

# 全国第五届研究生数学建模竞赛



## 题 目                      城市道路信号实时控制方案

### 摘                      要：

本文就城市道路交通流量及信号实时配时问题进行研究：

(1) 运用放行矩阵描述交叉路口车辆道路放行情况，以全体车辆路口等待时间最短为目标函数，分别建立单交叉路口、多交叉路口的交通流量控制实时配时模型，设计相应算法，给出基于 MATLAB 7.0 的具体实现；并讨论算法的适用范围、效率，通过检验，改善率提升均大于 30%。

(2) 设计了一种基于 PASSION 分布的交通流序列实时生成方案，结合 (1) 中算法，对固定周期和不固定周期的实时信号配时方案进行了仿真研究，证实基于优化 Webster 绿信比模型的不固定周期实时信号配时方案，对交通流量的控制效果明显优于前者，并多组模拟数据最终误差均控制在 13% 以内。(3) 在对上述模型及算法分析的基础上，为交通管理部门提出交通信号控制可行性建议。

本文主要特色之处在于：

(1) 将放行矩阵扩展应用至对多交叉路口车辆通行情况描述，简化了线状和网络区域多交叉路口实时配时模型；并对此模型进行改进，融合基于 Webster 绿信比的优化模型，使配时模型可以适用不固定周期、不固定配时，及多交叉路口信号配时情况。

(2) 借鉴调度优先权思想，优化 Webster 绿信比模型。在拥挤交通状态下，对交通流的相位排队参数设置临界值，使其不但适用于交通流量处于非饱和状态的情况，也能适用开饱和甚至超饱和状态的情况。

(3) 建立黄灯时间模型，将信号灯转换时间、车辆启动时间等周期损失时间与黄灯时间合并考虑，在保证模型的精度的同时，极大地简化了模型，降低求解的复杂度。

关键词：放行矩阵；绿信比；调度优先权；黄灯时间

参赛队号    1085601

参赛密码    \_\_\_\_\_  
(由组委会填写)

# 目录

1.	问题重述与分析	
2.	模型假设 .....	3
3.	符号定义 .....	3
4.	模型的建立与求解 .....	4
4.1.	单交叉口实时配时模型 .....	4
4.1.1.	问题分析 .....	4
4.1.2.	初级模型建立（固定周期、不固定配时） .....	4
4.1.3.	黄灯信号的时间模型 .....	7
4.1.4.	单相位实时 Webster 绿信比优化模型 .....	11
4.1.5.	模型改进（不定周期、不定配时） .....	15
4.1.6.	模型求解与比较（三种方案） .....	15
4.2.	线型区域实时配时模型 .....	16
4.2.1.	符号定义 .....	16
4.2.2.	模型建立 .....	17
4.2.3.	模型求解 .....	18
4.2.4.	模型评价 .....	19
4.3.	网络区域实时配时模型 .....	21
4.3.1.	符号定义 .....	21
4.3.2.	模型建立 .....	22
4.4.	城市交通流序列方案 .....	24
4.4.1.	问题分析 .....	24
4.4.2.	模型建立 .....	24
4.4.3.	模型求解 .....	24
4.4.4.	模型改进 .....	25
4.4.5.	模型检验 .....	27
4.4.6.	方案比较（单交叉口） .....	27
4.4.7.	方案比较（线型区域） .....	27
5.	对现行交通管理建议 .....	31
6.	参考文献 .....	32

# 城市道路交通实时控制方案

## 1. 问题重述与分析

城市交通管理问题的基本问题之一，是城市道路交通信号控制问题。即根据不同交叉路口、不同相位、不同方向、不同时段交通流量(标准车辆数)，合理的配置各路口的信号灯的周期长，以及同一周期内的红、绿、黄信号的响应时间。以前大多采用固定周期，固定信号比的配时控制方案。为提高道路服务功能，设计实时优化的配时方案对道路畅通和应急决策管理具有重要意义。实时配时方案，即根据交通流量的实时大小，实时配置信号灯的周期长、各种色灯的响应时间，同时考虑信号灯的转换与车辆的起动的损失时间，使全体车辆在所有道口的等待的时间最短。

(1) 构造单个交叉路口交通信号实时控制的点控制数学模型，并给出相应的实时算法。

(2) 构造多个交叉路口(线状区域)交通信号实时控制的线控制数学模型，并给出相应的实时算法。

(3) 构造多个交叉路口(网络区域)交通信号实时控制的面控制数学模型，并设计相应的实时算法。

(4) 根据城市交通流分布规律，设计一种实时产生交通流序列的方案。并根据你的算法和产生的交通流数据，计算并给出单交叉路口点控制的实时信号配时方案(分为周期固定和周期不固定两种情形考虑)，并与固定配时方案比较，说明实时配时方案的效果和优势。

(5) 对多路口信号配时的情况，根据你产生的交通流数据和相应的实时算法，分别给出线状区域、网络区域实时配时方案，并比较和评价你所得到的结果。同时分析模型算法的可计算性、算法的复杂性

(6) 给交通管理部门提出应用你所得结果的咨询和建议。



图 1. 十字交叉路口相位设计



图 2. 丁字交叉路口相位设计

## 2. 模型假设

- 1) 模型中所涉及的原始交通流数据相关数据真实有效，不考虑特殊情况。
- 2) 一般实际交通流量情况即交通流序列假设符合泊松分布。
- 3) 模型中研究的车辆为标准车辆，且复合一般规律。
- 4) 假设人对交通灯转绿灯时的反映时间小于等于其间黄灯时间，即在黄灯期间人即为绿灯放行做出准备，从而在下述模型中不考虑由于信号转换时损失的时间。

## 3. 符号定义

符号	定义
$p_e$	放行状态矩阵
$i$	相位序号，取值为1, 2, 3, 4, 分别表示第一、第二、第三、第四相位
$j$	方向序号，取值为1, 2, 3, 4, 分别表示东、南、西、北方向
$k$	车道序号，取值为1, 2, 3, 分别表示左行、直行、右行车道；
$p_{ijk}$	表示第 <i>i</i> 相位，第 <i>j</i> 方向，第 <i>k</i> 车道车辆运行状态（0-禁行，1-放
$\lambda_{ijk}$	表示第 <i>i</i> 个相位，第 <i>j</i> 个方向，第 <i>k</i> 个车道的车辆到达率
$s_1$	一个周期内第 <i>i</i> 个相位、第 <i>j</i> 个方向、第 <i>k</i> 个车道到达的车辆数
$u_{ijk}$	放行车辆在第 <i>i</i> 个相位、第 <i>j</i> 个方向、第 <i>k</i> 个车道驶离路口的离开率
$t_i$	交叉路口各个相位的配时， $i=1, 2, 3, 4$
$s_2$	一个周期内第 <i>i</i> 个相位、第 <i>j</i> 个方向、第 <i>k</i> 个车道可能驶离路口的车辆数
$s_{ijk}^l$	第 <i>l</i> 个周期、第 <i>i</i> 个相位、第 <i>j</i> 个方向、第 <i>k</i> 个车道滞留的车辆数
$s^*$	路口滞留车辆数最小
$T$	信号周期
$S^t$	全体车辆所在道口等待时间（滞留时间）

## 4. 模型的建立与求解

### 4.1. 单交叉口实时动态配时优化模型

#### 4.1.1. 问题分析

根据赛题要求，构造单个交叉口交通信号实时控制的点控制模型。以前大多数采用固定周期、固定配时的控制方案。为提高道路服务功能，设计实时优化的配时方案对道路畅通和应急策略管理具有重要意义。实时配时方案的设计，即根据交通流量的实时大小，实时配置信号灯的周期长度、各种色灯的响应时间，同时考虑信号灯的转换与汽车的启动的损失时间，使全体车辆在所有道口的等待时间（滞留时间）最短，根据赛题所给出的信息，我们从做以下几点分析：

（1） 交通信号的种类有很多，但都是从红黄绿三色灯扩展而来，所以我们这里只讨论标准的三色信号灯。

（2） 通常信号灯转换而出现的闪动的情况是为了提醒司机做好准备。且国家规定的司机的反应时间为 2~3 秒，黄灯国家的规定时间是 3~5 秒。为了建模计算的方便，在不影响计算精度的情况下，我们假设信号灯转换是瞬时的，将给司机反应时间纳入黄灯时间。

（3） 对不定周期、不定配时的优化模型架构有点复杂，可以先构造定周期、不定配时的优化模型，并过模型检验，保证模型有效性。之后再找到另外各项配时与系统的关系，将固定周期  $T$  换成其他表达式，进行模型的改进。

（4） 要使全体车辆在所有道口的等待时间（滞留时间）最短，即可建立单目标优化模型，建立配时和总等待时间间的关系。

（5） 假设黄灯时间包括了周期损失的所有因素，包括司机反应时间、汽车启动时间等，这些因素基本与我们要讨论的配时所设计的参数相独立。因此，可以考虑先建立黄灯时间模型。

#### 4.1.2. 初级模型建立（固定周期、不固定配时）

基于以上几点分析，我们以国家标准的双向单车道为例(如图)，建立单交叉口实时动态配时模型。

$$S^t = \min \left( \left( \sum_{j=1}^4 \sum_{k=1}^3 S'_{3jk} + \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 \sum_{k=1}^3 \lambda_{ijk} t_i - \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 \sum_{k=1}^3 p_{ijk} u_{ijk} t_i \right) (T - t_i) \right)$$

s. t.

