

参赛密码 _____
(由组委会填写)



第十届华为杯全国研究生数学建模竞赛

题 目 基于多目标优化的变循环发动机性能最优化研究

摘 要

基于多目标优化的变循环发动机性能最优化研究对预测和诊断变循环发动机系统具有十分重要的理论意义和应用价值。本文主要采用非线性方程组模型、多目标规划模型、线性插值法、牛顿-拉夫森法和线性标量化方法等对变循环发动机中流量随压比函数值的变化，风扇和CDFS的出口总温、总压及流量，发动机共同工作稳态模型，发动机性能最优化，发动机在单涵道模式下相关特性数据变化规律等问题进行了研究。

对于问题一中的1)问，首先利用题目附件4中风扇特性数据表中所给出的有关数据，根据压比函数值 zz 与增压比 pr 的关系(见公式(1))得到对应于换算转速 n_{cor} 和增压比 pr 的压比函数值 zz (见表1)。通过MatlabR2010b 软件、表1及附件4中所给出的对应于换算转速 n_{cor} 和增压比 pr 的风扇流量 W_{fs} 的相关数据，拟合出流量随压比函数值的变化曲线(见图1)。可以看出：当换算转速 n_{cor} 固定时， W_{fs} 随着压比函数值 zz 的增大而减小；当换算转速 n_{cor} 增大时， W_{fs} 的变化幅度变小，不随压比函数值 zz 产生较大的波动。

对于问题一中的2)问,在风扇的出口总温、总压等于 $CDFS$ 的进口总温、总压的假设条件下,首先对风扇和 $CDFS$ 出口总温、总压和流量的计算公式(见公式(2)-(14))进行分析,得到计算相应总温、总压和流量的具体步骤(见(A)和(B))。然后,采用线性插值法并用 $MatlabR2010b$ 软件编程(见附录1程序2)计算出风扇的出口总温、总压和流量值分别为:379.4859、1.3804、19.0456, $CDFS$ 的出口总温、总压和流量值分别为:420.5204、1.8009、17.1606。最后对问题2)中的参数 n_L 和 n_H 进行了初步的灵敏度分析。

对于问题二,首先根据题目附录中所给出的相关公式将发动机7个平衡方程(16)-(22)转化为方程(16)'-(21)'。进而依据这些方程建立了变循环发动机共同工作平衡方程的稳态数学模型(见方程组(23)、(27)、(28)、(28)'、(28)''),并利用牛顿-拉夫森法($Newton-Raphson$)对该模型进行求解,具体结果见表3。在 $Newton-Raphson$ 法计算过程中,通过选取合适的初猜值及收敛残差,可使该模型的迭代收敛次数较少(≤ 100)且算法具有二阶收敛速度。

对于问题三中的1)问,在尾喷管始终处于临界或超临界状态的假设条件下,首先对发动机的性能参数进行分析,得到发动机性能参数的具体计算公式(见公式(31)-(50))。然后建立了以发动机推力极大化、单位推力极大化和耗油率极小化为目标的多目标优化模型(见模型I)。最后通过线性标量化方法并利用 $MatlabR2010b$ 编程对(模型I)进行了求解,结果见表4。

对于问题三中的2)问,在保证发动机特性最优的条件下,研究了低压涡轮和 $CDFS$ 的导叶角、尾喷管喉道面积关于飞行马赫数 Ma 的变化规律。结果表明:在一定范围内,低压涡轮和 $CDFS$ 的导叶角随飞行马赫数的增加而减小;尾喷管喉道面积随飞行马赫数的增加而增加。最后利用 $MatlabR2010b$ 软件给出其具体的变化趋势图(见图2、3、4)。

关键词: 变循环发动机,非线性方程组模型,多目标规划模型,线性插值,牛顿-拉夫森法,线性标量化方法,灵敏度分析

1 问题重述

由飞机/发动机设计原理可知,对于持续高马赫数飞行任务,需要高单位推力的涡喷循环,反之,如果任务强调低马赫数和长航程,就需要低耗油率的涡扇循环。双涵道变循环发动机可以同时具备高速时的大推力与低速时的低油耗。变循环发动机的内在性能优势,受到了各航空强国的重视,是目前航空发动机的重要研究方向。

双涵道变循环发机构造的主要部件有:进气道、风扇、副外涵道、*CDFS*涵道、核心驱动风扇级(*CDFS*)、主外涵道、前混合器、高压压气机、主燃烧室、高压涡轮、低压涡轮、后混合器、加力燃烧室、尾喷管。双涵道模式下,选择活门和后混合器(后*VABI*)全部打开;单涵道模式下,选择活门关闭,后混合器关小到一定位置。双涵道变循环发动机各部件之间有着紧密的联系,变循环发动机为双转子发动机,风扇与低压涡轮相连,*CDFS*、高压压气机与高压涡轮相连。变循环发动机有两种工作模式,分别为涡喷模式和涡扇模式。发动机各部件匹配工作时,将要受到诸如低压轴功率平衡、高压轴功率平衡等7个平衡方程制约。

燃气涡轮发动机的特性可以用实验方法和计算方法获得。但实验的方法需要研制复杂的设备、投入巨额的资金和消耗巨大的能源,因此实验的方法不可能经常采用。随着计算能力的不断提高,发动机数学模型研究的不断深入,计算机仿真精度也在不断提高,一定程度上弥补了实验方法的不足,尤其是在发动机型号研制过程中,燃气涡轮发动机计算机仿真技术发挥了不可替代的作用。燃气涡轮发动机是由进气道、压气机、主燃烧室、涡轮、喷管等部件组成的。如果计算机能够对这些部件的性能进行准确的模拟,那么也就能准确地模拟整个发动机的性能。这种建立在准确模拟发动机各部件性能基础上的发动机性能计算方法,称为部件法。该方法是建立在发动机各部件特性已知的基础上的,因此是计算精度较高的一种方法。附件1分别对变循环发动机每个部件的计算公式进行了逐一介绍。

试根据上面给出的有关知识,建立相应的数学模型分析研究下面的问题:

- (1) 画出附录4中风扇特性数据表中流量随压比函数值变化的图形。
- (2) 设在发动机飞行高度 $H = 11\text{km}$,飞行马赫数 $Ma = 0.8$ 的亚音速巡航点,导

叶角度均设置为 0° ，风扇和 $CDFS$ 的物理转速都为0.95，风扇和 $CDFS$ 的压比函数值都为0.5，求风扇和 $CDFS$ 的出口总温、总压和流量。

(3) 设在发动机飞行高度 $H = 11km$ ，飞行马赫数 $Ma = 0.8$ 的亚音速巡航点，采用双涵道模式，导叶角度均设置为 0° ，选择活门完全打开，副外涵道面积设为 $1.8395e+003$ ，后混合器出口总面积设置为 $2.8518e+004$ ，尾喷管喉道面积 $A_8 = 9.5544e+003$ ， $n_L = 0.85$ 。运用或设计适当的算法求解由发动机7个平衡方程组成的非线性方程组。要求陈述算法的关键步骤及其解释，尽可能讨论算法的有效性。

(4) 设在发动机飞行高度 $H = 11km$ ，飞行马赫数 $Ma = 1.5$ 的超音速巡航点，发动机采用单涵道模式，将选择活门面积设置为0，风扇导叶角度、高压压气机导叶角度、高压涡轮导叶角度均设置为 0° ，后混合器面积设置为 $2.8518e + 004$ 。请问发动机 $CDFS$ 导叶角度、低压涡轮导叶角度和喷管喉道面积3个量为多少时，发动机的性能最优？

(5) 试研究发动机飞行高度 $H = 11km$ ，飞行马赫数从 $Ma = 1.1$ 变化到 $Ma = 1.6$ ，发动机特性最优时， $CDFS$ 导叶角度、低压涡轮导叶角度，尾喷管喉道面积随飞行马赫数的变化规律。此时发动机采用单涵道模式，将选择活门面积设置为0，风扇导叶角度、高压压气机导叶角度、高压涡轮导叶角度均设置为 0° ，后混合器出口总面积设置为 $2.8518e + 004$ ，后混合器内、外涵道面积可调(即不受后混合器给定的内、外涵道面积值的约束)。

2 问题分析

对于问题(1)，首先可以充分利用附录4中风扇特性数据表中所给出的有关数据，对压气机增压比 pr 的压比函数值 zz 的关系进行分析，得到增压比 pr 的压比函数值 zz 的函数关系式。然后利用此函数关系式，得到与换算转速 n_{cor} 和压气机增压比 pr 相一致的压比函数值 zz ，如果允许的话可以用表格展示出来。最后，通过相关的数学软件、压比函数值 zz 表格中的数据及附录4中所给出的相应于换算转速 n_{cor} 和压气机增压比 pr 的流量 W_{fs} 的数据，描点作图法在 $Matlab$ 数学软件中画出风扇特性数据表中流量随压比函数值变化的图形，并据此分析了流量 W_{fs} 随压比函数值 zz 的变化趋势。

对于问题(2)，发动机飞行高度 $H = 11km$ ，飞行马赫数 $Ma = 0.8$ 的亚音速巡航应

属涡扇模式工作状态,所以只考虑在涡扇模式下对压气机风扇和CDFS出口总温、总压和流量的研究。可以先对风扇和CDFS出口总温、总压和流量的计算进行分析,给出具体的计算公式。得到相应的计算公式之后可以进一步的给出计算的具体计算步骤。然后采用线性插值法并利用Matlab软件编程得到计算公式中的有关数据。最后,通过具体的计算公式及计算步骤代值计算出压气机风扇和CDFS出口总温、总压和流量值。

对于问题(3),航空发动机共同工作方程用一组反映质量流量平衡和能量平衡的非线性方程来描述。在给定独立猜值变量和控制量后,稳态模型的求解就成为非线性方程组求解的问题。本文可以通过分析发动机各部件匹配工作时,受制约的有关平衡方程建立了变循环发动机共同工作平衡方程的稳态非线性方程组数学模型。非线性方程组求解一般方法有牛顿-拉夫森法(*Newton - Raphson*)、 $N + 1$ 点残量法、拟牛顿法(布罗登法*broyden*)、最速下降法(梯度法)、遗传算法等。*Newton - Raphson*法和 $N + 1$ 点残量法是应用最为广泛的两种方法。本文可以采用*Newton - Raphson*迭代法来求解非线性方程组。在利用*Newton - Raphson*法计算的过程中,可以通过选取合适的初猜值及收敛残差,测试该模型是否能够在有限次内迭代收敛,预测和估计算法收敛速度

对于问题(4),在尾喷管始终处于临界或超临界状态的假设条件下,可以对发动机的性能的推力参数 F 、单位推力参数 F_s 及耗油率参数 sfc 的计算公式中的变量进行细致的进行分析,得到各个变量的具体计算方法和公式,这样进一步可以得到发动机的三个性能参数的计算公式。根据对发动机性能最优化的要求分析得出需要考虑对相应的推力 F 、单位推力 F_s 以及耗油率 sfc 进行最优化,这是多个目标的最优化问题,所以本文就此建立了发动机性能最优化多目标数学模型。解决多目标规划有许多经典的数学方法,比如说线性加权和法、主要目标法、理想点法、极大极小法、安全法、评价函数法、分层排序法、分组排序法、可行方向法、交互规划法、中心法、重点目标法等等。本文可以应用最为广泛的线性标量化方法对该多目标数学模型的解进行求解。

对于问题(5),在飞行马赫数 Ma 变动以及保证发动机特性最优的情况下,本文可以先对CDFS、低压涡轮的导叶角以及尾喷管喉道面积的变化规律进行研究进行仔细的研究分析,进而得出低压涡轮导叶角、CDFS导叶角以及尾喷管喉道面积随飞行马赫

数的具体变化规律, 为了更加形象直观地表示出低压涡轮导叶角、*CDFS* 导叶角以及尾喷管喉道面积随飞行马赫数的变化规律, 可以利用 *MatlabR2010b* 软件画出三者随飞行马赫的变化图形进行说明分析。

3 模型假设

- (1) 忽略燃油在燃烧室中燃烧延迟的影响。
- (2) 气流在各个部件的流动都按准一维流动处理, 即各个截面气流参数作平均处理。
- (3) 忽略通过高、低压涡轮特性数据线性插值得到的高压涡轮流量中冷却的空气流量。
- (4) 假设在拉瓦尔(收敛-扩张)尾喷管中, 任意截面总温、总压、流量均不变。
- (5) 假设在一定的条件下尾喷管始终处于临界或超临界状态, 即速度系数 $\lambda_8 = 1$ 。
- (6) 高压压气机后不经主燃烧室的分流气流为冷却气流, 我们可以忽略不计。
- (7) 假设发动机在不同模式下设计点参数和各个部件的特性均已知。
- (8) 假设风扇的出口总温、总压和 *CDFS* 进口的总温总压近似相等。

4 符号说明

注释表

符号	说明	符号	说明
A	面积, m^2	pr	增压比或落压比
c	气流速度, m/s	R	气体常数
C_p	定压比热, $J/(kg \cdot K)$	sfc	单位耗油率
d	湿度	T	温度, K
f	油气比	V	飞行速度, m/s
F	推力	W	流量, kg/s
F_s	单位推力	W_f	主燃烧室的燃油油量
h	焓, J/kg	zz 或 Z	压比函数值

H	飞行高度, km	α	导叶角
H_u	燃油低热值, J/kg	γ	气体绝热指数
k_m	流量系数	η	机械效率
Ma	马赫数	λ	速度系数
n	转子转速, rpm	ξ_b	燃油效率
N	功率, W	σ	总压恢复系数
p	静压, bar	ψ	熵, J/K

发动机各个截面数字下标说明

各截面数字下标	说明	各截面数字下标	说明
0	进气道进口	1	进气道出口
2	风扇出口	21	副外涵
3	主燃烧室进口	4	主燃烧室出口
6	后混合器出口或加力燃烧室	7	加力燃烧室出口
8	尾喷管喉部	9	尾喷管出口
13	$CDFS$ 涵道进口	15	前混合器出口
41	高压涡轮进口	45	低压涡轮进口
61	后混合器内涵出口	62	后混合器外涵出口
125	$CDFS$ 涵道出口	225	副外涵道出口

下标

下标	说明
air	空气

CH	高压压气机
cor	换算参数
ei	理想
fs 或 CL	风扇
in	进口
map	特性图
mH	高速轴
mL	中间轴
out	出口
st	纯燃气
TH	高压涡轮
TL	低压涡轮

缩略词

缩略词	英文全称
$CDFS$	<i>Core Drive Fan Stage</i>
VCE	<i>Variable Cycle Engine</i>
$VABI$	<i>Variable Area Bypass Injector</i>
$VATN$	<i>Variable Area Turbine Nozzle</i>

5 模型的建立与求解

5.1 变循环发动机风扇数据表中流量随压比函数值变化图形的研究

设压气机某换算转速所对应的压气机增压比数据(见附件4)的最大值为 pr_{max} ，最小

值为 pr_{min} ，则定义该换算转速对应的压气机增压比 pr 的压比函数值 zz 为:

$$zz = \frac{pr - pr_{min}}{pr_{max} - pr_{min}}, \quad (1)$$

即压气机增压比的标准化变量.因此，由公式(1)及附件4中风扇特性数据表中所给出的相关数据，可以计算出变循环发动机的压比函数值 zz ，如下表1所示：

表1: 压比函数值 zz

0.4	0.5	0.6	0.7	0.81	0.9	0.95	1	1.075
0.5	0.117736	0.119572	0.11908	0.107614	0.111511	0.104765	0.093383	0.065917
0.5	0.230252	0.230852	0.230352	0.211084	0.221189	0.208261	0.186786	0.131834
0.5	0.338476	0.335622	0.336563	0.310506	0.327264	0.310228	0.280189	0.197751
0.5	0.434868	0.432011	0.432651	0.404723	0.427935	0.410562	0.373572	0.263669
0.5	0.522561	0.525011	0.52086	0.494024	0.522646	0.508357	0.466975	0.329598
0.5	0.605730	0.613107	0.6002456	0.577928	0.612969	0.601073	0.560378	0.395515
0.5	0.675792	0.691841	0.673126	0.655904	0.694744	0.688321	0.653761	0.461433
0.5	0.740865	0.758181	0.736678	0.72641	0.768495	0.767718	0.743448	0.52735
0.5	0.792367	0.814356	0.792857	0.78906	0.83478	0.837138	0.827128	0.593267
0.5	0.834358	0.859296	0.84137	0.843614	0.895431	0.894976	0.89709	0.6567397
0.5	0.86916	0.891485	0.882293	0.891518	0.943147	0.939856	0.957745	0.714963
0.5	0.89746	0.918145	0.917215	0.929976	0.978975	0.972532	0.993854	0.765964
0.5	0.921007	0.940348	0.946208	0.95865	0.99738	0.991423	1	0.81086
0.5	0.939914	0.958181	0.96544	0.979904	1	1	0.987094	0.850185
0.5	0.956502	0.971823	0.97925	0.993205	0.99476	0.999326	0.966679	0.88596
0.5	0.968797	0.983504	0.989082	0.998169	0.983724	0.98787	0.942508	0.917752

