

目录

1 问题的重述	2
1.1 问题背景	2
1.2 问题提出	2
2 名词、符号说明及基本假设.....	3
2.1 名词、符号说明	3
2.2 基本假设	3
3 描述路面质量的四个指标之间的关系.....	4
3.1 数据的筛选	4
3.2 性能指标的相关性分析.....	4
3.3 回归分析	6
3.4 多元非线性回归	8
4 路面质量指标与各因素之间的关系.....	10
4.1 影响因素的初步筛选.....	10
4.2 最初状态的压实度对性能指标影响的显著性检验	13
4.3 四个指标与影响因素间的灰关联分析	15
4.4 各个指标与主要影响因素间的回归分析	16
4.5 关于提高路面质量方案的探讨	19
5 集料级配与压实度的关系.....	19
5.1 最大压实度与最大密度曲线.....	19
5.2 最大密度曲线的 N 幂公式.....	20
5.3 压实度的上界	21
5.4 工程中的级配设计	21
6 沥青、碎石品质对路面质量的影响.....	22
6.1 沥青、碎石质量对路面质量的影响.....	22
6.2 沥青、碎石厂家、产地对路面质量的影响.....	25
7 对试验项目的讨论.....	27
8 结论和建议	27
8.1 结论	27
8.2 建议	28
9 参考文献	29
10 附录	29
附录 1：四个性能指标灰色关联度分析.....	29
附录 2：四个指标之间回归模型的选择（F-检验）	30

1 问题的重述

1.1 问题背景

改革开放以来的近 30 年，是我国交通发展速度最快，最具活力的时期。自 1988 年沈大高速建成通车以来，高等级公路以前所未有的速度发展。沥青路面具有良好的行车舒适性和优异的使用性能，而且建设速度快，维修方便，成为高速公路建设的首选材料。高速公路路面的寿命对降低高速公路的运行成本、保障运输安全有着极其重要的意义。

我国高速公路的设计者和建设者为延长高速公路路面寿命做了大量的试验和调查研究，获得和积累了一批宝贵的数据。但由于我国建设高速公路的历史不长，对高速公路路面寿命的客观规律的了解还不太全面、深入。因此需要对现有的试验数据进行分析，从中寻找提高高速公路路面质量的改进方案以延长高速公路路面的寿命。

1.2 问题提出

目前被认为对高速公路路面的质量有较大影响或有影响的因素主要有：油石比，筛孔通过率，空隙率（VV），矿料间隙率（VMA），饱和度（VFA），粉胶比（DP），毛体积密度，最大理论密度，混合料在最初压实状态的压实度，混合料试件成型时达最大压实状态时的压实度。

关于高速公路路面质量的试验指标有四种：冻融劈裂强度比（TSR），浸水马歇尔稳定度比（ S_0 ），车辙试验（高温性能，单位“次/mm”），弯拉应变（低温性能）。

为获取尽可能多的提高高速公路路面质量的有用信息，需要对题给的这批数据进行充分地分析、研究，主要的问题包括：

1、描述高速公路路面质量的抗水损害性能、高温性能、低温性能四个指标之间有没有数量关系？如果有数量关系，它们之间的数学模型是怎样的。

2、建立描述高速公路路面的抗水损害性能、高温性能、低温性能四个质量指标和影响高速公路路面质量的最重要的和比较重要的因素之间比较精确的数学模型，选择这些因素的理由是什么？根据模型采用什么样的方案可以提高高速公路路面的质量。

3、从理论上探讨集料的筛孔通过率（即级配组成，指混合料中粗细不同集料的构成比例）与路面压实度的上界（数学意义下的上界）之间的数量关系。

4、沥青、碎石质量对高速公路路面抗水损害性能、高温性能、低温性能究竟有没有影响？根据是什么？不同厂家、不同产地的但型号相同、类型相同的沥青、碎石质量对高速公路路面抗水损害性能、高温性能、低温性能有没有影响？根据又是什么？

5、根据对数据分析的结果，现在测试高速公路路面质量的试验项目中是否有重要的遗漏？对高速公路建设部门有什么建议？

2 名词、符号说明及基本假设

2.1 名词、符号说明

Pa : 油石比。为混合料中沥青与集料（即矿粉、碎石）的质量比，被普遍认为是影响路面性能的关键指标。

V_v : 空隙率。为混合料经碾压后达到设计压实状态时，其中空隙体积占总体积的百分比。

VMA : 矿料间隙率。为混合料经碾压后达到设计压实状态时，混合料中“有效沥青（指进入路面的沥青，而非施工中使用的沥青原料的全体）体积+空隙体积”占总体积的百分比。

VFA : 饱和度。等于 $(VMA-VV)/VMA$ ，单位是%，反映有效沥青体积占 VMA 体积的百分率。

DP : 粉胶比。混合料中矿粉质量与沥青质量的比。

ρ : 混合料的毛体积密度。

ρ_t : 最大理论密度。为混合料理论上的最大密度，即如果不含任何空隙时混合料的密度。 $V_v = 100 - \rho / \rho_t \times 100$ 。

ρ_a : 沥青的密度。

ρ_{ag} : 集料的材料密度，即不含任何空隙时的集料密度。

G : 混合料的压实度， $G = \rho / \rho_t \times 100$ 。压实状态分为最初压实状态、设计压实状态 G_i 和最大压实状态 G_m 。最初压实状态的压实度为经过少数几次碾压后的压实度。

TSR : 冻融劈裂强度比，反映混合料抗水损害性能的指标，越大越好。

S_0 : 浸水马歇尔稳定度比，反映混合料抗水损害性能的指标，越大越好。上述两种测试方法和测试指标经常同时采用，从数据看二者不完全一致。

DS : 动稳定度，为车辙试验中试件变形稳定时，荷载作用次数与变形深度的比值，单位是“次/mm”，反映混合料的抗车辙性能（高温性能），越大越好。

TR : 弯拉应变。为低温小梁弯曲试验时的破坏应变。反映混合料的低温变形能力，越大越好。

2.2 基本假设

对于材料参数和所研究的问题的范围，作如下几点假设和限定：

- 1、施工工艺和施工时外界温度对沥青路面的质量影响不大，在本问题中可以忽略；
- 2、道路基层对沥青路面的质量虽有较大影响，但本文旨在研究影响沥青路面的材料因素及它们之间的相互关系，为简化问题，可认为道路基层是理想的，对沥青路面的质量和寿命没有影响；

3、测试数据和试验数据是可靠的，而且均在相同的试验条件下获取，能准确反映材料的物理力学性能。

4. 不考虑施工工艺，养护条件等非材料因素对混合料性能的影响。

3 描述路面质量的四个指标之间的关系

3.1 数据的筛选

关于高速公路沥青路面的质量，题目给了四种试验指标，它们分别是：冻融劈裂强度比 $TSR(\%)$ ，浸水马歇尔稳定度比 $S_0(\%)$ ，动稳定度 DS 和弯拉应变 TR 。

不可避免的，由于试验条件或其它客观因素的限制，并不是所有的四项指标都完备无缺，有的缺少某项指标，有的缺少其它某项指标，这导致了各种指标的样本数量的不同。表现在数学上，就是分别代表这四个指标的向量长度不同，给相关性分析及回归分析带来困难。

题目给出的数据是基于试验的，任何对数据的人为补充和修改都是有违实事求是的科学精神的。而通过插值或其他方法对表中空白区域进行预测尤其不可取。因为，首先，试件是互不相同的，对于任何一个指标，试验数据都不属于同一个样本，不具备重复性；其次预测值将引进更多方法因素，削弱了相互关系评价的客观性。

为了便于数据处理，只能牺牲数据量。在质量指标相互关系评价中，如果某个类型的沥青都有试验值，则保留数据，如果有一项或一项以上没有数据，则舍弃同一行的其它数据。这样，虽然数据量有所减少，但在最大程度上忠实的反映了试验成果。

最后，剔除试验数据中的奇异值（如附件 1 中第 229 行的弯拉应变，严重偏离均值，予以剔除），即可进行下一步的分析。

3.2 性能指标的相关性分析

3.2.1 灰关联分析

两个系统或两个因素间关联性的的大小的量度，称为关联度。关联度描述了系统发展过程中，因素间相对变化的情况，也就是变化大小，方向与速度等的相对性。如果两者在发展过程中，相对变化基本一致，则认为两者关联度大；反之，两者关联度就小。

灰关联分析时，由于系统中各因素的物理意义不同，导致数据的量纲或量级不一定相同，为了便于分析，保证各因素具有等效性和同序性，需要对原始数据进行处理，使之无量纲化和归一化。常用的数据变化方法有：初值化处理、均值化处理、区间值化处理和归一化处理。

本文在进行灰关联分析时，对路面性能指标数列进行均值化处理，即：对所有数据均用它的平均值去除，从而得到一个新数列。

灰关联分析的一般步骤如下：

1、确定参考数列： $X_0 = \{X_0(k) | k=1,2,\dots,n\}$ ，确定比较数列： $X_i = \{X_i(k) | k=1,2,\dots,n\}$ ($i=1,2,\dots,m$)；

2、将上述数列初值化处理，得到变换后的数列：

$$\begin{aligned} \text{参考数列: } Y_0 &= \left\{ \frac{k X_0(k)}{\sum_k X_0(k)} | k=1,2,\dots,n \right\} \\ \text{比较数列: } Y_i &= \left\{ \frac{k X_i(k)}{\sum_k X_i(k)} | k=1,2,\dots,n \right\} \quad (i=1,2,\dots,m) \end{aligned}$$

3、各时刻(指标和空间)比较数列与参考数列的关联系数：

$$\xi_{0i} = \frac{\min_i \min_k \Delta_i(k) + \rho \max_i \max_k \Delta_i(k)}{\Delta_i(k) + \rho \max_i \max_k \Delta_i(k)}$$

