



## 第十一届华为杯全国研究生数学建模竞赛

题 目 无线通信中的快时变信道建模

摘 要:

高速移动环境下,无线通信信道的通信性能会受到严重影响。本文针对无线通信中的快时变信道,采用了基扩展模型(CE-BEM、DPS-BEM)进行信道参数模拟,并用经过改进的 Jakes 瑞利衰落信道模型进行信道衰落的仿真。最后,在考虑加性高斯白噪声的情况下,进行输入信号的数字调制及解调模拟,并研究信噪比(SNR)与误比特率(BER)之间的关系。具体完成工作如下:

针对问题一:以一个传输符号块为研究对象,依据基扩展原理,采用复指数基扩展模型(CE-BEM)与椭圆基扩展模型(DPS-BEM),依据信道参数的部分实测信号,对整体数据进行拟合预测,并对两种模型进行准确度计算和复杂度量。基于准确度和复杂度的考虑,对比评价了两种模型的优劣,给出了兼顾精确性与高效性的模型参数。

针对问题二:首先,利用问题一中已建两种基扩展信道模型,考虑了相对速度引起的多普勒频移,完成了运动速度对所建模型准确度影响规律的研究。其次,基于经典的 Jakes 瑞利衰落信道方法,在考虑多径延迟和衰减增益的情况下,建立了改进的 Jakes 瑞利衰落信道模型,并分析了所建信道仿真模型的相互独立性,以及幅度与相位的统计特性。利用所建信道模型产生仿真数据,验证了问题一中所建模型在减少测试数据方面的效果。

针对问题三:选用 OFDM 系统来进行研究实际信道受噪声影响的情况。依据 QAM 调制与解调原理,使用 Matlab 中的相关函数生成符合调制要求的随机数据流作为输入信号,信道数据采用附件中不同终端移动速度下的实测数据。在每个传输数据块内添加 AWGN 噪声信号,其信噪比(SNR)取值范围从 0 到 40 dB。假定导频信号为梳状分簇插入方式,同时结合问题一中建立的 DPS-BEM

信道数据预测模型，分别使用 LS 与 LSMME 两种信道估计算法，研究了终端移动速度为 90km/h、180km/h、270km/h、450km/h 时，信噪比（SNR）与误比特率（BER）之间的关系。

**关键词：**无线通信；快时变信道；基扩展模型；信道仿真；数字调制与解调

# 目 录

摘 要 .....	1
第一章 问题重述 .....	5
1.1 背景介绍 .....	5
1.1.1 基本模型 .....	5
1.1.2 无线信道估计 .....	6
1.2 研究问题 .....	7
第二章 名词解释、符号说明与基本假设 .....	9
2.1 名词解释 .....	9
2.2 符号说明 .....	9
2.3 基本假设 .....	10
第三章 问题分析 .....	11
3.1 问题一分析 .....	11
3.2 问题二分析 .....	11
3.3 问题三分析 .....	12
第四章 快时变信道参数预测模型建立及评价 .....	13
4.1 CE-BEM 模型建立及评价 .....	13
4.1.1 模型建立 .....	13
4.1.2 模型评价 .....	14
4.2 DPS-BEM 模型建立及评价 .....	16
4.2.1 模型建立 .....	16
4.2.2 模型评价 .....	17
4.3 CE-BEM 模型与 DPS-BEM 模型对比分析 .....	19
4.3.1 准确度对比分析 .....	19
4.3.2 算法复杂度对比分析 .....	20
第五章 运动速度影响研究及多径快时变信道仿真 .....	21
5.1 运动速度影响研究 .....	21
5.2 多径快时变信道数据仿真 .....	22
5.2.1 常用经典信道仿真模型 .....	22
5.2.2 多径快时变信道仿真模型 .....	23
5.2.3 信道数据仿真结果 .....	24
5.2.4 采用信道仿真数据验证 DPS-BEM 模型的准确度 .....	28
第六章 基于 DPS-BEM 模型的 SNR 与 BER 关系研究 .....	30
6.1 OFDM 数据传输系统 .....	30
6.1.1 OFDM 数据传输系统模型 .....	30
6.1.2 OFDM 调制与解调 .....	31
6.1.3 基于 DPS-BEM 模型的 OFDM 系统 .....	31
6.1.4 插入导频结构 .....	32
6.1.5 信道估计的数据模型 .....	32
6.2 SNR 与 BER 关系分析研究 .....	33
6.2.1 LS 与 LSMME 估计算法优缺点 .....	34

6.2.2 SNR 与 BER 关系分析 .....	34
<b>参考文献</b> .....	37

# 第一章 问题重述

## 1.1 背景介绍

### 1.1.1 基本模型

宽带移动通信传输正在改变着人们的生活，更为快速和准确的传递信息是其基本需求。据预测，到 2020 年，数以千亿的“物”，包括汽车、计量表、医疗设备和家电等都将连入移动通信网络，人们的移动数字生活也将更加美好。由于移动通信网络连接环境复杂多变，对实现高速宽带数据传递提出了更高的要求和挑战。例如，高速铁路和高速公路的开通和应用，使未来移动通信系统面临高速移动环境，而在高速移动环境下，无线通信信道会发生快速变化，若不能适应这种变化，通信系统性能将会受到严重影响，极大降低信息传输的速度和质量。分析现有通信模型的不足，建立新的数学模型，对提升信道容量、增加信息传输速率和降低误码率会有很好的促进作用。

在通信系统中，发送端通过信道传输信号到接收端，在传输过程中，不可避免地要引入干扰噪声。接收端对包含噪声的信号进行合理解码，得到正确的信息，完成信息传输过程，原理用图 1.1 表示。



图1.1 通信基本模型示意图

通信过程的数学模型可以表示为：

$$Y = H \cdot X + W \quad (1-1)$$

从式（1-1）可以看出，在已知接收端信号  $Y$  的情况下，要得知发送端的信号  $X$ ，还需要知道信道变量  $H$  和噪声  $W$  的统计特征。 $W$  可视为加性高斯白噪声 AWGN（Additive White Gaussian Noise），因此问题的关键就是对  $H$  规律的探索。

在无线信道中，发送和接收之间通常存在多于一条的信号传播路径。多径的存在是因为发射机和接收机之间建筑物和其他物体的反射、绕射、散射等引起的，其传播特征如图 1.2 所示。

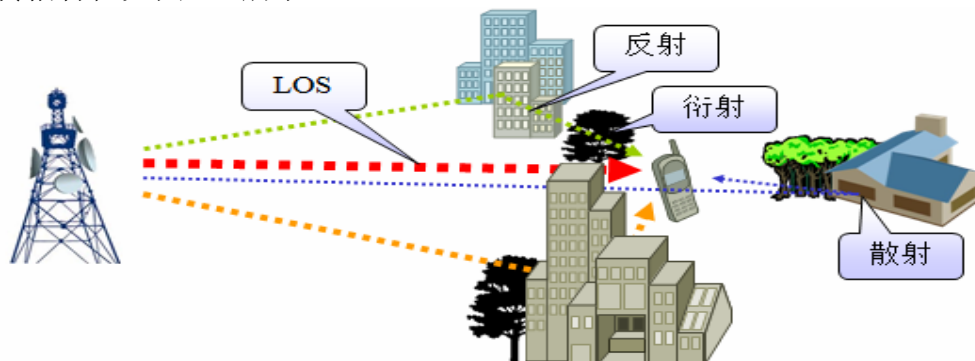


图1.2 无线信道传播特征

图中 LOS (line of sight) 是信号直接到达的传播路径。可以看出, 由于环境的复杂性, 信号传播途径也复杂多变, 需要对其进行简化和抽象, 建立描述、估计信道传播的数学模型。

当信号在无线信道传播时, 多径反射和衰减的变化将使信号经历随机波动。无线多径传输系统的时间离散形式的数学表达式为[1]:

$$y[n] = \sum_{l=0}^{L-1} h_l[n]x[n-l] + w[n], n = 0, \dots, K-1 \quad (1-2)$$

式中  $L$  为信道的多径数,  $K$  为传输信号的长度,  $w(n)$  可视为 AWGN,  $h_l[n]$  就是信道参数。

可以看出, 由于多径效应的存在, 接收端接收到的信号相比于实际发送的信号在时域上被展宽, 称为时延扩展。

移动台与基站间的相对运动带来的多普勒效应使信道特性随时间变化[2][3]。运动速度越快, 信道变化越快。

### 1.1.2 无线信道估计

如果我们要准确的从接收端得到发端的信号, 必须准确地对无线信道  $H$  进行估计, 常用的估计方法包括使用训练序列(导频), 即在发送端插入训练序列, 在接收端根据已知导频可以估计信道。由于信道是时变的, 需要周期性地插入训练信号和进行信道参数估计。在慢衰落信道情况下, 使用导频是一种比较准确经济的方法, 但在高速运动的快时变信道情况下, 就需要频繁地增加训练信号(开销), 在接收端增加相同的信道估计次数。由于导频不承载有用信息, 过密的导频插入将会占用过多的传输资源, 降低有用信息的传输速率, 因此在快时变的信道中, 希望发现新的数学模型来估计快变的信道参数, 降低导频的插入频率。

减少信道参数估计的方法有插值等方法, 而基扩展(Basis Expansion Model)方法是最近研究得比较活跃的一种方法[1][2], 有可能以后在实际通信系统获得应用并提升性能。其主要是利用有限个基函数的线性组合来描述一定时间内的时变信道, 可以模拟有多普勒效应的快时变信道, 减少信道参数直接估计的次数, 数学模型为:

$$h_l[n] = \sum_{m=0}^{M-1} b_{lm} B_m[n], l = 0, \dots, L-1 \quad (1-3)$$

式中  $b_{lm}$  是第  $l$  个路径第  $m$  个基系数, 在一定时间周期  $T$  内不随时间  $n$  变化,  $B_m$  是第  $m$  个基函数矢量, 变量是时间  $n$ , 通过上式, 把时变量  $h_l[n]$  转化为一定时间周期  $T$  内非时变量  $b_{lm}$  和另一时变量  $B_m[n]$  (是时间  $n$  的函数, 但函数形式不变) 的表达式, 即在  $T$  内估计一次  $b_{lm}$  即可实现对快时变信道参数  $h_l[n]$  的估算。式(1-3)代入式(1-2), 可得到整个信息传输的模型表示:

$$y[n] = \sum_{l=0}^{L-1} \left( \sum_{m=0}^{M-1} b_{lm} B_m[n] \right) x[n-l] + w[n], n = 0, \dots, K-1 \quad (1-4)$$

在上述表达式中, 基函数的选择对  $M$  的大小有较大影响。

无论何种方法, 对新建立模型的评价除了看相邻测试数据的间隔长短外主要有以下 2 个方面:

#### 1) 模型准确度

对信道模型的准确度评价可以根据实际时变的信道参数与估计信道参数的误差, 计算均方误差 (MSE) 或归一化均方误差 (NMSE), 其中 NMSE 的数学

表达式为:

$$NMSE = \frac{\sum_{n=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{L-1} |h_l(n) - \hat{h}_l(n)|^2}{\sum_{n=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{L-1} |h_l(n)|^2} \quad (1-5)$$

式中, 比较双方分别为实际信道参数和根据模型计算得到的估计值。

也可以根据最终通信结果进行评价信道, 在输入信号已知的情况下, 计算通过信道后的输出信号与输入信号间的误比特率 BER (Bit Error Rate)。

## 2) 算法复杂度

模型所用算法的优劣对实用影响很大, 算法的复杂度要保证工程可实现, 可用  $O(f(n))$  量化表示[1], 是评价模型的重要指标。

## 1.2 研究问题

在上述提供的背景材料以及自行查阅相关文献资料的基础上, 请你们的团队探索研究下列问题。要求写出建模的过程及所用算法说明, 并附上所用的程序 (C/C++/Java/Matlab 等)。

1. 数据文件 1 给出了某信道的测试参数 (运动速度 180Km/h, 载波频率 3GHz, 信道采样频率 200KHz), 请建立数学模型, 在保持一定的准确度的情况下, 把测试数据中的部分数据通过所建模型计算获得, 从而减少实际数据的测试量 (即利用部分测试数据通过所建模型预测整体数据, 实测数据量越少越好)。用图表方式展示原始数据与计算结果的误差, 并分析模型所用算法的复杂度。

2. 多普勒效应引起信道的变化, 在载波频率一定的情况下, 变化的程度与相对速度有关[3][4]。数据文件 2、3、4 分别是载波频率为 3GHz 时, 信道在不同速度 90Km/h、270Km/h、450Km/h 时的测试数据 (信道采样频率是 200KHz)。请对这些数据进行分析, 探索运动速度对第一问你们所建模型准确度影响的规律。