0.5	0.979237	0.991262	0.995011	0.999855	0.969117	0.973025	0.915175	0.947845
0.5	0.990140	0.997414	0.999277	1	0.953201	0.956389	0.884719	0.975033
0.5	1	1	1	0.997446	0.938235	0.936151	0.851279	1

上表(表1)中第一行的数值(0.4,0.5,0.6,0.7,0.81,0.9,0.95,1,1.075)对应于附录4中的换算转速 n_{cor} 的值，每一列值分别对应于附录4中相应的换算转速 n_{cor} 和相应压气机增压比 pr 的下所计算得到的压比函数值 zz 。

下面通过 $MatlabR2010b$ 软件、表1及附录4中所给出的相应的换算转速 n_{cor} 和相应压气机增压比 pr 的流量 W_{fs} 的数据，画出风扇特性数据表中流量随压比函数值变化的图形(见附录1中程序1)，如图1所示。

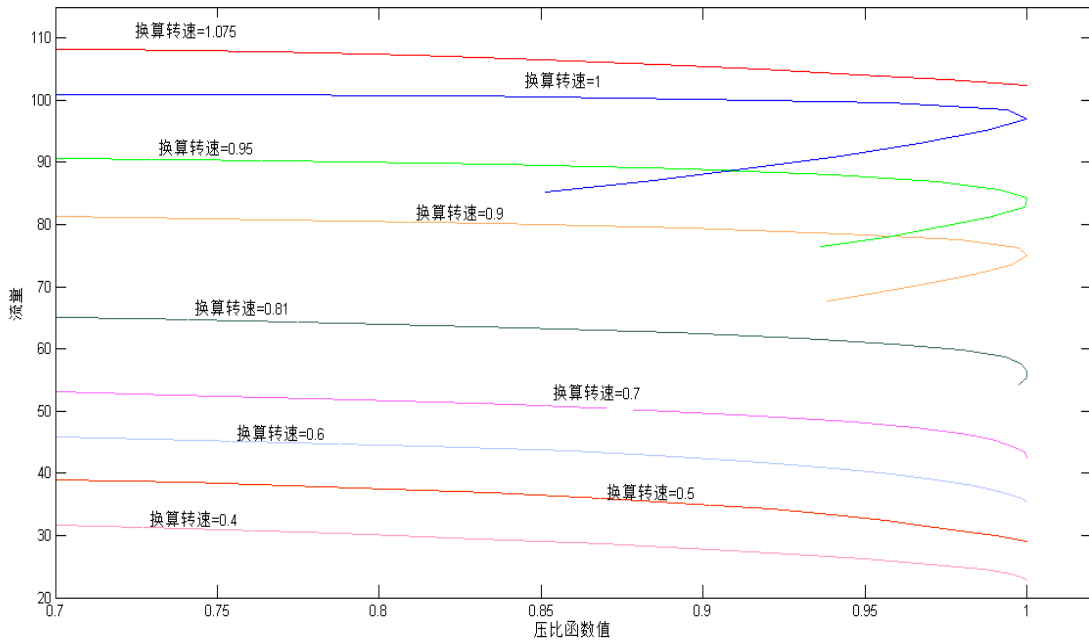


图 1: 风扇特性数据表中流量随压比函数值变化的图形

上图(图1)中，分别用九中不同的颜色描绘出了风扇特性数据表中流量 W_{fs} 随压比函数值 zz 变化的图形。从图1中，能够清楚的看出在压比函数值 zz 取值相同的情况下，流量 W_{fs} 随着换算转速 n_{cor} 的增大而增大；在换算转速 n_{cor} 取定的情况下， W_{fs} 随着压比函数值 zz 取值的增大而减小；在换算转速 n_{cor} 取值越大的情况下， W_{fs} 的变化趋于稳定，不随着压比函数值 zz 取值的增大或减小产生较大范围的波动。

变循环发动机的内在性能优势,受到了各航空强国的重视,是目前航空发动机的重要研究方向,因此,流量随压比函数值变化分析研究的理论结果对合理制定变循环发动机生产方案管理提供实时可靠的数据支持。

5.2 变循环发动机风扇和CDFS的出口总温、总压和流量计算及灵敏度分析

这一部分,在发动机飞行高度 $H = 11km$,飞行马赫数 $Ma = 0.8$ 的亚音速巡航点(即涡扇模式),压气机的导叶角度 $\alpha = 0^\circ$,风扇和CDFS的物理转速都为0.95,风扇和CDFS的压比函数值都为0.5等这些已知前提条件下,考虑风扇和CDFS的出口总温、总压和流量值。

在已知发动机飞行高度 $H = 11km$ 、飞行马赫数 $Ma = 0.8$ 前提下计算变循环发动机风扇和CDFS的出口总温、总压和流量。为此,首先进气道出口总温、总压的计算。

1)进气道出口总温、总压的计算。其具体计算的算法步骤如下:

计算步骤(A)

step1: 利用如下公式(2),计算标准大气条件下环境压力 p_0 (静压)和环境温度 T_0 (静温):

$$\begin{cases} p_0 = 1.01325 \times \left(1 - \frac{H}{44.308}\right)^{5.2553} \\ T_0 = 288.15 - 6.5 \times H \end{cases} \quad (2)$$

其中,高度 H 的单位为 km ,温度的单位为 K ,压力的单位为 bar . 通过代值计算可得: $p_0 = 0.2262$, $T_0 = 216.6500$.

step2: 利用如下公式(3),计算进气道进口的总温、总压:

$$\begin{cases} T_0^* = T_0 \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} Ma^2\right) \\ p_0^* = p_0 \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} Ma^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \end{cases} \quad (3)$$

其中, γ 为气体绝热指数,纯空气 $\gamma = 1.4$,燃气 $\gamma = 1.33$. 在纯空气条件下,通过代值计算可得: $T_0^* = 244.3812$, $p_0^* = 0.3447$.

step3: 利用如下公式(4),计算进气道总压恢复系数:

$$\begin{cases} \sigma_i = 1.0, Ma \leq 1 \\ \sigma_i = 1.0 - 0.075(Ma - 1)^{1.35}, Ma > 1 \end{cases} \quad (4)$$

在飞行马赫数为 $Ma = 0.8$ 的亚音速巡航点(即涡扇模式)下, 通过代值计算得到: $\sigma_i = 1.0$.

step4: 利用如下公式(5), 计算进气道出口总温、总压:

$$\begin{cases} T_1^* = T_0^* \\ p_1^* = p_0^* \cdot \sigma_i \end{cases} \quad (5)$$

通过代值计算可得: $T_1^* = 244.3812$, $p_1^* = 0.3447$.

至此, 压气机进口总温 T_{in}^* 、总压 P_{in}^* 、压气机的压比函数值 zz 、物理转速 n 、压气机导叶角度 α 均已经知道. 由于双涵道变循环发动机的风扇和 $CDFS$ 部件都采用同一种计算方法, 因此下面同一的给出对变循环发动机风扇和 $CDFS$ 的出口总温、总压和流量计算的算法步骤.

2) 变循环发动机风扇和 $CDFS$ 的出口总温、总压和流量计算的算法步骤:

计算步骤(B)

step1: 利用如下公式(6), 计算压气机部件(风扇、 $CDFS$)换算转速:

$$n_{cor} = n \sqrt{\frac{T_{in,d}^*}{T_{in}^*}} \quad (6)$$

其中, 风扇: $T_{in,d}^* = 288.15$, $CDFS$: $T_{in,d}^* = 428.56862609$. T_{in}^* 为压气机进口总温.

step2: 利用如下公式(7), 计算压气机部件(风扇、 $CDFS$)增压比、效率和换算流量:

注意到, 压气机部件(风扇、 $CDFS$)的增压比 pr_c 、效率 η_c 和换算流量 W_c 分别是其换算转速 n_{cor} 和压比函数值 zz 及导叶角 α 的函数.

$$\begin{cases} pr_c = pr_c(n_{cor}, zz, \alpha) \\ \eta_c = \eta(n_{cor}, zz, \alpha) \\ W_c = W(n_{cor}, zz, \alpha) \end{cases} \quad (7)$$

其中压气机部件(风扇、 $CDFS$)的增压比 pr_c 、效率 η_c 和换算流量 W_c 的求法如下:

step2(a): 附件4分别给出了风扇、 $CDFS$ 的特性数据. 利用线性插值法计算出压气机部件(风扇、 $CDFS$)的换算转速为 n_{cor} 、压比函数值为 zz 时的特性图上的增压比 $pr_{c,map}$ 、效率 $\eta_{c,map}$ 和换算流量 $W_{c,map}$.

step2(b): 将*step2(a)*求的特性图上的增压比 $pr_{c,map}$ 、效率 $\eta_{c,map}$ 和换算流量 $W_{c,map}$ 带入下面的公式(8)，修正后得到压气机部件(风扇、*CDFS*)的增压比、效率和换算流量：

$$\begin{cases} pr_c = C_{pr}(pr_{c,map} - 1)(1 + \frac{k_{pr}}{100}\alpha) + 1 \\ \eta_c = C_\eta \eta_{c,map}(1 + \frac{k_\eta^2}{100}\alpha) \\ W_c = C_W W_{c,map}(1 + \frac{k_w}{100}\alpha) \end{cases} \quad (8)$$

其中， k_{pr} 、 k_w 、 k_η 分别表示增压比、效率和换算流量的修正系数。风扇、*CDFS*的三个值 k_{pr} 、 k_w 、 k_η 均分别取1, 1, 0.01；*CDFS*导叶角变化范围： $-5^\circ \leq \alpha \leq 35^\circ$ ，风扇的导叶角变化范围： $-5^\circ \leq \alpha \leq 15^\circ$ ，且风扇、*CDFS*的 C_{pr} 、 C_η 、 C_W 分别为：

$$\begin{cases} C_{pr} = 2.3894 \\ C_\eta = 1.0684 \\ C_W = 0.4950 \end{cases}, \begin{cases} C_{pr} = 0.3059 \\ C_\eta = 1.0999 \\ C_W = 0.1500 \end{cases}$$

step3: 计算压气机部件(风扇、*CDFS*)出口参数：

step3(a): 计算压气机部件(风扇、*CDFS*)出口总压： $p_{out}^* = p_{in}^* \cdot pr_c$ ；

step3(b): 计算压气机部件(风扇、*CDFS*)进口熵： $\psi_{in} = \psi(T_{in}^*)$ ，进口焓 $h_{in} = h(T_{in}^*)$ ；

step3(c): 计算压气机部件(风扇、*CDFS*)出口理想熵： $\psi_{out,ei} = \psi_{in} + \frac{R}{M} \ln pr_c$ ，这里 $M = 1$ ， R 是气体常数；

step3(d): 由压气机部件(风扇、*CDFS*)出口理想熵 $\psi_{out,ei} = \psi(T_{out,ei}^*)$ ，计算压气机出口部件(风扇、*CDFS*)出口理想总温： $T_{out,ei}^*$ ；

step3(e): 计算压气机部件(风扇、*CDFS*)出口理想焓： $h_{out,ei} = h(T_{out,ei}^*)$ ；

step3(f): 由下面的公式(9)，计算压气机部件(风扇、*CDFS*)出口焓；

$$\eta_c = \frac{h_{out,ei} - h_{in}}{h_{out} - h_{in}} \quad (9)$$

step3(g): 由压气机部件(风扇、*CDFS*)出口理想焓： $h_{out} = h(T_{out}^*)$ 求压气机部件(风扇、*CDFS*)出口总温： T_{out}^* ；

step3(h): 由下面的公式(10), 计算压气机部件(风扇、*CDFS*)流量:

$$W_a = W_c \cdot \sqrt{\frac{T_{in,d}^*}{T_{in}^*}} \cdot \frac{p_{in}^*}{p_{in,d}^*} \quad (10)$$

为了叙述的方便, 下面分两个板块来对变循环发动机风扇和*CDFS*的出口总温、总压和流量计算结果进行说明。

5.2.1 变循环发动机风扇出口总温、总压和流量计算结果

step1: 利用计算公式(6), 计算得到风扇换算转速 $n_{fs,cor} = 1.0316$.

step2: 首先进行*step2(a)*, 利用附录4中给出的风扇的特性数据。利用线性插值法(见附录中程序2), 计算出压气机风扇的换算转速为 $n_{fs,cor} = 1.0316$ 、压比函数值为 $zz_{fs} = 0.5$ 时的特性图上的风扇的增压比 $pr_{fs,c,map} = 2.1702$ 、效率 $\eta_{fs,c,map} = 0.7866$ 和换算流量 $W_{fs,c,map} = 104.1600$.

然后进行*step2(b)*, 将*step2(a)* 求的特性图上的增压比: $pr_{fs,c,map} = 2.1702$ 、效率 $\eta_{fs,c,map} = 0.7866$ 和换算流量 $W_{fs,c,map} = 104.1600$ 带入公式(8), 修正后得到风扇的增压比 $pr_{fs,c} = 3.7961$ 、效率 $\eta_{fs,c} = 0.8404$ 和换算流量 $W_{fs,c} = 139.5745$.

step3: 因为风扇进气口的总压 $p_{fs,in}$ 近似等于进气道出口总压 $p_1^* = 0.3447$, 即 $p_{fs,in} = 0.3447$.

由*step3(a)*, 计算风扇出口总压:

$$p_{fs,out}^* = p_{fs,in}^* \cdot pr_{fs,c} = 1.3084$$

又风扇的进口总温 $T_{fs,in}^*$ 近似等于进气道出口总温 $T_1^* = 244.3812$, 即 $T_{fs,in}^* = T_1^* = 244.3812$.

由*step3(b)*, 可计算出风扇进口熵 $\psi_{fs,in}$ 和进口焓 $h_{fs,in}$: $\psi_{fs,in} = \psi(T_{fs,in}^*) = 6.4990e + 003$, $h_{fs,in} = h(T_{fs,in}^*) = -5.3808e + 004$.

由*step3(c)*, 可计算出风扇出口的理想熵: $\psi_{fs,out,ei} = \psi_{fs,in} + \frac{R}{M} \ln pr_c = 6.8818e + 003$, 这里 $M = 1$, $R = 287$.

再由*step3(d)*及下面的方程

$$\psi_{fs,out,ei} = T_{fs,out,ei}^*$$

解得风扇出口理想总温: $T_{fs,out,ei}^* = 358.0404$.

由 $step3(e)$, 可以计算出风扇出口理想焓:

$$h_{fs,out,ei} = h(T_{fs,out,ei}^*)$$

由 $step3(f)$ 中公式(9), 得到下面的换算公式(11):

$$\eta_{fs,c} = \frac{h_{fs,out,ei} - h_{fs,in}}{h_{fs,out} - h_{fs,in}} \quad (11)$$

解出风扇出口焓:

$$h_{fs,out} = 8.1787e + 004$$

由 $step3(g)$ 及下面的方程:

$$h_{fs,out} = h(T_{fs,out}^*)$$

风扇出口总温: $T_{fs,out}^* = 379.4859$.

最后, 由 $step3(h)$ 中公式(10), 得到计算风扇出口流量的计算公式(12):

$$W_{fs,out} = W_{fs,c} \cdot \sqrt{\frac{T_{fs,in,d}^*}{T_{fs,in}^*}} \cdot \frac{p_{fs,in}^*}{p_{fs,in,d}^*} \quad (12)$$

代入数值, 解得: $W_{fs,out} = 19.0456$.

至此, 得到最终的计算结果:

风扇出口的总温: $T_{fs,out}^* = 379.4859$.

风扇出口的总压: $p_{fs,out}^* = 1.3084$.

风扇出口的流量: $W_{fs,out} = 19.0456$.

5.2.2 变循环发动机CDFS出口总温、总压和流量计算结果

$step1$: 利用计算公式(6), 计算得到CDFS换算转速 $n_{CDFS,cor} = 1.0096$.

$step2$: 首先进行 $step2(a)$, 利用附录4中所给出的CDFS的特性数据及线性插值法(见附录中程序3), 计算出压气机CDFS的换算转速 $n_{CDFS,cor}$ 为1.0096、压比函数值 zz_{CDFS} 为0.5时的特性图上的CDFS的增压比 $pr_{CDFS,c,map} = 2.2304$ 、效率 $\eta_{CDFS,c,map} = 0.7964$ 和换算流量 $W_{CDFS,c,map} = 291.7935$.

然后进行 $step2(b)$, 将 $step2(a)$ 求的特性图上的增压比: $pr_{CDFS,c,map} = 2.2304$ 、效率 $\eta_{CDFS,c,map} = 0.7964$ 和换算流量 $W_{CDFS,c,map} = 291.7935$ 带入公式(8), 修正后得 $CDFS$ 的增压比 $pr_{CDFS,c} = 1.3764$ 、效率 $\eta_{CDFS,c} = 0.8759$ 和换算流量 $W_{CDFS,c} = 43.7690$.

$step3$: 因为 $CDFS$ 进气口的总压 $p_{CDFS,in}$ 近似等于风扇出口总压 $p_{fs,out}^* = 1.3084$, 即 $p_{CDFS,in} = 1.3084$.