$$(1) \quad t_1 + t_2 + t_3 + t_4 = T$$

$$(2) \quad 6 \leq t_i \leq T-1 \& i=1,2,3,4$$

$u_{ijk}$  为定值，取路口各个方向各个车道在允许放行条件下最大放行车辆数为 1.5 辆/秒，固定周期  $T$  为 120 秒。

其推到过程如下：

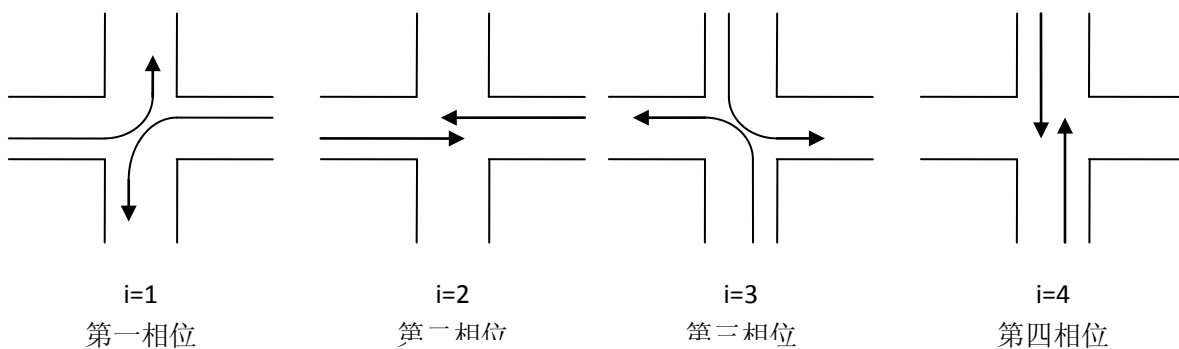


图 3 某交叉口四个相位图

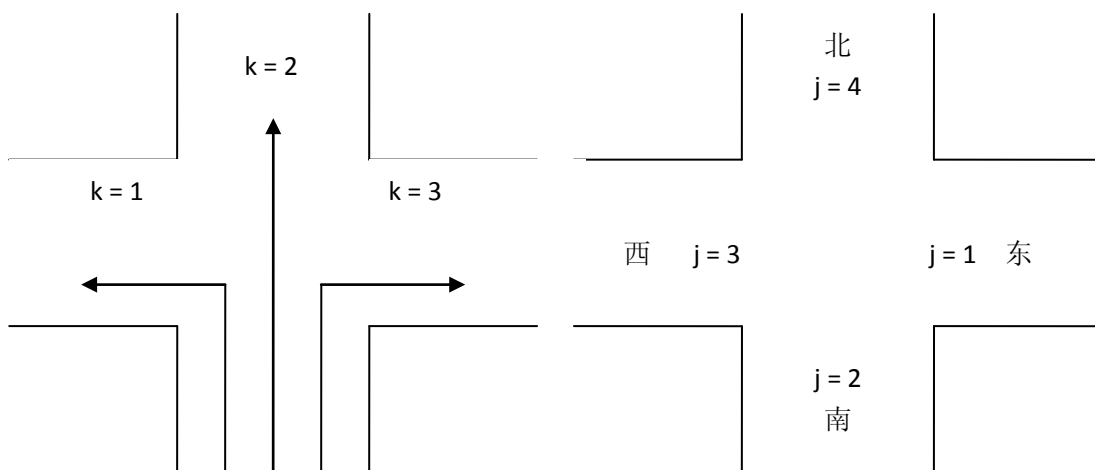


图 4 某交叉口三个车道

图 5 某交叉口四个方向

针对如图3 所示的一个四相位变化控制的单交叉路口，不同的相位、不同的车道的车辆放行状态可用

一个系数矩阵  $p_e$  表示，

$$p_e = \{p_{ijk}\} \quad (1)$$

$$\text{其中: } p_{ijk} = \begin{cases} 1, \text{表示第} i \text{相位, 第} j \text{方向, 第} k \text{车道车辆发放行} \\ 0, \text{表示第} i \text{相位, 第} j \text{方向, 第} k \text{车道车辆发禁止放行} \end{cases}$$

$i$  为相位序号，取值为1, 2, 3, 4, 分别表示第一、第二、第三、第四相位； $j$  为方向序号，取值为1, 2, 3, 4, 分别表示东、南、西、北方向； $k$  为车

道序号, 取值为1, 2, 3, 分别表示左行、直行、右行车道;

则对采用如图3 所示四相位信号控制的交叉路口, 其放行状态系数矩阵可表示为:

$$P_{ijk} = \begin{cases} \{1, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 1\}, \\ \{0, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 1\}, \\ \{0, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 1\}, \\ \{0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 1\} \end{cases} \quad (2)$$

延误车辆数的计算:

设:  $t_i (i=1, 2, 3, 4)$  为交叉路口各个相位的配时;  $\lambda_{ijk}$  表示第  $i$  个相位、第  $j$  个方向、第  $k$  个车道的车辆到达率, 则一个周期内第  $i$  个相位、第  $j$  个方向、第  $k$  个车道到达的车辆数为

$$s_1 = \lambda_{ijk} t_i \quad (3)$$

假设在绿灯期间内, 放行车辆在第  $i$  个相位、第  $j$  个方向、第  $k$  个车道驶离路口的离开率为  $u_{ijk}$ , 则一个周期内第  $i$  个相位、第  $j$  个方向、第  $k$  个车道可能驶离路口的车辆数为

$$s_2 = p_{ijk} u_{ijk} t_i \quad (4)$$

设  $s_{ijk}^l$  表示第  $l$  个周期、第  $i$  个相位、第  $j$  个方向、第  $k$  个车道滞留的车辆数, 则

$$\begin{cases} s_{ijk}^l = s_{ijk}^{l-1} + \lambda_{ijk} t_i - p_{ijk} u_{ijk} t_i, s_{ijk}^{l-1} + \lambda_{ijk} t_i \geq p_{ijk} u_{ijk} t_i & (5a) \\ s_{ijk}^l = 0, s_{ijk}^{l-1} + \lambda_{ijk} t_i < p_{ijk} u_{ijk} t_i & (5b) \end{cases}$$

其中,  $i=1, 2, 3, 4; j=1, 2, 3, 4; k=1, 2, 3$ ,  $s_{ijk}^{l-1}$  为第  $l-1$  个周期、第  $j$  个方向、第  $k$  个车道、第四相位滞留的车辆数  $Z$  故第  $l$  个周期末路口总的滞留车辆数可表示为:

$$S = \sum_{j=1}^4 \sum_{k=1}^3 s_{4jk}^l \quad (6)$$

从以上分析可知, 为了使路口流通能力最大, 即要求所有车辆在所有道口的等待时间最短, 即目标函数即总时间最短满足:

$$S' = \min \left( \left( \sum_{j=1}^4 \sum_{k=1}^3 S'_{3jk} + \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 \sum_{k=1}^3 \lambda_{ijk} t_i - \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 \sum_{k=1}^3 p_{ijk} u_{ijk} t_i \right) (T - t_i) \right) \quad (7)$$

优化过程是对路口4个相位进行实时优化配时 $t_1$ 、 $t_2$ 、 $t_3$ 、 $t_4$ 且满足

$$t_1 + t_2 + t_3 + t_4 = T \quad (8)$$

其中 $T$ 为路口相位信号控制的周期。

若控制周期不变，性能指标为在满足(8)式条件下求(7)式的极小值 $Z$ 考虑路口行人过马路时的安全需要，每相位最短绿灯时间不得小于某值 $e$ （一般取 $e \geq 6s$ ），因此每一相位的配时须满足条件(9)式：

$$6 \leq t_i \leq T - 1 \quad i=1,2,3,4 \quad (9)$$

$u_{ijk}$ 为定值，取路口各个方向各个车道在允许放行条件下最大放行车辆数为1.5辆/秒，固定周期 $T$ 为120秒。注意，此时计算的 $t_i$ 是包含黄灯时间模型中计算出来的黄灯时间常数4.2s，为方便计算，且不影响精度的情况下，可黄灯时间认为是绿灯时间的延续，将其考虑入绿灯时间。

#### 4.1.3. 黄灯信号的时间模型

##### 4.1.3.1. 问题分析

交通灯是主要分为红色、黄色、绿色三种颜色，红色是表示车辆禁行，黄色起警示作用-已经出停车线的车辆可以继续行驶；在停车线内的车辆进行，绿色表示车辆允许通行，从而提高交通允许效率，保证城市交通管理高效、安全运行。其中，交通灯指标种类有许多，但都是建立三色交通灯的基础上演变而来。三色灯的运行顺序是：绿灯亮-黄灯亮-红灯亮，这里假定信号灯转换为瞬间。黄灯的时间包括汽车启动、司机的反映等周期损失时间。

对于这个黄灯信号应亮多长时间，国际上有各种不同的规定，日本为4秒，美国采用3秒，我国则为3至5秒，但这只是一些标准规定，并非适用于任何路口。大量事实证明：黄灯时间设置不当，是很容易发生两垂直方向上的车辆碰撞的，从而造成交叉口处的混乱现象。所以在建立交通流模型之前，先研究合理有效的黄灯信号时间模型，提高交叉路口处的通行能力且，降低交叉路口处的事故发生率。

黄灯时间的长度，应保证那些无法停在停车线后的车辆顺利通过交叉口，避免与其对方向上驶来的车辆发生碰撞。一个驾驶员，在驶进交叉口时，遇到黄灯信号后要做出判断：是停车还是继续行驶赶快通过。这种判断需要一个反映时间。



若要行驶，就必须有足够的时间完全通过路口。对于连续的车流而言，黄灯亮时距停车线在停车距离以内的车应能通过路口。按最坏情况如图 6（即在停车距离内而距停车线最远的那辆车）通过路口的时间应为以下三部分的和：(1) 司机的反应时间  $T_{\text{反应}}$ ；(2) 通过路口时间  $t_1$ ；(3) 停车所需要的时间  $t_2$ 。

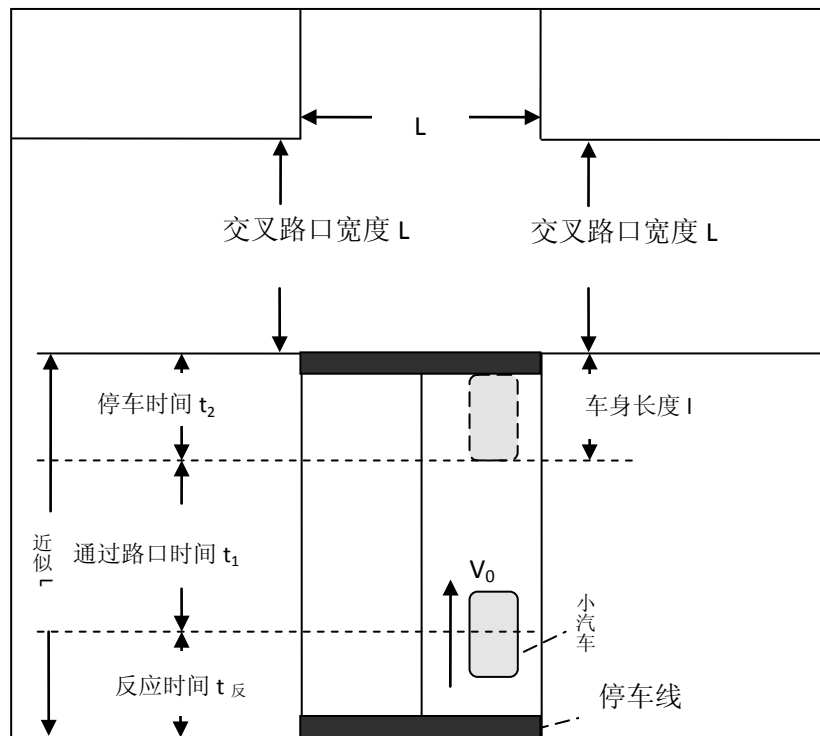


图 6 交叉口黄信号灯

根据对交叉口黄信号灯所需最坏情况，以下建立黄信号灯时间模型以确定周期的最长损失时间。

#### 4.1.3.2. 模型建立

假设迫近交叉口时法定速度是  $v_0$ ，交叉口宽度是  $L$ ，车身长是  $l$ （如图），则通过交叉口的时间容易求得，即  $t_1 = (L + l) / v_0$ 。其中司机的反映时间根据我国 2 至 3 秒的规定，采用较为稳妥的数值 2.5 秒。