在通信研究过程中经常会采用仿真的方法产生信道数据, 如果多径衰落信道相互独立, 幅度服从瑞利(Rayleigh)分布, 相位服从均匀分布[5], 如何对多径时变传输信道建模? 信道相关的参数(多径数、多径延迟、多径衰减增益等)可参见文献[6]附录 B (见附件)。描述信道建模的过程, 并利用所建信道模型产生的仿真数据, 验证前面你们所建模型在减少测试数据方面的效果。

3. 在一个通信系统中, 为适应无线信道的特点, 信号在信道传输过程中还涉及到数字调制和解调过程[3][4], 在信道传输前, 在调制过程中二进制序列信号要调制为复数序列, 以适合无线信道传输。常用的数字调制方式有 QAM 调制, 可以用星座图直观表示。

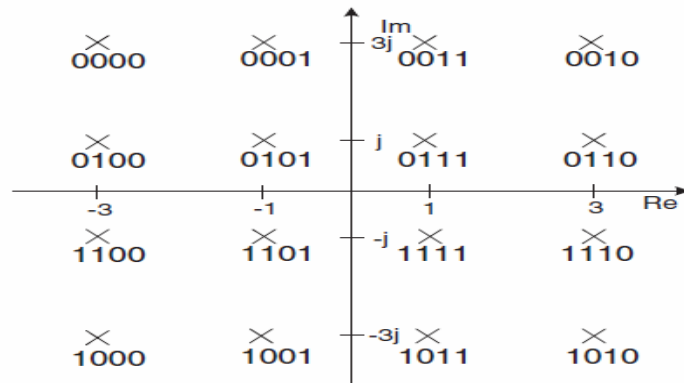


图1.3 16QAM星座图

图 1.3 为 16QAM 星座图,可以把 4 位二进制数按顺序转换为相应的复数(如 0000 转换为 $-3+3j$ ),并与载波信号相乘后送入信道。接收端接收到复数信号后进行载波解调后解码(即按逆变换将 $-3+3j$ 转换为 0000),恢复二进制序列。

根据实际信道受噪声影响的情况,对题 1 和题 2 中涉及的信道增加 AWGN 噪声, SNR 的取值参考范围从 0 到 40dB。自行定义任意输入信号,进行数字调制及解调,信道参数采用前面所建减少信道数据测试频度的模型,分析 SNR 与 BER 之间的关系。



## 第二章 名词解释、符号说明与基本假设

### 2.1 名词解释

#### 1) 正交频分复用技术

正交频分复用技术（OFDM）是一种多载波并行传输技术，它的主要思想是：将信道分为若干正交子信道，将高速数据信号转换成并行的低速子数据流，调制到在每个子信道上进行传输。

#### 2) 多径效应

在无线通信系统中，由于传播环境中中间散射体的存在，发射信号经历一系列的反射、散射、衍射等物理过程，最后通过多个路径到达接收设备，这样就导致了信号的多径传播。

#### 3) 多普勒效应

移动台与基站间的相对运动会引起频率的偏移，即多普勒平移。许多散射的路径来自不同的方向，导致了不同的多普勒平移，形成多普勒扩展。

#### 4) 基扩展（BEM）信道模型

BEM 模型采用有限个基函数的线性组合来描述一定时间（通常为一个传输块）内的时变信道，本论文下面提到的 CE-BEM 及 DPS-BEM 基函数分别取傅里叶基以及椭球基。

#### 5) 载波频率

在信号的传输过程中，并不是将信号直接进行传输，而是将信号负载到一个固定频率的波上，这个过程称为加载，这样的固定频率就称为载波频率。

#### 6) 调制与解调

调制：将各种数字基带信号转换成适用于信道传输的数字调制信号；

解调：在接收端将收到的数字频带信号还原成数字基带信号。

### 2.2 符号说明

常用符号如表 2.1 所示。

表 2.1 常用符号说明

符号	定义
$Y, y$	接收端信号
$X, x$	发送端信号
$H, h_l$	信道参数
$W, w$	加性高斯白噪声
$b, g_q(l)$	基系数
$B, b_q(n)$	基函数矢量
$L$	路径数
$Q$	BEM 模型基函数阶数
$N$	传输符号块内采样点数

### 2.3 基本假设

本文关于无线通信中的快时变信道建模的研究基于以下基本假设：

1. 假设 BEM 建模在一个传输数据采样块内，基函数系数不随时间变化而变化；
2. 使用 BEM 模型描述多径时变信道时，参数  $L, Q, \tau_{\max}, f_{\max}$  是已知的并且是有限的，同时满足： $2\tau_{\max}f_{\max} < 1$ 。
3. BEM 系数  $g_q(l)$  假设为零均值复高斯随机变量。

## 第三章 问题分析

### 3.1 问题一分析

题目中指出：在保持一定准确度的情况下，把测试数据中的部分数据通过所建模型计算获得，从而减少实际数据的测试量。

结合以往的研究，基扩展（BEM）信道模型能够比较好的模拟时频双选信道，特别是拥有大的时延和多普勒扩展的快时变信道。本题采用数据拟合的方法，利用基扩展（BEM）信道模型中的复指数 BEM 模型（CE-BEM）和椭圆基函数 BEM 模型（DPS-BEM）来建立信道模型。

首先，根据题中提供的信道测试参数数据，对部分实测数据采样，拟合建立 CE-BEM 和 DPS-BEM 模型；其次，将测试数据中的其余部分数据通过所建模型计算获得；再次，对所建模型进行归一化均方误差（NMSE）计算并量化两种模型所用算法的复杂度；最后，通过对比两种模型的模型准确度和所用算法的复杂度，衡量两种算法在减小测试数据量方面的效果，给出合理的模型参数和采样方法。由于椭圆基函数模型比复指数模型具有更高的精度，分析结果应当能够体现出两种模型在准确度方面的特点，同时前者在减小数据量方面的表现应当优于后者。

将上述过程通过编写 Matlab 程序实现，对程序进行运行仿真即可以得到模型准确度的图表可视化表现以及算法复杂度的量化表达式。

### 3.2 问题二分析

题目中指出：1.探索运动速度对第一问所建模型准确度影响的规律；2.对多径时变传输信道建模，并利用所建信道模型产生的仿真数据，验证前面所建模型在减少测试数据方面的效果。

本题第一问的求解建立在问题一的基础上，利用问题一建立的 CE-BEM 及 DPS-BEM 模型对不同速度的数据逐一进行准确度计算，通过计算 NMSE 值反映模型准确度受运动速度影响的规律，进行对比分析总结。分析认为终端运动速度增大时，信道测试数据的离散性加大，采用数学模型预测的数据准确度将会有所下降，上述两种模型的实际计算结果应当能够显示出这种规律性。另外，根据问题一的分析，随着速度的增加，CE-BEM 模型模拟的准确度下降较快，而 DPS-BEM 模型模拟的准确度下降较慢，即对高速运动的无线信道数据预测，后一模型更加合适。

第二问题中要求建立多径时变传输信道仿真模型，参考经典的 Jakes 模型进行多径信道仿真模型的建立，利用参考文献[6]附录 B 中的相关数据，建立改进的 Jakes 信道仿真模型。分别采用  $ts = 200ns$  和  $ts = 5000ns$  两种采样间隔的参数选取方案，仿真出两组信道数据。绘出两组数据实部、虚部分量各自的自相关函数以和它们的互相关函数，以及各自的概率密度函数与瑞利分布的概率密度函数，表明仿真数据结果应当能够符合题目给出的假设。最后，利用所建仿真模型产生的仿真数据，结合问题一中不同模型参数和采样方法下的两种模型，计算对比准确度和复杂度，验证所建模型在减少测试数据方面的效果。

### 3.3 问题三分析

题目中指出：根据实际信道受噪声影响的情况，对前两题中涉及的信道增加 AWGN 噪声，自定义任意的输入信号，进行数字调制及解调，信道参数采用前面所建减少信道数据测试频度的模型，分析 SNR 与 BER 之间的关系。

选择 OFDM 数据传输系统作为研究对象来进行信号传输，按照详细的传输过程仿真模拟，编制计算程序，定量计算 SNR 取值从 0 到 40dB 时，加入的 AWGN 噪声引起输入数据的 BER。信号的数字调制与解调方式选用 QAM 星座图，输入数据为符合调制要求而生成的随机数据流，插入梳状分簇分布形式的导频信号，按照基于 DPS-BEM 信道参数估计模型，分别用 LS 和 LSMME 信道估计算法计算该模型在不同信噪比噪声影响下引起的误码率。

## 第四章 快时变信道参数预测模型建立及评价

随着移动通信技术的发展,在超高移动性条件下提供高数据率已经成为通信系统发展的目标。高的数据传输速率需要更宽的带宽,增加带宽会使得采样间隔小于信道的时延扩展,导致信道的频率选择性衰落。而移动终端的高速移动,使得多普勒频移增大,信道条件在短时间内发生快速变化,产生时间选择性衰落。因此,对于宽带通信系统而言,快时变信道也就意味着频域和时域的双重选择性。通过以往的研究,基扩展(BEM)信道模型能够比较好的模拟时频双选信道,特别是对拥有大的时延和多普勒扩展的快时变信道[7]。

BEM 模型采用有限个基函数的线性组合来描述一定时间(通常为一个传输块)内的时变信道,本论文下面的讨论都是基于一个传输符号块考虑 BEM 模型。

### 4.1 CE-BEM 模型建立及评价

#### 4.1.1 模型建立

复指数基扩展模型(CE-BEM)采用傅里叶基作为基函数,是常用的一类 BEM, 它的基函数为:

$$b_q(n) = e^{jw_q n} \quad (4-1)$$

其中,  $w_q = 2\pi(q - Q/2)/N$ ,  $q$  为基函数的阶数,  $Q$  为阶数的上限,  $N$  为一个传输数据块的长度,  $n$  为传输数据块中测试参数的下标。此时, 多径信道模型表示为:

$$h(n, l) = \sum_{q=0}^Q g_q(l) b_q(n) \quad (4-2)$$

其中,  $l$  表示第  $l$  条传输路径, 上式写成矩阵形式为:

$$[h] = [g]^T [B] \quad (4-3)$$

将上式两边同时乘以矩阵  $[B]$  的广义逆并移项, 可得系数矩阵  $[g]$  计算结果为:

$$[g] = [h] \text{pinv}[B] \quad (4-4)$$

式中符号  $\text{pinv}[B]$  表示矩阵的广义逆。

利用文件 1 中数据计算系数矩阵  $[g]$  的步骤如下:

- 1) 确定一个传输数据块的长度  $N$ , 可取 256, 512 或 1024, 将所有数据分成大小相等的数据块;
- 2) 根据不同大小数据块内数据变化的剧烈程度选择基函数的阶数  $Q$ , 确定基函数矩阵  $[B]$ , 大小为  $(Q+1) \times N$ ;

3) 对每个数据块计算其系数矩阵 $[g]$ ，其大小为 $(Q+1) \times L$ ；

然而，按照上述步骤计算得到的基函数大小为 $L \times N$ ，这是一个数据块内全部测试数据量，这样，实际测试数据量并未得到减少，不符合建立基扩展模型的目的。为了使 CE-BEM 模型能够实现减少实际测试数据量的效果，实际使用时系数矩阵 $[g]$ 的计算步骤需要在前述步骤的基础上进行修改，修改后的 $[g]$ 的计算步骤，以及通过部分测试数据预测整体数据的具体过程为：

- 1) 确定一个传输数据块的长度 $N$ ，可取 256、512 或 1024，确定基函数矩阵 $[B]$ ，大小为 $(Q+1) \times N$ ；
- 2) 取数据块内的部分数据，确定一个缩减后的基函数矩阵 $[B]_{bs}$ 。这里块内数据选取方法为等间距取样，取样间距即数据缩减倍数 $bs$ 可取为 2、4、8 或 16，即相应的测试数据缩减为原来的 $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}$  或  $\frac{1}{16}$ ，这样得到  
的基函数矩阵 $[B]_{bs}$  大小为 $(Q+1) \times \frac{N}{bs}$ ；
- 3) 记一个数据块内的全部数据矩阵为 $[h]$ ，其大小为 $L \times N$ ，等间距取样后得到缩减后的数据块矩阵为 $[h]_{bs}$ ，其大小为 $L \times \frac{N}{bs}$ ；
- 4) 根据缩减后的矩阵计算系数矩阵 $[g]$ ，计算公式为：

$$[g] = [h]_{bs} \text{pinv}[B]_{bs} \quad (4-5)$$

- 5) 这样得到用缩减后数据估计整体数据的计算公式为：

$$[h]_{cal} = [g]^T [B] \quad (4-6)$$

根据上述过程，通过定义了一个数据缩减倍数 $bs$ ，在每个数据块内，只需要知道原来数据的 $\frac{1}{bs}$ ，就可以通过建立的 CE-BEM 模型预测整体数据，大大减小了数据的测试量。

