

参赛密码 _____
(由组委会填写)



第十届华为杯全国研究生数学建模竞赛

题 目 变循环发动机部件法建模及优化

摘 要

对于变循环发动机的稳态仿真问题,本文采用文献中提出的分部件建模技术,研究了其平衡方程组的求解,导叶角等参数最优选择以及发动机性能与参数的关系等问题。

本文首先根据压比函数值的定义和附录4给定的部件特性数据画出不同换算转速下的流量随压比函数值变化的多条关系曲线,并分析了其异常点存在的原因。在此基础上并根据附录4中给定的特性数据,采用二次线性插值方法得到任意压比函数值和转速系数下的压比、流量与效率值,解出了风扇和CDFS出口的总温、总压和流量值。

求解发动机和平衡方程组是本文的核心问题,为了按部件求解,我们分析了变量的传递过程和平衡方程中某些气动函数方程、热工质函数等的反解问题,为了求解这个复杂的非线性方程组,本文采用数值微分求解 *Jacobi* 矩阵中的各项偏导数,采用 *Newton* 法迭代,求解平衡方程组的稳态解,在求解过程中,将原平衡方程组转化为与之等价的最小二乘法优化问题后来求解,并基于数值求解的结果对求解方程所用算法的误差进行了分析。

在单涵道模式下,对于发动机参数的优化,本文以CDFS导叶角度、低压涡轮导叶角度和尾喷管喉道面积为决策变量,最大单位推力和最低耗油量作为目标函数,构建优化模型,使用遗传算法求得决策变量的最优值。并对不同飞行马赫数,在内外涵道面积可调情况下,分析了不同涵道比下,飞行马赫数从1.1变化到1.6的过程中最优配置的变化,并说明了涵道比对飞行性能的影响。

关键字: 二次线性插值; *Jacobi* 矩阵; 多初值 *Newton* 迭代法; 遗传算法; 变循环

一、 问题重述

1.1 背景

现今飞机的包线范围越来越广,飞行高度从原来的 $0\sim 20$ 公里扩大到 $0\sim 30$ 公里,且飞行马赫数从 $0\sim 2.5$ 扩大到 $0\sim 3.5$,同时为了执行亚音速和超音速飞行任务,由飞机/发动机设计原理可知^[1],对于持续高马赫数飞行任务,需要高单位推力的涡喷循环,反之,如果任务强调低马赫数和长航程,就需要低耗油率的涡扇循环。双涵道的变循环发动机可以同时具备高速时的大推力与低速时的低油耗。

变循环发动机是指通过改变发动机某些部件的几何形状、尺寸或者位置以改变其热力循环的燃气涡轮发动机^[2,3]。其优点有很多^[4~6],如当外界温度升高时,或从压气机中引气、引出功率,对发动机推力损失影响小;在某些状态下,通过几何调节,在不明显降低推力的前提下,对改善发动机的效率和防止大气中的干扰使发动机稳定工作,具有重要的意义;另外变循环发动机通过调整各个部件来实现超声速巡航,无需开加力,这有利于大大提高超音速飞行的经济性。

综上所述,变循环发动机具有常规发动机无法比拟的优越性能,因此研究变循环发动机建模及控制规律具有重大意义。

1.2 问题

1.2.1 问题一

1) 请画出附录 4 中风扇特性数据表中流量随压比函数值变化的图形;

2) 设在发动机飞行高度 $H = 11\text{km}$, 飞行马赫数 $Ma = 0.8$ 的亚音速巡航点, 导叶角度均设置为 0° , 风扇和 $CDFS$ 的物理转速都为 0.95, 风扇和 $CDFS$ 的压比函数值都为 0.5, 求风扇和 $CDFS$ 的出口总温、总压和流量。

1.2.2 问题二

设在发动机飞行高度 $H = 11\text{km}$, 飞行马赫数 $Ma = 0.8$ 的亚音速巡航点, 采用双涵道模式, 导叶角度均设置为 0° , 选择活门完全打开, 副外涵道面积设为 $1.8395\text{e}+003$, 后混合器出口总面积设置为 $2.8518\text{e}+004$, 尾喷管喉道面积 $A_g = 9.5544\text{e}+003$, $n_L = 0.85$ 。请运用或设计适当的算法求解由发动机 7 个平衡方程 (1), (2), (3), (4), (5), (6), (7) 组成的非线性方程组。要求陈述算法的关键步骤及其解释, 尽可能讨论算法的有效性。

1.2.3 问题三

1) 设在发动机飞行高度 $H = 11\text{km}$, 飞行马赫数 $Ma = 1.5$ 的超音速巡航点, 发动机采用单涵道模式, 将选择活门面积设置为 0, 风扇导叶角度、高压压气机导叶角度、高压涡轮导叶角度均设置为 0° , 后混合器面积设置为 $2.8518\text{e}+004$ 。请问发动机 $CDFS$ 导叶角度、低压涡轮导叶角度和喷管喉道面积 3 个量为多少时, 发动机的性能最优?

2) 在上述问题基础上, 试研究发动机飞行高度 $H = 11\text{km}$, 飞行马赫数从 $Ma = 1.1$ 变到 $Ma = 1.6$, 发动机特性最优时, $CDFS$ 导叶角度、低压涡轮导叶角度, 尾喷管喉道面积随飞行马赫数的变化规律。此时发动机采用单涵道模式, 将选择活门面积设置为 0, 风扇导叶角度、高压压气机导叶角度、高压涡轮导叶角度均设置为 0° , 后混合器出口总面积设置为 $2.8518\text{e}+004$, 后混合器内、外涵道面积可调 (即不受附录 1 后混合器给定的内、外涵道面积值的约束)。

二、 问题分析

问题一、二、三均是基于文献^[1,5]中提出的分部件建模技术, 按照附录一中的计算公式逐步迭代求解的。问题的关键在于变量之间的传递方式和平衡方程的求解方法。

如下简化后的变循环发动机工作原理图 2.1 所示，空气从进气道进入发动机，气流逐步分流、混合，经过各个发动机部件，直到通过尾喷管喷出，为飞机提供动力。在气体流动过程中，前后部件之间的气流参数按部件的连接状况传递，可以逐步从进气道计算到尾喷管，最终得到发动机的性能参数。其中，除了发动机自身给出的某些参数外，还有一些动态参数，如，压比函数值、高压转速等，需要根据发动机的稳态工作方程组（平衡方程组）来求解。

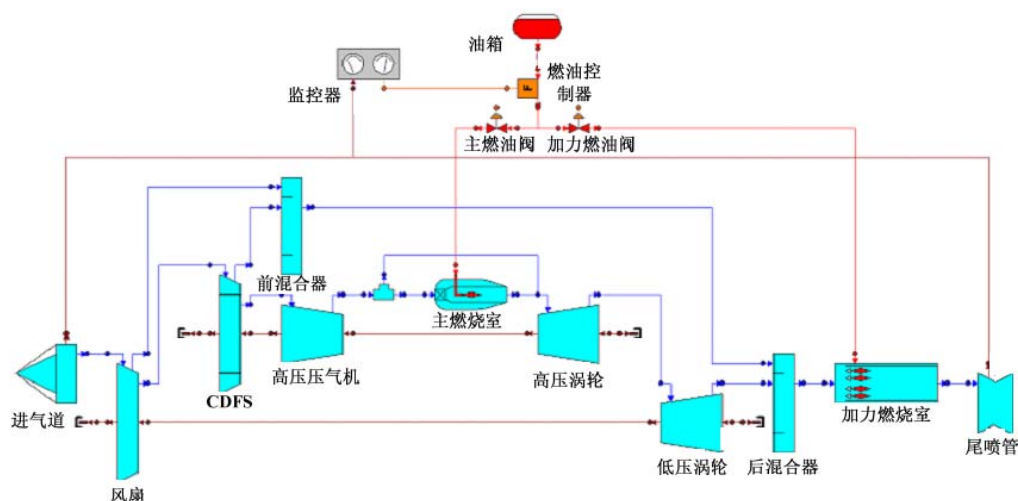


图 2.1 变循环发动机工作原理图

如题中所述，平衡方程组中的变量 $N_{CL}, N_{TL}, N_{CH}, N_{CDFS}, N_{TH}$ ， $W_{g41}, W'_{g41}, W_{g45}, W'_{g45}$ ， $p_{61}, p_{62}, A_8, W_{a2}, W_{a21}, W_{a13}$ 均可写成是下表各部件参数的函数。

表2.1 发动机参数说明

试给参数	说明	试给参数	说明
n_L	低压转速（风扇、低压涡轮物理转速）	Z_{TH}	高压涡轮压比函数值
n_H	高压转速（高压压气机、CDFS、高压涡轮物理转速）	Z_{TL}	低压涡轮压比函数值
Z_{CL}	风扇压比函数值	α_L	风扇导叶角
Z_{CDFS}	CDFS 压比函数值	α_{CDFS}	CDFS 导叶角
Z_{CH}	高压压气机压比函数值	α_{CH}	高压压气机导叶角
T_4^*	主燃烧室出口温度	α_{TL}	低压涡轮导叶角

需要注意的是，按照题中所给附录 1 中的计算公式计算平衡方程组中各部件对应的变量时，经常需要调用其它部件的变量。因此，需要弄清在发动机工作过程中，变量之间的相互传递方式。

为了更加清晰地描述发动机工作时气体的流动过程，我们进一步简化了变循环发动机的工作原理图。只考虑空气从进气道流入，单向流动至尾喷管喷出，中间没有其他引

气过程。如图 2.2 所示，根据发动机各部件计算公式的相互关系，可以得到整个工作过程中的变量传递。

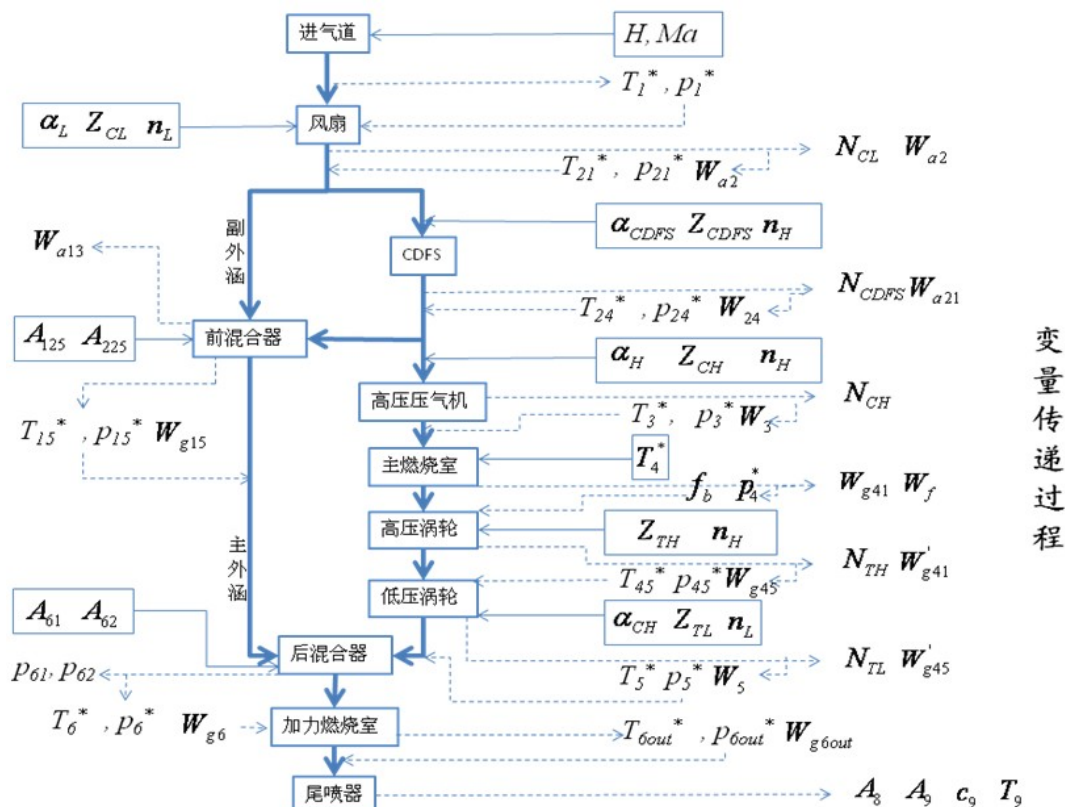


图 2.2 发动机各部件计算公式的变量传递过程

图 2.2 说明：

- 1) 加粗线条表示空气或燃气气流流动方向，及气流流经的部件；
- 2) 实线文本框内为在逐次计算中需要额外输入或通过平衡方程组求解的变量；
- 3) 虚线箭头指向的变量是每个部件计算后得出的结果；
- 4) 虚线箭头指向气流路径，表示这些变量需要被代入到下一个部件的计算中。

2.1 问题一

1) 本题首先要求根据附录 4 中风扇特性数据，画出流量随压比函数值变化的图形。根据压比函数值的定义，可以很容易地根据风扇特性中的增压比数据，画出不同换算转速下压比值与流量之间的关系图形。只是由于不同换算转速下，增压比和流量之间有不同的对应关系，该图需要按照换算转速画出多条关系曲线。

2) 如题中所给附录 1 所示，风扇和 CDFS 都属于压气机部件，其计算公式基本相同，只是相应的设计参数和修正系数不同而已。要获得风扇和 CDFS 的出口总温、总压、流量，需要注意以下两点：

第一，CDFS 之前连接的风扇，因此计算 CDFS 相关数值时的输入参数，正好是风扇的输出值，两者之间存在变量的传递；

第二，在根据附录 1 公式 (2.6) 计算增压比 pr_c 、效率 η_c 和换算流量 W_c 时，都需要根据特性数据表中数据来插值，得到压气机的换算转速为 n_{cor} 、压比值为 zz 时的特性图上的增压比 $pr_{c,map}$ 、效率 $\eta_{c,map}$ 和换算流量 $W_{c,map}$ 。这里的插值过程包含了两次插值。

以增压比 $pr_{c,map}$ 为例，需要首先在特性图上插出不同换算转速下同一压比值 zz 对应的各增压比(横向)；再利用这些插值结果插出换算转速 n_{cor} 对应的那个增压比(纵向)。

2.2 问题二

问题二的求解是本次建模问题的核心，后面问题中，评价和优化发动机的各项性能指标均需要利用平衡方程组的求解结果。除了给定的发动机各部件导叶角度和低压转速之外，与平衡方程组中各变量有关的未知参数还有七个：高压转速（高压压气机、*CDFS*、高压涡轮物理转速） n_H ，风扇压比函数值 Z_{CL} ，*CDFS* 的压比函数值 Z_{CDFS} ，高压压气机压比函数值 Z_{CH} ，主燃烧室出口温度 T_4^* ，高压涡轮压比函数值 Z_{TH} 和低压涡轮压比函数值 Z_{TL} ，需要利用平衡方程组求解。注意到，平衡方程组刚好包含七个方程，因此，我们认为平衡方程组满足定解条件，可以得到这七个参数的唯一解。求解时需要注意以下问题：