式中， $\Delta_i(k) = |Y_0(k) - Y_i(k)|$ ； ρ 为分辨系数，一般 $\rho \in (0,1)$ ，通常取值为 0.5（本文中也取该值）； $\min_i \min_k \Delta_i(k)$ 为两级最小差； $\max_i \max_k \Delta_i(k)$ 为两级最大差。

4、求关联度 $r_{0i} = \frac{1}{n} \sum_k \xi_{0i}(k)$

5、排出关联序。 X_i 与 X_0 的关联度 r_i 越大， X_i 与 X_0 发展趋势越接近， X_i 对 X_0 的影响越大。

根据以上灰关联分析理论，分别用题给的描述高速公路路面质量的四个指标作为参考数列，求得和其它指标的关联度。分析结果见表 1。

表 1. 四个指标相互间的关联度

	TSR	S ₀	DS	弯拉应变
TSR	1	0.9346	0.7183	0.8406
S ₀	0.9364	1	0.7246	0.8555
DS	0.7238	0.7247	1	0.7230
弯拉应变	0.8412	0.8525	0.7181	1

从表 1 中可以看出，反映沥青路面抗水损害性能的冻融劈裂强度比 TSR 和浸水马歇尔稳定度比 S₀ 关联度最大；反映路面低温性能的弯拉应变和反映路面抗水损害性能的两个指标也有一定的关联；路面的高温性能指标和其它性能指标关联性较小。在分析指标之间的数量关系时，首先应着重考虑冻融劈裂强度比 TSR 和浸水马歇尔稳定度比 S₀。

3.2.2 相关系数检验

首先考察性能指标之间是否具有线性关系。

相关系数反映了两组数据之间线性关系的程度。其计算式为：

$$\rho = \frac{L_{xy}}{\sqrt{L_{xx}L_{yy}}} = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2 \sum (y_i - \bar{y})^2}}$$

通过 Matlab 编程计算，得到路面性能指标间的相关系数矩阵 r 。

$$r = \begin{pmatrix} 1.0000 & 0.3035 & 0.1493 & 0.1004 \\ 0.3035 & 1.0000 & 0.2997 & 0.2018 \\ 0.1493 & 0.2997 & 1.0000 & 0.3091 \\ 0.1004 & 0.2018 & 0.3091 & 1.0000 \end{pmatrix}$$

一般地， $|\rho|$ 越大，线性相关性越大。 $|\rho|$ 小于 5% 对应的值时，称为无线性关系， $|\rho|$ 大于 5% 对应的值小于 1% 对应的值时，称为有显著的线性关系， $|\rho|$ 大于 1% 对应的值时，称为有极显著的线性关系。

计算得到相关系数后，可查相关系数表判断数据的相关性。数据量 $n=168$ 时，指标之间的相关性如下：

表 2. 四个指标相互间的相关性

	TSR	S ₀	DS	弯拉应变
TSR	/	极显著	无关	无关
S ₀	极显著	/	极显著	显著
DS	无关	极显著	/	极显著
弯拉应变	无关	显著	极显著	/

3.3 回归分析

为使表达简洁，将路面性能的四个指标依次编号为指标 1，指标 2，指标 3 和指标 4。从表 2 中可知，指标 1 与指标 2，指标 2 与指标 3，指标 3 与指标 4 有极显著的线性关系。为寻求一个适当的，较简单的函数关系描述它们之间的数量关系，对有极显著线性关系的三组数据进行线性回归。

3.3.1 数据的标准化

由于不同的自变量的量纲和量级不尽相同，给计算带来不便，从而也影响计算的精度，为了统一不同数据的取值范围、单位、减轻共线性影响，首先对数据进行如下形式的标准化：

$$X_{ij} \rightarrow Z_{ij} = \frac{X_{ij} - \bar{X}_j}{\sigma_j}, y_j = \frac{y_j - \bar{y}}{\sigma_j}$$

式中， $X = (x_1, x_2, \dots)$ ， \bar{X}_j 为第 j 个变量均值， $\bar{X}_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_{ij}$ ， σ_j 是 x_{ij} 的方差，

$$\sigma_j^2 = \sum_{i=1}^n (X_{ij} - \bar{X}_j)^2。$$

标准化处理后的数据，共线性大大减轻。

3.3.2 线性回归

假设指标之间的关系符合函数关系式：

$$y = \beta_1 + \beta_2 x$$

利用软件 Origin7.5 进行回归分析，得到变量之间的函数关系，结果列于表 3

表 3. 四个指标相互间的相关性

	函数形式	β_1	β_2
指标 1, 指标 2	$x_1 = \beta_1 + \beta_2 x_2$	-5.5573×10^{-7}	0.3362
指标 2, 指标 3	$x_2 = \beta_1 + \beta_2 x_3$	4.5931×10^{-8}	6.4289×10^{-4}
指标 3, 指标 4	$x_3 = \beta_1 + \beta_2 x_4$	-2.7862×10^{-7}	1.1827

注：函数表达式中的自变量和因变量是经过标准化后的数据。

3.3.3 回归模型的评价

(1) 问题的显著性检验

回归模型只是未知真实模型的一个近似展开式，其是否合适，应该通过估计值作出评价。从统计的角度来讲，有两个问题需要检验：1) 问题的显著性检验：即因变量 y 与自变量 x 之间是否存在函数关系？2) 回归的拟合不佳检验：模型作为真实模型的近似展开式，是否需要更高阶展式来拟合？以上两个检验都要用到 F 统计量。具体的 F 检验参见相关文献，本文只给出几个关键性定义：

残差平方和 $SS_{Re} = \sum (y_j - \hat{y}_j)^2$ ，自由度为 $f_{Re} = n - p$ （ n 为试验次数， p 为回归模型中展开函数个数）；回归平方和 $SS_R = \sum (y_j - \bar{y})^2$ ，自由度为 $f_R = p - 1$ ；总平方和 $SS_T = SS_R + SS_{Re}$ ，其自由度为 $f_T = n - 1$ 。

回归平方和在总平方和中所占的份额 $R^2 = SS_R / SS_T$ 称为复相关系数，可用来评价回归模型的显著性水平。平方和 SS 除以相应的自由度 f 称为均方，即 MS 。

$$F(f_R, f_{Re}) = \frac{MS_R}{MS_{Re}} = \frac{SS_R / (p - 1)}{SS_{Re} / (n - p)} \quad (3.1)$$

是一个 F 统计量，给定 f_R ， f_{Re} 及显著性水平 α ，可从 F 分布的统计表中查出一个 F 值，记为 $F_\alpha(f_R, f_{Re})$ 。若 $F(f_R, f_{Re}) > F_\alpha(f_R, f_{Re})$ ，则认为回归模型在 α 水平下是显著的，即参数之间存在函数关系。

(2) 模型的选择

评价一个解释变量在模型中的重要性可用它的偏回归平方和来衡量，给定一组解释变量后，可以计算残差平方和，现在假定剔除其中一个解释变量，同样可以计算残差平方和，这个残差平方和比原来的要大，其增加值称为相应解释变量的偏回归平方和。

记 $SS_j = \frac{\hat{\beta}_j^2}{c_{jj}}$ ， $j=1, 2, \dots, p$ 为第 j 个解释变量的偏回归平方和。其中 $\hat{\beta}_j$ 为第 j 个回归系数估计值； c_{jj} 为 XX 逆矩阵中的第 j 对角元素。从给定的 p 个解释变量中剔除一个解

释变量的原则是：从 SS_j 中找出最小的偏回归平方和，不妨记为 $SS_{(k)}$ ，记

$$F(1, f_{Re}) = \frac{SS_{(k)}}{MS_{Re}} \quad (3.2)$$

若 $F(1, f_{Re}) = \frac{SS_{(k)}}{MS_{Re}} < F_{\alpha}(1, f_{Re})$ 则将这个解释变量除去，反之则该变量不能去除。

根据剔除变量（增加解释变量）方法，通常有三种方式选择模型：

1) 淘汰法：根据给定问题的实际考虑，把所有可能的解释变量都放进模型，而后逐个剔除，直到不能剔除为止，最后即为所选定的模型。

2) 纳新法：先选少量解释变量进入模型，而后逐个用引进变量的方式引进解释变量，直到不能引进为止。

3) 逐步回归法：淘汰法与纳新法结合，交替使用。淘汰不显著变量，再引进新变量，再淘汰不显著变量。

应用以上理论对指标之间的线性回归模型进行检验，查表知 $F_{0.99}(f_R, f_{Re}) = 6.63$ ， $F_{0.9}(1, f_{Re}) = 2.71$ ，与函数相关的 F 统计量列于表 4。

表 4. 线性回归模型的检验

	$F(f_R, f_{Re})$	$F(1, f_{Re})$
指标 1, 指标 2	16.8449	1.054e-012, 16.8452
指标 2, 指标 3	16.4032	8.8570e-007, 16.4032
指标 3, 指标 4	17.5373	2.2403e-006, 17.5373

从表中数据可以看出，对三对指标均有 $F(f_R, f_{Re}) > F_{0.99}(f_R, f_{Re})$ ，说明三对指标之间存在高度显著的函数关系，但是第一个解释变量的 $F(1, f_{Re}) < F_{0.9}(1, f_{Re})$ ，所以应被剔除，这样的函数关系是明显不符合实际的。三对指标之间的函数关系可能较为复杂（也可能不存在数量关系），不能用简单的线性模型描述，或者可能四个指标之间存在某种函数关系。

3.4 多元非线性回归

假设四个指标之间满足某种二次函数关系。选定指标 1 作为因变量，另外三个指标作为自变量，则它们之间的函数关系可表示为：

$$y = \beta_1 + \beta_2 x_1 + \beta_3 x_2 + \beta_4 x_3 + \beta_5 x_1^2 + \beta_6 x_2^2 + \beta_7 x_3^2 + \beta_8 x_1 x_2 + \beta_9 x_1 x_3 + \beta_{10} x_2 x_3$$