#### 4.1.2 模型评价

##### 1) 模型准确度分析

根据题中所给信息，定义如下的归一化均方误差（NMSE）来评价模型的准确度：

$$NMSE = \frac{\sum_{n=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{L-1} |h_l(n) - \hat{h}_l(n)|^2}{\sum_{n=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{L-1} |h_l(n)|^2} \quad (4-7)$$

其中， $L$  为路径数， $N$  传输数据块的长度。

数据 1 中提供了信道测试参数包含 9 条路径，每条路径测试参数长度为 20000。分析当数据缩减倍数  $bs$  确定，一个传输数据块采样点数分别取  $N=256$ 、512 和 1024 时，得到不同阶次基函数下 CE-BEM 模型的归一化均方误差，取平均误差计算结果如下图 4.1 所示。

分析当传输数据块采样点数确定，数据缩减倍数分别取  $bs=2$ 、4、8 和 16 时，得到不同阶次基函数下 CE-BEM 模型的归一化均方误差，取平均误差计算结果如下图 4.2 所示。

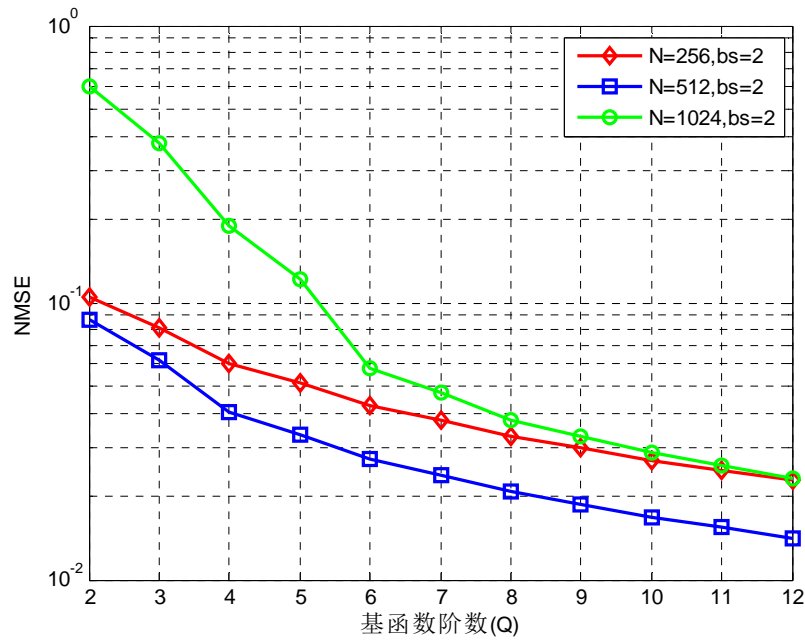


图 4.1 不同传输符号块的 CE-BEM 模型阶数和误差的关系图

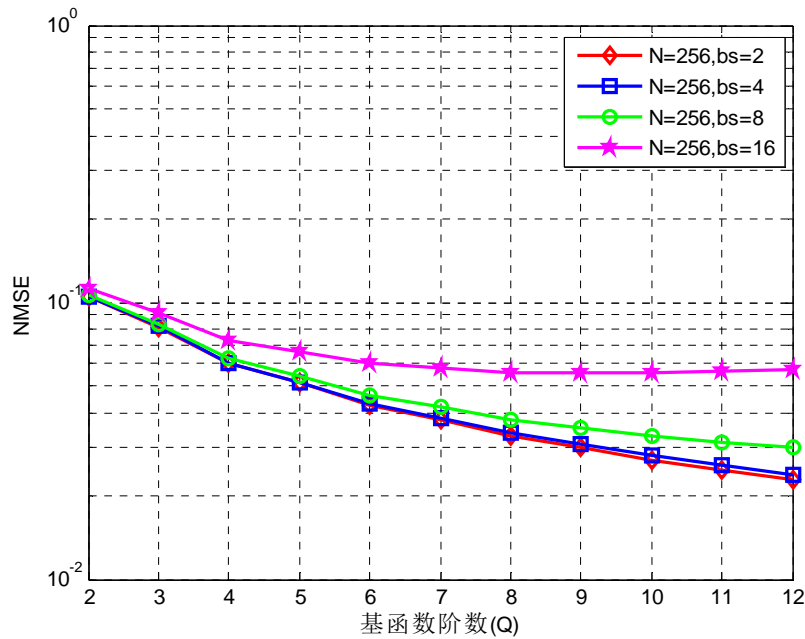


图 4.2 不同数据缩减倍数的 CE-BEM 模型阶数和误差的关系图

从图 4.1 可以看出,  $bs$  即数据缩减倍数确定, 当  $N=256$  和  $N=512$  时, 模型的误差随着阶数  $Q$  的增大而减小, CE-BEM 模型性能较好, 其中,  $N=512$  时归一化均方误差最小。  $N=1024$ , 当  $Q<7$  时, CE-BEM 模型的误差随着  $Q$  的增大下降明显; 当  $Q\geq 7$  时, 模型的误差不再发生大的变化, CE-BEM 模型的性能基本不变。

从图 4.2 可以看出, 传输数据块采样点数确定, 模型的误差随着阶数  $Q$  的增大均呈减小趋势, 并且在  $Q>7$  时, 模型误差的变化趋于平缓, 此时 CE-BEM 模型的性能基本保持不变。在阶数  $Q$  确定时, 模型误差随着数据缩减倍数的增大而增大,  $bs$  达到 8 倍以上, 数据误差开始增大, 曲线差别较为明显。

## 2) 模型复杂度分析

首先, 我们总结一下基于 CE-BEM 的信道估计算法, 可以归纳为以下几个步骤:

- (a) 根据划分的信号序列 (长度  $N=256、512、1024$ ), 求出基函数矩阵  $B$  ( $N*N$ );
- (b) 选取基函数阶数 ( $Q+1$  阶), 并结合对应的部分信号序列求出基函数系数  $b$  ( $(Q+1)*L$ );
- (c) 依据第二步所得到的基函数系数与对应基函数相乘再求和, 得到整个序列的估算值。

下面我们讨论一下每一个步骤的运算复杂度:

步骤 1: 求长度为  $N$  的序列的基函数矩阵  $B$ , 其运算复杂度为  $o(N \times (Q+1))$ ;

步骤 2: 选取基函数后, 求每一个序列对应的基函数系数, 需要进行广义逆矩阵的求解。  $L$  条总长度为  $K$  的测试数据的运算复杂度为:

$$L \times \frac{K}{N} \times \frac{N}{bs} \times (Q+1) \times o\left(\frac{N^2}{bs^2} \times (Q+1)\right) = o\left(\frac{LKN^2(Q+1)^2}{bs^3}\right)$$

步骤 3: 将求得的基函数系数与对应基函数相乘再求和, 得到整个序列的估算值, 其运算复杂度为:

$$L \times \frac{K}{N} \times \frac{N}{bs} \times (Q+1) = o\left(\frac{LK(Q+1)}{bs}\right)$$

综合所有步骤的复杂度运算, 可以得到算法复杂度的量化表达式为:

$$o\left(\frac{LKN^2(Q+1)^2}{bs^3}\right)$$

CE-BEM 模型的优点是具有简单的基函数, 且描述的信道在频域的响应是近似带状的, 对信道估计有非常重要的意义, 然而, CE-BEM 模型的缺点也非常明显, 主要是在建模时分辨率达不到要求导致建模时的误差较大, 从而导致信道的频谱泄漏, 引起吉布斯效应。因此, 为了避免 CE-BEM 的频谱泄漏现象, 常常需要增加频率分辨率, 例如运用过采样技术等, 来提高 CE-BEM 模型的精度。

## 4.2 DPS-BEM 模型建立及评价

### 4.2.1 模型建立

通常快时变多径信道的多普勒功率谱不具有固定的形状, 因此, Zemen 和 Mecklenbrauker[8]提出一种基于椭圆基函数的基扩展模型, 利用矩形功率谱来达到良好的性能。DPS-BEM 模型的基函数按如下方式得到:



首先构造一个  $N \times N$  阶核矩阵  $C$  为:

$$[C]_{n,m} = \frac{\sin(2\pi(n-m)f_{\max}t_s)}{\pi(n-m)} \quad (4-8)$$

基函数  $b_q$  是矩阵  $C$  的第  $q$  个特征向量, 其中特征值按照从大到小的顺序排列。

$$[C]b_q = \lambda_q b_q \quad (4-9)$$

对  $[C]$  进行奇异值分解, 得到:

$$[C]_l = U_l \Lambda_l V_l \quad (4-10)$$

$$\Lambda_l = \begin{bmatrix} \lambda_{1l} & & & \\ & \lambda_{2l} & & \\ & & \ddots & \\ & & & \lambda_{Nl} \end{bmatrix} \quad (4-11)$$

其中,  $\Lambda_l$  是由矩阵  $C_l$  的特征值按照从大到小顺序组成的对角阵,  $U_l$  为各特征值对应的特征向量组成的矩阵, 基函数矩阵为:

$$B = U(:, 1:(Q+1)) \quad (4-12)$$

此时的多径信道模型形式同样具有 BEM 模型的基本形式, 即公式 (4-3)。此时, DPS-BEM 模型可以参考 CE-BEM 模型建立过程进行求解。

#### 4.2.2 模型评价

##### 1) 模型准确度分析

数据 1 中提供了信道测试参数包含 9 条路径, 每条路径测试参数长度为 20000。分析当数据缩减倍数  $bs$  确定, 一个传输数据块采样点数分别取  $N=256$ 、512、1024 和 2048 时, 得到不同阶次基函数下 DPS-BEM 模型的归一化均方误差, 取最大误差计算结果如下图 4.3 所示。

分析当传输数据块采样点数确定, 数据缩减倍数分别取  $bs=2$ 、4、8 和 16 时, 得到不同阶次基函数下 DPS-BEM 模型的归一化均方误差, 取最大误差计算结果如下图 4.4 所示。

从图 4.3 可以看出,  $bs$  即数据缩减倍数确定, 模型的误差随着阶数  $Q$  的增大而呈减小的趋势, 当阶数  $Q$  确定时, 模型的误差随着  $N$  的增大而增大。当  $Q < 9$  时, DPS-BEM 模型的误差随着  $Q$  的增大下降明显; 当  $Q \geq 9$  时,  $N=256$  模型的误差不再发生大的变化, DPS-BEM 模型的性能基本不变。

从图 4.4 可以看出, 传输数据块采样点数确定, 在  $Q < 9$  时, 模型的误差随着阶数  $Q$  的增大均呈减小趋势, 数据缩减倍数的变化对模型误差几乎没有什么影响, 增大  $Q$  值可以提高 DPS-BEM 模型的性能; 在  $Q \geq 9$  时, 模型误差略有增大, 增大  $Q$  值降低 DPS-BEM 模型的性能, 这是受到计算机的精度运算限制, MATLAB 有一个默认的精度运算最大值 32, 对于复数来说其精度最高只能达到