第一，平衡方程组是一个非线性方程组，求解时要用到大量的变量传递，我们必须需根据图 2.1 中部件之间的相互关系，搞清楚各方程中变量的换算方法。

第二，在各部件变量的计算中，经常需要反解各种气动函数方程和工质热物理参数方程（焓和熵），这些都是一元非线性方程或高次多项式方程，求解时可能会出现多解的情况，我们必须根据各类方程所具备的物理意义，确定其真实的解。

第三，求解非线性方程组的方法有很多，本题中我们考虑采用 *Newton* 迭代法。因为根据 *Newton* 法的局部收敛性可知，在 *Jacobi* 矩阵 ∇f 可逆的条件下，该方法具有不低于二阶的收敛速度。

但是，注意到平衡方程各变量中，有的包含插值函数，有的包含反函数，偏导数计算非常困难。因此，在构造迭代格式时，我们将采用数值微分来代替 *Jacobi* 阵 ∇f 中的各项偏导数。

此外，*Newton* 法对初值的依赖性很强，故在求解时需要选择恰当的初值才可能收敛到真正的解。

2.3 问题三

与问题二不同，问题三两个小问的求解均是在单涵道，超音速飞行的情况下讨论的，此时副外涵道面积为零，问题对应的平衡方程组需要做相应调整。

1) 衡量发动机性能的参数有三个：推力，单位推力和耗油率。在不同的飞行状态下优化的目标是不同的，根据文献^[7]中优化的结果来看，亚音速航行时，追求的是耗油率最低，到超音速飞行时，则要求单位推力最大。因此，在本问题中我们先考虑优化单位推力的单目标优化问题，再考虑增加优化耗油率的多目标优化问题。除了变量本身的上下界约束外，该优化问题的约束条件主要是平衡方程组。

注意到在本小题中，发动机 *CDFS* 导叶角度、低压涡轮导叶角度和尾喷管喉道面积不再像问题二那样取给定值，而是优化问题的决策变量。当这些变量取不同的值时，平衡方程组的解也不相同，相应的发动机性能参数也会取不同的值。故优化问题的目标就是找到决策变量的最优值，使得发动机性能参数达到最优。

同时，我们还注意到在本小题中，发动机低压转速 n_L 没有给出，所以在平衡方程中， n_L 也是变量，不过由于喷管喉道面积 A_8 可以通过公式计算，所以对求解平衡方程的影响大。

由于本问题的约束条件非常复杂，可微性无法保证且相应方程很难反解，利用传统的搜索算法求解该优化问题非常困难，因此，我们考虑采用遗传算法求解。

2) 飞行马赫数从 1.1 上升到 1.6，这本来是一个动态变化的非稳态过程，平衡方程应该是不完全成立的，故分析该过程中各参数变化方式就变得非常复杂了。所以对该问题的求解，是经过简化了的：飞行马赫数从 1.1 变化到 1.6 的每一瞬间，我们都认为发动机都处于稳态，平衡方程组成立。那么，将飞行马赫数取区间[1.1, 1.6]上的等距节点，每个节点都使用第一小题的方法优化一次，得到相应马赫数下的最优设置。

此外，在本题中由于后混合器内、外涵道面积可调，使得平衡方程中又多了一个未知变量。内、外涵道面积的变化反映到系统中就是其相应出口的流量变化，所以发动机涵道比的变化也就发生了改变。

因此，在本小题中，我们需要微调后混合器内、外涵道面积，得到不同的涵道比，并计算在该涵道比下，飞行马赫数从 1.1 变化到 1.6 的过程中最优配置的变化，比较不同涵道比对飞行性能的影响。

三、 模型假设

1) 在变循环发动机工作过程中，各级能量损失已经由机械效率等参数体现，因此在计算过程中不考虑能量损失；

2) 假设在燃烧室的燃烧过程中没有延迟现象；

3) 假设气流在整个过程中都是一维流动；

4) 假设气流在发动机中的流动是绝热过程，因此在没有叶片或涡轮的通道流动时，压力和温度保持不变；

5) 假设发动机始终处于稳态过程，不发生喘振现象。

四、 符号说明

H :	飞行高度, km	W_c :	换算流量, kg / s
Ma :	马赫数	$pr_{c,map}$:	特性图上的增压比
A :	面积, m^2	$\eta_{c,map}$:	特性图上的效率
p_0 :	标准大气条件下环境压力, bar	$W_{c,map}$:	特性图上的换算流量, kg / s
T_0 :	标准大气条件下环境温度, K	W_{out} :	出口流量, kg / s
γ :	气体绝热指数	P_{out}^* :	出口总压, bar
n_{cor} :	换算转速	T_{out}^* :	出口总温, K
T_{in}^* :	进口总温, K	W_f :	燃油流量, kg / s
P_{in}^* :	进口总压, bar	ψ_{in} :	进口熵
zz :	压比函数值	h_{in} :	进口焓
n :	物理转速	$\psi_{out,ei}$:	出口理想熵
α :	导叶角度	$h_{out,ei}$:	出口理想焓
$T_{in,d}^*$:	设计进口总温, K	$T_{out,ei}^*$:	出口理想总温
pr_c :	增压比	h_{out} :	出口焓
η_c :	效率	σ :	总压恢复系数
W_{in} :	进口流量, kg / s	N :	功率, W

五、 问题一求解

5.1 风扇特性数据表中流量随压比函数值变化的图形

5.1.1 绘制流量图形

根据题中所给附录 4 中的数据，我们先根据题中所给附录 3 中的压比函数值的定义（记为 5.1.1），将数据中的增压比转换成压比函数值，再利用 *MATLAB* 画出图形，如图 5.1 所示。

定义 5.1.1 设压气机某换算转速所对应的增压比数据（见题中所给附录 4）的最大值为 pr_{\max} ，最小值为 pr_{\min} ，则定义该换算转速对应的压气机增压比 pr 的压比函数值 zz

为： $zz = \frac{pr - pr_{\min}}{pr_{\max} - pr_{\min}}$ ，即压气机增压比的标准化变量。

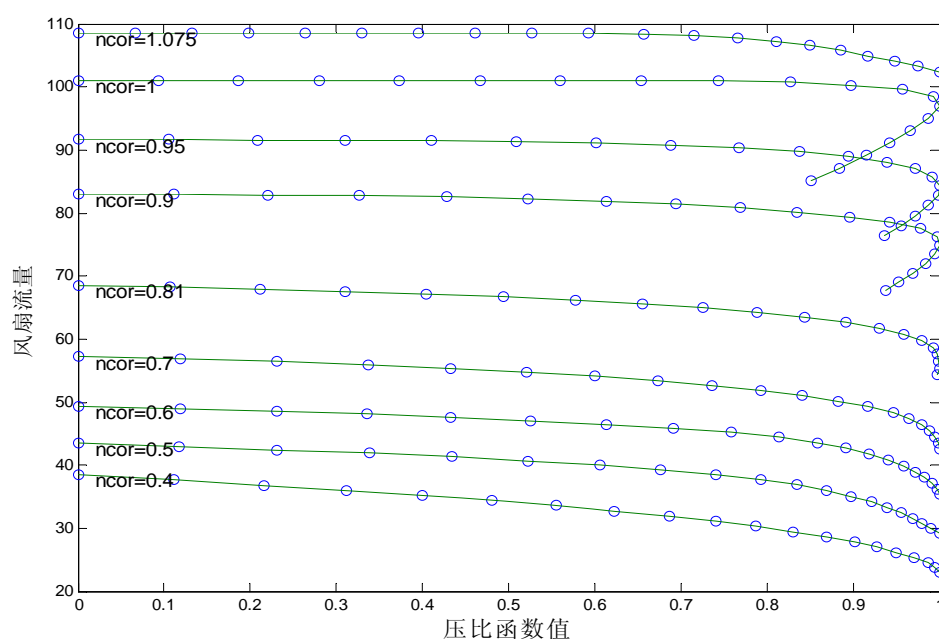


图 5.1 风扇压比函数与流量关系图

5.1.2 结果分析

如图 5.1 所示，在换算转速为 0.81，0.9，0.95，1 的时候都出现了异常情况：在压比函数值增大到一定程度时，相应的风扇流量居然有两个值。原本风扇流量是随着压比函数值的增加而减小的，而在这里却是随着压比函数值的增加而增加了。

我们在图 5.2 中绘制了在不同换算转速下，增压比与流量的关系。并在表 5.1 列出了在这些换算转速下，发生异常的临界点的增压比和相应的流量。

表 5.1 临界点的流量和增压比

换算转速 0.81		换算转速 0.9		换算转速 0.95		换算转速 1	
增压比	流量	增压比	流量	增压比	流量	增压比	流量
1.5305	55.35251	1.81384	74.89425	2.02378	84.30427	2.2993	96.95362
1.52997	54.25945	1.81224	73.4397	2.02352	82.81737	2.29277	95.05395

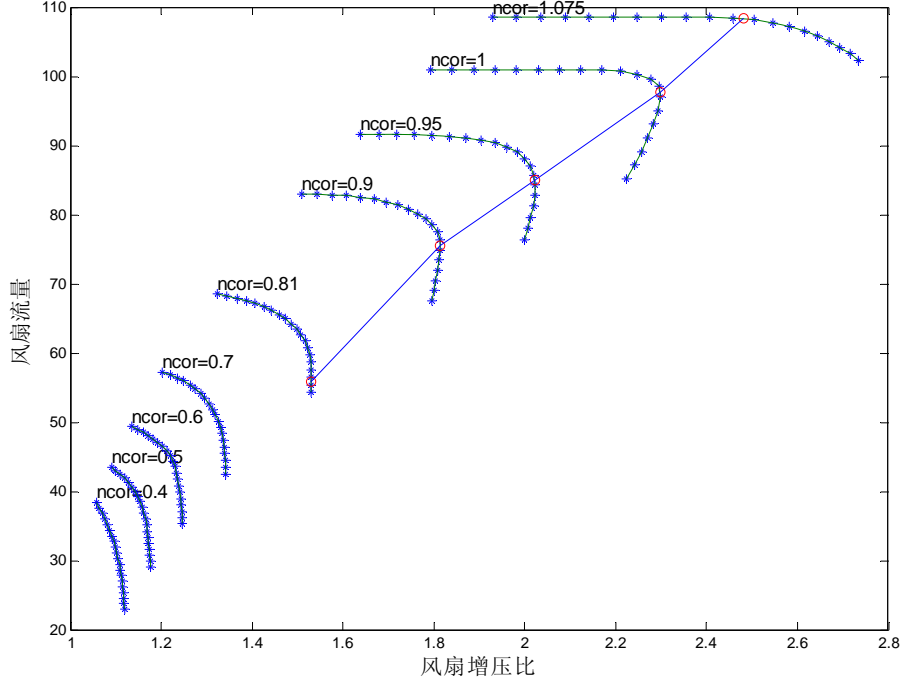


图 5.2 流量随增压比变化的关系图

如图所示，在正常的情况下，增压比减小后，出口流量应该增加，但是在图中临界点之后，增压比减小，流量也减小了。这就意味着当风扇流量降到一定程度之后，流体在风扇管道中出现了反向倒流（负流量）。如果风扇还在继续运行，当管路中压力降低时，风扇又重新开始输出流量，只要外界需要的流量保持小于临界点流量时，上述过程又重复出现，这种现象称为“喘振”^[5]。图中连线即为发生喘振的临界曲线。

说明：与文献^[5]对比，本题中不考虑发生喘振的情况，所以在后面的计算中，利用压气机、涡轮的特性曲线插值时，都取的是临界点之前的那一段，这样就避免了可能有两个插值结果的情况。

5.2 风扇和 CDFS 出口处的总温，总压，流量的计算

根据题中所给附录 1 可知，风扇和 CDFS 同属于压气机，其出口处的总温，总压，流量计算方法完全相同，只是参数有所变化而已。

5.2.1 风扇的出口总压

风扇的出口总压： $p_{out}^* = p_{in}^* \cdot pr_c$

这里的 p_{in}^* 为风扇的进口总压，也就是上一级中的进气道的出口总压。已知飞行高度 $H = 11km$ ，飞行马赫数 $Ma = 0.8$ ， p_{in}^* 的值可以利用进气道出口总压计算出来。同样

可以计算出来的还有进气道的出口总温，也就是这里的风扇的进口总温 T_{in}^* ，这里

$$P_{in}^* = 0.3447, \quad T_{in}^* = 244.3812。$$

增压比 pr_c 的计算步骤如下：

Step1：计算风扇的换算转速：

$$n_{cor} = n \sqrt{\frac{T_{in,d}^*}{T_{in}^*}}$$

其中，风扇： $T_{in,d}^*=288.15$ ； T_{in}^* 为风扇的进口总温； n 为风扇物理转速。

Step2： 根据公式 $pr_c = C_{pr}(pr_{c,map} - 1)(1 + \frac{k_{pr}}{100}\alpha) + 1$ 得出 pr_c 。

其中， $C_{pr} = 2.3894$ ； $k_{pr} = 1$ ； α 为风扇的导叶角取值范围为 $-5^\circ \leq \alpha \leq 15^\circ$ ，在这里取值 0。

