

参赛密码 \_\_\_\_\_  
(由组委会填写)



## 第十一届华为杯全国研究生数学建模竞赛

题 目                      小鼠视觉感受区电位信号(LFP)与视觉刺激  
之间的关系研究

### 摘                      要：

本文针对小鼠大脑皮层视觉感受区电位信号分别与呼吸和视觉刺激的关系进行了研究和分析，主要完成了如下工作：

针对问题一，通过对细胞膜神经冲动传导行为的分析，建立了神经细胞膜等效电路模型。借助 Hodgkin-Huxley 模型，求解 H-H 微分方程组得到单个神经细胞神经冲动电位信息。根据呼吸节律产生的神经元网络学说机理，在呼吸的节律处将吸气神经元群与吸气切断机制神经元群电位信息进行叠加，得到了与呼吸相关的脑电波。

针对问题二，建立了小鼠呼吸与脑电波多尺度相关分析的模型。由于常规的相关分析得到的相关系数只是一个笼统的数字特征，不能完全表达不同尺度信号间的相关性，所以我们提出了通过信号分解建立多尺度的相关分析模型。首先，通过小波阈值去噪法将原始脑电波通道数据去除噪声。然后，分别通过小波分解和经验模态分解将各通道的脑电波进行多尺度分解。最后，将呼吸波在各尺度上与脑电波进行相关性分析。分析结果表明呼吸与电位信号的各通道各频带相关性都很小，最大的相关系数仅 0.2794，相关水平不高。由于不确定信息较多，简单的分频不能有效地从复杂的脑电波信号中获取相关联的信号，导致呼吸与混合信号的相关性较差。催生了问题四中，针对弱信号提取的信号分离模型的建立。

针对问题三，建立了周期特征自相关模型。针对任意时间序列信号，采用周期特征自相关系数来评价其周期性。对每个通道信号序列的周期性进行评判，得到五个通道周期特征相关系数依次是 0.1289, 0.1195, 0.1721, 0.1977, 0.1965。每个通道信号去噪后，周期特征相关系数变为 0.1316, 0.2028, 0.1773, 0.2028, 0.2018。去噪

前后信号周期特征相关系数的变化,表明原始信号周期性不明显主要是由脑电波成分复杂、频谱混叠严重,各种周期性的信号与随机偶然性的信号以及噪声、干扰信号复杂的叠加引起的。对小鼠视觉感受区电位信号变化与呼吸对应的脑电波关联性进行分析,计算线性相关系数、Spearman 等级相关系数和 Kendall 等级相关系数,结果表明这两种波形几乎没有相关性。

针对问题四,建立了消除噪声和波形分解的两层脑电波分离模型。对比 Fast ICA 作用于每个通道信号前后频谱图,证明其能去除部分低频噪声。然后分析了启发式 SURE 阈值选择法确定系数的小波模型和叠加平均能去除噪声的原理。故采用 Fast ICA、基于启发式 SURE 阈值选择法确定系数的小波模型和叠加平均三种方法消除噪声,而波形分解采用小波分解和经验模态分解。最后利用模型从通道信号中分离小鼠睡眠和清醒时呼吸对应的脑电波,对比发现,清醒时呼吸对应的脑电波信号周期小于睡眠时周期。

针对问题五,对去噪后的视觉刺激信号和呼吸信号进行 Welch 功率谱分析。发现视觉刺激信号和呼吸信号功率谱的谱峰值对应频率分别为 5.6Hz 和 2.5Hz。但利用问题四中模型分离的视觉刺激信号和呼吸信号的脑电波周期均约为 2.5~2.7Hz 之间,即对应视觉刺激信号的脑电波仅包含视觉刺激开始和结束因素,而不包含图形形状因素,这说明小鼠无法区分连续的两次 Checkboard 视觉刺激而当一次处理。

