

参赛密码 _____
(由组委会填写)

第九届“华为杯”全国研究生数学建模竞赛



题 目 有杆抽油系统的数学建模及诊断

摘 要：

对有杆抽油系统进行研究是开采原油的一个重要环节。通过分析抽油杆悬点的运动规律，采集油井工作时悬点的示功图数据，将悬点示功图转化为泵功图，然后对油井的工作状况进行诊断，具有一定的理论意义和实践价值。

问题一中，通过分析抽油机四连杆机构的几何关系和运动特点，把悬点的运动与曲柄的旋转联系起来，建立了光杆悬点运动规律数学模型，得到了悬点的位移、速度、加速度的解析表达式。在模型求解的基础上，将模型结果与实际测量的悬点位移数据对比，分析了两误差产生可能的原因，论证了悬点运动规律模型的准确性。

问题二中，在对初始数据进行有效处理的基础上，分别给出了一级杆和多级杆的泵功图数学模型，按照本文分析得到的数学模型详细求解步骤和算法，可以得到 x 断面、 t 时刻的位移函数 $u(x,t)$ ，并进一步得到载荷函数 $F(x,t)$ ，据此将悬点示功图转化为泵功图。在此基础上，分别讨论了傅立叶级数的截断项的变化和阻尼系数的变化对模型计算结果的影响，结果表明，模型具有较高的稳定性，阻尼系数影响很小。

问题三中，主要是建立了两个油井产量估算模型和基于灰色理论的抽油井泵功图诊断模型。

关于油井日产液量的计算问题，建立了计算油井日产量的数学模型。求解该模型，首先需要计算有效冲程。模型一是利用泵功图各点曲率变化与有效冲程关系，通过计算泵功图各点曲率变化量，可以确定阀门的开闭点，从而得到有效冲程。模型二利用泵功图各点位移、斜率的变化，估算有效冲程，并利用实际产液量模型对石油的日产量进行估算。利用有效冲程计算模型一得到两口井有效冲程分别为 2.16 米和 3.29 米，

估算两口油井日产量分别为 90.7 吨、28.79 吨，利用有效冲程计算模型二得到两口井有效冲程分别为 2.11 米和 3.37 米，估算油井日产量为 88.87 吨、29.13 吨。比较表明两种模型的计算结果比较接近。

关于抽油井工况的自动诊断问题，首先提取样本泵功图的统计特征值，计算样本泵功图与标准泵功图的统计特征值之间的灰关联，利用关联度的大小确定油井一为泵正常，油井二为游动双凡尔漏失。利用分辨系数的变化，讨论了模型的稳定性检验。

问题四中，在考虑杆重的影响下，对问题二的模型进行了修改，重新建立了位移函数 $u(x,t)$ 所满足的数学模型。利用该模型重新计算 1#、7#油井的泵功图，与问题二的计算结果对应比较，结果表明杆的自重对模型的影响在可接受的范围内。关于阻尼系数的推导，将阻尼系数的导出看成 Gibbs 方程的反问题，通过建立 Gibbs 方程的差分方程导出阻尼系数计算模型一。利用粘滞阻尼力以及粘滞摩擦功，导出了阻尼系数的计算的模型二。

在问题的解答过程中，我们对理论的正确性、模型的稳定性和算法的合理性进行了深入的研究。比如：将一级杆泵功图转化模型扩展到多级；在改进的 Gibbs 方程中考虑了重力项，对非齐次微分方程进行了详细的推导和求解；利用 Gibbs 模型反向推导阻尼系数的具体过程；以及模型的稳定性检验工作等。

关键词：有杆抽油系统 悬点示功图 泵功图 Gibbs 模型 有效冲程 灰色理论

一、问题重述

有杆抽油系统将电机旋转运动转化为抽油杆的上下往返周期运动，带动设置在杆下端的泵的两个阀相继开闭，从而将地下上下千米深处蕴藏的原油抽到地面上来。

有杆抽油系统本质上是一个四连杆机构。分析四连杆的运动规律，是探索抽油系统产量、效率等性能指标的基础工作。悬点是连接在抽油杆上端的点，建立悬点的运动规律模型，对分析地下泵的运动极为重要。

示功图是描述抽油杆中任一水平截面处基本信息的通用方法。Gibbs 给出了悬点示功图转化为地下示功图的模型。模型如何求解，其中涉及原始数据的处理、边界条件、初始条件和求解解法，需要进一步研究。

抽油杆带动柱塞上下运动，通过压差使地面深处的油从出油口排出。泵功图中描述了泵中柱塞处的位移-荷载之间的关系，根据泵功图即可估算油井产量。

需要求解的主要问题如下：

(1) 求出悬点一个冲程的运动规律，并与有荷载的附件 1 的悬点位移数据进行比较；

(2) 根据 Gibbs 模型进行泵功图的求解，分别利用附件 1 和附件 2 的油井参数和悬点示功图数据进行计算；

(3) 建立 2 个不同的由泵功图估计油井产量的模型，并利用附件数据估算两口井一天的产液量；或建立以泵功图数据判断泵内是否充气的判别模型；

(4) 对 Gibbs 模型原理进行分析，改进该模型并求解运用；或详细推导 Gibbs 模型中的阻尼系数。

二、问题分析

有杆抽油系统的数学建模及诊断，实质上分为两部分：一是分析抽油系统的运动

规律，据此得到悬点的示功图；二是建立由悬点示功图转化为泵功图的有效模型，运用泵功图监测抽油机井工况。

问题一要求我们求出悬点一个冲程的运动规律。求解该问题的方法主要是构建四连杆机构之间的几何关系，通过三角形的勾股定理和余弦定理进行推导即可。对悬点位移数据的求解过程中，要注意题中数据的量纲以及“死点”的情况。

问题二中 Gibbs 给出了示功图转化为泵功图的二阶齐次偏微分方程，附件文献中给出了傅立叶级数变换的求解方法。求解该问题时涉及参数较多，其中特别需要注意原始数据从 0 时刻开始的判断以及量纲单位的标准化。

问题三中泵功图的应用分为两方面。一是建立估计油井产量的模型。其中，利用有效冲程估计油井的产量模型，主要是提出柱塞有效冲程的确定方法，进而通过抽油泵排量公式即可计算产液量。二是判别泵功图数据是否属于泵内充气的情况。附录 5 给出了理论泵内充气的泵功图形状，则只需比较泵功图数据与理论的充气泵功图即可。其中，泵功图特征的提取是关键。

问题四是发现 Gibbs 理论的不足并改进，或是能够提高阻尼系数的计算精度。因此，全面细致地研究 Gibbs 模型是解决本问题的重点。

三、符号说明

变量	符号	单位	变量	符号	单位
曲柄旋转的角速度	ω	rad/s	抽油杆的截面积，	f_r	m^2
游梁转动的角度	θ	rad	柱塞的有效冲程	S_{pe}	m
悬点位移	S_A	m	泵深	L	m
悬点速度	V_A	m/s	冲次	N_s	min^{-1}
悬点载荷	$D(t)$	N	泵日排量	Q_p	m^3/d
抽油杆柱断面不同时间的位移	$u(x,t)$	m	油井的实际产量	Q	m^3/d
抽油杆柱任一断面的深度	x	m	阻尼系数	c	s^{-1}
柱塞横截面面积	A_p	m^2	关联度	$\varepsilon_i(k)$	

四、模型的建立与求解

4.1 问题一：光杆悬点运动规律

电机旋转运动带动曲柄旋转，再通过四连杆机构转变为抽油杆的垂直运动^[1]。假设驴头外轮廓线为部分圆弧、电机匀速运动，悬点下方只挂光杆。下文根据抽油机四连杆机构的几何关系和运动特点，建立摆动方程，求得了光杆式抽油机悬点运动参数的解析解。

4.1.1 模型的建立

模型一：精确悬点运动规律

以通过游梁支撑点 O 的垂直长轴为坐标轴 Y 轴, 为方便推导四连杆机构的几何关系, 用变量符号代表长度和夹角。抽油机的四连杆机构示意图如图 4.1 所示。

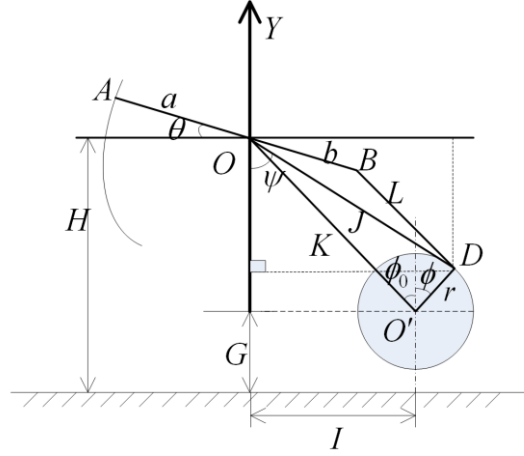


图 4.1 抽油机四连杆机构示意图

图 4.1 中, 主要参数含义如下:

- a : 游梁前臂长;
- b : 游梁后臂长;
- L : 连杆长度;
- r : 曲柄半径;
- I : 游梁支撑点与曲柄圆心的水平距离;
- H : 游梁平行于水平面时悬点离地面的高度;
- θ : 游梁转动的角度。

由附录 4 可知, 该四连杆机构在初始状态时, AB 平行水平面, 曲柄滑块 D 位于上顶点, 而悬点达到下死点。因此, 可以判断, 此时 B 、 D 、 O' 三点共线, 否则悬点还可继续下降。此后, 曲柄开始沿顺时针方向做匀速圆周运动。

在某一时刻 t 时, 在 $\triangle OBD$ 中, 根据余弦定理有:

$$L^2 = b^2 + J^2 - 2bJ \cos \left[\frac{\pi}{2} - (\theta + \psi) \right] \quad (4.1)$$

从 D 点作水平线, OD 、 Y 轴与该水平线形成一直角三角形, 根据勾股定理可以推算得到:

$$J = \sqrt{(I + r \sin \phi)^2 + (H - G - r \cos \phi)^2} \quad (4.2)$$

$$\psi = \arctan \left(\frac{I + r \sin \phi}{H - G - r \cos \phi} \right) \quad (4.3)$$

式中, θ 为任意时刻游梁的摆角; ψ 为任意时刻 J 和 Y 轴反方向的夹角; $\phi = \omega t$ 为曲柄转角, 它等于角速度 ω 与时间 t 的乘积。由式(4.1)可以得到游梁的摆动方程为:

$$\theta = \frac{\pi}{2} - \arccos \left(\frac{b^2 + J^2 - L^2}{2bJ} \right) - \psi \quad (4.4)$$

(1) 悬点运动位移的推算

设在 t 时刻游梁转动的角度为 $\theta(t)$ ， t 时刻游梁的角位移 $\Delta\theta(t)$ 为：

$$\Delta\theta(t) = \theta(t) - \theta(t_0) \quad (4.5)$$

式中， $\theta(t_0)$ 为光杆初始摆角，即 $t=0$ 时刻光杆水平方向的夹角。

游梁绕支点 O 摆动时因其前、后臂的角位移相等，故 t 时刻悬点位移 $S_A(t)$ 为：

$$S_A(t) = a \cdot [\theta(t) - \theta(t_0)] \quad (4.6)$$

对某一给定型号的抽油机而言， θ_0 为常数。给定 $\theta(t)$ 值，便可计算出悬点位移 $S_A(t)$ 。

(2) 悬点运动速度的推算

速度是位移的一阶微分。根据游梁的摆动方程式(4.4)，对时间 t 求导，即可得到游梁摆动的角速度 $\frac{d\theta}{dt}$ 为：

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{J + \cos(\theta + \psi)}{bJ \sin(\theta + \psi)} \cdot \frac{dJ}{dt} - \frac{d\psi}{dt} \quad (4.7)$$

式中， $\frac{dJ}{dt} = \omega_r \sin(\phi + \psi)$ ， $\frac{d\psi}{dt} = \frac{\omega_r}{J} \cos(\phi + \psi)$

代入后整理可得：

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{\omega_r [J \sin(\phi + \psi) + b \sin(\phi - \theta)]}{bJ \sin(\theta + \psi)} \quad (4.8)$$