$10^{-16}$ 。

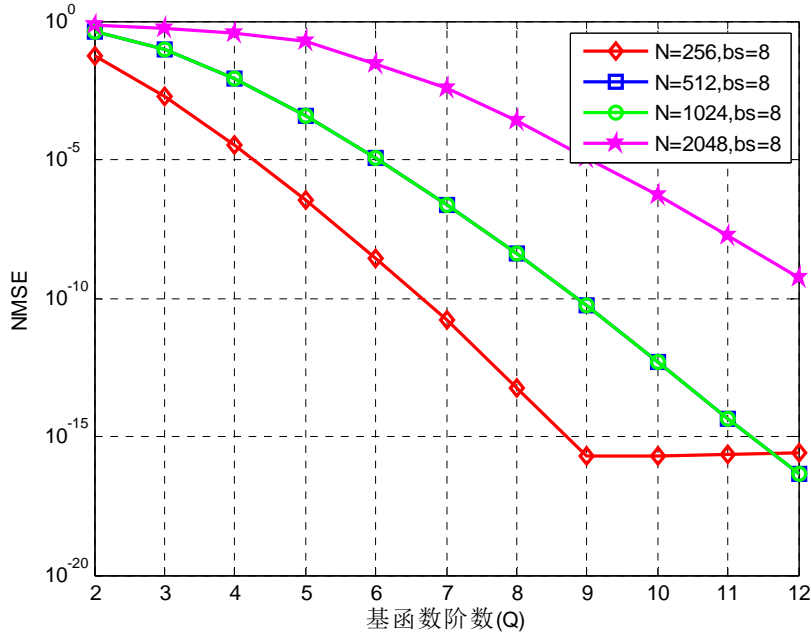


图 4.3 不同传输符号块的 DPS-BEM 模型阶数和误差的关系图

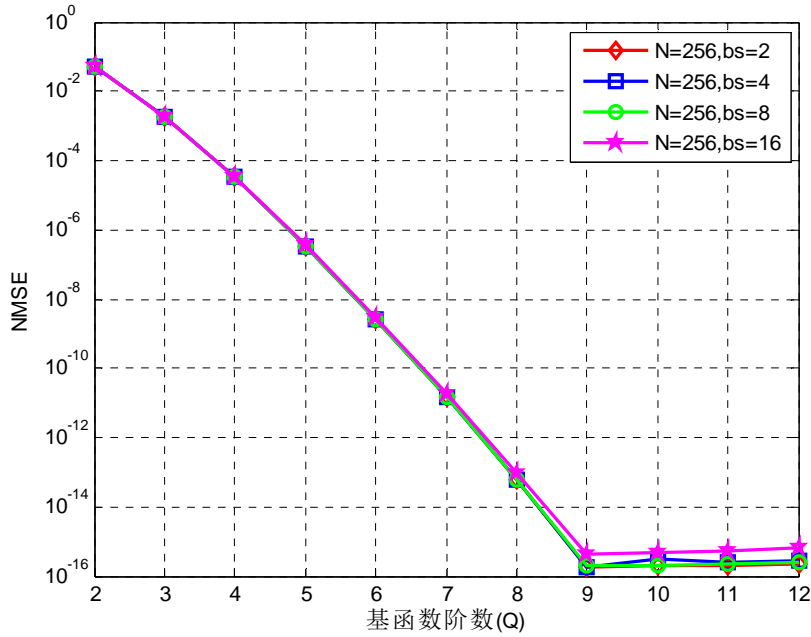


图 4.4 不同数据缩减倍数的 DPS-BEM 模型阶数和误差的关系图

## 2) 模型复杂度分析

首先，我们总结一下基于椭球基扩展模型（DPS-BEM）的信道估计算法，可以归纳为以下几个步骤：

- 根据划分的信号序列（长度  $N=256$ 、 $512$ 、 $1024$ ），求出基函数矩阵  $\mathbf{B}$  ( $N \times N$ )；
- 选取基函数阶数 ( $Q$  阶)，并结合对应的部分信号序列求出基函数系数  $\mathbf{b}$  ( $(Q+1) \times L$ )；

(c) 依据第二步所得到的基函数系数与对应基函数相乘再求和,得到整个序列的估算值。

下面我们讨论一下每一个步骤的运算复杂度:

步骤 1: 求长度为  $N$  的序列的基函数矩阵  $B$ , 需要进行矩阵的奇异值分解, 其运算复杂度 为  $o(N^3)$

步骤 2: 选取基函数后, 求每一个序列对应的基函数系数, 需要进行广义逆矩阵的求解.  $L$  条总长度为  $K$  的测试数据的运算复杂度为:

$$L \times \frac{K}{N} \times \frac{N}{bs} \times (Q+1) \times o\left(\frac{N^2}{bs^2} \times (Q+1)\right) = o\left(\frac{LKN^2(Q+1)^2}{bs^3}\right)$$

步骤 3: 将求得的基函数系数与对应基函数相乘再求和, 得到整个序列的估算值, 其运算复杂度为:

$$L \times \frac{K}{N} \times \frac{N}{bs} \times (Q+1) = o\left(\frac{LK(Q+1)}{bs}\right)$$

综合所有步骤的复杂度运算, 可以得到算法复杂度的量化表达式为:

$$o\left(\frac{LKN^2(Q+1)^2}{bs^3}\right)$$

DPS 基函数序列是一系列正交的球函数, 具有很强的能量集中性。利用 DPS-BEM 模型来描述时变信道, 无论得多普勒频移较高或者多普勒频移低的情况下, 都有比较好的性能。

### 4.3 CE-BEM 模型与 DPS-BEM 模型对比分析

#### 4.3.1 准确度对比分析

分别选取模型性能较好的两种情况  $N=256$  和  $N=512$ , 对比 CE-BEM 模型和 DPS-BEM 模型的准确度, 衡量的指标仍为上述定义的 NMSE, 对比结果如下图所示:

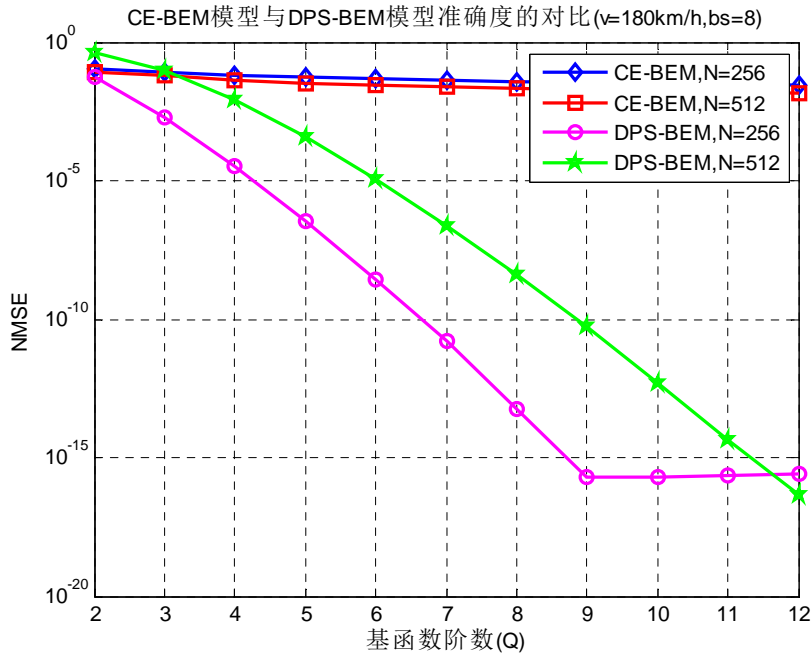


图 4.5 CE-BEM 与 DPS-BEM 模型阶数对误差的影响图

从上图中可以看出,无论  $N$  取 256 还是 512, DPS-BEM 模型的准确度都要优于 CE-BEM 模型,主要体现在如下方面:

(1) DPS-BEM 模型的误差随着  $Q$  增大变小的趋势比 CE-BEM 模型明显,前者曲线呈陡变型下降,后者曲线则十分缓慢,误差几乎没有变化;

(2) DPS-BEM 模型的误差量级远小于 CE-BEM 模型,前者的误差可以达到  $10^{-15}$  与  $10^{-20}$  数量级之间,后者的误差基本维持在  $10^{-2}$  数量级。

(3)  $N=256$  和  $N=512$  两中方案的误差对比表明, DPS-BEM 模型的误差在  $N$  值不同时差别较为明显,而 CE-BEM 模型受参数  $N$  的影响则不太明显。在  $Q=9$  时, DPS-BEM 模型的误差最小,此时模型的性能最优,达到较高的准确度。而 CE-BEM 模型在  $Q=4$  时已达到最优准确度,随着  $Q$  值的增大,模型的准确度提高并不明显。

#### 4.3.2 算法复杂度对比分析

根据上一节中算法复杂度的量化表达式,可以用如下表格对比 CE-BEM 模型以及 DPS-BEM 模型性能稳定时的复杂度(数据缩减倍数均取相同值,此处取  $b_s=4$ )。

其中,令:

$A_1$  为 CE-BEM 模型  $N=256$ ,  $Q=7$  的情况;

$A_2$  为 CE-BEM 模型  $N=512$ ,  $Q=7$  的情况;

$B_1$  为 DPS-BEM 模型  $N=256$ ,  $Q=9$  的情况;

$B_2$  为 DPS-BEM 模型  $N=512$ ,  $Q=9$  的情况;

表 4.1 不同模型复杂度量化值对比

模型	复杂度量化值
$A_1$	65536
$B_1$	102400
$A_2$	262144
$B_2$	409600

从上表可以看出,在达到性能较优的情况下, DPS-BEM 模型的复杂度要大于 CE-BEM 模型。

综上所述,上一小节中介绍了基于 CE-BEM 模型的信道估计算法,CE-BEM 模型因其结构简单而得到了广泛的应用,但是此模型的模型误差相对较大。基于前面的模型建立过程,我们知道 CE-BEM 模型有着固有的缺陷,它实际上是截断傅里叶级数的形式,由多普勒谱的前  $Q+1$  个分量组成,这些分量对称地分布在零频的周围。DPS-BEM 模型对快时变信道有更好的拟合性,模型误差相对更小,无论是在大的多普勒频移下,还是在小的多普勒频移下,都对时变信道有比较好的拟合程度,但是基于 DPS-BEM 模型的算法复杂度要高于 CE-BEM 模型。

## 第五章 运动速度影响研究及多径快时变信道仿真

移动台与基站间的相对运动会引起频率的偏移,即多普勒频移。许多散射的路径来自不同的方向,导致了不同的多普勒频移,形成多普勒扩展。由于多普勒扩展的存在,信道条件在时域上发生变化。另外,除了移动台的移动外传播环境中的散射体的移动也会引起多普勒效应从而导致信道在时间上变化。因此,多普勒效应直接导致信道的时间选择性衰落[9]。

### 5.1 运动速度影响研究

本题要求利用不同速度下的测试数据,分析问题 1 中所建信道模型的准确度受速度影响的规律。

包含第一个数据文件的四个数据文件分别对应速度 90km/h、180km/h、270km/h 和 360km/h 下信道参数的测试结果。对于问题 1 中建立的两模型:CE-BEM 和 DPS-BEM 模型,分别计算各阶基函数下每组测试数据的归一化均方误差(NMSE),通过对于模型准确度分析反应运动速度影响。考虑到模型性能稳定性及准确性,这里给出参数  $N=256$  情形下( $bs$  固定)的 NMSE 计算结果,并据此分析速度对模型准确度的影响规律。

分析 CE-BEM 模型不同速度下模型误差,计算结果如下图所示。从图中可以看出,在传输块采样点数确定,模型缩减倍数固定的情况下,随着速度的增大,CE-BEM 模型的误差增大,尤其当速度达到 450Km/h 时,此时模型的误差较大。此外,速度越大,DPS-BEM 模型取得较好性能所取的  $Q$  越大。但总体而言,无论对于低速还是高速信道数据,CE-BEM 模型的误差均处于较高水平,且变化幅度不大,CE-BEM 模型对信道测试数据的预测效果不佳。

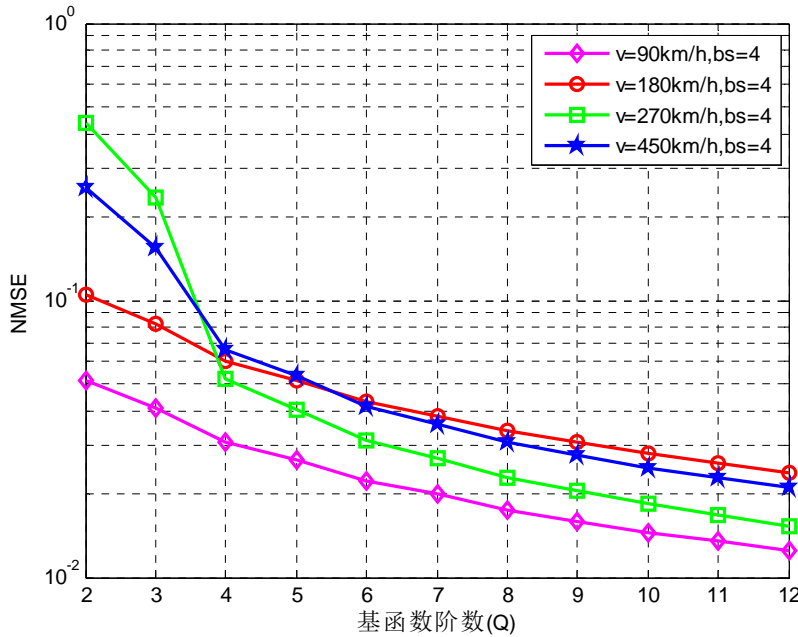


图 5.1 不同速度下 CE-BEM 模型 ( $N=256$ ) 阶数对误差的影响图

分析 DPS-BEM 模型不同速度下模型误差，计算结果如下图所示。从图中可以看出，在传输块采样点数确定，模型缩减倍数固定的情况下，随着速度的增大，DPS-BEM 模型的误差增大，准确度降低，尤其当速度达到 450Km/h 时，此时模型的误差达到最大，与低速度 90Km/h 时相比误差增大较多，规律与 CE-BEM 模型类似，可见速度对 DPS-BEM 模型的影响大于对 CE-BEM 模型的影响。此外，速度越大，DPS-BEM 模型取得较好性能所取的  $Q$  越大，并能够通过提高  $Q$  值保证模型对高速测试数据预测的准确度，即 DPS-BEM 模型对不同速度的测试数据具有较好的适应性。

