
参赛密码 _____
(由组委会填写)



第十二届“中关村青联杯”全国研究生 数学建模竞赛

题 目 水面舰艇编队防空和信息化战争评估模型

摘 要：

本文研究了本次大赛 A 题的全部内容，包括设计指挥舰与护卫舰的最佳队形，在最佳队形的基础上所计算的抗饱和攻击能力，扩大预警范围的抗饱和攻击能力，根据已有数据去判断空中各个目标的可能的意图，最后是建立信息化战争的模型来分析或预测当代军事中信息发达环境下的战争走向和战争结果。

第一问中我们结合题意通过画图分析，做出舰队相对于导弹的速度接近静止的假设，以及为使防卫范围无盲区且各护卫舰刚好能处理防卫范围边界的突发危机事件，以最为保险的假设在 20 千米才能发现导弹，在电子干扰成功和失败的两种情况下设计出一个均匀分布在 20 度至 220 度的护卫舰队形，以保护中枢大脑指挥舰。护卫舰的 20 千米侦测范围圆互相相切，以免漏网之鱼的出现。同时四面的保护较为均衡。

第二问我们依然用的第一问中的编队队形，该问中的最危险的方向和抗饱和能力是解题的前提条件，从第一题中容易看出我们在 20 度和 220 度的边界上是最危险的地方，因为这两个方向与在导弹来袭是最不容易接收到其他护卫舰的救援，特别是当护卫舰四面受敌时，这里明显是最薄弱，敌方最容易侵入的方向。我们在这里假定当收到多批导弹进攻时，其他舰队无暇顾及或者容易侵

入两边护卫舰的 10 千米范围内导致误伤。所以我们以一边的护卫舰为例求出最大批次。在这里由于求出最大批次我们将探测范围扩大到 30 千米，当护卫舰在 30 千米收到雷达信号可以及时将信号传达给指挥舰，此时指挥舰和这艘护卫舰会同时用防空导弹拦截来袭导弹。求出的最大批次为 8 批。

第三问是在第二问的基础上加上预警机的探测，直接将预警范围延伸到 200 千米，此时求最大批次与第二问不同的唯一一点是护卫舰射出防空导弹和指挥舰的导弹都是在最大射程 80 千米的里程上与敌方导弹相遇并且拦截，并不是同时拦截。求出的最大批次是护卫舰和指挥舰的共同拦截的导弹，为 13 批。

第四问是通过数据来判别空中目标的意图可能，首先对题目中给出的单位转换，其中我们在计算角度、距离时，使用近似的平面直角坐标系进行计算，计算速度时我们使用的是平均速度，求出的弧度转为角度再将角度转为 mil 得到方位角，最后去求航向角的角度。之后的工作就是对数据处理，首先将没用明显干扰的数据清洗出去，再用 R 软件对重新整合的数据进行多种方法处理，分为经典分析判别法和机器学习分类法。最后得到 41008630-41006893 的意图是怎样的。

第五问也是最后一问，这里我们用的是基于兰彻斯特方程加入信息化指数后重新建立的方程所得到的模型，我们首先分析了兰彻斯特方程的特点，继而将复杂电磁环境、信息系统、指挥对抗、信息优势和系统稳定性综合为综合信息化指数方程，得到最终的模型，并通过 matlab 的仿真的方式得到在兵力相同情况下信息指数不同信息指数更高的那一方将会胜利，而第二次仿真兵力更少但是信息指数高的那一方轻而易举的歼灭兵力更多但是综合信息指数相对更少的一方，最后通过海湾战争去验证模型的正误和误差，最后得到的结果相对较好，误差属于可控范围内。

最后我们根据自己的做题感受和对题目更深入的理解，提出了本文的优势和需要改进的地方。

关键词： 编队最佳队形 抗饱和攻击能力 经典分析判别法 机器学习分类法
兰彻斯特方程模型 仿真法 综合信息化指数

水面舰艇编队防空和信息化战争评估模型

1、问题重述

我海军由 1 艘导弹驱逐舰和 4 艘导弹护卫舰组成水面舰艇编队在我南海某开阔海域巡逻，其中导弹驱逐舰为指挥舰，重要性最大。某时刻 t 我指挥舰位置位于北纬 15 度 41 分 7 秒，东经 112 度 42 分 10 秒，编队航向 200 度（以正北为 0 度，顺时针方向），航速 16 节。编队各舰上防空导弹型号相同，数量充足，水平最小射程为 10 千米，最大射程为 80 千米，高度影响不必考虑（因敌方导弹超低空来袭），平均速度 2.4 马赫。编队仅依靠自身雷达对空中目标进行探测，但有数据链，所以编队中任意一艘舰发现目标，其余舰都可以共享信息，并由指挥舰统一指挥各舰进行防御。

以我指挥舰为原点的 20 度至 220 度扇面内，等可能的有导弹来袭。来袭导弹的飞行速度 0.9 马赫，射程 230 千米，航程近似为直线，一般在离目标 30 千米时来袭导弹启动末制导雷达，其探测距离为 30 千米，搜索扇面为 30 度（即来袭导弹飞行方向向左和向右各 15 度的扇面内，若指挥舰在扇形内，则认为来袭导弹自动捕捉的目标就是指挥舰），且具有“二次捕捉”能力（即第一个目标丢失后可继续向前飞行，假设来袭导弹接近舰艇时受到电子干扰丢失目标的概率为 85%，并搜索和攻击下一个目标，“二次捕捉”的范围是从第一个目标估计位置算起，向前飞行 10 千米，若仍然没有找到目标，则自动坠海）。每批来袭导弹的数量小于等于 4 枚（即由同一架或在一起的一批飞机几乎同时发射，攻击目标和导弹航向都相同的导弹称为一批）。

由于来袭导弹一般采用超低空飞行和地球曲率的原因，各舰发现来袭导弹的随机变量都服从均匀分布，均匀分布的范围是导弹与该舰之间距离在 20-30 千米。可以根据发现来袭导弹时的航向航速推算其不同时刻的位置，故不考虑雷达发现目标后可能的目标“丢失”。编队发现来袭导弹时由指挥舰统一指挥编队内任一舰发射防空导弹进行拦截，进行拦截的准备时间均为 7 秒，拦截的路径为最快相遇。各舰在一次拦截任务中，不能接受对另一批来袭导弹的拦截任务，只有在本次拦截任务完成后，才可以执行下一个拦截任务。指挥舰对拦截任务的分配原则是，对每批来袭导弹只使用一艘舰进行拦截，且无论该次拦截成功与否，不对该批来袭导弹进行第二次拦截。不考虑每次拦截使用的防空导弹数量。

问题 1、在未发现敌方目标时，设计编队最佳队形（各护卫舰相对指挥舰的方位和距离），应对所有可能的突发事件，保护好指挥舰，使其尽可能免遭敌导弹攻击。

问题 2、当不考虑使用电子干扰和近程火炮等拦截手段，仅使用防空导弹拦截来袭导弹，上述编队防御敌来袭导弹对我指挥舰攻击时的抗饱和攻击能力如何？

问题 3、如果编队得到空中预警机的信息支援，对距离我指挥舰 200 千米内的所有来袭导弹都可以准确预警，编队仍然保持上面设计的队形，仅使用防空导弹拦截敌来袭导弹对我指挥舰攻击时的抗饱和攻击能力提高多少？

问题 4、预警机发现前方有 12 批可疑的空中目标，从 t 时刻起，雷达测得

的目标位置信息在数据中。请分析识别空中各目标可能的意图。

问题 5、如果我方的预警机和水面舰艇编队的雷达和通信系统遭到敌方强烈的电子干扰，无法发现目标，也无法传递信息，这时，后果将是极其严重的，我编队防空导弹的拦截效能几乎降低到零。由此引起人们的深思，信息化条件下作战对传统的作战评估模型和作战结果已经产生重要的甚至某种程度上是决定性的影响！在海湾战争的“沙漠风暴”行动开始前，一些军事专家用传统的战争理论和战争评估模型进行预测，包括用兰彻斯特战争模型预测战争进程，结果却大相径庭，战争的实际结果让他们大跌“眼镜”。请尝试建立宏观的战略级信息化战争评估模型，从一般意义上反映信息化战争的规律和特点，利用模型分析研究信息系统、指挥对抗、信息优势、信息系统稳定性，以及其它信息化条件下作战致胜因素的相互关系和影响。

2、模型的假设

- (1) 舰队的速度相对于导弹的速度是很慢的，本文当做静止来看待。
- (2) 当各方向都有导弹来袭，每个护卫舰只对自己的可控领域进行防御。
- (3) 导弹的方向是直线的，且低空贴近水面。
- (4) 各个舰 10 千米以内不能有己方的导弹出现，会误伤，视为无效拦截。
- (5) 导弹从最危险的地方袭来时，指挥舰可以与护卫舰同时防护。
- (6) 某舰发射的防空拦截导弹与某批来袭导弹相遇为完成一次拦截任务。
- (7) 计算角度距离时，用平面直角坐标系，第四问中的速度设定为平均速度。
- (8) 复杂电磁环境、信息系统、指挥对抗、信息优势和系统稳定性五个因素可以根据经验量化，且可以线性加总。

3、符号说明

符号	说明
O	指挥舰
V_i	护卫舰队的编号
r	前三题为半径第五题中红方兵力
t	时间
β	方位角
θ	航向角
b	蓝方兵力
M	蓝方对红方的损伤系数
Q	红方对蓝方的损伤系数
X_i	信息因素
Y	综合信息化指数

4、问题一（编排队形）

4.1 问题分析

根据题意：各舰发现来袭导弹的随机变量都服从均匀分布，均匀分布的范围是导弹与该舰之间距离在 20-30 千米。

为使防卫范围无盲区且各护卫舰刚好能处理防卫范围边界的突发危机事件（即各护卫舰发现导弹时，导弹已经达到该护卫舰的最短发现距离即 20km），由最优化理论^[1]可知，此时以各护卫舰为圆心的半径为 20km 的圆刚好与防卫边界相切。如图 4.1：以 V_1 为圆心，20km 为半径的圆刚好与 OB、OD 相切，切 OB 于点 G。

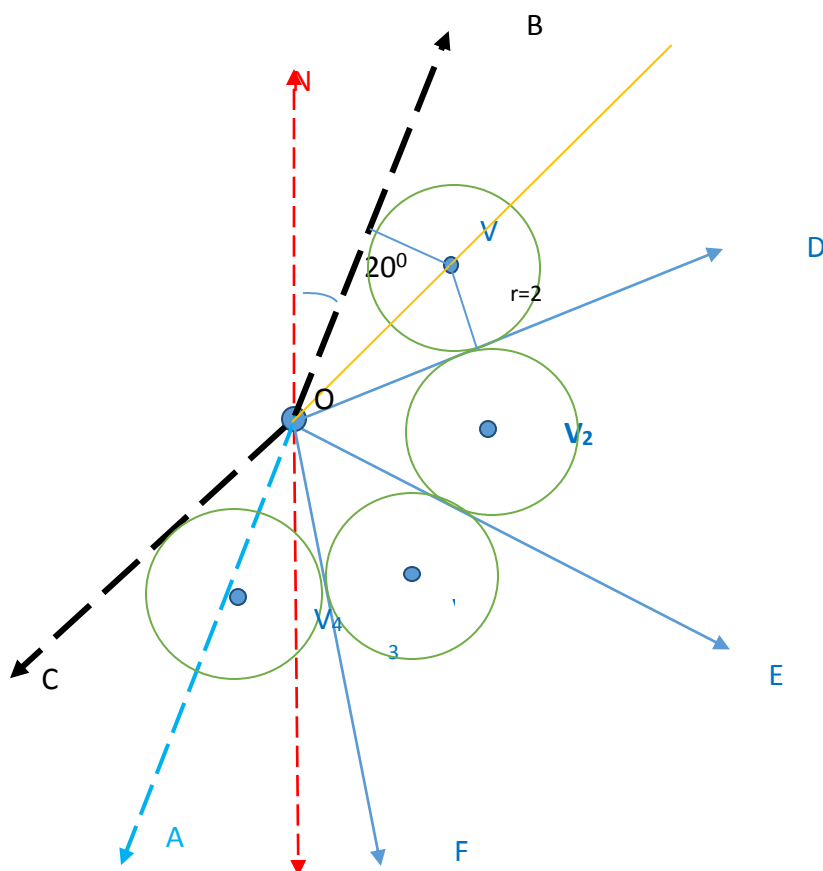


图 4.1

1 海里=1852 米，因此每小时 16 海里相当于 $16 \times 1852 \div 3600 = 8.23$ 米/秒，远小于来袭导弹的速度 306 米/秒，因此在研究问题时，为方便起见，我们假设各舰艇位置保持不变