在 $\Delta OO'D$ 中，运用正弦定理可得：

$$J \sin(\phi + \psi) = K \sin(\phi + \phi_0) \quad (4.9)$$

其中 K 与 ϕ_0 的表达式为：

$$K = \sqrt{I^2 + (H - G)^2}, \phi_0 = \arctan \frac{I}{H - G}$$

将式(4.9)代入式(4.8)，可得游梁摆角公式为：

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{\omega_r [K \sin(\phi + \phi_0) + b \sin(\phi - \theta)]}{bJ \sin(\theta + \psi)} \quad (4.10)$$

由于游梁绕支点 O 摆动时前、后臂的角速度相等，故 t 时刻悬点的速度 $V_A(t)$ 为：

$$V_A(t) = a \frac{d\theta}{dt} = \frac{a\omega_r [K \sin(\psi + \phi_0) + b \sin(\phi - \theta)]}{bJ \sin(\theta + \psi)} \quad (4.11)$$

(3) 悬点运动加速度的推算

利用(4.10)，对时间 t 求导，则 t 时刻游梁摆动的角加速度为：

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{\omega_r^2 [K \cos(\phi + \phi_0) + b \sin(\phi - \theta)]}{bJ \sin(\theta + \psi)} - \frac{2b\omega \cos(\phi - \theta)}{bJ \sin(\theta + \psi)} \frac{d\theta}{dt} - \frac{\cos(\theta + \psi)}{bJ \sin(\theta + \psi)} \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 \quad (4.12)$$

根据游梁摆动前、后臂角加速度相等的原理，推算 t 时刻悬点的加速度 $W_A(t)$ 为：

$$W_A(t) = a \frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{a\omega_r^2 [K \cos(\phi + \phi_0) + b \sin(\phi - \theta)]}{bJ \sin(\theta + \psi)} - \frac{2ab\omega \cos(\phi - \theta)}{bJ \sin(\theta + \psi)} \frac{d\theta}{dt} - \frac{a \cos(\theta + \psi)}{bJ \sin(\theta + \psi)} \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 \quad (4.13)$$

综上所述，四连杆机构的几何关系分析的抽油机运动规律可以用表 4.1 综合给出：

表 4.1 悬点运动规律

参数	表达式
悬点位移 S_A	$S_A(t) = \alpha \cdot [\theta(t) - \theta(t_0)]$
悬点运动速度 V_A	$V_A(t) = \frac{a\omega_r [K \sin(\phi + \phi_0) + b \sin(\phi - \theta)]}{bJ \sin(\theta + \psi)}$
悬点加速度 W_A	$W_A(t) = \frac{a\omega_r^2 [K \cos(\phi + \phi_0) + b \sin(\phi - \theta)]}{bJ \sin(\theta + \psi)} - \frac{2ab\omega \cos(\phi - \theta)}{bJ \sin(\theta + \psi)} \frac{d\theta}{dt} - \frac{a \cos(\theta + \psi)}{bJ \sin(\theta + \psi)} \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2$

表 4.1 中， $\psi = \arctan \left(\frac{I + r \sin \phi}{H - G - r \cos \phi} \right)$ ； $\theta = \frac{\pi}{2} - \arccos \left(\frac{b^2 + J^2 - L^2}{2bJ} \right) - \psi$

为进一步比较理论计算结果与有载荷的悬点位移数据之间的差距，本文还研究了附件《采油工艺原理》^[1]书中给出的简化为曲柄滑块机构时的悬点运动规律。

模型二：简化为曲柄滑块机构时的悬点运动规律

简化为曲柄滑块机构时，主要有如下假设：①曲柄半径 r 与连杆长度 L 的比值有限， $0 < r/L < 1/4$ ；②将 B 点绕游梁支点 O 的弧线运动近似地视为直线运动。

经推算得到悬点的运动规律为：

$$\text{位移： } S_A(t) = r \left(1 - \cos \theta + \frac{r}{2L} - \sin^2 \theta \right) \frac{a}{b} \quad (4.14)$$

$$\text{速度： } V_A(t) = r \left(\sin \theta + \frac{r}{2L} \sin \theta \right) \frac{a}{b} \frac{d\theta}{dt} \quad (4.15)$$

$$\text{加速度: } W_A(t) = r \left(\cos \theta + \frac{r}{L} \cos 2\theta \right) a \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 \quad (4.16)$$

4.1.2 模型的求解

运用 MATLAB 软件对抽油机四连杆结构的精确悬点运动规律模型和简化模型编程计算，可以得到悬点位移，具体程序见附录 1。一个冲程内悬点位移理论值与附件 1 中悬点位移数据的对比结果，如图 4.2 所示。

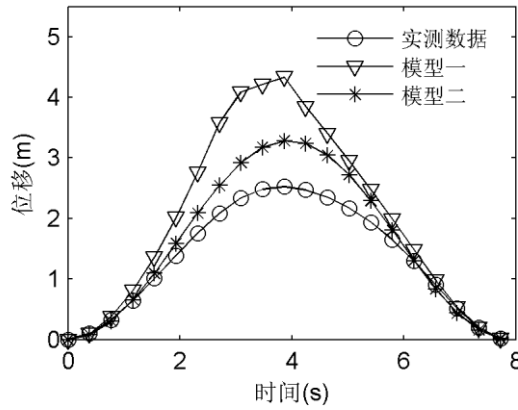


图 4.2 悬点位移理论与实测数据

图 4.2 中，原数据表示附件 1 中悬点位移，简化解表示模型二的悬点位移，精确解表示模型一的悬点位移。

图 4.3 和图 4.4 表示采用上文中两种悬点位移理论模型计算得到的悬点速度和加速度。

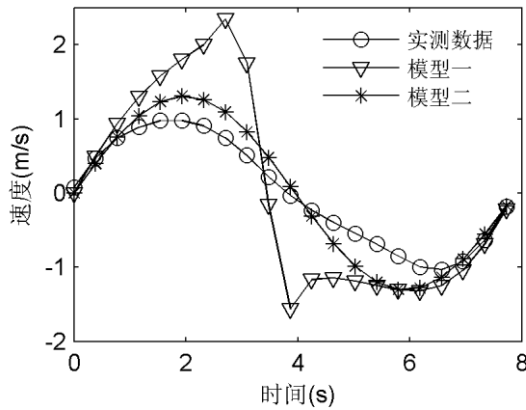


图 4.3 悬点速度理论与实测数据

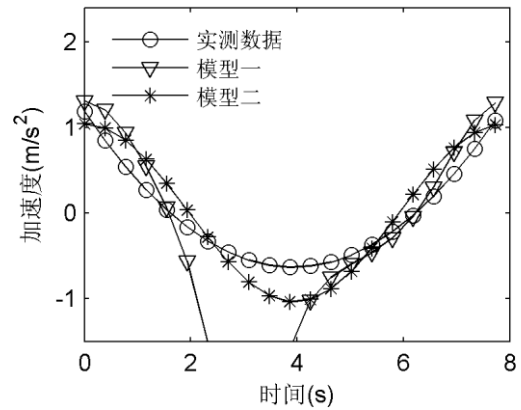


图 4.4 悬点加速度理论与实测数据

4.1.3 结果分析

由图 4.2 可以看到，当游梁在水平方向的夹角 θ 为 90° （即位移为 0）当悬点位于下死点附近时，模型的理论值与实际值吻合较好；当游梁在水平方向的夹角 θ 为 270° （不可能达到 90° ）当悬点位于上死点附近时，理论值与实际值相差很大。

精确解与原数据的吻合程度低于简化解与原数据的吻合程度，产生这种现象的原因可能有以下几个方面：

- ①曲柄滑块或曲柄销及铰链之间存在一定间隙，导致当悬点达到最大位移处时，

游梁长 $a+b$ 与连杆长度 L 之和小于 AO' 的长度，不能满足三角形的构成条件，因此计算中在位移较大处出现复数的情况。

②实际工作中，悬点并不是直接与前臂端点相连，而是借助驴头与游臂相连，模型中假设驴头外轮廓线为部分圆弧，这点与实际不同，因此，也可能造成不小的误差。

③精确解在附件 1 的油井参数下求解精度不高；

④附件 1 中的数据有测量误差。

为了进一步检验上文中的两种悬点位移理论模型，我们还对比了附件 2 中的数据，如图 4.5 所示。

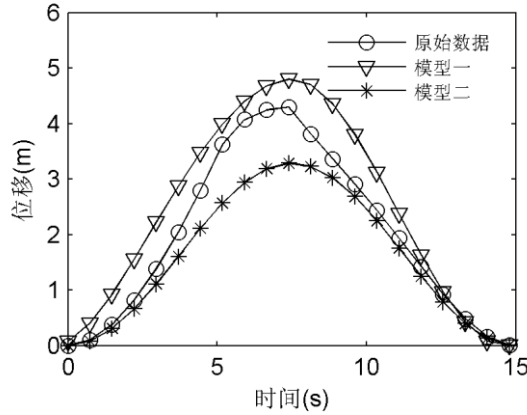


图 4.5 悬点位移理论与附件 2 的实测数据

由图 4.5 可得，与简化解模型相比较，精确解模型更好地吻合了悬点运动位移数据。

综合以上数据，本节采用的两种悬点位移理论模型能够较好的反映悬点运动的位移规律，说明了该模型的准确性。

4.2 问题二：泵功图计算

Gibbs 给出了悬点示功图转化为地下示功图的模型。下文将从原始数据的处理、边界条件、初始条件给出 Gibbs 模型的具体求解算法。

4.2.1 一级杆泵功图计算模型

井下泵示功图转化技术，是通过建立数学模型，将实测的悬点示功图转化为杆上任意点的示功图并最终确定泵功图^[2]。通过示功图转化技术，可有效诊断油井的工作状况。Gibbs^[3]提出了描述抽油杆柱运动和应力传播的粘滞阻尼波动的微分方程，该方程可以构成抽油杆柱 x 断面、 t 时刻的位移 $u(x,t)$ 所满足的方程。

$$\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} - c \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} \quad (4.17)$$

抽油杆柱 x 断面、 t 时刻的位移 $u(x,t)$ 所满足的边界条件可以表示为

$$\begin{cases} u(x,t)|_{x=0} = U(t) \\ EA \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} \Big|_{x=0} = D(t) - W_r \end{cases} \quad (4.18)$$

其中 $D(t)$ 表示悬点动载荷函数， $U(t)$ 表示悬点位移函数， W_r 表示重力。

抽油杆柱 x 断面、 t 时刻的位移 $u(x,t)$ 所满足的周期条件可以表示为

$$u(x, t + \frac{2\pi}{\omega}) = u(x, t) \quad (4.19)$$

综合抽油杆柱 x 断面、 t 时刻的位移 $u(x,t)$ 所应满足的方程、边界条件以及周期条件，可以得到 $u(x,t)$ 的数学模型为下面的定解问题：

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} - c \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} \\ u(x,t)|_{x=0} = U(t), \quad EA \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} \Big|_{x=0} = D(t) \\ u(x, t + \frac{2\pi}{\omega}) = u(x, t) \end{cases} \quad (4.20)$$

式中， $u(x,t)$ 为抽油杆柱断面不同时间的位移， m；

x 为抽油杆柱任一断面的深度， m；

t 为时间， s；

a 为应力传播速度，一般取 4960 m/s；

c 为粘滞阻尼系数。

4.2.2 一级杆泵功图计算模型求解

根据式(4.17)及给定的边界条件和周期条件，可得到抽油杆柱 x 断面、 t 时刻的位移表达式：

$$u(x,t) = \frac{\sigma_0}{2Ef_r} x + \frac{\gamma_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} O_n(x) \cos n \omega t + P_n(x) \sin n \omega t \quad (4.21)$$

抽油杆柱 x 断面、 t 时刻的动载荷随时间的变化表达式：

$$F(x,t) = Ef_r \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} = Ef_r \left[\frac{\sigma_0}{2Ef_r} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\partial O_n(x)}{\partial x} \cos n \omega t + \frac{\partial P_n(x)}{\partial x} \sin n \omega t \right] \quad (4.22)$$

