0.22	
2000	365.7	0.37	
2001	402.5	0.37	
2002	454.8	0.38	
2003	530	0.39	
2004	614	0.38	
2005	651	0.35	
2006	971	0.45	
2007	1157	0.44	
2008	1437	0.46	
2009	1646	0.48	
2010	1954	0.49	
2011	2272	0.48	
合计	12671.9	0.42	

# 附件五：

世界各国基本养老金的待遇调整办法

国家	调整依据	调整时间	具体调整方法
美国	消费价格指数	每年 7 月调整一次	用本年1季度至上一年1季度CPI的比值确定本年的调整幅度只有当CPI的增长超过了3%，养老金水平才进行调整，如果没有超过，本年不调整，下一年则用上两年CPI增长的总值确定调整幅度
英国	消费价格指数	每年调整一次	按照消费价格指数增幅进行调整，但政府保证年度的增长不会低于一个固定的数额
加拿大	消费价格指数	每年 1 月 1 日	根据物价指数的上涨幅度，对养老金进行调整
日本	物价指数和浮动调整率	根据实际情况调整	养老金调整率=物价指数—浮动调整率(浮动调整率根据公共养老金制度的参保人员减少率和平均寿命的增幅确定) 如果物价指数高于浮动调整率，则养老金调整率为二者的差 如果物价指数不高于浮动调整率且为正值，则养老金调整率为零 如果物价指数不高于浮动调整率且为负值，则养老金调整率为工 资增长率或物价指数
比利	消费物价指	每年调整	如果平均消费物价指数超过 2%，则每年自动调整 2%

时	数	一次	
波兰	消费物价指数	每年根据实际情况进行调整	每年按照消费物价指数增幅进行调整，但只有当物价指数为 105%时才进行调整
葡萄牙	政府决定同时考虑消费物价指数	每年调整一次	每年根据政府决定进行调整，同时考虑消费物价指数增幅。
斯洛文尼亚	平均月薪的增长	每年调整两次	按照平均月薪的增长调整两次
塞浦路斯	可保收入	每年调整一次	每年按照基本的可保收入进行调整，可保收入的逐年提高与对工资和薪金的年度调查结果相一致
保加利亚	分摊收入增幅与消费物价指数	每年调整一次	每年调整的百分比=分摊收入增幅* 50% + 前一年 CPI* 50%
爱沙尼亚	消费物价指数和税后社会收入增长率	每年调整一次	每年按照消费物价指数增幅的 50% 和社会税后收入增幅的 50% 进行自动调整
拉脱维亚	物价和作为社会保险缴费基础的收入	每年调整 1~2 次	未达到国家社会保障水平 3 倍以上的养老金每 6 个月调整一次，其中一次是基于物价的增长，另一次调整是基于物价和社会保险收入的增长；在国家社会保障水平 3 倍以上的养老金，按照物价增幅，每年只调整一次；在国家社会保障水平 5 倍以上的养老金，不进行调整
匈牙利	预期消费物价指数和平均每月收入净额的预期增幅	每年 1 月调整一次	每年 1 月根据预期消费物价指数增幅的 50% 和平均每月收入净额预计增幅的 50%进行调整
马耳他	消费物价指数和退休者最后所在职位当前工资水平增幅	每年调整一次	每年根据一个计算公式进行调整，该公式是以生活费用的增幅和退休者最后所在职位的当前工资水平的增幅为基础进行确定的
捷克	消费物价指数或平均工资增幅	每年调整一次	每年按照消费价格指数增幅的 100%或平均工资增幅的 1/3 两者中的较高者自动调整，如果物价指数增幅超过 10%，还

			要进一步调整
斯洛伐克	三季度总收入、消费价格指数、平均工资增长率	每年调整两次	首次调整: 以上年第三季度与前年第三季度相比总收入的增长为基础 第二次调整: 根据消费价格指数增幅及平均工资的增长进行调整
芬兰	消费价格指数、收入变化	每年调整一次	国民养老金: 每年按照消费价格指数增幅进行调整。 法定的与收入挂钩的养老金: 每年按照与收入挂钩的养老金指数进行调整, 该指数按照价格水平变化的 80%和收入水平变化的 20%进行调整