由题可知，导弹来袭方向在 20 度到 220 度的扇面，且舰队的目标是保护好指挥舰，使其尽可能免遭敌导弹攻击，因此四艘护卫舰需要承担从 OB 到 OC 的 200 度扇面的防卫工作，每只护卫舰防卫^[2]的扇面为 50 度，为此，我们将 OB 到 OC 的 200 度扇面划分为 4 等份。如上图所示。

V_1 、 V_2 、 V_3 、 V_4 分别为四艘护卫舰，对 V_1 而言，其防卫范围为从 OB 到 OD 的扇形，因此 V_1 所处的位置在 OB 和 OD 的角平分线上。

4.2 问题的解决

通过上面的糊涂分析我们可以清楚的了解到四艘船之间的相互位置以及接下来计算的步骤。

同上为使防卫范围无盲区且各护卫舰刚好能处理防卫范围边界的突发危机事件（即各护卫舰发现导弹时，导弹已经达到该护卫舰的最短发现距离即 20km），由最优化理论可知，此时以各护卫舰为圆心的半径为 20km 的圆刚好与防卫边界相切。

$$\text{可以计算出： } OG = 20 \div \tan\left(\frac{25}{180} \times \pi\right) \approx 42.89$$

$$OV_1 = 20 \div \sin\left(\frac{25}{180} \times \pi\right) \approx 47.32$$

若来袭导弹从 OB 方向由 B 到 O，由于导弹的搜索扇面为 15 度，当 V_1 刚好在搜索边界时，如图 4.2 所示：

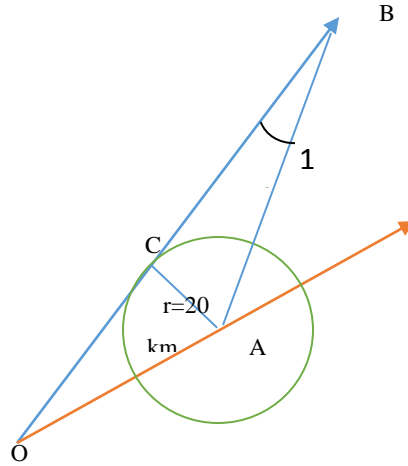


图 4.2

B 为来袭导弹，A 为 V_1 所处位置，BO 为导弹来袭方向，因此 $AB = 20 \div \sin\left(\frac{15}{180} \times \pi\right) = 77.27 > 30\text{km}$ ，因此当来袭导弹沿 BO 方向从 B 向 O 飞行时，将搜索不到护卫舰，目标将是指挥舰。

1、使用电子干扰。假设导弹从 OB 方向正对着指挥舰袭击，到 G 点时被护卫舰 V_1 电子干扰，若电子干扰成功，此时该导弹向前飞行 10km，并在飞行途中搜索攻击下一目标，由于飞行 10km 后，距离指挥舰 O 的距离为 $OG - 10 = 32.89 > 30$ ，即导弹飞行 10km 后仍无法搜索到目标，因而导弹自动坠海；若电子干扰失败，立刻发射导弹拦截，准备期间此时导弹飞行距离为 $0.9 \times 340 \times 7 = 2.142\text{km}$

2、电子干扰失败。假设导弹仍从 OB 方向正对着指挥舰袭击，到 G 点时被护卫舰 V_1 发现并发射导弹拦截，设来袭导弹从被发现到被拦截到所需的时间为

t,所飞行的距离为 AC,拦截导弹所飞行的距离为 BC,到 C 点时导弹被击落。

如图 4.3 所示: $AC = 0.9 \times 340t = 306t$

$$BC = 2.4 \times 340t = 816t$$

$$AC^2 + AB^2 = BC^2$$

$$AB = 20000$$

解方程得: $t=26.44s$, $AC=11.15km$

击落点距离指挥舰 $42.89 - 11.15 = 31.74km$

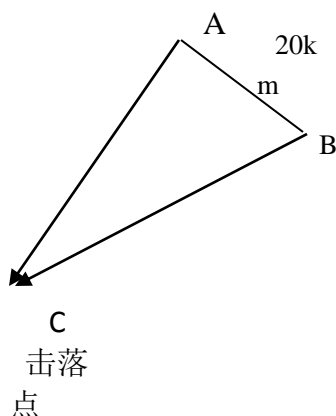


图 4.3

5、问题二（最大抗饱和攻击能力）

5.1 问题的分析

欲解决第二问，首先得考虑清楚两个关键问题：最危险方向和抗饱和攻击能力。我们假定敌方来袭导弹是多方向的（该假定从题中“以我指挥舰为原点的 20 度至 220 度扇面内，等可能的有导弹来袭”而来），并定义在这种情况下，如果某个方向能够拦截的导弹批数最少，那么这个方向就称为最危险方向。同时，根据题意“当指挥舰遭遇多批次导弹几乎同时攻击时，在最危险的方向上，编队能够拦截来袭导弹的最大批数”，可知抗饱和攻击能力即在我们所定义的最危险方向上，舰队能够防御的导弹批数。

由于敌方来袭导弹是等可能多方向的，因此在第一题的编队队形之下，我们假定每艘护卫舰仅防卫该护卫舰所在区域的来袭导弹，其它护卫舰由于也有拦截任务，因此各自都无法进行支援。

根据题中“各舰在一次拦截任务中，不能接受对另一批来袭导弹的拦截任务，只有在本次拦截任务完成后，才可以执行下一个拦截任务”，我们假定某舰发射的防空拦截导弹与某批来袭导弹相遇为完成一次拦截任务。

在上述三个假定的基础之上，我们对第二问进行如下分析，首先是第二问的示意图：

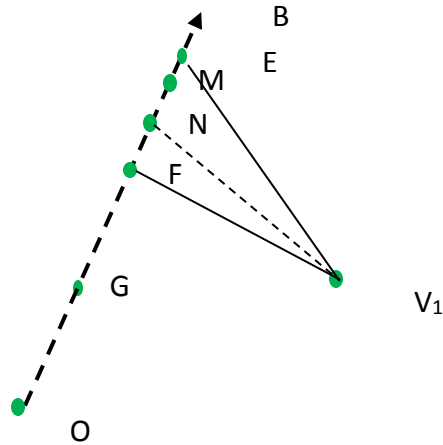


图 5.2

如图 5.2 所示，BO 方向是导弹来袭方向。 $V_1E=V_1G=30\text{km}$ ， $V_1F=20\text{km}$ ， $FE=FG=v(30^2-20^2)=10\sqrt{5}\text{km}$ ，来袭导弹速度为 0.306km/s ，防空导弹速度为 0.816km/s 。当来袭导弹从 B 向 O 飞行时，只有到达 E 点才会被 V_1 发现， V_1 经过 7 秒的拦截准备，此时来袭导弹已经到达 M 点， $ME=0.306*7=2.142\text{km}$ 。当来袭导弹到达 M 点时， V_1 同时沿 V_1N 的方向发出拦截导弹，最终拦截导弹与来袭导弹在 N 点相遇。设来袭导弹从 M 到 N 用时 t_1 秒（拦截导弹从 V_1 到 N 也用时 t_1 秒），根据勾股定理 $FN^2+V_1N^2=V_1M^2$ 可得 $(10\sqrt{5}-2.142-0.306*t_1)^2+20^2=(0.816*t_1)^2$ ，解得 $t_1=28.307$ 秒， $MN=28.307*0.306=8.662\text{km}$ 。因此，BO 方向的第一批来袭导弹在 N 点被拦截下来，下面考虑 BO 方向的第二批来袭导弹。

根据题意“多批导弹几乎同时攻击”，我们可以认为 BO 方向的第二批来袭导弹也已经到达 N 点。同时，由于 V_1 护卫舰在完成第一次拦截任务之后，需要 7 秒的拦截准备时间，此时 BO 方向的第二批来袭导弹已经到达 P 点，如图 5.3 所示：

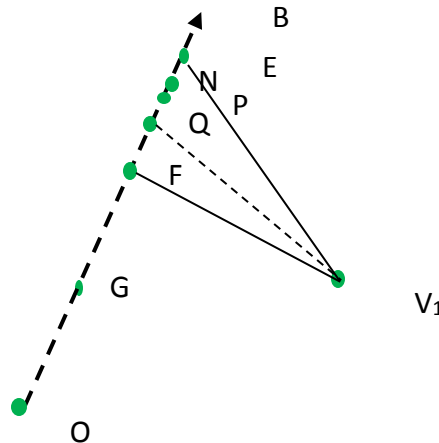


图 5.3

图 5.3 中 $EN=EM+MN=2.142+8.662=10.804\text{km}$ ， $NP=0.306*7=2.142\text{km}$ 。当 BO 方向来袭的第二批导弹到达 P 点并继续向前飞行时， V_1 护卫舰已经准备好对第二批来袭导弹的拦截， V_1 发射出来的拦截导弹沿 V_1Q 方向前进，最终与 BO 方向来袭的第二批导弹在 Q 点相遇。假设来袭导弹从 P 到 Q 用时 t_2 秒（拦截导弹

从 V_1 到到 Q 用时也为 t_2 秒), 根据勾股定理 $FQ^2 + FV_1^2 = QV_1^2$ 可得 $(22.361 - 10.804 - 2.142 - 0.306 * t_2)^2 + 20^2 = (0.816 * t_2)^2$, 解得 $t_2 = 24.618$ 秒, 从而有 $PQ = 24.618 * 0.306 = 7.533 \text{ km}$ 。因此, BO 方向的第二批来袭导弹在 Q 点被拦截下来, 下面考虑 BO 方向的第三批来袭导弹。

同上, 当 BO 方向的第二批来袭导弹在 Q 点被 V_1 发射的拦截导弹拦截下来的同时, BO 方向的第三批来袭导弹也已经到达 Q 点。并且, BO 方向来袭的第三批导弹利用 V_1 拦截准备的 7 秒时间, 已经飞行到点 H 。当 BO 方向来袭的第三批导弹到达 H 点的同时, V_1 护卫舰的拦截准备也已经完成, 并且沿 V_1I 方向发射拦截导弹, 与 BO 方向的第三批来袭导弹在 I 点相遇。如图 5.4 所示:

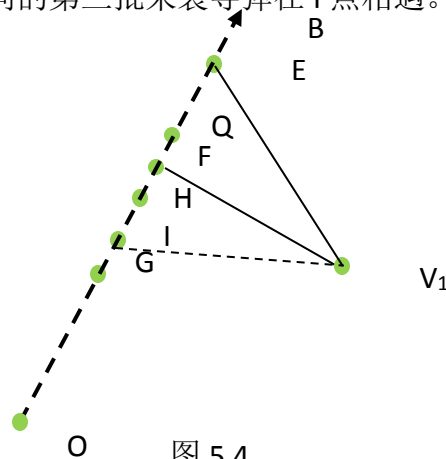


图 5.4

图 5.4 中 $QH = 0.306 * 7 = 2.142 \text{ km}$, $FH = 0.260 \text{ km}$ 。假设 BO 方向来袭的第三批导弹从 H 到 I 用时 t_3 秒 (V_1 护卫舰发射的拦截导弹从 V_1 到达 I 点也用时 t_3 秒), 根据勾股定理 $FI^2 + FV_1^2 = IV_1^2$ 可得

$(0.260 + 0.306 * t_3)^2 + 20^2 = (0.816 * t_3)^2$, 解得 $t_3 = 26.581$ 秒, 从而有 $HI = 0.306 * 26.581 = 8.134 \text{ km}$, $FI = 8.134 + 0.260 = 8.394 \text{ km}$ 。因此, BO 方向的第三批来袭导弹在 I 点被拦截下来, 下面考虑 BO 方向的第四批来袭导弹。

同上, 当 BO 方向的第三批来袭导弹在 I 点被 V_1 发射的拦截导弹拦截下来的同时, BO 方向的第四批来袭导弹也已经到达 I 点。并且, BO 方向来袭的第四批导弹利用 V_1 拦截准备的 7 秒时间, 已经飞行到 J 点。当 BO 方向来袭的第四批导弹到达 J 点的同时, V_1 护卫舰的拦截准备也已经完成, 并且沿 V_1K 方向发射拦截导弹, 与 BO 方向的第三批来袭导弹在 K 点相遇。如图 5.5 所示:

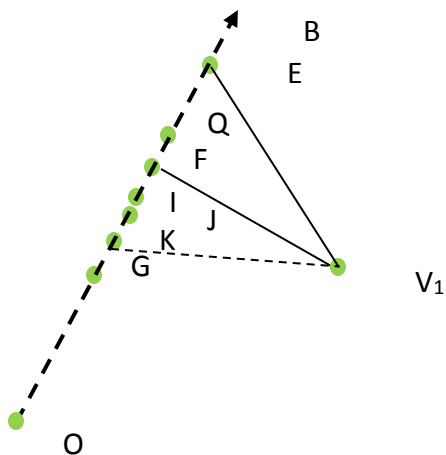


图 5.5

图 5.5 中 $IJ = 0.306 * 7 = 2.142 \text{ km}$ 。假设 BO 方向的第四批来袭导弹从 J 到 K 用

时 t_4 秒 (V_1 护卫舰发射的拦截导弹从 V_1 到达 I 点也用时 t_4 秒), 根据勾股定理 $FK^2 + FV_1^2 = KV_1^2$ 可得 $(8.394 + 2.142 + 0.306 \cdot t_4)^2 + 20^2 = (0.816t_4)^2$, 解得 $t_4 = 36.044$ 秒, 从而有 $JK = 0.306 \cdot 36.044 = 11.030\text{km}$ 。因此, BO 方向的第四批来袭导弹在 K 点被拦截下来, 下面考虑 BO 方向的第五批来袭导弹。

同上, 当 BO 方向的第四批来袭导弹在 K 点被 V_1 发射的拦截导弹拦截下来的同时, BO 方向的第五批来袭导弹也已经到达 K 点。虽然 KG 的距离仅仅有 0.795km , 但是根据题目中所说的“可以根据发现来袭导弹时的航向航速推算其不同时刻的位置, 故不考虑雷达发现目标后可能的目标“丢失””, 可以知道 BO 方向来袭的第五批导弹在 K 点被探测到时, V_1 就不会丢失目标。因此, 即使在 V_1 进行拦截准备的 7 秒时间内, BO 方向来袭的第五批导弹已经过了 G 点, 但是 V_1 还是能够预判其走向, 并发射出拦截导弹进行拦截。如图 5.6 所示:

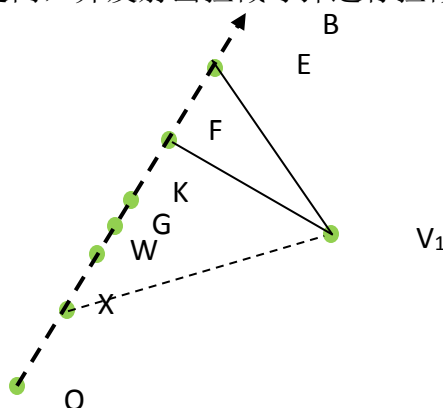


图 5.6

图 5.6 中 $FK = 21.566\text{km}$, KW 的距离是 BO 方向的第五批来袭导弹在 V_1 拦截准备的 7 秒时间内飞过的距离, 因此 $KW = 2.142\text{km}$ 。当 BO 方向来袭的第五批导弹到达 W 点时, V_1 的拦截准备恰好完成, 并且沿 V_1X 方向发射出拦截导弹, 与 BO 方向的第五批来袭导弹在 X 点相遇。假设 BO 方向的第五批来袭导弹从 W 到 X 用时 t_5 秒 (V_1 护卫舰发射的拦截导弹从 V_1 到达 I 点也用时 t_5 秒) 根据勾股定理 $FX^2 + FV_1^2 = XV_1^2$, 从而有 $(23.708 + 0.306 \cdot t_5)^2 + 20^2 = (0.816 \cdot t_5)^2$ 可以解出 $t_5 = 55.600$ 秒, 从而有 $WX = 55.600 \cdot 0.306 = 17.014\text{km}$, $WG = KW - KG = 2.142 - 0.795 = 1.347\text{km}$, $GX = WG + WX = 1.347 + 17.014 = 18.361\text{km}$ 。同时由 $OF = 20 / \tan(25^\circ) = 42.890\text{km}$, $FG = 10\sqrt{5} = 22.361\text{km}$, 从而有 $OG = OF - FG = 42.890 - 20.529 = 22.361\text{km}$, $OX = OG - GX = 22.361 - 18.361 = 4\text{km}$ 。根据题中所说“编队各舰上防空导弹型号相同, 数量充足, 水平最小射程为 10km ”, 我们认为指挥舰方圆 10km 范围之内不适合使用防空拦截导弹与来袭导弹相撞, 因此 V_1 护卫舰最多只能进行 4 批导弹的拦截, 第五批来袭导弹不能拦截。

(二) BO 方向指挥舰能够拦截的反舰导弹最大批次分析

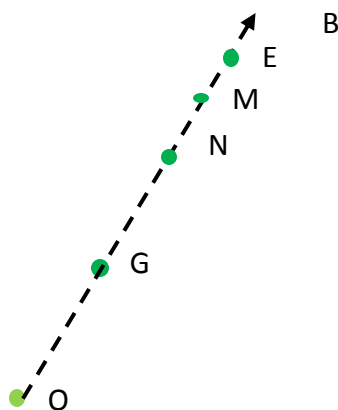


图 5.7

如图 5.7 所示，当 V_1 护卫舰发现来袭导弹到达 E 点时，通过数据链共享给指挥舰，在指挥舰进行拦截准备的 7 秒时间内，BO 方向上的来袭导弹已经到达 M 点， $ME=0.306 \times 7=2.142\text{km}$ 。此时指挥舰沿 OB 方向发出拦截导弹，并与来袭导弹在 N 点相遇。由 $OE=OG+GE=20.529+22.361 \times 2=65.251\text{km}$ ，从而有 $OM=65.251-2.142=63.109\text{km}$ 。假设来袭导弹从 M 到 N 用时 t_1 秒(指挥舰发射的拦截导弹从 O 到 N 也用时 t_1 秒)。从而有 $0.816 \times t_1 + 0.306 \times t_1 = 63.109$ ，解得 $t_1=56.247$ 秒， $MN=0.306 \times 56.247=17.212\text{km}$ 。因此 BO 方向上由指挥舰亲自拦截的第一批来袭导弹在 N 点被拦截下来，下面考虑 BO 方向上由指挥舰拦截的第二批来袭导弹。

当第一批来袭导弹被指挥舰在 N 点成功拦截下来之时，紧随而来的第二批来袭导弹也已经到达 N 点，并利用指挥舰进行拦截准备的 7 秒时间，飞行到 P 点。此时，指挥舰的拦截准备已经完毕，从 O 点沿 OB 方向发射拦截导弹，与第二批来袭导弹在 Q 点相遇，此时指挥舰对第二批反舰导弹的拦截任务完成。如图 5.8 所示：

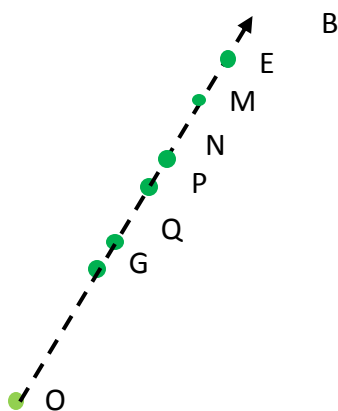


图 5.8

图 5.8 中 $NP=0.306 \times 7=2.142\text{km}$ ，当来袭导弹到达 P 点时，指挥舰也刚好发射出拦截导弹，假设来袭导弹从 P 到 Q 用时 t_2 秒(拦截导弹从 O 到 Q 同样用时 t_2 秒)，从而有 $0.816 \times t_2 + 0.306 \times t_2 = OP = OE - EP = 65.251 - 19.354 - 2.142 = 43.755\text{km}$ ，可以解得 $t_2=38.997$ 秒，从而可知 $PQ=38.997 \times 0.306=11.933\text{km}$ 。因此，指挥舰对来袭导弹的第二批拦截任务成功点在于 Q 点，此时 $OQ=OE-EQ=65.251-33.429=32.822\text{km}$ 。下面考虑 BO 方向上由指挥舰拦截的第三批来袭导弹。

当第二批来袭导弹被指挥舰在 Q 点成功拦截下来之时，紧随而来的第三批

来袭导弹也已经到达 Q 点，并利用指挥舰进行拦截准备的 7 秒时间，飞行到 X 点。此时，指挥舰的拦截准备已经完毕，从 O 点沿 OB 方向发射拦截导弹，与第三批来袭导弹在 Y 点相遇，此时指挥舰对第二批反舰导弹的拦截任务完成。如图 5.9 所示：

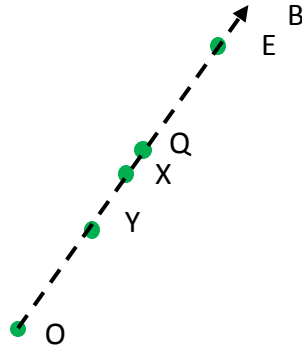


图 5.9

图 5.9 中 $EQ=33.429\text{km}$ ， $QX=2.142\text{km}$ ，从而有 $OX=65.251-33.429-2.142=29.68\text{km}$ 。假设来袭导弹从 X 点到 Y 点用时 t_3 秒(拦截导弹从 O 到 Q 同样用时 t_3 秒)，从而有 $0.816*t_3+0.306*t_3=29.68$ ，解得 $t_3=26.453\text{km}$ ， $XY=26.453*0.306=8.095\text{km}$ 。因此，指挥舰对来袭导弹的第三批拦截任务成功点在于 Y 点，此时 $OY=OX-XY=29.68-8.095=21.585\text{km}$ 。下面考虑 BO 方向上由指挥舰拦截的第三批来袭导弹。

当第三批来袭导弹被指挥舰在 Y 点成功拦截下来之时，紧随而来的第三批来袭导弹也已经到达 Y 点，并利用指挥舰进行拦截准备的 7 秒时间，飞行到 C 点。此时，指挥舰的拦截准备已经完毕，从 O 点沿 OB 方向发射拦截导弹，与第四批来袭导弹在 D 点相遇，此时指挥舰对第二批反舰导弹的拦截任务完成。如图 5.10 所示：