式中： E 为抽油杆弹性模量， Pa；

f_r 为抽油杆的截面积， m^2 ；

ω 为曲柄角速度， rad/s；

$\sigma_0, \gamma_0, O_n, P_n$ 分别为位移函数和载荷函数中的系数，它们与阻尼系数、 $D(t)$ 和 $u(t)$ 的傅立叶系数、曲柄角速度等有关。

将泵中柱塞的深度代入式(4.18)和式(4.19)中计算，即可得到泵功图数据。

由于上面的计算过程比较复杂，在利用附件 1 的数据来计算时，可以按照下面的求解步骤来进行。

(1) 原始数据处理

对原始数据进行处理，统一标准是绘制泵功图的基础工作。对原始数据的处理主要包括 4 部分：

① 初始时刻数据的判断：题中规定，在初始时刻悬点的位移为 0。因此，应先选定位移最小的数据作为初始时刻点；

② 原始数据序列的平移：同步平移悬点的位移数据及载荷数据序列。

③ 抽油杆上下冲程的判断：在确定初始时刻的位置后，考虑上下冲程载荷的变化。上冲程过程中泵内吸入液体，从固定阀开启到固定阀关闭，柱塞上升，该过程中柱塞的载荷维持在一个较高的水平，且柱塞的位移量较大。下冲程从游动阀开启到游动阀关闭，泵内液体进入柱塞上部，柱塞下降，该过程中柱塞的载荷维持在一个较低的水平，且柱塞的位移量也较大。

④ 重力项的处理：附表 1 中的原始数据为检测系统实测的地面示功图载荷，即悬点总载荷，包括液柱载荷、抽油杆在液体中的重量、摩擦载荷以及动载荷等。而 Gibbs 模型描述抽油杆柱运动和应力传播的粘滞阻尼波动的微分方程中使用的是动载荷。由于其他因素影响较小，通常从悬点总载荷减去抽油杆重量后作为动载荷。

(2) 阻尼系数计算

$$c = \frac{\pi a c_d}{2 L} \quad (4.23)$$

式中， c_d 为无量纲阻尼因子，可由图 4.6 查得； L 为泵深，m。

由于题中光杆速度没有给定，因此，我们把问题一计算得到的光杆速度平均值作为光杆速度，进而查找得到无量纲等效阻尼系数。计算得到，光杆速度平均值为 0.63 m/s，对应无量纲等效阻尼系数 c_d 取值 0.15，此时阻尼系数 $c = 0.8$ 。

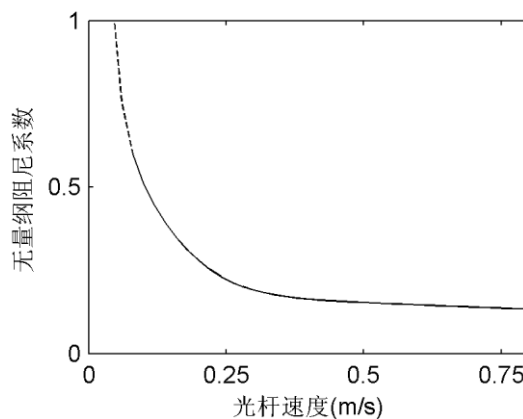


图 4.6 光杆速度与无量纲阻尼系数关系

(3) 傅立叶系数 $\sigma_n, \tau_n, \gamma_n, \delta_n$ 的计算

$\sigma_0, \sigma_n, \tau_n, \gamma_0, \gamma_n, \delta_n$ 分别为悬点动载荷 $D(t)$ 和光杆位移函数 $u(t)$ 的傅立叶系数：

$$D(t) = \frac{\sigma_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (\sigma_n \cos n \omega t + \tau_n \sin n \omega t) \quad (4.24)$$

$$U(t) = \frac{\gamma_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (\gamma_n \cos n \omega t + \delta_n \sin n \omega t) \quad (4.25)$$

因此，傅立叶系数 $\sigma_n, \tau_n, \gamma_n, \delta_n$ 可用如下公式求得：

$$\sigma_n = \frac{\omega}{\pi} \int_0^T D(t) \cos n \omega t \, dt \quad (4.26)$$

$$\tau_n = \frac{\omega}{\pi} \int_0^T D(t) \sin n \omega t \, dt \quad (4.27)$$

$$\gamma_n = \frac{\omega}{\pi} \int_0^T U(t) \cos n \omega t \, dt \quad (4.28)$$

$$\delta_n = \frac{\omega}{\pi} \int_0^T U(t) \sin n \omega t \, dt \quad (4.29)$$

(4) 特殊系数的计算：

$$\alpha_n = \frac{n\omega}{a\sqrt{2}} \sqrt{1 + \sqrt{1 + \left(\frac{c}{n\omega}\right)^2}} \quad n = 1, 2, \dots, \bar{n} \quad (4.30)$$

$$\beta_n = \frac{n\omega}{a\sqrt{2}} \sqrt{-1 + \sqrt{1 + \left(\frac{c}{n\omega}\right)^2}} \quad n = 1, 2, \dots, \bar{n} \quad (4.31)$$

$$K_n = \frac{\sigma_n \alpha_n + \tau_n \beta_n}{EA_r (\alpha_n^2 + \beta_n^2)} \quad (4.32)$$

$$\mu_n = \frac{\sigma_n \alpha_n - \tau_n \beta_n}{EA_r (\alpha_n^2 + \beta_n^2)} \quad (4.33)$$

式中： E 为钢材弹性模量，本题给出为 $2.1 \times 10^{11} \text{ Pa}$ ； A_r 为抽油杆截面积， m^2 ；

(5) 位移函数和载荷函数中系数的计算：

$$O_n = (K_n \text{ch} \beta_n X + \delta_n \text{sh} \beta_n X) \sin \alpha_n X + (\mu_n \text{sh} \beta_n X + \gamma_n \text{ch} \beta_n'' X) \cos \alpha_n X \quad (4.34)$$

$$P_n = (K_n \text{sh} \beta_n X + \delta_n \text{ch} \beta_n X) \cos \alpha_n X - (\mu_n \text{ch} \beta_n X + \gamma_n \text{sh} \beta_n X) \sin \alpha_n X \quad (4.35)$$

$$\begin{aligned} O_n' = & \left[\frac{\tau_n}{EA_r} \text{sh} \beta_n X + (\delta_n \beta_n - \gamma_n \alpha_n) \text{ch} \beta_n X \right] \sin \alpha_n X \\ & + \left[\frac{\sigma_n}{EA_r} \text{ch} \beta_n X + (\gamma_n \beta_n + \delta_n \alpha_n) \text{sh} \beta_n X \right] \cos \alpha_n X \end{aligned} \quad (4.36)$$

$$P'_n = \left[\frac{\tau_n}{EA_r} ch\beta_n X + (\delta_n \beta_n - \gamma_n \alpha_n) sh\beta_n X \right] \cos \alpha_n X - \left[\frac{\sigma_n}{EA_r} sh\beta_n X + (\gamma_n \beta_n + \delta_n \alpha_n) ch\beta_n X \right] \sin \alpha_n X \quad (4.37)$$

(6) 载荷 $F(x,t)$ 与位移 $u(x,t)$ 的计算

分别对以上四类系数进行计算，并将系数代入 Gibbs 模型中，即可得到油杆柱任意深度 x 断面的载荷 $F(x,t)$ 与位移 $u(x,t)$ 之间的关系。

对原始数据进行初步处理后，按照 4.2.1~4.2.2 所述 Gibbs 模型及其求解算法，对附件 1 的数据进行计算，计算结果见 excel 附件。绘制这口井的悬点示功图和泵功图如图 4.7。

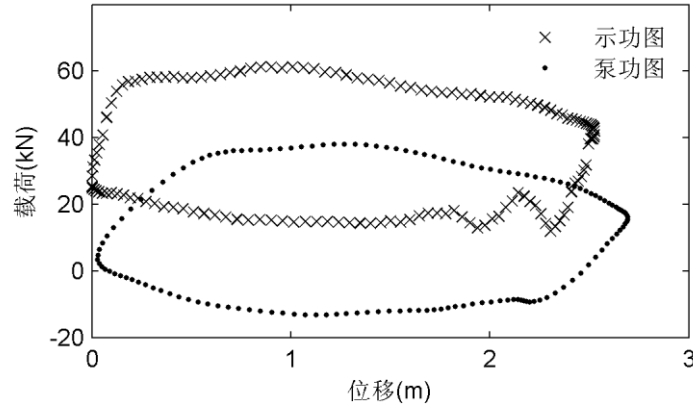


图 4.7 一级杆的悬点示功图和泵功图

4.2.3 光杆为多级杆的数学模型

上面的讨论均假设光杆为一级杆。对于多级杆柱结构，两杆连接处的载荷与位移连续条件多年来一直沿用由 J.F.Lea 提出的过渡处理条件：上级抽油杆底端与下级抽油杆顶端的载荷、位移都是始终相等的。

结合一级杆泵功图计算的模型，得到多级杆泵功图计算模型为：

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} - c \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} \\ u(x,t)|_{x=0} = U(t), \quad EA \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} \Big|_{x=0} = D(t) \\ u(x,t)|_{t=0} = 0, \quad \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} \Big|_{t=0} = 0 \\ u_j^d(t) = u_{j+1}^s(t), F_j^d(t) = F_{j+1}^s(t) \end{cases}$$

式中， $u_j^d(t), F_j^d(t)$ 分别为 t 时刻第 j 级抽油底端的载荷与位移；（右上角标的含义？）

$u_{j+1}^s(t), F_{j+1}^s(t)$ 分别为 t 时刻第 $j+1$ 级抽油顶端的载荷与位移。

从上述模型可以看到，多级杆泵功图的计算需要反复利用 Gibbs 模型逐级求解，此时，给定的边界条件、周期条件均不变，但增加了连续性条件。因此，在逐级计算中，只需对 4.2.2 节中(3)、(4)、(5)类系数进行重新计算，其中(4)、(5)类系数的计算公式不变，(3)类系数的计算公式，根据力的连续性原理，有：

$$\begin{cases} \sigma_0^{j+1} = \sigma_0^j \\ \sigma_n^{j+1} = EA_j O_n^j \\ \tau_n^{j+1} = EA_j P_n^j \\ \gamma_0^{j+1} = \frac{\sigma_0}{EA_j} x_j + \gamma_0^j \\ \gamma_n^{j+1} = O_n^j \\ \delta_n^{j+1} = P_n^j \end{cases}$$

式中，上标 j 表示第 j 级光杆， $\sigma_0, \sigma_n, \tau_n, \gamma_0, \gamma_n, \delta_n$ 均为傅立叶级数的系数。

以此为条件，依次计算下一级杆末 $u(x_i, t)$ 和 $F(x_i, t)$ ，并依次计算直到最后一级抽油杆末端的位移-载荷关系图，即为泵功图。

4.2.4 光杆为多级杆的模型求解

对原始数据进行初步处理后，按照 4.2.1~4.2.3 所述 Gibbs 模型及其求解算法，对附件 2 的数据进行计算，计算结果见 excel 附件。绘制这两口井的悬点示功图和泵功图如图 4.8 所示。

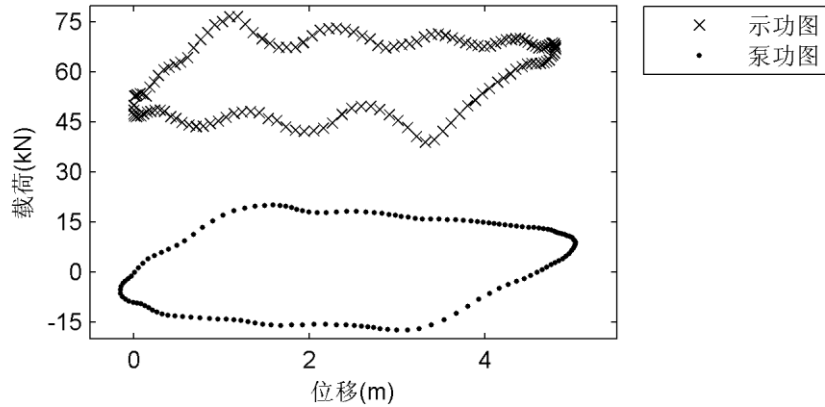


图 4.8 三级杆的悬点示功图和泵功图

4.2.5 模型检验

如图 4.7 和图 4.8 所示，悬点示功图的曲线不平滑存在一些波峰，难以分辨阀开闭点的具体位置。采用 Gibbs 模型中的方法，把悬点示功图转换为泵功图，由于泵功图中曲线平滑不存在波峰，易于分别出阀门的具体位置。