由 $step3(a)$, 计算 $CDFS$ 出口总压:

$$p_{CDFS,out}^* = p_{CDFS,in}^* \cdot pr_{CDFS,c} = 1.8009$$

又 $CDFS$ 的进口总温 $T_{CDFS,in}^*$ 近似等于风扇出口总温 $T_{fs,out}^* = 379.4859$, 即 $T_{CDFS,in}^* = 379.4859$.

由 $step3(b)$, 可计算出 $CDFS$ 进口熵 $\psi_{CDFS,in}$ 和进口焓 $h_{CDFS,in}$:

$$\psi_{CDFS,in} = \psi(T_{CDFS,in}^*) = 6.9405e + 003, \quad h_{CDFS,in} = h(T_{CDFS,in}^*) = 8.1787e + 004$$

由 $step3(c)$, 可计算出 $CDFS$ 出口的理想熵: $\psi_{CDFS,out,ei} = \psi_{CDFS,in} + \frac{R}{M} \ln pr_c = 7.0322e + 003$, 这里 $M = 1$, $R = 287$.

再由 $step3(d)$ 及下面的方程

$$\psi_{CDFS,out,ei} = T_{CDFS,out,ei}^*$$

解得 $CDFS$ 出口理想总温: $T_{CDFS,out,ei}^* = 415.4430$.

由 $step3(e)$, 可以计算出 $CDFS$ 出口理想焓: $h_{CDFS,out,ei} = h(T_{CDFS,out,ei}^*)$.

由 $step3(f)$ 中公式(9), 得到下面的换算公式(13):

$$\eta_{CDFS,c} = \frac{h_{CDFS,out,ei} - h_{CDFS,in}}{h_{CDFS,out} - h_{CDFS,in}} \quad (13)$$

解出 $CDFS$ 出口焓: $h_{CDFS,out} = 1.2336e + 005$.

由 $step3(g)$ 及面的方程:

$$h_{CDFS,out} = h(T_{CDFS,out}^*)$$

$CDFS$ 出口总温: $T_{CDFS,out}^* = 420.5204$.

最后，由 $step3(h)$ 中公式(10)，得到计算 $CDFS$ 出口流量的计算公式(14)：

$$W_{CDFS,out} = W_{CDFS,c} \cdot \sqrt{\frac{T_{CDFS,in,d}^*}{T_{CDFS,in}^*}} \cdot \frac{p_{CDFS,in}^*}{p_{CDFS,in,d}^*} \quad (14)$$

代入数值，解得： $W_{CDFS,out} = 17.1606$.

至此，得到最终的计算结果：

$$CDFS \text{ 出口的总温: } T_{CDFS,out}^* = 420.5204.$$

$$CDFS \text{ 出口的总压: } p_{CDFS,out}^* = 1.8009.$$

$$CDFS \text{ 出口的流量: } W_{CDFS,out} = 17.1606.$$

5.2.3 对参数 n_L 和 n_H 的灵敏度分析

在问题(2)中，在风扇的物理转速 n_L 和 $CDFS$ 的物理转速 n_H 都固定为常数0.95，求得了风扇和 $CDFS$ 的出口总温、总压和流量值(见本文5.2.1和5.2.2).但是实际中 n_L 和 n_H 往往是估计值和预测值，如大气湿度、大气压力、大气温度等条件一变， n_L 和 n_H 的值也会相应的改变.因此提出这样的两个问题：

问题1：当 n_L 和 n_H 这两个数有一个或者全部发生变化时，已求得的问题(2)中的风扇和 $CDFS$ 的出口总温、总压和流量值会有什么变化？

问题2：当 n_L 和 n_H 在什么范围内变化时，问题(2)中的风扇和 $CDFS$ 的出口总温、总压和流量值不变？

在本文中，仅考虑上面的问题1情形的灵敏度分析.一般情地，在问题(2)中当 n_L, n_H 这两个数有一个或者全部发生变化时，已求得的问题(2)中的风扇和 $CDFS$ 的出口总温、总压和流量值一般会发生变化。

下面就 n_L 和 n_H 这两个数都同时发生变化的情况作讨论。

设 n_L 和 n_H 都发生变化，即 $n'_L = n_L + \Delta n_L$ ， $n'_H = n_H + \Delta n_H$ ，其中： n_L 和 n_H 表示初始值， Δn_L 和 Δn_H 表示变化量， n'_L 和 n'_H 表示变化后的取值。本文只研究了 n_L 和 n_H 都发生变化且变化范围从0 ~ 1，变化值为0.05.这样产生了21组初值 n_L 和 n_H ：

$$\begin{aligned} &0.00, 0.05, 0.10, 0.15, 0.20, 0.25, 0.30, 0.35, 0.40, 0.45, \\ &0.50, 0.55, 0.60, 0.65, 0.70, 0.75, 0.80, 0.85, 0.90, 0.95, 1.00 \end{aligned} \quad (15)$$

利用问题(2)中的已知条件，只需将 n_L 和 n_H 的取值依次换成(15)中的初值，然后利用附录一中的插值程序2进行计算得到相应于问题(2)的风扇和 $CDFS$ 的出口总温、总压和流量值，见下面的表2：

表2: 不同初值 n_L 和 n_H 对应于问题(2)的风扇和 $CDFS$ 的出口总温、总压和流量值

n_L 和 n_H	$T_{fs,out}^*$	$p_{fs,out}^*$	$W_{fs,out}$	$T_{CDFS,out}^*$	$p_{CDFS,out}^*$	$W_{CDFS,out}$
0.00	376.060575	1.045240	19.045574	412.246472	1.587105	17.161271
0.05	376.453622	1.072930	19.045574	413.049758	1.608517	17.161271
0.10	376.669435	1.098257	19.045574	413.854371	1.629930	17.161271
0.15	376.651484	1.121457	19.045574	414.662028	1.651343	17.161271
0.20	377.270917	1.151271	19.045574	415.502047	1.672756	17.161271
0.25	377.520556	1.176838	19.045574	416.330440	1.694106	17.161271
0.30	377.919177	1.204285	19.045574	417.154777	1.715363	17.161271
0.35	377.909513	1.225366	19.045574	417.975647	1.736633	17.161271
0.40	378.358762	1.253056	19.045574	418.816755	1.758046	17.161271
0.45	378.618939	1.277130	19.045574	419.662002	1.779459	17.161271
0.50	379.485855	1.308437	19.045574	420.520352	1.800872	17.160584
0.55	379.569978	1.330144	19.045574	421.414091	1.822283	17.157862
0.60	380.151268	1.356964	19.045574	422.339685	1.843638	17.151159
0.65	380.794697	1.383161	19.040992	423.346645	1.864932	17.133079
0.70	381.815902	1.411290	19.019466	424.435386	1.886249	17.104682
0.75	382.712783	1.436707	18.986721	425.623984	1.907595	17.061873
0.80	383.141290	1.458267	18.961750	426.912798	1.928974	17.000535

0.85	395.074551	1.487860	17.313166	428.277714	1.950387	16.918389
0.90	386.985562	1.514292	18.721513	429.733623	1.971836	16.810708
0.95	392.465789	1.539687	18.197587	431.324515	1.993136	16.659957
1.00	396.518251	1.565947	18.145378	433.017005	2.014430	16.483407

从表2中可以看出, n_L 和 n_H 都发生变化且变化范围从0 ~ 1, 逐次增加值为0.05时, $T_{fs,out}^*$ 、 $p_{fs,out}^*$ 、 $W_{fs,out}$ 、 $T_{CDFS,out}^*$ 、 $p_{CDFS,out}^*$ 、 $W_{CDFS,out}$ 的取值分别在

$$376.060575 \sim 396.518251$$

$$1.045240 \sim 1.565947$$

$$18.145378 \sim 19.045574$$

$$412.246472 \sim 433.017005$$

$$1.587105 \sim 2.014430$$

$$16.483407 \sim 17.161271$$

范围内波动。随着 n_L 和 n_H 取值的逐渐增大相应的 $T_{fs,out}^*$ 、 $p_{fs,out}^*$ 、 $T_{CDFS,out}^*$ 、 $p_{CDFS,out}^*$ 的取值都是呈不减的(增加或保持不变); 随着 n_L 和 n_H 取值的逐渐增大相应的风扇和 $CDFS$ 的出口流量 $W_{fs,out}$ 、 $W_{CDFS,out}$ 的取值都是呈不增的(减少或保持不变)。

观察到表2中各个数值的波动范围不明显, 即 n_L 和 n_H 这两个数有一个或者全部发生变化时, 已求得的问题(2)中的风扇和 $CDFS$ 的出口总温、总压和流量值不会产生大的变动, 计算结果非常好。

5.3 变循环发动机共同工作平衡方程的稳态数学模型

5.3.1 稳态数学模型

选用的试用参数为: 高压转子转速 n_H 、风扇压比函数值 Z_{CL} 、核心驱动风扇级压比函数值 Z_{CDFS} 、高压压气机压函数值 C_{CH} 、主燃烧室出口温度 T_4^* 、高压涡轮压比函数值 Z_{TH} 、低压涡轮压比函数值 Z_{TL} 。对这七个未知量应建立七个独立方程来求解。

两个稳态能量平衡方程：

(a) 低压轴功率平衡方程

$$N_{CL} - N_{TL}\eta_{mL} = 0 \quad (16)$$

其中 N_{CL} 是风扇消耗功率， N_{TL} 是低压涡轮发出功率， $\eta_{mL} = 0.99$ 为中间轴机械效率。

下面对这个公式进行详细的表述。

$$\begin{aligned} N_{CL} &= N_{fs,CL} = W_{fs,a} \cdot l_{fs,c} \\ &= W_{fs,c} \cdot \sqrt{\frac{T_{fs,in,d}^*}{T_{fs,in}^*}} \cdot \frac{p_{fs,in}^*}{p_{fs,in,d}^*} (h_{fs,out} - h_{fs,in}) \\ &= 0.495 W_{fs,c,map} \cdot \sqrt{\frac{288.15}{T_{fs,in}^*}} \cdot \frac{p_{fs,in}^*}{1.01325} \frac{(h_{fs,out,ei} - h_{fs,in})}{\eta_{fs,c}} \\ &= 0.495 W_{fs,c,map} \cdot \sqrt{\frac{288.15}{T_{fs,in}^*}} \cdot \frac{p_{fs,in}^*}{1.01325} \frac{h(T_{fs,out,ei}^*) - h(T_{fs,in}^*)}{1.0684 \eta_{fs,c,map}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0.99 N_{TL} &= 0.99^2 W_{g,TL} \cdot l_{TL,T} \\ &= 0.99^2 W_{c,TL} \cdot \sqrt{\frac{T_{TL,in,d}^*}{T_{TL,in}^*}} \cdot \frac{p_{TL,in}^*}{p_{TL,in,d}^*} \\ &= 0.99^2 \times 0.3881 \cdot W_{c,TL,map} \cdot \sqrt{\frac{1.5405e+003}{T_{TL,in}^*}} \cdot \frac{p_{TL,in}^*}{11.3371} \\ &= \frac{0.99^2 \times 0.3881}{11.3371} \cdot W_{c,TL,map} \cdot \sqrt{\frac{1.5405e+003}{T_{TL,out}^*}} \cdot p_{TL,out}^* \\ &= \frac{0.99^2 \times 0.3881}{11.3371} \cdot W_{c,TL,map} \cdot \sqrt{\frac{1.5405e+003}{T_{TL,out}^*}} \cdot \frac{p_{TL,in}^*}{pr_{TL,c}} \\ &= \frac{0.99^2 \times 0.3881}{11.3371} \cdot W_{c,TL,map} \cdot \sqrt{\frac{1.5405e+003}{T_{TL,out}^*}} \cdot \frac{p_4^*}{1 + 1.5342[pr_{TL,c,map} - 1]} \end{aligned}$$

因此，公式(16)变形为下面的方程(16)'：

$$\begin{aligned} &0.495 W_{fs,c,map} \cdot \sqrt{\frac{288.15}{T_{fs,in}^*}} \cdot \frac{p_{fs,in}^*}{1.01325} \frac{h(T_{fs,out,ei}^*) - h(T_{fs,in}^*)}{1.0684 \eta_{fs,c,map}} \\ &= \frac{0.99^2 \times 0.3881}{11.3371} \cdot W_{c,TL,map} \cdot \sqrt{\frac{1.5405e+003}{T_{TL,out}^*}} \cdot \frac{p_4^*}{1 + 1.5342[pr_{TL,c,map} - 1]} \end{aligned} \quad (16)'$$

(b) 高压轴功率平衡方程

$$N_{CH} + N_{CDFS} - N_{TH}\eta_{mH} = 0 \quad (17)$$

其中 N_{CH} 和 N_{CDFS} 分别是高压压气机和CDFS的消耗功率， N_{TH} 是高压涡轮发出功率， $\eta_{mH} = 0.99$ 是高速轴的机械效率。下面对这个公式进行详细的表述。

$$\begin{aligned}
N_{CH} &= W_{CH,a} \cdot l_{CH,c} \\
&= W_{CH,c} \cdot \sqrt{\frac{T_{CH,in,d}^*}{T_{CH,in}^*}} \cdot \frac{p_{CH,in}^*}{4.8860} (h_{CH,out} - h_{CH,in}) \\
&= W_{CH,c} \cdot \sqrt{\frac{473.60391}{T_{CH,in}^*}} \cdot \frac{p_{CH,in}^*}{4.8860} (h_{CH,out} - h_{CH,in}) \\
&= 0.38462 W_{CH,c,map} \cdot \sqrt{\frac{473.60391}{T_{CDFS,out}^*}} \cdot \frac{p_{CH,in}^*}{4.8860} \frac{(h_{CH,out,ei} - h_{CH,in})}{\eta_{CH,c}} \\
&= 0.38462 W_{CH,c,map} \cdot \sqrt{\frac{473.60391}{T_{CDFS,out}^*}} \cdot \frac{p_{CH,in}^*}{4.8860} \cdot \frac{h(T_{CH,out,ei}^*) - h(T_{CH,in}^*)}{1.0719 \cdot \eta_{CH,c,map}}
\end{aligned}$$

其中， $T_{CH,in}^* = T_{CDFS,out}^*$ 。

$$\begin{aligned}
N_{CDFS} &= W_{CDFS,a} \cdot l_{CDFS,c} \\
&= W_{CDFS,c} \cdot \sqrt{\frac{T_{CDFS,in,d}^*}{T_{CDFS,in}^*}} \cdot \frac{p_{CDFS,in}^*}{p_{CDFS,in,d}^*} (h_{CDFS,out} - h_{CDFS,in}) \\
&= 0.15 W_{CDFS,c,map} \cdot \sqrt{\frac{4228.56862609}{T_{CDFS,in}^*}} \cdot \frac{p_{CDFS,in}^*}{3.5464} \frac{(h_{CDFS,out,ei} - h_{CDFS,in})}{\eta_{CDFS,c}} \\
&= 0.15 W_{CDFS,c,map} \cdot \sqrt{\frac{4228.56862609}{T_{fs,out}^*}} \cdot \frac{p_{fs,out}^*}{3.5464} \frac{h(T_{CDFS,out,ei}^*) - h(T_{CDFS,in}^*)}{1.0999 \eta_{CDFS,c,map}} \\
&= 0.15 W_{CDFS,c,map} \cdot \sqrt{\frac{4228.56862609}{T_{fs,out}^*}} \cdot \frac{p_{fs,out}^*}{3.5464} \frac{h(T_{CDFS,out,ei}^*) - h(T_{fs,out}^*)}{1.0999 \eta_{CDFS,c,map}}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
0.99 N_{TH} &= 0.99^2 \cdot W_{TH,g} \cdot l_{TH,T} \\
&= 0.99^2 \cdot W_{TH,g} \cdot (h_{TH,in} - h_{TH,out}) \\
&= 0.99^2 W_{TH,c} \cdot \sqrt{\frac{T_{TH,in,d}^*}{T_{TH,in}^*}} \cdot \frac{p_{TH,in}^*}{p_{TH,in,d}^*} (h_{TH,in} - h_{TH,out}) \\
&= 0.99^2 \cdot 13.2121 \cdot W_{TH,c,map} \cdot \sqrt{\frac{1850}{T_{TH,in}^*}} \cdot \frac{p_{TH,in}^*}{28.7297} [h(T_{TH,in}^*, f_b) - h(T_{TH,out}^*, f_b)] \\
&= 0.99^2 \cdot 13.2121 \cdot W_{TH,c,map} \cdot \sqrt{\frac{1850}{T_4^*}} \cdot \frac{p_4^*}{28.7297} [h(T_4^*, 0.0291) - h(T_{TH,out}^*, 0.0291)]
\end{aligned}$$

因此，公式(17)变形为下面的方程(17)'：

$$\begin{aligned}
& 0.38462W_{CH,c,map} \cdot \sqrt{\frac{473.60391}{T_{CDFS,out}^*}} \cdot \frac{p_{CH,in}^*}{4.8860} \cdot \frac{h(T_{CH,out,ei}^*) - h(T_{CH,in}^*)}{1.0719 \cdot \eta_{CH,c,map}} \\
& + 0.15W_{CDFS,c,map} \cdot \sqrt{\frac{4228.56862609}{T_{fs,out}^*}} \cdot \frac{p_{fs,out}^*}{3.5464} \cdot \frac{h(T_{CDFS,out,ei}^*) - h(T_{fs,out}^*)}{1.0999\eta_{CDFS,c,map}} \\
& = 0.99^2 \cdot 13.2121 \cdot W_{TH,c,map} \cdot \sqrt{\frac{1850}{T_4^*}} \cdot \frac{p_4^*}{28.7297} [h(T_4^*, 0.0291) - h(T_{TH,out}^*, 0.0291)] \quad (17)'
\end{aligned}$$