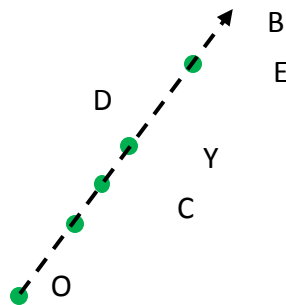


图 5.10

图 2.10 中 $OY=21.585\text{km}$ ， $YC=2.142\text{km}$ ，从而 $OC=21.585-2.142=19.443\text{km}$ 。假设来袭导弹从 C 点到 D 点用时 t_4 秒（拦截导弹从 O 到 Q 同样用时 t_4 秒），从而有 $0.816*t_4+0.306*t_4=19.443$ ，解得 $t_4=17.329$ 秒，从而 $OD=17.329*0.816=14.140\text{km}$ 。因此，指挥舰对来袭导弹的第四批拦截任务成功点在于 D 点。下面考虑 BO 方向上由指挥舰拦截的第五批来袭导弹。

当第四批来袭导弹被指挥舰在 D 点成功拦截下来之时，紧随而来的第五批来袭导弹也已经到达 D 点，并利用指挥舰进行拦截准备的 7 秒时间，飞行到 M 点。此时，指挥舰的拦截准备已经完毕从 O 点沿 OB 方向发射拦截导弹，与第五批来袭导弹在 N 点相遇。如图 5.11 所示：

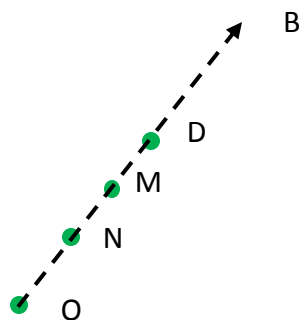


图 5.11

图 5.11 中 $OD=14.140\text{km}$, $DM=2.142\text{km}$, 从而 $OM=14.140-2.142=11.998\text{km}$ 。假设来袭导弹从 M 点到 N 点用时 t_5 秒 (拦截导弹从 O 到 Q 同样用时 t_5 秒), 从而有 $0.816 \cdot t_5 + 0.306 \cdot t_5 = 11.998$, 解得 $t_5 = 10.694$ 秒, $ON = 10.694 \cdot 0.816 = 8.726\text{km}$ 。此时 ON 的距离小于拦截导弹的最小射程 10km , 因此指挥舰对 BO 方向的第五批来袭导弹拦截失败, 只能拦截四批。综上, 在最危险的方向上, 我编队一共能拦截八批来袭导弹, 因此我编队的抗饱和攻击能力为八批。

6、问题三 (飞机预警后饱和能力的提高)

6.1 问题的分析

第三问的解题方法与第二问基本相同, 只不过在第二问的基础之上加上一个空中预警机。空中预警机能够预警距离指挥舰 200km 内的所有来袭导弹, 再加上拦截导弹的最大射程 80km 、最小射程 10km , 以及第二问的三个假设, 我们对第三问进行如下分析, 首先是第三问的示意图:

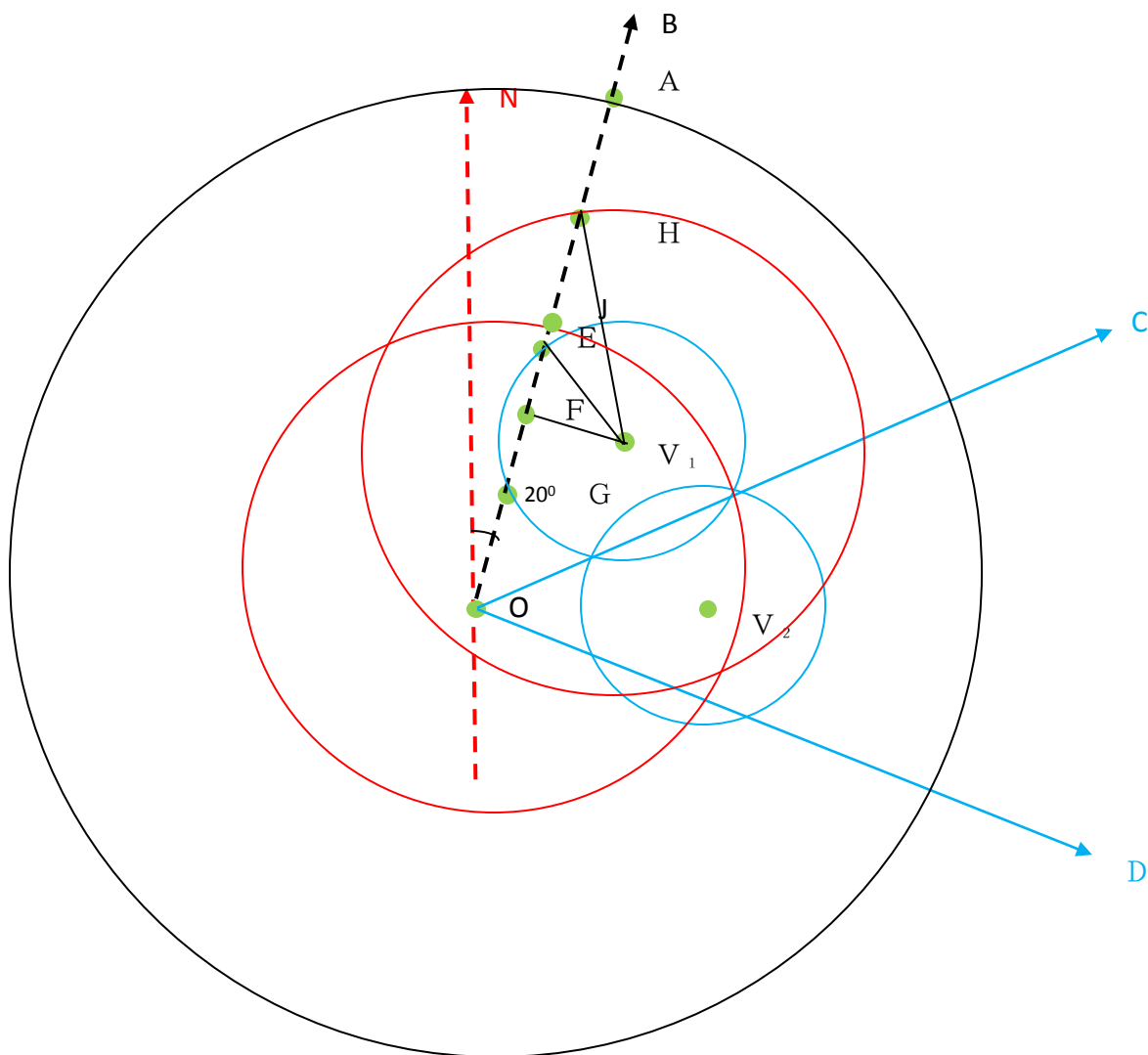


图 6.1

与第二问相同，由于我舰队拥有数据链，能够资源共享，因此我们仍然将BO方向上 V_1 护卫舰能够拦截的批数加上BO方向上指挥舰能够拦截的批数作为我舰队的抗饱和攻击能力。

图中 $OA=200\text{km}$ ， $OJ=80\text{km}$ ， $V_1H=80\text{km}$ ， $V_1E=30\text{km}$ ， $V_1F=20\text{km}$ ， $OF=42.890\text{km}$ ， $FH=77.460\text{km}$ ， $OH=120.350\text{km}$ ， $AH=79.650\text{km}$ 。

6.2 问题的解决

（一）BO方向 V_1 护卫舰能够拦截的反舰导弹最大批次分析

敌方反舰导弹从BO方向来袭，在到达A点时被我空中预警机发现并了解其走向及速度，从而可以预判敌方来袭导弹未来时间内所处位置。BO方向来袭导弹从A点到H点一共用时 $79.65/0.306=260.294$ 秒，而我 V_1 护卫舰发射的拦截导弹从 V_1 到H仅用时98.039秒。因此，虽然由于拦截导弹的最大射程限制不能将来袭导弹在H点之前摧毁，但是 V_1 护卫舰能根据空中预警机提供的信息，将发射出去的拦截导弹与BO方向来袭的第一批导弹在H点相遇。此时，

V_1 护卫舰完成第一次拦截任务。与第二问相同，BO 方向来袭的第二批导弹此时也已经到达 H 点，下面分析 V_1 护卫舰的第二次拦截任务。

当 BO 方向来袭的第二批导弹到达 H 点时， V_1 护卫舰并不能立刻发射拦截导弹，因为它要用 7 秒时间来做拦截准备。于是 BO 方向的第二批来袭导弹到达 I 点（ $HI=2.142\text{km}$ ）。在第二批来袭导弹到达 I 点的同时， V_1 护卫舰沿 V_1K 方向发射拦截导弹，与来袭导弹在 K 点相遇。如图 6.2 所示：

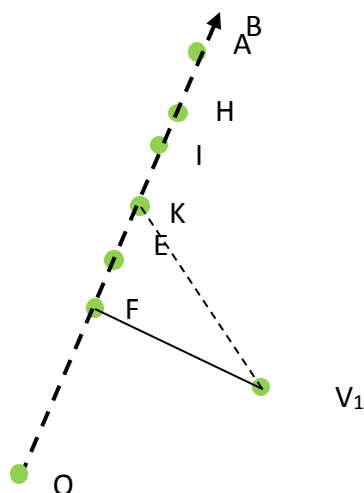


图 6.2

假设来袭导弹从 I 到 K 用时 t_1 秒（拦截导弹从 V_1 到 K 用时也为 t_1 秒），根据勾股定理有 $FK^2 + FV_1^2 = KV_1^2$ ，

从而有 $(77.460 - 2.142 - 0.306 \cdot t_1)^2 + 20^2 = (0.816 \cdot t_1)^2$ ，解得 $t_1 = 70.335$ 秒， $IK = 0.306 \cdot 70.335 = 21.522\text{km}$ 。

从而可知 $AK = AH + HI + IK = 79.650 + 2.142 + 21.522 = 103.314\text{km}$ ，由第二问中的分析可知 $OE = 65.251\text{km}$ ，又因为 $OA = 200\text{km}$ ，所以此时 K 点仍然在 E 点右上方。下面分析护卫舰的第三次拦截任务。

当 BO 方向的第二批来袭导弹在 K 点被拦截下来的同时，BO 方向上来袭的第三批导弹也已经到达 K 点，并且利用 V_2 护卫舰 7 秒的拦截准备时间飞行到 M 点。当 BO 方向上的第三批来袭导弹到达 M 点之时， V_1 护卫舰沿 V_1N 方向发射拦截导弹，并与 BO 方向来袭的第三批导弹在 N 点相遇，如图 6.3 所示：

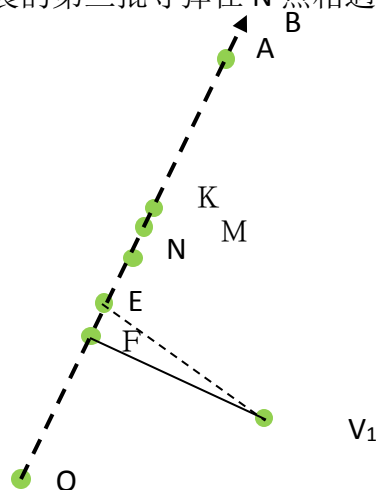


图 6.3

图 6.3 中 $AK=AH+HI+IK=103.314\text{km}$, $OF=42.890\text{km}$, 从而 $FK=200-103.314-42.890=53.796\text{km}$ 。假设 BO 方向的第三批来袭导弹从 M 到 N 用时 t_2 秒, 此时有 $FN=FK-KM-MN=53.796-2.142-0.306t_2$ 。根据勾股定理 $FN^2+FV_1^2=NV_1^2$, 即 $(53.796-2.142-0.306t_2)^2+20^2=(0.816t_2)^2$, 解得 $t_2=50.639$ 秒, $MN=15.495\text{km}$, 从而可得 $FN=53.796-2.142-15.495=36.159\text{km}$ 大于 $FE=22.361\text{km}$, 因此 BO 方向来袭的第三批导弹到达的 N 点依然位于 E 点的右上方。下面分析 V_1 护卫舰的第四次拦截任务。