利用软件 Origin7.5 进行回归分析，得到变量之间的函数关系如下：

$$y = 0.00123 + 0.26966 x_1 + 12.54861 x_2 - 15.94221 x_3 - 0.32597 x_1^2 - 1230.78026 x_2^2 + 6830.96275 x_3^2 + 44.22223 x_1 x_2 - 21.21437 x_1 x_3 - 24682.29558 x_2 x_3 \quad (3.3)$$

模型(3.3)将所有二次及二次以下的解释变量均纳入模型，实际上部分解释变量可能对响应变量没有明显影响。根据 3.3.3 节中模型选择的淘汰法，在得到回归模型系数后，

根据回归模型系数的 F 检验值逐个剔除解释变量，直到不能剔除为止，最后得到的即为所选定的模型。

下面对模型进行 F 检验：

(1) 显著性检验

计算可得， $F(f_R, f_{Re}) = 3.8292 > F_{0.99}(f_R, f_{Re}) = 2.41$ ，认为模型在 $\alpha = 0.01$ 显著性水平下四个指标之间存在显著函数关系。

(2) 模型的选择（淘汰法）

对各解释变量的回归系数进行检验，根据 3.3.3 节中模型选择的相关计算方法，求得各解释变量回归系数的 F -检验值分别为：0.0018，13.6814，0.1281，2.2492，4.2299，0.0011，9.4614，0.1447，0.4772，2.8709。

查 F -表得：

$$F_{0.01}(1, 158) = 6.63, \quad F_{0.05}(1, 158) = 3.84, \quad F_{0.1}(1, 158) = 2.71$$

由于 $F(1, f_{Re}) = 0.0011 < F_{0.1}(1, 158)$ ，因此须将该回归系数 β_6 对应解释变量 x_2^2 剔除。除去 x_2^2 解释变量后回归模型为：

$$y = \beta_1 + \beta_2 x_1 + \beta_3 x_2 + \beta_4 x_3 + \beta_5 x_1^2 + \beta_7 x_3^2 + \beta_8 x_1 x_2 + \beta_9 x_1 x_3 + \beta_{10} x_2 x_3 \quad (3.4)$$

利用回归模型(3.4)再进行回归分析，根据回归结果进行问题的显著性检验及回归系数检验，剔除最小 F 检验值所对应的解释变量，直到不能剔除为止，即满足 $F(1, f_{Re}) > F_{0.1}(1, n - p)$ 。

根据以上原理，依次剔除了解释变量 x_2^2 ，常数项， x_2 ， $x_1 x_2$ ， $x_1 x_3$ ， x_3 ，最终满足 $F(1, f_{Re}) = 3.7265 > F_{0.1}(1, f_{Re}) = 2.71$ ，具体过程如表 5 所示，表中“/”表示该解释变量被淘汰的。最终得到指标 1 与其它三个指标之间的函数关系为：

$$y = 0.2512x_1 - 0.2827x_1^2 + 4945.2022x_3^2 - 23976.5896x_2x_3 \quad (3.5)$$

表 5. 淘汰法各步骤回归系数

步骤	β_1	β_2	β_3	β_4	β_5	β_6	β_7	β_8	β_9	β_{10}	$F(1, f_{Re})$
1	1.2e-3	0.270	12.55	-15.94	-0.326	-1230.78	6830.96	44.22	-21.21	-24682.30	0.0011
2	8.9e-4	0.270	12.43	-15.91	-0.327	/	6830.38	42.54	-20.91	-24874.86	0.0011
3	/	0.270	12.67	-15.99	-0.324	/	6859.44	42.75	-21.03	-24865.72	0.1393
4	/	0.275	/	-15.12	-0.330	/	6837.52	39.78	-20.78	-24321.33	0.1501
5	/	0.267	/	-15.50	-0.326	/	6900.24	/	-17.13	-25572.73	0.3995
6	/	0.272	/	-15.67	-0.335	/	6773.47	/	/	-27780.52	2.5337
7	/	0.251	/	/	-0.283	/	4945.20	/	/	23976.59	3.7265

4 路面质量指标与各因素之间的关系

4.1 影响因素的初步筛选

问题给出的对路面质量有较大影响或有影响的因素很多，有油石比，筛孔通过率等等，在考察它们对路面质量的影响时，如果全部纳入考察范围，将会大大增加工作量，不易突出主要因素，因此有必要对题给的诸多因素进行筛选，剔除其中非独立的变量，或对繁杂的数据进行适当简化。

在选择参数的时候，应首先考虑参数应能反映沥青路面的结构信息，并保持相互独立。在此基础上，可适当减少次要影响因素的数量，利于突出最关键因素。

4.1.1 筛孔通过率数据的简化

题给数据，忠实地反映了集料筛分试验的成果，但对于本问题，考察所有的 13 组筛分数据既无可能也无必要。需要从中挑选出能代表性的反映沥青路面结构性质的指标。这就要了解沥青路面的结构。

沥青混合料是沥青、粗集料、细集料和矿粉以一定比例混和，在一定温度条件下压实成型的一种材料。按照胶浆理论，沥青混合料是由矿质骨架和沥青胶结物构成的、具有空间网络结构的多相分散体系。因此，可以认为粗集料为分散相，分散在沥青砂浆的介质中，是一种粗分散系；砂浆是以细集料为分散相，分散在沥青浆介质中，是一种细分散系；而胶浆是以填料为分散相，分散在高稠度的沥青介质中，是一种微分散系。不同分散系所占的比例对混合料的性质有很大影响。

4.75 mm 一般认为是粗细集料的分界点，4.75 mm 筛孔通过率反映了粗细集料的比例，它决定了混合料的结构特点。从分散系角度，细集料多少决定了细分散系在混合料中的比例。矿粉与沥青形成微分散系，而 0.075 mm 筛孔通过率(矿粉用量)决定了微分散系的比例。粉胶比反映了微分散系的品质，也间接反映了细分散系的质量。综合考虑，选择 4.75 mm 筛孔通过率，0.075mm 筛孔通过率(矿粉用量)，作为表征集料级配的参数，而忽略其它孔径的筛孔通过率。

4.1.2 非独立因素的甄别

(1) 粉胶比

根据定义，油石比为沥青混合料中沥青与集料用量的比值，即：

$$Pa = \frac{m_a}{m_{ag}} \times 100 \quad (4.1)$$

其中： m_a 为沥青混合料中的沥青的用量； m_{ag} 为沥青混合料中的集料的用量。

而 0.075mm 筛孔通过率是通过 0.075mm 筛孔的矿粉与所有集料的质量比，即：

$$P_{0.075} = \frac{m_{0.075}}{m_{ag}} \times 100 \quad (4.2)$$

其中： $P_{0.075}$ 为 0.075mm 筛孔通过率； $m_{0.075}$ 为通过 0.075mm 筛孔的矿粉质量。

由(4.1)和(4.2)可以求得粉胶比 DP ：

$$DP = \frac{m_{0.075}}{m_a} \times 100 = \frac{\frac{m_{0.075}}{m_{ag}}}{\frac{m_a}{m_{ag}}} \times 100 = \frac{P_{0.075}}{Pa} \times 100 \quad (4.3)$$

因此，粉胶比和油石比及 0.075mm 筛孔通过率是直接相关的，知道了其中两个因素与路面质量的关系，另外一个变量与路面质量的关系也可以得到。考虑到实际试验中获取数据的难易度和题给数据的完整性，采用油石比和 0.075mm 筛孔通过率作为主要考察因素。

(2) 饱和度

由饱和度定义可知：

$$VFA = \frac{VMA - VV}{VMA} \times 100$$

因此饱和度由空隙率和矿料间隙率唯一决定，空隙率和矿料间隙率确定了，饱和度也就随之确定。

(3) 毛体积密度

毛体积密度可以由油石比和集料特性确定。证明过程如下：

沥青混合料由三部分组成：集料，沥青和空隙。图 1 为沥青混合料的组成示意图。假设取出单位体积的沥青混合料来考察，即 $V=1$ ， m ， m_a ， m_{ag} 分别表示混合料、沥青和集料的质量， V_a ， V_{ag} 分别表示沥青和集料所占体积的百分比，由物理关系可得：

$$\begin{cases} Pa = \frac{m_a}{m_{ag}} \times 100 \\ m = m_a + m_{ag} \\ V = \frac{V_a + V_{ag} + V_v}{100} \\ \rho = m/V \end{cases} \quad (4.4)$$

将诸项物理关系代入(4.4)式可以求得毛体积密度的表达式：

$$\rho = \frac{\rho_a \rho_{ag} (100 - V_v)}{\rho_a + \rho_{ag} \cdot Pa} (100 + Pa) \times 10^{-4} \quad (4.5)$$

当沥青种类和集料级配以及混合料空隙率确定后，沥青密度、集料密度随之确定，毛体积密度可由油石比和空隙率确定，因此毛体积密度是一个非独立的参数。

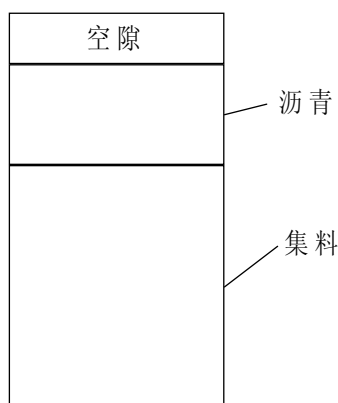


图 1. 沥青混合料组分示意图

(4) 矿料间隙率

取单位体积的混合料，由矿料间隙率的定义和材料的物理性质可得：

$$\left\{ \begin{array}{l} Pa = \frac{m_a}{m_{ag}} \times 100 \\ \rho = \frac{m}{V} = m = m_a + m_{ag} \\ VMA = V_a + V_v = \frac{m_a}{\rho_a} \times 100 + V_v \end{array} \right. \quad (4.6)$$

$$\Rightarrow VMA = \frac{\rho}{\rho_a} \frac{100Pa}{100 + Pa} + V_v \quad (4.7)$$