为检验模型的稳定性，下文讨论了傅立叶级数截取的项数 \bar{n} 和阻尼系数 c 对泵功图的影响。

(1) 傅立叶级数截取的项数 \bar{n} 对泵功图的影响

在问题二给出的由示功图转化为泵功图的 Gibbs 模型中，采用傅立叶级数计算系数的是其中的一个重要步骤。为检验模型的稳定性，下文讨论泵的位移和载荷随傅立叶项数 \bar{n} 的变化。

令 \bar{n} 分别取值为 10, 15 和 20, 采用 Gibbs 模型计算得到泵的位移与载荷分别如图 4.9、图 4.10 所示。从中可以看到, 傅立叶截取的项数取 10~20 时, 泵的位移和载荷变动很小, 模型稳定性较好。

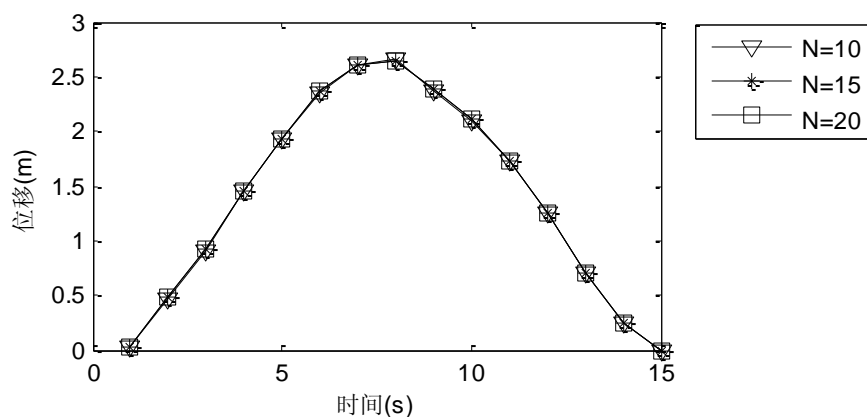


图 4.9 泵的位移随傅立叶项数的变化

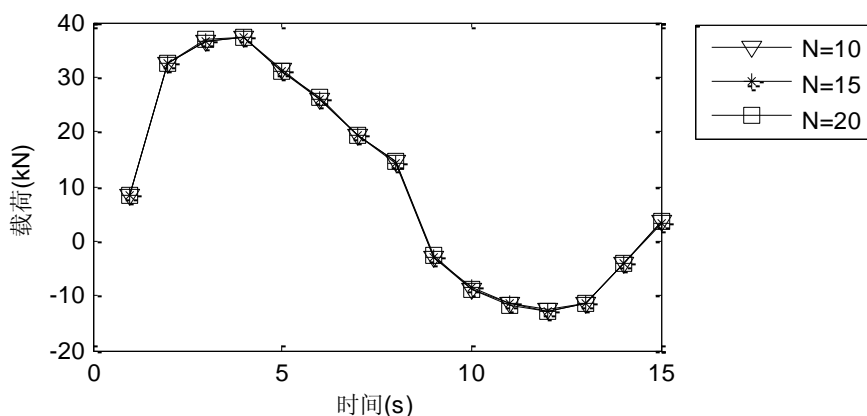


图 4.10 泵的载荷随傅立叶项数的变化

(2) 阻尼系数对泵功图的影响

大多数的阻尼系数公式是经诸多假设后推出的, 不能完整地反映实际情况。本文在计算时取 0.8。下文旨在考察阻尼因子对泵的影响。

令阻尼系数 c 分别取值为 0.1, 0.5 和 1, 计算得到泵的位移与载荷分别如图 4.11 和图 4.12 所示。图中不难看到, 阻尼系数对泵的位移影响较小; 随着阻尼系数的增大, 泵的载荷加大。

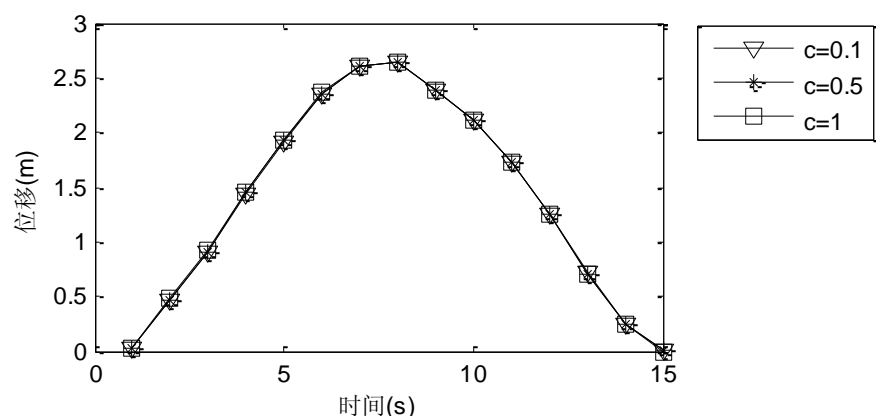


图 4.11 泵的位移随阻尼系数的变化

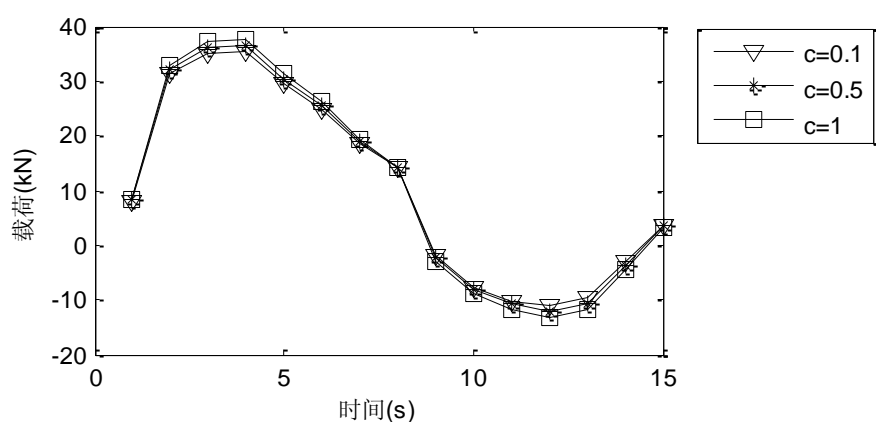


图 4.12 泵的载荷随阻尼系数的变化

绘制随阻尼系数变化的泵功图见图 4.13。图中更为清晰地反映了载荷大小与阻尼系数大小成正比的规律。在阻尼系数变化时，泵功图的总体趋势相吻合，且当 c 变化时载荷相差控制在 2kN 以内。

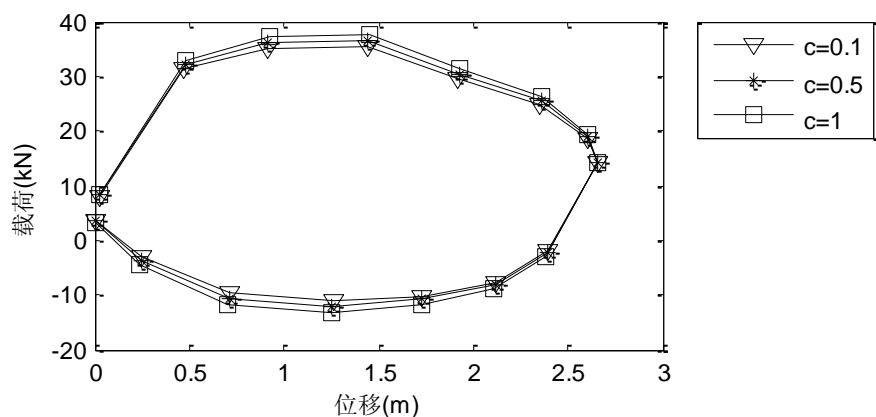


图 4.13 泵功图随阻尼系数的变化

分析傅立叶级数截取的项数 \bar{n} 和阻尼系数 c 对泵功图的影响，进一步验证了 Gibbs 模型的稳定性，同时也说明，阻尼系数的大小直接影响泵的载荷，进而影响油的产量，值得进一步研究。

4.3 问题三：泵功图的应用

问题三主要包括两部分：一是建立估计油井产量的两个模型。二是判别泵功图数

据是否属于泵内充气的情况。利用灰色理论，在对泵功图的灰度特征进行提取和统计的基础上，计算样本泵功图与标准泵功图的关联度。

4.3.1 模型一的建立：利用有效冲程估计油井产量的模型

油井的产液量是指井口原油脱气后的地面实际产液量，其计算公式为^[4]：

$$Q = \eta_v \times 1440 \times S_{pe} \times N_s \times A_p \quad (4.32)$$

式中， Q 为油井的产量， m^3/d ；

S_{pe} 为柱塞的有效冲程， m ；

η_v 为混合物的体积系数， m^3/m^3 ；

A_p 为柱塞横截面面积， m^2 ；

N_s 为冲次， min^{-1} 。

4.3.2 模型一的求解

在公式（4.38）中， N_s, A_p 为常数，因此，估计油井产量的模型步骤为：

- ① 对泵功图进行几何特征提取，确定泵的有效冲程（即柱塞有效冲程）；
- ② 利用抽油泵排量公式计算抽油泵日排量，进而折算出井口产液量。

（一）有效冲程的估计

1. 泵功图分析

为说明由阀开闭点位移计算有效冲程的步骤，本文给出某工况下泵功图中阀开闭点关系的示意图见图 9。

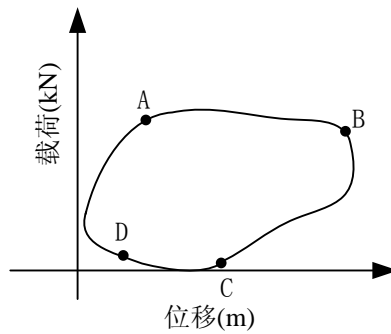


图 4.14 泵示功图与阀开闭点的关系

图 4.14 中，A 点为固定阀开启点，B 点为固定阀关闭点，C 点为游动阀开启点，D 点为游动阀关闭点；DAB 为上冲程，BCD 为下冲程。

根据泵的工作过程和泵柱塞上载荷的大小及阀开闭点的位置，可以将泵示功图分为四个阶段：

① DA 柱塞加载段，从游动阀关闭到固定阀开启，柱塞上行，柱塞载荷在短时间内迅速增大，但相对于泵筒的位移变化量较小。

② AB 高载荷段又称为吸入过程，从固定阀开启到固定阀关闭，柱塞上行，柱塞载荷维持在一个较高的水平，同时相对于泵筒的位变化量较大；

③BC 柱塞卸载段，从固定阀关闭到游动阀开启，柱塞下行，柱塞载荷在短时间内迅速减小，但相对于泵筒的位移变化量较小；

④CD 低载荷段又称为泵排出过程，从游动阀开始到游动阀关闭，柱塞下行，柱塞载荷维持在一个较低的水平，同时相对于泵筒的位移变化量最大。

可以看到，在每个阶段的开始部分，泵功图上对应点的曲率变化明显较大。因此，考虑通过在示功图的高低载荷段求出两个曲率变化最大的点以确定阀开闭点，进而计算柱塞的有效冲程：

$$S_{pe} = \min \{ |AB|, |CD| \} \quad (4.33)$$

综上，有效冲程的确定转化为对 A、B、C、D 四个阀开闭点位移的推算。

2. 阀开闭点的确定

将泵功图分为高低两个载荷段，分别求出高低载荷段曲率变化最大的两个点，这两个点即为阀在上下冲程的开点和闭点。

曲率 K 是连续曲线上任意一点处夹角对弧度的变化率，该变化率等于曲率半径 R 的倒数。如下式所示：

$$K = \frac{d\alpha}{dS} = \frac{1}{R} \quad (4.34)$$

由于泵功图曲线由一系列离散点连接而成，无法得到精确的解析函数，所以无法直接求得泵示功图上任一点的曲率变化量。本文中假定相邻的三点可以近似为连续曲线，根据三点共圆，即可求得离散点的曲率半径。