当 BO 方向的第三批来袭导弹在 N 点被拦截下来的同时, BO 方向上来袭的第四批导弹也已经到达 N 点, 并且利用 V_1 护卫舰 7 秒的拦截准备时间飞行到 P 点。当 BO 方向上的第三批来袭导弹到达 P 点之时, V_1 护卫舰沿 V_1Q 方向发射拦截导弹, 并与 BO 方向来袭的第三批导弹在 Q 点相遇, 如图 6.4 所示:

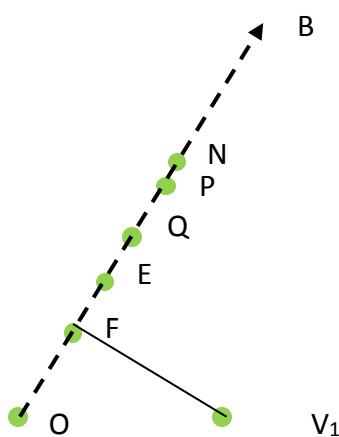


图 6.4

图 6.4 中 $NP=2.142\text{km}$, $FN=36.159\text{km}$ 。假设 BO 方向的第四批来袭导弹从 P 到 Q 用时 t_3 秒, 此时根据勾股定理 $FQ^2+FV_1^2=QV_1^2$, 有 $(36.159-2.142-0.306*t_3)^2+20^2=(0.816*t_3)^2$, 解得 $t_3=37.056$ 秒, $PQ=37.056*0.306=11.339\text{km}$ 。 $FQ=36.159-2.142-11.339=22.678\text{km}$, 大于 $EF=22.361\text{km}$, 因此 BO 方向来袭的第四批导弹到达的 Q 点仍然位于 E 点的右上方。下面分析 V_1 护卫舰的第五次拦截任务。

当 BO 方向的第四批来袭导弹在 Q 点被拦截下来的同时, BO 方向上来袭的第五批导弹也已经到达 Q 点, 并且利用 V_1 护卫舰 7 秒的拦截准备时间飞行到 X 点 (此时根据上面的计算, X 点已经位于 E 点的左下方)。当 BO 方向的第五批来袭导弹到达 X 点之时, V_1 护卫舰也同时沿 V_1Y 方向发射出拦截导弹, 并与 BO 方向上的第五批来袭导弹在 Y 点相遇, 如图 6.5 所示:

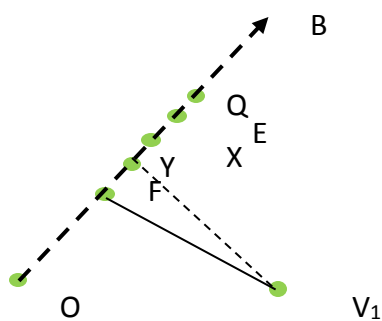


图 6.5

第七批来袭导弹从 W 到 U 用时 t_6 秒。根据勾股定理有 $FU^2 + FV_1^2 = UV_1^2$ ，从而有 $(0.004 + 0.306 \cdot t_6)^2 + 20^2 = (0.816 \cdot t_6)^2$ ，解得 $t_6 = 26.441$ 秒， $WU = 26.441 \cdot 0.306 = 8.091\text{km}$ 。下面分析 V_1 护卫舰的第八次拦截任务。

当 BO 方向的第七批来袭导弹在 U 点被拦截下来的同时，BO 方向上来袭的第八批导弹也已经到达 U 点，并且利用 V_1 护卫舰 7 秒的拦截准备时间飞行到 Z 点。当 BO 方向上的第八批来袭导弹到达 Z 点之时， V_1 护卫舰也同时沿 V_1L 方向发射出拦截导弹，并与 BO 方向上的第八批来袭导弹在 L 点相遇，如图 6.8 所示：

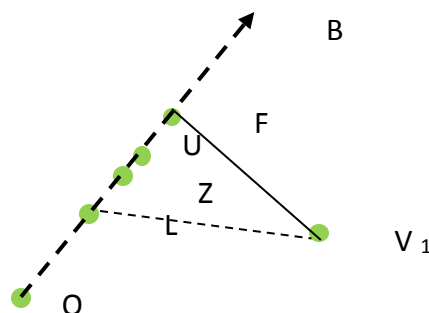


图 6.8

图 6.8 中 $UZ = 2.142\text{km}$ 。假设 BO 方向上来袭的第八批导弹从 Z 到 L 用时 t_7 秒。根据勾股定理 $FL^2 + FV_1^2 = LV_1^2$ ，

从而有 $(8.095 + 2.142 + 0.306 \cdot t_7)^2 + 20^2 = (0.816 \cdot t_7)^2$ ，解得 $t_7 = 35.676$ 秒， $ZL = 35.676 \cdot 0.306 = 10.917\text{km}$ ， $FL = 21.154\text{km}$ 。下面分析 V_1 护卫舰的第九次拦截任务。

当 BO 方向的第八批来袭导弹在 L 点被拦截下来的同时，BO 方向上来袭的第九批导弹也已经到达 L 点，并且利用 V_1 护卫舰 7 秒的拦截准备时间飞行到 a 点。当 BO 方向上的第九批来袭导弹到达 a 点之时， V_1 护卫舰也同时沿 V_1b 方向发射出拦截导弹，并与 BO 方向上的第九批来袭导弹在 b 点相遇，如图 6.9 所示：

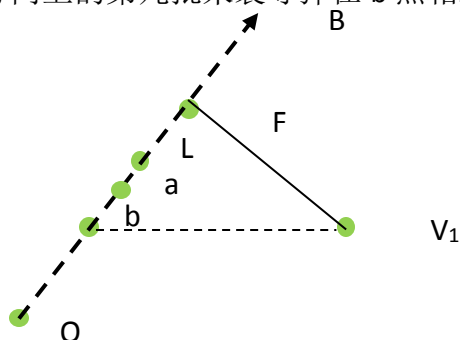


图 6.9

图 6.9 中 $FL = 21.154\text{km}$ ， $La = 2.142\text{km}$ 。假设 BO 方向上来袭的第九批导弹从 a 到 b 用时 t_8 秒。根据勾股定理 $Fb^2 + FV_1^2 = bV_1^2$ ，从而有 $(21.154 + 2.142 + 0.306 \cdot t_8)^2 + 20^2 = (0.816 \cdot t_8)^2$ ，解得 $t_8 = 54.915$ 秒， $ab = 54.915 \cdot 0.306 = 16.804\text{km}$ ， $Fb = 21.154 + 2.142 + 16.804 = 40.100\text{km}$ 。而根据第二问我们已经计算出 $OF = 42.890\text{km}$ ，因此 $Ob = 2.79\text{km}$ 。根据题中所说最小射程为 10km ，说明 V_1 对 BO 方向的来袭导弹的第九次拦截失败， V_1 只能拦截八次。

(二) BO 方向指挥舰能够拦截的反舰导弹最大批次分析

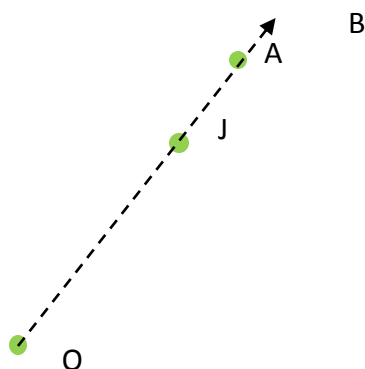


图 6.10

图 6.10 中 $OA=200\text{km}$, $OJ=80\text{km}$ 。根据题意, 当 BO 方向的来袭导弹到达 A 点时, 指挥舰就已经知道来袭导弹的前进方向和速度, 但是由于此时来袭导弹位于指挥舰的射程 (OJ) 之外, 因此无法对 BO 方向的来袭导弹进行拦截。但是和上面的分析类似, 指挥舰能够准确判断 BO 方向来袭的第一批导弹何时能够到达 J 点, 因此指挥舰所拦截的第一批导弹必定在 J 点。下面分析指挥舰的第二次拦截任务。

当 BO 方向的第一批来袭导弹在 J 点被拦截下来的同时, BO 方向上来袭的第二批导弹也已经到达 J 点, 并且利用指挥舰 7 秒的拦截准备时间飞行到 d 点。当 BO 方向上的第二批来袭导弹到达 d 点之时, 指挥舰也同时沿 Oe 方向发射出拦截导弹, 并与 BO 方向上的第二批来袭导弹在 e 点相遇, 如图 6.11 所示:

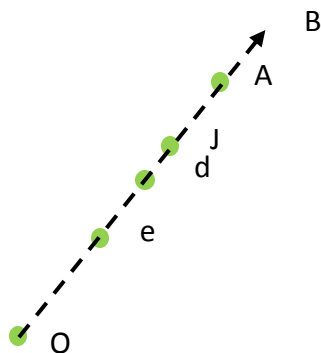


图 6.11

图 6.11 中 $Jd=2.142\text{km}$, 假设 BO 方向上来袭的第二批导弹从 d 点到 e 点用时 t_1 秒。从而有 $0.816*t_1+0.306*t_1=Od=80-2.142$, 解得 $t_1=69.392$ 秒,

$Oe=69.392*0.816=56.624\text{km}$, $ed=69.392*0.306=21.234\text{km}$ 。指挥舰对 BO 方向来

当 BO 方向的第二批来袭导弹在 e 点被拦截下来的同时, BO 方向上来袭的第三批导弹也已经到达 e 点, 并且利用指挥舰 7 秒的拦截准备时间飞行到 f 点。当 BO 方向上的第三批来袭导弹到达 f 点之时, 指挥舰也同时沿 Og 方向发射出拦截导弹, 并与 BO 方向上的第三批来袭导弹在 g 点相遇, 如图 6.12 所示:

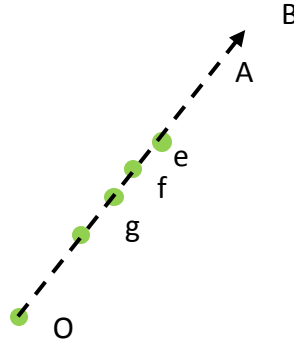


图 6.12

图 6.12 中 $ef=2.142\text{km}$, $Oe=56.624\text{km}$ 。

从而有 $Of=56.624-2.142=54.482\text{km}$ 。假设 BO 方向来袭的第三批导弹从 f 到 g 用时 t_2 秒，从而有 $0.816*t_2+0.306*t_2=54.482$ ，解得 $t_2=48.558$ 秒， $Og=48.558*0.816=39.623\text{km}$ 。指挥舰对 BO 方向来袭导弹的第三次拦截任务完成于 g 点，下面分析指挥舰的第四次拦截任务。

当 BO 方向上的第三批来袭导弹在 g 点被拦截下来的同时，BO 方向上来袭的第四批导弹也已经到达 g 点，并且利用指挥舰 7 秒的拦截准备时间飞行到 h 点。当 BO 方向上的第四批来袭导弹到达 h 点之时，指挥舰也同时沿 Oj 方向发射出拦截导弹，并与 BO 方向上的第四批来袭导弹在 j 点相遇，如图 6.13 所示：