将毛密度的表达式(4.5)带入上式，得到用油石比和孔隙率表示的公式：

$$VMA = \frac{\rho_{ag} \cdot Pa}{\rho_a + \rho_{ag} \cdot Pa} \frac{(100 - V_v)}{100} + V_v \quad (4.8)$$

结果说明，矿料间隙率和油石比以及孔隙率存在着确定的函数关系。

(5) 最大理论密度

由题给条件有：

$$\begin{aligned} V_v &= 100 - \frac{\rho}{\rho_t} \times 100 \\ \Rightarrow \rho_t &= \frac{100}{100 - V_v} \rho = \frac{\rho_a \rho_{ag}}{\rho_a + \rho_{ag}} \frac{(100 + Pa)}{100Pa} \end{aligned} \quad (4.9)$$

最大理论密度只和油石比有函数关系。

(6) 压实度

沥青混合料的压实度极大的影响着路面的强度、稳定性、耐久性和平整度等等指标，这已为业界所公认。由压实度的定义可知：

$$G = \frac{\rho}{\rho_t} \times 100 \quad (4.10)$$

将(4.5)式和(4.9)式代入(4.10)式，可得：

$$G = 100 - V_v \quad (4.11)$$

(4.11)式说明，压实度和空隙率是线性负相关的，两个指标反映的混合料性质是一致的，取其一即可。

综合以上论证，最终选取油石比，4.75mm 和 0.075mm 毫米筛孔通过率，空隙率和最初压实度，共五组数据作为影响因素，考察它们与各性能指标之间的关系。

4.2 最初状态的压实度对性能指标影响的显著性检验

无论是公路沥青路面施工技术规范（JTGF40-2004），公路工程质量检测评定标准（JTGF80-2004），公路工程沥青及沥青混合料试验规程（JTJ052-2000），还是公路沥青路面设计规范（JTGD50-2004），都没有对最初压实状态的压实度作出说明和要求。最初状态的压实度不是混合料试件成型后的参数，与沥青、集料或混合料的参数没有明确的函数关系。

最初压状态的实度未给出的试验数据较多，在进行回归函数分析时需要将与其对应的各因素及指标试验值删掉，使得试验样本值的数量明显减少，因而可能会对回归结果产生较大影响。基于以上考虑，可先对最初压实度进行显著性检验，分析一下此因素对各指标的影响程度，以便决定是否采用这一因素的试验值来进行回归分析。

4.2.1 方差分析法

方差分析是一种统计方法，可用来解决众多影响因素对目标的影响程度，分析哪些是主要因素，哪些是次要因素，是否还有其他因素在起作用等问题。

方差分析法的主要原理及步骤简要介绍如下：

考察因素 A 对指标 X 的影响，首先将因素 A 属性化，即将因素 A 分为 k 个水平，在水平 $1, 2, \dots, k$ 上分别做了 n_1, n_2, \dots, n_k 次试验， $N = n_1 + n_2 + \dots + n_k$ ，得到了试验数据 $X_{ij}, j=1, 2, \dots, n_i; i=1, 2, \dots, k$ 。

根据上述试验数据，可得到

$$\bar{X}_i = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} X_{ij}, i=1, 2, \dots, k$$

$$\bar{X} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} X_{ij} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^k n_i \bar{X}_i。$$

计算可得到如下关系式：

$$SS_T = SS_A + SS_e$$

其中 SS 表示平方和， $SS_T = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} (X_{ij} - \bar{X})^2$ 称为总平方和， $SS_A = \sum_{i=1}^k n_i (\bar{X}_i - \bar{X})^2$ 称为“因素 A 平方和”，它反映了因素 A 的水平差异所造成的影响， $SS_e = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} (X_{ij} - \bar{X}_i)^2$ 称为“误差平方和”，它反映了随机误差以及其他因素所造成的综合影响。

结合自由度的分配，可以得到：

$$F = \frac{SS_A}{SS_e} \cdot \frac{N-k}{k-1}$$

由数理统计知，上述 F 是一个随机变量， F 服从自由度为 $(k-1, N-k)$ 的 F 分布。一般来说，当我们确定下来某个 C 值以后，便在 $F > C$ 时认为因素 A 的作用足够大。定出 $C = F_{\alpha}(k-1, n-k)$ ，若计算所得值 $F > C$ ，则认为“因素 A 在水平 α 下显著”， α 值越小，则显著性越强。

4.2.2 最初压实度对各指标的影响显著性分析

采用方差分析法，需要将因素“最初压实度”属性化（即分类性）。公程实践表明，集料粒径的大小对沥青混合料的施工和易性有很大影响，细骨料沥青混合料较粗骨料沥青混合料更容易压实。因此按照混合料类型对最初状态压实度进行分类，将混合料类型中分别含 13、16、20、25（表示集料最大公称粒径）的归类，总共四类（即为 4 个水平）。按照方差分析法的计算原理及步骤，采用 MATLAB 编程计算，得到最初压实度与三个指标间的方差分析结果分别如表 6-表 8 所示。

冻融劈裂强度比 TSR 和浸水马歇尔稳定度比 S_0 两个指标均反映沥青混合料的抗水损害性能，关联度较大，最初压实度对上述两个指标的影响显著性应该基本一致，可以仅分析其中一个指标。

表 6. 四种最初压实度水平下 TSR 时间方差分析表

方差来源	平方和	自由度	均方	F 值
最初压实度	139.16	3	46.38	3.836
其他综合因素	2793.2	231	12.09	($F_{0.01}(3,\infty)=3.78$ $F_{0.01}(3,120)=3.95$)
总和	2932.36	234		结论：高度显著

表 7. 四种最初压实度水平下车辙时间方差分析表

方差来源	平方和 (10 ⁸)	自由度	均方 (10 ⁸)	F 值
最初压实度	2.68	3	0.893	43.77
其他综合因素	4.67	229	0.0204	($F_{0.01}(3,\infty)=3.78$ $F_{0.01}(3,120)=3.95$)
总和	7.35	232		结论：高度显著

表 8. 四种最初压实度水平下弯拉应变时间方差分析表

方差来源	平方和 (10^6)	自由度	均方 (10^6)	F 值
最初压实度	2.44	2	1.22	8.71
其他综合因素	24.22	172	0.14	($F_{0.01}(2, \infty) = 4.61$ $F_{0.01}(2, 120) = 4.79$)
总和	26.66	174		结论: 高度显著

注: 弯拉应变时自由度为 2, 是由于混合料类型中含 25 的弯拉应变试验值均未给出, 因而将最初压实度属性分为 3 类。

从表 6-表 8 中数据可见, 最初压实度对沥青路面的抗水损害性能和温度稳定性指标的影响均很显著性, 说明最初压实度这个因素不能忽略, 所以在进行灰关联及回归分析时应该将这一因素包括进去。

4.3 四个指标与影响因素间的灰关联分析

仍然采用灰关联分析法研究五个因素对各个指标的影响程度, 以确定诸参数对沥青路面各项性能的影响大小。路面的性能指标有三类, 而可能影响沥青路面性能的参数有五个, 它们依次是油石比、集料的 4.75mm 筛孔通过率 $P_{4.75}$ 和 0.075mm 筛孔通过率 $P_{0.075}$ 、空隙率和最初状态的压实度。

4.3.1 抗水损害性能

反映沥青路面抗水损害性能的指标有两个: 冻融劈裂强度比 TSR 和浸水马歇尔稳定度比 S_0 。分别以这两个指标为参考数列, 五个影响参数做均值化处理, 通过灰关联分析, 得到五个参数和指标之间的关联度。结果列于表 9。

表 9. 诸参数和路面抗水损害性能的关联度

指标	油石比	4.75mm 筛孔 通过率	0.075mm 筛 孔通过率	空隙率	最初状态压实度
TSR	0.7931	0.7789	0.7849	0.8848	0.9055
S_0	0.7952	0.7710	0.7625	0.8847	0.8937

从表 9 中可以看出, 无论是冻融劈裂强度比还是浸水马歇尔稳定度比, 关联度最大的因素均是最初状态的压实度和空隙率。其它三个参数关联度大小相当, 相对较小。这说明, 压实度和空隙率是影响沥青路面抗水损害性能的主要因素, 其它三个因素的影响大致相同, 均较弱。

4.3.2 高温性能

以抗动稳定度指标为参考数列, 通过灰关联分析得到上述五个因素与车辙的关联度分别为: 0.6582、0.6580、0.6498、0.6452、0.6458。

结果表明，油石比和粗集料比例与车辙的关系最密切，但其它三个参数与动稳定度的关联度也相差不大。总体来讲，五个因素对动稳定度的影响大小基本相同。

4.3.3 低温性能

以弯拉应变指标为参考数列，通过灰关联分析得到五个因素与弯拉应变的关联度分别为：0.7539、0.7652、0.7233、0.7960、0.8078。

结果表明，与弯拉应变关联最大的参数是最初状态的压实度，其次为空隙率、粗集料比例和油石比，矿粉的影响较小。

4.3.4 小结

通过上述灰关联分析，分别考察了五个因素对沥青路面各项性能的影响，确定了各性能指标的主要影响因素。

- (1) 对抗水损害性能的影响：最初状态的压实度>空隙率>油石比>粗集料>矿粉；
- (2) 对高温性能的影响：油石比>粗集料>矿粉>最初状态的压实度>空隙率；
- (3) 对低温性能的影响：最初状态的压实度>空隙率>粗集料>油石比>矿粉。

道路科技领域的研究表明：影响沥青路面抗水损害性能的主要因素是空隙率以及集料和沥青间的粘结性能；影响高温性能的主要因素是粗集料的摩擦嵌挤作用和适当的油石比；影响低温性能的主要因素则主要是沥青性质，空隙率也有一定的影响。