$pr_{c,map}$ 是利用题中所给附录 4 中风扇特性数据在相应的 n_{cor} 和 zz 值下，插值得到的。

插值方法如下：

1) 首先，利用分段插值（或样条插值），获得同一个 zz 值，在不同换算转速的下的增压比，如图所示：

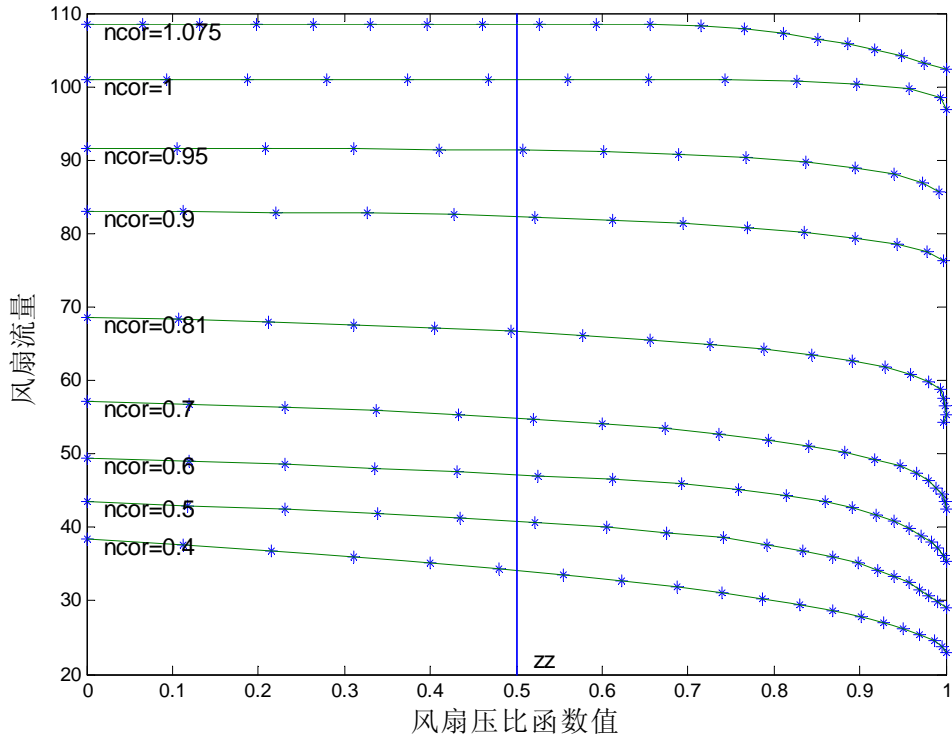


图 5.3 第一次插值（横向）

2) 利用相同 zz 值下，不同转速的增压比的值，再次插值，得到换算转速 n_{cor} 对应的增压比。如图所示：

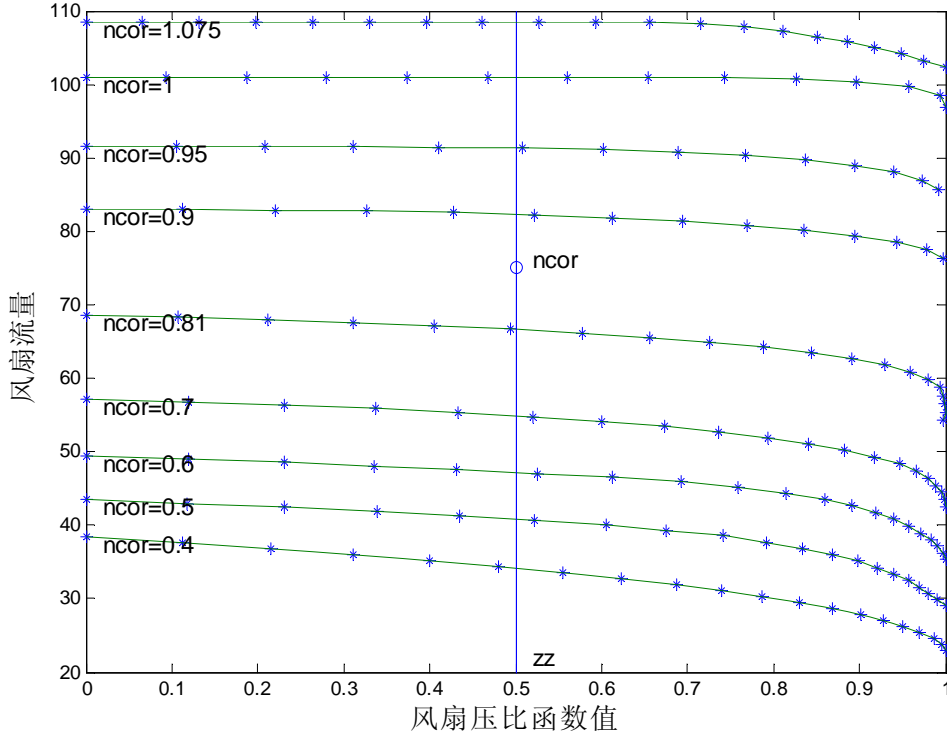


图 5.4 第二次插值（纵向）

这就是所求的 $pr_{c,map}$ 。

5.2.2 风扇的出口总温

风扇的出口总温： T_{out}^* ，需要通过反解 $h_{out} = h(T_{out}^*)$ 得到。

出口处焓 h_{out} 的计算步骤如下：

Step1：计算进口熵 ψ_{in} ： $\psi_{in} = \psi(T_{in}^*)$ ，进口焓 h_{in} ： $h_{in} = h(T_{in}^*)$ ；

上述的 T_{in}^* 为风扇的进口总温，即为进气道的出口总温。

Step2：计算压气机出口理想熵 $\psi_{out,ei}$ ： $\psi_{out,ei} = \psi_{in} + \frac{R}{M} \ln pr_c$ ；

这里 $M = 1$ ， R 是气体常数，在题中所给附录3中已经给出。由于进气道、风扇、压气机、CDFS 和各个涵道中流动的均为纯空气， $f = 0$ ，因此在这几个部件中， R 通常取 $287 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ ， pr_c 在计算出口总压时已经得到。

Step3：计算压气机出口理想总温： $T_{out,ei}^*$ ，由压气机出口理想熵 $\psi_{out,ei} = \psi(T_{out,ei}^*)$ ；

Step4：计算压气机出口理想焓： $h_{out,ei} = h(T_{out,ei}^*)$ ；

Step5：计算压气机出口焓 h_{out} ，根据公式 $\eta_c = \frac{h_{out,ei} - h_{in}}{h_{out} - h_{in}}$ ；

其中， $h_{out,ei}$ *Step4*中得出； h_{in} 在 *Step1*中得出； η_c 根据公式 $\eta_c = C_\eta \eta_{c,map} (1 + \frac{k_\eta^2}{100} \alpha)$ 得出（其中： $C_\eta = 1.0684$ ； $k_\eta = 0.01$ ； α 为风扇的导叶角取值范围为 $-5^\circ \leq \alpha \leq 15^\circ$ ，在这里取值为 0； $\eta_{c,map}$ 根据附录四中给出的特性数据插值得出，插值方法与 pr_c 相同）。

Step6：由压气机出口焓 $h_{out} = h(T_{out}^*)$ ，求压气机出口总温： T_{out}^* 。

5.2.3 风扇的出口流量

计算压气机出口流量的公式为：

$$W_a = W_c \cdot \sqrt{\frac{T_{in,d}^*}{T_{in}^*}} \cdot \frac{p_{in}^*}{p_{in,d}^*} \quad (5.1)$$

其中， $\sqrt{\frac{T_{in,d}^*}{T_{in}^*}}$ 在计算风扇的转换速率时已经求出；风扇： $p_{in,d}^* = 1.01325$ ， p_{in}^* 为风扇进口总压，即为进气道出口总压； W_c 根据公式 $W_c = C_w W_{c,map} (1 + \frac{k_w}{100} \alpha)$ 得出（其中： $C_w = 0.4950$ ； $k_w = 1$ ； α 为风扇的导叶角取值范围为 $-5^\circ \leq \alpha \leq 15^\circ$ ，在这里取值为 0； $W_{c,map}$ 根据附录四中给出的特性数据插值得出）。

类似地， *CDFS* 的出口总温、总压和流量算法和上述计算风扇的出口总温、总压和流量完全相同，只是注意 *CDFS* 的进口温度和压力是风扇的出口温度和压力，还有其中的固定参数不同，在计算的过程需要替换，如表 5.2 所示：

表 5.2 风扇和 *CDFS* 参数变化表

$k_{pr} = 1, k_w = 1, k_\eta = 0.01, \alpha = 0$				
	$T_{in,d}^*$	C_{pr}	C_η	C_w
风扇	288.15	2.3894	1.0684	0.4950
<i>CDFS</i>	428.56862609	0.3059	1.0999	0.1500

以上算法本文利用 *MATLAB* 编程，计算的结果如下表所示：

表 5.3 风扇和 *CDFS* 的出口总温、总压和流量结果

	出口总压 p_{out}^*	出口总温 T_{out}^*	流量 W_a
风扇	1.3193	379.0909	19.3366
<i>CDFS</i>	1.8174	420.1897	17.3383

对比风扇和 *CDFS* 的出口总温、总压、流量，从风扇到 *CDFS* 的出口处，温度和压力均逐渐升高，而因为流量减少。

六、 问题二求解

6.1 平衡方程变量与各部件参数函数关系的确定

求解问题二时，首先需要将平衡方程组中的15个变量： $N_{CL}, N_{TL}, N_{CH}, N_{CDFS}, N_{TH}$ ，

$W_{g41}, W'_{g41}, W_{g45}, W'_{g45}, p_{61}, p_{62}, A_8, W_{a2}, W_{a21}, W_{a13}$ 转换成下表中发动机各部件参数的函数。

根据图2.2中变量传递过程，再结合题中所给附录1提供的部件计算公式，可将7个平衡方程中的未知变量写成如表6.1所示的函数关系。具体转换过程跟第五节求解问题一中，风扇， $CDFS$ 的出口总温、总压的过程类似。由于转换过程比较繁琐，且方法程序化，因此不在正文中单列，详细过程请参见附件一。

表 6.1 平衡方程未知变量与各部件参数的关系

平衡方程的未知变量	结果
N_{CL}	$N_{CL} = f_1(n_L, \alpha_L, Z_{CL})$
N_{TL}	$N_{TL} = f_{10}(n_L, \alpha_L, Z_{CL}, n_H, \alpha_{CDFS}, Z_{CDFS}, \alpha_{CH}, Z_{CH}, T_4^*, \alpha_{TH}, Z_{TH}, \alpha_{TL}, Z_{TL})$
N_{CH}	$N_{CH} = f_6(n_L, \alpha_L, Z_{CL}, n_H, \alpha_{CDFS}, Z_{CDFS}, \alpha_{CH}, Z_{CH})$
N_{CDFS}	$N_{CDFS} = f_4(n_L, \alpha_L, Z_{CL}, n_H, \alpha_{CDFS}, Z_{CDFS})$
N_{TH}	$N_{TH} = f_8(n_L, \alpha_L, Z_{CL}, n_H, \alpha_{CDFS}, Z_{CDFS}, \alpha_{CH}, Z_{CH}, T_4^*, \alpha_{TH}, Z_{TH}, \alpha_{TL}, Z_{TL})$
$W_{g41} = W_{aCH}$	$W_{g41} = f_5(n_L, \alpha_L, Z_{CL}, n_H, \alpha_{CDFS}, Z_{CDFS}, \alpha_{CH}, Z_{CH})$
$W'_{g41} = W_{gTH}$	$W'_{g41} = f_7(n_L, \alpha_L, Z_{CL}, n_H, \alpha_{CDFS}, Z_{CDFS}, \alpha_{CH}, Z_{CH}, T_4^*, \alpha_{TH}, Z_{TH})$
$W_{g45} = W_{aCH}$	$W_{g45} = f_5(n_L, \alpha_L, Z_{CL}, n_H, \alpha_{CDFS}, Z_{CDFS}, \alpha_{CH}, Z_{CH})$
$W'_{g45} = W_{gTL}$	$W'_{g45} = f_9(n_L, \alpha_L, Z_{CL}, n_H, \alpha_{CDFS}, Z_{CDFS}, \alpha_{CH}, Z_{CH}, T_4^*, \alpha_{TH}, Z_{TH}, \alpha_{TL}, Z_{TL})$
p_{61}	$p_{61} = f_{12}(n_L, \alpha_L, Z_{CL}, n_H, \alpha_{CDFS}, Z_{CDFS}, \alpha_{CH}, Z_{CH}, T_4^*, \alpha_{TH}, Z_{TH}, \alpha_{TL}, Z_{TL})$
p_{62}	$p_{62} = f_{13}(n_L, \alpha_L, Z_{CL}, n_H, \alpha_{CDFS}, Z_{CDFS}, \alpha_{CH}, Z_{CH}, T_4^*, \alpha_{TH}, Z_{TH}, \alpha_{TL}, Z_{TL})$
A_8	$A_8 = f_{14}(n_L, \alpha_L, Z_{CL}, n_H, \alpha_{CDFS}, Z_{CDFS}, \alpha_{CH}, Z_{CH}, T_4^*, \alpha_{TH}, Z_{TH}, \alpha_{TL}, Z_{TL})$
$W_{a2} = W_{aCL}$	$W_{a2} = f_2(n_L, \alpha_L, Z_{CL})$
$W_{a21} = W_{aCDFS}$	$W_{a21} = f_3(n_L, \alpha_L, Z_{CL}, n_H, \alpha_{CDFS}, Z_{CDFS})$
$W_{a13} = W_{g225}$	$W_{a13} = f_{11}(n_L, \alpha_L, Z_{CL}, n_H, \alpha_{CDFS}, Z_{CDFS})$

其中, 由于 $n_L = 0.85$, $\alpha_L = \alpha_{CDFS} = \alpha_{CH} = \alpha_{TH} = \alpha_{TL} = 0$, 所以这里有 7 个平衡方程,

7 个未知参数, 可以求得唯一解。

6.2 方程求解说明

前后混合器、气动方程及热物理性质方程的反解过程说明。

6.2.1 利用焓和熵反解温度

在题中所给附录 1 各部件的计算过程中, 经常会遇到要利用气体的焓或熵反解气体的温度。根据附录 3 中的公式, 可以知道气体的焓和熵分别为温度 T 的 7 次、6 次多项式, 利用焓 (熵) 的值反解温度, 即为求解一个 7 (6) 次多项式方程, 这样的方程在复数意义下存在 7 (6) 个解, 我们必须根据实际情况判断到底哪一个才是真正的解。

我们首先采用二分法, 找到方程的实根, 再根据部件进口温度, 选择离进口温度较近的那个温度作为实际的解 (燃烧室情况要特殊一些, 其出口温度较高, 通过求解平衡方程组得到)。

6.2.2 燃烧室出口油气比的确定

根据附录 1, 已知燃烧室出口油气比 $f_b = \frac{h_4 - h_3}{\xi_b H_u + h_3}$, 这里, h_3 和 h_4 分别为主燃烧

室进出口焓, 燃烧效率 $\xi_b = 0.99$, 燃油热值 $H_u = 42900000$ 。

但是, 要注意这里 h_4 是燃烧室出口气体的焓, 而燃烧室出口气体既不是纯燃气, 也不是纯空气, 其焓本身又跟油气比有关, 因此不能直接计算, 需要换一种方式来求解 f_b 。

$$\text{由 } f_b = \frac{h_4 - h_3}{\xi_b H_u + h_3} = \frac{H_{gas}(T_4^*, f_b) - H_{air}(T_3^*)}{\xi_b H_u + H_{air}(T_3^*)} \quad (6.1)$$

而根据题中所给附录 3:

$$H_{gas} = H_{air} + \frac{f_b}{1 + f_b} \times H_{st} \quad \text{其中 } f_b \text{ 为油气比。} \quad (6.2)$$