其中， $T_{TH,out}^*$ 由下面的方程确定：

$$pr_{TH,c} = [1 - (1 - \frac{T_{TH,out}^*}{T_4^*})/\eta_c]^{-\frac{CP}{R}}$$

$$pr_{TH,c} = 1.5342 \cdot (pr_{TH,c,map} - 1) + 1, \eta_{TH,c} = 1.0121 \cdot \eta_{TH,c,map}$$

稳态共同工作方程中的五个质量流量平衡方程为：

(c) 高压涡轮进口截面流量平衡方程

$$W_{g41} - W'_{g41} = 0 \quad (18)$$

其中 W_{g41} 是高压涡轮进口截面气体流量，即主燃烧室出口气体流量和冷却空气流量， W'_{g41} 是通过高压涡轮特性数据线性插值得到的高压涡轮流量，这里忽略冷却的空气流量。下面对这个公式进行详细的表述。

$$\begin{aligned}
W_{g41} &= W_{TH,g,in} = W_{TH,c} \cdot \sqrt{\frac{T_{TH,in,d}^*}{T_{TH,in}^*}} \cdot \frac{p_{TH,in}^*}{p_{TH,in,d}^*} \\
&= 13.2121W_{TH,c,map} \cdot \sqrt{\frac{1850}{T_{TH,in}^*}} \cdot \frac{p_{TH,in}^*}{28.7297} \\
&= 13.2121W_{TH,c,map} \cdot \sqrt{\frac{1850}{T_4^*}} \cdot \frac{p_4^*}{28.7297} \\
&= 13.2121W_{TH,c,map} \cdot \sqrt{\frac{1850}{T_4^*}} \cdot \frac{0.98p_{3in}^*}{28.7297} \\
&= \frac{13.2121 \times 0.98}{28.7297} \cdot W_{TH,c,map} \cdot \sqrt{\frac{1850}{T_4^*}} \cdot p_{CH,in}^* \cdot pr_{CH,c} \\
&= \frac{13.2121 \times 0.98}{28.7297} \cdot W_{TH,c,map} \cdot \sqrt{\frac{1850}{T_4^*}} \cdot \frac{p_{TH,in}^*}{pr_{TH,c}} \\
&= \frac{13.2121 \times 0.98}{28.7297} \cdot W_{TH,c,map} \cdot \sqrt{\frac{1850}{T_4^*}} \cdot p_{CH,in}^* [0.9119(pr_{CH,c,map} - 1) + 1]
\end{aligned}$$

因此, 公式(18)变形为下面的方程(18)':

$$W'_{g41} = \frac{13.2121 \times 0.98}{28.7297} \cdot W_{TH,c,map} \cdot \sqrt{\frac{1850}{T_4^*}} \cdot p_{CH,in}^* [0.9119(pr_{CH,c,map} - 1) + 1] \quad (18)'$$

(d) 低压涡轮进口截面流量平衡方程

$$W_{g45} - W'_{g45} = 0 \quad (19)$$

其中 W_{g41} 是低压涡轮进口截面流量, 由主燃烧室出口气体流量和冷却空气流量计算得到, W'_{g41} 是通过低压涡轮特性数据线性插值得到的低压涡轮流量, 这里忽略冷却的空气流量。下面对这个公式进行详细的表述。

$$\begin{aligned} W_{g45} &= W_{TL,g,in} = W_{TH,g41,in} \\ &= W_{TL,c} \cdot \sqrt{\frac{T_{TL,in,d}^*}{T_{TL,in}^*}} \cdot \frac{p_{TL,in}^*}{p_{TL,in,d}^*} \\ &= 0.3881 W_{TL,c,map} \cdot \sqrt{\frac{1.5405e + 003}{T_{TL,in}^*}} \cdot \frac{p_{TL,in}^*}{11.3371} \\ &= \frac{0.3881}{11.3371} \cdot W_{TL,c,map} \cdot \sqrt{\frac{1.5405e + 003}{T_{TH,out}^*}} \cdot p_{TH,out}^* \\ &= \frac{0.3881}{11.3371} \cdot W_{TL,c,map} \cdot \sqrt{\frac{1.5405e + 003}{T_{TH,out}^*}} \cdot \frac{p_{TH,in}^*}{pr_{TH,c}} \\ &= \frac{0.3881}{11.3371} \cdot W_{TL,c,map} \cdot \sqrt{\frac{1.5405e + 003}{T_{TH,out}^*}} \cdot \frac{p_4^*}{pr_{TH,c}} \\ &= \frac{0.3881}{11.3371} \cdot W_{TL,c,map} \cdot \sqrt{\frac{1.5405e + 003}{T_{TH,out}^*}} \cdot \frac{0.98p_{3,in}^*}{1.5342(pr_{TH,c,map}-1)+1} \end{aligned}$$

因此, 公式(19)变形为下面的方程(19)':

$$W'_{g45} = \frac{0.3881}{11.3371} \cdot W_{TL,c,map} \cdot \sqrt{\frac{1.5405e + 003}{T_{TH,out}^*}} \cdot \frac{0.98p_{3,in}^*}{1.5342(pr_{TH,c,map}-1)+1} \quad (19)'$$

(e) 后混合器静压平衡方程

$$p_{61} - p_{62} = 0 \quad (20)$$

其中 p_{61} 和 p_{62} 分别是后混合器内、外涵道(主外涵道)的静压, 二者应平衡.下面对这个

公式进行详细的表述。由

$$\begin{aligned}
 p_{61} &= \pi(\lambda_{61})p_{out,TL}^* \\
 &= \pi(\lambda_{61})\frac{p_{in,TL}^*}{pr_{c,TL}} \\
 &= \pi(\lambda_{61})\frac{p_{out,TH}^*}{pr_{c,TL}} \\
 &= \pi(\lambda_{61})\frac{p_{in,TH}^*}{pr_{c,TL}pr_{c,TH}} \\
 &= \pi(\lambda_{61})\frac{p_4^*}{pr_{c,TL}pr_{c,TH}}
 \end{aligned}$$

和公式(20) $p_{61} = p_{62}$ 得到:

$$\pi(\lambda_{61})\frac{p_4^*}{pr_{c,DW}pr_{c,TH}} = \pi(\lambda_{62})p_{15}^* \quad (20)'$$

(f) 风扇出口流量平衡方程

$$W_{a2} - W_{a21} - W_{a13} = 0 \quad (21)$$

其中风扇出口的流量 W_{a2} 分流为副外涵流量 W_{a1} 和CDFS进口流量 W_{a13} ，三者之间应存在平衡关系。副外涵流量 W_{a13} 是按附件1中前混合器的有关公式计算出的。下面对这个公式进行详细的表述。

首先，显然有： $W_{a13} = W_{g225}$ 、 $W_{a21} = W_{g125} + W_{CH}$ 。其中：

$$\begin{aligned}
 W_{g125} &= k_m \frac{p_{125}^*}{\sqrt{T_{125}^*}} A_{125} q(\lambda_{125}) \\
 &= k_m \frac{0.98 P_{out,CDFS}^*}{\sqrt{T_{out,CDFS}^*}} A_{125} q(\lambda_{125})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 W_{CH} &= C_{w,CH} C_{w,map,CH} \sqrt{\frac{T_{in,d,CH}^*}{T_{in,CH}^*}} \frac{P_{in,CH}^*}{P_{in,d,CH}^*} \\
 &= C_{w,CH} C_{w,map,CH} \sqrt{\frac{T_{in,d,CH}^*}{T_{out,CDFS}^*}} \frac{P_{out,CDFS}^*}{P_{in,d,CH}^*}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 W_{a2} &= W_{fs,c} \sqrt{\frac{T_{fs,in,d}^*}{T_{in}^*}} \cdot \frac{p_{fs,in}^*}{p_{fs,in,d}^*} = C_{fs,W} W_{fs,c,map} \left(1 + \frac{k_w}{100} \alpha\right) \cdot \sqrt{\frac{T_{fs,in,d}^*}{T_{in}^*}} \cdot \frac{p_{fs,in}^*}{p_{fs,in,d}^*} \\
 &= 0.4950 W_{fs,c,map} \sqrt{\frac{T_{fs,in,d}^*}{T_{in}^*}} \cdot \frac{p_{fs,in}^*}{p_{fs,in,d}^*}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
W_{a13} &= W_{g225} = k_m \frac{p_{225}^*}{\sqrt{T_{225}^*}} A_{225} q(\lambda_{225}) \\
&= k_m \frac{p_{225}^*}{\sqrt{T_{225}^*}} \cdot (1.8395e + 003) \cdot q(\lambda_{225}) \\
&= k_m \frac{p_{225}}{\pi(\lambda_{225}) \sqrt{T_{225}^*}} \cdot (1.8395e + 003) \cdot q(\lambda_{225}) \\
&= k_m \frac{p_{125}}{\pi(\lambda_{225}) \sqrt{T_{225}^*}} \cdot (1.8395e + 003) \cdot q(\lambda_{225}) \\
&= k_m \frac{p_{125}^* \pi(\lambda_{125})}{\pi(\lambda_{225}) \sqrt{T_{225}^*}} \cdot (1.8395e + 003) \cdot q(\lambda_{225}) \\
&= \frac{W_{a21}}{A_{125} q(\lambda_{125})} \cdot \frac{\sqrt{T_{125}^*} \pi(\lambda_{125})}{\pi(\lambda_{225}) \sqrt{T_{225}^*}} \cdot A_{225} \cdot q(\lambda_{225}) \\
&= 0.15 W_{CDFS,c,map} \sqrt{\frac{428.56862609}{T_{fs,out}^*}} \cdot \frac{p_{fs,out}^* \cdot pr_{fs,c}}{3.5464} \\
&\quad \cdot \frac{A_{225}}{A_{125}} \frac{\pi(\lambda_{125}) q(\lambda_{225})}{\pi(\lambda_{225}) q(\lambda_{125})} \cdot \frac{\sqrt{T_{CDFS,out}^*}}{\sqrt{T_{225,out}^*}} \\
&= 0.15 W_{CDFS,c,map} \sqrt{\frac{428.56862609}{T_{fs,out}^*}} \cdot \frac{p_{fs,out}^* \cdot pr_{fs,c}}{3.5464} \\
&\quad \cdot \frac{A_{225}}{A_{125}} \frac{\pi(\lambda_{125}) q(\lambda_{225})}{\pi(\lambda_{225}) q(\lambda_{125})} \cdot \frac{\sqrt{T_{CDFS,out}^*}}{\sqrt{T_{225,in}^*}} \\
&= 0.15 W_{CDFS,c,map} \sqrt{\frac{428.56862609}{T_{fs,out}^*}} \cdot \frac{p_{fs,out}^* \cdot pr_{fs,c}}{3.5464} \\
&\quad \cdot \frac{A_{225}}{A_{125}} \frac{\pi(\lambda_{125}) q(\lambda_{225})}{\pi(\lambda_{225}) q(\lambda_{125})} \cdot \frac{\sqrt{T_{CDFS,out}^*}}{\sqrt{T_{fs,out}^*}}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
W_{a21} &= W_{a2,in} = W_{CDFS,c} \sqrt{\frac{T_{CDFS,in,d}^*}{T_{CDFS,in}^*}} \cdot \frac{p_{CDFS,in}^*}{p_{CDFS,in,d}^*} \\
&= W_{CDFS,c} \sqrt{\frac{428.56862609}{T_{CDFS,in}^*}} \cdot \frac{p_{CDFS,in}^*}{3.5464} \\
&= 0.15 W_{CDFS,c,map} \sqrt{\frac{428.56862609}{T_{CDFS,in}^*}} \cdot \frac{p_{CDFS,in}^*}{3.5464} \\
&= 0.15 W_{CDFS,c,map}(n_{cor,zz}) \sqrt{\frac{428.56862609}{T_{CDFS,in}^*}} \cdot \frac{p_{CDFS,in}^*}{3.5464} \\
&= 0.15 W_{CDFS,c,map}(n_{cor,zz}) \sqrt{\frac{428.56862609}{T_{fs,out}^*}} \cdot \frac{p_{fs,out}^*}{3.5464} \\
&= 0.15 W_{CDFS,c,map} \sqrt{\frac{428.56862609}{T_{fs,out}^*}} \cdot \frac{p_{fs,out}^* \cdot pr_{fs,c}}{3.5464}
\end{aligned}$$

因此, 公式(21)变形为下面的方程(21)':

$$\begin{aligned}
0.4950W_{fs,c,map} \sqrt{\frac{T_{fs,in,d}^*}{T_{in}^*}} \cdot \frac{p_{fs,in}^*}{p_{fs,in,d}^*} &= 0.15W_{CDFS,c,map} \sqrt{\frac{428.56862609}{T_{fs,out}^*}} \cdot \frac{p_{fs,out}^* \cdot pr_{fs,c}}{3.5464} \\
&+ 0.15W_{CDFS,c,map} \sqrt{\frac{428.56862609}{T_{fs,out}^*}} \cdot \frac{p_{fs,out}^* \cdot pr_{fs,c}}{3.5464} \\
&\cdot \frac{A_{225} \pi(\lambda_{125})q(\lambda_{225})}{A_{125} \pi(\lambda_{225})q(\lambda_{125})} \cdot \frac{\sqrt{T_{CDFS,out}^*}}{\sqrt{T_{fs,out}^*}} \quad (21)'
\end{aligned}$$

(g) 尾喷管面积平衡方程

$$A_8 - A'_8 = 0 \quad (22)$$

其中 A'_8 为给定的尾喷管8截面的面积, 这里 $A'_8 = 9.5544e + 003$ 为按附录1 尾喷管的有关公式计算出的尾喷管8截面的面积, 二者应相等。实际上, 在问题(2) 的已知条件中, 已知 $A_8 = 9.5544e + 003$, 所以上面的方程(22)是恒等式, 在这里就不考虑该公式的等价变形。

发动机各截面流量 W , 静压 p , 截面面积 A , 旋转部件功率 N 皆为 n_H 、 Z_{CL} 、 Z_{CDFS} 、 Z_{CH} 、 T_4^* 、 Z_{TH} 、 Z_{TL} 的非线性函数, 具体非线性关系由发动机部件计算数学模型和部件特性决定。这样发动机稳态模型可表示为一个由这些平衡关系确定的非线性方程组(23):

$$f_i(n_H, Z_{CL}, Z_{CDFS}, Z_{CH}, T_4^*, Z_{TH}, Z_{TL}) = 0 \quad i = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 \quad (23)$$

通过稳态共同工作方程的约束和联系, 在供油量给定时对发动机稳态工作状态点的确定就转化为解一组以 n_H 、 Z_{CL} 、 Z_{CDFS} 、 Z_{CH} 、 T_4^* 、 Z_{TH} 、 Z_{TL} 为独立变量的非线性方程组求解的问题。

上述非线性方程组和相应的部件特性反映了发动机内在气动热力本质特性, 是对发动机这个复杂气动热力对象的抽象数学描述, 同时又具有明确的物理含义。若要通过数学描述获得发动机的热力参数, 问题就转化成求解数学关系式, 这就是发动机部件级模型建模的本质所在。

5.3.2 稳态共同工作方程的求解

航空发动机共同工作方程用一组反映质量流量平衡和能量平衡的非线性方程来描述。在给定独立猜值变量和控制量后，稳态模型的求解就成为非线性方程组求解的问题。

非线性方程组求解一般方法有牛顿-拉夫森法(*Newton - Raphson*，简记为*N - R*)、*N + 1*点残量法、拟牛顿法(布罗登法*broyden*)、最速下降法(梯度法)、遗传算法。*N - R*法和*N + 1*点残量法是应用最为广泛的两种方法。本文采用*N - R*迭代法来求解非线性方程组，它以迭代方式求解非线性方程组，首先给出一组初猜值代入方程组计算，得出一组误差值，然后用误差值去修正初猜值，再计算，再修正，直到误差的绝对值满足一定的精度要求，即求得了方程组的解。

5.3.2.1 牛顿-拉夫森法(*Newton - Raphson*)分析

牛顿-拉夫森法的基本思想是将非线性函数按泰勒(*Taylor*)级数展开，取一阶近似形成自变量的迭代通式。

设非线性方程组 $F(X) = 0$

其中: $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ $F(X) = [f_1(X), f_2(X), \dots, f_n(X)]^T$,

函数 $F(X)$ 在 X_k 点处的泰勒(*Taylor*)展开:

$$F(X_{k+1}) = F(X_k) + \frac{\partial F(X_k)}{\partial X}(X_{k+1} - X_k) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F(X_k)}{\partial X^2}(X_{k+1} - X_k)^2 + \dots$$

取一阶近似 $F(X_{k+1}) = F(X_k) + \frac{\partial F(X_k)}{\partial X}(X_{k+1} - X_k)$

数学变换为 $X_{k+1} = X_k - [\frac{\partial F(X_k)}{\partial X}]^{-1}[F(X_{k+1}) - F(X_k)]$