通过以上分析可见，本文采用灰关联分析法确定的各指标主要的影响因素与已有的研究成果是吻合的。

4.4 各个指标与主要影响因素间的回归分析

4.4.1 回归模型及回归参数

灰关联分析法只能对各因素对沥青路面性能指标的影响做定性判断，要想得到它们之间的数量关系，需要对影响因素参数和性能指标参数进行回归分析。分析中采用多元非线性回归模型，根据灰关联分析的结果，视情况选择参数。对于影响因素影响较小的因素，可以暂不纳入，根据 F 检验的结果再引进新的解释变量。但本文回归分析时仍然采用五个影响因素，再通过淘汰分析法剔除多余的解释变量。

数据处理仍然采用标准化方法，采用以下多元二次多项式回归模型，其函数形式可表示为：

$$y = \alpha_0 + \sum_{i=1}^n \alpha_i x_i + \sum_{i=1}^n \beta_i x_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=i+1}^n \gamma_{ij} x_i x_j$$

式中， $\alpha_i, (i=0,1,2,\dots,n)$ ， $\beta_i, (i=1,2,\dots,n)$ ， $\gamma_{ij}, (i=1,2,\dots,n; j=i+1,\dots,n)$ 均为回归模型参数， y 为性能指标， x_i 为影响因素， $i=1\sim 5$ 时， x_i 依次代表油石比、集料的 4.75mm 筛孔通过率 $P_{4.75}$ 和 0.075mm 筛孔通过率 $P_{0.075}$ 、空隙率和最初状态的压实度。

利用 Origin 软件得到各指标与影响因素间的回归分析结果见表 10。

表 10. 指标与影响因素间的回归模型参数计算值 ($\times 10^2$)

参数 指标	α_0	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	β_1	β_2	β_3	β_4	β_5
TSR	-1.504	-0.462	-31.82	0.798	-0.158	4.63	-0.668	-3.501	-0.505	0.001	2.593
S ₀	1.402	5.091	-76.43	-2.524	-0.076	-5.89	-0.059	50.01	-1.943	0.017	-1.025
DS	0.024	0.008	0.041	-1.9E-6	6.64E-4	-0.005	-8.5E-4	-0.082	2.12E-4	-1.9E-5	-0.004
TR	0.105	0.001	0.296	-0.003	0.004	0.093	-0.008	-0.31	-0.034	1.9 E-4	0.004
参数 指标	γ_{12}	γ_{13}	γ_{14}	γ_{15}	γ_{23}	γ_{24}	γ_{25}	γ_{34}	γ_{35}	γ_{45}	
TSR	8.164	0.185	-0.262	-0.426	-5.92	4.57	40.696	-0.524	0.219	-0.406	
S ₀	-4.507	-0.276	-0.347	-1.255	27.92	5.94	33.541	0.44	0.551	-0.692	
DS	-0.044	-0.003	-3.0E-4	0.004	0.081	0.004	0.012	4.88E-5	-2.3E-4	-7.5E-4	
TR	-0.193	0.029	-8.3E-4	0.007	0.29	-0.016	0.121	0.001	-0.069	4.35 E-4	

4.4.2 回归函数显著性检验

根据表 10 中的回归系数和(3.1)式, 计算可得各指标的显著性指标 $F(f_R, f_{Re})$, 计算结果列于表 11, 通过查表可得 $F_{0.05}(f_R, f_{Re})=1.75$ 。从表中数据可知, 对指标 2、指标 3, 有 $F(f_R, f_{Re}) > F_{0.05}(f_R, f_{Re})$, 认为模型在 $\alpha=0.05$ 显著性水平下与影响因素之间存在显著的函数关系; 对指标 1、指标 4, 有 $F(f_R, f_{Re}) < F_{0.05}(f_R, f_{Re})$, 认为模型在 $\alpha=0.05$ 显著性水平下与影响因素之间不存在显著的函数关系。

表 11. 各指标回归模型的显著性检验

指标	TSR	S ₀	DS	弯拉应变 TR
$F(f_R, f_{Re})$	1.02	3.71	1.84	0.99
$F_{0.05}(f_R, f_{Re})$			1.75	
显著性	函数关系不显著	函数关系显著	函数关系显著	函数关系不显著

显著性检验的结果说明, 冻融劈裂强度比 TSR 和弯拉应变 TR 与选取的五个影响因素关系不是很密切。本模型仅仅考虑了部分影响因素, 而没有考虑沥青性质、集料的特点、混合料类型等很多重要指标对沥青路面性能指标的影响。相关参考文献表明, 影响沥青混合料抗水损害性能的因素主要是沥青与集料之间的粘结牢固性和空隙率, 影响沥青混合料低温性能的主要因素是沥青的性质, 包括油源、温度敏感性、劲度、针入度、延度等。模型没有包含部分非常重要甚至是最重要的影响因素, 因此, 回归得到多项式显著性不高, 不能精确反映影响因素和指标之间的数量关系。

动稳定度 DS 和影响因素之间的函数关系相对显著。这是因为沥青混合料的高温性

能指标主要与集料的级配和沥青用量（即油石比）有关。这三个影响因素（级配用两组数据表征）均被模型采用，因此回归得到的模型应能较准确的反映它们之间的数量关系。

4.4.3 模型的选择

指标 2、指标 3 和因素间的函数关系是显著的，需要对回归模型进行进一步的选择。

对模型进行选择时，仍采用淘汰法。其步骤与 3.4 节中的相同，不再赘述，仅将计算结果在表格 12 给出。

经过淘汰法处理以后，得到指标 2 与诸影响因素的函数关系为：

$$y = 0.03848 x_1 - 0.78808 x_2 - 0.06902 x_5 + 0.52772 x_2^2 - 0.01732 x_3^2 - 0.00409 x_1 x_4 + 0.19663 x_2 x_3 + 0.04848 x_2 x_4 + 0.00561 x_3 x_4 - 0.00705 x_4 x_5 \quad (4.12)$$

表 12. 指标 2 回归模型选择步骤

步骤	$F(1, f_{Re})$	淘汰的解释变量	步骤	$F(1, f_{Re})$	淘汰的解释变量
1	0.0059	x_1^2	7	0.4472	x_5^2
2	0.0349	x_4	8	0.8932	x_4^2
3	0.0859	$x_3 x_5$	9	2.1851	x_3
4	0.0667	$x_1 x_3$	10	2.6037	$x_2 x_5$
5	0.1719	常数项 1	11	0.6069	$x_1 x_5$
6	0.2978	$x_1 x_2$	12	3.4711	/

表 13. 指标 3 回归模型选择步骤

步骤	$F(1, f_{Re})$	淘汰的解释变量	步骤	$F(1, f_{Re})$	淘汰的解释变量
1	0.0021	x_3	10	0.3436	x_1^2
2	0.0047	$x_3 x_5$	11	0.6236	$x_2 x_4$
3	0.0078	$x_3 x_4$	12	0.8088	$x_4 x_5$
4	0.0067	x_3^2	13	1.2053	x_5
5	0.0620	$x_2 x_5$	14	1.5851	x_2
6	0.2251	x_4^2	15	1.0363	x_5^2
7	0.1070	$x_1 x_4$	16	0.2553	$x_1 x_5$
8	0.3471	x_4	17	3.0201	/
9	0.3661	x_2^2			

指标 3 与诸影响因素的回归模型依次剔除 16 个解释变量之后，得到的函数关系为：

$$y = (1.7 + 1.2 x_1 - 5.4 x_1 x_2 - 0.3 x_1 x_3 + 7.7 x_2 x_3) \times 10^{-4} \quad (4.13)$$

函数式(4.13)表明，沥青混合料的动稳定度只与油石比和集料级配有关，这与相关研究成果是一致的。

4.5 关于提高路面质量方案的探讨

高速公路路面作为基础设施，使用寿命是其重要的性能指标，需要持续工作很长时间，同时路面又在空间延伸，经历着不同的环境，因此，影响高速公路路面质量的因素非常多，不同的地区和气候，对路面有不同的要求，评价路面质量的标准也不尽相同。

要提高路面质量，首先要确定对于路面的使用功能影响最大的因素是什么。例如，地处西北沙漠地区，降雨稀少，冬冷夏热，昼夜温差大，路面的温度稳定性将直接决定道路的使用功能和使用寿命，路面的水稳定性则不太重要；而如果在南方炎热多雨地区，不重点考虑路面的抗水损害性能是绝对不行的。

在确定了路面的主要性能要求之后，即可针对不同的要求制定不同的设计施工方案。通过对四个路面性能指标和影响因素之间的关联分析，确定了各性能指标的主要影响因素。分析表明：影响沥青路面的主要因素是空隙率以及集料和沥青间的粘结性能；影响高温性能的主要因素是粗集料和油石比；影响低温性能的主要因素则主要是沥青性质，以及空隙率。

要想提高路面的某项性能，最有效的方法就是控制对其影响最大的指标。要提高路面抗水损害性能就要通过合理的级配设计、充分压实，减少空隙率；要提高路面的高温性能最好的方法就是提高粗集料质量、减小油石比。总之，要抓住主要矛盾，才能有效提高路面质量。

5 集料级配与压实度的关系

5.1 最大压实度与最大密度曲线

压实度的定义式为：

$$G = \frac{\rho}{\rho_t} \times 100 \quad (5.1)$$

取单位体积的混合料，设沥青的密度和体积分别为 ρ_a ， V_a ，集料的密度和体积分别为 ρ_{ag} ， V_{ag} ，根据混合料的组成，有下式成立：

$$\rho = \rho V = \rho_a V_a + \rho_{ag} V_{ag} = \rho_a \frac{VMA \cdot VFA}{100^2} + \rho_{ag} \frac{(100 - VMA)}{100} \quad (5.2)$$

将(5.2)式代入(5.1)式得：

$$G = \frac{\rho_a}{\rho_t} \frac{VMA \cdot VFA}{100} + \frac{\rho_{ag}}{\rho_t} (100 - VMA) \quad (5.3)$$

混合料的压实度可以看作是集料密度的函数，压实度相对于集料密度的变化率可表示为：

$$\frac{dG}{d\rho_{ag}} = \frac{100 - VMA}{\rho_t} \quad (5.4)$$

根据物理常识，集料的间隙率总是小于 100 的，因此恒有： $\frac{dG}{d\rho_{ag}} = \frac{100 - VMA}{\rho_t} > 0$ ，