将 (6.2) 式代入 (6.1) 中, 可得方程 $F_b = \frac{H_{gas}(T_4^*, f_b) - H_{air}(T_3^*)}{\xi_b H_u + H_{air}(T_3^*)} - f_b = 0$,

那么 $f_b = F_b^{-1}(0)$ 。

这本质上是一个一元二次方程, 只需找介于 0 到 1 之间的根即可。

6.2.3 反解气动函数方程

在前、后混合器计算中, 需要反解气动方程, 其中 $\tau(\lambda)$, $\pi(\lambda)$, $z(\lambda)$ 等, 都较为简单。而在反解 $q(\lambda)$ 时, 则需要做进一步的讨论。由附录 3 $q(\lambda) = \left(\frac{\gamma+1}{2}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \lambda \left(1 - \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \lambda^2\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$,

得到 λ 与 $q(\lambda)$ 的关系如图 6.1 所示:

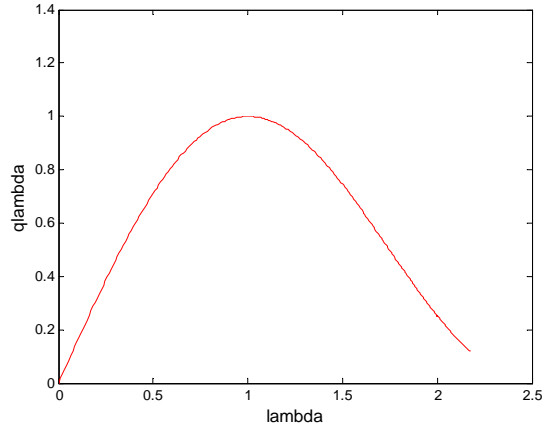


图 6.1 λ 与 $q(\lambda)$ 的关系图

从图 6.1 可以看到，在反解 $q(\lambda)$ 时，可能存在多解，因此在计算过程中需要选择正确的 λ 的值。注意到， λ 表示速度系数：

$$\lambda^2 = \frac{\frac{\gamma+1}{2} Ma^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} Ma^2}$$

因此，可以考虑通过发动机的马赫数 Ma 来判断 λ 的值。如图 6.2 所示：

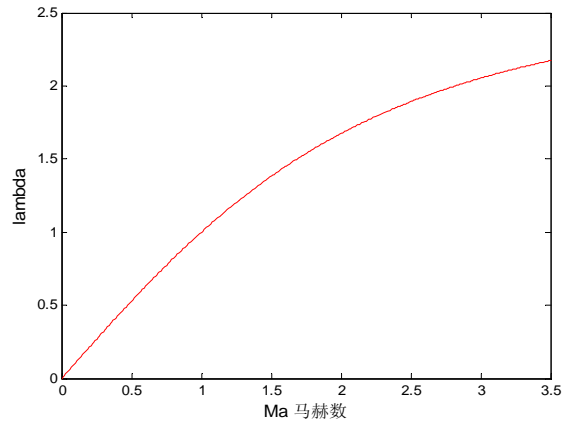


图 6.2 马赫数与 λ 的关系图

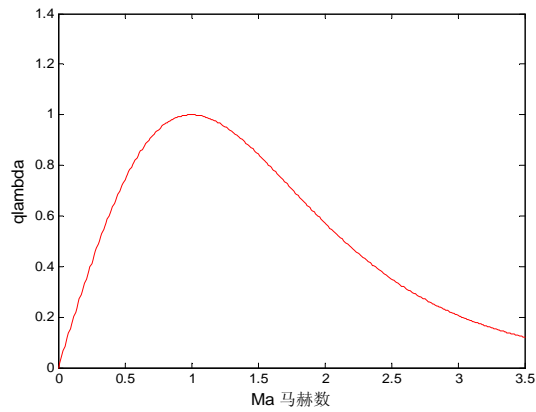


图 6.3 马赫数与 $q(\lambda)$ 的关系图

λ 随马赫数单调递增，因此 $q(\lambda)$ 的值的随马赫数的变化如图 6.3 所示，在马赫数 $Ma = 1$ 处分段（此时 $\lambda = 1$ ）， $q(\lambda)$ 的值先单调递增再单调递减。

因此，在计算过程中，我们可以通过计算时的马赫数判断，到底该取哪一个 λ ：如果 $Ma < 1$ ，则 λ 取小于 1 的根， $Ma > 1$ 则 λ 取大于 1 的根。

6.2.4 求解前后混合器方程

附录一中，前后混合器计算出口总温、总压、流量的方程（2.16），（2.17）形式上完全相同，因此可以采用同样的方法来求解。以前混合器方程为例：

$$\begin{cases} W_{g225} + W_{g125} = W_{g15} \\ W_{g225}h_{225} + W_{g125}h_{125} = W_{g15}h_{15} \\ p_{225}^*f(\lambda_{225})A_{225} + p_{125}^*f(\lambda_{125})A_{125} = p_{15}^*f(\lambda_{15})(A_{225} + A_{125}) \\ W_{g15} = k_m \frac{p_{15}^*}{\sqrt{T_{15}^*}} A_{15}q(\lambda_{15}) \end{cases}$$

该方程组中的第一，二项均容易求解，但第三、四项则较为复杂。参考附录 3，知道 $f(\lambda)/q(\lambda) = \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} z(\lambda)$ ，于是将方程组中第三个方程除以第四个方程，可以化简得到：

$$\begin{aligned} \frac{p_{225}^*f(\lambda_{225})A_{225} + p_{125}^*f(\lambda_{125})A_{125}}{W_{g15}} &= \frac{p_{15}^*f(\lambda_{15})(A_{225} + A_{125})}{k_m \frac{p_{15}^*}{\sqrt{T_{15}^*}} A_{15}q(\lambda_{15})} \\ &= \frac{f(\lambda_{15})}{k_m \frac{1}{\sqrt{T_{15}^*}} q(\lambda_{15})} = \frac{\left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} z(\lambda_{15})}{k_m \frac{1}{\sqrt{T_{15}^*}}} \end{aligned}$$

而 $z(\lambda) = \lambda + \frac{1}{\lambda}$ ，所以上面的方程本质上是一个关于 λ_{15} 的一元二次函数，求根即可。

进而可以得到相应的混合器出口流量 W_{g15} 。

6.3 平衡方程组的求解

6.3.1 方程组的解法

由前面的推导可知，该平衡方程组为关于 n_H ， Z_{CL} ， Z_{CDFS} ， Z_{CH} ， T_4^* ， Z_{TH} ， Z_{TL} 七个未知变量的非线性方程组，方程个数也是七个，该方程组满足定解条件，有唯一解。可利用 *Newton* 法求解该方程。

$$\text{令 } f = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \\ f_5 \\ f_6 \\ f_7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} N_{CL} - N_{TL}\eta_{mL} \\ N_{CH} + N_{CDFS} - N_{TH}\eta_{mH} \\ W_{g41} - W'_{g41} \\ W_{g45} - W'_{g45} \\ p_{61} - p_{62} \\ A_8 - A'_8 \\ W_{a2} - W_{a21} - W_{a13} \end{pmatrix}, \text{ 可构造如下迭代格式:}$$

$$x^{(k+1)} = x^{(k)} - [\nabla f(x^{(k)})]^{-1} f(x^{(k)})$$

其中, ∇f 为 *Jacobi* 矩阵。

$$\nabla f(x) = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1(x)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1(x)}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_1(x)}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2(x)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2(x)}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_2(x)}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial f_7(x)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_7(x)}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_7(x)}{\partial x_n} \end{pmatrix}$$

由 *Newton* 法的局部收敛性可知, 在 ∇f 可逆的条件下, 该方法具有不低于二阶的收敛速度。

但是在本问题中, 使用牛顿法有如下问题:

1) 在上述平衡方程组中, 变量传递时, 某些中间变量为插值函数或反函数, 因此, 求偏导数比较困难。可以考虑用差商矩阵代替 *Jacobi* 矩阵, 通过减少步长来增加精度;

2) *Jacobi* 矩阵不一定可逆, 在求解过程中可以适当微调 A_{61} 和 A_{62} (根据附录 1 中 2.7.2 的注解), 保证 *Jacobi* 阵的可逆性;

3) 牛顿法对初值选取比较敏感, 初值选取不恰当, 可能导致发散, 因此, 需要多次尝试初始点的位置。

此外, 由于每迭代一次需要计算 *Jacobi* 矩阵并求解方程组, 故计算量很大。在本题中, 我们考虑直接调用中求解非线性方程组的命令: *fsolve* 来求解该方程组, 我们之

所以使用 0 命令: *fsolve* 来求解该方程, 因为该函数默认的计算方法就是 *Newton* 法。

但是我们在实际计算中, 出现了上述问题中所述, *Jacobi* 矩阵不可逆的问题, 这就导致无法搜索结果, 无法继续迭代。为了得到平衡方程组的解, 我们将原平衡方程组转化为如下的最小二乘优化问题:

$$\min \quad eq1^2 + eq2^2 + eq3^2 + eq4^2 + eq5^2 + eq6^2 + eq7^2$$

若平衡方程组可解, 那么该优化问题的值应该可以达到 0, 若无法达到 0, 那么说明方程组存在误差。

6.3.2 平衡方程组的结果分析

根据问题二提供的条件，我们求解平衡方程组可得：

表 6.2 问题二方程求解的结果

变量	结果
高压转速（风扇、低压涡轮物理转速） n_H	0.8611
风扇压比函数值 Z_{CL}	0.6907
<i>CDFS</i> 压比函数值 Z_{CDFS}	0.9116
高压压气机压比函数值 Z_{CH}	0.3820
主燃烧室出口温度 T_4^*	1213.2
高压涡轮压比函数值 Z_{TH}	0.2652
低压涡轮压比函数值 Z_{TL}	0.2372

所得结果，可以通过平衡方程的值来判断，总误差为：

表 6.3 标准化后 7 个平衡方程的误差值

方程一	方程二	方程三	方程四	方程五	方程六	方程七
-0.0362	-0.0091	-0.0602	0.0597	0.0085	0.5366	0.0422

除去平衡方程六，其他方程的误差都在可以接受的范围之内。方程六之所以误差比较大是因为方程六是尾喷管面积平衡的方程，其中 A_8' 是方程中已经给出的量，要和我们通过计算得到的尾喷管的面积相等，尾喷管是整个发动机工作系统的最后一个阶段，我们在顺次计算的过程中，尾喷管的面积是在最后才得出的量，其误差会受到前面所有计算量误差的影响，尾喷管面积的误差就成了累计误差，相对其他量来讲本身误差就应该比较大。

七、 第三问求解

7.1 第一小问

发动机性能主要是指发动机的动力性、燃油经济性、轻量化等。改变发动机循环参数，如增压比、涡轮前温度、空气流量和涵道比等，可使发动机在各种飞行和工作状态下都具有良好的性能。

与问题二不同，发动机 *CDFS* 导叶角度、低压涡轮导叶角度和喷管喉道面积不再取定值，当这三个量发生改变时，平衡方程的解也要发生改变，相应的发动机的性能指标也要发生改变。本体优化的目标就是找到发动机 *CDFS* 导叶角度、低压涡轮导叶角度和喷管喉道面积的最佳配置，使得系统性能指标达到最优。

在附录 1 中给出了衡量发动机性能的三个指标：推力、单位推力和耗油率。根据参考文献^[7]，飞行高度和飞行马赫数在不同的范围能我们所重点考虑的优化目标不同。在亚音速巡航时，发动机性能追求的是耗油率最低；在飞机爬升加速和超声速巡航的过程中，应考虑的重要优化目标为单位推力最大。本题给出的飞行马赫数是 1.5，因此

我们首先建立获得最大单位推力的模型。

7.1.1 模型建立

首先，在本问题中低压转速 n_L 的值并未像问题二那样给定，所以在优化过程中还有一个额外的决策变量。因此，本优化问题的决策变量及其取值范围如下表 7.1 所示：

表 7.1 决策变量的取值范围

变量	发动机 <i>CDFS</i> 导叶角度 α_{CDFS}	低压涡轮导叶角度 α_{CH}	低压转速 n_L
取值范围	$-5^\circ \leq \alpha \leq 35^\circ$	$-5^\circ \leq \alpha \leq 15^\circ$	[0.4,1.3]

目标函数：如果以单位推力最大为目标，那么目标函数为

$$\max Fs = \frac{W_g c_9 - W_a V + (p_9 - p_0) A_9}{W_a} \quad (7.1)$$

其中， W_g --发动机总燃气流量，包括进口空气流量和燃油流量之和；

W_a --总的空气流量；

V --飞行速度，可以根据 $V = Ma\sqrt{rRT}$ 求得，其中 T 是大气静温；

p_9 --尾喷管出口静压；

p_0 --大气环境静压；

A_9 --尾喷管出口面积；

r --为气体绝热指数；

R --为气体常数。

如果以耗油率最小为目标，那么目标函数为：

$$\min sfc = \frac{3600W_f}{F} \quad (7.2)$$

其中 W_f 是主燃烧室的燃油流量， F 是推力。

除了决策变量本身的上、下界约束之外，由于假设飞机始终处于稳态飞行，故系统还受到平衡方程组的约束。

约束条件:

$$\begin{cases} N_{CL} - N_{TL}\eta_{mL} = 0 \\ N_{CH} + N_{CDFS} - N_{TH}\eta_{mH} = 0 \\ W_{g41} - W'_{g41} = 0 \\ W_{g45} - W'_{g45} = 0 \\ p_{61} - p_{62} = 0 \\ A_8 - A'_8 = 0 \\ W_{a2} - W_{a21} - W_{a13} = 0 \end{cases}$$

如果同时要求优化单位推力最大和耗油率最小，那么上面的模型就成为一个多目标优化问题。问题的两个目标彼此冲突，可以考虑在 Pareto 意义下获得最优解（较简单的方法是无量纲化后，利用加权平均将多目标函数转化为单目标函数，与单目标问题无本质区别）。

在本题中，我们只考虑单目标优化。

7.1.2 模型简化和变量换算

我们首先可以根据附录 1 中的描述简化模型。

1) 模型简化

根据附录一中 2.9 节尾喷管的有关计算可以得知，要想进入超音速阶段，就有两种情况：一、处于临界状态是，尾喷管喉部 $Ma=1$ ，喉部之后气流变为超音速气流，尾喷管出口静压与大气压相等（完全膨胀）；二、处于超临界状态时，尾喷管喉部 $Ma=1$ ，此时尾喷管出口面积会自动改变（增大）使尾喷管出口静压与大气压相等，使尾喷管变为临界状态，但尾喷管出口面积有最大限制，当到达最大限制值时，尾喷管出口静压不能与大气压相等。要通过 $q(\lambda)A = const$ 重新计算参数尾喷管出口参数 A ，让其在最大限制以内。