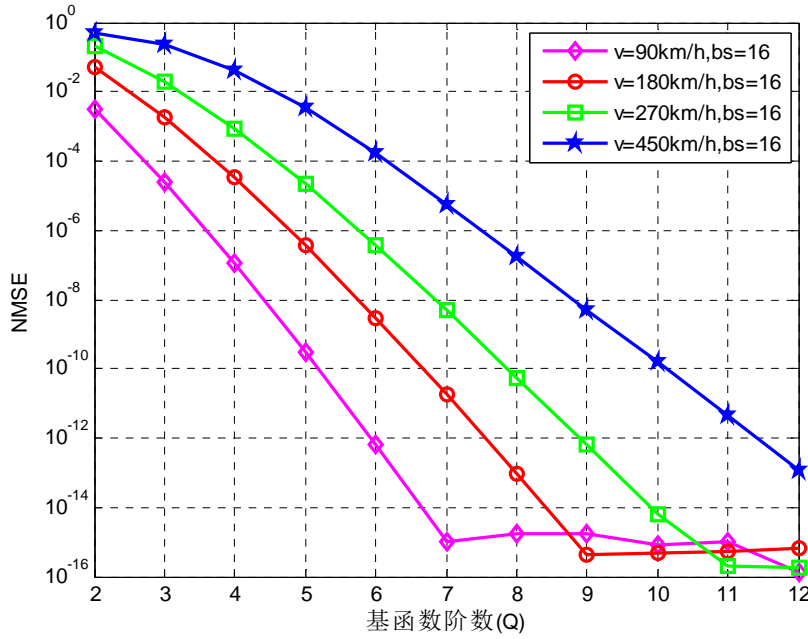


图 5.2 不同速度下 DPS-BEM 模型 ( $N=256$ ) 阶数对误差的影响图

综上所述，对所建模模型计算不同速度下误差大小，可以得到运动速度对模型准确度影响规律，即：速度增大，尤其在到高速时增大，模型归一化均方误差增大，模型准确度整体呈降低的趋势。这规律也符合多普勒效应理论中速度对于信道建模影响相关内容。

## 5.2 多径快时变信道数据仿真

在实验室条件下，进行信道具体测量是费时且费力的，因此，我们使用无线信道仿真模型来模拟实际无线信道所具有的特征：短期衰落，长期衰落，噪声衰落。为了模拟移动信道，根据它的时变多径产生的衰落特性，需要产生具有特点包络分布密度和特定多普勒频谱的随机过程。可以用一系列复正弦信号的和来近似瑞利衰落过程，正弦信号的数目要足够大以使得最后的包络的概率密度函数和瑞利信道的概率函数密度近似，有一定的精确度。在这种模拟方法中，正弦信号被加权以足够准确地近似所要求的信道多普勒频谱。

### 5.2.1 常用经典信道仿真模型

目前常用的经典信道仿真模型是 Clarke 模型和 Jakes 模型[10]。Clarke 模型

得到的统计特性是几乎所有改进信道模型的参照标准，它的模型表达式为：

$$g(t) = E_0 \sum_{n=1}^N C_n \exp \left[ j \left( w_d t \cos t \cos \alpha_n + \phi_n \right) \right] \quad (5-1)$$

其中， $N$  为多径径数， $C_n$  为每一径的幅度增益， $w_d$  为最大多普勒频散， $\alpha_n$  为每一径来波方向， $\phi_n$  为每一径初始相位。其中  $C_n$ ， $\alpha_n$ ， $\phi_n$  是随机数，在径数  $N$  很大的时候， $g(t)$  可被视为高斯随机过程， $\alpha_n$ ， $\phi_n$  看做在  $(-\pi, \pi]$  上的均匀分布。

由此有以下结论：

- 1) 信号幅度服从瑞利分布；
- 2) 相位在  $(-\pi, \pi]$  上均匀分布；

3) 信道响应具有二阶统计特性，如自相关满足贝塞尔曲线  $J_0(w_d \tau)$  ( $\tau$  为相关时间差)，信号两个正交分量的互相关为0；

4) 四阶统计特性。

Jakes模型作为现在最常用的信道仿真模型，与Clarke模型不同的是，归一化后每一径幅度增益相同且为  $1/\sqrt{N}$ ，每径初始相位都为0，第 $n$ 径来波方向为  $2n\pi/N$ ， $n=1,2,3,..N$ 。也就是上述中的  $C_n$ ， $\alpha_n$ ， $\phi_n$  为：

$$C_n = \frac{1}{\sqrt{N}}, \quad \alpha_n = \frac{2n\pi}{N}, \quad \phi_n = 0, \quad n = 1, 2, \dots, N \quad (5-2)$$

Jakes 模型在 Clarke 理论模型基础上优化得到，相比于后者，它是可以用仿真实现的。Clarke 是个统计模型，每一径来波方向都在  $(-\pi, \pi]$  上均匀分布的随机数，只当多径数量趋于无穷的时候才符合以上统计特性，这对系统仿真来说不太现实。Jakes 模型实现了用有限个的正弦分量 ( $N$ ) 产生符合 Clarke 统计特性的信道，它人为地把  $N$  径均匀的分布在  $(-\pi, \pi]$  范围内，仿真的时候由公式  $\alpha_n = 2n\pi/N$  给出的特定值，这样即使  $N$  很小也能保证  $N$  个径合成的信号与 Clarke 模型理论一致。但是，经典的 Jakes 模型也有过于理想化的部分，比如每一径的增益都一样为  $1/\sqrt{N}$  (这只有在多径时延特别小的情况下才符合)，而且初始相位都为零，因此在实际应用时往往希望能够改进这些地方。

### 5.2.2 多径快时变信道仿真模型

根据问题2.2的要求，对于相互独立，幅度服从瑞利 (Rayleigh) 分布，相位服从均匀分布的多径衰落信道，本文采用经典Jakes模型[11]进行信道仿真，具体

示意图如下：

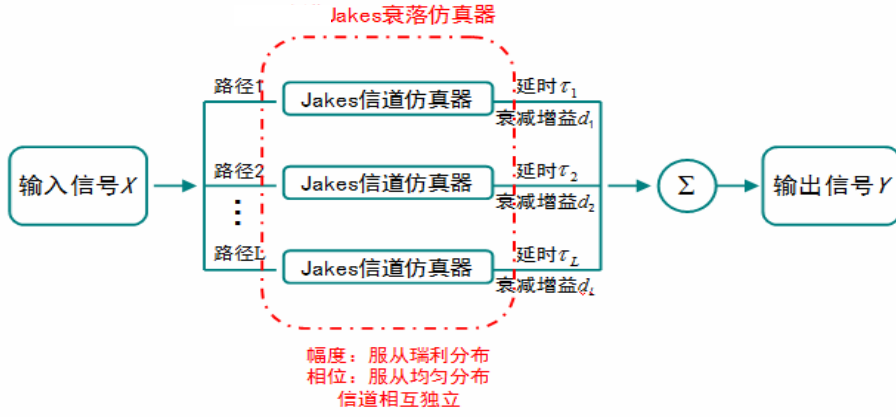


图5.3 Jakes多径信道仿真框图

根据传统的Jakes模型，得到归一化的基带的Rayleigh随机过程表达式如下：

$$u(t) = d_l [u_c(t) + ju_s(t)] \quad (5-3)$$

$$u_c(t) = \frac{2}{\sqrt{N}} \sum_{n=1}^{M+1} a_n \cos(\omega_n(t-t_0) + \phi_n) \quad (5-4)$$

$$u_s(t) = \frac{2}{\sqrt{N}} \sum_{n=1}^{M+1} b_n \cos(\omega_n(t-t_0) + \phi_n) \quad (5-5)$$

其中， $N = 4M + 2$ ， $\phi_n = 0$  ( $n = 1, 2, \dots, M + 1$ )， $d_l$ 为多径衰减增益， $L = 0, 1, \dots, L$ 且有：

$$a_n = \begin{cases} 2 \cos \beta_n, n = 1, \dots, M \\ \sqrt{2} \cos \beta_n, n = M + 1 \end{cases} \quad b_n = \begin{cases} 2 \sin \beta_n, n = 1, \dots, M \\ \sqrt{2} \sin \beta_n, n = M + 1 \end{cases}$$

$$\beta_n = \begin{cases} n\pi / M, n = 1, \dots, M \\ \pi / 4, n = M + 1 \end{cases} \quad \omega_n = \begin{cases} \omega_m \cos(2n\pi / N), n = 1, \dots, M \\ \omega_m, n = M + 1 \end{cases}$$

其中， $\omega_m = 2\pi f_{\max}$ ， $f_{\max}$ 为最大多普勒频移，表达式为：

$$f_{\max} = \frac{v}{c} f_c \quad (5-6)$$

其中， $v$ 为运动速度， $f_c$ 为载波频率， $c$ 为光速。

### 5.2.3 信道数据仿真结果

#### (1) 模型参数选取

a) 根据文献[6]附录 B，选取最接近快时变多径信道情形的 ETU 模型设计参数，进行信道数据仿真，其不同时间延迟下的相对功率如下表：



表 5.1 典型的扩展城市模型参数表

多径延迟 (ns)	相对功率 (dB)
0	-1.0
50	-1.0
120	-1.0
200	0.0
230	0.0
500	0.0
1600	-3.0
2300	-5.0
5000	-7.0

b) 根据上表中数据，分别选择两种时间间隔 ( $t_s$ ) 大小，仿真出两组多径快时变信道数据，用以检验本文 DPS-BEM 模型的准确度。选则信号取样时间间隔  $t_s$  的方法为使得表 5.1 中的多径延迟为  $t_s$  的整数倍，以便直接采用对应的相对功率数值进行仿真模拟。实际信道参数方案见下表：

表 5.2(a) 方案一：( $t_s=200ns$ ， 路径数  $L=4$ )

多径延迟 (ns)	相对功率 (dB)
0	-1.0
200	0.0
1600	-3.0
5000	-7.0

表 5.2(b) 方案二：( $t_s=5000ns$ ， 路径数  $L=2$ )

多径延迟 (ns)	相对功率 (dB)
0	-1.0
5000	-7.0

c) 采用如下表达式表示相对功率与多径衰减增益的关系：

$$d_l = 10^{\frac{rp}{20}} \quad (5-7)$$

式中， $d_l$ -多径衰减增益， $rp$ -相对功率 (dB)；

d) 仿照问题 1 数据，选取速度  $v=180km/h$ ，载波频率  $f_c=3GHz$ ，采样频率  $200KHz$  (采样时间间隔  $1/200000s$ )，则：

$$f_{\max} = \frac{180/3.6}{3 \times 10^8} \times 3 \times 10^9 = 500(Hz) \quad (5-8)$$

e) 选取参数  $M=8$ ，则  $N=4M+2=34$ ，得到 Jakes 模型的仿真结果。

方案一信道仿真结果：

编制 Matlab 程序，仿真数据保存为文件 channel\_data\_Jakes\_1.mat，数据量为  $4 \times 200000$ ，其各径幅值图为：

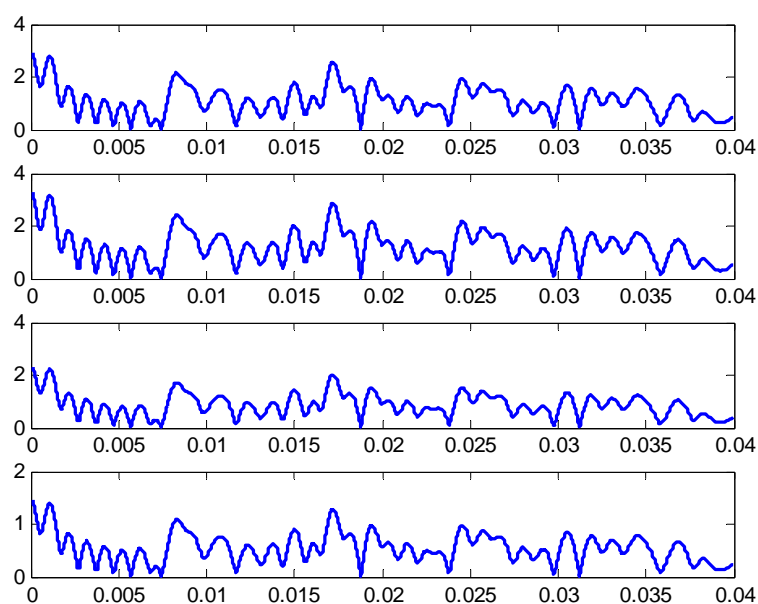


图 5.4 多径信道仿真模型各径数据图

信道仿真模型相关函数图如下图所示，图中给出两个自相关函数  $R(u_c, u_c)$ 、 $R(u_s, u_s)$  和一个互相关函数  $R(u_c, u_s)$ ，表明所得到的仿真数据较为合理。