压实度关于集料的密度单调递增。因此，混合料的压实度达到其上限的时候，集料的密度必取其最大值，反之亦然。压实度的上限问题可以转化为寻找一种最佳级配，使集料的密度最大。

集料是由大小不同的颗粒组成的，为达到最大密度，大的颗粒之间的间隙，应该有次一级的颗粒予以填充，其所余间隙又再由更小的颗粒填充。固体颗粒按照颗粒大小，有规则的组合排列，粗细搭配，可以达到间隙最小集料。在一定的空间内，寂寥颗粒尽可能的将间隙填满，以达到密度最大。

目前常用的级配理论主要是最大密度曲线理论。

5.2 最大密度曲线的 n 幂公式

最大密度曲线理论通过大量的试验提出了一种理想级配曲线。这种曲线的形状是：细集料以下的颗粒级配为椭圆形曲线，粗集料为与椭圆相切的直线。这种曲线比较复杂，后来经过研究改进，提出简化的“抛物线最大密度理想曲线”。该理论认为：“矿质混合料的颗粒级配曲线越接近抛物线，则其密度越大，间隙率越小”。

当集料的级配曲线为抛物线时，最大密度理想曲线集料各级粒径 d_i 与通过量 P_i 表示如下式：

$$P_i = 100 \left(\frac{d_i}{D} \right)^{0.5} \quad (5.5)$$

其中： P_i ——孔径为 d_i (mm) 的筛孔通过率；

D ——集料颗粒的最大直径。

A.N.Talbol 认为曲线的指数不应该是一个常数，而应该在一定范围内变化，通常其变化范围在 0.3~0.7，对于沥青混合料，当指数为 0.45 时，可以使密度最大，可以认为 $n=0.3$ 和 $n=0.7$ 分别计算混合料级配上限和下限。

$$P_i = 100 \left(\frac{d_i}{D} \right)^n \quad (5.6)$$

其中： P_i ——孔径为 d_i (mm) 的筛孔通过率；

D ——集料颗粒的最大直径；

n ——试验指数。

当已知集料最大粒径为 30mm 时，按最大密度理想曲线理论计算的最优级配和级配上下限列于表 14。

表 14. 最大密度级配和级配上下限

粒径 (mm)		26.5	19	16	13.2	9.5	4.75	2.36	1.18	0.6	0.3	0.15	0.075
最大密度线	n=0.45	94.6	81.4	75.4	69.1	59.6	43.6	31.9	23.3	17.2	12.6	9.2	6.8
级配范围	n=0.3	96.3	87.2	82.8	78.2	70.8	57.5	46.6	37.9	30.9	25.1	20.4	16.6
	n=0.7	91.7	72.6	64.4	56.3	44.7	27.5	16.9	10.4	6.5	4.0	2.5	1.5

5.3 压实度的上界

级配曲线确定了不同粒径集料的比例, 如果再得到不同粒径集料组分的密度, 即可加权平均得到集料的最大密度表达式。

设通过最小筛孔的集料的密度为 ρ_1 , 从小到大通过第 i 级筛孔的集料密度为 ρ_i , 相应的权重为 p_i , 集料粒径共分 m 级。集料密度 ρ_{ag} 可表示为:

$$\rho_{ag} = \sum_{i=1}^m \rho_i p_i \quad (5.7)$$

根据筛孔通过率的关系可得:

$$\begin{cases} p_1 = P_1 \\ p_i = P_i - P_{i-1} \quad i > 1 \end{cases} \quad (5.8)$$

将(5.6)式代入(5.8)式得:

$$\begin{cases} p_1 = \left(\frac{d_1}{D}\right)^n \\ p_i = \frac{(d_i^n - d_{i-1}^n)}{D^n} \quad i > 1 \end{cases} \quad (5.9)$$

再将(5.9)式代入(5.7)式, 即可得到级配和集料密度之间的关系:

$$\rho_{ag} = \frac{1}{D^n} \rho_1 d_1^n + \frac{1}{D^n} \sum_{i=2}^m \rho_i (d_i^n - d_{i-1}^n) \quad (5.10)$$

理论上, 在最大粒径 D 确定的条件下, m 可以无限大, d_i 可以无限细分, 当 $m \rightarrow \infty$ 时, 可以保证任何尺度的空隙都有适当大小的矿料填充, 即理论上矿料间隙率 VMA 可以趋近于零。

由集料间隙率和混合料孔隙率之间的关系 $VFA \geq V_v > 0$ 可知, 在理想级配曲线下, 空隙率 V_v 趋近与零。又根据(4.11)式 $G = 1 - V_v$, 得知压实度的可以无限接近 100%, 即在理想级配曲线下, 压实度的确上界为 100。

5.4 工程中的级配设计

n 幂公式法存在一个缺点, 因为他是无穷级数, 没有最小颗粒的限制。对于沥青混合料, 往往造成矿粉含量过高, 使路面稳定性不足。前苏联控制筛余量递减系数 K 的方

法，恰好克服了这个缺点。

K 法以颗粒直径的一半为递减标准，即第 n 级直径 $d_n = \frac{D}{2^n}$ ，设 k 为分计筛余量的递减系数，第 n 级分计筛余量 $a_n = a_1 k^{n-1}$ 。

分级数 n 可表示为：
$$n = 3.3219 \lg \left(\frac{D}{d_n} \right)$$

由于各级筛余量之和为 100，有：

$$a_1 (k^0 + k^1 + \dots + k^{n-1}) = 100 \Rightarrow a_1 = \frac{100(1-k)}{1-k^n}$$

因此第 x 级的分计筛余量为： $a_x = a_1 k^{x-1}$ ，通过量为： $P_x = 100 \left(1 - \frac{1-k^x}{1-k^n} \right) \%$ ，其中

$$n = 3.3219 \lg \left(\frac{D}{d_x} \right)。$$

目前根据级配理论计算出的级配曲线，通常只用于理论研究，并不能直接用于实际工程。总结多年的工程经验，我国在《公路沥青路面施工技术规范》中列举了三大类沥青混合料，包括沥青混凝土、沥青碎石和抗滑表层，可根据不同的地区、地区及功能要求，综合考虑耐久性、抗车辙、抗裂、抗水损害、抗滑等多方面要求选用不同的级配。压实度并不是越高越好，而应结合实际要求，合理把握。

6 沥青、碎石品质对路面质量的影响

6.1 沥青、碎石质量对路面质量的影响

6.1.1 沥青质量对混合料性能的影响

附件 1 中主要包含了四种沥青：普通沥青，SBS 改性沥青 97 组，道路石油沥青和橡胶沥青。其中普通沥青主要包含三个标号等级：70#，90#，110#。不同种类的沥青性质有较大差异，沥青的标号也反映了沥青的质量。显然，沥青的质量对混合料性能是有影响的，要比较沥青质量对路面性能的影响，需要从附件 1 中选取有代表性的数据。

选取数据的原则是：1) 选出的数据要含主要的沥青种类的信息；2) 对比数据组里除沥青标号不同外，其它重要指标应尽量相同，以减小其它指标带来的影响；3) 数据量尽可能大。本原则对紧接着的几个问题也适用，只需要把沥青标号换成沥青生产厂家或碎石产地。

根据这个原则，将附件 1 中的数据分为四组，分别对应沥青的四个种类，其他种类不明的沥青混合料数据舍弃。四组数据的容量分别是：普通沥青 69 组，SBS 改性沥青 97 组，道路石油沥青 18 组，橡胶沥青 4 组，具体数据见附件 a。

需要指出的是，题目第四问中说明“混合料类型中带 25 的是普通沥青，是其它数

字如 13、16 或 20 的是改性沥青”，显然是不准确的。混合料类型中数字前的字母表示的才是沥青的类别，而数字代表的是集料的最大公称粒径，即混合料中筛孔通过率为 90%~100%的最小筛孔直径。如 AC-20 代表的意义是使用最大公称粒径为 19mm 的集料拌合的普通沥青混凝土（Asphalt Concrete），SMA-13 代表的意思是使用最大公称粒径为 13.2mm 的集料拌合的沥青玛蹄脂碎石混合料，而以 Sup 开头的则是按照美国优质路面（Superpave）标准设计的沥青混合料。

数据显示，无论是在沥青种类内部还是种类之间，混合料的配合比均有较大差异，而且沥青及集料的来源也呈现出很大的多样性。因此进行精确的或定性的分析是不大可能的，只能做出在平均意义下定性的判断。

表 15. 不同种类沥青组成的混合料的性能指标均值

沥青种类	普通沥青	SBS 改性沥青	道路石油沥青	橡胶沥青
TSR	84.4	85.3	86.0	88.6
S ₀ (%)	88.7	90.8	89.9	90.7
动稳定度	2222.9	4984.5	2106.1	4924.8
弯拉应变	2958.2	3059.5	2504.1	3144.7

从表中可以看出，以普通沥青混合料为参照，SBS 改性沥青混合料各项性能均有所提高，而表征高温性能的动稳定度的改善尤其明显；道路石油沥青混合料抗水损害性能略有提高，温度稳定性性能有所降低；橡胶沥青混合料抗水损害性能和低温性能略有提高，高温性能得到大幅度提高。

普通沥青混合料和 SBS 改性沥青混合料的数据容量较大，包含了不同厂家，不同级配和其它指标的数据等，平均后得到的结果是基本可信的。而关于道路石油沥青和橡胶沥青的数据较少。通过对混合料其它指标的对比发现，道路石油沥青混合料的油石比较小，集料最大公称粒径为 19 或 26.5，是粗集料混合料，而橡胶沥青混合料油石比很大，集料最大公称粒径为 13.2，是细集料混合料。它们的结构形式和破坏机理是有区别的，其对混合料性质的影响也许会超过沥青的性质。