令 $F(X_{k+1}) = 0$ ，得牛顿-拉夫森法的迭代通式:

$$X_{k+1} = X_k - [DF(X_k)]^{-1} \times E_k \quad (24)$$

其中

$$X_k = (x_1^k, x_2^k, \dots, x_n^k)^T$$

$$E_k = (e_1^k, e_2^k, \dots, e_n^k)^T = [f_1(X_k), f_2(X_k), \dots, f_n(X_k)]^T$$

$$DF(X_k) = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{pmatrix} \quad (25)$$

$DF(X_k)$ 偏导数矩阵称为雅可比(*Jacobi*)矩阵, $E_k = F(X_k)$ 是误差矩阵(残量)。

求解非线性方程组时, 给定某个初始值 X_0 , 代入非线性方程组, 得到误差矩阵 E_0 , 按上述迭代通式, 便可求得新的自变量 X_1 , 把 X_1 看作新初始值, 再代入非线性方程组, 得到误差矩阵 E_1 , 按迭代通式计算新的自变量 X_2 , 依此类推, 循环迭代, 直至误差变量满足设定的精度要求, 停止迭代。

发动机模型计算中, 无法获得偏导数矩阵的解析式, 计算时常以差分替代微分。当采用前向差分代替雅可比矩阵的微分项时, 迭代表达式为:

$$(-e_1, \dots, -e_n)^T = \begin{pmatrix} \frac{\Delta f_1}{\Delta x_1} & \dots & \frac{\Delta f_1}{\Delta x_n} \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{\Delta f_n}{\Delta x_1} & \dots & \frac{\Delta f_n}{\Delta x_n} \end{pmatrix} (\Delta x_1, \dots, \Delta x_n)^T \quad (26)$$

上式为迭代增量 ΔX 的线性代数方程组, 从该线性方程组求解出迭代增量 ΔX , 即可根据 $X_{k+1} = X_k + \Delta X$, 确定调整后的自变量 X_{k+1} 。

5.3.2.2 发动机平衡方程的牛顿-拉夫森法(*Newton - Raphson*)算法求解

设发动机模型隐式形式的(非显函数)非线性方程组为:

$$\begin{cases} f_1(n_H, Z_{CL}, Z_{CDFS}, Z_{CH}, T_4^*, Z_{TH}, Z_{TL}) = \eta_{mL} N_{TL} / N_{CL} - 1 = 0 \\ f_2(n_H, Z_{CL}, Z_{CDFS}, Z_{CH}, T_4^*, Z_{TH}, Z_{TL}) = (N_{CH} + N_{CDFS}) / (N_{TH} \eta_{mH}) - 1 = 0 \\ f_3(n_H, Z_{CL}, Z_{CDFS}, Z_{CH}, T_4^*, Z_{TH}, Z_{TL}) = W_{g41} / W'_{g41} - 1 = 0 \\ f_4(n_H, Z_{CL}, Z_{CDFS}, Z_{CH}, T_4^*, Z_{TH}, Z_{TL}) = W_{g45} / W'_{g45} - 1 = 0 \\ f_5(n_H, Z_{CL}, Z_{CDFS}, Z_{CH}, T_4^*, Z_{TH}, Z_{TL}) = p_{61} / p_{62} - 1 = 0 \\ f_6(n_H, Z_{CL}, Z_{CDFS}, Z_{CH}, T_4^*, Z_{TH}, Z_{TL}) = (W_{a21} + W_{a13}) / W_{a2} - 1 = 0 \\ f_7(n_H, Z_{CL}, Z_{CDFS}, Z_{CH}, T_4^*, Z_{TH}, Z_{TL}) = A_8 / A'_8 - 1 = 0 \end{cases} \quad (27)$$

在问题(3)中, 已知尾喷管喉道面积 $A_8 = 9.5544e + 003$, 所以 $A_8 = A'_8$, 从而发动机模型非线性方程组(27)中最后的一个方程:

$$f_7(n_H, Z_{CL}, Z_{CDFS}, Z_{CH}, T_4^*, Z_{TH}, Z_{TL}) = A_8/A'_8 - 1 = 0$$

恒成立, 因而发动机模型非线性方程组(27)可以等价的转化为非线性方程组方程组(28), 如下所示:

$$\begin{cases} f_1(n_H, Z_{CL}, Z_{CDFS}, Z_{CH}, T_4^*, Z_{TH}, Z_{TL}) = \eta_{mL} N_{TL}/N_{CL} - 1 = 0 \\ f_2(n_H, Z_{CL}, Z_{CDFS}, Z_{CH}, T_4^*, Z_{TH}, Z_{TL}) = (N_{CH} + N_{CDFS})/(N_{TH}\eta_{mH}) - 1 = 0 \\ f_3(n_H, Z_{CL}, Z_{CDFS}, Z_{CH}, T_4^*, Z_{TH}, Z_{TL}) = W_{g41}/W'_{g41} - 1 = 0 \\ f_4(n_H, Z_{CL}, Z_{CDFS}, Z_{CH}, T_4^*, Z_{TH}, Z_{TL}) = W_{g45}/W'_{g45} - 1 = 0 \\ f_5(n_H, Z_{CL}, Z_{CDFS}, Z_{CH}, T_4^*, Z_{TH}, Z_{TL}) = p_{61}/p_{62} - 1 = 0 \\ f_6(n_H, Z_{CL}, Z_{CDFS}, Z_{CH}, T_4^*, Z_{TH}, Z_{TL}) = (W_{a21} + W_{a13})/W_{a2} - 1 = 0 \end{cases} \quad (28)$$

将前文中推导的压气机共同工作方程组的等价公式(16)' - (21)'代入上面的方程组(28), 得到显示方程组(28)', 如下:

$$\begin{cases} 0.495W_{fs,c,map} \cdot \sqrt{\frac{288.15}{T_{fs,in}^*}} \cdot \frac{p_{fs,in}^*}{1.01325} \cdot \frac{h(T_{fs,out,ei}^*) - h(T_{fs,in}^*)}{1.0684\eta_{fs,c,map}} \\ = \frac{0.99^2 \times 0.3881}{11.3371} \cdot W_{c,TL,map} \cdot \sqrt{\frac{1.5405e+003}{T_{TL,out}^*}} \cdot \frac{p_4^*}{1+1.5342[pr_{TL,c,map}-1]} \\ 0.38462W_{CH,c,map} \cdot \sqrt{\frac{473.60391}{T_{CDFS,out}^*}} \cdot \frac{p_{CH,in}^*}{4.8860} \cdot \frac{h(T_{CH,out,ei}^*) - h(T_{CH,in}^*)}{1.0719\eta_{CH,c,map}} \\ + 0.15W_{CDFS,c,map} \cdot \sqrt{\frac{4228.56862609}{T_{fs,out}^*}} \cdot \frac{p_{fs,out}^*}{3.5464} \cdot \frac{h(T_{CDFS,out,ei}^*) - h(T_{fs,out}^*)}{1.0999\eta_{CDFS,c,map}} \\ = 0.99^2 \cdot 13.2121 \cdot W_{TH,c,map} \cdot \sqrt{\frac{1850}{T_4^*}} \cdot \frac{p_4^*}{28.7297} [h(T_4^*, 0.0291) - h(T_{TH,out}^*, 0.0291)] \\ W'_{g41} = \frac{13.2121 \times 0.98}{28.7297} \cdot W_{TH,c,map} \cdot \sqrt{\frac{1850}{T_4^*}} \cdot p_{CH,in}^* [0.9119(pr_{CH,c,map} - 1) + 1] \\ W'_{g45} = \frac{0.3881}{11.3371} \cdot W_{TL,c,map} \cdot \sqrt{\frac{1.5405e+003}{T_{TH,out}^*}} \cdot \frac{0.98p_{3,in}^*}{1.5342(pr_{TH,c,map}-1)+1} \\ \pi(\lambda_{61}) \frac{p_4^*}{pr_{c,DW}pr_{c,TH}} = \pi(\lambda_{62})p_{15}^* \\ 0.4950W_{fs,c,map} \sqrt{\frac{T_{fs,in,d}^*}{T_{in}^*}} \cdot \frac{p_{fs,in}^*}{p_{fs,in,d}^*} = 0.15W_{CDFS,c,map} \sqrt{\frac{428.56862609}{T_{fs,out}^*}} \cdot \frac{p_{fs,out}^* \cdot pr_{fs,c}}{3.5464} \\ + 0.15W_{CDFS,c,map} \sqrt{\frac{428.56862609}{T_{fs,out}^*}} \cdot \frac{p_{fs,out}^* \cdot pr_{fs,c}}{3.5464} \cdot \frac{A_{225}}{A_{125}} \frac{\pi(\lambda_{125})q(\lambda_{225})}{\pi(\lambda_{225})q(\lambda_{125})} \cdot \frac{\sqrt{T_{CDFS,out}^*}}{\sqrt{T_{fs,out}^*}} \end{cases} \quad (28)'$$

上面的方程组(28)'中的某些变量的计算将满足下面的方程组(28)''。

$$\left\{ \begin{array}{l} W_{g225} + W_{g125} = W_{g15} \\ W_{g225}h_{225} + W_{g125}h_{125} = W_{g15}h_{15} \\ p_{225}^*f(\lambda_{225})A_{225} + p_{125}^*f(\lambda_{125})A_{125} = p_{15}^*f(\lambda_{15})A_{15} \\ A_{15} = A_{225} + A_{125} \\ W_{g15} = k_m \frac{p_{15}^*}{\sqrt{T_{15}^*}} A_{15} q(\lambda_{15}) \\ W_{g61} + W_{g62} = W_{g6} \\ W_{g61}h_{61} + W_{g62}h_{62} = W_{g6}h_6 \\ p_{61}^*f(\lambda_{61})A_{61} + p_{62}^*f(\lambda_{62})A_{62} = p_6^*f(\lambda_6)A_6 \\ A_6 = A_{61} + A_{62} \\ W_{g6} = k_m \frac{p_6^*}{\sqrt{T_6^*}} A_6 q(\lambda_6) \\ \psi_{in} = \psi(T_{in}^*) \\ \psi_{out,ei} = \psi_{in} + \frac{R}{M} \ln pr_c \\ \psi_{out,ei} = \psi(T_{out,ei}^*) \\ h_{out,ei} = h(T_{out,ei}^*) \end{array} \right. \quad (28)''$$

其中： $f(\lambda), q(\lambda)$ 为气动函数，其定义参见附录3。

令 $F(x) = [f_1, f_2, f_3, f_4, f_5, f_6]^T, x = (n_H, Z_{CL}, Z_{CDFS}, Z_{CH}, T_4^*, Z_{TH}, Z_{TL})^T$ ，用 $N-R$ 法求解上述发动机模型非线性方程组(28)的迭代式为：

$$x^{(k+1)} = x^{(k)} - J^{-1}F(x^{(k)}) \quad (29)$$

其中， $x^{(k)}$ 为上一步的初猜解向量， $x^{(k+1)}$ 为迭代一次后的修正向量， J 为雅可比矩阵，其求解方法为：

$$J(i, j) = \frac{f_i(k)|_{x_j=x_j^{(k)}+\Delta x_j^{(k)}} - f_i(k)|_{x_j=x_j^{(k)}}}{\Delta x_j^{(k)}} \quad (30)$$

即采用前向差分法，对初猜变量进行微量扰动求其偏导数组成雅可比矩阵。雅可比矩阵的第 j 列是在对 x_j 进行扰动计算 $x_j = x_j^{(k)} + \Delta x_j^{(k)}$ ，运行一次模型得到一组误差值 $f_i(k)|_{x_j=x_j^{(k)}+\Delta x_j^{(k)}}$ ，对于7个初猜值，要运行7次模型。此外，还要运行一次模型求解

$f_i(k)|_{x_j=x_j^{(k)}}$. 所以, 一个雅可比矩阵共需运行模型8次。在下面的表3中, 给出了用 $N - R$ 法求解发动机共同工作方程的稳态数学模型的最优解。

表3: 发动机共同工作方程的稳态模型的解

n_H	Z_{CL}	Z_{CDFS}	Z_{CH}	T_4^*	Z_{TH}	Z_{TL}
0.90	0.5562	0.4835	0.5429	1545	0.5023	0.4745

本文在应用 $N - R$ 法求解变循环发动机的稳态工作非线性方程组数学模型(28)时, 首先了给出一组猜值变量 $x^{(0)}$ 代入方程组计算, 得出一组误差值, 然后用误差值去修正猜值变量, 再计算, 再修正, 直到误差的绝对值满足一定的精度要求, 即得到方程组(28)的解。值得注意的是, 通过选取合适的初猜值及收敛残差, 可以保证发动机稳态模型在较少的次数内(≤ 100) 迭代收敛。

雅可比矩阵 J 的求取是 $N - R$ 法的关键, 而它的求解比较耗时。每求解一个雅可比矩阵, 需要运行发动机模型8次。虽然运算量很大, 求解速度慢, 但是数学分析认为 $N - R$ 的收敛速度还是较快的, 具有二阶收敛速度。

5.4 变循环发动机性能最优化多目标规划模型

本文这一部分, 已知发动机飞行高度 $H = 11km$, 飞行马赫数 $Ma = 1.5$, 发动机采用单涵道模式, 选择活门面积为 $A_{225} = 0$, 风扇导叶角度 $\alpha_L = 0^\circ$ 、高压压气机导叶角度 $\alpha_H = 0^\circ$ 、高压涡轮导叶角度 $\alpha_{TH} = 0^\circ$, 后混合器面积 $A_6 = 2.8518e + 004$ 。

需要研究解答的问题: 发动机 $CDFS$ 导叶角度 α_{CDFS} 、低压涡轮导叶角度 α_{CH} 和喷管喉道面积 A_8 取值多少时, 可使得发动机的性能最优? 为解决此问题需注意到低压转速和高压转速的最大值都是1, 主燃烧室出口温度不超过2000。

5.4.1 变循环发动机性能参数分析

5.4.1.1 推力参数 F 分析

推力参数公式: $F = W_g c_9 - W_a V + (p_9 - p_0) A_9$ 。

推力参数公式中有七个参数： W_g 是发动机总燃气流量，包括进口空气流量和燃油流量之和， c_9 是尾喷管出口气流速度， W_a 为总的空气流量， V 是飞行速度， p_9 是尾喷管出口静压， p_0 是大气环境静压， A_9 是尾喷管出口面积。

下面我们对推力参数公式中各参数的具体公式进行推导：

1) 参数 W_g 的推导：

因为 W_g 是发动机总燃气流量，包括进口空气流量和燃油流量之和，故可设 W_g 为：

$$W_g = W_0 + W_f \quad (31)$$

其中 W_0 为进口空气流量， W_f 为总的空气流量燃油流量。为了计算出 W_g ，下面我们分别计算 W_f 和 W_0 的表达式。

(i) W_0 的计算表达式：

$$W_0 = k_m \frac{p_0^*}{\sqrt{T_0^*}} A_0 q(\lambda) \quad (32)$$

其中 k_m 为流量系数，且

$$k_m = \sqrt{\frac{\gamma}{R} \left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}} \quad (33)$$

简化计算中 γ , R 常常取定值.空气中 $\gamma = 1.4$, $R = 287$, $k_m = 0.0404$; 燃气中 $\gamma = 1.33$, $R = 287.31$, $k_m = 0.0397$. p_0^* 为进气口空气总压， T_0^* 为进气口空气总温， A_0 为进气口截面面积， $q(\lambda)$ 为气动函数其表达式为

$$q(\lambda) = \left(\frac{\gamma+1}{2} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \lambda \left(1 - \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \lambda^2 \right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \quad (34)$$

其中， λ 表示速度系数， $\lambda > 0$ 且与马赫 Ma 满足关系式：

$$\lambda^2 = \frac{\frac{\gamma+1}{2} Ma^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} Ma^2} \quad (35)$$

即

$$\lambda = \sqrt{\frac{\frac{\gamma+1}{2} Ma^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} Ma^2}} \quad (36)$$

将公式(33)、(34)、(35)、(36)代入公式(32)得到 W_0 的最终计算表达式为：

$$W_0 = \sqrt{\frac{\gamma}{R} \left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}} \left(\frac{\gamma+1}{2} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \sqrt{\frac{\frac{\gamma+1}{2} Ma^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} Ma^2}} \left(1 - \frac{(\gamma-1) Ma^2}{2 + (\gamma-1) Ma^2} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \frac{p_0^* A_0}{\sqrt{T_0^*}} \quad (37)$$

(ii) W_f 的计算表达式:

$$W_f = W_{a3} \cdot f_b \quad (38)$$

其中, W_{a3} 为主燃烧室进口空气流量, f_b 根据下面的计算公式确定:

$$f_b = \frac{h_4 - h_3}{\xi_b H_u + h_3} \quad (39)$$

其中, h_3 和 h_4 分别为主燃烧室进出口焓, 燃烧效率 $\xi_b = 0.99$, 燃油热值 $H_u = 42900000$.