设车重为  $G$ ，阻力系数为  $f$ ，则对汽车的制动力为  $F$ ， $F = fG$ ，其方向与车运动方向完全相反。这样，汽车的停车过程就可以用下面的微分方程来描述：

$$\frac{G}{g} \cdot \frac{d^2 x}{dt^2} = -fG \quad (1)$$

其中  $g$  为重力加速度,  $x$  为所求停车所需的制动距离。初始条件为:  $t=0$  时,  $v = x = v_0$ ,  $x=0$ 。求解 (1) 式可得

$$x = -\frac{1}{2} fgt^2 + v_0 t \quad (2)$$

由 (1) 式还知, 当  $t = v_0 / fg \triangleq \bar{t}$  时, 速度  $dx/dt$  为零。此时有  $x(\bar{t}) = v_0^2 / 2fg$ , 这就是刹车制动距离。于是, 停车所需时间  $t_2$  也得到  $t_2 = \frac{x(\bar{t})}{v_0} = \frac{v_0}{2fg}$ 。从而, 我们得到黄灯时间的公式

$$Y = T_{\text{反应}} + t_1 + t_2 = \frac{L+l}{v_0} + \frac{v_0}{2fg} + T \quad (3)$$

#### 4.1.3.3. 模型修正

然而, 司机驾车驶进交叉口的速度并不是一定的, 因而在模型中把这个速度假设为常数  $v_0$ , 显然不合理。因此我们对黄灯时间模型进行了修正。不妨假设司机近交叉口停车线时的速度属于一个以  $v_0$  为中心、半径为  $\Delta v/2$  的区间, 即  $v \in [v_0 - \Delta v/2, v_0 + \Delta v/2]$ , 且概率同等。这样, 把上面的模型求得的黄灯时间  $Y$  改进黄灯的平均时间, 即

$$Y = \frac{1}{\Delta v} \int_{v_0 - \frac{\Delta v}{2}}^{v_0 + \frac{\Delta v}{2}} Y(v) dv \quad (4)$$

把 (3) 式代人, 整理可得

$$Y = \frac{L+l}{\Delta v} \ln \frac{v_0 + \frac{\Delta v}{2}}{v_0 - \frac{\Delta v}{2}} + \frac{v_0}{2fg} + T_{\text{反应}} \quad (5)$$

(5) 式的建立要比 (3) 式更进了一步, 其结果也较之更合理、更精确了。然而, 我们在试算了几个路口的黄灯时间后, 发现由公式 (3), (5) 计算的黄信号时间都比实际偏大。是否有必要一定使黄灯时间这么长呢? 仔细观察路口

的车辆运行情况,可以给出否定的回答。在上面的模型中,早含有这样一个假定,即另一信号相位(被禁行的一相)的等待车辆一直等黄信号相的车辆完全通过路口,而在绿灯信号一出现时立即就获得速度 $v(v>0)$ ,驶过停车线。然而在实际中汽车的启动是需要时间的,并非一下子就以速度 $v$ 冲出。可以认为这个启动并通过停车线的过程需要约 2.3 秒的时间,即排队待行的第一辆车需 2.3 秒才能通过停车线,那么黄灯时间也就完全没有必要把这 2.3 秒加进去。于是,我们得到了上述模型的一个修正模型

$$Y = \frac{L+l}{v} + \frac{v}{2fg} + T_{\text{反应}} - 2.3 \quad (6)$$

$$Y = \frac{L+l}{v} \ln \frac{v_0 + \frac{\Delta v}{2}}{v_0 - \frac{\Delta v}{2}} + \frac{v}{2fg} + T_{\text{反应}} - 2.3 \quad (7)$$

#### 4.1.3.4. 模型求解

为验证模型的有效性,我们查找相关数据,以不同的迫近速度 $v_0$ ,路口款地 $L$ 对经验法、公式(3)、修正模型进行计算。其中, $L$ 的值为国家标准双向单车道的宽度为 9 米、12 米、14 米 (3) 式的 $f$ 值采用公路专家建议的值 0.2,即 $f=0.2$ 。所用车身长均系标准小轿车长 $l=4$ 米,司机的反应时间 $T_{\text{反应}}=2.5\text{s}$ 。

其中,“经验法”是一种比较粗糙的黄灯信号,即法定迫近速度 $v_0$ 每增加 10 英里/小时 (16.09km/h),增加黄灯时间 1 秒。如 $v_0$ 为 40 英里/小时,则 $Y$ 为 4 秒; $v_0$ 为 60 英里/小时时 $Y$ 就为 6 秒。

表 1. 双向单车道三种计算模型的黄灯信号时间比较

路口宽度 $Y$ (米)		迫近速度 黄灯时间 比较项 $T$ (秒)	20km/h (5.6m/s)	25km/h (6.9m/s)	30km/h (8.3m/s)	40km/h (11.1m/s)
$L=9$	经验法		2	2	2	3
	公式 (3)		6.2	6.1	6.1	6.4
	修正模型		4.2	4.1	4.1	4.3
$L=14$	经验法		2	2	2	3
	公式 (3)		7.1	6.8	6.8	7.0
	修正模型		4.8	4.6	4.5	4.7
$L=12$	经验法		2	2	2	3
	公式 (3)		6.8	6.6	6.5	6.8
	修正模型		4.5	4.3	4.2	4.5

4.1.3.5. 模型评价

从表 1 中对比数据可以看出，经验法的结果比我们得到的黄灯时间短得多，这将会使许多车辆在对相转为绿灯时却正处于十字路口的中央。因此，经验法并不可行，应在实际中首先考虑由（7）式得到的黄灯时间值。且国家规定黄灯时间是 3~5 秒，改进模型所计算数据也复合国家标准。

因为黄灯模型参数与之后交通流模型参数相互独立，为方便之后的交通流模型计算，将采用国家标准双向双车道 9 米路宽、交叉口运行速度 5.6 米/秒、标准小轿车长度 4 米，将黄信号灯时间常数化，计算得标准黄信号灯时间 4.2 秒。

4.1.4. 单相位实时 Webster 绿信比优化模型

4.1.3.6. 传统模型分析

目前对于绿信比的计算主要有F-B法和Webster法，本章就两种传统的绿信比计算方法进行比较，并对Webster算法进行优化，得到比较合理的单相位实时绿信比优化方法，为计算全体车辆在所有道口滞留时间（等待时间）的优化计算奠定基础。

### “F-B” 绿信比算法:

在相互独立的时间里车的流量服从参数为  $\eta$  的Poisson分布. 对于周期的确定采用了(F—B)法(F. Webster—B. Cob—ber)(美国通行能力手册中计算交叉口信号灯周期常用的一个公式, 其推导原理及布置参数的意义见文献[5]). 其原理是按所有车辆在一个周期内都可以离开交叉口为目的, 以采取平均制来调控绿信比. 然而, 对于绿信比采取平均制或者按照经验固定值, 不能适合文本所讨论的实时调控, 应用效果不理想。

### “Webster” 绿信比算法:

“Webster” 绿信比算法是在信号周期确定后, 各信号相位的绿灯时间是按各相位临界车道的交通流量比进行比例分配的, 其分配方法按式(1)进行:

$$t_i = (T - L) \times (v / s_{\text{饱和}})_{\text{饱和}} / \sum_{i=1}^n (v / s_{\text{饱和}})_i \quad (1)$$

式中  $t_i$ —第*i*相位的绿灯时间(s);

$(v / s_{\text{饱和}})_i$ —第*i*相位关键车道的流量比;

$T$ —周期时长(s);

$L$ —周期损失时间(s)。

在非拥挤交通状态下, 该绿信比优化模型充分考虑了各个方向上的交通需求, 各相位分配的绿灯时间合理, 能有效降低信号交叉口延误及排队长度等指标。而在拥挤交通状态下, 由于车辆之间的横向干扰加剧, 车道通行能力明显下降。采用 Webster 绿信比算法分配得到的各相位绿灯时间, 往往在车道刚处于最佳的通行状态时, 绿灯时间却又结束了, 从而制约了信号交叉口通行能力的提高, 使得交通状况愈加恶劣。本文从另一个角度就绿信比优化模型进行了研究, 并假定当前周期时长和相位设计已处于最优状态。

#### 4.1.3.7. 模型优化

##### ● 优化原理

借鉴调度优先权思想, 在拥挤交通状态下, 对交通流的某一项参数设置一个临界值  $q_o$ 。此处以车辆排队长度为例, 说明绿信比优化模型的原理。当相位  $r$  的排队长度  $q_r \geq q_o$ , 就将一个  $g_{\max}$  绿灯时间分配给本相位, 以达到尽快消散本相位的排队长度, 从而预防交通拥挤的产生。当同时有多个相位的排队长度  $q_i, q_j, \dots$  均满足  $q_i \geq q_o, q_j \geq q_o, \dots$  时, 则从  $q_i, q_j, \dots$  中选取一个最大者, 将  $g_{\max}$  绿灯时间分配给此相位, 即哪一个方向最容易造成拥挤的产生, 就先给予该方向通行优先权, 以消

散该方向上的车流排队长度,从而缓解交通拥挤。在将  $g_{\max}$  绿灯时间分配给第  $r$  相位后, 剩余绿灯时间  $(C - g_{\max} - nL, n$  代表相位数,  $L$  代表相位转换时间) 按其它各相位的关键流量比进行比例分配。对任意的相位  $i$  的排队长度均满足  $q_i < q_o$  时, 各相位的绿灯时间按 Webster 绿信比优化模型进行分配。