3. 有效冲程的计算

柱塞的有效冲程 S_{pe} 主要根据泵功图中阀开闭点的位置来确定^[5]，曲率变化量的值越大，说明曲线弯曲程度越大。由于泵功图中位移和载荷在数值上相差较大、单位不同，故先进行标准化处理；另一方面，为使数值计算方法得到的泵示功图封闭曲线更为平滑，故在实际计算中采用五点平均法消除或降低其引起的曲率变动。通过两方面的处理，既能提高计算曲率的精度，也保证了曲率变化量大小顺序的不变性。

计算柱塞有效冲程的具体步骤如下：

1) 用五点平均法求每一点的坐标平均值，即：

$$\overline{X}_i = \frac{x_{i-2} + x_{i-1} + x_i + x_{i+1} + x_{i+2}}{5} \quad (4.35)$$

$$\overline{Y}_i = \frac{y_{i-2} + y_{i-1} + y_i + y_{i+1} + y_{i+2}}{5} \quad (4.36)$$

2) 将离散的泵功图数据归一化：

$$\Delta X_i = \frac{\overline{X}_i - X_{\min}}{X_{\max} - X_{\min}} \quad (4.37)$$

$$\Delta Y_i = \frac{\overline{Y}_i - Y_{\min}}{Y_{\max} - Y_{\min}} \quad (4.38)$$

式中， X_{\max} ， X_{\min} 分别为泵功图离散点横坐标的最大值和最小值， Y_{\max} ， Y_{\min} 分别为纵坐标的最大值和最小值。

附件数据归一化后的泵功图分别如图 4.15 和图 4.16 所示。

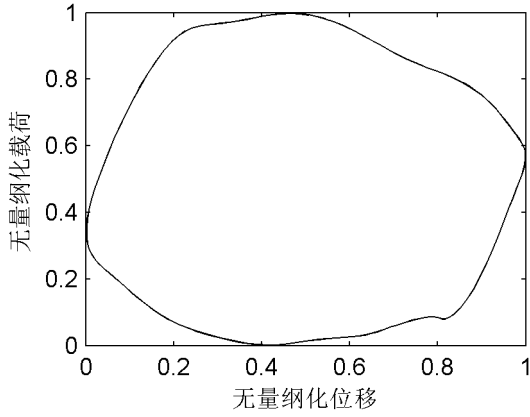


图 4.15 一级杆无量纲化的泵功图

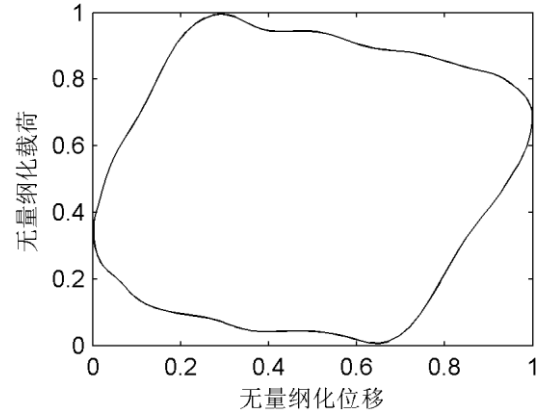


图 4.16 三级杆无量纲化的泵功图

3) 将归一化的泵功图沿柱塞冲程展开, 泵功图由闭合曲线变成单值曲线。相应单值曲线如图 4.17 和图 4.18 所示。

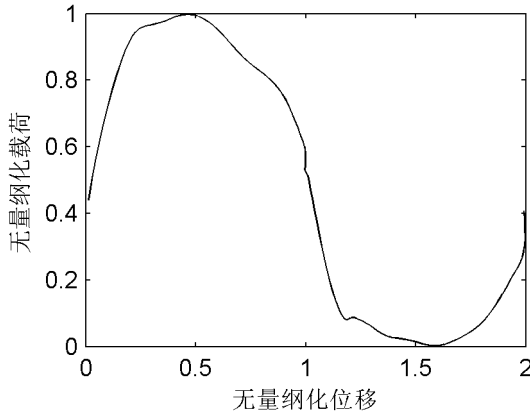


图 4.17 一级杆泵功图单值曲线

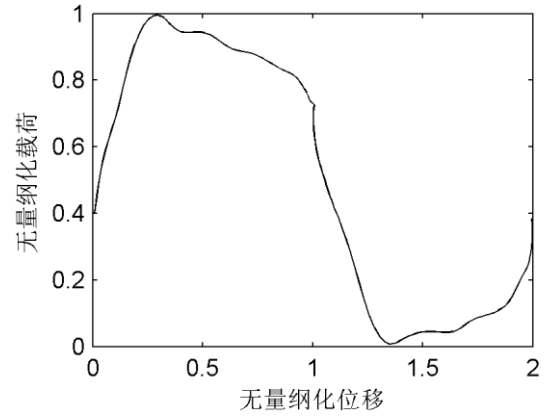


图 4.18 三级杆泵功图单值曲线

4) 计算各离散点的曲率值 K_i ; 据此求得任一离散点的曲率 K_i 及其后一离散点的曲率 K_{i+1} 的曲率变化量 δ_i :

$$\delta_i = |K_{i+1} - K_i| \quad (4.39)$$

采用五点法求曲率变化量的平均值:

$$\delta'_i = (\delta_{i-2} + \delta_{i-1} + \delta_i + \delta_{i+1} + \delta_{i+2})/5 \quad (4.40)$$

计算得到的曲率变化图分别见图 4.19 和图 4.20。

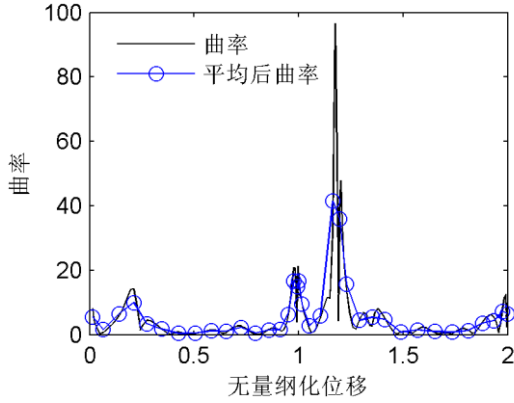


图 4.19 一级杆泵功图曲率

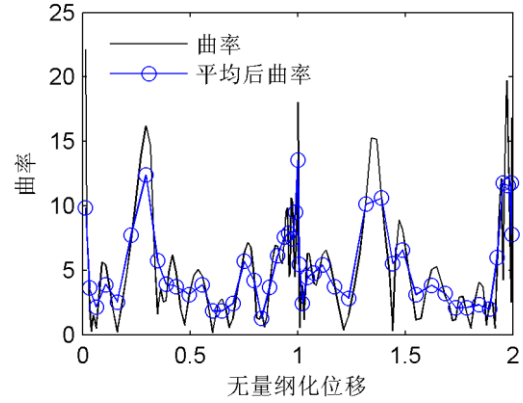


图 4.20 三级杆泵功图曲率

5) 按照高低载荷分段，分别寻找曲率变化最大的点，这些点即为阀的开闭点。

以上冲程为例，在归一化载荷大于 cfa 的范围内查找固定阀开闭点。

首先，在归一化位移 $[0.5, 1]$ 中查找曲率变化最大的点 $B(X_{mb}, Y_{mb})$ ，判定该点即为固定阀的开启点，它在位移序列中的序号为 R ，由于取点间隔较小， B 点邻点可能曲率也较大，为了避免这种现象，我们从序号为 1 的数据到序号为 $R-5$ 的数据中查找曲率最大的点 $A(X_{ma}, Y_{ma})$ ，判定该点为游阀关闭点，从而得到无量纲上冲程：

$$S_{Rg} = |AB|_R。$$

类似地，可确定下冲程的 $C(X_{mc}, Y_{mc})$ 和 $D(X_{md}, Y_{md})$ 两点，从而得到无量纲下冲程

$$S_{Ry} = |CD|_R。$$

由阀开闭点推算有效冲程的公式如下：

$$\text{无量纲上冲程： } S_{Rg} = |AB|_R$$

$$\text{无量纲下冲程： } S_{Ry} = |CD|_R$$

$$\text{无量纲有效冲程： } S_{Rpe} = \min \{ |AB|_R, |CD|_R \}$$

$$\text{泵的有效冲程： } S_{pe} = S_{Rpe} X_{\max}$$

计算得到附件 1 和附件 2 的具体结果见表 4.2。

表 4.2 阀开闭点确定

数据	阀开闭点的位移				S_{Rg}	S_{Ry}	S_{Rpe}	S_{pe}
	A	B	C	D				
一级杆 (附件 1)	0.1952	0.9982	1.1898	1.9906	0.803	0.8008	0.8008	2.1604
三级杆 (附件 2)	0.2453	0.9947	1.0004	1.6504	0.7495	0.6500	0.6500	3.2855

(二) 油管混合物体积系数 η_v 的确定

油管混合物体积系数 η_v 是指地面液体体积与在 (P, T) 条件下油管内混合液体积的比值, 与压力 P 、温度 T 、溶解气油比 R_s 、原油体积系数 B_o 、水体积系数 B_w 等参数有关, 可由式 (4.52) 计算得出。

$$\eta_v = \frac{1}{(1-n_w)B_o + n_w B_w} \quad (4.41)$$

式中, n_w 为标准条件 (P_{st}, T_{st}) 下混合液的含水率, %;

B_o 为井下 (P, T) 条件下原油的体积系数, m^3/m^3 ;

B_w 为井下 (P, T) 条件下水的体积系数, m^3/m^3 ;

按照上式, 计算得到两口井的有关混合体积系数分别为: $\eta_{v1} = 0.9995$, $\eta_{v2} = 0.9978$ 。

(三) 油井产液量估计

根据式(4.51)计算, 附件1的油井一天的产液量为:

$$Q_{v1} = \eta_v 1440 S_{PE} N_s A_p = 90.9451 \text{m}^3/\text{d}$$

将产液量体积乘以液体密度, 转化得到产液重量为 $Q_1 = \rho Q_{v1} = 90.70 \text{ t/d}$ 。

其中, 原油和水的混合密度为: $\rho_1 = (1-n_w)\rho_o + n_w \rho_w = 0.9973$

同理, 得到附件 2 的油井一天的产液量为: $Q_2 = 28.79 \text{ t/d}$ 。

4.3.3 模型二的建立: 基于斜率最大估计的油井产量估算模型

A 点为固定阀开启点, B 点为固定阀关闭点, C 点为游动阀开启点, D 点为游动阀关闭点。当游动阀关闭的时候, 悬点位于下死点, 此时对应的泵功图位移为最小值, 可以确定点 D。当固定阀关闭的时候, 悬点位于上死点, 此时对应的泵功图位移为最大值, 可以确定点 B。在 DA 段和 BC 段, 柱塞荷载的变化量都在短时间内迅速变化。也就是说在点 A 和点 C 处会出现在拐点处, 即斜率变化较大的地方。从而确定了点 A, 点 B, 点 C, 点 D, 得到有效冲程, 可以计算出油井产量。