综上所述，在超音速的情况下，尾喷管出口静压 p_9 和大气压 p_0 相等，则优化问题

的目标函数可以进一步化简为： $\max Fs = \frac{W_g c_9 - W_a V}{W_a}$ 。

总的空气流量应该是燃烧室出口气体流量和冷却空气流量的总和，但是在建立平衡方程的过程中，问题中忽略了冷却空气的流量，所以我们在目标函数的化简中可以认为进口空气流量和总的空气流量是一个量，即目标函数为：

$$\begin{aligned} \max Fs &= \frac{(W_f + W_a)c_9 - W_a V}{W_a} \\ &= \frac{W_a f_b c_9 + W_a c_9 - W_a V}{W_a} \\ &= \frac{W_a (f_b c_9 + c_9 - V)}{W_a} \\ &= f_b c_9 + c_9 - V \end{aligned}$$

由于此时飞采用的是单涵道模式，选择活门面积为 0，于是在约束条件中，副外涵

道出口流量应该为 0。

2) 变量换算

①变量 W_a

$$W_a = W_c \cdot \sqrt{\frac{T_{in,d}^*}{T_{in}^*}} \cdot \frac{p_{in}^*}{p_{in,d}^*}, \text{ 其中 } p_{in,d}^* = 3.5464, T_{in,d}^* = 428.56862609。T_{in}^* \text{ 和 } p_{in}^* \text{ 在第一问}$$

计算中已经得到结果。又由于 $n_{cor} = n_L \sqrt{\frac{T_{in,d}^*}{T_{in}^*}}$ ，即：

$$W_c = C_W W_{c,map}((n_{cor}, Z_{CDFS}, \alpha_{CDFS}))(1 + \frac{k_w}{100} \alpha_{CDFS})$$

则 W_a 是关于 $n_L, Z_{CDFS}, \alpha_{CDFS}$ 三个变量的函数。

②变量 f_b

$$f_b = \frac{h_4 - h_3}{\xi_b H_u + h_3} = \frac{H_{gas}(T_4^*, f_b) - H_{air}(T_3^*)}{\xi_b H_u + H_{air}(T_3^*)}$$

其中：燃烧效率 $\xi_b = 0.99$ ，燃油热值 $H_u = 42900000$

$$\text{令 } F_b = \frac{H_{gas}(T_4^*, f_b) - H_{air}(T_3^*)}{\xi_b H_u + H_{air}(T_3^*)} - f_b = 0, \text{ 即求解关于油气比 } f_b \text{ 的方程 } F_b。$$

则 f_b 是关于 $n_L, \alpha_L, n_H, Z_{CL}, \alpha_{CDFS}, Z_{CDFS}, \alpha_{CH}, Z_{CH}$ 和 T_4^* 的函数。

③变量 c_9

$$c_9 = \varphi_{nz} \sqrt{2(h_9^* - h_9)}, \text{ 其中: } \varphi_{nz} = 0.98$$

则 $c_9 = 0.98 \sqrt{2(H_{air}(T_6^*) - H_{air}(T_9))}$ ，又因为 $T_9 = T_6^* (1 - \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \lambda_9^2)$ ，则 c_9 和 T_6^* 有关，也

就是和 $n_L, \alpha_L, n_H, Z_{CL}, \alpha_{CDFS}, Z_{CDFS}, T_4^*, \alpha_{TH}, Z_{TH}, \alpha_{TL}$ 及 Z_{TL} 有关。

7.1.3 模型求解

由于本优化模型中的约束条件过于复杂，采用传统的搜索算法实现起来非常困难。又由于模型的决策变量只有4个，且变量的取值范围都不大，所以我们考虑采用遗传算法来求解该模型。

遗传算法（Genetic Algorithms，简称 GA）是一种基于自然选择原理和自然遗传机制的搜索（寻优）算法，它是模拟自然界中的生命进化机制，在人工系统中实现特定目标的优化。遗传算法的实质是通过群体搜索技术，根据适者生存的原则逐代进化，最终得到最优解或准最优解。它必须做以下操作：初始群体的产生、求每一个体的适应度、根据适者生存的原则选择优良个体、被选出的优良个体两两配对，通过随机交叉其染色体的基因并随机变异某些染色体的基因后生成下一代群体，按此方法使群体

逐代进化，直到满足进化终止条件。

根据本优化问题的规模和特点，我们设计算法步骤如下：

参数设定：

种群大小： $M = 100$

交叉概率： $P_c = 1$ ，交叉概率为 1 能保证种群的充分进化。

变异概率： $P_m = 0.01$ ，通常而言发生变异的可能很小。

Step1：编码策略

使用二进制编码，用随机数列 $\omega_1\omega_2...\omega_n$ 作为染色体，其中 $0 < \omega_i < 1 (i = 1, 2, ..., n)$,

$\omega_1 = 0, \omega_n = 1$ ；每一个随机序列都和种群中的一个个体相对应。

例如：0000000000——0；0000001101——13；1111111111——1023

我们用不同长度的二进制编码串来分别表示四个变量 $n_L, \alpha_{CDFS}, \alpha_{CH}, A_8$

n_L 取值范围为：[0.4,1.3]，误差取为0.01，那么至少需要71个节点，所以 n_L 的编码长度取为7；

α_{CDFS} 取值范围为：[-5,35]，误差取0.1，那么至少需要401个节点，所以 α_{CDFS} 的编码长度取为9；

α_{TL} 的取值范围为[-5,15]：误差取0.1，那么至少需要201个节点，所以 α_{CH} 的编码长度取为8；

A_8 的取值，我们人为设定为 $9.4575e+003$ 左右200范围内，取误差为1，那么至少需要401个节点，所以 A_8 的长度取为9。

将变量 $n_L, \alpha_{CDFS}, \alpha_{TL}, A_8$ 对应的编码拼接，可以得到相应的优化问题的个体编码，长度为：7+9+8+9=33。根据变量的取值范围，我们可以很容易确定编码和解码方式。

Step2：初始种群

本文中优化变量都在某个固定值的周围波动，取该固定值及其周围对应的可行解的编码作为我们的初始种群 $P(0) = (p1, p2, ..., p3)$ 。

Step3：适应度函数

目标函数为单位推力最大，适应度函数就取为目标函数

$$f(n_L, \alpha_{CDFS}, \alpha_{TL}, A_8) = f_b c_9 + c_9 - V$$

Step4：交叉操作

在本文中采取的交叉操作时选取单点交叉。设计如下，对于选定的两个父代个体 f_1, f_2 ，我们随机地选取第 t 个基因处为交叉点，则经过交叉运算后得到的子代编码为 s_1

和 s_2 ， s_1 的基因由 f_1 的前 t 个基因和 f_2 的后 $n-t$ 个基因构成， s_2 的基因由 f_2 的前 t 个基因和 f_1 的后 $n-t$ 个基因构成，例如：

交配前	交配后
$f_1: 000001010 0$	$s_1: 000001010 1$
$f_2: 000001 0010$	$s_2: 000001 1101$

Step5: 变异操作

变异也是实现群体多样性的一种手段，同时也是全局寻优的保证。

本问题中我们采用单点变异，变异概率设为 0.01。

Step6: 选择操作

采用轮盘赌的方式进行选择，保证适应度高的个体能够有更多的机会被选择。

Step7: 终止准则

我们采用两个终止准则：

- 1) 设定最大迭代步数；
- 2) 判断当前最优解在设定步数内都没有发生变化，则终止迭代，输出结果。

算法流程图如下图 7.1：

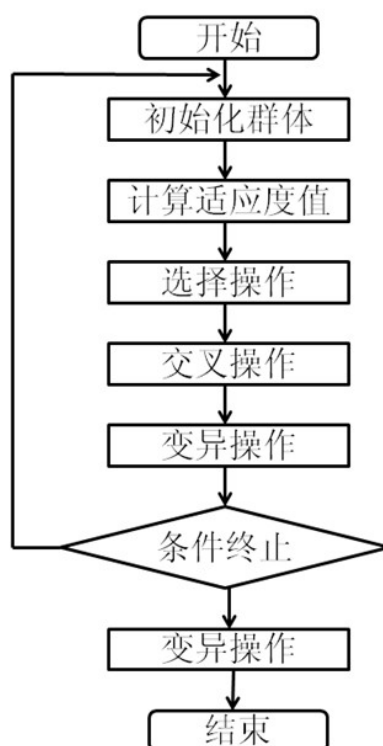


图 7.1 遗传算法的简单框图

由于时间限制，本问题对应的遗传算法程序并未完成，我们利用 *MATLAB* 中的遗传算法工具箱，直接求解该优化问题。求解过程如下：

Step1: 发动机工作的 7 个平衡方程 $eq1, eq2, \dots, eq7$ 均用以下形式编写求解出。

例如: $eq1(n_L, n_H, Z_{CL}, Z_{CDFS}, Z_{CH}, Z_{TH}, Z_{TL}, \alpha_L, \alpha_{CDFS}, \alpha_H, \alpha_{CH}, T_4^*) = 0$.

Step2: 构造目标函数:

$$functiony = fitness(\alpha_{CDFS}, \alpha_{TL}, A_8),$$

其中: $y = -(f_b c_9 + c_9 - V)$ 。

Step3: 调用函数:

$$options = gaoptimset('Max', 100, 'InitRange', [0.6, 1.3; -5, 35; -5, 15])$$

$$[x, fval] = ga(@fitness, 3, options)$$

算法求解结果如表 7.2 所示:

表 7.2 求解结果表

α_{CDFS} 变化范围	α_{TL} 变化范围	最优推力 F	最优时 α_{CDFS} 、 α_{TL} 取值
[-5, 0]	[0, 3]	13065	-1, 3
	[4, 7]	11823	-2, 6
	[8, 11]	11544	-2, 11
	[12, 15]	10883	-1, 13
[1, 4]	[0, 3]	11819	4, 3
	[4, 7]	11669	1, 7
	[8, 11]	9675	1, 8
	[12, 15]	8504	4, 13
[5, 10]	[0, 3]	12135	5, 3
	[4, 7]	12417	10, 7
	[8, 11]	10978	5, 11
	[12, 15]	9623	6, 14
[11, 21]	[0, 3]	12263	13, 3
	[4, 7]	11432	15, 6
	[8, 11]	12760	13, 10
	[12, 15]	12823	12, 13

推力最大时的导叶角 $\alpha_{CDFS} = -1$, $\alpha_{TL} = 3$, 此时最优推力 $F = 13065$ 。

在以上导叶角发生变化时, 喉道面积根据平衡方程可以对应算出, 不属于我们自行调节优化的范围。本文使用遗传算法对以上两个导叶角进行优化, 搜索最优的方式为枚举法搜索, 遍历次数很多, 计算量庞大, 求解稳态的平衡方程的次数上千次, 所需时间很长, 我们无法再有限的时间内算出喉道面积等一系列参数在对应导叶角下的具体值。

7.2 第二小问

在涡喷/涡扇发动机方面, VCE 研究的重点是改变涵道比, 如发动机在爬升、加速和超声速飞行时涵道比减小, 接近涡喷发动机的性能, 以增大推力; 在起飞和亚声速飞行时, 加大涵道比, 以涡扇发动机状态工作, 以降低耗油率和噪声。

飞行马赫数从 1.1 上升到 1.6，这本来是一个动态变化的非稳态过程，平衡方程应该是不完全成立的，故分析该过程中各参数变化方式就变得非常复杂了。

从定性的角度来看，在马赫数从 1.1 变化到 1.6 的加速过程中，可以通过调节后混合器内、外涵道面积 A_{62} 和 A_{61} ，降低内外涵道比 $RBPR$ ，使通过高压压气机的流量增大，使其获得较大的推力。在这个过程中，主要考虑流量受到导叶角和转速的影响较大，其他变量对流量的影响先不做考虑。在流量变化时， $CDFS$ 导叶角度 α_{CDFS} 、低压涡轮导叶角度 α_{TL} 应该做出相应的变化。高压压气机的流量 W_{aCH} 增大，但其导叶角 α_{CH} 不发生变化，则可以通过提高高压转速 n_H 使其达到要求。由于风扇的进口流量 W_{aCL} 不发生变化，则通过 $CDFS$ 的流量 W_{aCDFS} 也不发生变化，受到高压转速 n_H 升高的影响， $CDFS$ 的导叶角 α_{CDFS} 应减小使其达到要求。对于低压涡轮，其流量 W_{gTL} 增大，低压转速 n_L 不变，则其导叶角 α_{TL} 应增大。其变化规律如表 7.3 所示。

表 7.3 马赫数变化时发动机部分部件的流量、转速和导叶角变化情况

流量	$CDFS$ 流量 W_{aCDFS}	高压压气机流量 W_{aCH}	低压涡轮流量 W_{gTL}
变化情况	不变	增加	增加
转速	$CDFS$ 转速 n_H	高压压气机转速 n_H	低压涡轮转速 n_L
变化情况	增加	增加	不变
导叶角	$CDFS$ 导叶角 α_{CDFS}	高压压气机导叶角 α_{CH}	低压涡轮导叶角 α_{TL}
变化情况	减小	不变	增加

注：表中不变的参数为设定好的，不随流量的变化。

从定量的角度来看，要解决该问题，必须要经过一定的简化：假设飞行马赫数从 1.1 变化到 1.6 的每一瞬间，我们都认为发动机都处于稳态，平衡方程组成立。那么，将飞行马赫数取区间[1.1, 1.6]上的等距节点，每个节点都使用第一小题的方法优化一次，得到相应马赫数下的最优设置如下：

此时，内、外涵道面积为定值： $A_{61} = 5.3061e+003$ ， $A_{62} = 2.3212e+004$ ，但在本题中由于后混合器内、外涵道面积， A_{61} 、 A_{62} 可调，根据 $A_{62} + A_{61} = 2.8518e+004$ 为定值，可知平衡方程中多了一个未知变量。根据附录 1 中的公式可知，内、外涵道面积的变化反映到系统中就是其相应出口的流量变化。根据涵道比的定义：

$$\text{总涵道比} = \frac{\text{总外涵道空气流量}}{\text{内涵道空气流量}}$$

所以发动机涵道比的变化也就发生了改变。

在本小题中，我们需要微调后混合器内、外涵道面积，得到不同的涵道比，并计算在该涵道比下，飞行马赫数从 1.1 变化到 1.6 的过程中最优配置的变化，比较不同涵道比对飞行性能的影响。我们在遍历最优解的时候是采用群举办法，所以算法的时间复杂度很高，在短时间内没有办法得到结果。我们在上面找到固定马赫数对应的导叶角的前提下，以 0.1 为步长分别调节马赫数算出相应的几组数据，绘制了需要调节的三个控制变量随马赫数变化的大致趋势，如下图所示。