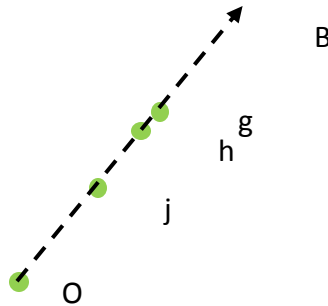


图 6.13

图 6.13 中 $gh=2.142\text{km}$, $Oh=39.623-2.142=37.481\text{km}$ 。假设 BO 方向来袭的第四批导弹从 h 点到 j 点用时 t_3 秒，从而有 $0.816*t_3+0.306*t_3=37.481$ ，解得 $t_3=33.406$ 秒， $Oj=33.406*0.816=27.259\text{km}$ 。

指挥舰对 BO 方向来袭导弹的第四次拦截任务完成于 j 点，下面分析指挥舰的第五次拦截任务。

当 BO 方向上的第四批来袭导弹在 j 点被拦截下来的同时，BO 方向上来袭的第五批导弹也已经到达 j 点，并且利用指挥舰 7 秒的拦截准备时间飞行到 k 点。当 BO 方向上的第五批来袭导弹到达 k 点之时，指挥舰也同时沿着 Om 方向发射出拦截导弹，并与 BO 方向上的第五批来袭导弹在 m 点相遇，如图 6.14 所示：

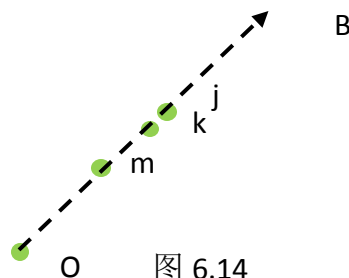


图 6.14

图 6.14 中 $jk=2.142\text{km}$, $Ok=27.259-2.142=25.117\text{km}$ 。假设 BO 方向来袭的第五批导弹从 k 点到 m 点用时 t_4 秒, 从而有 $0.816*t_4+0.306*t_4=25.117$, 解得 $t_4=22.386$ 秒, $Om=22.386*0.816=18.267\text{km}$ 。指挥舰对 BO 方向来袭导弹的第五

当 BO 方向上的第五批来袭导弹在 m 点被拦截下来的同时, BO 方向上来袭的第六批导弹也已经到达 m 点, 并且利用指挥舰 7 秒的拦截准备时间飞行到 r 点。当 BO 方向上的第六批来袭导弹到达 r 点之时, 指挥舰也同时沿着 Os 方向发射出拦截导弹, 并与 BO 方向上的第六批拦截导弹在 s 点相遇, 如图 6.15 所示:

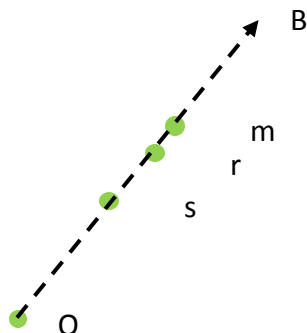


图 6.15

图 6.15 中 $mr=2.142\text{km}$, $Or=18.267-2.142=16.125\text{km}$ 。假设 BO 方向来袭的第六批导弹从 r 点到 s 点用时 t_5 秒, 从而有 $0.816*t_5+0.306*t_5=16.125$, 解得 $t_5=14.372$ 秒, $Os=14.372*0.816=11.727\text{km}$ 。指挥舰对 BO 方向来袭导弹的第五次拦截任务完成于 s 点, 下面分析指挥舰的第六次拦截任务。

根据上面的分析可知 $Os=11.727\text{km}$ 。而第六批来袭导弹利用指挥舰 7 秒的拦截准备时间能够前进 2.142km , 此时来袭导弹与指挥舰之间的距离已经小于 10km , 因此 BO 方向上的第六批来袭导弹指挥舰不能拦截, 指挥舰对 BO 方向上的来袭导弹最大拦截批数为五。

综上, 再有空中预警机的前提下, 在最危险的方向上, 我编队的抗饱和和攻击能力为十三批。比第二问多了五批。

7、问题四（识别空中目标可能的意图）

7.1 问题的分析

在判断空中目标的意图之前, 首先需要根据附件 A 中的数据计算出空中目标的方位角、距离、水平速度、航向角以及高度。在进行计算之前, 需要注意以下几点:

- 1、附件 1 中存在错误数据。我们注意到有一部分数据的时间、目标、高度均相同, 但是经纬度却不同, 因而我们认为该部分数据是错误数据, 解决办法是对于时间、目标、高度都相同的数据, 删掉第二次出现的行。
- 2、附件 1 中给出的经纬度均为弧度制, 因此我们根据 $1 \text{ 弧度}=57.29578 \text{ 度}$ 的原则将弧度制数据转换为角度制数据。
- 3、为简化期间, 我们在计算角度、距离时, 使用近似的平面直角坐标系进行计算, 由于地球的子午线总长度大约为 40008km , 纬度 $1 \text{ 度} = \text{大约 } 111\text{km}$, 纬度 $1 \text{ 分} = \text{大约 } 1.85\text{km}$, 纬度 $1 \text{ 秒} = \text{大约 } 30.9\text{m}$ 。在计算时, 我们根据经纬度数差, 先换算成相应的长度单位米后再进行计算。

7.2 问题的计算

（一）目标的距离。我们先分别求出指挥舰与目标之间的经度差与纬度差，再根据 $1^\circ = \text{大约 } 111\text{km}$ ，换算成实际长度，最后根据勾股定理计算出指挥舰到目标的距离。

（二）目标的速度。计算速度时我们使用的是平均速度。即分别根据每两个相邻时间点目标的经纬度，计算出相邻时间点目标的距离，除以间隔时间，即可算出相邻两个时间点内目标的速度，最后，将所有时间段内目标的速度求和后取平均数，即可得出目标在总的时间内运动的平均速度。

（三）目标的高度。经过计算，同一目标在任一时刻的高度不变，因此可以直接得出。

（四）空中目标的方位角。

如图所示：O 为指挥舰所在位置，A 为目标所在位置。

若目标在指挥舰的西南方向，则指挥舰与目标的经度差 AB（指挥舰的经度减目标的经度）与纬度差 OB（指挥舰的纬度减目标的纬度）全为大于 0 的正数，因而空中目标的方位角

$$\beta = \left(180 + \arctan \left(\left| \frac{\text{经度差} \times 11000}{\text{纬度差} \times 11000} \right| \right) \times 57.29578 \right) \div 360 \times 6400$$

注：arctan 求出的角度为弧度，也要转为角度，同时要把方位角单位转为 mil，换算方法为： $360^\circ = 6400\text{mil}$

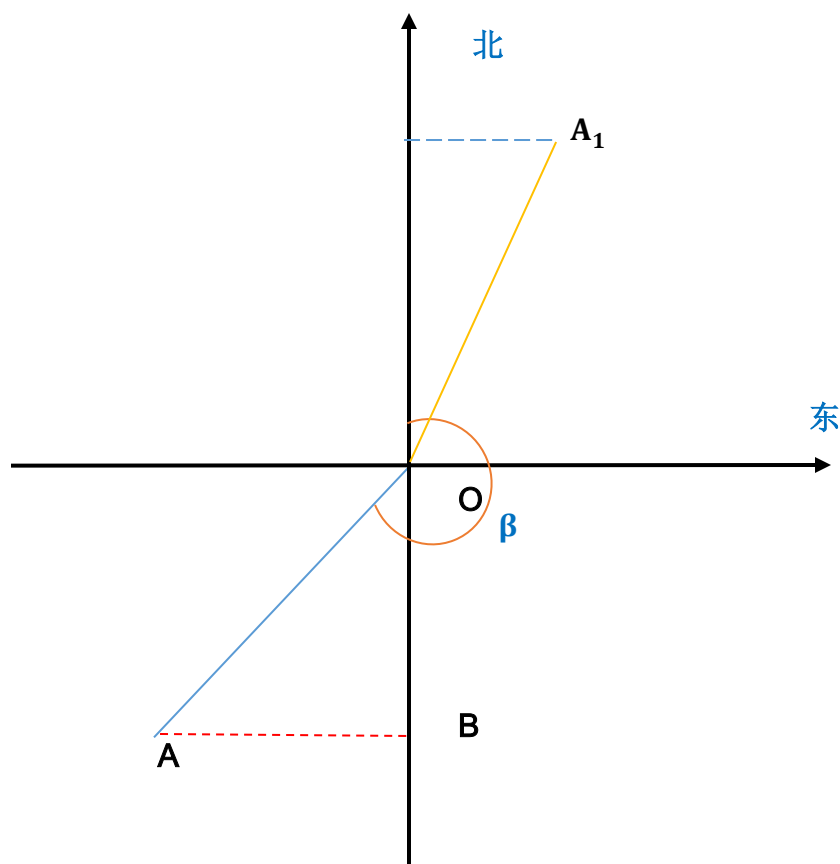


图 7.1

若目标在指挥舰的东北方向 A_1 处，如图所示，则此时的目标方位角为：

$$\beta = \left(\arctan \left(\left| \frac{\text{经度差} \times 11000}{\text{纬度差} \times 11000} \right| \right) \times 57.29578 \right) \div 360 \times 6400$$

同理可以求得：若目标在指挥舰的西北方向处，则此时的目标方位角为：

$$\beta = \left(360 - \arctan \left(\left| \frac{\text{经度差} \times 11000}{\text{纬度差} \times 11000} \right| \right) \times 57.29578 \right) \div 360 \times 6400$$

若目标在指挥舰的东南方向处，则此时的目标方位角为：

$$\beta = \left(180 - \arctan \left(\left| \frac{\text{经度差} \times 11000}{\text{纬度差} \times 11000} \right| \right) \times 57.29578 \right) \div 360 \times 6400$$

(五)、空中目标的航向角。

如图所示，E 为目标的最初时刻的位置，F 为目标最后时刻的位置，此时最后时刻的位置位于最初时刻位置的东北方

因此可以计算出目标的航向角为：

$$\theta = \left(\arctan \left(\left| \frac{\text{经度差} \times 11000}{\text{纬度差} \times 11000} \right| \right) \times 57.29578 \right)$$

同理，当最后时刻目标位置位于初始时刻目标位置的东南方时

$$\theta = \left(180 - \arctan \left(\left| \frac{\text{经度差} \times 11000}{\text{纬度差} \times 11000} \right| \right) \times 57.29578 \right)$$

当最后时刻目标位置位于初始时刻目标位置的西南方时

$$\theta = \left(180 + \arctan \left(\left| \frac{\text{经度差} \times 11000}{\text{纬度差} \times 11000} \right| \right) \times 57.29578 \right)$$

当最后时刻目标位置位于初始时刻目标位置的西北方时

$$\theta = \left(360 - \arctan \left(\left| \frac{\text{经度差} \times 11000}{\text{纬度差} \times 11000} \right| \right) \times 57.29578 \right)$$