将公式(39)代入公式(38)得到 W_f 的最终计算表达式为:

$$W_f = W_{a3} \cdot \frac{h_4 - h_3}{\xi_b H_u + h_3} \quad (40)$$

将公式(37)、(40)代入公式(31)得到 W_g 的最终计算表达式为:

$$W_g = \sqrt{\frac{\gamma}{R} \left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}} \left(\frac{\gamma+1}{2} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}}} \sqrt{\frac{\frac{\gamma+1}{2} Ma^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} Ma^2} \left(1 - \frac{(\gamma-1) Ma^2}{2 + (\gamma-1) Ma^2} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}}} \frac{p_0^* A_0}{\sqrt{T_0^*}} + W_{a3} \cdot \frac{h_4 - h_3}{\xi_b H_u + h_3} \quad (41)$$

其中, $\gamma, R, Ma, \xi_b, H_u$ 均为已知常数, $p_0^*, T_0^*, A_0, h_3, h_4$ 均可以表示为三个变量 α_{CDFS} , α_{CH}, A_8 的函数数关系式。

2) 参数 c_9 的推导:

$$c_9 = \varphi_{nz} \sqrt{2(h_9^* - h_9)} \quad (42)$$

其中: $\varphi_{nz} = 0.98$, 焓 h_9^* 和焓 h_9 分别由尾喷管出口总温 T_9^* 和静温 T_9 求出, 即:

$$h_9 = h_{air} + \frac{f}{1+f} h_{st}, \quad h_9^* = h_{air}^* + \frac{f}{1+f} h_{st}^* \quad (43)$$

其中, f 为油气比, $h_{air}, h_{air}^*, h_{st}, h_{st}^*$ 可以通过下面(44)中的四个式子计算得到:

$$\begin{aligned} h_{air} = & -0.30183674 \times 10^6 + 0.10489652 \times 10^4 \times T_9 - 0.23284057 \times T_9^2 \\ & + 0.45288431 \times 10^{-3} \times T_9^3 - 0.31308477 \times 10^{-6} \times T_9^4 \\ & + 0.11341362 \times 10^{-9} \times T_9^5 - 0.21298087 \times 10^{-13} \times T_9^6 \\ & + 0.16363600 \times 10^{-17} \times T_9^7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
h_{air}^* &= -0.30183674 \times 10^6 + 0.10489652 \times 10^4 \times T_9^* - 0.23284057 \times (T_9^*)^2 \\
&\quad + 0.45288431 \times 10^{-3} \times (T_9^*)^3 - 0.31308477 \times 10^{-6} \times (T_9^*)^4 \\
&\quad + 0.11341362 \times 10^{-9} \times (T_9^*)^5 - 0.21298087 \times 10^{-13} \times (T_9^*)^6 \\
&\quad + 0.16363600 \times 10^{-17} \times (T_9^*)^7 \\
h_{st} &= -0.11152575 \times 10^6 - 0.31020206 \times 10^3 \times T_9 + 2.9961197 \times T_9^2 \\
&\quad - 0.27934788 \times 10^{-2} \times T_9^3 + 0.18746407 \times 10^{-5} \times T_9^4 \\
&\quad - 0.73499597 \times 10^{-9} \times T_9^5 + 0.15062602 \times 10^{-12} \times T_9^6 \\
&\quad - 0.12510984 \times 10^{-16} \times T_9^7 \\
h_{st}^* &= -0.11152575 \times 10^6 - 0.31020206 \times 10^3 \times T_9^* + 2.9961197 \times (T_9^*)^2 \\
&\quad - 0.27934788 \times 10^{-2} \times (T_9^*)^3 + 0.18746407 \times 10^{-5} \times (T_9^*)^4 \\
&\quad - 0.73499597 \times 10^{-9} \times (T_9^*)^5 + 0.15062602 \times 10^{-12} \times (T_9^*)^6 \\
&\quad - 0.12510984 \times 10^{-16} \times (T_9^*)^7
\end{aligned} \tag{44}$$

将公式(43)代入公式(42)得到 c_9 的最终计算表达式为:

$$c_9 = \varphi_{nz} \sqrt{2h_{air}^* - 2h_{air} + \frac{2f}{1+f}(h_{st}^* - h_{st})} \tag{45}$$

其中: $\varphi_{nz} = 0.98$, h_{air} , h_{air}^* , h_{st} , h_{st}^* 满足公式(44).

3) 参数 W_a 的推导:

由于总的空气流量 W_a 可以近似的看作和进口空气流量 W_0 相等, 所以 W_a 可以通过下面的式子进行近似计算:

$$W_a \approx W_0 \tag{46}$$

4) 参数 V 的推导:

飞行速度 V , 可以根据下面的公式计算:

$$V = Ma \sqrt{\gamma RT_0} \tag{47}$$

其中, Ma 是飞行马赫数, γ 为气体绝热指数(纯空气 $\gamma = 1.4$, $\gamma = 1.33$ 燃气), T_0 为大气静温按公式(2), 计算 R 为气体常数. R 和油气比有关, 一般用下面的方法计算湿燃气的 R :

$$bm = 28.9644(1 - 0.0308764f);$$

$$mg = \frac{1 + f + d}{\frac{1+f}{bm} + \frac{d}{18.01534}};$$

$$R = \frac{8314.298}{mg};$$

其中, f 为湿燃气的油气比, d 为湿度。

一般地, 取湿度为0, 油气比 f 为燃气中燃油流量和空气流量的比值。简化计算: 在进气道、风扇、压气机、 $CDFS$ 和各个涵道中, $f = 0$, 因此在这几个部件中, R 一般取 $287J/(kg \cdot K)$; 在燃烧室之后的部件中, R 可以取 $287.31J/(kg \cdot K)$ 。

5) 参数 p_9, p_0 的推导:

p_0 为大气环境的静压, 它可以按照公式(2)进行计算.由已知条件飞行马赫数 $Ma = 1.5 > 1$, 所以这里可以假设尾喷管始终处于临界或超临界状态, 即速度系数 $\lambda_8 = 1$.此时 $p_9 = p_0$ 。

6) 参数 A_9 的推导:

假设尾喷管始终处于临界或超临界状态, 先由 $p_9 = p_0$ 计算出 $\pi(\lambda_9) = \frac{p_9}{p_9^*}$, 并求出 λ_9 .再由流量公式

$$W_{g9} = k_m \frac{p_9^*}{\sqrt{T_9^*}} A_9 q(\lambda_9) \quad (48)$$

计算出 A_9 .其中 $q(\lambda)$ 由(34)式给出, $\pi(\lambda)$ 为气动函数由下面的公式给出:

$$\pi(\lambda) = \left(1 - \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} \lambda^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} \quad (49)$$

其中, λ 同样满足公式(35)或公式(36)。

5.4.1.2 单位推力参数 F_s 分析

单位推力参数公式: $F_s = \frac{F}{W_a}$ 。

在单位推力的公式中有两个参数: 推力参数 F 和流量参数 W_a , 其中推力参数 F 的计算在5.4.2.1中已经详细的给出。流量参数 W_a 的计算可以沿用前面的公式(46)、(37)进行

简单的代换得到

$$W_a = \sqrt{\frac{\gamma}{R} \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}} \left(\frac{\gamma+1}{2}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}} \sqrt{\frac{\frac{\gamma+1}{2} Ma^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} Ma^2}} \left(1 - \frac{(\gamma-1) Ma^2}{2 + (\gamma-1) Ma^2}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \frac{p_0^* A_0}{\sqrt{T_0^*}} \quad (50)$$

其中, γ, R, Ma 均为已知常数, p_0^*, T_0^*, A_0 均可以表示为三个变量 $\alpha_{CDFS}, \alpha_{CH}, A_8$ 的函数关系式。

5.4.1.3 耗油率参数 sfc 分析

耗油率参数公式: $sfc = \frac{3600W_f}{F}$.

在耗油率的公式的计算公式中有两个参数: 推力参数 F 和流量参数 W_f , 同样的推力参数 F 的计算在5.4.2.1中已经详细的给出. 流量参数 W_f 可以沿用前面的公式(40)进行的计算, 如下给出:

$$W_f = W_{a3} \cdot \frac{h_4 - h_3}{\xi_b H_u + h_3}$$

其中, W_{a3} 为主燃烧室进口空气流量, h_3 和 h_4 分别为主燃烧室进出口焓, 燃烧效率 $\xi_b = 0.99$, 燃油热值 $H_u = 42900000$.

5.4.2 变循环发动机性能最优化的多目标规划模型

在前面的已知条件下, 为了使得发动机的性能最优, 本文综合考虑下面三个方面的问题来使得发动机的性能达到最优:

问题一: 要使得发动机的性能达到最优, 必须考虑发动机推力尽量达到最大。从而使得发动机的性能达到最优就引申出新的问题1, 如何恰当的选取发动机 $CDFS$ 导叶角度 α_{CDFS} 、低压涡轮导叶角度 α_{CH} 和喷管喉道面积 A_8 取值使得发动机推力尽可能达到最大化。

问题二: 要使得发动机的性能达到最优, 必须考虑发动机单位推力尽量达到最大。从而使得发动机的性能达到最优就引申出新的问题2, 如何恰当的选取发动机 $CDFS$ 导叶角度 α_{CDFS} 、低压涡轮导叶角度 α_{CH} 和喷管喉道面积 A_8 取值使得发动机的单位推力尽可能达到最大化。

问题三: 要使得发动机的性能达到最优, 必须考虑发动机耗油率尽量达到最小。从而使得发动机的性能达到最优就引申出新的问题3, 如何恰当的选取发动机 $CDFS$ 导叶

角度 α_{CDFS} 、低压涡轮导叶角度 α_{CH} 和喷管喉道面积 A_8 取值使得发动机耗油率尽可能达到最小化。

从上面的分析,可以很容易的知道要使得发动机的性能达到最优,必须考虑如何恰当的选取发动机 $CDFS$ 导叶角度 α_{CDFS} 、低压涡轮导叶角度 α_{CH} 和喷管喉道面积 A_8 取值使得发动机推力和单位推力尽可能达到最大化、发动机的耗油率尽可能达到极小化.反之,如果能够选取恰当的发动机 $CDFS$ 导叶角度 α_{CDFS} 、低压涡轮导叶角度 α_{CH} 和喷管喉道面积 A_8 取值使得发动机推力和单位推力尽可能达到最大化、发动机的耗油率尽可能达到极小化,那么这样的 α_{CDFS} 、 α_{CH} 和 A_8 就可以近似的视作发动机性能最优的情况下的 $CDFS$ 导叶角度、低压涡轮导叶角度和喷管喉道面积的取值。

综合上面的分析,使得发动机的性能达到最优的问题就转化为发动机的推力、单位推力和耗油率的最优化问题。这是一个多目标的问题,本文就此建立发动机性能最优化的多目标规划模型,见下面的(模型I)。

下面分别记:

$$f_1(x) = -F(\alpha_{CDFS}, \alpha_{CH}, A_8)$$

$$f_2(x) = -Fs(\alpha_{CDFS}, \alpha_{CH}, A_8)$$

$$f_3(x) = sfc(\alpha_{CDFS}, \alpha_{CH}, A_8)$$

其中: $x = (\alpha_{CDFS}, \alpha_{CH}, A_8)^T$.

通过上面的分析,可得将要建立的变循环发动机的性能最优化多目标模型涵盖了下面三个问题:

$$\text{问题1: } \max f_1(x) = F(\alpha_{CDFS}, \alpha_{CH}, A_8) = W_g c_9 - W_a V + (p_9 - p_0) A_9$$

$$\text{问题2: } \max f_2(x) = Fs(\alpha_{CDFS}, \alpha_{CH}, A_8) = \frac{W_g c_9 - W_a V + (p_9 - p_0) A_9}{W_a}$$

$$\text{问题3: } \min f_3(x) = sfc(\alpha_{CDFS}, \alpha_{CH}, A_8) = \frac{3600 W_f}{W_g c_9 - W_a V + (p_9 - p_0) A_9}$$

下面,本文综合考虑问题1、问题2及问题3三个方面的因素,建立变循环发动机性能最优化的多目标规划模型,即(模型I)。

(模型I)

$$\begin{aligned}
max \quad f_1(x) &= F(\alpha_{CDFS}, \alpha_{CH}, A_8) = W_g c_9 - W_a V + (p_9 - p_0) A_9 \\
max \quad f_2(x) &= Fs(\alpha_{CDFS}, \alpha_{CH}, A_8) = \frac{W_g c_9 - W_a V + (p_9 - p_0) A_9}{W_a} \\
min \quad f_3(x) &= sfc(\alpha_{CDFS}, \alpha_{CH}, A_8) = \frac{3600 W_f}{W_g c_9 - W_a V + (p_9 - p_0) A_9}
\end{aligned}$$

$$s.t. \left\{ \begin{aligned}
&\pi(\lambda_9) - \frac{p_9}{p_9^*} = 0 \\
&bm = 28.9644(1 - 0.0308764f) \\
&mg = \frac{1+f+d}{\frac{1+f}{bm} + \frac{d}{18.01534}} \\
&R = \frac{8314.298}{mg} \\
&V - Ma\sqrt{\gamma RT_0} = 0 \\
&p_9 - p_0 = 0 \\
&W_a - W_0 = 0 \\
&W_f = W_{a3} \cdot \frac{h_4 - h_3}{\xi_b H_u + h_3} \\
&\lambda = \sqrt{\frac{\frac{\gamma+1}{2} Ma^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} Ma^2}} \\
&W_{g9} - k_m \frac{p_9^*}{\sqrt{T_9^*}} A_9 q(\lambda_9) = 0 \\
&(1 - \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \lambda^2)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} - \pi(\lambda) = 0 \\
&(\frac{\gamma+1}{2})^{\frac{1}{\gamma-1}} \lambda (1 - \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \lambda^2)^{\frac{1}{\gamma-1}} - q(\lambda) = 0 \\
&c_9 - \varphi_{nz} \sqrt{2h_{air}^* - 2h_{air}} + \frac{2f}{1+f} (h_{st}^* - h_{st}) = 0 \\
&\sqrt{\frac{\gamma}{R} (\frac{2}{\gamma+1})^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}} (\frac{\gamma+1}{2})^{\frac{1}{\gamma-1}}} \sqrt{\frac{\frac{\gamma+1}{2} Ma^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} Ma^2}} (1 - \frac{(\gamma-1)Ma^2}{2 + (\gamma-1)Ma^2})^{\frac{1}{\gamma-1}} \frac{p_0^* A_0}{\sqrt{T_0^*}} - W_0 = 0 \\
&W_g = \sqrt{\frac{\gamma}{R} (\frac{2}{\gamma+1})^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}} (\frac{\gamma+1}{2})^{\frac{1}{\gamma-1}}} \sqrt{\frac{\frac{\gamma+1}{2} Ma^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} Ma^2}} (1 - \frac{(\gamma-1)Ma^2}{2 + (\gamma-1)Ma^2})^{\frac{1}{\gamma-1}} \frac{p_0^* A_0}{\sqrt{T_0^*}} + W_{a3} \cdot \frac{h_4 - h_3}{\xi_b H_u + h_3} \\
&\alpha_{CDFS} \geq 0, \alpha_{CH} \geq 0, A_8 \geq 0
\end{aligned} \right.$$

其中, $\gamma, R, Ma, \xi_b, H_u, f, d$ 均为已知常数, $W_{a3}, p_0^*, p_0, p_9^*, p_9, T_0^*, A_0, h_3, h_4$ 均可以表示为三个变量 $\alpha_{CDFS}, \alpha_{CH}, A_8$ 的函数数关系式。

5.4.3 多目标规划(模型I)的线性标量化求解

所谓线性加权和法就是按照(模型I)的三个目标函数 $f_j(x)$ ($j = 1, 2, 3$)的重要程度,

分别乘以一组权系数 λ_j ($j = 1, 2, 3$), 然后相加作为新的目标函数, 再对此目标函数在(模型I)的约束集合(这里设为 S)上求最优解, 即构造如下的单目标规划问题(模型II)(SP) $_{\lambda}$:

(模型II)

$$(SP)_{\lambda} \min_{x \in S} U(x) = \sum_{j=1}^3 \lambda_j f_j(x) = \lambda^T f(x)$$

求此单目标问题的最优解, 把它叫做(模型I)在线性加权和意义下的最优解. 这里 $f(x) = (f_1(x), f_2(x), f_3(x))^T$, $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)^T \in \Lambda^+$ 或 Λ^{++} , 其中

$$\Lambda^+ = \{\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)^T | \lambda_j \geq 0, \sum_{j=1}^3 \lambda_j = 1\}, \Lambda^{++} = \{\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)^T | \lambda_j > 0, \sum_{j=1}^3 \lambda_j = 1\}$$

λ 称为 R^n 中的一个权向量, 或 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ 称为一组权系数. 线性加权和法是一个常用的算法, 在理论上具有重要的意义。

通过上面的分析可知, 现在的关键在于如何确定相应的权系数 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ 使得多目标规划数学模型(模型I)能够成功的转化为单目标数学规划模型(模型II)来求解。由于权系数是直接反应目标函数重要程度的, 一般说来, 目标函数重要的, 相应的权系数就要给得大一些(当然最大也不能超过1), 而不很重要的目标函数, 其相应的权系数就要给的小一些(甚至可为0)。