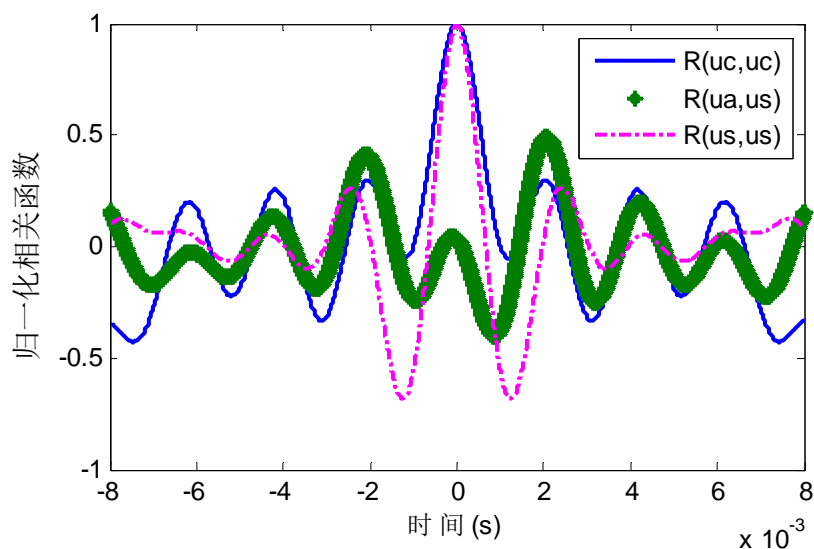


图 5.5 一个仿真模型相关函数曲线图

多径信道仿真模型概率密度曲线与瑞利分布概率密度对比如下图所示，从图中可以看出，基本符合瑞利分布，验证了仿真模型的有效性。

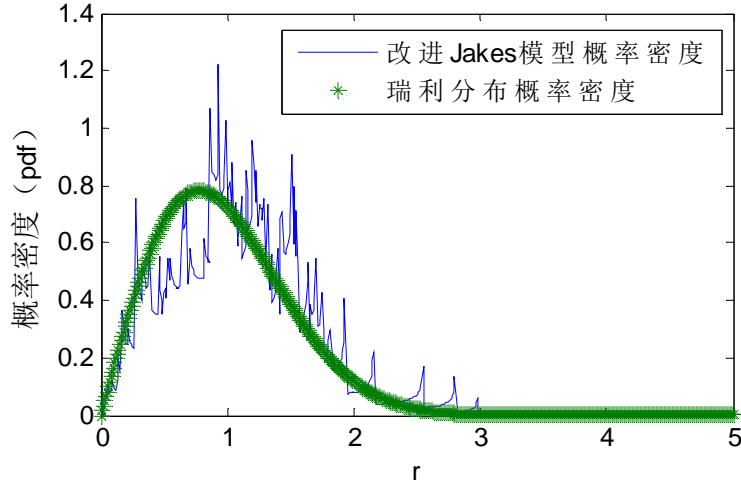


图 5.6 仿真模型概率密度曲线与瑞利分布对比图

方案二信道仿真结果：

将方案二参数代入上述程序，得到信道仿真结果，数据保存为文件 `channel_data_Jakes_2.mat`，数据量为  $2 \times 20000$ 。方案二采用了与问题 1 相同的速度、载波频率、取样间隔等参数，得到一组具有两条路径的信道参数仿真结果，其仿真数据与问题 1 中使用的  $v=180\text{km/h}$  实测数据对比见下图。可以看出，模型的仿真计算数据效果比较符合实际。

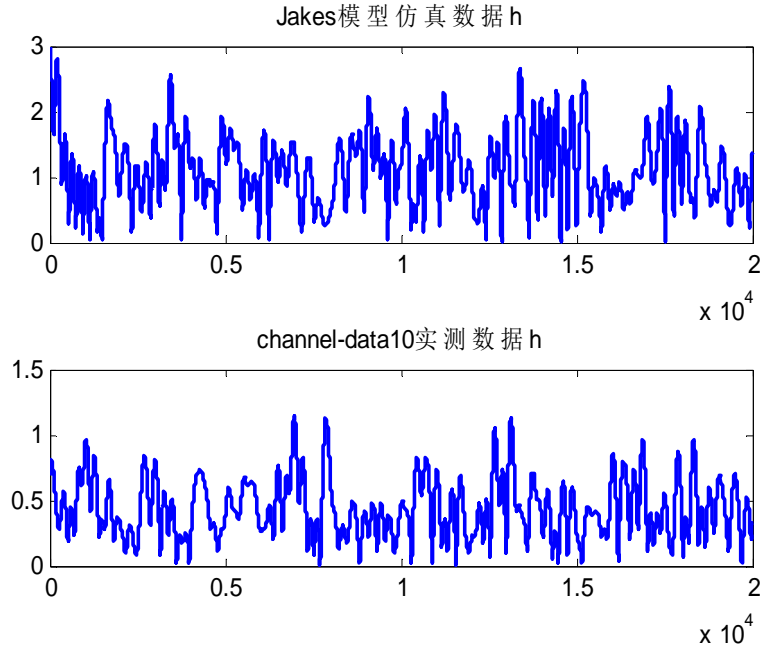


图 5.7 多径信道仿真计算数据与信道测试参数对比图

信道仿真模型相关函数图如下图所示，图中给出两个自相关函数  $R(u_c, u_c)$ 、

$R(u_s, u_s)$  和一个互相关函数  $R(u_c, u_s)$ ，表明所得到的仿真数据较为合理。

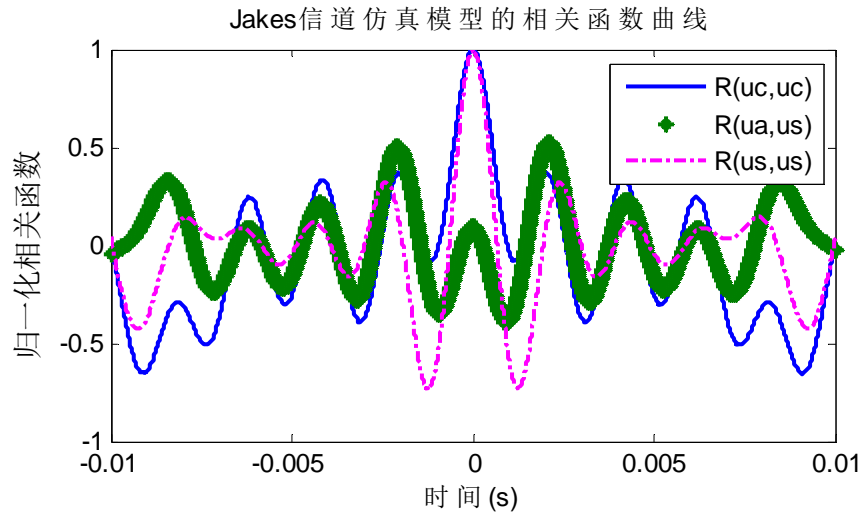


图 5.8 一个仿真模型相关函数曲线图

多径信道仿真模型概率密度曲线与瑞利分布概率密度对比如下图所示，从图中可以看出，基本符合瑞利分布，验证了仿真模型的有效性。

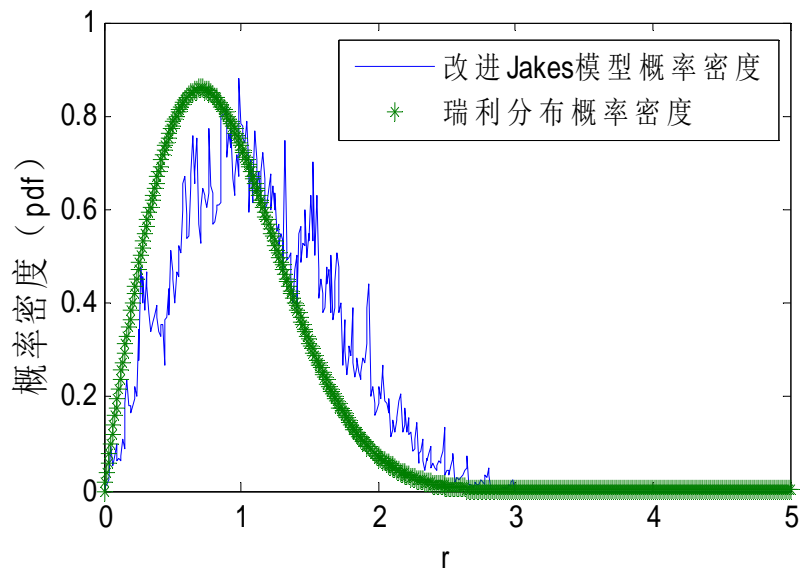


图 5.9 仿真模型概率密度曲线与瑞利分布对比图

#### 5.2.4 采用信道仿真数据验证 DPS-BEM 模型的准确度

这里选取题 1 中所建的 DPS-BEM 模型对多径信道仿真数据进行准确度的计算，计算得到的归一均方差（NMSE）结果如下图所示：

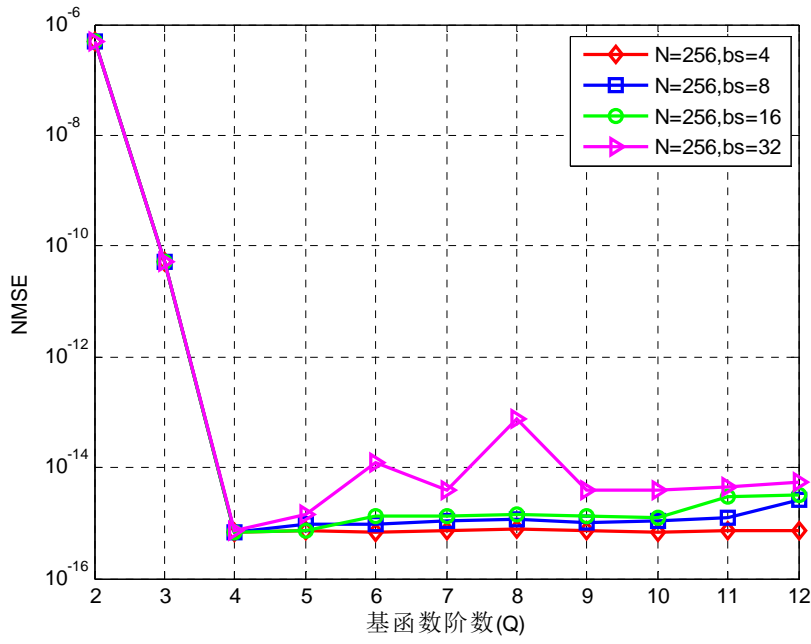


图 5.10(a) 方案一 DPS-BEM ( $N=256$ ) 模型阶数与误差关系图

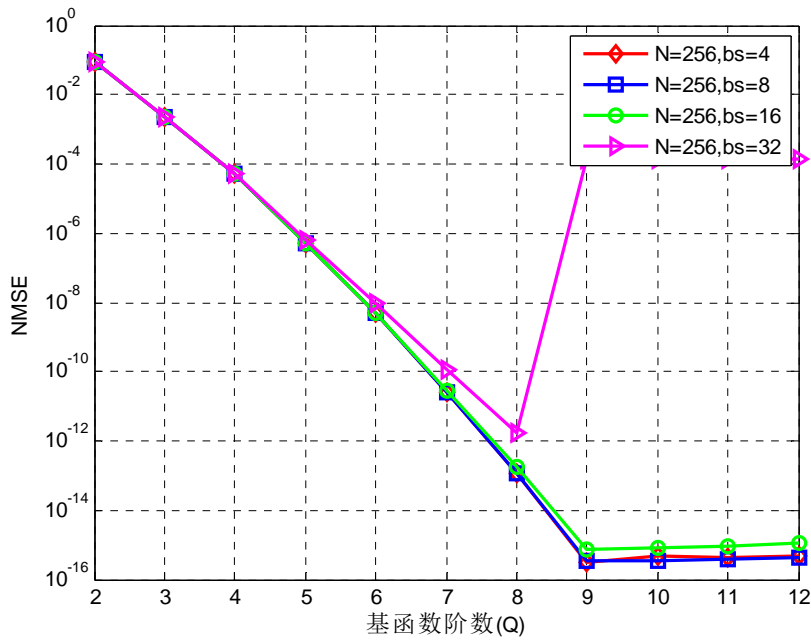


图 5.10(b) 方案二 DPS-BEM ( $N=512$ ) 模型阶数与误差关系图

从上图中可以看出，通过所建多径信道仿真模型产生的数据，计算 DPS-BEM 模型误差的数量级与真实数据计算误差的数量级处在同一数量级上，反应了所建模型的性能较好，在减少测试数据方面的效果较优。方案一模型在基函数阶数  $Q=4$  性能已达到最优，之后阶数增加，模型误差变化几乎不大；方案二模型在基函数阶数  $Q=9$  时，性能已达到最优，之后模型误差变化也已不大，曲线趋于平缓。另外，当  $bs$  取值 32 的时候，模型误差出现震荡，这主要是由于取样间隔过大而导致模型误差出现较大偏差。