但可以肯定，沥青对混合料性能是有影响的。

相关专业的研究表明，沥青混合料的抗水损害性能主要取决于沥青与矿料性质、矿料相互作用的性质，以及空隙率等。沥青与矿料相互作用的性质是沥青混合料结构形成的决定因素，它直接关系到沥青混合料的强度、温度稳定性、水稳定性、以及老化等重要性能。高粘滞度的沥青可以获得较大的颗粒粘结力，较强的吸附强度。而沥青的高温黏度越大、劲度越高、与石料的粘附性越好，相应的沥青混合料的高温性能越好。沥青的油源、温度敏感性、劲度、针入度、延度感时性、老化性能和含蜡量等均对沥青混合料的低温性能有重要影响。

6.1.2 碎石质量对混合料性能的影响

碎石作为集料的主要成分，对沥青混合料的各项性能也有重要影响。

出现在附件 1 中的岩石种类有很多，有玄武岩、石灰岩、花岗岩、石榴石、安山岩等，其中玄武岩和石灰岩数据较多，最具代表性。选取玄武岩和石灰岩和它们之间的过渡种类（粗：玄武岩；细：石灰岩）作为考察对象，对岩石性质和混合料之间的关系进行研究，数据见附件 b。由于不能排除其它因素的影响，仅对平均意义上的影响进行考察。

表 16.不同种类岩石的混合料性能指标均值

岩种	TSR(%)	S ₀ (%)	车辙	弯拉应变
玄武岩	84.6	90.4	5155.5	3614.1
粗：玄武岩；细：石灰岩	85.5	90.7	4818.5	3469.0
石灰岩	85.6	90.1	3503.7	2969.9

表中数据显示：就平均值来讲，玄武岩的动稳定性和弯拉应变指标均明显好于石灰岩，抗水损害性能则没有明显差别；作为玄武岩和石灰岩之间的过渡种类，玄武岩碎石和石灰岩矿粉组成的混合料性能则介于玄武岩和石灰岩之间，表现出了良好的过渡性。

附件 1 的数据部分的揭示了岩石种类和沥青混合料性能指标之间的关系。相对于石灰岩，玄武岩组成的混合料具有更好的动稳定性和低温稳定性，抗水损害性能差别不大。但是仅凭附件 1 的数据评价岩石品种和混合料性能之间的关系是武断的。因为其它条件的不确定性，一些重要的影响有可能被抵消甚至扭曲。比较公允的评价需要结合材料学、工程学等专业知识做出。

碎石作为粗集料，充当了混合料的骨架，因此是形成沥青混合料高温强度的重要因素。沥青混合料的强度由两部分组成，即矿料（主要是粗集料，也就是碎石）之间的嵌挤力、内摩阻力和沥青与矿料间的粘聚力。沥青混合料中嵌挤力和内摩阻力的大小，主要取决于集料的尺寸均匀度、颗粒形状及表面粗糙度。较大的均匀的和有棱角的粗糙的集料所组成的混合料具有较大的强度。

附件 1 中数据关于强度的指标有两个：冻融劈裂强度比和浸水马歇尔稳定度比，均为强度之间的比值，无法反映碎石对沥青混合料强度的影响。

在诸多材料影响因素中，碎石的特性对沥青混合料的高温性能的影响尤其显著。这一点，在附件 1 中得到了很好的体现。据国外研究，沥青混合料的抗车辙能力 60%依赖于集料级配的嵌挤作用。合理的级配曲线是形成混合料高温稳定性的重要因素。通常，破碎、坚硬、纹理粗糙、多棱角、颗粒接近正方体的碎石，相应的沥青混合料的高温性能就好。

矿质集料由矿物质组成，其表面的吸水性、化学性质、表面积、孔隙大小等对沥青

混合料的抗水损害性能均有影响。集料表面的洁净程度有影响、集料的致密程度及吸水率对集料与沥青的粘结性和强度也有影响。另外，碎石级配、表面吸水性和与沥青的粘结力对沥青混合料的低温性能也有一定影响。

6.2 沥青、碎石厂家、产地对路面质量的影响

6.2.1 沥青厂家、产地的影响

当前道路工程中使用的沥青绝大多数是石油沥青，原油的性质对沥青产品的性质具有决定性的作用，这一点已为世界所公认。

附件数据只给出了沥青的生产厂家，没有给出油源，而沥青厂家除克拉玛依、盘锦等少数外，大多数位于不产油地区，其原油来源无从考据，只能对生产厂家的影响进行分析。

要想对生产厂家的影响进行分析，应尽量消除其他参数对混合料性能指标的影响。为此，选择混合料类型为 Sup20，沥青类型为 SBS 改性沥青的不同厂家为研究对象，将不同厂家的产品与所有其它参数相近的同类产品进行对比。

符合条件的沥青有 18 个样本，其中科斯密牌和路安特牌各有三个样本，盘锦牌、泰普克牌和科氏牌各有两个样本，其它品牌和品牌不详的样本六个。

对于所有 18 个样本的几个主要特性指标的均值和方差列于表 17，同时，对于样本数不小于 2 的品牌也对指标进行了简单处理，以利于比较。对于科斯密牌和路安特牌沥青，考察了混合料性能的离散性，其它品牌样本太少，不考虑结果的离散性。

表 17. 各品牌沥青与总体性能指标的比较

品牌	总体		科斯密		路安特		泰普克	盘锦	科氏
	均值	相对误差%	均值	相对误差%	均值	相对误差%	均值	均值	均值
油石比	4.5	8.9	4.6	2.2	4.47	3.8	4.3	4.75	4.55
空隙率	4.0	2.2	4.0	2.5	4.01	0.3	4.1	4.0	3.9
间隙率	13.3	8.3	13.2	1.8	13.22	2.0	13.1	13.7	13.3
TSR(%)	86	7.2	89.0	4.5	83.8	3.0	84.4	84.8	87.7
S ₀ (%)	90.9	5.1	91.7	5.6	90.6	4.3	89.4	93.2	92.2
车辙	4859.7	47.3	4335.7	28.2	4567.7	12.5	4945.0	7013.0	5069.5
弯拉应变	2923.6	13.3	2956.9	15.2	2717.4	3.7	2687.6	3061.6	2843.9

从表中关于全体同类沥青的数据可以看出，在分项特性相差不大的情况下，冻融劈

裂强度比 TSR 和浸水马歇尔稳定度比具有较好的稳定性，而动稳定度和弯拉强度指标变异性较大。各种品牌的沥青性能有一定的差别。科斯密牌沥青拌合的混合料性能与平均水平大致相当，动稳定度稍差，但性能稳定。路安特牌沥青各项性能指标均稍小于平均水平，但性能指标稳定性好。盘锦牌沥青拌合的混合料浸水马歇尔稳定度比比较高，动稳定度则大大高于平均水平，与同一型号的沥青有比较大的区别。

对比结果说明，不同厂家生产的沥青特点是不同的，会对由其拌合而成的沥青混合料的抗水损害性能，高温性能和低温性能产生影响。

6.2.2 碎石产地的影响

经过对附件 1 数据的分析和比对，找出一组除碎石产地以外，其它各项参数基本相同的数据，其沥青型号及厂家为：韩国 SK70#。现将部分数据摘录如下：

表 18. 碎石产地和路面性能指标表

碎石产地	TSR(%)	S ₀ (%)	车辙	弯拉应变
河南确山	/	/	2038.0	/
河南确山	81.4	95.9	1661.0	/
河南确山	91.0	94.3	2517.3	/
河南确山	86.0	87.9	1472.0	/
禹州石料厂	95.2	91.5	3333.0	/
河南新乡	91.1	89.5	3272.0	/
淳安大地水泥厂	/	85.4	/	/
河南荥阳石料厂	89.6	92.5	2528.0	/
河南息县	92.8	90.7	2134.0	/

表中忽略了岩石类别混合料类型（相同）和油石比、空隙率（基本相同，除粉胶比最大偏离均值 7.7%外，其它均在 5%以内）等指标。表的前四行碎石产地均为河南确山，影响混合料性能指标的参数基本相同（包括粉胶比），但由其构成的混合料的性质却有较大差别。尤其是车辙试验反映出的动稳定度差别明显，最大值与最小值的比值达 1.7。但如果将另外几个产地的数据纳入考察范围，混合料性能指标的波动范围有所扩大，但基本与同一产地的碎石构成的混合料的性能指标变异性相当。

对克拉玛依 110#沥青拌合的 Sup13 型号混合料以及 90#盘锦沥青拌合的 Sup25 混合料性能数据的分析得到了类似的结果。能够导致混合料性能的变异性的因素是多样的，从题给数据不能判断碎石产地对混合料性能的影响。

事实上，碎石的强度、形状、表面粗糙度、亲水性等参数，对沥青混合料的性能是有很影响的。而不同地区的岩石必然会表现出不同的性状。但与其关注碎石产地，不如研究碎石强度等特性的影响。

7 对试验项目的讨论

题目中给出的关于路面质量的指标有四个，其中两个反映路面的抗水损害性能，一个反映路面的抗疲劳和高温性能，另一个反映了路面的低温性能，但是，对于全面评价沥青路面的，上述指标略显不充分。由于沥青混合料的变异性路面工作环境的复杂性，应适当增加反映上述三方面性能的指标，如低温开裂性能试验等。

题中给出的基本上都是沥青混合料的结构性能指标，对材料性能指标没有涉及，而实际的路面结构中，沥青和集料本身的物理特性，对路面的性能也有巨大的影响。沥青在沥青混合料分散系中充当着粘合剂的角色，沥青的黏度，温度敏感性，化学稳定性等对维持分散系的稳定和耐久不可或缺；集料中的较大颗粒在分散系中起到骨架的作用，决定了混合料的强度，细集料作为填充剂占据粗集料间的空隙，矿粉和沥青共同形成胶质，对混合料的抗水损害性能及其他性能都有很大影响。因此，有必要把沥青和集料物理特性纳入到指标体系中来，以较全面的反映路面的性能。