权系数的确定方法通常有 α -方法、排序法、老手法、平均加权法. 由于本文考察对象是发动机性能最优化的问题, 而影响发动机性能的主要参数有发动机的推力、单位推力以及耗油率, 这三者在考虑影响发动机的性能最优时应同等对待和处理, 其起到的作用一般来说也是同等的。因此本文所选取这三个参数的权系数相等, 即 $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = \frac{1}{3}$, 因而(模型II) 就可以简化为下面的形式(模型II'):

(模型II')

$$(SP)_{\lambda} \min_{x \in S} U(x) = \sum_{j=1}^3 \frac{1}{3} f_j(x) = \frac{1}{3} f_1(x) + \frac{1}{3} f_2(x) + \frac{1}{3} f_3(x)$$

这里 $f(x) = (f_1(x), f_2(x), f_3(x))^T$. 显然, (模型II')是一个单目标的非线性规划问题, 应用求解单目标约束问题的经典方法-填充函数法进行求解(模型II')得到简化后的模型的最优解, 下面的表4中详细的给出了求得的(模型II')的最优解 $x = (\alpha_{CDFS}, \alpha_{CH}, A_8)^T$ 或近似最优解的取值。

表4: (模型II')的最优解

α_{CH}	α_{CDFS}	A_8
5	2	9.4575e+003

表4中的最优解即为单目标规划模型II'，也即为(模型II)的最优解。由于多目标优化的基本理论知，对每个给定的 $\bar{\lambda} \in \Lambda^{++}$ (或 Λ^+)，则相应于单目标 $(SP)_{\bar{\lambda}}$ 模型，即模型II'的解必是多目标模型I的最优解.至此，我们已经知道当 $\alpha_{CDFS}, \alpha_{CH}, A_8$ 分别取表4中的数值时，发动机的推力、单位推力和耗油率均达到最优，从而由前面的分析可知，此时发动机的性能达到最优化。

5.5 变循环发动机在单涵道模式下相关特性数据变化规律研究

已知发动机飞行高度 $H = 11km$ ，发动机采用单涵道模式，后混合器内、外涵道面积可调(即不受后混合器给定的内、外涵道面积值的约束)，选择活门面积为0，风扇导叶角度、高压压气机导叶角度、高压涡轮导叶角度均为 0° ，后混合器出口总面积为 $2.8518e + 004$ 。要研究问题：当飞行马赫数从 $Ma = 1.1$ 变化到 $Ma = 1.6$ ，且发动机特性最优时， $CDFS$ 导叶角度、低压涡轮导叶角度，尾喷管喉道面积随飞行马赫数的变化规律。

因为在发动机飞行高度 $H = 11km$ 取定时，飞行马赫数和发动机特性的最优性直接影响到 $CDFS$ 导叶角度、低压涡轮导叶角度，尾喷管喉道面积的变化。为了对 $CDFS$ 导叶角度、低压涡轮导叶角度，尾喷管喉道面积的变化进行研究，这里采用反向思维的方法，研究在飞行高度取值固定为 $H = 11km$ 时，当 $CDFS$ 导叶角度 α_{CDFS} 、低压涡轮导叶角度 α_{CH} ，尾喷管喉道面积 A_8 变化时，飞行马赫数 Ma 的变化规律.然后通过飞行马赫数 Ma 的变化规律，推算出 α_{CDFS} 、 α_{CH} 以及 A_8 的变化规律。

单涵变循环发动机可调几何部件主要包括：风扇进口导流叶片角度 α_L 、核心驱动风扇级进口导叶角 α_{CDFS} 、压气机进口导流叶片角度 α_{Comp} 、低压涡轮导向器导叶角 α_{CH} 、后可调涵道引射器 A_{163} 、尾喷管喉道面积 A_8 。本文主要研究的是上述某些可调部件以及 A_8 单独调节对发动机非安装性能产生的影响，分析时仅以下面两种状况为例：

- 1) 超音速巡航： $H = 11km, Ma = 1.1$ ，调节低压转子相对物理转速 $n_L = const$ ；
- 2) 超音速巡航： $H = 11km, Ma = 1.5$ ，调节涡轮前温度 $T_4 = const$ ；

5.5.1 调节 A_8 对发动机性能影响及飞行马赫 Ma 数的变化引起 A_8 变化的分析

尾喷管喉道面积 A_8 是发动机循环匹配的重要控制阀门，它的调节对发动机性能参数影响见表5.

表5: 调节尾喷管喉道面积 A_8 对发动机性能的影响

调节量 A_8	n_L	n_H	W_a	T_4	F	sfc	bpr	SM_{fs}	SM_{CDFS}	SM_c
0.078	12662	23272	27.24	1700	16.63	0.120	0.123	0.12	0.12	0.24
0.090	13562	21850	30.62	1700	17.65	0.116	0.210	0.14	0.24	0.26

对于单涵模式超声速飞行，调大尾喷管喉道面积 A_8 ，由于高压涡轮导向器喉道处于临界或超临界状态，因此高压涡轮落压比几乎不变，低压涡轮落压比升高，在保持涡轮前温度 T_4 不变时，低压涡轮输入功变大，低压转子转速升高，发动机空气流量增加；核心驱动风扇级负荷增加，高压转子转速下降，进入压气机空气流量减小，涵道比 bpr 增加，推力增加，而耗油率下降，风扇、核心驱动风扇级以及压气机喘振裕度(SM_{fs} , SM_{CDFS} , SM_c)都有所提高。下面的图2描绘出了 A_8 随 Ma 的变化趋势。从图2可知，在一定范围内 A_8 随飞行马赫 Ma 数的增加而增加。

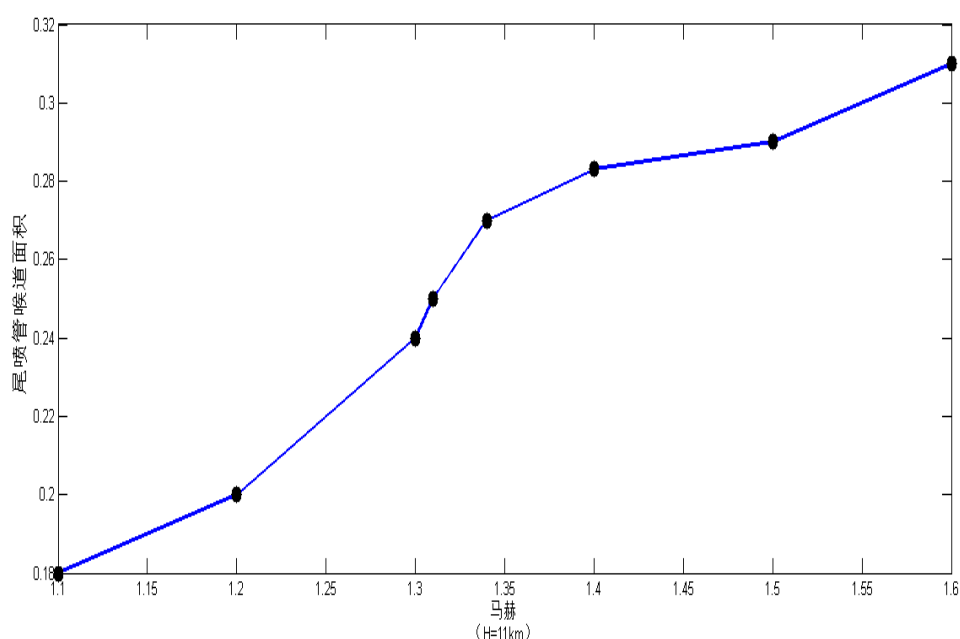


图 2: A_8 随飞行马赫 Ma 数的变化趋势图

5.5.2 调节 α_{CDFS} 对发动机性能影响及飞行马赫 Ma 数的变化引起 α_{CDFS} 变化的分析

几何可调核心驱动风扇级一般是通过调节进口导流叶片角度来改变其流量、效率特性.表6给出了调节核心驱动风扇级进口导流叶片角度对发动机性能影响的仿真结果。

表6: 核心驱动风扇级导叶角度 α_{CDFS} 调节对发动机性能影响

调节量 α_{CDFS}	n_L	n_H	W_a	T_4	F	sfc	bpr	SM_{fs}	SM_{CDFS}	SM_c
2	12662	23272	27.24	1700	16.63	0.120	0.123	0.124	0.121	0.245
6	12208	22509	25.90	1700	15.64	0.120	0.156	0.138	0.030	0.226

对于单涵模式超声速飞行，由于高、低压涡轮导向器以及尾喷管喉部都处于临界或超临界状态，因而高、低压涡轮的落压比几乎不变；在涡轮前温度保持不变时，高压涡轮输入功几乎不变，当调大 α_{CDFS} ，高压转子负荷增加，高压转子转速下降，进入高压压气机的空气流量下降，低压涡轮输入功降低，低压转子转速下降，发动机空气流量下降，但下降幅度较内涵空气流量小，导致涵道比增加，推力下降，核心驱动风扇级喘振裕度同样大幅下降，极容易进入喘振边界.下面的图3形象的描绘出了 α_{CDFS} 随飞行马赫 Ma 数的变化趋势，且由图2可知，在一定范围内随 Ma 增加 α_{CDFS} 逐渐减小。

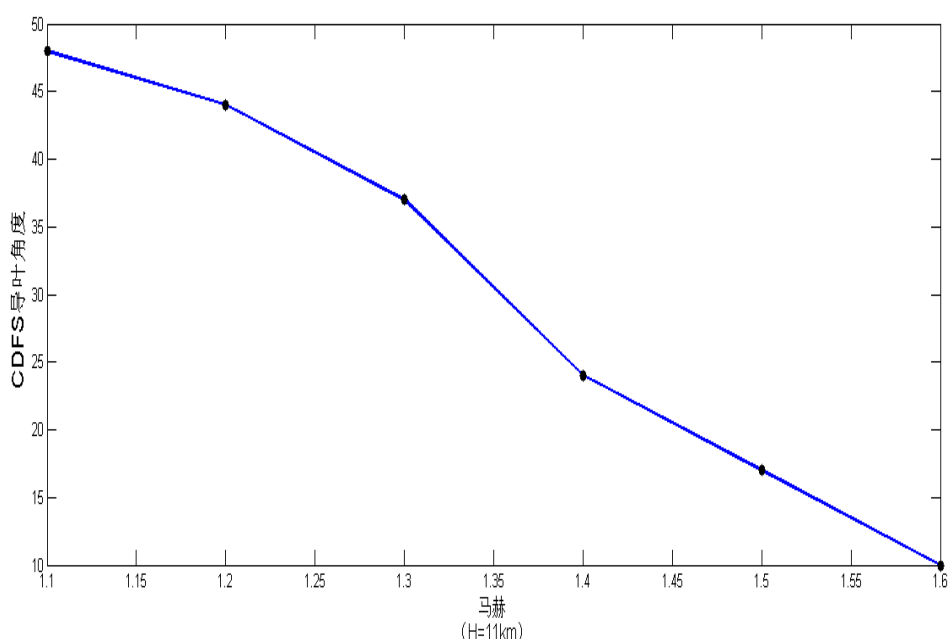


图 3: α_{CDFS} 随飞行马赫 Ma 数的变化趋势图

5.5.3 调节 α_{CH} 对发动机性能影响及飞行马赫 Ma 数的变化引起 α_{CH} 变化的分析

低压涡轮导叶角一般是通过调节低压涡轮叶角角度来改变其流量、效率特性.表7给出了调节低压涡轮导叶角角度对发动机性能影响的仿真结果。

表7: 低压涡轮导叶角 α_{CH} 调节对发动机性能影响

调节量 α_{CH}	n_L	n_H	W_a	T_4	F	sfc	bpr	SM_{fs}	SM_{CDFS}	SM_c
-5	12662	23272	27.24	1700	16.63	0.120	0.123	0.124	0.121	0.245
5	12026	23311	26.03	1700	15.79	0.121	0.120	0.070	0.119	0.245

对于单涵模式超声速飞行，由于高、低压涡轮导向器以及尾喷管喉部都处于临界或超临界状态，高、低压涡轮落压比几乎不变，而涡轮前温度不变，高、低压涡轮的输出功基本不变，其结果是低压涡轮的输入功也基本不变；当调大 α_{CH} 时，低压涡轮进口流量增加，负荷增加，导致低压转子转速下降，但平衡后发动机总空气流量还是下降了，高压转子负荷减轻，高压转子升高，进入高压压气机空气流量增加，涵道比下降，推力下降，前段风扇喘振裕度大幅下降，易进入喘振边界。下面的图4形象的描绘出了 α_{CH} 随飞行马赫 Ma 数的变化趋势，且由图4可知，在一定范围内 α_{CH} 随马赫 Ma 的增加而减小。

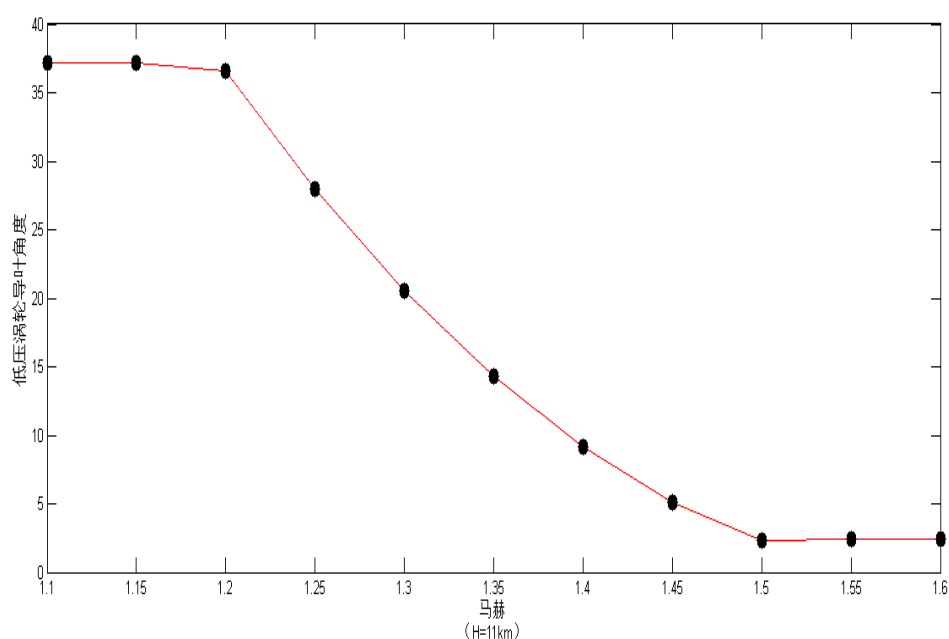


图 4: α_{CH} 随飞行马赫 Ma 数的变化趋势图

6 模型评价

本文巧妙地运用了非线性方程组模型、多目标规划模型、线性插值算法、牛顿-拉夫森法(*Newton - Raphson*)、加权极小化算法等方法对变循环发动机进行研究。问题(1)中,技巧性应用*Matlab*数学软件绘图分析了流量随压比函数值变化情况。问题(2)中,灵活的应用线性插值法对一定条件下风扇和*CDFS*的出口总温、总压和流量进行了计算,并且在这一部分的后一部分巧妙的对参数 n_L 和 n_H 进行灵敏度分析。问题(3)中,利用发动机平衡方程建立了变循环发动机共同工作平衡方程的稳态非线性方程数学模型,并用牛顿-拉夫森法(*Newton - Raphson*)对该稳态模型的计算进行了巧妙的分析。问题(4)中,灵活应用多目标规划模型建立了发动机性能最优化的多目标规划数学模型并灵活的应用加权极小化算法对该模型进行求解计算。问题(5)中,巧妙地应用逆向思维的方法对发动机在单涵道模式下相关特性数据变化规律等问题进行研究。

7 模型改进

7.1 对发动机性能最优化多目标模型的改进

对于问题(4),在变循环发动机的性能最优的假设条件下,来研究参数 α_{CH} 、 α_{CDFS} 和 A_8 如何取值。本文就该问题建立了基于多目标优化的发动机性能最优模型,即(模型I)。对于(模型I),本文采用了线性标量化方法并进行平均加权对(模型I)的最优解进行求解。

考虑到在选取权系数会产生偏差,这样将导致解的结果也将产生偏差。同时考虑实际条件的影响,这样求解得到的结果可能与实际理想值产生差别,因而有必要对(模型I)进行改进,已获得靠近实际理想值得最优解。

下面采用可行方向法对前面的模型进行改进.这里仍设模型I的约束集 S 为

$$S = \{x \in R^n | g_j(x) \geq 0, j = 1, 2, \dots, 18\}.$$

其中: x 定义和前面一样, $g_j(x) \geq 0, j = 1, 2, \dots, 18$ 为(模型I)中的18个约束条件。并给定三个允许误差 $\varepsilon_i > 0 (i = 1, 2, 3)$ 。

步1 任取一个初始可行解 $x^\circ \in S$, 并给定约束集合的初始允许误差 $\delta^\circ > 0$ 。

步2 确定相应于 x° 和 δ° 的下标集

$$E_0 = \{j | 0 \leq g_j(x) \leq \delta^\circ, j = 1, 2, \dots, 18\}$$

步3 判断

(i) 若 $E_0 = \emptyset$, 且存在某个 i , 使

$$\|\nabla f_i(x^\circ)\| = \left[\sum_{j=1}^{18} \left(\frac{\partial f_i(x^\circ)}{\partial x_i} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \leq \varepsilon_1$$