#### ● $q_o$ 值的确定

$q_o$  值既不能过大, 也不能太小。 $q_o$  值过大, 可能出现很难有相位  $r$  的排队长度  $q_r$  能大于等于它(由于该方向上的进口道较短等原因), 那么就失去了预防交通拥挤产生的初衷;  $q_o$  值太小, 就会忽略各个方向上车辆到达率的差异, 从而形成各个方向轮流享有该优先权的局面, 这也不利于交通拥挤的消散。

那么, 在此确定一项规则: 容易导致拥挤的一或两个相位在拥挤快发生或已发生时能频繁地、轮流地享有该通行优先权, 其它相位由于分配绿灯时间的减少, 将会出现车辆排队的累计效应, 当排队长度累计达到一定规模时, 也能获得此优先权。

#### ● $q_r$ 值的确定

现以各相位车辆排队长度为例, 说明  $q_r$  值的确定方法。令  $q_r(k)$  代表第  $k$  周期结束时  $r$  相位余下的排队车辆数, 则  $q_r$  值的确定方法由式(2)得到; 第  $k+1$  周期结束时  $r$  相位剩余排队车辆数  $q_r(k+1)$  由式(3)而得。图 6 表示了一个相位的车辆排队长度在拥挤交通状态下的变化示意图。

$$q_r = q_r(k) + \bar{q}_r \times T \quad (2)$$

$$q_r(k+1) = q_r(k) + \bar{q}_r \times T - s_r \times g_r \quad (3)$$

式中  $\bar{q}_r$ —相位  $r$  的平均车辆到达率 (pcu/s);

$T$ —周期时长 (s);

$s_r$ —相位  $r$  的饱和流量 (pcu/s);

$g_r$ —相位  $r$  的有效绿灯时间 (s)。

#### ● $g_{\max}$ 值的确定

$g_{\max}$  是一个与周期时长和相位数相关的量, 它的取值约占整个周期时长比重的 0.5-0.7 为宜, 应视具体的交叉口交通状况和相位数而定。若交叉口各个相位的车辆到达率差异较大, 则  $g_{\max}$  应取大一些; 若各相位的车辆到达率相差无几, 则  $g_{\max}$  相应取小一些。信号交叉口配时参数中相位数越少,  $g_{\max}$  所占周期时长的比重应取大一些; 相位数越多,  $g_{\max}$  所占周期时长的比重将相应降低。

但  $g_{\max}$  值的大小应保证  $g_{\max} > g_r$  ( $g_r$  指拥有通行优先权的相位按 Webster 方

法应分配得到的绿灯时间)而且全部包含直行车流的相位绿灯时间要保证同方向行人过街所需的最短时间。 $g_{\max}$  不是一个常量,它与信号交叉口的交通状态有关, $g_{\max}$  值大小的确定见式(4)。当然,这只是确定  $g_{\max}$  的一种方法,其它方法有待进一步研究。

$$g_{\max} = (1 + e^{-(\sqrt{a}+1/x)})g_r \quad (4)$$

式中  $g_{\max}$  一相位分配得到的优先绿灯时间(s);

$g_r$  一该相位按 Webster 方法应分配得到的绿灯时间(s);

$\alpha$  一相位数;

$x$  一相位饱和度。

#### 4.1.3.8. 绿信比优化算法

(1) 首先鉴别交叉口当前的交通状态(非拥挤、拥挤),若处于非拥挤交通状态,则转入(4);若处于拥挤交通状态,则转入(2);

(2) 检查是否有相位  $r$  的  $q_r \geq q_o$ ,若成立,则转入(3);若不成立,则转入(4);

(3) 从满足条件的相位中,选择一个  $q_r$  值最大的相位,按照  $g_{\max}$  的确定方法,给本相位分配  $g_{\max}$  大小的绿灯时间,剩余周期时间  $C - g_{\max} - nL$  按其它各相位的关键流量比进行比例分配,转入(5);

(4) 按各相位的关键流量比进行绿灯时间分配,转入(5);

(5) 将优化参数送执行机构执行,绿信比优化结束。

#### 4.1.3.9. 模型建立

通过优化的“Webster”绿信比优化模型,提高了信号交叉口的行车效率的优越性,尤其是在各相位车辆到达率差异较大的情况下更为突出。

由于本次讨论时间紧迫,且为了方便计算,在不影响精度的情况下,对单相“Webster”绿信比优化模型进行以下简化:

$$t_i = T \times (v_i / s_{i\text{饱和}}) / \sum_{i=1}^4 (v_i / s_{i\text{饱和}}) \quad (1)$$

式中  $t_i$  一第  $i$  相位的绿灯时间(s);

$(v / s_{\text{饱和}})_i$  一第  $i$  相位关键车道的流量比;  $s_{\text{饱和}} = 1.5$  辆/秒

$$V = \max(\lambda_{ijk}, \lambda_{i(j+2)k})$$

$T$ —周期时长(s)；

所以得到周期  $T$  与单相配时的关系，用于不定周期不定配时交通流配时模型中计算：

$$T = \frac{t_i \cdot \sum_{i=1}^4 \frac{v_i}{s_{i\text{饱和}}}}{\frac{v_i}{s_{i\text{饱和}}}}$$

#### 4.1.5. 模型改进（不定周期、不定配时）

根据上一章节利用Webster优化绿信比模型所找到的各相位配时  $t_i$ 、信号周期  $T$  与车辆总等待时间关系，可将周期  $T$  用  $t_i$  表示，并带入定周期、不定配时优化配时模型，对其进行改进，从而获得不定周期、不定配时模型。其模型表达式如下：

所以有全体车辆在所有道口的等待的时间最短，目标函数即总时间最短如下：

$$S^t = \min \left( \left( \sum_{j=1}^4 \sum_{k=1}^3 S_{3jk}^l + \sum_{j=1}^4 \sum_{k=1}^3 \sum_{i=1}^4 \lambda_{ijk} t_i - \sum_{j=1}^4 \sum_{k=1}^3 \sum_{i=1}^4 p_{ijk} u_{ijk} t_i \right) \left( \frac{t_i \cdot \sum_{i=1}^4 \frac{\max(\lambda_{ijk}, \lambda_{i(j+2)k})}{s_{i\text{饱和}}}}{\frac{\max(\lambda_{ijk}, \lambda_{i(j+2)k})}{s_{i\text{饱和}}}} - t_i \right) \right)$$

式中  $t_i$ —第  $i$  相位的绿灯时间(s)；

$\frac{\max(\lambda_{ijk}, \lambda_{i(j+2)k})}{s_{i\text{饱和}}}$ —第  $i$  相位关键车道的流量比；  $s_{i\text{饱和}}=1.5$  辆/秒

$T$ —周期时长(s)；

$L$ —周期损失时间(s)。

#### 4.1.6. 模型求解与比较（三种方案）

在城市交通流序列方案章节中，将会交通流序列产生  $N$  组模拟交通流数据，将其带入模型当中，并对算法适用范围，效率和误差进行讨论，结果如下表 2（具体计算过程，详见城市交通流序列方案章节）。

表 2 单交叉口三个不同模型总等待时间的比较



单交叉口三个不同模型总等待时间的比较									
不同模型	序号	周期		各相位配时				滞留的 总车数	不同模型总 滞留百分比比较
				t1	t2	t3	t4		
模型 1	1	固定	100	25	25	25	25	23	39%
	2	固定	80	20	20	20	20	18	41%
	3	固定	120	30	30	30	30	28	39%
模型 2	1	固定	100	51	18	17	14	21	36%
	2	固定	80	27	20	20	13	14	32%
	3	固定	120	52	27	27	14	23	32%
模型 3	1	自动调整	102	30	28	29	15	15	25%
	2	自动调整	105	24	27	31	23	12	27%
	3	自动调整	95	19	23	16	37	20	28%

如表 2，通过固定周期固定配时、固定周期不固定配时、不固定周期不固定配时优化配时模型算法结果对比，得到以下几点结论：

- (1) 固定周期固定配时是比较粗略的经验算法，对资源造成浪费。
- (2) 固定周期不固定配时对交通流滞留现象稍有改善。
- (3) 不固定周期不固定配时对交通流改善相对最有效。

#### 4.2. 线型实时动态优化配时模型

##### 4.2.1. 符号定义

$n_l A_{xijk}(i)$ ：表示第  $x$  个周期，交叉口  $l$ ，第  $i$  相位， $j$  方向， $k$  车道的小车的车辆到达率；

$A_{xijk}(i)'$ ：表示第  $x$  个周期，交叉口  $l$ ，第  $i$  相位， $j$  方向， $k$  车道的大车的车辆到达率；

$M_{xijk}(i)$ ：表示第  $x$  个周期，交叉口  $l$ ，第  $i$  相位， $j$  方向， $k$  车道的小车的车辆的驶离率；

$M_{xijk}(i)'$ ：表示第  $x$  个周期，交叉口  $l$ ，第  $i$  相位， $j$  方向， $k$  车道的大车的车辆的驶离率；

$t_{xijk}(i)$ ：表示第  $x$  个周期，交叉口  $l$ ，第  $i$  相位的配时；

$T_{xl}$  : 表示第  $x$  个周期, 交叉口  $l$  控制的时间;

$SA_{xijk}(i)$  : 表示第  $x$  个周期, 交叉口  $l$ , 第  $i$  相位,  $j$  方向,  $k$  车道到达的车辆数;

$SM_{xijk}(i)$  : 表示第  $x$  个周期, 交叉口  $l$ , 第  $i$  相位,  $j$  方向,  $k$  车道驶离路口的车辆数;

$T$  : 表示各交叉口的周期的最小公倍数,

$p_l$  : 表示交叉口  $l$  的放行矩阵, 其元素为  $P_{ljk}(i)$  ;

$p_{ijk}(i)$  : 同一个周期内, 各交叉口的放行矩阵其元素为1 或0, 即取值为1 时表示交叉口  $l$  第  $i$  相位  $j$  方向  $k$  车道车辆放行; 取值为0 时表示交叉口  $l$  第  $i$  相位  $j$  方向  $k$  车道车辆禁止放行;

$u_{xijk}(i)$  : 表示第  $x$  个周期, 交叉口  $l$ , 第  $i$  相位,  $j$  方向,  $k$  车道单位时间内混合车流总流入车辆数;