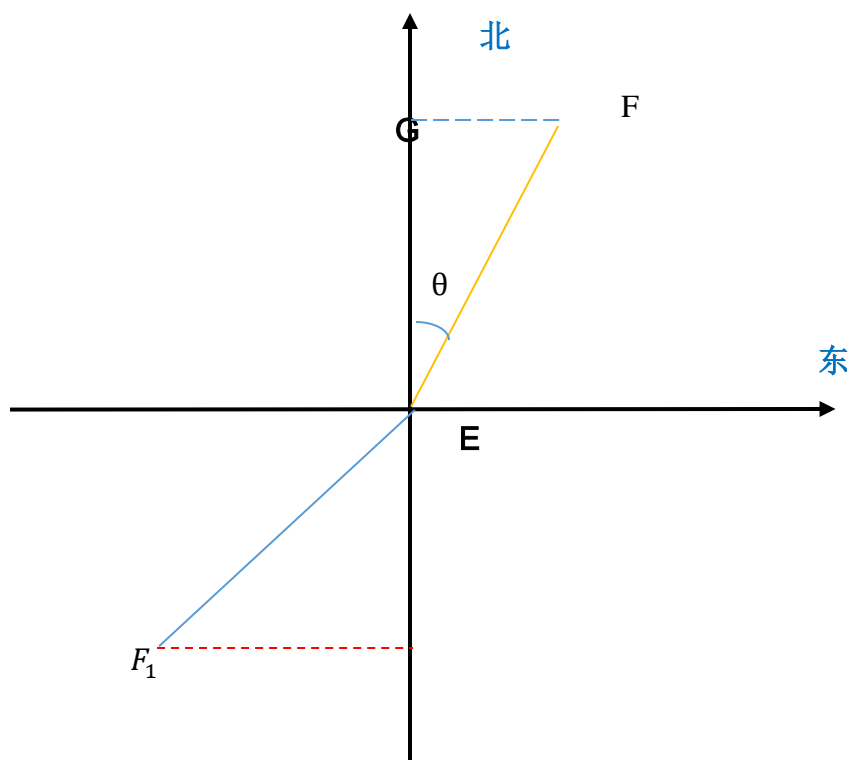


图 7.2

7.3 数据的计算

计算过程使用的软件是 R 语言^[3]，计算过程的代码在附件中。

计算出所有的数值后，再添加上表一中目标的雷达反射面积，合并成一个表格，用来存储每一个目标的所有数据。

现在来进行意图识别

(一)、在进行意图识别之前首先需要对数据做预处理^[4]。

表 2 中目标属性是分类变量，所研究的目标并没有这列变量，因而在将表 2 数据和计算所得数据合并之前，先剔除这一列数据。

意图中变量的种类有：侦查、攻击、掩护、监视、其它，因而所需识别的意图属于分类变量。为方便起见，我们分别用 1、2、3、4、5 来替代侦查、攻击、掩护、监视、其它。

将替换后的表 2 数据与计算的数据合并，得到新的数据表格，其中第 1 到 12 行数据为目标数据，第 13 到第 27 行数据为已知意图数据。

(二)、意图识别。

意图识别时，由于因变量是包含 5 个水平的分类变量，自变量全部为数量变量，因此，我们选用 5 种分类方法进行分类判别，分类的代码在附件 R 程序文件里。使用 5 种分类方法进行意图识别的结果如下：

方法 目标	混 合及灵 活判别 分析法	Fisher 判别法	随 机森林	k 近 邻分类	支 持向量 机
41006830	3	1	5	5	5
41006831	3	3	5	5	5
41006836	3	3	5	3	5
41006837	3	3	5	5	5
41006839	5	4	1	1	1
41006842	2	5	2	2	2
41006851	2	2	2	2	2
41006860	5	2	2	2	5
41006872	3	1	5	5	5
41006885	2	2	2	2	2
41006891	5	1	1	1	1
41006893	2	5	1	1	1

表 7.1

7.4 结果评估。

在进行分类时，我们所选择的分类方法可以分为两种：

经典判别分析方法。如混合及灵活判别分析法、Fisher 判别法。

（一）经典判别分析方法的原理是：如果作为因变量的分类变量有 k 个取值，而自变量包含 p 个变量，那么每一个观测值就是 p 维空间的一个点，整个训练集的各个点就可以按照已知的类别在 p 维空间中形成共有 n 个点的 k 个点群，对于每一个未知类别的点，离哪一个点群近，就可以分到哪一群。

（二）机器学习分类方法。如随机森林、 k 近邻分类、支持向量机。

由于经典判别法的理论推导需要一些无法验证的假定，而机器学习分类方法不需要依赖于对数据分布的假定，因而我们更倾向于机器学习分类方法的结果。

对于 41006837 号目标的意图判别，我们采用多数投票原则，认为其意图是侦查。

因此，根据机器学习分类方法的结果，目标的意图为

目标	目标意图
41006830	其它
41006831	其它
41006836	其它
41006837	其它
41006839	侦查
41006842	攻击
41006851	攻击
41006860	其它
41006872	其它
41006885	攻击
41006891	侦查
41006893	侦查

表 7.2

8、问题五（宏观的战略级信息化战争评估模型的建立）

8.1、背景介绍

随着信息化在军事中的普及以及应用，信息化条件下作战对传统的作战评估模型和作战结果已经产生重要的甚至某种程度上是决定性的影响，特别是海湾战争时期的，多国军事理论家用传统的兰彻斯特模型去解读当时的已经不同环境下的美伊双方，得到了与实际的结果大相径庭的答案。所以拥有侦察、预警、通信、导航这些信息化武器将赢得作战主动权，并最终赢得战争的胜利。如何正确量化评估信息的作用，是军事理论研究需要确定的问题。

1914 年，英国工程师兰彻斯特在英国《工程》杂志上发表了一系列论文中，首次从古代冷兵器进行战斗和近代运用枪炮进行战斗的不同特点出发，在一些简化假设的前提下，建立了相应的微分方程组，深刻的揭示了交战过程中双方兵力变化的数量关系。本文中除了保留原由的兰彻斯特方程，还加入了现代化的信息，包括复杂电磁环境、信息系统、指挥对抗、信息优势和系统稳定性。建立了基于信息化的兰彻斯特方程，描述现代作战中，信息化能力对战争的过程和结果的影响。

8.2、模型建立

兰彻斯特方程^[5]的主要形式有两种；一种是线性律，另一种是平方律。线性律是根据远距离作战模型得出的。假设交战双方的兵力是相互隐藏的，且火力是集中到集结区域，是对面的打击。平方律是基于现代战斗模型上的，假设的是双方暴露在对方的视线范围内，每一方都可以集中火力射击对方。

兰彻斯特线性律方程数学模型^[6]如下：

$$\begin{cases} \frac{dr}{dt} = -M_l r b \\ \frac{db}{dt} = -Q_l r b \end{cases} \quad (8.1)$$

式(6.1)中, r 为红方兵力数量; b 为蓝方兵力数量; M_l 为蓝方战斗成员作战效能; Q_l 为红方战斗成员作战效能。此时 M_l 和 Q_l 由下列公式计算:

$$M_l = \frac{A_r}{A_1} n_b p(r), \quad Q_l = \frac{A_b}{A_2} n_r p(b) \quad (8.2)$$

式(6.2)中, A_1 和 A_2 分别为红、蓝战斗成员的平均分布面积; A_r 和 A_b 是红蓝双方战斗成员的易损面积; n_b 和 n_r 是战斗成员的射速; $p(r)$ 和 $p(b)$ 是两方的毁伤概率。

平方律的数学模型^[7]如下:

$$\begin{cases} \frac{dr}{dt} = -M_s b \\ \frac{db}{dt} = -Q_s b \end{cases} \quad (8.3)$$

上式中, r 和 b 与线性律一样表示双方的兵力, M_s 和 Q_s 分别是红蓝方每一战斗成员在单位时间内平均毁伤对方战斗成员的数量。 M_s 和 Q_s 由下面的公式得出:

$$M_s = n_b p(r), \quad Q_s = n_r p(b) \quad (8.4)$$

此时的 n_b 、 n_r 和 $p(r)$ 、 $p(b)$ 与线性律定义相同。

以上是传统的兰彻斯特方程, 此时如果加入题目中要求的信息化条件, 那么可以构造一个既满足线性律又满足平方律的兰彻斯特模型^[8]。首先加入复杂电磁环境、信息系统、指挥对抗、信息优势和系统稳定性作为信息武器, X_1 、 X_2 、 X_3 、 X_4 和 X_5 对应上面的五个信息武器, 而由于五个信息化的不同职责以及在战场的作用的大小, 我们分别对五者进行一个排序, 排序的根据是附件 B 海湾战争的贡献度和附件 C 对信息化战争的描述以及在网上搜索的资料。复杂电磁环境和信息系统这两个因素是最重要的, 因为电磁环境对敌方造成损伤甚至直接致盲对方军队, 而信息系统是后三个因素的根本。指挥对抗, 信息优势都是建立在信息系统的基础上, 但是都可以对敌方造成威胁和打击。而系统稳定性则因为是被动的, 虽然很有用却是依然没有前面的因素有效, 因此被放在了最后。如果说是按比例来那么五个因素的比例为 3:3:1.5:1.5:1。这只是根据经验判断真实的比例需要经过不断的数据验证才能得到。此时将五个信息化武器加总可以得到一个总和我们称之为综合信息化指数 Y 。 $Y = X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5$ 。这样可以简化建模的复杂程度, 我们将 Y 引入兰彻斯特方程^[9]得到以下结果:

$$\begin{cases} \frac{dr}{dt} = -Y_b M_e b - (1 - Y_b) M_c r b \\ \frac{db}{dt} = -Y_r Q_e b - (1 - Y_r) Q_c r b \end{cases} \quad (8.5)$$

上市中 Y_b 和 Y_r 分别是红蓝双方的综合信息化指数, 两者的取值范围都是 $[0,1]$; b 为蓝方兵力总数, r 为红方的总数; M_e 和 M_c 分别为蓝方对暴露的红方和蓝方对隐蔽红方战斗成员的毁伤系数; Q_e 和 Q_c 分别为红方对暴露的蓝方和红方对隐蔽蓝方战斗成员的毁伤系数。

当 $Y_b = Y_r = 0$ 的时候, 则满足线性律的方程, 也满足完全隐蔽的假定; 当

$Y_b=Y_r=1$ 时，则满足平方律的方程，此时满足双方都是暴露的也就是信息完全。综合信息化指数都是最大的，双方只能暴露的兵戎相见。根据以上方程可以用 matlab 仿真^[10]的方法得到在不同条件下的战斗结果。

8.3 模型的求解

（一）仿真：两方兵力毁伤系数相同，双方的兵力数量也相同，但是双方的综合信息化指数不同，红方的电磁环境 0.2，信息系统 0.2、指挥对抗为 0.1，信息优势为 0.1，而系统稳定性很好为 0.1。反观蓝方的信息指数只有信息系统，和指挥对抗各为 0.05。此时 Y_b 和 Y_r 分别为 0.1 和 0.7。 $r=10$ ， $b=10$ ， $M_e=Q_e=0.1$ ， $M_c=Q_c=0.002$ 。仿真结果如下：

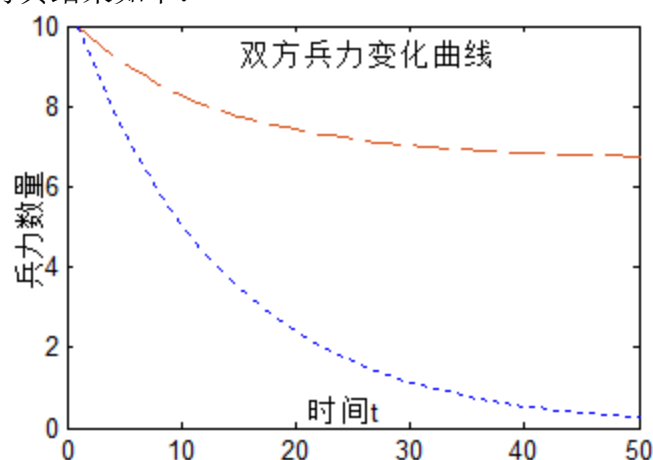


图 8.1

如上图，此时红线代表红方兵的变化，而蓝线表示蓝方兵力的变化，可以看出在各方面都相同的情况下，有信息优势的那一方有着绝对战略优势，可以以小代价就让敌人付出惨重的代价。当红方基本消灭蓝方时，红方才损失 3.25 的兵力，只不过消耗的时间 50 个单位时间。