4.3.4 模型二的求解

泵功图沿柱塞冲程展开, 泵功图由闭合曲线变成单值曲线。相应单值曲线如图 4.21 和图 4.22 所示。

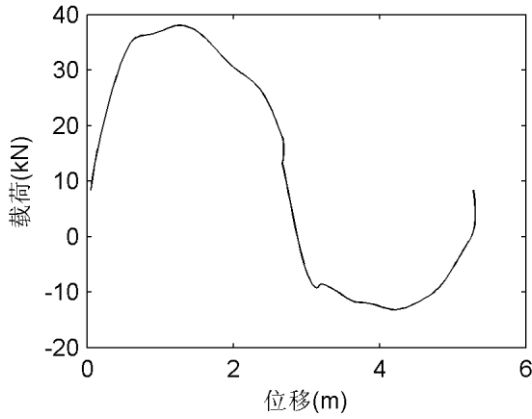


图 4.21 一级杆泵功图单值曲线

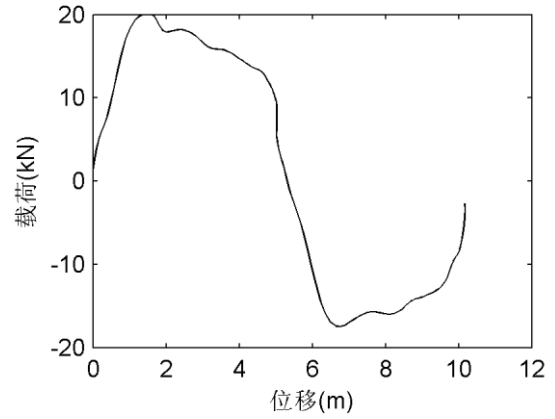


图 4.22 三级杆泵功图单值曲线

1) 根据上死点对应的泵功图位移为最小值，下死点对应的泵功图位移为最大值（图中位移周期为 5.3，所以在 2.65 为最大值），确定点 B 和点 D。

2) 在 D 点处沿着上冲程方向搜索，由 DA 之间塞荷载的变化量都在短时间内迅速变化为，载荷的斜率较大。所以当出现第一个拐点处即为点 A。同理得出点 C。

$$\text{无量纲上冲程: } S_{Rg} = |AB|_R$$

$$\text{无量纲下冲程: } S_{Ry} = |CD|_R$$

$$\text{无量纲有效冲程 } S_{Rpe} = \min \{ |AB|_R, |CD|_R \}$$

$$\text{泵的有效冲程 } S_{pe} = S_{Rpe} X_{\max}$$

计算得到附件 1 和附件 2 的具体结果见表 4.3。

表 4.3 阀开闭点确定

数据	阀开闭点的位移				S_{all}	S_{Rg}	S_{Ry}	S_{pe}
	A	B	C	D				
一级杆 (附件 1)	0.2264	2.6699	3.17	0.0529	5.2869	2.4435	2.1169	2.1169
三级杆 (附件 2)	1.491	5.0104	6.775	-0.06613	10.1484	3.519	3.3734	3.3734

根据式(4.51)计算，附件1的油井一天的产液量为： $Q_1 = \eta_v 1440 S_{PE} N_s A_p = 88.87 \text{ t/d}$ 。

附件 2 的油井一天的产液量为： $Q_2 = 29.13 \text{ t/d}$

4.3.5 模型一与模型二的比较

1) 结果比较：模型一估算两口油井日产量分别为 90.7 吨、25.34 吨，模型二估算油井日产量为 88.87 吨、29.13 吨。

2) 适用性比较：模型一得方法适用于大部分泵功图，模型二的方法只适用于较标准的泵功图，比如不适用于带气泡的泵功图。

3) 计算量比较：模型一的方法计算量大，模型二的方法计算量小。

4.3.6 基于灰色理论的抽油井泵功图诊断

灰色理论中的关联度分析理论可以应用于采油系统工况的智能诊断。诊断模型主要包含三部分：原始数据预处理，基于灰度生成矩阵的特征提取方法，以及基于最大关联度的采油系统工况智能诊断。

（一）原始数据预处理

为避开量纲和坐标尺度对泵功图形状的影响，首先要对泵功图进行无量纲预处理。假设泵功图为一组离散序列 $\{u_{0i}, F_{0i}\} (i = 1, 2, \dots, K)$ ，采用数理统计无量纲化处理方法，将其转化为：

$$u_{0i} = \left[u_{0i} - \min_{j=1,2,\dots,K} (u_{0j}) \right] / \left[\max_{j=1,2,\dots,K} (u_{0j}) - \min_{j=1,2,\dots,K} (u_{0j}) \right] \quad (4.42)$$

$$F_{0i} = \left[F_{0i} - \min_{j=1,2,\dots,K} (F_{0j}) \right] / \left[\max_{j=1,2,\dots,K} (F_{0j}) - \min_{j=1,2,\dots,K} (F_{0j}) \right] \quad (4.43)$$

参考理论泵内充气的泵功图形状，将无量纲化的泵功图数据进一步转化，使泵功图中的横坐标位移 u 置于 $[0, 2]$ 的区间，纵坐标载荷 F 置于 $[-0.5, 0.5]$ 的区间，转化式为：

$$u_i = 2u_{0i}, \quad F_i = F_{0i} - 0.5 \quad (i = 1, 2, \dots, K) \quad (4.44)$$

（二）基于灰度生成矩阵的特征提取方法

原始数据的预处理使得泵功图满足模式识别的基本要求，而泵功图特征的提取是智能诊断的关键^[6]。在本系统中，我们以泵功图的灰度矩阵为特征矩阵，提取该灰度矩阵的统计特征。

1、灰度矩阵的生成

泵功图的灰度矩阵是在网格矩阵的基础上形成的，其形成过程分为四步：

①功图标准化：首先将各类功图放到一个 2×1 的长方形中，使示功图与长方形的四边相切。

②网格灰度初始化：按照石油界的习惯，将长方形分为 20×10 个正方形网格，每个网格宽度为 0.1，并将此网格的灰度初始化为“0”。其在此网格上绘制经数据预处理的泵功图，见图 4.23 和图 4.24。

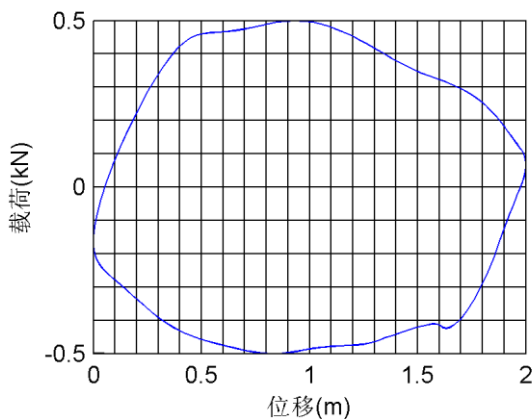


图 4.23 一级杆网格泵功图

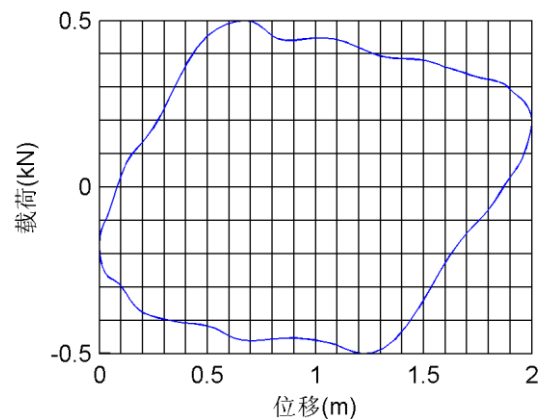


图 4.24 三级杆网格泵功图

③边缘灰度赋值：令示功图边界穿越的网眼灰度均赋值为 1。

④灰度矩阵生成：边界内部每远离边界一格其灰度值增加一级，外部按等高线的方式赋值。对两口油井的泵功图进行处理，生成的灰度矩阵见附录 5。

2、灰度统计特征

假设泵功图的灰度矩阵为 $\bar{G}(J, K)$, 矩阵中元素 $g_k (1 \leq j \leq J, 1 \leq k \leq K)$ 表示泵功图网格上对应的灰度值, r 为泵功图的灰度级数。某一灰度 r 的元素个数为 $b(r)$, 则灰度级的概率为: $p(r) = b(r)/(J \times K)$ 。

统计得到, 两口油井泵功图的灰度等级及其概率见表 4.4 和表 4.5.

表 4.4 附件 1 泵功图的灰度等级及概率

r	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$p(r)$	0.015	0.045	0.08	0.265	0.185	0.165	0.14	0.105

表 4.5 附件 2 泵功图的灰度等级及概率

r	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$p(r)$	0.005	0.015	0.025	0.045	0.095	0.275	0.18	0.155	0.12	0.085

依据数理统计原理, 取灰度的均值、方差、偏度、峰度、能量、熵为灰度矩阵的 6 个统计特征:

$$1) \text{ 灰度均值} \quad \bar{g} : f_1 = \bar{g} = \sum_{r=1}^R r \cdot p(r) \quad (4.45)$$

$$2) \text{ 灰度方差} \quad \sigma^2 : f_2 = \sigma^2 = \sum_{r=1}^R (r - \bar{g})^2 \cdot p(r) \quad (4.46)$$

$$3) \text{ 灰度偏度} \quad S : f_3 = S = \frac{1}{\sigma^3} \sum_{r=1}^R (r - \bar{g})^3 \cdot p(r) \quad (4.47)$$

$$4) \text{ 灰度峰度} \quad \nu : f_4 = P = \frac{1}{\sigma^4} \sum_{r=1}^R (r - \bar{g})^4 \cdot p(r) \quad (4.48)$$

$$5) \text{ 灰度能量} \quad E : f_5 = E = \sum_{r=1}^R [p(r)]^2 \quad (4.49)$$

$$6) \text{ 灰度熵} \quad T : f_6 = T = - \sum_{r=1}^R [1 - p(r)] \cdot \log_{10} [1 - p(r)] \quad (4.50)$$

以 $\{f_1, f_2, f_3, f_4, f_5, f_6\}$ 构成分类特征向量 F 。

根据式(4.53)-式(4.58), 得到两个油井的统计特征, 如表 4.6 所示。

表 4.6 两种油井的统计特征

故障类别	均值 f_1	方差 f_2	偏度 f_3	峰度 f_4	能量 f_5	广义熵 f_6
附件 1	2.2150	1.7619	1.1404	2.6990	0.1623	0.3355

附件 2	2.0050	1.6713	1.4394	3.2840	0.1537	0.3179
------	--------	--------	--------	--------	--------	--------

(三) 基于最大关联度的采油系统工况智能诊断

令待诊断样本泵功图统计特征为 $F_0 = \{f_{01}, f_{02}, f_{03}, f_{04}, f_{05}, f_{06}\}$ ，参考故障泵功图的统计特征为 $F_i = \{f_{i1}, f_{i2}, f_{i3}, f_{i4}, f_{i5}, f_{i6}\}$ ， f_i 是依据式(4.53)-式(4.58)建立的灰度统计量。

分别计算待诊断样本与参考故障泵功图统计特征的关联系数：

$$\varepsilon_i(k) = \frac{\min_i \min_k |f_0(k) - f_i(k)| + \rho \max_i \max_k |f_0(k) - f_i(k)|}{|f_0(k) - f_i(k)| + \max_i \max_k |f_0(k) - f_i(k)|} \quad (4.51)$$

式中， ρ 为分辨系数，是[0,1]之间的数，一般取 $\rho=0.5$ 。

$$F_0 \text{ 与 } F_i \text{ 的关联度为: } r_i = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \varepsilon_i(k)$$

采油系统工况的判断依据是关联度，若 F_0 与 F_k 的关联度最大，则待诊断油田属于第 k 种故障类别。

计算附件数据与附录 6（表格：参考类别灰度统计特征向量的值）所给泵正常、液击、供液不足、双凡尔漏失、气体影响、游动凡尔漏失、抽油杆断脱、泵上碰、泵下碰、固定凡尔漏失、严重供液不足这 11 类参考故障之间的关联度，得到结果如表 4.7 所示。

表 4.7 两种油井与参考故障的关联度

故障类别	泵正常	液击	供液不足	双凡尔漏失	气体影响	游动双凡尔漏失	抽油杆断脱	泵上碰	泵下碰	固定凡尔漏失	严重供液不足
附件 1	0.811	0.720	0.754	0.801	0.785	0.791	0.753	0.724	0.702	0.800	0.750
附件 2	0.793	0.707	0.76	0.782	0.774	0.797	0.755	0.711	0.688	0.789	0.737

表中附件 1 的最大值为 0.811，由此诊断该油井为泵正常；附件 2 的最大值为 0.797，由此诊断该油井为游动双凡尔漏失。

4.3.7 故障诊断模型检验

对抽油井泵功图诊断模型进行检验，我们主要考察关联系数对模型稳定性的影响。对分辨系数 ρ 赋予 0 到 1 之间的值，步长为 0.1。分别计算附件 1、附件 2 两个样本与 11 个参考故障特征之间的关联度。计算得到的关联度见附录 7（灰色关联度随分辨系数的变化）。