对于关系到路面使用性能（使用寿命）的一个至关重要的性能——耐老化性，题目和附件也没有给出任何指标，这不能不认为是试验项目的重要遗漏。路面，作为室外构筑物，在使用过程中要经受风吹雨打日晒和各种其它因素的侵蚀，随着时间的推移，沥青混合料，尤其是其中的沥青，不可避免的会发生化学变化，影响到抗水损害性能、高温性能、低温性能以及其它性能。因此，为了保证路面质量的时间持续性，需要研究沥青混合料抵抗外界物理化学作用，保持稳定或发生较小变化的能力。这就是耐老化性能。

路面在使用期间，需要经受车轮荷载的反复作用，长期处于应力应变交迭变化状态，致使路面结构强度逐渐下降。当荷载重复作用超过一定次数以后，在荷载作用下路面内产生的应力超过强度下降后的结构抗力，使路面产生疲劳断裂破坏。深入研究能准确反映路面耐疲劳性能的指标具有重要的理论意义和实用价值。

路面的抗滑性对于行驶在路面上的车辆来说，不仅关系到使用性能，还关系到行车安全，是路面能够最终服务社会，产生效益的重要环节。提出和发展一种能够恰当评价抗滑性的指标是必要的。

另外，沥青混合料的施工和易性直接关系到工程进度和造价，也是一个比较重要的指标，值得进一步研究。

8 结论和建议

8.1 结论

经过对附件中数据的分析，可以初步得到以下结论：

- 1、描述高速公路路面质量的抗水损害性能、高温性能、低温性能的指标之间没有

明显的线性关系，描述抗水损害性能的两个指标之间具有一定的相关性，但线性回归模型不适用。

2、通过理论分析和数学推导发现，题给因素中有很多非独立因素，可以表示为油石比、粗骨料比例、矿料比例和空隙率的函数。在研究路面性能指标的主要影响因素时考虑油石比、4.75mm 筛孔通过率、0.075mm 筛孔通过率、空隙率、最初压实度这 5 个独立因素即可。

3、通过因素和性能指标之间的关联分析，得到：影响路面性能抗水损害性能的最大的是空隙率，影响路面高温性能的主要因素有粗集料筛孔通过率、油石比和空隙率，影响路面低温性能的主要因素是油石比。

采用多元非线性回归模型对性能指标与影响因素之间的数量关系进行了回归分析，检验其函数关系显著性发现：冻融劈裂强度比 TSR、弯拉应变与被考察五个影响因素没有显著的数量关系；浸水马歇尔稳定度比 S_0 、动稳定度 DS 与五个影响因素具有显著的数量关系。使用淘汰法对其解释变量进行剔除得到了它们之间的回归模型。

路面质量评价必须要和对高速公路的使用要求和高速公路所在地区的气候水文条件结合起来。

4、理想情况下，路面压实度可以达到 100，但实际应用中既无必要也无可能。路面压实度不仅与集料级配有关，也于油石比有关。

5、沥青质量对路面各项性能都有影响，从已知数据看，对高温性能的影响比较明显。集料种类对路面抗水损害性能影响不大，对路面温度稳定性有较大影响。沥青的产地和生产厂家影响沥青的品质，进而影响到路面的各项性能。由于题给数据的缺陷，碎石产地的影响不详。

6、根据高速公路的使用要求和附件数据的分析，发现测试路面质量的试验主要有四个方面的遗漏：沥青和集料的材料物理性能、沥青的抗老化性能、耐疲劳性能和路面的抗滑性能。

8.2 建议

在以上分析的基础上，对沥青路面的设计和施工部门提以下几点意见：

1、在进行沥青混合料试验时进行正交化设计，控制部分因素不变，单独改变某个因素，以方便数据处理，研究材料某个参数对沥青路面性能的影响。

2、尽管附件中列出了几种指标来评价沥青路面的性能，但是这些指标均忽视了路面摩擦系数、行车荷载和沥青自然老化等因素的影响。这些指标只能反映路面建成初期时的部分性能，路面使用中和使用一段时间后的性能未能得到反映。为综合评价路面质量，应在试验中对这些指标进行测定。

3、沥青路面各方面的性能影响因素不同。影响高温特性的主要因素是粗集料比例

和油石比，影响低温性能的主要是沥青性质和沥青用量，影响水稳定性最大的因素是空隙率（或压实度）。不同的地区和交通条件，对路面有不同的性能要求，设计时要针对不同情况着重考虑影响较大的因素。压实度对路面的温度稳定性和水稳定性均有很大影响，施工中应作为控制指标。

4、提出和完善衡量其它关系到沥青路面寿命、功能的指标体系，包括耐久性、抗滑性、耐磨性、平整度、施工便利性等等，结合已有的较成熟的指标，全面评价沥青路面的质量和服务水平。

9 参考文献

- [1] 腾加俊, 沈锦仁. 数学建模[M]. 南京: 南京出版社, 2003
- [2] 陈汝栋, 于延荣. 数学模型与数学建模[M]. 北京: 国防工业出版社, 2006
- [3] 易德生, 郭萍. 灰色理论与方法—提要·题解·程序·应用[M]. 北京: 石油工业出版社, 1992
- [4] 沈金安. 沥青及沥青混合料路用性能[M]. 北京: 人民交通出版社, 2001
- [5] 公路沥青路面施工技术规范 (JTGF40-2004) [S]. 北京: 中华人民共和国交通部, 2004
- [6] 公路工程质量检测评定标准 (JTGF80-2004) [S]. 北京: 中华人民共和国交通部, 2004
- [7] 公路工程沥青及沥青混合料试验规程 (JTJ052-2000) [S]. 北京: 中华人民共和国交通部, 2000
- [8] 公路沥青路面设计规范 (JTGD50-2004) [S]. 北京: 中华人民共和国交通部, 2004
- [9] 朱洪洲, 何兆益, 吴国雄等. 基于高温性能的沥青混合料组成结构优化[J]. 华中科技大学学报(城市科学版), 2006, 23 (2): 38-40
- [10] 黄晓明, 朱湘. 沥青路面设计[M]. 北京: 人民交通出版社, 2002
- [11] 边馥萍, 候文华, 梁冯珍. 数学模型方法与算法[M]. 北京: 高等教育出版社, 2005
- [12] 盛骤, 谢式千, 潘承毅. 概率论与数理统计[M]. 第3版. 北京: 高等教育出版社, 2001
- [13] 邓建中, 刘之行. 计算方法[M]. 第2版. 西安: 西安交通大学出版社, 2001
- [14] 周剑平. 精通 Origin7.0[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2003
- [15] 张志涌等. 精通 MATLAB6.5 版[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2003

10 附录

附录 1: 四个性能指标灰色关联度分析

```
function correlation
% 关联分析计算方法，四个指标之间关联度分析
data=load('index_4_data.txt');
x0=data(:,1);
x1=data(:,2);
x2=data(:,3);
x3=data(:,4);
```

```

%剔除 0 元素,并且均值化处理
L=x0>0;
x0=x0(L);
x0=x0./mean(x0);
x1=x1(L);
x1=x1./mean(x1);
x2=x2(L);
x2=x2./mean(x2);
x3=x3(L);
x3=x3./mean(x3);

data=[x0,x1,x2,x3];
%第二步：求差序列
delta=[abs(x0-x1),abs(x0-x2),abs(x0-x3)];

%第三步：求两级最大差与最小差
deltamax=max(max(delta));
deltamin=min(min(delta));

%第四步：计算关联系数
yi=(deltamin+0.5*deltamax)./(delta+0.5*deltamax);

%第五步：计算关联度
l=length(yi);
r=sum(yi)./l

```

附录 2：四个指标之间回归模型的选择（F-检验）

```

function q1_regressF_1_234
%使用回归模型分析四个指标之间的数量关系

%第一步：读取原始数据并标准化
indexdata=load('index_4_Sdata.txt');
[n,col]=size(indexdata);

%p=10;
%p=9;
%p=8;
%p=7;
%p=6;
%p=5;
p=4;

```

```

fR=p-1;
fRe=n-p;

y=indexdata(:,1);
m1=indexdata(:,2);
m2=indexdata(:,3);
m3=indexdata(:,4);

%*****
%P=[0.00123,0.26966,12.54861,-15.94221,-0.32597,-1230.78026,...
% 6830.96275,44.22223,-21.21437,-24682.29558]';
P=[0.2512
-0.2827
4945.20222
-23976.58958
];
yy=P(1)*m1+P(2)*m1.^2+...
P(3)*m3.^2+P(4)*m2.*m3;
%*****

SSRe=sum((y-yy).^2);
SST=sum((y-mean(y)).^2);
SSR=SST-SSRe;
F=(SSR/fR)/(SSRe/fRe);
FF=[fR,fRe,F,SSRe,SST,SSR]

%第二步：回归的拟合不佳检验，将指标 1 分为 6 组，在计算误差平方和以及模型误差平方和

%第三步：模型的选择，即系数相关性检验，引入新变量偏回归平方和 SS
%XX=[ones(n,1),m1,m2,m3,m1.^2,m2.^2,m3.^2,m1.*m2,m1.*m3,m2.*m3];
%XX=[ones(n,1),m1,m2,m3,m1.^2,m3.^2,m1.*m2,m1.*m3,m2.*m3];
%XX=[m1,m2,m3,m1.^2,m3.^2,m1.*m2,m1.*m3,m2.*m3];
%XX=[m1,m3,m1.^2,m3.^2,m1.*m2,m1.*m3,m2.*m3];
%XX=[m1,m3,m1.^2,m3.^2,m1.*m3,m2.*m3];
%XX=[m1,m3,m1.^2,m3.^2,m2.*m3];
XX=[m1,m1.^2,m3.^2,m2.*m3];

XX=inv(XX'*XX);
cjj=diag(XX);
SSj=P.^2./cjj;
FFF=SSj/(SSRe/fRe)
F1fRe=[1,fRe]

```