（二）仿真 2：两方兵力毁伤系数相同，双方的兵力数量却不相同， $r=7$ ， $b=10$ ，并且双方的综合信息化指数不同，红方的电磁环境 0.3，干扰性很强，信息系统 0.2、指挥对抗为 0.1，信息优势为 0.1，而系统稳定性很好为 0.1。反观蓝方的信息依然指数只有信息系统，和指挥对抗各为 0.05。此时 Y_b 和 Y_r 分别为 0.1 和 0.8。 $M_e=Q_e=0.1$ ， $M_c=Q_c=0.001$ 。此时仿真的结果如下图：

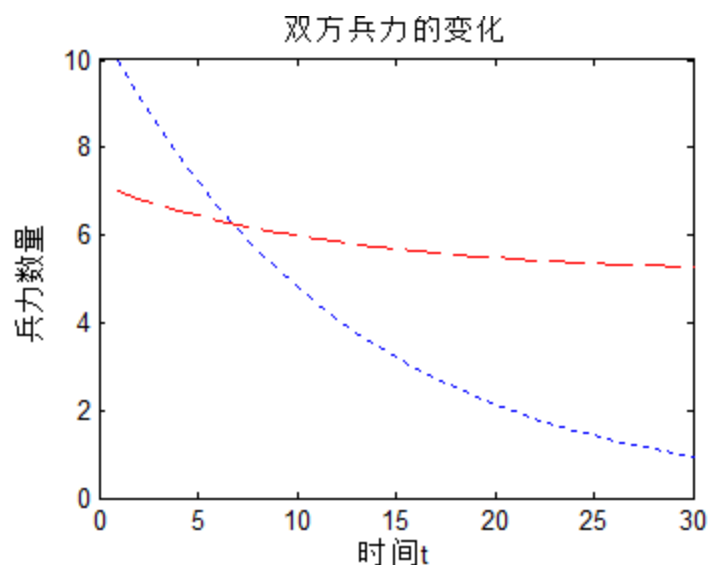


图 8.2

如上图，此时红线代表红方兵力的变化，而蓝线表示蓝方兵力的变化，可以看出在红方兵力小的情况下，蓝兵的兵力的多出三个单位。依然是有信息优势的那一方有着绝对战略优势，可以以很小代价就让敌人付出惨重的代价。当红方基本消灭蓝方时，红方才损失 1.7 的兵力，只用了 30 个单位时间。

从以上两个仿真可以看出即使在兵力相等甚至少于对方的情况下，如果有信息优势的另一方都可以轻而易举的歼灭对方，同时随着综合信息指数的少量上升，信息优势方付出的代价和战斗时间都会减少很多。

8.4 模型的验证与应用

这里我们用著名的海湾战争，对模型加以验证。将海湾战争中的兵力，损伤系数以及通过经验判断的综合信息化指数带入模型中去，观察与已得到的结果是否相同。

首先在武器装备的“质量”方面，美军占有绝对优势。

在海湾战争中，美军首次在实战中投入了两款新式武器装备，F-117 隐形战斗机和战斧巡航导弹。F-117 采用隐形设计，不易被对方雷达发现，一般携带 2 枚 907 公斤的激光制导炸弹，可以深入严密设防的敌方腹地进行精确打击为争夺制信息权，美军在开战首日就发射了超过 200 枚反辐射导弹，逼迫伊军防空导弹部队大幅降低雷达开机次数。美军发射了大量的无人机，引诱伊军打开雷达，然后，用反辐射导弹摧毁伊军的雷达，使伊军丧失了战场信息感知能力，失去引导的伊军地空导弹只能进行盲目的发射。

美军采用攻击机、武装直升机、反坦克导弹和火炮等非对称方式，消灭了大量伊军坦克，即使在坦克大战这种对称式作战方式下，伊军也彻底完败。

在这次战争中，美军飞机、坦克、步兵战斗车乃至单兵武器都装备有红外夜视装置、激光夜视仪和红外热成像设备等夜视夜瞄器材，这使美军的武器装备在夜间可以发挥同在白天一样的作战效能，使美军能昼夜不停地连续作战，更有效地打击伊军，更快地推进作战进程。

所以不管是伊方在暴露还是隐蔽下所能达到的毁伤系数都远远不能跟美军相比。

双方的兵力已经在附件中有所提及，在这里我就简单的将两方的总兵力当成 76 万，120 万。

而根据附件中所提到的双方悬殊的信息差距，美军在信息的各个方面都完全压制伊拉克，不管是干扰，信息的优势，以及指挥对抗都是完全碾压对手。设美军为红方，伊军为蓝方。所以这里我们设 $r=76$ ， $b=120$ ，并且双方的综合信息化指数不同，美方的电磁环境 0.3，干扰性很强，信息系统 0.2、指挥对抗为 0.15，信息优势为 0.15，而系统稳定性很好为 0.1。反观伊方的信息依然指数只有信息系统，和指挥对抗各为 0.025。信息优势完全没有，系统稳定这个指标已经在美军的轰炸中彻底烟消云散，电子干扰也可以忽略不计。所以 Y_b 和 Y_r 分别为 0.1 和 0.9。 $M_e=2$ ， $Q_e=0.1$ ， $M_c=0.1$ ， $Q_c=0.001$ 。这里设置完全暴露时美方可以通过强大的武器装备特别是空军以 20 倍的损伤系数压制伊军，同时在夜间由于前面提到美军的配备夜间的红外装置，激光夜射仪等，而伊军则完全在夜间是瞎子，所以设置在隐蔽的时候美军可以以 100 倍的损伤系数打击伊拉克，此时的伊拉克可以说完全对美国等欧洲联合部队有所威胁。

根据这些数据，可以模拟双方作战的过程和影响。下表是通过模拟得到的两方的损伤。

美军联合部队	伊拉克部队
76	120
75.97364143	118.473867
75.94762446	116.967296
75.92194458	115.480033
75.89659729	114.011826
75.87157818	112.562427
75.84688289	111.131592
75.82250715	109.71908

表 8.2

由上表可知在美军损伤 370 时伊军损失 1.5 万，通过推算伊军损失 2.5 万时美军大概损失 470。这个数字与附件 B 给出的美军损失 340，伊军损失 2.5 万时有所差距，但是差距并不大，当美军损失 1500 人左右时，伊军损失了 10 万人，这个和材料中的损失 1160 和 10 万人也是相差不多，因为毕竟美军的损失的人数实在太少相对于伊拉克都可以忽略不计了，基本都不在一个量纲上了。而这个差距有可能是因为我们依然低估了两方的信息和武器装备上的差距。

下图也可以粗略的表示交战双方的损失程度：

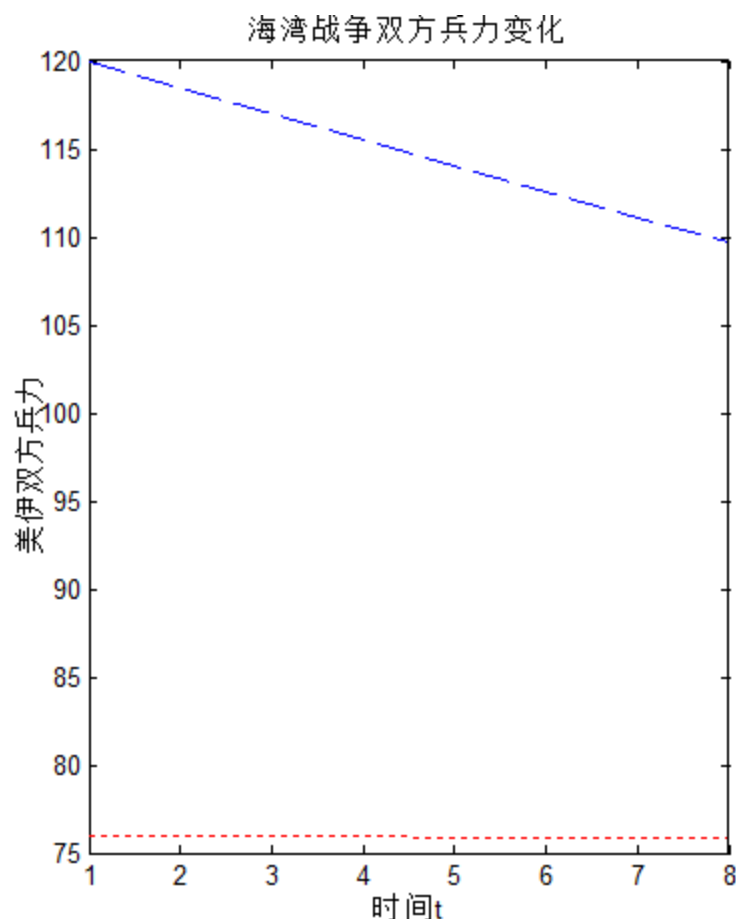


图 8.3

上图美军用红线表示，基本看不见它的变化，蓝线的伊拉克可以看见明显的下降。

这说明我们建立的这个模型有一定的意义和作用，通过海湾战争的验证更加说明了这一点，只是我们依然需要大量的数据和经验去判断各个系数的数值，从而才能更加准确的预测战争的走向和结果。

九、模型的评价和拓展

9.1 模型的评价

(1) 前三道题中我们对舰队编排队列和抗饱和攻击能力的时候分别用的是不同的预警范围。凸显出对待不同的题目我们的针对性不同。

(2) 第四题中我们知道先清洗数据再建立分类，同时用了五种方法去为敌方目标的意图进行分类。五种方法的使用并不是散乱矛盾的，而是互相补充相辅相成，为分类分析提供了更加广阔的思路和更加严谨的解答。

(3) 第五题中的建模思想是建立在兰彻斯特模型方程上，但是却结合了现当代的信息化武器，同时通过设立信息化的线性关系，简化了建模的步骤，降低了模型的复杂程度。

(4) 模型的编程也是我们的亮点，用了 R 和 matlab 这两个程序去解决本文的问题。

9.2 模型的拓展

本文同时也有一些地方需要继续拓展，继续深入和更加严谨的论证。

(1) 首先编排的舰队队形不一定是唯一的，我们没有考虑 20 千米相切但是离指挥舰的距离不同的情况。

(2) 如果要对第二问进行改进的话需要将其他护卫舰对最危险方向的救援划进去，只是救援路线不能在救援护卫舰 10 千米内，因为这样的工作量非常大，时间有限。

(3) 最后一问需要大量的数据搜索逼近各个信息因素的真实取值，得到更为精确的答案，再去预测。

十 参考文献

- [1]姜启源. 数学模型[M]. 高等教育出版社. 1993
- [2]李永刚. 舰艇编队对空防御队形优化配置模型[J]. 情报指挥控制系统与仿真技术, 2004,26(4)
- [3]Norman Mathloff. The Art of R Programing[M]. 机械工业出版社, 2013
- [4]Robert I. Kabacoff. R in Action and Graphics with R[M]. 人民邮电出版社, 2013
- [5] 张啸天等. 多维战争中兰彻斯特方程探讨[J].火力与指挥控制, 2008. 33(2)
- [6] 孔红山等. 兰彻斯特方程的系统动力学模型研究[J].计算机工程与设计.2011. 32(8)
- [7]史彦斌等. 基于兰彻斯特方程的信息支援效能研究[J].航空计算技术, 2007. 37(5)
- [8] 唐铁军, 徐浩军.应用兰彻斯特法进行体系对抗效能评估[J].火力与指挥控制, 2007. 32(8)
- [9]刘震鑫, 于小红, 杨庆. 空间信息支援下的兰彻斯特作战模型[J].兵工自动化 2011.30(5)
- [10]张磊, 毕靖, 郭莲英. MATLAB 实用教程[M]. 人民邮电出版社, 2008