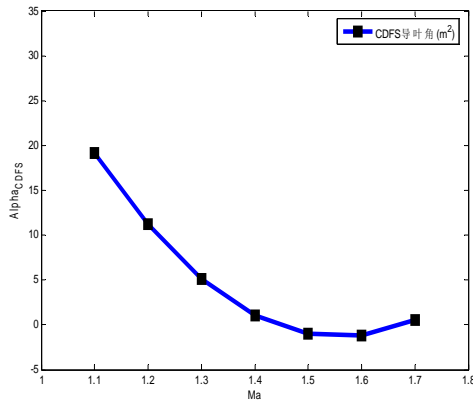


图 7.2 α_{CDFS} 随 Ma 变化的关系图

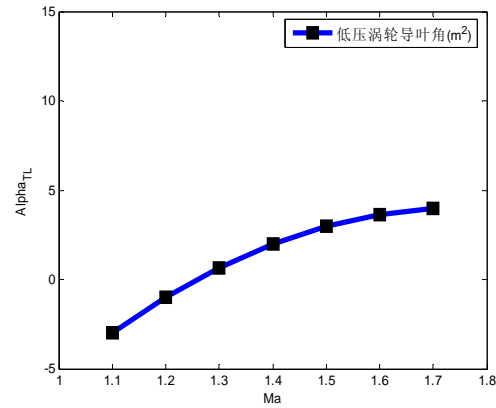


图 7.3 α_{CH} 随 Ma 变化的关系图

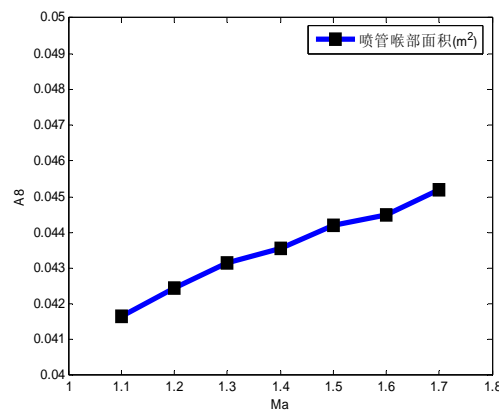


图 7.3 尾喷管喉道面积 A_8 随 Ma 变化的关系图

由结果图可知：

- ① $CDFS$ 的导叶角 α_{CDFS} 随 Ma 的增大逐渐减小；
- ② 低压涡轮导叶角 α_{TL} 随 Ma 的增大逐渐增大；
- ③ 尾喷管喉道面积 A_8 随 Ma 的增大逐渐增大，但变化趋势并不明显。

总结与思考

本文中对问题给出的三问均做了讨论，完成了以下工作：

1) 根据附录中给出的各部件的计算公式中的压气机的计算公式，计算出了压气机中风扇和 CDFS 的出口总温、总压和流量值。

2) 在确定清楚发动机各部件之间的传递变量的流程之后，采用二次线形插值方法得到任意压比函数值和转速系数下的压比、流量与效率值。再以求解平衡方程为核心的整个问题中，采用数值微分来逼近 **Jacobi** 矩阵中的各项偏导数来求解这个复杂的非线性方程组，同时本文采用多初值 **Newton** 法迭代，得到平衡方程组的稳态解。

3) 在单涵道模式下，完成了发动机参数的优化，本文以 **CDFS** 导叶角度、低压涡轮导叶角度和尾喷管喉道面积为决策变量，最大单位推力为目标函数，通过遗传算法得到决策变量的最优值。并对不同飞行马赫数，计算了不同涵道比条件下，飞行马赫数从 1.1 变化到 1.6 的过程中最优配置的变化，并比较了涵道比对飞行性能的影响。

本文中需要改进的地方：

1) 计算平衡方程的稳态解时候，有一定的误差存在，需要适当的调整参数使其误差尽量的缩小；

2) 由于时间关系遗传算法没有自己编写程序，直接使用了 **MATLAB** 中遗传算法的工具包，这样就使得最后的优化结果未必最优。

参考文献

- [1] 苟学中,周文祥,黄金泉等.变循环发动机部件级建模技术[J].航空动力学报,2013,28(1):104-111.
- [2] 方昌德. 变循环发动机. 燃气涡轮试验与研究, 2004, 17(3): 1-5.
- [3] 方昌德. 变循环发动机及其关键技术. 国际航空, 2004(7): 49-51.
- [4] Jeffrey J B,William J H,Pual F S. A Comparative Propulsion System Analysis for High-Speed Civil Transport. NASA/TM-213414, 2005.
- [5] 苟学中.变循环发动机建模及控制规律研究[D].南京航空航天大学,2011.
- [6] 支钟和. 变循环发动机的进展. 江苏航空, 1992(2): 13-14.
- [7] 黄红超,王占学,刘增文等.基于 iSIGHT 的变循环发动机性能优化[J].机械设计与制造,2012,(2):217-219.

附录

附录一：平衡方程组中的变量传递过程

1 进气道

已知：发动机飞行高度 $H = 11$ 、飞行马赫数 $Ma = 0.8$ 。

1) 计算标准大气条件下环境压力 p_0 （静压），环境温度 T_0 （静温）。

当高度 $H \leq 11\text{km}$ 时：

$$\begin{cases} p_0 = 1.01325 \times \left(1 - \frac{H}{44.308}\right)^{5.2553} \\ T_0 = 288.15 - 6.5 \times H \end{cases} \quad (1.1)$$

其中，高度 H 的单位为 km ，温度的单位为 K ，压力的单位为 bar 。

2) 进气道进口的总温总压：

$$\begin{cases} T_0^* = T_0 \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} Ma^2\right) \\ p_0^* = p_0 \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} Ma^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \end{cases} \quad (1.2)$$

γ : 气体绝热指数，纯空气 $\gamma=1.4$ ，燃气 $\gamma=1.33$ ，这里进气道为纯空气， $\gamma=1.4$ 。

3) 计算进气道总压恢复系数：

$$\begin{cases} M_a \leq 1: \sigma_i = 1.0 \\ M_a > 1: \sigma_i = 1.0 - 0.075(M_a - 1)^{1.35} \end{cases} \quad (1.3)$$

4) 计算进气道出口总温总压：

$$\begin{cases} T_1^* = T_0^* \\ p_1^* = p_0^* \cdot \sigma_i \end{cases} \quad (1.4)$$

通过以上公式可以计算出 T_1^* ， p_1^* 。

2 压气机

2.1 风扇

1) 已知：风扇进口总温 $T_{inCL}^* = T_1^*$ 、总压 $p_{inCL}^* = p_1^*$ 、压气机的压比函数值 Z_{CL} 、物理转速 $n_L = 0.85$ 、压气机导叶角度 $\alpha = 0$ 。

2) 由附录 1 中 2.2 节，风扇的消耗功率

$$N_{CL} = W_a \cdot l_c \quad (*)$$

其中：

$$W_a = W_c \cdot \sqrt{\frac{T_{in,d}^*}{T_{inCL}^*}} \cdot \frac{p_{inCL}^*}{p_{in,d}^*} \quad (2.1)$$

式中： $T_{in,d}^*=288.15$ ， $p_{in,d}^*=1.01325$ 。

$$l_c = h_{out} - h_{in} \quad (2.2)$$

这里：从 $\eta_c = \frac{h_{out,ei} - h_{in}}{h_{out} - h_{in}}$ 可知，

$$h_{out} = \frac{h_{in}\eta_c + h_{out,ei} - h_{in}}{\eta_c} \quad (2.3)$$

$$\begin{aligned} h_{in} = h(T_{inCL}^*) = & -0.30183674 \times 10^6 + 0.10489652 \times 10^4 \times T_{inCL}^* - 0.23284057 \times T_{inCL}^{*2} \\ & + 0.45288431 \times 10^{-3} \times T_{inCL}^{*3} - 0.31308477 \times 10^{-6} \times T_{inCL}^{*4} + 0.11341362 \times 10^{-9} \times T_{inCL}^{*5} \\ & - 0.21298087 \times 10^{-13} \times T_{inCL}^{*6} + 0.16363600 \times 10^{-17} \times T_{inCL}^{*7} \end{aligned} \quad (2.4)$$

$$h_{out,ei} = h(T_{out,ei}^*) \quad (2.5)$$

$$T_{outCL}^* = h^{-1}(h_{out}) \quad (2.6)$$

$$\begin{aligned} \psi(T_{out,ei}^*) = & (0.10489652 \times 10^4) \times \ln(T_{out,ei}^* \times 10^{-3}) + 0.80558643 \times 10^4 + \\ & (-465.6811 \times T_{out,ei}^* + 0.6793 \times T_{out,ei}^{*2} - 4.1745 \times 10^{-4} \times T_{out,ei}^{*3} + 1.4177 \times 10^{-7} \times T_{out,ei}^{*4} \\ & - 2.5558 \times 10^{-11} \times T_{out,ei}^{*5} + 2.2909 \times 10^{-15} \times T_{out,ei}^{*6}) \times 10^{-3} \end{aligned} \quad (2.7)$$

$$T_{out,ei}^* = \psi^{-1}(\psi(T_{inCL}^*) + \frac{R}{M} \ln pr_c) \quad (2.8)$$

其中： $R = 287 \text{ J / (kg} \cdot \text{K)}$ ， $M = 1$ 。

$$P_{outCL}^* = P_{inCL}^* \cdot pr_c \quad (2.9)$$

$$pr_c = C_{pr} (pr_{c,map}(n_{cor}, Z_{CL}, \alpha) - 1) (1 + \frac{k_{pr}}{100} \alpha) + 1 \quad (2.10)$$

$$W_c = C_W W_{c,map}(n_{cor}, Z_{CL}, \alpha) \cdot (1 + \frac{k_w}{100} \alpha) \quad (2.11)$$

$$\eta_c = C_\eta \eta_{c,map}(n_{cor}, Z_{CL}, \alpha) \cdot (1 + \frac{k_\eta^2}{100} \alpha) \quad (2.12)$$

其中： $C_{pr} = 2.3894$ ， $C_W = 0.4950$ ， $C_\eta = 1.0684$ ， $k_{pr} = 1$ ， $k_w = 1$ ， $k_\eta = 0.01$ 。

$$n_{cor} = n_L \sqrt{\frac{T_{in,d}^*}{T_{in}^*}} \quad (2.13)$$

将 (2.13) 式代入 (2.10)， (2.11)， (2.12) 式，将 (2.11) 式代入 (2.1) 式，

即可将风扇流量 W_{aCL} 转化为 n_L 、 α_L 和 Z_{CL} 的函数，设为 $W_{aCL} = f_1(n_L, \alpha_L, Z_{CL})$ ；

将 (2.10) 式代入 (2.8) 式，再将 (2.8) 代入 (2.6) 式，可得理想出口焓 $h_{out,ei}$ ；

将 (2.4)，(2.5)，(2.12) 式代入 (2.3) 式，可得出出口焓 h_{out} ；

将 (2.3) 式代入 (2.6) 式，可得出出口温度 T_{outCL}^* 与 n_L 、 α_L 和 Z_{CL} 有关；

将 (2.10) 式代入 (2.9) 式，可得出出口总压 p_{outCL}^* 与 n_L 、 α_L 和 Z_{CL} 有关；

将 (2.3)，(2.4) 式代入 (2.2) 式可得风扇功耗 l_c ；

再将 (2.1)，(2.2) 代入 (*) 即可将风扇的消耗功率 N_{CL} 转化为 n_L 、 α_L 和 Z_{CL} 的

函数设为 $N_{CL} = f_2(n_L, \alpha_L, Z_{CL})$ 。

2.2 核心驱动风扇级 $CDFS$ 和高压压气机

双涵道变循环发动机中的三个压气机部件风扇、核心驱动风扇级 $CDFS$ 和高压压气机，对于这三个压气机部件采用同一种计算方法。因此，只需要变换 $CDFS$ 和高压压气机计算的相关参数 $T_{in,d}^*$ 、 $p_{in,d}^*$ 、 T_{in}^* 、 p_{in}^* 、 C_{pr} 、 C_w 、 C_η 、物理转速 n_H 、压比函数值 Z ，即可求得所需参数。

对于 $CDFS$ ，其进口总温 $T_{inCDFS}^* = T_{outCL}^*$ 、总压 $p_{inCDFS}^* = p_{outCL}^*$ 、 $T_{in,d}^* = 428.56862609$ 、 $p_{in,d}^* = 3.5464$ 、 $C_{pr} = 0.3059$ 、 $C_w = 0.1500$ 、 $C_\eta = 1.0999$ 、压比函数值 Z_{CDFS} ，依照风扇计算的相关步骤，即可求得 $CDFS$ 流量 W_{aCDFS} ， $CDFS$ 出口温度 $T_{outCDFS}^*$ ， $CDFS$ 出口总压 $p_{outCDFS}^*$ ，以上求得参数与 n_L 、 α_L 、 n_H 、 Z_{CL} 、 α_{CDFS} 和 Z_{CDFS} 有关，以及将 $CDFS$ 的流量 W_{aCDFS} 转化为 n_L 、 α_L 、 n_H 、 Z_{CL} 、 α_{CDFS} 和 Z_{CDFS} 的函数，设为

$W_{aCDFS} = f_3(n_L, \alpha_L, Z_{CL}, n_H, \alpha_{CDFS}, Z_{CDFS})$ ，将 $CDFS$ 的消耗功率 N_{CDFS} 转化为 n_L 、 α_L 、 n_H 、 Z_{CL} 、 α_{CDFS} 和 Z_{CDFS} 的函数，设为 $N_{CDFS} = f_4(n_L, \alpha_L, Z_{CL}, n_H, \alpha_{CDFS}, Z_{CDFS})$ 。

对于高压压气机，其进口总温 $T_{outCH}^* = T_{inCDFS}^*$ 、总压 $p_{inCH}^* = p_{outCDFS}^*$ 、 $T_{in,d}^* = 473.603961$ 、 $p_{in,d}^* = 4.8860$ 、 $C_{pr} = 0.9119$ 、 $C_w = 0.38462$ 、 $C_\eta = 1.0719$ 、压比函数值 Z_{CH} ，同样依照风扇计算的相关步骤，即可求得高压压气机流量 W_{aCH} ，高压压气机出口温度 T_{outCH}^* ，高压压气机出口总压 p_{outCH}^* ，以上求得参数与 n_L 、 α_L 、 n_H 、 Z_{CL} 、 α_{CDFS} 、 Z_{CDFS} 、 α_{CH} 和