## 第六章 基于 DPS-BEM 模型的 SNR 与 BER 关系研究

调制的目的是把要传输的模拟信号或数字信号变换成适合信道传输的信号，这就意味着把基带信号（信源）转变为一个相对基带频率而言频率非常高的带通信号。调制可以通过使高频载波随信号幅度的变化而改变载波的幅度、相位或者频率来实现。调制过程用于通信系统的发端。在接收端需将已调信号还原成要传输的原始信号，也就是将基带信号从载波中提取出来以便预定的接受者（信宿）处理和理解的过程。该过程称为解调。本文采用 OFDM 系统进行调制与解调，选取第四章中建立的 DPS-BEM 模型来研究 SNR 与 BER 之间的关系[12]，具体原理与实现过程如下：

### 6.1 OFDM 数据传输系统

#### 6.1.1 OFDM 数据传输系统模型

无线通信 OFDM 系统如下图所示，该系统包括调制/解调、串/并转换、插入导频、添加/移除前缀、并/串转换等若干个过程。

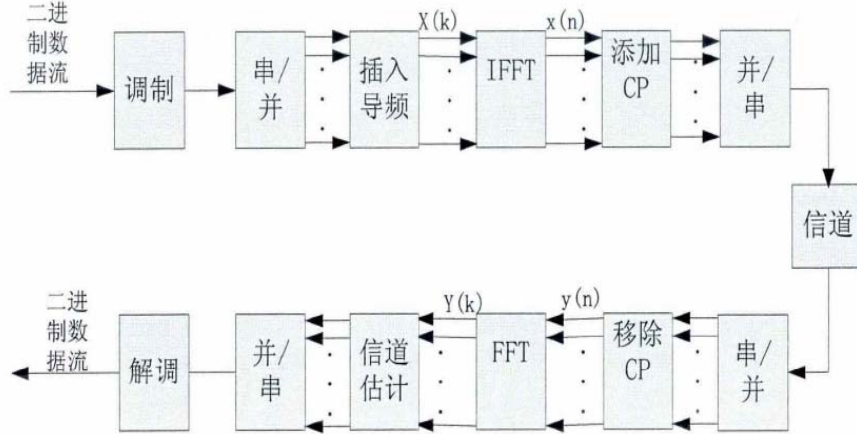


图 6.1 OFDM 通信系统的传输流程

输入的时域信号  $x(n)$  经过多径衰落信道后，经过移除循环前缀的操作，得到时域的输出信号  $y(n)$ ，再经过傅里叶变换，得到频域的输出信号  $Y(k)$ 。假设接收信号经过了频域与时域的同步，则时域接收信号可以表示为：

$$y(n) = \sum_{l=0}^{L-1} x(n-l)h(n,l) + w(n) \quad (6-1)$$

其中， $h(n,l)$  表示信道第  $l$  径在第  $n$  时刻的时域响应，当  $l < 0$  或者  $l \geq L$  时，

$h(n,l) = 0$ ， $w(n)$  是信道的时域高斯白噪声，方差为  $\sigma_w^2$ 。可以得到信道的时域矩阵  $h$ ，维数为  $N \times N$

$$[h]_{p,q} = h(p, \text{mod}(p-q, N)) \quad (6-2)$$

这里对原始数据加入循环前缀和移除循环前缀操作，在求解道时域响应矩

阵的过程中，相当于在实际信道响应矩阵左乘矩阵  $T_{cp}$  和右乘矩阵  $R_{cp}$ ， $T_{cp}$  和  $R_{cp}$  分别表示了加入循环前缀和移除循环前缀的操作，信道时域响应矩阵  $h$  实际上是  $h = T_{cp} h_{real} R_{cp}$ 。这样，在接收端,得到的频域数据  $Y(k)$  为:

$$Y = FhF^H X + W \quad (6-3)$$

其中  $F$  为离散傅里叶变化矩阵，可以表示为下式， $W$  为频域噪声，是  $w(n)$  的傅里叶变换。

$$[F]_{p,q} = \frac{1}{\sqrt{N}} \exp(-j \frac{2\pi}{N} pq) \quad (6-4)$$

因此得到信道的频域响应矩阵为:

$$H = FhF^H \quad (6-5)$$

### 6.1.2 OFDM 调制与解调

OFDM 调制/解调的基本原理如下图所示:

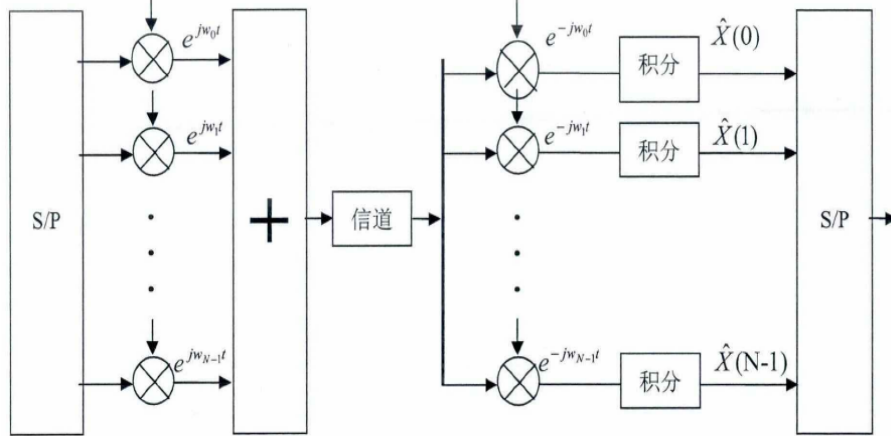


图 6.2 OFDM 调制/解调原理框图

这里采用16QAM星座图进行信号的调制/解调处理，完成输入/输出数据信号和传输信号之间的转换。

### 6.1.3 基于 DPS-BEM 模型的 OFDM 系统

根据第四章所建的 BEM 模型，可以得到信道时域响应的矩阵形式表示为:

$$h = \sum_{q=0}^Q \text{diag}(b_q) G_q \quad (6-6)$$

其中  $G_q$  是  $N \times N$  维的循环矩阵，由  $[g_q^T, 0, \dots, 0]^T$  构成，其中  $g_q$  是对应第  $q$  个基函数的 BEM 系数。

如果将一个 OFDM 符号内的所有信道抽头系数综合到一个矢量  $c$  中，即：

$$c = [h(0,0), h(0,1), \dots, h(0, L-1), \dots, h(N-1, L-1)]^T \quad (6-7)$$

用 BEM 形式表示为：

$$c = [B \otimes I_L]g \quad (6-8)$$

其中  $B$  是 BEM 基函数矩阵， $B=[b_0, \dots, b_q]$ ， $\otimes$  是 Kronecker 积， $g = [g_0^T, g_1^T, \dots, g_q^T]^T$ 。

这样得到频域矩阵  $Y(k)$  表达式为：

$$Y = \sum_{q=0}^Q A_q \text{diag}(X) F_L g_q + W \quad (6-9)$$

其中  $A_q = F \text{diag}(b_q) F^H$ 。

#### 6.1.4 插入导频结构

导频结构插入方式通常有梳状、块状和混合状，这里采用一种等间距分布的分簇的梳状导频结构，其导频图为：

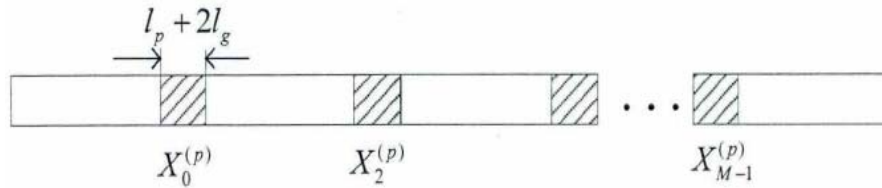


图 6.3 分簇频域梳状导频结构图

这里我们将每个导频簇标记为  $X_m^{(p)}$ ， $m=0,1,\dots,M-1$ ，所有一个 OFDM 符号

内所有的导频可以写为： $X^{(p)} = [X_0^{(p)T}, \dots, X_{M-1}^{(p)T}]^T$ 。上标( $p$ )表示对应导频子载波的相关矩阵，而上标( $d$ )表示对应数据子载波的相关矩阵。

为了能够正确地估计出信道模型的 BEM 系数，如果依靠非零导频的估计，那么需要满足如下公式，即非零导频个数大于或等于待估计的参数的个数。

$$M \times L_p \geq L \times (Q+1) \quad (6-10)$$

在  $L_p=1$  时，往往需要很大的导频簇数  $M$ 。对快时变信道来说，信道的频域响应矩阵不再是严格的对角阵，非零导频的能量也可能扩散到周围的子载波上，因此，在我们信道估计的时候，考虑所有的导频，就需要满足如下的公式：

$$M \times (L_p + 2L_g) \geq L \times (Q+1) \quad (6-11)$$

#### 6.1.5 信道估计的数据模型

确定了信道估计所用的 BEM 模型和梳状导频后，接下来进行信道估计。对于非时变信道，直接根据导频的索引值找到相应的接收信号，继而根据导频子载波的接收信号值进行信道估计。然而对于快时变信道的 OFDM 系统来说，由于 ICI



的存在,信道的频域响应矩阵不再是严格的对角阵,导频信号的能量可能扩展到整个频带,因此接收信号的选取也是信道估计算法中很关键的一部分。在本题中使用参考文献[9]中的信道估计数据模型。

## 6.2 SNR 与 BER 关系分析研究

本题中分别采用 LS 与 LSMME 信道估计算法[9]来基于 DPS-BEM 模型分析研究 SNR 与 BER 之间的关系。

### LS 算法

在最小二乘法 LS 信道估计算法中,我们将干扰项  $d$  视为噪声,并且将待估计的 BEM 系数  $g$  视为确定的未知变量。首先定义  $D = A^{(p)}\Delta^{(p)}$ , LS 算法的准则是,找到一个矩阵  $F_{LS}$ ,使得  $Y^{(p)}$  与  $D\hat{g}$  之间的方差最小,  $\hat{g}$  为 BEM 系数矩阵的估计值,即:

$$F_{LS} = \arg \min \|Y^{(p)} - DFY^{(p)}\|^2 \quad (6-12)$$

我们可以得到:

$$F_{LS} = (D^H D)^{-1} D^H \quad (6-13)$$

因为  $F_{LS}$  是矩阵  $D$  的伪逆矩阵,  $D$  一般是病态矩阵,因此会导致求逆运算不够精确,所以经常加个小的扰动,可以表示成:

$$F_{LS} = (D^H D + \alpha I)^{-1} D^H \quad (6-14)$$

LS 算法估计的均方误差 MSE 可以表示为:

$$\begin{aligned} MSE_{LS} &= E_{g, X^{(d)}, W} \{tr\{D^\dagger (d + W^{(p)})(d + W^{(p)})^H D^{\dagger H}\}\} \\ &= tr\{D^\dagger E_{g, X^{(d)}, W} \{(d + W^{(p)})(d + W^{(p)})^H D^{\dagger H}\}\} \\ &\quad tr\{D^\dagger R_d D^{\dagger H}\} \end{aligned} \quad (6-15)$$

### LMMSE 算法

在 LMMSE 信道估计算法中,我们将待估计参数  $g$  视为随机变量,并且有以下三个假设:

- (1) BEM 系统向量与发送数据不相关,即  $E\{gX^{(d)}\}=0$ ;
- (2) BEM 系统向量与噪声不相关,即  $E\{gW^{(p)}\}=0$ ;
- (3) 发送数据与噪声不相关,即  $E\{X^d W^{(p)}\}=0$ 。

LMMSE 算法的原理是,找到一个矩阵  $F_{LMMSE}$ ,使得  $g$  与  $\hat{g}$  之间的均方差最小,即:

$$F_{LMMSE} = \arg \min_F tr\{E_{g, X^{(d)}, W^{(p)}} \{(FY^{(p)} - g)(FY^{(p)} - g)^H\}\} \quad (6-16)$$

进而有：

$$F_{LMMSE} = F(DR_g D^H + R_d + R_W^{(p)} + 2\Re(A^d E_{X^{(d)}}\{X^{(d)}\}R_g D^H))F^H - 2\Re(R_g D^H F^H + R_g E_{X^{(d)}}\{X^{(d)H}\}A^{(d)H}F^H) + R_g \quad (6-17)$$