$v_{xijk}(i)$  : 表示第  $x$  个周期, 交叉口  $l$ , 第  $i$  相位,  $j$  方向,  $k$  车道单位时间内混合车流总驶出车辆数;

$S_{xijk}(i)$  : 表示第  $x$  个周期, 交叉口  $l$ , 第  $i$  相位,  $j$  方向,  $k$  车道总滞留车辆数;

$y_{xijk}(i)$  : 表示第  $x$  个周期, 交叉口  $l$ , 第  $i$  相位,  $j$  方向,  $k$  车道的黄灯时间;

$n_l$  : 表示交叉口  $l$  的相位数。

#### 4.2.2. 模型建立

由以上分析, 以全体车辆在所有道口的等待的时间最短为目标的实时配时数学模型:

$$S^t = \text{Min } S = \sum_{x=1}^{a_1} \sum_{j=1}^4 \sum_{k=1}^4 \sum_{i=1}^4 (S_{x1jk}(i) + SA_{x1jk}(i) - SM_{x1jk}(i))(T - t_i) \\ + \sum_{x=1}^{a_1} \sum_{j=1}^4 \sum_{k=1}^4 \sum_{i=1}^3 (S_{x2jk}(i) + SA_{x2jk}(i) - SM_{x2jk}(i))(T - t_i) \\ \sum_{x=1}^{a_1} \sum_{j=1}^4 \sum_{k=1}^4 \sum_{i=1}^3 (S_{x3jk}(i) + SA_{x3jk}(i) - SM_{x3jk}(i))(T - t_i)$$

约束条件为：

$$t_{xljki} = t_{xli}, j = 1, 2, 3, 4; k = 1, 2, 3, 4 \quad (1)$$

$$20n_1 \leq T_{xl} \leq 60n_1, n_1 = 4, n_2 = 3, n_3 = 3 \quad (2)$$

$$t_{x11} + t_{x12} + t_{x13} + t_{x14} + 3y_{x1jk}(i) = T_{x1} \quad (3)$$

$$t_{x21} + t_{x22} + t_{x23} + 2y_{x2jk}(i) = T_{x2} \quad (4)$$

$$t_{x31} + t_{x32} + t_{x33} + 2y_{x2jk}(i) = T_{x3} \quad (5)$$

$$T = \sum_{l=1}^3 \alpha_l T_{xl} \quad (6)$$

$$T_{xl} = \lambda_{xijk}(i)(t_{xijk}(i) + y_{xijk}(i)) \quad (7)$$

其中绿信比由实时检测流量模型给出，据专家经验，一般黄灯时间应该控制在2~ 5 秒内[5]。模型的目标是求最小滞留车辆数，约束(1) 同一相位不同方向的绿灯时间是一样的； 约束(2) 各交叉口的周期约束, 约束(3) , (4) , (5) 各交叉口各相位的绿灯时间与黄灯时间总和必须等于相应的周期； 约束(6) 信号灯联动的时段，约束(7) 周期、绿信比、绿灯时间相互间的关系。

#### 4. 2. 3. 模型求解

本文以上海松江文翔路段为例，建立线型配时优化模型。如图，该路段是一个单交叉口与两个丁字路口组成，L 为节点编号，取值1, 2, 3 分别表示街道口(十字路口)，龙腾路(丁字路口)，龙诚路(丁字路口)三个交叉口(如图7)。i 为相位编号，取值1, 2, 3, 4 分别表示第一，第二，第三，第四相位； j 为各相位的方向编号，取值1, 2, 3, 4 分表表示东，南，西，北(约定上北下南左西右东)； k 为车道编号，取值1, 2, 3, 4 分别表示左拐，直行，直行，右拐(为了便于模拟，后面计算时将会将车道号变为1, 2, 3 分表表示左拐，直行，右拐)。

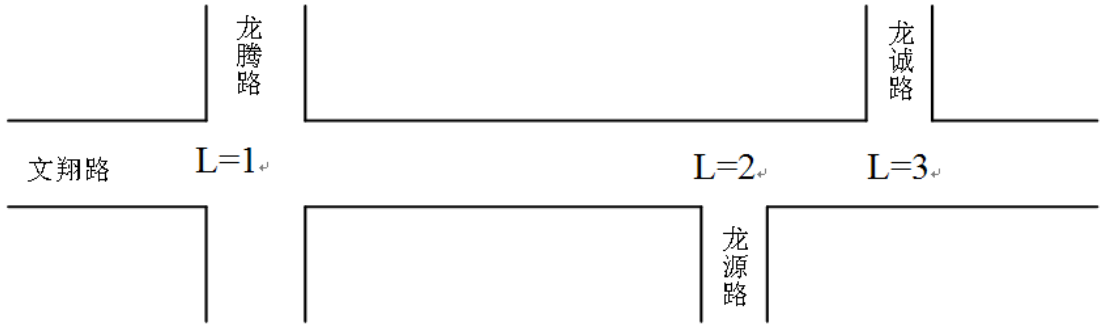


图 7 三个主要交叉路口

所以，第 $x$ 个周期，交叉口 $L$ ，第 $i$ 相位， $j$ 方向， $k$ 车道单位时间内混合车流总流入车辆数： $u_{xijk}(i)$ ，第 $x$ 个周期，交叉口 $L$ ，第 $i$ 相位， $j$ 方向， $k$ 车道单位时间内混合车流总驶出车辆数： $v_{xijk}(i)$

则第 $x$ 周期 $i$ 相位时间段内到达的车辆数 $SA_{xijk}(i)$ ：

$$SA_{xijk}(i) = u_{xijk}(i)t_{xijk}(i)$$

第 $x$ 周期 $i$ 相位时间段内驶离的车辆数 $SM_{xijk}(i)$ ：

$$SM_{xijk}(i) = v_{xijk}(i)t_{xijk}(i)p_{ijk}(i)$$

第 $x$ 周期交叉口 $L$ 第 $j$ 方向第 $k$ 车道滞留的车辆数 $S_{xijk}(i)$ ：

$$S_{xijk}(i) = S_{(x-1)ijk}(i) + SA_{xijk}(i) - SM_{xijk}(i)$$

在 $T$ 周期中则有 $a_1$ 个 $T_1$ ， $a_2$ 个 $T_2$ ， $a_3$ 个 $T_3$ ， $T = \sum_{i=1}^3 a_i T_i$

在 $T$ 个周期内由实时预测流量实时确定最佳周期 $T_i$ 。

#### 4.2.4. 模型评价

在城市交通流序列方案章节中，将会交通流序列产生 $N$ 组模拟交通流数据，将其带入模型当中，并对算法适用范围，效率和误差进行讨论，结果如下表3（具体计算过程，详见城市交通流序列方案章节）。

表3 城市网络交通信号各路口优化比较

城市网络交通信号各路口优化比较											
不同方案			第一周期			第二周期			第三周期		
交叉口			1	2	3	1	2	3	1	2	3
第一相位	流出车辆	东	37	43	39	54	39	43	45	47	32
		西	38			50			45		
	配时(s)		27	24	18	27	23	24	22	21	25
第二相位	流出车辆	东	107	110	113	107	109	110	103	115	120
		西	87	92	96	81	94	98	83	107	106
	配时(s)		52	55	60	54	56	49	48	55	53
第三相位	流出车辆	南	47	42	31	59	43	36	50	33	39
		北	43			59			41		
	配时(s)		27	26	22	23	21	29	24	23	27
第四相位	流出车辆	南	100			88			110		
		北	85			87			84		
	配时(s)		52	57	60	56	60	58	66	61	55
优化总滞留车数			22			25			19		
固定周期固定绿信比滞留			35			37			27		
改善率%			37%			32%			30%		
不同方案			第四周期			第五周期			第六周期		
交叉口			1	2	3	1	2	3	1	2	3
第一相位	流出车辆	东	47	47	37	41	46	37	49	48	27
		西	56			56			52		
	配时(s)		27	23	24	22	21	25		24	26
第二相位	流出车辆	东	102	108	113	102	121	103	98	102	127
		西	110	80	90	92	109	101	90	97	108
	配时(s)		54	56	52	54	51	52	56	54	55
第三相位	流出车辆	南	53	40	34	47	45	35	55	46	32
		北	44			46			54		
	配时(s)		23	25	25	24	23	25	24	25	23
第四相位	流出车辆	南	87			98			93		
		北	112			115			108		
	配时(s)		56	56	59	60	65	58	80	57	56
优化总滞留车数			24			33					
固定周期固定绿信比滞留			30			43					
改善率%			20%			23%					

#### 4.3. 网络区域实时动态优化配时模型

##### 4.3.1. 符号定义

$n_l A_{xijk}(i)$  : 表示第  $x$  个周期, 交叉口  $l$ , 第  $i$  相位,  $j$  方向,  $k$  车道的小车的车辆到达率;

$A_{xijk}(i)'$  : 表示第  $x$  个周期, 交叉口  $l$ , 第  $i$  相位,  $j$  方向,  $k$  车道的大车的车辆到达率;

$M_{xijk}(i)$  : 表示第  $x$  个周期, 交叉口  $l$ , 第  $i$  相位,  $j$  方向,  $k$  车道的小车的车辆的驶离率;

$M_{xijk}(i)'$  : 表示第  $x$  个周期, 交叉口  $l$ , 第  $i$  相位,  $j$  方向,  $k$  车道的大车的车辆的驶离率;

$t_{xijk}(i)$  : 表示第  $x$  个周期, 交叉口  $l$ , 第  $i$  相位的配时;

$T_{xl}$  : 表示第  $x$  个周期, 交叉口  $l$  控制的时间;

$SA_{xijk}(i)$  : 表示第  $x$  个周期, 交叉口  $l$ , 第  $i$  相位,  $j$  方向,  $k$  车道到达的车辆数;

$SM_{xijk}(i)$  : 表示第  $x$  个周期, 交叉口  $l$ , 第  $i$  相位,  $j$  方向,  $k$  车道驶离路口的车辆数;

$T$  : 表示各交叉口的周期的最小公倍数,

$p_l$  : 表示交叉口  $l$  的放行矩阵, 其元素为  $p_{ijk}(i)$ ;

$p_{ijk}(i)$  : 同一个周期内, 各交叉口的放行矩阵其元素为1 或0, 即取值为1 时表示交叉口  $l$  第  $i$  相位  $j$  方向  $k$  车道车辆放行; 取值为0 时表示交叉口  $l$  第  $i$  相位  $j$  方向  $k$  车道车辆禁止放行;