Z_{CH} 有关, 以及将高压压气机的流量 W_{aCH} 转化为 n_L 、 α_L 、 n_H 、 Z_{CL} 、 α_{CDFS} 、 Z_{CDFS} 、 α_{CH} 和 Z_{CH} 的函数, 设为 $W_{gCH} = f_5(n_L, \alpha_L, Z_{CL}, n_H, \alpha_{CDFS}, Z_{CDFS}, \alpha_{CH}, Z_{CH})$, 将消耗功率 N_{CH} 转化为 n_L 、 α_L 、 n_H 、 Z_{CL} 、 α_{CDFS} 、 Z_{CDFS} 、 α_{CH} 和 Z_{CH} 的函数, 设为

$$N_{CH} = f_6(n_L, \alpha_L, Z_{CL}, n_H, \alpha_{CDFS}, Z_{CDFS}, \alpha_{CH}, Z_{CH})。$$

3 主燃烧室

已知: 主燃烧室进口总温 $T_{3in}^* = T_{outCH}^*$ 、总压 $p_{3in}^* = p_{outCH}^*$ 、空气流量 $W_{a3in} = W_{aCH}$ 、主燃烧室出口温度 T_4^* 。

主燃烧室出口油气比

$$f_b = \frac{h_4 - h_3}{\xi_b H_u + h_3} = \frac{H_{gas}(T_4^*, f_b) - H_{air}(T_3^*)}{\xi_b H_u + H_{air}(T_3^*)} \quad (3.1)$$

其中: 燃烧效率 $\xi_b = 0.99$, 燃油热值 $H_u = 42900000$ 。

$$H_{gas} = H_{air} + \frac{f_b}{1+f_b} \times H_{st} \quad \text{其中 } f_b \text{ 为油气比。} \quad (3.2)$$

$$\begin{aligned} H_{air} = & -0.30183674 \times 10^6 + 0.10489652 \times 10^4 \times T - 0.23284057 \times T^2 + 0.45288431 \times 10^{-3} \times T^3 \\ & - 0.31308477 \times 10^{-6} \times T^4 + 0.11341362 \times 10^{-9} \times T^5 - 0.21298087 \times 10^{-13} \times T^6 \\ & + 0.16363600 \times 10^{-17} \times T^7 \end{aligned} \quad (3.3)$$

$$\begin{aligned} H_{st} = & -0.11152575 \times 10^6 - 0.31020206 \times 10^3 \times T + 2.9961197 \times T^2 - \\ & 0.27934788e - 2 \times T^3 + 0.18746407 \times 10^{-5} \times T^4 - 0.73499597 \times 10^{-9} \times T^5 \\ & + 0.15062602 \times 10^{-12} \times T^6 - 0.12510984 \times 10^{-16} \times T^7 \end{aligned} \quad (3.4)$$

$$\text{燃油流量 } W_f = W_{a3} \cdot f_b \quad (3.5)$$

$$\text{出口总压 } p_4^* = p_{3in}^* \sigma_b \quad (3.6)$$

其中, 主燃烧室总压恢复系数 $\sigma_b = 0.98$ 。

将 (3.4), (3.3) 式代入 (3.2) 中, 再将 (3.3), (3.2) 式代入 (3.1) 式中, 即可得到一个关于主燃烧室出口油气比 f_b 的方程, 令 $F_b = \frac{H_{gas}(T_4^*, f_b) - H_{air}(T_3^*)}{\xi_b H_u + H_{air}(T_3^*)} - f_b = 0$, 则

$f_b = F_b^{-1}(0)$, 即将 f_b 关于 n_L 、 α_L 、 n_H 、 Z_{CL} 、 α_{CDFS} 、 Z_{CDFS} 、 α_{CH} 、 Z_{CH} 和 T_4^* 的函数。

将求得的 f_b 代入 (3.5) 式中, 即可求得燃油流量 W_f 和出口总压 p_4^* , 以上求得参

数与 n_L 、 α_L 、 n_H 、 Z_{CL} 、 α_{CDFS} 、 Z_{CDFS} 、 α_{CH} 、 Z_{CH} 和 T_4^* 有关。

4 涡轮

4.1 高压涡轮

1) 已知：高压涡轮进口总温 $T_{inTH}^* = T_4^*$ 、总压 $p_{inTH}^* = p_4^*$ 、涡轮的压比函数值 Z_{TH} 、物理转速 n_H 、涡轮导叶角度 $\alpha_H = 0$ 、油气比 f_b 。

2) 高压涡轮的发出功率 N_{TH}

由附录 1 中 2.4 节，高压涡轮的发出功率

$$N_{TH} = W_g \cdot l_T \cdot \eta_m \quad (*)$$

其中

$$W_g = W_c \cdot \sqrt{\frac{T_{in,d}^*}{T_{in}^*}} \cdot \frac{p_{in}^*}{p_{in,d}^*} \quad (4.1)$$

$$T_{in,d}^* = 1850, \quad p_{in,d}^* = 28.7297$$

$$l_T = h_{in} - h_{out} \quad (4.2)$$

$$\eta_m = 0.99$$

$$\text{这里: } \begin{cases} h_{out} = H_{\text{gas}}(T_{out}^*, f_b) \\ h_{in} = H_{\text{gas}}(T_{in}^*, f_b) \end{cases} \quad \text{其中 } f_b \text{ 为涡轮进口油气比} \quad (4.3)$$

$$\text{高压涡轮出口总压 } p_{outTH}^* = p_{inTH}^* / pr_c \quad (4.4)$$

$$pr_c = \left[1 - \left(1 - \frac{T_{out}^*}{T_{in}^*} \right) / \eta_c \right]^{-\overline{Cp}/R} \quad (4.5)$$

高压涡轮平均等压比热 $\overline{CP} = 1.2988\text{e}+003$

$$pr_c = C_{pr}(pr_{c,map}(n_{cor}, Z_{TH}, \alpha) - 1) \left(1 + \frac{k_{pr}}{100} \alpha \right) + 1 \quad (4.6)$$

$$W_c = C_W W_{c,map}(n_{cor}, Z_{TH}, \alpha) \cdot \left(1 + \frac{k_w}{100} \alpha \right) \quad (4.7)$$

$$\eta_c = C_\eta \eta_{c,map}(n_{cor}, Z_{TH}, \alpha) \cdot \left(1 + \frac{k_\eta^2}{100} \alpha \right) \quad (4.8)$$

$$C_{pr} = 1.5342, \quad C_W = 13.2121, \quad C_\eta = 1.0684, \quad k_{pr} = 1, \quad k_w = 1, \quad k_\eta = 0.01$$

$$n_{cor} = n_H \sqrt{\frac{T_{in,d}^*}{T_{in}^*}} \quad (4.9)$$

将 (4.9) 式代入 (4.6), (4.7), (4.8) 式, 将 (4.7) 式代入 (4.1) 式, 即可将高压涡轮流量 W_{gTH} 转化为 n_L 、 α_L 、 n_H 、 Z_{CL} 、 α_{CDFS} 、 Z_{CDFS} 、 α_{CH} 、 Z_{CH} 、 T_4^* 、 α_{TH} 和 Z_{TH} 的函数, 设为 $W_{g41}' = f_7(n_L, \alpha_L, Z_{CL}, n_H, \alpha_{CDFS}, Z_{CDFS}, \alpha_{CH}, Z_{CH}, T_4^*, \alpha_{TH}, Z_{TH})$ 。

将 (4.8) 式代入 (4.5) 式, 再联立 (4.6) 和 (4.5) 式, 即可解得高压涡轮出口总温 T_{outTH}^*

将 (4.6) 式代入 (4.4) 式, 可得到高压涡轮出口总压 p_{outTH}^*

将 (4.3) 式代入 (4.2) 式, 可得高压涡轮功 l_{TTH}

再将 (4.7), (4.2) 代入 (*) 即可将

高压涡轮发出功率 N_{TH} 转化为 n_L 、 α_L 、 n_H 、 Z_{CL} 、 α_{CDFS} 、 Z_{CDFS} 、 α_{CH} 、 Z_{CH} 、 T_4^* 、 α_{TH} 和 Z_{TH} 的函数, 设为 $N_{TH} = f_8(n_L, \alpha_L, Z_{CL}, n_H, \alpha_{CDFS}, Z_{CDFS}, \alpha_{CH}, Z_{CH}, T_4^*, \alpha_{TH}, Z_{TH})$ 。

4.2 低压涡轮

低压涡轮参数计算与高压涡轮参数计算过程一样, 唯一不同点为其计算参数 $T_{in,d}^*$ 、 $p_{in,d}^*$ 、 T_{in}^* 、 P_{in}^* 、 C_{pr} 、 C_W 、 C_η 、物理转速 $n_L = 0.85$ 、压比函数值 Z 的取值不同, 对于低压涡轮参数的取值为 $T_{in,d}^* = 1.5405e+003$ 、 $p_{in,d}^* = 11.3371$ 、 $T_{inTL}^* = T_{outTH}^*$ 、 $P_{inTL}^* = P_{outTH}^*$ 、 $C_{pr} = 0.7902$ 、 $C_W = 0.3881$ 、 $C_\eta = 1.0061$, 依照高压涡轮的计算过程, 即可求得低压涡轮流量 W_{gTL} , 低压涡轮出口总温 T_{outTL}^* , 低压涡轮出口总压 p_{outTL}^* , 以上求得参数与 n_L 、 α_L 、 n_H 、 Z_{CL} 、 α_{CDFS} 、 Z_{CDFS} 、 α_{CH} 、 Z_{CH} 、 T_4^* 、 α_{TH} 、 Z_{TH} 、 α_{TL} 和 Z_{TL} 有关, 以及将低压涡轮流量 W_{gTL} 转化为 n_L 、 α_L 、 n_H 、 Z_{CL} 、 α_{CDFS} 、 Z_{CDFS} 、 α_{CH} 、 Z_{CH} 、 T_4^* 、 α_{TH} 、 Z_{TH} 、 α_{TL} 和 Z_{TL} 的函数, 设为

$W_{gTL} = f_9(n_L, \alpha_L, Z_{CL}, n_H, \alpha_{CDFS}, Z_{CDFS}, \alpha_{CH}, Z_{CH}, T_4^*, \alpha_{TH}, Z_{TH}, \alpha_{TL}, Z_{TL})$, 将发出功率 N_{TL} 转化为 n_L 、 α_L 、 n_H 、 Z_{CL} 、 α_{CDFS} 、 Z_{CDFS} 、 α_{CH} 、 Z_{CH} 、 T_4^* 、 α_{TH} 、 Z_{TH} 、 α_{TL} 和 Z_{TL} 的函数, 设为 $N_{TL} = f_{10}(n_L, \alpha_L, Z_{CL}, n_H, \alpha_{CDFS}, Z_{CDFS}, \alpha_{CH}, Z_{CH}, T_4^*, \alpha_{TH}, Z_{TH}, \alpha_{TL}, Z_{TL})$ 。

5 涵道

5.1 双涵道

已知 $CDFS$ 涵道的入口流量 $W_{a,induct} = W_{aCH} - W_{aCDFS}$ 、 $T_{induct}^* = T_{outCDFS}^*$ 、 $P_{induct}^* = P_{outCDFS}^*$ 、

总压恢复系数 σ_{duct} 。

副外涵道的入口总温度 $T_{inasduct}^* = T_{outCL}^*$ 、总压力 $P_{inasduct}^* = P_{outCL}^*$ 、总压恢复系数 σ_{duct}

$$\begin{cases} W_{g225} + W_{g125} = W_{g15} \\ W_{g225} h_{225} + W_{g125} h_{125} = W_{g15} h_{15} \\ p_{225}^* f(\lambda_{225}) A_{225} + p_{125}^* f(\lambda_{125}) A_{125} = p_{15}^* f(\lambda_{15}) (A_{225} + A_{125}) \\ W_{g15} = k_m \frac{p_{15}^*}{\sqrt{T_{15}^*}} A_{15} q(\lambda_{15}) \\ q(\lambda) = \left(\frac{\gamma+1}{2}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \lambda \left(1 - \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \lambda^2\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \end{cases} \quad (5.1)$$

其中， $A_{15} = A_{225} + A_{125} = (1.8395e+003) + 608.4252 = 2447.9252$

$$h_{125} = Hair(T_{125}^*)$$

$$h_{225} = Hair(T_{225}^*)$$

$$k_m = \sqrt{\frac{\gamma}{R} \cdot \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}}, \text{ 简化计算 } \gamma=1.4, R=287 \text{ 取定值, 则 } k_m=0.0404。$$

$$W_{g225} = k_m \frac{p_{225}^*}{\sqrt{T_{225}^*}} A_{225} q(\lambda_{225}) \quad (5.2)$$

其中，副外涵面积（选择活门面积） $A_{225}=1.8395e+003$

T_{225}^* 为副外涵出口总温， p_{225}^* 为副外涵道出口总压。

$$k_m = \sqrt{\frac{\gamma}{R} \cdot \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}}, \text{ 简化计算 } \gamma=1.4, R=287 \text{ 取定值, 则 } k_m=0.0404。$$

$$\begin{cases} p_{125} = p_{125}^* \cdot \pi(\lambda_{125}) \\ \pi(\lambda) = \left(1 - \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \lambda^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \end{cases} \quad (5.3)$$

$$\begin{cases} p_{225} = p_{225}^* \cdot \pi(\lambda_{225}) \\ \pi(\lambda) = \left(1 - \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \lambda^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \end{cases}, \text{ 前混合器静压平衡 } p_{225} = p_{125} \quad (5.4)$$

$$\begin{cases} W_{g125} = k_m \frac{p_{125}^*}{\sqrt{T_{125}^*}} A_{125} q(\lambda_{125}) \\ q(\lambda) = \left(\frac{\gamma+1}{2}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \lambda \left(1 - \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \lambda^2\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \end{cases} \quad (5.5)$$

其中 $CDFS$ 涵道出口面积 $A_{125} = 608.4252$ ， p_{125}^* 为 $CDFS$ 涵道出口总压， T_{125}^* 为 $CDFS$ 涵道出口总温

$$\begin{cases} T_{out}^* = T_{in}^* \\ p_{out}^* = p_{in}^* \sigma_{duct}, \quad \text{其中总压恢复系数 } \sigma_{duct} = 0.98. \\ W_{a,out} = W_{a,in} \end{cases} \quad (5.6)$$

$$\text{由 (5.6) 式可知, } \begin{cases} T_{125}^* = T_{indust}^* \\ p_{125}^* = p_{indust}^* \cdot \sigma_{duct} \\ W_{g125} = W_{a,indust} \end{cases} \quad (5.7)$$

$$\begin{cases} T_{225}^* = T_{inasdust}^* \\ p_{225}^* = p_{inasdust}^* \cdot \sigma_{duct} \end{cases} \quad (5.8)$$