根据关联度最大准则，判定两口油井泵功图所属故障类型见下表：

表 4.8 不同分辨系数下的故障类别

分辨系数	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
------	---	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	---

附件 1 的故障类别	4	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
附件 2 的故障类别	4	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6

从表中可以看到，在分辨系数变化的情况下，样本与参考故障之间的关联度发生变化，但其故障类别判定结论一致，即油井一为泵正常，油井二为游动双凡尔漏失。其中，分辨系数取 0 时，油井泵功图的诊断结论错误，这也符合灰色关联的基本原理。

4.4 问题四：深入研究的问题

4.4.1 改进 Gibbs 模型

本文 4.2 节采用 Gibbs 模型中抽油杆柱运动和应力传播的粘滞阻尼波动的微分方程，为了便于求解微分方程，Gibbs 模型中忽略了光杆的重力项，使非齐次二阶偏微分方程化简为齐次二阶偏微分方程。但这样求解的结果由于忽略重力项，解的精度不一定能达到工程要求。本节分析了 Gibbs 模型原理，建立一个考虑重力项的非齐次二阶偏微分方程，所求结果更能满足工程精度要求。

抽油杆柱的动力学模型可视为有阻力的弹性杆的纵向振动问题。在抽油杆上的某一点 x 处取一微元体 dx ，如图 4.25 所示。

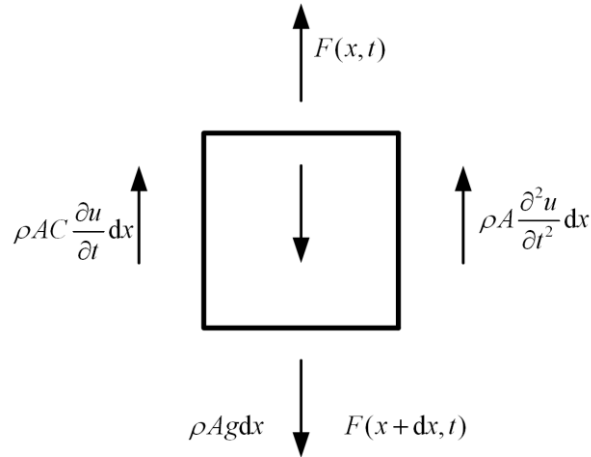


图 4.25 抽油杆微元体受力示意图

在该单元上作用的载荷有：

弹性载荷： $F(x, t)$ ， $F(x + dx, t)$

惯性载荷： $-\rho A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} dx$

阻力载荷： $-\rho A C \frac{\partial u}{\partial t} dx$

单元自重： $\rho A g dx$ 。

以悬点处的位移 $U(t)$ 和载荷 $F(t)$ 为边界条件，结合杆上点位移的周期性，可得到受重力影响的有杆抽油系统数学模型，完整表示为：

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - c \frac{\partial u}{\partial t} + g \\ u(x, t)|_{x=0} = S(t), \quad EA \frac{\partial u(x, t)}{\partial x} \Big|_{x=0} = F(t) \\ u(x, t + \frac{2\pi}{\omega}) = u(x, t) \end{cases} \quad (4.52)$$

该模型为具有非齐次边界条件的非齐次方程，其求解可分解为两个问题：

(I): 齐次方程+非齐次边界条件

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} - c \frac{\partial u_1}{\partial t} \\ u_1(x, t)|_{x=0} = S(t), \quad EA \frac{\partial u_1(x, t)}{\partial x} \Big|_{x=0} = F(t) \\ u_1(x, t + \frac{2\pi}{\omega}) = u_1(x, t) \end{cases} \quad (4.53)$$

(II): 非齐次方程+齐次边界条件

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u_2}{\partial x^2} - c \frac{\partial u_2}{\partial t} - g \\ u_2(x, t)|_{x=0} = 0, \quad \frac{\partial u_2(x, t)}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0 \\ u_2(x, t + \frac{2\pi}{\omega}) = u_2(x, t) \end{cases} \quad (4.54)$$

这里问题(I)的求解就是 Gibbs 模型的求解，可得：

$$u_1(x, t) = \frac{\sigma_0}{2EA} x + \frac{v_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} O_n(x) \cos n\omega t + P_n(x) \sin n\omega t \quad (4.55)$$

其中

$$O_n(x) = (\kappa_n \cosh \beta_n x + \delta_n \sinh \beta_n x) \sin \alpha_n x + (\mu_n \sinh \beta_n x + \nu_n \cosh \beta_n x) \cos \alpha_n x,$$

$$P_n(x) = (\kappa_n \sinh \beta_n x + \delta_n \cosh \beta_n x) \cos \alpha_n x - (\mu_n \cosh \beta_n x + \nu_n \sinh \beta_n x) \sin \alpha_n x,$$

$$\alpha_n = \frac{n\omega}{a\sqrt{2}} \sqrt{1 + \sqrt{1 + \left(\frac{c}{n\omega}\right)^2}}, \quad \beta_n = \frac{n\omega}{a\sqrt{2}} \sqrt{-1 + \sqrt{1 + \left(\frac{c}{n\omega}\right)^2}}.$$

下面求解问题(II)。注意到函数 $u_2(x, t)$ 关于时间变量 t 的周期性，可设：

$$u_2(x, t) = A_0(x) + \sum_{n=1}^{\infty} [A_n(x) \cos n\omega t + B_n(x) \sin n\omega t] \quad (4.56)$$

代入方程两端，结合边界条件，可得 $A_0(x), A_n(x), B_n(x)$ 所满足的微分方程组：

$$\begin{cases} a^2 A_0''(x) - g = 0 \\ A_0(0) = A_0'(0) = 0 \end{cases} \quad (4.57)$$

$$\begin{cases} a^2 A_n''(x) + n^2 \omega^2 A_n - cn\omega B_n = 0 \\ a^2 B_n''(x) + n^2 \omega^2 B_n + cn\omega A_n = 0 \\ A_n = A_n' = B_n = B_n' = 0 \end{cases} \quad (4.58)$$

求解可得：

$$A_0(x) = \frac{g}{2a^2} x^2, A_n(x) = B_n(x) = 0, n = 1, 2, \dots \quad (4.59)$$

从而得到模型（1）的解为：

$$\begin{aligned} u(x, t) &= u_1(x, t) + u_2(x, t) \\ &= -\frac{g}{2a^2} x^2 + \frac{\sigma_0}{2EA} x + \frac{V_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} O_n(x) \cos n\omega t + P_n(x) \sin n\omega t \end{aligned} \quad (4.60)$$

$$F(x, t) = Ef_r \left[\frac{\sigma_0}{2Ef_r} - \frac{g}{a^2} x + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\partial O_n(x)}{\partial x} \cos n\omega t + \frac{\partial P_n(x)}{\partial x} \sin n\omega t \right] \quad (4.61)$$

以上均为一级杆的计算公式，当光杆为多级杆时，齐次方程的通解见 4.2 节。第 i 级光杆的特解应该包括前面所有光杆的特解：

$$u(x, t)^i = -\frac{g}{2a^2} \sum_{j=1}^i x_j^2 + \frac{\sigma_0}{2EA} x + \frac{V_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} O_n(x) \cos n\omega t + P_n(x) \sin n\omega t \quad (4.62)$$

$$F(x, t)^i = Ef_r \left[\frac{\sigma_0}{2Ef_r} - \frac{g}{a^2} \sum_{j=1}^i x_j + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\partial O_n(x)}{\partial x} \cos n\omega t + \frac{\partial P_n(x)}{\partial x} \sin n\omega t \right] \quad (4.63)$$

计算加重力项后的 Gibbs 模型，得到结果如图 4.26 和 4.27 所示。

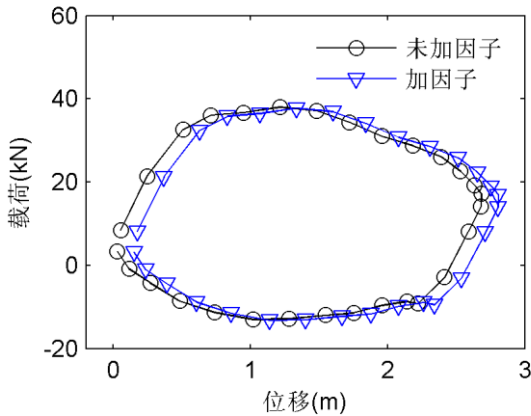


图 4.26 一级杆两种方法结果的对比

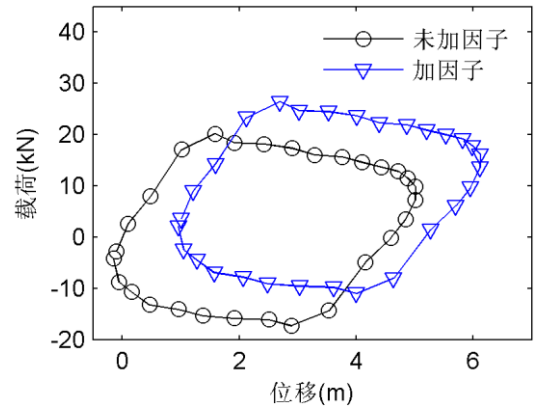


图 4.27 三级杆两种方法结果的对比

图 4.26 反映了一级杆情况下加了重力因子和未加重力因子的载荷基本相似。这是因为 Gibbs 模型方程中没有考虑 g ，但是边界条件减去了 g ，这样和 Gibbs 模型方程中考虑了 g 结果基本一致。图 4.27 反映了三级杆情况下加了重力因子和未加重力因子的载荷有一定偏差。这是由于三级杆在每根杆与杆之间有很多因素影响载荷，导致了两种模型结果的差异。

4.4.2 阻尼系数的推导

(一) 利用 Gibbs 方程导出阻尼系数模型

由于在 x 断面、 t 时刻处的函数 $u(x,t)$ 满足 Gibbs 方程

$$\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} - c \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} \quad (4.64)$$

因此，阻尼系数推导可以看成该方程的一个反问题。

假设变量 (x,t) 的变化区域是 Ω ，将 Ω 进行网格剖分，网格为：

$$x_j = jh, \quad t_n = n\tau, \quad (j=0,1,\dots,J, \quad n=0,1,\dots,N) \quad (4.65)$$

设 u_j^n 为 Gibbs 方程所对应的差分方程的解：

$$\frac{u_j^{n+1} - 2u_j^n + u_j^{n-1}}{\tau^2} = a^2 \frac{u_{j+1}^n - 2u_j^n + u_{j-1}^n}{h^2} - c \frac{u_j^{n+1} - u_j^{n-1}}{2\tau} \quad (4.66)$$

由于 $u_j^n \approx u(x_j, t_n)$ ，若通过监测控制系统可以测得在 (x_j, t_n) 处的测量值，可以将

该测量值近似地看成 u_j^n ，此时，利用方程 (4.68) 可以得到阻尼系数 c 的近似值为：

$$c_j^n = \frac{2\tau}{u_j^{n+1} - u_j^{n-1}} \left[\frac{u_j^{n+1} - 2u_j^n + u_j^{n-1}}{\tau^2} + a^2 \frac{u_{j+1}^n - 2u_j^n + u_{j-1}^n}{h^2} \right] \quad (4.67)$$

其中 $j=0,1,\dots,J, n=0,1,\dots,N$

将所求得的 c_j^n 平均，即可得到阻尼系数 c 的计算公式为：

$$c = \frac{1}{J+N+2} \sum_{j=0}^J \sum_{n=0}^N c_j^n \quad (4.68)$$

(二) 利用粘滞阻尼导出阻尼系数模型

由悬点实测示功图计算井下示功图时，必须首先确定阻尼系数。

在应用波动方程的解时，可用等值阻尼来代替真实阻尼。代替的条件是以系统中消除等值阻尼力时，每一个循环中的能量与消除真实阻尼时相同。因此，可通过计算抽油杆柱在一个循环中由粘滞阻力引起的摩擦功来确定阻尼系数。

$$F_d = C_F \frac{\partial u}{\partial t} + c \rho_r f_r \frac{\partial u}{\partial t} dx \quad (4.69)$$