$u_{xijk}(i)$  : 表示第  $x$  个周期, 交叉口  $l$ , 第  $i$  相位,  $j$  方向,  $k$  车道单位时间内混合车流总流入车辆数;

$v_{xijk}(i)$  : 表示第  $x$  个周期, 交叉口  $l$ , 第  $i$  相位,  $j$  方向,  $k$  车道单位时间内混合车流总驶出车辆数;

$S_{xijk}(i)$  : 表示第  $x$  个周期, 交叉口  $l$ , 第  $i$  相位,  $j$  方向,  $k$  车道总滞留车辆数;

$y_{xijk}(i)$ : 表示第  $x$  个周期, 交叉口  $i$ , 第  $i$  相位,  $j$  方向,  $k$  车道的黄灯时间;

$n_i$ : 表示交叉口  $i$  的相位数。

#### 4.3.2. 模型建立

网络区域的交通流配时的分析是建立在线型交通流分析的基础上, 所以本文对线型优化配时模型进行改进, 尤其针对实例修改放行矩阵, 并加入线型车道中的车流量叠加而不能超过流量饱和度的约束条件, 即可完成对网络配时模型。

本文以上海松江文翔路段为例, 建立网络区域配时优化模型。同上述一样选取一个6节点的交叉路口, 设  $i$  为节点编号, 取值1, 2, 3, 4, 5, 6分别表示文翔路街道口(十字路口)、龙腾路(丁字路口)、龙源路(丁字路口)、滨湖路(丁字路口)、新松江路(十字路口) 共有6个交叉口(如图8所示)。 $i$  为相位编号, 取值1, 2, 3, 4 分别表示第一, 第二, 第三, 第四相位;  $j$  为各相位的方向编号, 取值1, 2, 3, 4 分表表示东, 南, 西, 北(约定上北下南左西右东);  $k$  为车道编号, 取值1, 2, 3, 4 分别表示左拐, 直行, 直行, 右拐(为了便于模拟, 后面计算时将会将车道号变为1, 2, 3 分表表示左拐, 直行, 右拐)。

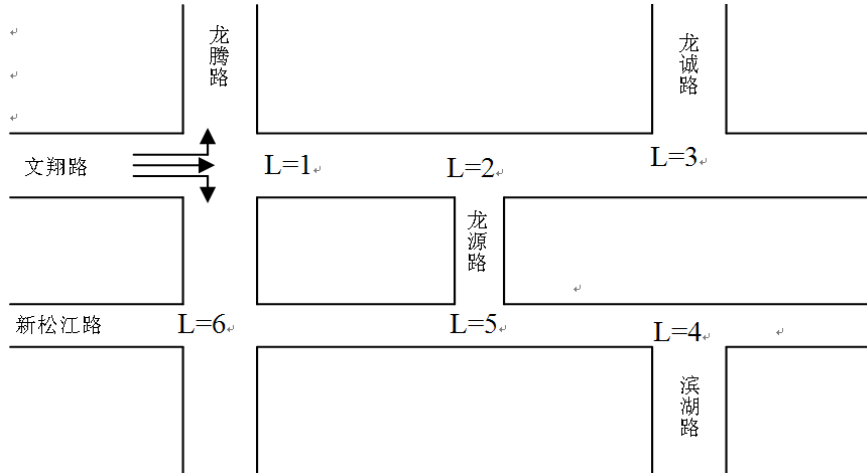


图8 六个主要交叉路口

设该路段  $T$  周期中则有  $a_1$  个  $T_1$ ,  $a_2$  个  $T_2$ ,  $a_3$  个  $T_3$ ,  $a_4$  个  $T_4$ ,  $a_5$  个  $T_5$ ,  $a_6$  个  $T_6$ ,

$T = \sum_{i=1}^6 a_i T_i$ 。由以上分析, 以全体车辆在所有交叉口的等待时间最短为目标的实

时配时数学模型:

$$\begin{aligned}
\min s^t = & \left\{ \sum_{x=1}^{a_1} \sum_{j=1}^4 \sum_{k=1}^4 \sum_{i=1}^4 \left[ S_{x_1jk(i)} + SA_{x_1jk(i)} - SM_{x_1jk(i)} \right] \right\} (T - a_1 T_1) \\
& + \left\{ \sum_{x=1}^{a_2} \sum_{j=1}^4 \sum_{k=1}^4 \sum_{i=1}^4 \left[ S_{x_2jk(i)} + SA_{x_2jk(i)} - SM_{x_2jk(i)} \right] \right\} (T - a_2 T_2) \\
& + \left\{ \sum_{x=1}^{a_3} \sum_{j=1}^4 \sum_{k=1}^4 \sum_{i=1}^4 \left[ S_{x_3jk(i)} + SA_{x_3jk(i)} - SM_{x_3jk(i)} \right] \right\} (T - a_3 T_3) \\
& + \left\{ \sum_{x=1}^{a_4} \sum_{j=1}^4 \sum_{k=1}^4 \sum_{i=1}^4 \left[ S_{x_4jk(i)} + SA_{x_4jk(i)} - SM_{x_4jk(i)} \right] \right\} (T - a_4 T_4) \\
& + \left\{ \sum_{x=1}^{a_5} \sum_{j=1}^4 \sum_{k=1}^4 \sum_{i=1}^4 \left[ S_{x_5jk(i)} + SA_{x_5jk(i)} - SM_{x_5jk(i)} \right] \right\} (T - a_5 T_5) \\
& + \left\{ \sum_{x=1}^{a_6} \sum_{j=1}^4 \sum_{k=1}^4 \sum_{i=1}^4 \left[ S_{x_6jk(i)} + SA_{x_6jk(i)} - SM_{x_6jk(i)} \right] \right\} (T - a_6 T_6)
\end{aligned}$$

约束条件为：

$$t_{xljki} = t_{xli}, j = 1, 2, 3, 4; k = 1, 2, 3, 4 \quad (1)$$

$$p_{ljk}(i) \quad (2)$$

$$t_{x11} + t_{x12} + t_{x13} + t_{x14} + 3y_{x1jk}(i) = T_{x1} \quad (3)$$

$$t_{x21} + t_{x22} + t_{x23} + 2y_{x2jk}(i) = T_{x2} \quad (4)$$

$$t_{x31} + t_{x32} + t_{x33} + 2y_{x2jk}(i) = T_{x3} \quad (5)$$

$$t_{x41} + t_{x42} + t_{x43} + 2y_{x3jk}(i) = T_{x4} \quad (6)$$

$$t_{x51} + t_{x52} + t_{x53} + 2y_{x2jk}(i) = T_{x5} \quad (7)$$

$$t_{x61} + t_{x62} + t_{x63} + 2y_{x1jk}(i) = T_{x6} \quad (8)$$

$$T = \sum_{l=1}^6 \alpha_l T_{xl} \quad (9)$$

$$T_{xl} = \lambda_{xljk}(i)(t_{xljk}(i) + y_{xljk}(i)) \quad (10)$$

其中绿信比由实时检测流量模型给出，据专家经验，一般黄灯时间应该控制在2~ 5 秒内[5]。模型的目标是求最小滞留车辆数，约束(1) 同一相位不同方向的绿灯时间是一样的； 约束(2) 各交叉口的周期约束, 约束(3) , (4) , (5)



(6), (7), (8) 各交叉口各相位的绿灯时间与黄灯时间总和必须等于相应的周期; 约束(9) 信号灯联动的时间段, 约束(10) 周期、绿信比、绿灯时间相互间的关系。

#### 4.4. 城市交通流序列方案

##### 4.4.1. 问题分析

据赛题第四题要求, 本章内容是利用描述一定时间内交通流分布规律的离散随即函数包括泊松分布、二项分布等, 建立一种微观时间尺度上产生交通流序列方案, 并与所查到的时间段交通流数据进行对比进行模型效验。据资料统计分析, 在交通量不太大的路段上, 通过道路某一点的车辆数服从与泊松分布, 我们利用其产生实时随即交通流序列, 而其中关键是确定泊松分布的适应参数, 本章内容主要是从上海松江龙腾路时段交通流数据统计分析来确定精度较高的泊松分布参数。

##### 4.4.2. 模型建立

通过查询相关资料表明, 任何交通道路上的车辆数分布是离散的, 离散随机分布函数用于描述一定的时间间隔内到达或离开的车辆数服从的分布, 如信号交叉口某入口15 min 内到达的车辆数等, 常用的有3种分布: 泊松分布、二项分布、负二项分布[ 2~ 4 ] :

泊松分布 :

表示在时段  $T$  内到达的车流为  $x$  辆的分布密度为:

$$P=(X=x)=\frac{(\lambda T)^x e^{-\lambda T}}{x!}=\frac{(m)^x e^{-m}}{x!} \quad x=0, 1, 2, \cdots$$

式中:  $X$  为到达车辆数的随机变量;  $p(X=x)$  为在时段  $T$  内到达  $x$  辆车的概率;  $\lambda$  为单位时间内车辆的平均到达率;  $m$  为时段  $T$  内平均到达的车辆数。其泊松分布的期望  $E(X)$  和方差  $D(X)$  可由检测流量的样本均值  $\bar{m}$  和样本方差  $S^2$  分别估计。当观测数据服从泊松分布时, 有  $S^2 \bar{m} \approx 1$  当交通量不大且车辆之间的干扰较小时, 可用泊松分布拟合检测流量。

二项分布: 而当车辆自由行驶的机会较少时, 交通流非常拥挤的情况下, 可用二项分布拟合检测流量。

负二项分布: 当观测周期较长, 交通流变化较大时, 可用负二项分布拟合检测流量。

##### 4.4.3. 模型求解

依据学校的松江区交通管理项目资源, 我们取得具较高有效性的交通流数据。

上海市松江区龙腾路交通检测器采集的自北向南15 m in 流量数据为例，现有2002 年8, 9, 10, 11月份的日数据。对数据进行整理，除去因设备故障，路口施工等异常情况外，总计有效天数119 天，并进行求均值、标准差等简单数值处理，可得日平均15 m in 流量变化曲线。整理数据后可以看出该路口交通流量变化较大。在凌晨0 点~ 07: 00 点、晚上21: 00~ 24: 00 点之间，流量较小；主要流量集中在07: 00~ 21: 00 之间，其中有两个高峰时段为07: 00~ 10: 00 和15: 30~ 18: 30。分别选取9: 45~ 10: 00, 17: 15~ 17: 30 2 个15 m in 高峰时段，19: 30~ 19: 45 1 个高峰后时段采集的数据作为初始数据生成交通流序列模型。