则取 x° 为(模型I)的近似最优解, 计算停止;

(ii) 若 $E_0 = \emptyset$, 但对每个 $i = 1, 2, 3$ 都有

$$\|\nabla f_i(x^\circ)\| > \varepsilon_2$$

则构造如下的单目标问题, 并求其最优解:

$$(SP)_0 \begin{cases} \max & \xi \\ \text{s.t.} & z^T \nabla f_i(x^\circ) + \xi \leq 0, i = 1, 2, 3 \\ & \|z_k\| \leq 1, k = 1, 2, 3. \end{cases} \quad (51)$$

设其最优解为 (ξ°, z°) , 转步4;

(iii) 若 $E_0 \neq \emptyset$, 则构造如下的单目标问题, 并求其最优解:

$$(SP)'_0 \begin{cases} \max & \xi \\ \text{s.t.} & z^T \nabla f_i(x^\circ) + \xi \leq 0, i = 1, 2, 3 \\ & z^T \nabla g_j(x^\circ) + \xi \geq 0, j \in E_0 \\ & \|z_k\| \leq 1, k = 1, 2, 3. \end{cases} \quad (52)$$

设其最优解为 (ξ°, z°) , 转步4;

步3 判断

(i) 若 $\xi^\circ = 0$, 则 x° 为最优解, 计算停止;

(ii) 若 $0 < \xi^\circ \leq \epsilon_2$, 则 $\delta^\circ \leq \epsilon_3$, 则取为 x° 为最优解的近似值;

(iii) $\xi^\circ > \epsilon_2$, 则 $\delta^\circ > \epsilon_3$, 则取如下形式的新的约束误差; 转步5;

$$\delta' = \begin{cases} \delta^\circ, & \text{若 } \xi^\circ \geq \delta^\circ, \\ \frac{1}{2}\delta^\circ, & \text{若 } \xi^\circ < \delta^\circ \end{cases}$$

步5 构造如下的单目标问题，并求其最优解：设其最优解为 t° ，转步6；

$$(SP)_0'' \begin{cases} \min \sum_{i=1}^3 f_i(x^\circ + tz^\circ) \\ \text{s.t. } f_i(x^\circ + tz^\circ) \leq f_i(x^\circ), i = 1, 2, 3 \\ g_j(x^\circ + tz^\circ) \geq 0, j = 1, 2, \dots, 18 \\ t \leq 0, k = 1, 2, 3. \end{cases} \quad (53)$$

步6 令为 $x' = x^\circ + tz^\circ$ 新的可行解，转步7；

步7 对新的 x' 和 δ' 重复步2至步7.

按上述步骤反复进行下去，可能在有限步停止计算，得到最优解或其近似值；也可能无限的计算下去，这时可能得到一个可行解序列 $\{x^k\}$ ，在一定的条件下， $\{x^k\}$ 必存在极限点，而且任意极限点都是(模型I)的最优解。

7.2 对发动机共同工作稳态模型解法的改进

对于问题(3)，用牛顿-拉夫森法对发动机平衡方程模型的非线性方程组解法分析求解，牛顿-拉夫森法的主要优点是具有良好的局部收敛性，但解的质量与收敛速度对初值 X_0 的选取较为敏感，只有迭代初值充分接近真实解才能保证收敛，并且每一步迭代都要重新计算雅可比矩阵，以及求解线性代数方程组。

实际应用中有大量改进研究，可以将用牛顿-拉夫森法求解发动机模型非线性方程组(28)的迭代式进行以下几种方式修改：

1. 为了改善对迭代初值的要求，引入松弛因子 ω_k

$$X_{k+1} = X_k - \omega_k [DF(X_k)]^{-1} F(X_k)$$

2. 为了克服矩阵 $DF(X_k)$ 的奇异性，减弱病态性，引入阻尼因子 μ_k

$$X_{k+1} = X_k - [DF(X_k) + \mu_k I]^{-1} F(X_k)$$

3. 同时带有松弛因子 ω_k 和阻尼因子 μ_k

$$X_{k+1} = X_k - \omega_k [DF(X_k) + \mu_k I]^{-1} F(X_k)$$

上述三种改进方法一定程度上改善了模型的收敛性、提高了模型与收敛范围。

参考文献

- [1] 谢金星, 薛毅. 优化建模与LINDO/LINGO软件[M].北京:清华大学出版社, 2005.
- [2] LINGO和EXCEL在数学建模中的应用[M].北京:科学出版社, 2007.
- [3] 龚纯, 王正林. 精通MATLAB最优化计算[M].北京:电子工业出版社, 2012.
- [4] 叶其孝等. 大学生数学建模辅导教材[M].长沙:湖南教育出版社, 1993.
- [5] 林健良. 运筹学及实验[M].北京:华南理工大学出版社, 2005.
- [6] 李佐锋. 数学建模[M].长春:东北师范大学出版社, 2005.
- [7] 运筹学教材编写组编. 运筹学(第三版)[M].北京:清华大学出版社, 2008.
- [8] 胡运权. 运筹学教程(第三版)[M].北京:清华大学出版社, 2008.
- [9] 复旦大学数学系. 数学分析[M].北京:高等教育出版社, 2009.
- [10] 华东师范大学数学系. 数学分析(第四版)[M].北京:高等教育出版社, 2010.
- [11] 林铨云, 董加礼. 对目标优化的方法与理论[M].长春:吉林教育出版社, 1992.
- [12] 苟学中. 变循环发动机建模及控制规律研究, [硕士学位论文].南京:南京航空航天大学, 2004.
- [13] 刘洪波, 王荣桥. 变循环发动机总体结构和模式转换机构研究[J].航空动力学报, 2008, 34(3):1-5.
- [14] 方昌德. 变循环发动机[J]. 燃气涡轮试验与研究, 2004, 17(3):1-5.
- [15] 李志刚, 陶增元, 李剑. 变几何部件对发动机性能的影响分析[J].航空发动机, 2005, 31(2):6-8.
- [16] 周文祥. 航空发动机及控制系统建模与面向对象的仿真研究, [博士学位论文].南京:南京航空航天大学, 2006.
- [17] 方昌德. 变循环发动机及其关键技术.国际航空, 2004(7): 49-51.
- [18] 刘增文, 王占学, 蔡元虎. 变循环发动机模态转换数值模拟[J].航空动力学报, 2009, 26(9):2128-2132.

- [19] 王元, 李秋红, 黄向华. 变循环发动机建模技术研究[J]. 航空动力学报, 2013, 28(4): 954-960.
- [20] 林雪平. 变几何发动机稳态性能计算研究, [硕士学位论文]. 西安: 西北工业大学, 2004.
- [21] 张荣. 变循环发动机建模技术及仿真研究, [硕士学位论文]. 南京: 南京航空航天大学, 2010.
- [22] 刘增文, 王占学, 黄红超等. 变循环发动机性能数值模拟[J]. 航空动力学报, 2010, 25(6): 1310-1315.
- [23] 胡国珍. 变循环发动机性能计算中的多变量状态控制, 1997年第六届航空动力学会.
- [24] 苟学中, 周文祥, 黄金泉. 变循环发动机部件级建模技术[J]. 航空动力学报, 2013, 28(1): 104-111.

附录

附录1：程序

程序1 风扇数据表中流量随压比函数值变化图

```
x1=xlsread('data.xls','A4:A23'); y1=xlsread('data.xls','B4:B23');
x2=xlsread('data.xls','D4:D23'); y2=xlsread('data.xls','E4:E23');
x3=xlsread('data.xls','G4:G23'); y3=xlsread('data.xls','H4:H23');
x4=xlsread('data.xls','J4:J23'); y4=xlsread('data.xls','K4:K23');
x5=xlsread('data.xls','M4:M23'); y5=xlsread('data.xls','N4:N23');
x6=xlsread('data.xls','P4:P23'); y6=xlsread('data.xls','Q4:Q23');
x7=xlsread('data.xls','S4:S23'); y7=xlsread('data.xls','T4:T23');
x8=xlsread('data.xls','V4:V23'); y8=xlsread('data.xls','W4:W23');
x9=xlsread('data.xls','Y4:Y23'); y9=xlsread('data.xls','Z4:Z23');
x=[x1,x2,x3,x4,x5,x6,x7,x8,x9]; y=[y1,y2,y3,y4,y5,y6,y7,y8,y9];
[a1,b1]=size(x);zz=zeros(a1,b1);
for i=1:9
x0=x(:,i);a0=x0(1,1);b0=x0(1,1);
for j=1:20
if a0>=x0(j,1)
a0=x0(j,1);
end
if b0<=x0(j,1)
b0=x0(j,1);
end
```

```

end

for j=1:20

zz(j,i)=(x(j,i)-a0)/(b0-a0);

end

end

for i=1:9

axis([0.7 1.02 20 115]);

plot(zz(:,i),y(:,i));

hold on

end

```

程序2 插值

插值1

```

x1=xlsread('data.xls','A4:A23'); y1=xlsread('data.xls','B4:B23');
x2=xlsread('data.xls','D4:D23'); y2=xlsread('data.xls','E4:E23');
x3=xlsread('data.xls','G4:G23'); y3=xlsread('data.xls','H4:H23');
x4=xlsread('data.xls','J4:J23'); y4=xlsread('data.xls','K4:K23');
x5=xlsread('data.xls','M4:M23'); y5=xlsread('data.xls','N4:N23');
x6=xlsread('data.xls','P4:P23'); y6=xlsread('data.xls','Q4:Q23');
x7=xlsread('data.xls','S4:S23'); y7=xlsread('data.xls','T4:T23');
x8=xlsread('data.xls','V4:V23'); y8=xlsread('data.xls','W4:W23');
x9=xlsread('data.xls','Y4:Y23'); y9=xlsread('data.xls','Z4:Z23');
x=[x1,x2,x3,x4,x5,x6,x7,x8,x9]; y=[y1,y2,y3,y4,y5,y6,y7,y8,y9];
[a1,b1]=size(x);zz=zeros(a1,b1);

for i=1:9

```

```

x0=x(:,i);a0=x0(1,1);b0=x0(1,1);

for j=1:20

if a0>=x0(j,1)

a0=x0(j,1);

end

if b0<=x0(j,1)

b0=x0(j,1);

end

end

for j=1:20

zz(j,i)=(x(j,i)-a0)/(b0-a0);

end

end

x11=xlsread('data.xls','C4:C23'); x12=xlsread('data.xls','F4:F23');

x13=xlsread('data.xls','I4:I23'); x14=xlsread('data.xls','L4:L23');

x15=xlsread('data.xls','O4:O23'); x16=xlsread('data.xls','R4:R23');

x17=xlsread('data.xls','U4:U23'); x18=xlsread('data.xls','X4:X23');

x19=xlsread('data.xls','AA4:AA23'); x111=[x11,x12,x13,x14,x15,x16,x17,x18,x19];

z=[0.4 0.5 0.6 0.7 0.81 0.9 0.95 1 1.075]; z=z';

for i=0:8

zzzz((20*i+1):(20*(i+1)),1)=z(i+1,1)*ones(20,1);

end

xx=reshape(x,180,1); yy=reshape(y,180,1);

zzz=reshape(zz,180,1); xx1111=reshape(x111,180,1);

```

```

pin=0.3447;tin=244.3812;

tid=288.15;cp=2.3894;cw=0.4950;cn=1.0684;pid=1.01325;

b=0.95*sqrt(tid/tin);

[aa,bb]=meshgrid(0.5,b);

f0=TriScatteredInterp(zzz,zzzz,xx); xxx=f0(aa,bb);

g0=TriScatteredInterp(zzz,zzzz,xx1111); xx11=g0(aa,bb);

h0=TriScatteredInterp(zzz,zzzz,yy); yyy=h0(aa,bb);

pr=(xxx-1)*cp+1;

nc=cn*xx11;

wc=yyy*cw;

pout=pin*pr

shangin=sair(tin);hanin=hair(tin);

shangol=shangin+287*log(pr);

syms t;

s=shangol-sair(t);

tol=Secant(s,100,390,0.0000001);

hout=(hair(tol)-hair(tin))/nc+hair(tin);

syms t0;

s0=hout-hair(t0);

tout=Secant(s0,100,390,0.000001)

wa=wc*sqrt(tid/tin)*pin/pid

插值2 x1=xlsread('CDFS.xls','A4:A23'); y1=xlsread('CDFS.xls','B4:B23');

x2=xlsread('CDFS.xls','D4:D23'); y2=xlsread('CDFS.xls','E4:E23');

x3=xlsread('CDFS.xls','G4:G23'); y3=xlsread('CDFS.xls','H4:H23');

```

```

x4=xlsread('CDFS.xls','J4:J23'); y4=xlsread('CDFS.xls','K4:K23');
x5=xlsread('CDFS.xls','M4:M23'); y5=xlsread('CDFS.xls','N4:N23');
x6=xlsread('CDFS.xls','P4:P23'); y6=xlsread('CDFS.xls','Q4:Q23');
x7=xlsread('CDFS.xls','S4:S23'); y7=xlsread('CDFS.xls','T4:T23');
x8=xlsread('CDFS.xls','V4:V23'); y8=xlsread('CDFS.xls','W4:W23');
x9=xlsread('CDFS.xls','Y4:Y23'); y9=xlsread('CDFS.xls','Z4:Z23');
x11=xlsread('CDFS.xls','C4:C23'); x12=xlsread('CDFS.xls','F4:F23');
x13=xlsread('CDFS.xls','I4:I23'); x14=xlsread('CDFS.xls','L4:L23');
x15=xlsread('CDFS.xls','O4:O23'); x16=xlsread('CDFS.xls','R4:R23');
x17=xlsread('CDFS.xls','U4:U23'); x18=xlsread('CDFS.xls','X4:X23');
x19=xlsread('CDFS.xls','AA4:AA23'); x=[x1,x2,x3,x4,x5,x6,x7,x8,x9];
z=[0.359,0.528,0.661,0.791,0.88,0.952,1,1.028,1.144]; y=[y1,y2,y3,y4,y5,y6,y7,y8,y9];
[a1,b1]=size(x);zz=zeros(a1,b1);
for i=1:9
x0=x(:,i);a0=x0(1,1);b0=x0(1,1);
for j=1:20
if a0>=x0(j,1)
a0=x0(j,1);
end
if b0<=x0(j,1)
b0=x0(j,1);
end
end
for j=1:20

```

```

zz(j,i)=(x(j,i)-a0)/(b0-a0);

end

end

z=z';

for i=0:8

zzzz((20*i+1):(20*(i+1)),1)=z(i+1,1)*ones(20,1);

end

x111=[x11,x12,x13,x14,x15,x16,x17,x18,x19];

xx=zeros(180,1); xx=reshape(x,180,1);

yy=zeros(180,1); yy=reshape(y,180,1);

zzz=zeros(180,1); zzz=reshape(zz,180,1);

xx111=zeros(180,1); xx111=reshape(x111,180,1);

pin=1.3084;tin=379.4859;

tid=428.56862609;cp=0.3059;cw=0.1500;cn=1.0999;pid=3.5464;

b=0.95*sqrt(tid/tin); [aa,bb]=meshgrid(0.5,b);

xxx=griddata(zzz,zzzz,xx,aa,bb,'linear');

xx111=griddata(zzz,zzzz,xx111,aa,bb,'linear');

yyy=griddata(zzz,zzzz,yy,aa,bb,'linear');

pr=(xxx-1)*cp+1;

nc=cn*xx111;

wc=yyy*cw;

pout=pin*pr

shangin=sair(tin);hanin=hair(tin);

shangol=shangin+287*log(pr);

```

```

syms t s;

s=shangol-sair(t);

tol=NewtonRoot(s,100,500,0.000001);

hout=(hair(tol)-hair(tin))/nc+hair(tin);

syms t0 s0;

s0=hout-hair(t0);

tout=NewtonRoot(s0,100,500,0.000001)

wa=wc*sqrt(tid/tin)*pin/pid

```

程序3 非线性方程根的求解

```

function root=NewtonRoot(f,a,b,eps)

f1=subs(sym(f),findsym(sym(f)),a); f2=subs(sym(f),findsym(sym(f)),b);

if(f1==0)

root=a;

end

if(f2==0)

root=b;

end

if(f1*f2>0)

disp('两端点函数值乘积大于0!');

return;

else

tol=1;

fun=diff(sym(f));

fa=subs(sym(f),findsym(sym(f)),a); fb=subs(sym(f),findsym(sym(f)),b);

```

```

dfa=subs(sym(fun),findsym(sym(fun)),a); dfb=subs(sym(fun),findsym(sym(fun)),b);
if(dfa>dfb)
    root=a-fa/dfa;
else
    root=b-fb/dfb;
end
while(tol>eps)
    r1=root;
    fx=subs(sym(f),findsym(sym(f)),r1);
    dfx=subs(sym(fun),findsym(sym(fun)),r1);
    root=r1-fx/dfx;
    tol=abs(root-r1);
end
end

```