根据以上条件，长度为 dx 的单元体的粘滞阻力为：

式中， F_d 为长度为 dx 的杆受的粘滞阻力， C_F 为单位杆长的粘滞阻力系数； ρ_r 为抽油杆密度； f_r 为抽油杆的截面积。

长度为 L 抽油杆柱在一个循环中总的粘滞摩擦功为：

$$W = \int_0^L \int_0^T F_d \frac{\partial u}{\partial t} dt dx = c \rho_r f_r \int_0^L \left[\int_0^T \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 dt \right] dx \quad (4.70)$$

式中, W 为粘滞摩擦功; L 为抽油杆长度; T 为抽汲循环周期。

由式(4.78)可得到:

$$c = \frac{W}{\rho_r f_r \int_0^L \left[\int_0^T \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 dt \right] dx} \quad (4.71)$$

利用将柱塞提出泵筒(或脱卸器使抽油杆脱开柱塞)后测得的示功图, 就可以计算出抽油杆柱在粘性液体中运动时的摩擦功。每口井的抽汲条件不同, 则摩擦功不同。在实际工作中, 又不可能对所分析的油井都能进行这种专门的测试。推导出了根据油井流体性质参数计算摩擦功的公式:

$$W = 2\pi\mu \left\{ \left[\frac{1}{\ln m} + \frac{4B_1}{B_2} (B_1 + 1) \right] \int_0^L \left[\int_0^T \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 dt \right] dx \right. \\ \left. + \frac{4}{B_2} (B_1 + 1) \times \int_0^L \left[\int_0^T \frac{\partial u}{\partial t} \right]_{x=L} \frac{\partial u}{\partial t} dx \right\} \quad (4.72)$$

式中, μ 为液体动力粘度; m 为油管内径与抽油杆直径之比; B 为抽油机结构不平衡值。

将式(4.72)代入得:

$$W = \frac{2\pi\mu}{\rho_r f_r} \left\{ \left[\frac{1}{\ln m} + \frac{4}{B_2} (B_1 + 1) \right] \left[B_1 + \frac{\int_0^L \left[\int_0^T \frac{\partial u}{\partial t} \right]_{x=L} \frac{\partial u}{\partial t} dx}{\int_0^T \left[\int_0^T \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) dt \right] dx} \right] \right\} \quad (4.73)$$

式中的 $\partial u / \partial t$ 是未知的, 还不能直接用它来计算 c 值。

在计算 c 值时, 如果忽略抽油杆柱的弹性, 即把抽油杆柱暂时看作刚体, 则杆柱各截面的运动速度相同, 式(4.73)中的两个积分相等。此时, 可用下式求得 c 的近似值:

$$W = \frac{2\pi\mu}{\rho_r f_r} \left[\frac{1}{\ln m} + \frac{4}{B_2} (B_1 + 1)^2 \right] \quad (4.74)$$

五、模型评价及推广

通过模型分析、模型建立、模型求解和模型检验等过程, 对本文模型进行评价如下:

1) 精确悬点运动规律模型和简化为曲柄滑块机构时的悬点运动规律模型均能较为准确地描述悬点的运动规律。其中, 模型一精确悬点运动规律适用于各种工况, 而模型二简化为曲柄滑块机构的悬点运动规律只适用于曲柄半径 r 与连杆长度 L 的比

值小于 1/4 的工况。从解的精度来看，两者解的精度在一定情况下与实测数据吻合。

2) Gibbs 模型能够将悬点示功图转化为泵功图。通过数学推导，能够得到准确的解析解，适用于大部分悬点示功图转化为泵功图的过程。然而，该模型并未考虑重力等一些因素的影响，在估算过程中可能存有一定的误差。

3) 问题三中建立的两种利用泵功图估计油井产量的模型，能够较为准确地估算活塞的有效冲程。两种模型计算结果较为接近，这也说明了方法的准确性。

4) 基于灰色理论的泵功图诊断模型有效地利用了图像处理中灰度的概念，提取的灰度等级统计特征能较好地反映泵功图特征。同时，故障诊断模型检验过程进一步验证了模型的稳定性。

5) 问题四中在方程中通过推导考虑了重力项的 Gibbs 模型更能反应抽油泵的物理现象。对阻尼系数的推导过程中采用了反问题的思想，是一种简单可行的方法。

六、参考文献

[1] 王鸿勋, 张琪. 采油工业原理[M], 石油工业出版社, 1985年.
 [2] 石正宝. 基于悬点实测示功图的抽油机井动态仿真研究[D]. 燕山大学.
 [3] Gibbs S G. Method of Determining Sucker Rod Pump Performance[J]. United States Patent Office, 1967.
 [4] 余金泽, 彭永刚, 关成尧. 工程量图技术的发展[J]. 石油工程技术:51-54.
 [5] 王秀娟, 张立庆, 宋子学. 一种改进的功图量油技术及应用研究[J]. 长江大学学报, 2010, 7(3):242-244.
 [6] 王科科. 远程监测抽油井工况智能诊断技术[D]. 中国石油大学, 2009.

七、附录

- 附录 1: 抽油机的悬点运动规律程序
- 附录 2: 示功图转化为泵功图程序
- 附录 3: 利用有效冲程计算油井产液量的程序
- 附录 4: 基于斜率最大估计的油井产量估算模型的程序
- 附录 5: 灰度生成矩阵

表 (1) 附件 1 的灰度矩阵

-1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	-1	-2
0	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	0	-1
1	1	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	2	1	1	0
1	2	3	3	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	3	2	1	1
1	2	3	4	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	4	3	2	1
1	2	3	4	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	4	4	4	4	3	2
0	1	2	3	4	4	4	4	4	4	4	4	4	3	3	3	3	2	1	1
-1	0	1	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	2	2	2	2	1	1	0
-1	0	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	0	0	-1
-2	-1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	-1	-1	-2

表 (2) 附件 2 的灰度矩阵

-1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	-1	-2	-3	-4
0	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	0	-1	-2
1	2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	2	1	1	0	-1

1	2	3	3	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	3	2	1	1	0	-1
1	2	3	4	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	4	3	2	1	1	0
1	1	2	3	4	5	5	5	5	5	5	5	4	4	4	4	3	2	1	1
0	1	1	2	3	4	4	4	4	4	4	4	3	3	3	3	3	3	2	1
-1	0	1	1	2	3	3	3	3	3	3	3	2	2	2	2	2	2	1	1
-2	-1	0	1	1	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	0
-3	-2	-1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	-1

附录 6:

表 1 参考类别灰度统计特征向量的值

故障类别	均值 f_1	方差 f_2	偏度 f_3	峰度 f_4	能量 f_5	广义熵 f_6
泵正常	3.1136718	32.0434667	0.1288956	2.0821096	0.05858221	0.42127466
液击	-4.9452427	71.4339934	-0.6116463	2.2483225	0.04223980	0.42493713
供液不足	-0.6643067	67.7457798	-0.8128626	3.1408006	0.0446386	0.42438138
双凡尔漏失	3.9783761	34.3002095	-0.072428078	2.4957887	0.0502976	0.37674284
气体影响	0.9414063	59.1030529	-0.7324376	2.4839578	0.04490261	0.42433961
游动双凡尔漏失	3.3991699	34.9128874	-0.4907762	3.4235788	0.05203366	0.42275149
抽油杆断脱	-1.5135091	52.6342076	-0.6535104	3.0365169	0.04369354	0.42463393
泵上碰	-5.1904297	54.5995376	-0.413482	2.149367	0.04365373	0.42464151
泵下碰	-9.4008789	70.8467032	-0.5035313	2.2455963	0.03682065	0.42617836
固定凡尔漏失	3.7084351	35.6364861	-0.2692522	2.8842139	0.05268651	0.42259852
严重供液不足	-1.9907227	-30.1507928	-0.63026266	2.4998256	0.05625772	0.9712296

附录 7：灰色关联度随分辨系数的变化

(a) 附件 1 关联度

分辨系数	泵正常	液击	供液不足	双凡尔漏失	气体影响	游动双凡尔漏失	抽油杆断脱	泵上碰	泵下碰	固定凡尔漏失	严重供液不足
0	0.172139	0.154266	0.157247	0.271572	0.176984	0.160752	0.161167	0.152958	0.150542	0.188327	0.115801
0.1	0.811079	0.719694	0.753648	0.800721	0.78509	0.790741	0.753017	0.723656	0.701457	0.80005	0.750034
0.2	0.857693	0.780517	0.808172	0.849529	0.829679	0.844043	0.810962	0.787087	0.76238	0.848445	0.81809
0.3	0.882286	0.812798	0.83556	0.875315	0.852924	0.871344	0.840824	0.821138	0.796672	0.873981	0.852702

0.4	0.898 754	0.834 358	0.853 73	0.8925 55	0.86884 3	0.88935 7	0.8606 15	0.843 878	0.8201 82	0.891103	0.8749 8
0.5	0.910 873	0.850 369	0.867 301	0.9052 43	0.88097 4	0.90252 6	0.8752 43	0.860 658	0.8378 33	0.903748	0.8909 13
0.6	0.920 27	0.862 996	0.878 093	0.9150 93	0.89073 7	0.91271	0.8867 18	0.873 767	0.8518 08	0.913594	0.9030 21
0.7	0.927 81	0.873 342	0.887 006	0.9230 08	0.89885 5	0.92087 5	0.8960 62	0.884 395	0.8632 65	0.921529	0.9125 94
0.8	0.934 013	0.882 045	0.894 556	0.9295 31	0.90575 7	0.92759 3	0.9038 68	0.893 238	0.8728 93	0.928084	0.9203 84
0.9	0.939 214	0.889 508	0.901 069	0.9350 09	0.91172 1	0.93323	0.9105 14	0.900 741	0.8811 35	0.933602	0.9268 6
1	0.943 642	0.896 004	0.906 765	0.9396 81	0.91693 9	0.93803 5	0.9162 56	0.907 204	0.8882 93	0.938316	0.9323 39

(b) 附件 2 关联度

分辨 系数	泵正常	液击	供液不 足	双凡尔 漏失	气体影 响	游动双 凡尔漏 失	抽油杆 断脱	泵上碰	泵下碰	固定凡 尔漏失	严重供 液不足
0	0.2289 23	0.1971 14	0.2605 46	0.2910 34	0.2106 4	0.2778 07	0.2309 28	0.1989 33	0.1916 91	0.2320 3	0.1375 02
0.1	0.5713 35	0.4676 16	0.5645 78	0.5639 8	0.5378 67	0.6232 94	0.5503 06	0.4747 18	0.4622 4	0.5829 46	0.4322 67
0.2	0.6861 41	0.5560 06	0.6429 29	0.6709 33	0.6418 61	0.7159 81	0.6367 92	0.5671 88	0.5476 8	0.6879 96	0.5459 71
0.3	0.7517 53	0.6134	0.6935 07	0.7346 5	0.7036 97	0.7703 8	0.6912 33	0.6268 61	0.6024 35	0.7487 75	0.6162 78
0.4	0.7945 29	0.6554 26	0.7304 19	0.7773 92	0.7459 3	0.8069 19	0.7303 78	0.6700 77	0.6423 41	0.7892 54	0.6657 6
0.5	0.8246 81	0.6881 33	0.7589 24	0.8081 61	0.7769 98	0.8333 01	0.7602 94	0.7033 31	0.6733 95	0.8183 34	0.7030 54
0.6	0.8470 96	0.7145 79	0.7817 37	0.8314 05	0.8009 74	0.8532 89	0.7840 41	0.7299 41	0.6985 73	0.8402 92	0.7324 1
0.7	0.8644 2	0.7365 41	0.8004 7	0.8496	0.8201 14	0.8689 72	0.8034 05	0.7518 36	0.7195 74	0.8574 8	0.7562 32
0.8	0.8782 12	0.7551 45	0.8161 57	0.8642 36	0.8357 87	0.8816 13	0.8195 26	0.7702 32	0.7374 6	0.8713 1	0.7760 08
0.9	0.8894 55	0.7711 5	0.8295 03	0.8762 67	0.8488 8	0.8920 21	0.8331 68	0.7859 46	0.7529 41	0.8826 83	0.7927 22
1	0.8987 95	0.7850 93	0.8410 06	0.8863 34	0.8599 93	0.9007 43	0.8448 7	0.7995 49	0.7665 12	0.8922 03	0.8070 52