根据 $E(X t)$  和 $D(X t)$  的关系，09: 45~ 10: 00时段1 m in 尺度随机分布取为负二项分布、30 s尺度取为泊松分布，说明在2 个不同尺度上该时段处于2 种不同的交通状态，在1 m in 时流量变化较大，在30 s 时车辆自由行驶的机会较多；17: 15~ 17: 30时段1 m in 和30 s 尺度均取为负二项分布，从该时段的方差可看到交通流波动较明显；19: 30~ 19: 45 时段30 s 尺度取为二项分布，说明流量波动不大，但自由行驶的机会较少(见表4)。

表4 3个15min时段统计特征及各自1min, 30s尺度分布特征

15min 时段	最小值 / 辆	最大值 / 辆	均值 / 辆	方差 / 辆	标准差/辆
09: 45~10: 00	285	1092	624	33210	182
17: 15~17: 30	192	1030	578	58736	242
19: 30~19: 45	159	477	267	4967	70
1min 尺度					
随机分布及参数				期望 / 辆	方差/辆
负二项分布, $p=0.2819, k=16$				41	145
负二项分布, $p=0.1477, k=7$				40	273
泊松分布, $m=18$				18	18
30s 尺度					
随机分布及参数				期望 / 辆	方差/辆
泊松分布, $m=21$				21	21
负二项分布, $p=0.2954, k=8$				19	65
二项分布, $p=0.3789, k=23$				9	5

#### 4. 4. 4. 模型改进

利用获取的检测时段 $T$  的流量数据，要得到 $T$  内微观尺度车流的变化特征，

需做进一步的假设，否则无法进行有效的统计推断。设时段  $T$  上的车辆数为随机变量  $X_T$ ，期望为  $E(X_T)$ ，方差为  $D(X_T)$ ， $T$  内各微观尺度为  $t$ （如  $t=0.5, 1\text{min}$  等）， $t$  的总数为  $N$ ，各尺度  $t$  的车辆数随机变量为  $X_t$ ，期望为  $E(X_t)$ ，方差为  $D(X_t)$ ， $t=1, 2, 3, \dots, N$ ，则  $t$  尺度随机车流模拟方法如下。

1) 利用时段  $T$  的检测数据，得到  $E(X_t)$  和  $D(X_t)$  的无偏估计样本均值  $\bar{m}$  和方差  $S^2$ 。

2) 假设各尺度  $t$  上  $\{X_t\}$  为独立同分布随机变量，则  $X_t$  的期望和方差可为  $N(0,1)$ 。

3) 比较  $E(X_t)$  和  $D(X_t)$  若  $D(X_t)/E(X_t) \approx 1$ （实际计算时，可设置为1附近的小区间），则  $t$  尺度上的车流随机分布可取为泊松分布，并计算相应的分布参数  $m$ 。

若  $D(X_t)/E(X_t) < 1$ ，则  $t$  尺度上的车流随机分布可取为二项分布，并计算相应的分布参数  $p, n$ ；若  $D(X_t)/E(X_t) > 1$ ，则  $t$  尺度上的车流随机分布可取为负二项分布，并计算相应的分布参数  $p, k$ 。

4) 利用3)中确定的随机分布，产生  $t$  尺度  $N$  个随机车辆数序列  $\{X_t\}$ 。

5) 对随机序列进行检验，设  $Y = \sum_{i=1}^N X_t$ ， $Y$  表示  $N$  个  $t$  尺度随机变量之和，则

检验1 依据中心极限定理， $Z = \frac{Y - NE(X_t)}{\sqrt{ND(X_t)}}$  应近似服从标准正态分布

$N(0,1)$ 。

检验2  $Y$  应服从时段  $T$  的随机分布，即  $Y \in [E(X_T) \pm 3\sqrt{D(X_T)}]$ 。

$t$  尺度  $N$  个随机车辆数之和服从  $T$  尺度分布的检验，也可以对多组  $t$  尺度随机序列采用  $\chi^2$  检验进行。这里采用的是类似正态分布“ $3\sigma$  规则”的方法，虽然其准确程度稍差，但每次只对一组随机序列检验，当作为模拟系统输入检

验时，可以提高效率。

基于前面的模型建立，我们根据输入的车量流不同，采用 3 种不同的方法（即泊松分布、二项分布、负二项分布）对本模型求解，具体求解借助 MathWorks 公司功能强大的数学应用软件 Matlab 7.0 编程求解，得到模拟车流量。

4.4.5. 模型检验

对模拟的数据常用样本方差  $S^2$  和均值  $\bar{m}$  的比值作为拟合观测数据分布的初步判据，当然，基于检测流量拟合的随机分布须进行分布拟合  $\chi^2$  检验。

4.4.6. 方案比较（单交叉口）

在城市交通流序列方案章节中，将会交通流序列产生 N 组模拟交通流数据，将其带入模型当中，并对算法适用范围，效率和误差进行讨论，结果如下表 5（具体计算过程，详见城市交通流序列方案章节）。

表 5 单交叉口三个不同模型总等待车辆比较

单交叉口三个不同模型总等待车辆的比较									
不同模型	序号	周期		各相位配时				滞留的总车数	同序号不同模型比较百分数
				t1	t2	t3	t4		
模型 1	1	固定	100	25	25	25	25	23	39%
	2	固定	80	20	20	20	20	18	41%
	3	固定	120	30	30	30	30	28	39%
模型 2	1	固定	100	51	18	17	14	21	36%
	2	固定	80	27	20	20	13	14	32%
	3	固定	120	52	27	27	14	23	32%
模型 3	1	自动调整	102	30	28	29	15	15	25%
	2	自动调整	105	24	27	31	23	12	27%
	3	自动调整	95	19	23	16	37	20	28%

如表，通过固定周期固定配时、固定周期不固定配时、不固定周期不固定配时优化配时模型算法结果对比，得到以下几点结论：

- (4) 固定周期固定配时是比较粗略的经验算法，对资源造成浪费。
- (5) 固定周期不固定配时对交通流滞留现象稍有改善。
- (6) 不固定周期不固定配时对交通流改善相对最有效。

4.4.7. 方案比较（线型区域）

在城市交通流序列方案章节中，将会交通流序列产生 N 组模拟交通流数据，

将其带入模型当中，并对算法适用范围，效率和误差进行讨论，结果如下表 6（具体计算过程，详见城市交通流序列方案章节）。

表6 城市网络交通信号各路口优化比较

城市网络交通信号各路口优化比较											
不同方案			第一周期			第二周期			第三周期		
交叉口			1	2	3	1	2	3	1	2	3
第一相位	流出车辆	东	37	43	39	54	39	43	45	47	32
		西	38			50			45		
	配时(s)		27	24	18	27	23	24	22	21	25
第二相位	流出车辆	东	107	110	113	107	109	110	103	115	120
		西	87	92	96	81	94	98	83	107	106
	配时(s)		52	55	60	54	56	49	48	55	53
第三相位	流出车辆	南	47	42	31	59	43	36	50	33	39
		北	43			59			41		
	配时(s)		27	26	22	23	21	29	24	23	27
第四相位	流出车辆	南	100			88			110		
		北	85			87			84		
	配时(s)		52	57	60	56	60	58	66	61	55
优化总滞留车数			22			25			19		
固定周期固定绿信比滞留			35			37			27		
改善率%			37%			32%			30%		
不同方案			第四周期			第五周期			第六周期		
交叉口			1	2	3	1	2	3	1	2	3
第一相位	流出车辆	东	47	47	37	41	46	37	49	48	27
		西	56			56			52		
	配时(s)		27	23	24	22	21	25		24	26
第二相位	流出车辆	东	102	108	113	102	121	103	98	102	127
		西	110	80	90	92	109	101	90	97	108
	配时(s)		54	56	52	54	51	52	56	54	55
第三相位	流出车辆	南	53	40	34	47	45	35	55	46	32
		北	44			46			54		
	配时(s)		23	25	25	24	23	25	24	25	23
第四相位	流出车辆	南	87			98			93		
		北	112			115			108		
	配时(s)		56	56	59	60	65	58	80	57	56
优化总滞留车数			24			33					
固定周期固定绿信比滞留			30			43					
改善率%			20%			23%					