将 (5.7) 式代入 (5.5) 式，可得 λ_{125}

将 λ_{125} 代入 (5.3) 式，可得 p_{125}

将 (5.8) 式代入 (5.4) 式，可得 λ_{225}

将 λ_{225} 和 (5.8) 式代入 (5.2) 式，可将副外涵道出口流量 W_{g225} 转化为 n_L 、 α_L 、 n_H 、

Z_{CL} 、 α_{CDFS} 和 Z_{CDFS} 的函数，设为 $W_{g225} = f_{11}(n_L, \alpha_L, Z_{CL}, n_H, \alpha_{CDFS}, Z_{CDFS})$ 。

将求得的以上参数代入 (5.1) 式中，可得前混合器出口总温 T_{15}^* 、总压 p_{15}^* 、流量 W_{g15} ，

以上求得参数与 n_L 、 α_L 、 n_H 、 Z_{CL} 、 α_{CDFS} 和 Z_{CDFS} 有关。

5.2 单涵道

在发动机飞行高度 $H = 11\text{km}$ ，飞行马赫数 $Ma = 1.5$ 的超音速巡航点，发动机采用单涵道模式，将选择活门面积设置为 0，则 $T_{15}^* = T_{125}^*$ 、 $W_{g15} = W_{g125}$ 。

已知： $CDFS$ 涵道的入口流量 $W_{a,induct} = W_{aCDFS} - W_{aCH}$ 、 $T_{induct}^* = T_{outCDFS}^*$ 、 $P_{induct}^* = P_{outCDFS}^*$ 、总压恢复系数 σ_{duct} 。

$$\begin{cases} P_{125}^* f(\lambda_{125}) A_{125} = p_{15}^* f(\lambda_{15}) \cdot A_{15} \\ W_{g15} = k_m \frac{P_{15}^*}{\sqrt{T_{15}^*}} A_{15} q(\lambda_{15}) \\ q(\lambda) = \left(\frac{\gamma+1}{2}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \lambda \left(1 - \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \lambda^2\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \\ f(\lambda) = \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} q(\lambda) z(\lambda) \\ Z(\lambda) = \lambda + \frac{1}{\lambda} \end{cases} \quad (5.9)$$

其中, $A_{15} = A_{225} + A_{125} = (1.8395e + 003) + 608.4252 = 2447.9252$

$$k_m = \sqrt{\frac{\gamma}{R} \cdot \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}}, \text{ 简化计算 } \gamma=1.4, R=287 \text{ 取定值, 则 } k_m=0.0404。$$

$$\begin{cases} W_{g125} = k_m \frac{P_{125}^*}{\sqrt{T_{125}^*}} A_{125} q(\lambda_{125}) \\ q(\lambda) = \left(\frac{\gamma+1}{2}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \lambda \left(1 - \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \lambda^2\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \end{cases} \quad (5.10)$$

其中 $CDFS$ 涵道出口面积 $A_{125} = 608.4252$, p_{125}^* 为 $CDFS$ 涵道出口总压, T_{125}^* 为 $CDFS$ 涵道出口总温

$$\begin{cases} T_{out}^* = T_{in}^* \\ p_{out}^* = p_{in}^* \sigma_{duct}, \text{ 其中总压恢复系数 } \sigma_{duct} = 0.98 \\ W_{a,out} = W_{a,in} \end{cases} \quad (5.11)$$

$$\text{由 (5.11) 式可知, } \begin{cases} T_{15}^* = T_{125}^* = T_{indust}^* \\ p_{125}^* = p_{indust}^* \cdot \sigma_{duct} \\ W_{g15} = W_{g125} = W_{a,indust} \end{cases} \quad (5.12)$$

将 (5.12) 式代入 (5.10) 式, 可得 λ_{125}

将求得的以上参数代入 (5.9) 式中, 将 (5.9) 式的前两式相比得,

$$\frac{P_{125}^* \cdot f(\lambda_{125}) \cdot A_{125}}{W_{g15}} = \frac{f(\lambda_{15})}{q(\lambda_{15})} \frac{\sqrt{T_{15}^*}}{k_m} = z(\lambda_{15}) \frac{\sqrt{T_{15}^*}}{k_m}, \text{ 将式化简为 } z(\lambda_{15}) = \frac{P_{125}^* \cdot f(\lambda_{125}) \cdot A_{125} \cdot k_m}{W_{g15} \cdot \sqrt{T_{15}^*}},$$

在等式右边为关于 n_L 、 α_L 、 n_H 、 Z_{CL} 、 α_{CDFS} 、 Z_{CDFS} 、 α_{CH} 和 Z_{CH} 的函数, 设为

$g(n_L, \alpha_L, Z_{CL}, n_H, \alpha_{CDFS}, Z_{CDFS}, \alpha_{CH}, Z_{CH})$, 则解出 $\lambda_{15} = z^{-1}(g)$, 将 λ_{15} 代入 (5.9) 式中的

$$\text{第一式子可得前混合器出口总压 } p_{15}^* = \frac{P_{125}^* f(z^{-1}(g)) A_{125}}{f(z^{-1}(g)) \cdot A_{15}},$$

以上求得参数与 n_L 、 α_L 、 n_H 、 Z_{CL} 、 α_{CDFS} 、 Z_{CDFS} 、 α_{CH} 和 Z_{CH} 有关。

6 后混合器

已知：混合器两股参混气流参混前的总温、总压、流量、面积。内涵出口总温 $T_{61}^* = T_{outTL}^*$ 、

内涵出口总压 $p_{61}^* = p_{outTL}^*$ 、内涵出口总流量 $W_{g61} = W_{gTL}$ 、内涵出口面积 $A_{61} = 5.3061e+003$ ，

外涵出口总温 $T_{62}^* = T_{15}^*$ 、内涵出口总压 $p_{62}^* = p_{15}^*$ 、内涵出口总流量 $W_{g62} = W_{g15}$ 、内涵出

口面积 $A_{62} = 2.3212e+004$ 。

$$\left\{ \begin{array}{l} W_{g61} + W_{g62} = W_{g6} \\ W_{g61} h_{61} + W_{g62} h_{62} = W_{g6} h_6 \\ p_{61}^* f(\lambda_{61}) A_{61} + p_{62}^* f(\lambda_{62}) A_{62} = p_6^* f(\lambda_6) (A_{61} + A_{62}) \\ W_{g6} = k_m \frac{p_6^*}{\sqrt{T_6^*}} A_6 q(\lambda_6) \\ f(\lambda) = \left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}} q(\lambda) z(\lambda) \\ q(\lambda) = \left(\frac{\gamma+1}{2} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \lambda \left(1 - \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \lambda^2 \right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \\ Z(\lambda) = \lambda + \frac{1}{\lambda} \end{array} \right. \quad (6.1)$$

其中， $A_6 = A_{61} + A_{62} = (5.3061e+003) + (2.3212e+004) = 2.8518e+004$

$$h_{61} = H_{gas}(T_{61}^*)$$

$$h_{62} = H_{air}(T_{62}^*)$$

$$h_6 = H_{air}(T_6^*)$$

$$k_m = \sqrt{\frac{\gamma}{R} \cdot \left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}}, \text{ 简化计算 } \gamma=1.33, R=287.31 \text{ 取定值, 则 } k_m=0.0397。$$

$$\left\{ \begin{array}{l} p_{61} = p_{61}^* \cdot \pi(\lambda_{61}) \\ p_{62} = p_{62}^* \cdot \pi(\lambda_{62}) \\ \pi(\lambda) = \left(1 - \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \lambda^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \end{array} \right. \quad (6.2)$$

$$\begin{cases} W_{g61} = k_m \frac{P_{61}^*}{\sqrt{T_{61}^*}} A_{61} q(\lambda_{61}) \\ q(\lambda) = \left(\frac{\gamma+1}{2}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \lambda \left(1 - \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \lambda^2\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \end{cases} \quad (6.3)$$

其中, $k_m = \sqrt{\frac{\gamma}{R} \cdot \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}}$, 简化计算 $\gamma=1.33, R=287.31$ 取定值, 则 $k_m=0.0397$ 。

$$\begin{cases} W_{g62} = k_m \frac{P_{62}^*}{\sqrt{T_{62}^*}} A_{62} q(\lambda_{62}) \\ q(\lambda) = \left(\frac{\gamma+1}{2}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \lambda \left(1 - \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \lambda^2\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \end{cases} \quad (6.4)$$

其中, $k_m = \sqrt{\frac{\gamma}{R} \cdot \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}}$, 简化计算 $\gamma=1.4, R=287$ 取定值, 则 $k_m=0.0404$ 。

根据 (6.4) 式和 (6.3) 式, 可分别求出 λ_{62} 和 λ_{61} ;

将求得的 λ_{62} 和 λ_{61} , 带入 (6.2) 式, 可得 p_{62} 和 p_{61} ;

将已知参数代入 (6.1) 式, 可得混合器出口总温 T_6^* 、总压 p_6^* 、流量 W_{g6} ,

以上求得参数与 n_L 、 α_L 、 n_H 、 Z_{CL} 、 α_{CDFS} 、 Z_{CDFS} 、 α_{CH} 、 Z_{CH} 、 T_4^* 、 α_{TH} 、 Z_{TH} 、 α_{TL}

和 Z_{TL} 有关, 可以将混合器内、外涵道的静压 p_{61} 和 p_{62} 转化为的 n_L 、 α_L 、 n_H 、 Z_{CL} 、 α_{CDFS} 、

Z_{CDFS} 、 α_{CH} 、 Z_{CH} 、 T_4^* 、 α_{TH} 、 Z_{TH} 、 α_{TL} 和 Z_{TL} 函数, 设为

$$p_{61} = f_{12}(n_L, \alpha_L, Z_{CL}, n_H, \alpha_{CDFS}, Z_{CDFS}, \alpha_{CH}, Z_{CH}, T_4^*, \alpha_{TH}, Z_{TH}, \alpha_{TL}, Z_{TL}),$$

$$p_{62} = f_{13}(n_L, \alpha_L, Z_{CL}, n_H, \alpha_{CDFS}, Z_{CDFS}, \alpha_{CH}, Z_{CH}, T_4^*, \alpha_{TH}, Z_{TH}, \alpha_{TL}, Z_{TL})。$$

7 加力燃烧室

已知: 加力燃烧室进口总压 $P_{6in}^* = P_6^*$ 、进口总温 $T_{6in}^* = T_6^*$ 、进口流量 $W_{g6in} = W_{g6}$ 、总压恢

复系数 $\sigma_6=1$ 。

根据式 $\begin{cases} P_{6out}^* = P_{6in}^* \cdot \sigma_6 \\ T_{6out}^* = T_{6in}^* \\ W_{g6out} = W_{g6in} \end{cases}$ 得出加力燃烧室出口总压 P_{6out}^* 、出口总温 T_{6out}^* 、出口流量 W_{g6out} 。

8 尾喷管

已知： $p_9^* = p_8^* = p_6^*$ 、 $W_{g9} = W_{g8} = W_{g6}$ 、 $T_9^* = T_8^* = T_7^* = T_6^*$ 、 $\lambda_8 = 1$ 。

由流量公式 $W_{g8} = k_m \frac{p_8^*}{\sqrt{T_8^*}} A_8 q(\lambda_8)$ ，计算出 $A_8 = \frac{W_{g8} \cdot \sqrt{T_8^*}}{k_m \cdot p_6^* \cdot q(1)}$ ，其为关于 n_L 、 α_L 、 n_H 、 Z_{CL} 、

α_{CDFS} 、 Z_{CDFS} 、 α_{CH} 、 Z_{CH} 、 T_4^* 、 α_{TH} 、 Z_{TH} 、 α_{TL} 和 Z_{TL} 函数，设为

$A_8 = f_{14}(n_L, \alpha_L, Z_{CL}, n_H, \alpha_{CDFS}, Z_{CDFS}, \alpha_{CH}, Z_{CH}, T_4^*, \alpha_{TH}, Z_{TH}, \alpha_{TL}, Z_{TL})$ 。

由 $p_9 = p_0$ ，计算出 $\pi(\lambda_9) = p_9 / p_9^*$ ，由 $\pi(\lambda) = (1 - \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \lambda^2)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$ ，则 $\pi(\lambda_9) = (1 - \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \lambda_9^2)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = \frac{p_0}{p_6^*}$ ，

令 $F = (1 - \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \lambda_9^2)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} - \frac{p_0}{p_6^*}$ ，求出 $\lambda_9 = F^{-1}(0)$ ；

由流量公式 $W_{g9} = k_m \frac{p_9^*}{\sqrt{T_9^*}} A_9 q(\lambda_9)$ ，计算出 A_9 ；

若 $\frac{A_9}{A_8} > ar = 3$ ，则 $A_9 = 3A_8$ ，代入流量公式重新反解出 λ_{9new} ；

计算尾喷管出口静温 $T_9 = T_7^* \tau(\lambda_{9new})$ ，由 $\tau(\lambda) = 1 - \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \lambda^2$ ，则 $T_9 = T_6^* (1 - \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \lambda_{9new}^2)$ ；

尾喷管出口气流速度 $c_9 = \varphi_{nz} \sqrt{2(h_9^* - h_9)}$ ，其中： $\varphi_{nz} = 0.98$ ，焓 h_9^* 和焓 h_9 分别由尾喷管

出口总温和静温求出，则焓 $h_9^* = Hair(T_6^*)$ 和焓 $h_9 = Hair(T_9)$ ，即

$c_9 = 0.98 \sqrt{2(Hair(T_6^*) - Hair(T_9))}$ 。

附录二：程序说明

程序名	说明	程序名	说明
Step1.m	进气道	CalAttributeValue.m	压气机修正系数值
Step2.m	压气机	CalCDFS.m	第一问计算结果
Step3.m	主燃烧室	CalF.m	油气比
Step4.m	涡轮	CalFanW.m	计算风扇功率
Step5.m	涵道	CalH.m	焓计算
Step6.m	前混合器	CalHPressureGas.m	高压压气机参数
Step7.m	后混合器	CalHPressureVortex.m	高压涡轮参数计算
Step8.m	加力燃烧室	CalHtemp.m	焓选择
Step9.m	尾喷管	Calk_m.m	流量系数
Step10.m	发动机性能	CalMixer.m	后混合器参数计算
eq1.m	低压轴功率平衡	CalMixerQian.m	前混合器参数计算
eq2.m	高压轴功率平衡	CalS.m	熵计算
eq3.m	高压涡轮进口截面 流量平衡	CalTFromH.m	由焓反算温度
eq4.m	低压涡轮进口截面 流量平衡	CalTFromS.m	由熵反算温度
eq5.m	后混合器静压平衡	curveInterplot.m	插值计算
eq6.m	尾喷管面积平衡	mainz.m	第二问计算主函数
eq7.m	风扇出口流量平衡	mainf.m	第二问计算