上式中我们引入了几个自相关矩阵， $R_g = E_g\{gg^H\}$ ， $R_d = E_{g,X^{(d)}}\{dd^H\}$  以及  $R_W^{(p)} = E_{W^{(p)}}\{W^{(p)}W^{(p)H}\}$ ，关于这些自相关矩阵我们将在下面进行计算。通过利用前面讲述的三个假设，我们可以将上式简化为：

$$E_{g,X^{(d)},W^{(p)}}\{(FY^{(p)} - g)(FY^{(p)} - g)^H\} = F(DR_g D^H + R_d + R_W^{(p)})F^H - 2\Re(R_g D^H F^H) + R_g \quad (6-18)$$

求导，可得到：

$$F(DR_g D^H + R_d + R_W^{(p)}) = R_g D^H \quad (6-19)$$

因此，我们可以得到：

$$F_{LMMSE} = R_g D^H (DR_g D^H + R_d + R_W^{(p)})^{-1} \quad (6-20)$$

LMMSE 信道估计算法的误差 MSE 可以表示为：

$$MSE_{LMMSE} = \text{tr}\{(D^H R_l^{-1} D + R_g^{-1})^{-1}\} \quad (6-21)$$

其中， $R_l = R_d + R_W^{(p)}$ 。

### 6.2.1 LS 与 LSMME 估计算法优缺点

使用 LS 信道估计算法，不需要 BEM 系数及噪声的统计信息，这样就避免了由于统计信息与实际信道不匹配造成的误差，但是当干扰较强或是噪声占主导地位时，估计的性能较差。

在使用 LSMME 信道估计算法时，我们需要信道的统计信息，在实际操作中要获得信道的统计信息是非常繁琐和复杂的，因此通常采用假定的多普勒谱来模拟信道的统计信息，Jakes 功率谱经常用于信道估计中。

### 6.2.2 SNR 与 BER 关系分析

根据前述的基于 DPS-BEM 信道预测模型的 OFDM 数据传输系统，计算加入信噪比 (SNR) 取值从 0 到 40dB 的 AWGN 噪声对误码率 (BER) 的影响。信号的数字调制与解调方式选用 QAM 星座图，用 Matlab 的 randi 函数产生符合调制要求的随机数据流，作为系统的输入数据  $x(t)$ 。插入梳状分簇分布形式的导频信号，分别用 LS 和 LSMME 信道估计算法计算该模型在不同信噪比噪声影响下引起的误码率。OFDM 系统相关参数选取如下：

数据块长度：  $N = 256$ ，

循环前缀：  $L_{CP} = 8$ ；

导频长度：  $N_p = 7$ ；

导频段数量:  $Num\_pilot = 8$ ;

载波频率:  $f_c = 3GHz$ ;

采样频率:  $f = 200kHz$ ;

每段实际传送的数据量为:  $N\_d = N - N\_p \times Num\_pilot = 200$ 。

信道数据分别取速度为 90km/h、180km/h、270km/h、450km/h 条件下实测数据和速度为 180km/h、采样间隔为  $ts=5000ns$  条件下仿真数据, DPS-BEM 模型的基函数阶数分别取  $Q=4, 6$ , 或  $8$ , 工况如下表所示:

表 6.1 SNR 与 BER 关系研究工况表

工况编号	信道详细参数
1	$Q=4$ $v=180Km/h$
2	$Q=6$ $v=180Km/h$
3	$Q=8$ $v=180Km/h$
4	$Q=4$ $v=90Km/h$
5	$Q=4$ $v=270Km/h$
6	$Q=4$ $v=450Km/h$
7	$Q=4$ $v=180Km/h$ 仿真信道

计算结果如下图所示:

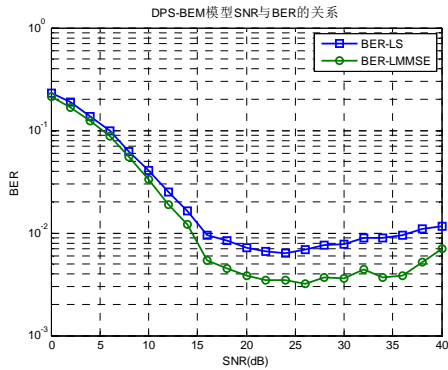


图 6.4(a) 工况 1SNR 与 BER 关系图

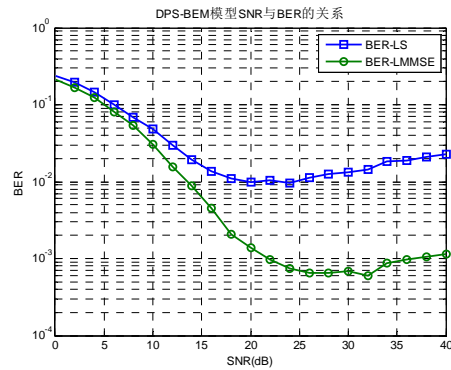


图 6.4(b) 工况 2SNR 与 BER 关系图

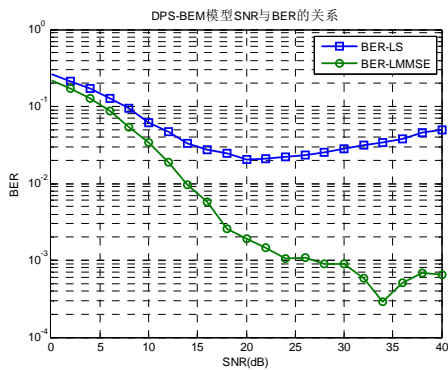


图 6.4(c) 工况 3SNR 与 BER 关系图

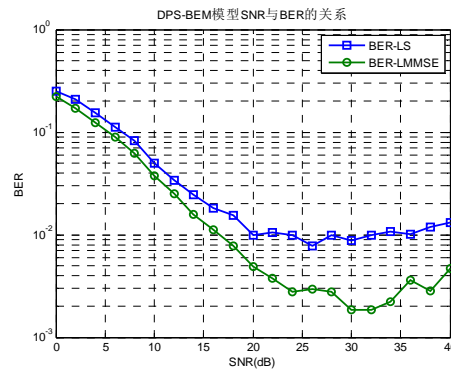


图 6.4(d) 工况 4SNR 与 BER 关系图

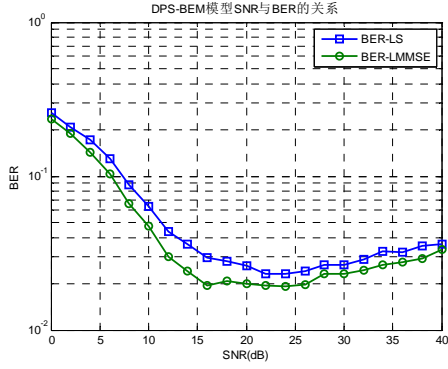


图 6.4(e) 工况 5 SNR 与 BER 关系图

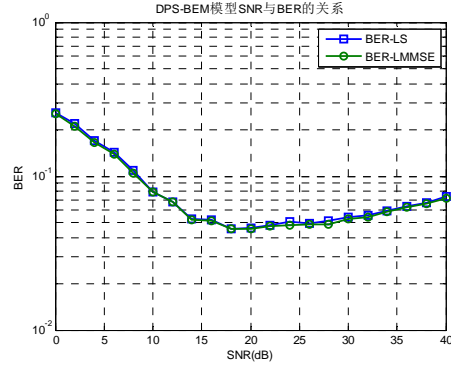


图 6.4(f) 工况 6 SNR 与 BER 关系图

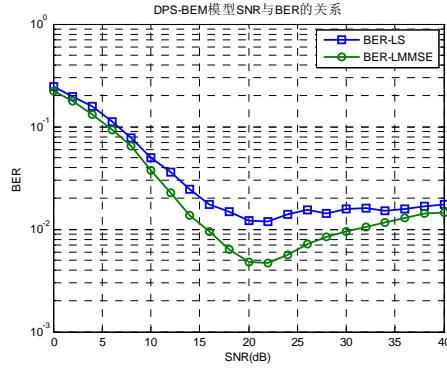


图 6.4(g) 工况 7 SNR 与 BER 关系图

从以上关系图可以看出，整体上有这样的规律：选择椭球基扩展模型时，使用 LSMME 算法的误比特率（BER）要低于使用 LS 算法。当信噪比（SNR）在[0,15]区间内时，随着 SNR 的增加，输出信号与输入信号间的误比特率（BER）下降趋势明显，表明 SNR 在该段范围内变化时，对 BER 的影响较大；当 SNR 在[15,40]区间内时，BER 变化趋势趋于平缓，BER 不再有较大的改变；当 SNR=0 时，各个工况计算 BER 基本相同，数值约为 0.2 ~ 0.3。随着 SNR 的变化，不同算法和不同工况条件下 BER 变化趋势基本一致，但幅值范围差异较大，具体分析如下：。

上图（a）、（b）和（c）为移动速度  $v=180\text{km/h}$ ，基函数阶数分别取  $Q=4,6$  和 8 三种工况的 BER 计算结果，可以看出随着基函数阶数  $Q$  的增加，两种算法得到的 BER 都呈现出下降趋势，表明提高信道参数预测模型的精度，可以降低信号传输过程中的误码率。但是两种算法的 BER 下降幅度有一定差异，LS 算法的 BER 下降幅度小于 LMMSE 算法，即后一种算法估计的结果更能反应基函数阶数变化对 BER 的影响规律。由图观察这三种情况下 SNR 与 BER 的关系，不同  $Q$  值条件下具有基本相同的变化趋势，且都在 SNR 取为增加到 20 左右时，BER 降低到极小值附近。另外，随着  $Q$  的增加，曲线末尾的震荡幅度有所增加，分析认为这很可能是由于仿真过程中不可避免产生的数值误差引起的，可以通过适当的处理方法，例如滤波来降低它的影响。

上图(a)、(d)、(e)和(f)为基函数阶数取  $Q=4$ ，移动速度分别取  $v=180\text{km/h}$ 、 $v=90\text{km/h}$ 、 $v=270\text{km/h}$  和  $v=450\text{km/h}$  各组实测信道数据四种工况的 BER 计算结果。图中清楚地表明，随着速度增大，BER 逐渐增大，其中由 LMMSE 算法估

计的 BER 从  $3 \times 10^{-3}$  增加到  $5 \times 10^{-1}$ ，变化的幅度十分显著。同时，BER 达到接近极小值时对应的 SNR 逐渐减小，分别为 25、22、20、17，即对于移动速度越大的移动通信系统，通信过程中的误码率越高，对信噪比参数的敏感度越低。。

上图 (a) 和 (g) 为移动速度  $v=180\text{km/h}$  条件下实测信道数据和仿真信道数据的 BER 计算结果。可以发现，当使用仿真信道参数时，和实测数据相比，SNR 与 BER 的关系总体相差不大，其幅值范围、变化趋势均无显著差异。只是仿真数据的 BER 结果显得更为平滑，这也表明了仿真信道数据更加符合特定统计规律的特点。

## 参考文献

- [1] Tomasz Hrycak, etc. Low Complexity Equalization for Doubly Selective Channels Modeled by a Basis Expansion. IEEE Trans. Signal Processing, 2010,58(11):5706 - 5719.
- [2] Saptarshi Das. Mathematical Methods for Wireless Channel Estimation and Equalization. Dissertation, University of Vienna, 2009.
- [3] 吴伟凌等, 移动通信原理 (第 2 版), 电子工业出版社, 2009.1.
- [4] 樊昌信等, 通信原理 (第 6 版), 国防工业出版社, 2013.8.
- [5] Yahong R. , etc. Improved Models for the Generation of Multiple Uncorrelated Rayleigh Fading Waveforms. IEEE Communications Letters, 2002,6(6):256 - 258.
- [6] 3rd Generation Partnership Project, Technical Specification, 36.101(3GPP TS 36.101), v8.0.0, 2007.12
- [7] 李昕. 基于基扩展快时变信道模型的 OFDM 系统信道估计[D]. 西南交通大学, 2013.
- [8] Zemen T, Mecklenbrauker C F. Time-variant channel estimation using discrete prolate spheroidal sequences[J]. Signal Processing, IEEE Transactions on, 2005, 53(9): 3597-3607.
- [9] 任大孟. 快速时变信道下无线 OFDM 系统信道估计技术的研究[D]. 哈尔滨工程大学, 2009.
- [10] 董月. 基于 Xiao 模型和基扩展模型的高移动性无线信道建模与仿真 [D]. 西南交通大学, 2012.
- [11] 王皎, 张彬, 李道本. 改进的 Jakes 的移动信道模型分析 [C]. 2003 中国通信学会无线及移动通信委员会学术年会论文集, 2003.
- [12] 任大孟, 张曙. 基于椭球基扩展模型的 OFDM 快变信道估计仿真[J]. 计算机仿真, 2009, 25(12): 175-179.