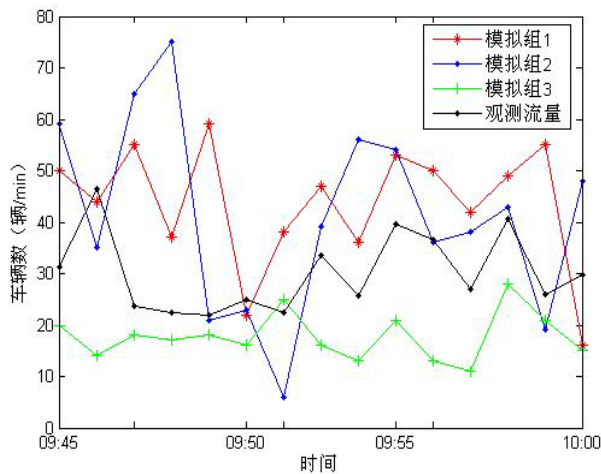


图 9 19:45~10:00

1min 尺度 3 组模拟流量和观察流量对比图

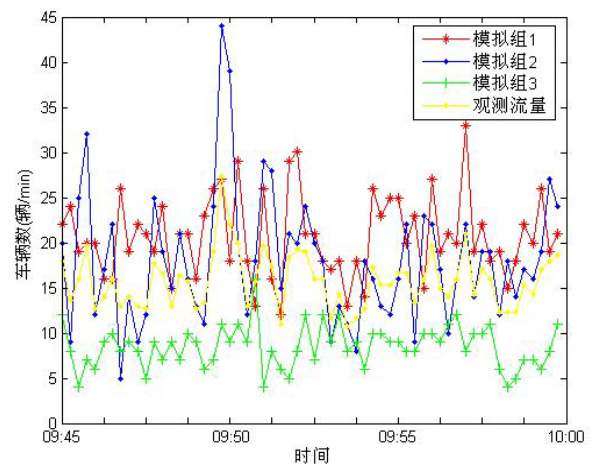


图 10 9:45~10:00

30s 尺度 3 组模拟流量和观察流量对比图

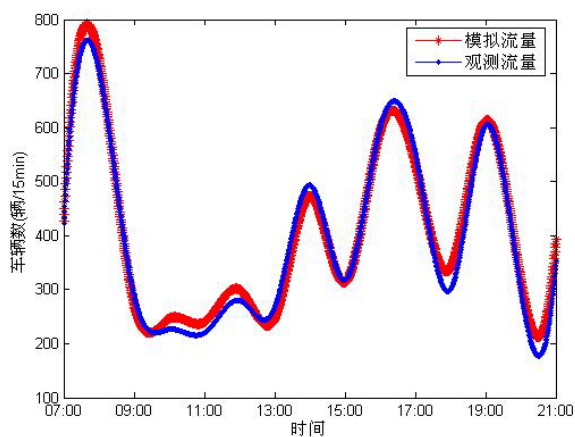


图 11 龙腾路口自北向南

07:00~21:00 15min 平均观察流量和模拟流量曲

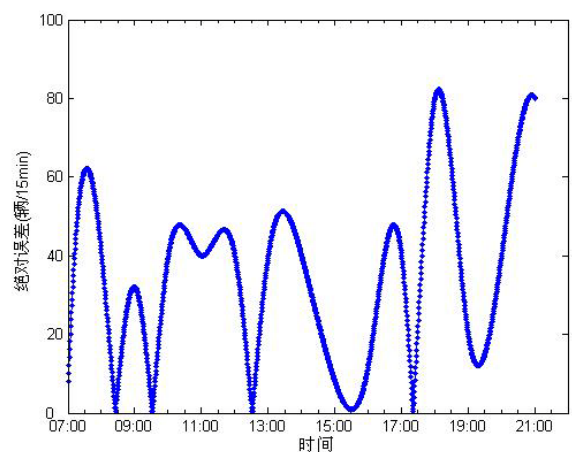


图 12 龙腾路口自北向南

07:00~21:00 15min 平均观察流量和模拟流量绝

利用上述方法，对该路口主要流量时段07: 00~ 21: 00 中56 个15m in 时段分别产生1m in尺度的随机车流序列，并将序列之和作为相应15 m in 时段流量的模拟值(见图11、图12)，其模拟结果的最大相对误差为10%，平均相对误差为9. 2%。

表7 3个15min时段1min和30s尺度5组随机序列检验情况（显著性水平 $\alpha=0.05$ ）

尺度	模拟组号	09: 45~10: 00 时段			相对误差(%)	备注
		Y	Z	检验 1		
1min	组 1	663	1.1085	通过	6.3	
	组 2	706	2.0318	未通过		
	组 3	556	1.1891	通过	10.0	
30s	组 1	672	1.9159	通过	7.7	
	组 2	648	0.9553	通过	3.8	
	组 3	596	1.1262	通过	4.5	
尺度	模拟组号	17: 15~17: 30 时段			相对误差(%)	
		Y	Z	检验 2		
1min	组 1	524	1.2773	通过	9.3	
	组 2	618	0.1905	通过	6.9	
	组 3	734	2.0019	未通过		
30s	组 1	678	2.4006	未通过		
	组 2	625	1.1964	通过	8.1	
	组 3	528	0.9847	通过	8.5	
尺度	模拟组号	19: 30~19: 45 时段			相对误差(%)	
		Y	Z	检验 3		
1min	组 1	306	2.4144	未通过		
	组 2	253	0.8317	通过	5.2	
	组 3	270	0.2095	通过	1.2	
30s	组 1	279	1.3792	通过	4.5	
	组 2	253	0.8967	通过	6.4	
	组 3	248	1.1321	通过	7.5	

利用3 个时段确定的各尺度随机分布，可以模拟生成相应的车流随机序列。这里，每个尺度各产生6 组随机序列，通过检验计算，各组序列之和均通过检验2；对于检验1，09: 45~ 10: 00 时段1 m in和30 s 尺度分别有2 组和1 组未通过检验，通过检验组的最大相对误差分别为10.0% 和7. 7% ，17: 15~ 17: 30 时段1m in 和30 s 尺度分别有1 组和2 组未通过检验，通过检验的最大相对误差分别为10.0% 和8. 5% ，19: 30~ 19: 45 时段1 m in有1 组未通过检验，30 s 尺度均通过检验，通过检验的最大相对误差分别为5.5% 和10.0%。表7列出了3 个时段2 个尺度的各自3 组随机序列检验情况，说明模拟情况良好。

## 5. 对现行交通管理建议

交通管理上的好,可以有效改善空气质量,减少油料消耗;减少道路阻塞,节约运行时间;降低重大事故发生率;减少违章驾驶行为;淘汰或精简道路容量需求。利用先进的工具、技术和设备,促使现有交通信号控制系统的运作效率不断提高。对现行交通管理意见如下:

### 1) 流量预测方法:

交通流量预测是智能交通系统(ITS)的基础,只有在此基础上才能更好地实现交通规划、交通诱导、交通管理和交通控制。现行的交通流量预测方法分为两大类:一是基于数学模型的预测,如回归模型、Kalman 滤波模型;二是没有数学模型的预测,如模糊预测方法、神经网络预测方法。而道路交通系统是一个有人参与、时变、复杂的非线性系统,它的显著特点之一就是具有高度的不确定性,很难建立合适的数学模型,所以第二种无数学模型的流量预测方法受到越来越多的关注。

### 2) 数据处理方法:

实时自适应控制是根据检测到的实时交通数据,依靠存储于中央计算机中的交通控制模型,以符合目标函数(延误时间、停车次数等)预测值的加权和最小为依据,实时优化计算信号配时。它主要用于那些交通流量不成规律的路口,或是交通拥挤造成道路阻塞的街道上。

### 3) 软件设计:

目前,美国交通运输管理部门正在使用的程序包括:TRANSYT-7F(用以优化交通干道或交通网中的信号系统设计);SIGNAL97(用以分析、设计、和优化多车道大流量路口);SYNCHRO(类似于TRANSYT-7F,通过逻辑和代数学知识运用,依据信号系统分析全部交通活动),以及PASSER II、III、IV程序等。

### 4) 实现步骤:

- (1) 提高全民对交通的认识,自觉遵守交通规则。
- (2) 改善公路交通线网布局,减少不必要的线路重复。
- (3) 对每一辆汽车安装先进的预先感应提醒系统,即汽车驶入交叉口时,系统立即提醒司机目前前方的交通信号灯所处的状态情况。
- (4) 现代化的控制手段的运用,如交通模型的计算机仿真技术软件的开发与利用。



## 6. 参考文献

- [1] 黄辉先, 史忠科. 城市单交叉路口交通流实时遗传算法优化控制[J]. 系统工程理论与实践, 3: 102-106. 2001.
- [2] 陈国良等. 遗传算法及其应用[M]. 北京: 人民邮电出版社, 1996.
- [3] 刘勇等. 数值计算优化方法——遗传算法[M]. 北京: 科学出版社, 1998.
- [4] 荆便顺. 道路交通控制工程[M]. 北京: 人民交通出版社, 1995.
- [5] 王强, 邵惠鹤. 遗传算法在甲醛生产过程优化中的应用[J]. 控制理论与应用, 13(4): 477-481, 1996.
- [6] 恽为民, 席裕庚. 遗传算法的全局收敛性和计算效率分析[J]. 控制理论与应用, 13(4): 455-460, 1996.
- [7] Merchant D K, Nemhauser G L. A model and algorithm for dynamic traffic assignment problem [J]. Transpn Sci, 12, 1978.
- [8] 李建斌, 高成修. 城市道路网络多交叉路口交通信号实时优化控制模型与算法[J]. 系统工程理论与实践, 130: 70-74. 2004.
- [9] 黄辉先, 史忠科. 城市单交叉口交通流实时遗传算法优化控制[J]. 系统工程理论与实践, 3: 65-69, 2001.
- [10] Ledous C. An urban traffic flow model integrating neural networks[J]. Transpn. Res. C(5): 287-300, 1997.
- [11] 王伟, 邓卫, 杨琪. 公路网络规划建设与管理方法[M], 北京: 科学出版社, 2006.
- [12] Ma J M, Zhang H T, Ren F T, Rong J. Study on optimizing traffic operation of signalized intersection[J]. Journal of Highway And Transportation Research And Development, 18(5), 2001.
- [13] 沈建武, 吴瑞磷. 城市交通分析与道路设计[M]. 武汉: 武汉大学出版社, 2001.
- [14] 马玉祥, 马傅龙, 雷震甲. 流体神经网络模型用于通信网络的路径选择[J], 西安电子科技大学学报, c(1): 60-62, 1995.
- [15] Merchant D K, Nemhauser G L. A model and algorithm for dynamic traffic assignment problem [J]. Transpn. Sci., 12, 1978.
- [16] 薛珊荣, 徐吉谦, 陈敏尧. 城市交通工程与街道规划设计[M]. 中国建筑工业出版社, 1988.
- [17] 刘瑛, 李跃武. 规划法优化单个交叉口配时[J]. 湖南交通科技, 2002.
- [18] 马子斌, 商学岭. 道路交叉口处信号灯的黄灯时间和优化配时问题[J]. 数学的实践与认识, 1: 8-14, 1995.
- [19] 徐吉万, 徐冬玲. 城市交通的计算机控制和管理[M]. 测绘出版社,

1988.

[20] 美国运输部联邦公路局. 交通控制系统手册[M]. 人民交通出版社, 1987.

[21] 高成修, 陈克兵. 交叉口信号灯实时动态时间分配模型[J]. 武汉大学学报(理学版), 49: 297-300, 2003.

[22] 王海起, 王劲峰, 韩卫国, 胡建军, 一种基于检测流量的微观随机车流发生器研究[J], 武汉理工大学学报(交通科学与工程版), 29: 766-769, 2005.

[23] 王炜, 高海龙, 李文权等. 公路交叉口通行能力分析[M]. 北京: 科学出版社, 2001.

[24] 刘运通, 石建军, 熊辉. 交通系统仿真技术[M]. 北京: 人民交通出版社, 2002.

[25] 王殿海. 交通流理论[M]. 北京: 人民交通出版社, 2002.

[26] 任福田, 刘小明, 荣建等. 交通工程学[M]. 北京: 人民交通出版社, 2003.

[27] 商蕾, 高孝洪, 蒋汉平. 城市微观交通模型建模及仿真实现[J]. 武汉理工大学学报(交通科学与工程版), 27(4): 499-502, 2003.

[28] 马建明, 荣建, 任福田等. 信号交叉口微观仿真模型研究. 计算机仿真, 18(4): 58-60, 2001.