**关键词:** Hodgkin-Huxley 模型; 小波分解; 经验模态分解; 周期特征相关系数; Fast ICA; Welch 功率谱

## 目录

<b>1 问题重述 .....</b>	<b>- 4 -</b>
1.1 问题背景.....	- 4 -
1.2 本文所需解决的问题.....	- 4 -
<b>2 模型假设与符号说明 .....</b>	<b>- 5 -</b>
2.1 模型假设.....	- 5 -
2.2 符号说明.....	- 5 -
<b>3 问题分析 .....</b>	<b>- 5 -</b>
<b>4 模型的建立与求解 .....</b>	<b>- 6 -</b>
4.1 与呼吸相关联的脑电波模型建立.....	- 6 -
4.1.1 呼吸机理.....	- 6 -
4.1.2 神经元电位的模型建立.....	- 7 -
4.1.3 与呼吸相关联的脑电波.....	- 9 -
4.2 基于小波变换及EMD的脑电波周期节律与呼吸的多尺度相关分析... - 10 -	
4.2.1 小波变换的基本理论.....	- 10 -
4.2.2 经验模态分析的基本理论.....	- 11 -
4.2.3 基于小波阈值去噪的小鼠电波周期节律信号的提取.....	- 13 -
4.2.4 相关分析.....	- 15 -
4.2.5 小鼠呼吸与脑电波周期节律多尺度相关性分析.....	- 15 -
4.3 清醒状态下小鼠视觉感受区电位信号周期研究.....	- 16 -
4.3.1 周期特征的自相关分析.....	- 16 -
4.3.2 小鼠视觉感受区电信号与呼吸对应的脑电波的相关性分析.....	- 17 -
4.4 脑电波分离模型的建立及使用.....	- 18 -
4.4.1 固定点算法Fast ICA算法的说明 .....	- 18 -
4.4.2 Fast ICA算法的作用分析 .....	- 19 -
4.4.3 脑电波分离模型的建立.....	- 22 -
4.4.4 呼吸相关联脑电波的分离.....	- 23 -
4.5 视觉刺激和呼吸信号对比及其对应脑电波分析.....	- 25 -
4.5.1 视觉刺激和呼吸信号的时间信号、功率谱对比.....	- 25 -
4.5.2 视觉刺激和呼吸信号对应脑电波分析.....	- 27 -
<b>5 总结.....</b>	<b>- 28 -</b>
<b>参考文献 .....</b>	<b>- 28 -</b>

# 1 问题重述

## 1.1 问题背景

人类脑计划是一个国际性科研计划，其核心是神经信息学。神经系统的基本结构单元是神经元，其放电活动涉及复杂的物理化学过程，表现出丰富的非线性动力学行为。神经系统整体可视为由数目众多的神经元组成的庞大而复杂的信息网络，通过对信息的处理、编码、整合，转变为传出冲动，从而联络和调节机体的各系统和器官的功能。神经元对信息的处理和加工是神经元集群共同完成的，而神经元集群的同步形成较强的电信号就是脑电波。

脑电波或脑电图是一种比较敏感的客观指标，不仅用于脑科学的基础理论研究，而且更重要的在于临床实践的应用。另外，脑电波也是人们思维活动的体现。人的大脑是由数以万计的神经交错构成的。神经相互作用时，脑电波模式就是思维状态。尽管我们知道大脑意识和神经冲动的基础都是电信号，这些电信号是如何精确表达一连串复杂动作一直为科学家所热衷。关于人脑的研究，目前处于起步阶段，远没有达到实际应用的阶段，所以进行脑电波分析的基础研究具有重要意义。由于人脑的复杂性，在研究脑电波形成机理时，科学工作者大多采用动物实验，比如小鼠等。

一般认为  $\delta$  波是由大脑皮层和丘脑之间的内在网络所产生的。Ito 等人发现  $\delta$  波段的峰值震荡与清醒状态下的小鼠晶须桶状皮层局部场电位的活动被呼吸锁相，这也许表明  $\delta$  波段可能与呼吸有关。此外，大量研究都表明脑电波信号与动物的认知等功能活动有关。

## 1.2 本文所需解决的问题

(1)由于对呼吸的观测是间接的，能否通过分析呼吸的机理，建立数学模型反映小鼠在睡眠状态下与呼吸相关联的脑电波。

(2)一般认为：在睡眠状态下，小鼠脑电波的周期节律有可能与呼吸相关联。该结论是否正确？通过对所给的视觉感受区的局部电位数据建立模型论证你的结论。

(3)研究在清醒状态下，小鼠视觉感受区的局部电位信号是否有周期性的变化？该周期性的变化是否与小鼠呼吸所对应的脑电波的周期性的变化有关？是线性相关吗？如果不是线性相关，是否具有其他形式的相关性？

(4)建立脑电波信号的分离模型，能否从前两种状态(睡眠状态、无视觉刺激的清醒状态)的局部脑电位信号 `LC01_20131204_Data10_V1_50s_70s_1kHz.mat`、`V01_20131126_Data03_80s_110s_LFP_NoStim_1khz.mat` 中分离出与小鼠呼吸相关联的脑电波信号？

(5)通过 Checkboard 随时间变化的曲线，分析小鼠视觉刺激的时间曲线及其功率谱，并与呼吸曲线的功率谱对比。利用问题(4)所建立的信号分离模型，从数据 `V01_20131126_Data03_300s_330s_LFP_VisStim_1khz.mat` 中分离出与 Checkboard 刺激相关的脑电波信号成份和可能与呼吸相关的脑电波信号成份？请验证所分离出来的刺激脑电波成份与视觉刺激之间的相关性，并说明该脑电波成份中是否包含图形形状因素。

## 2 模型假设与符号说明

### 2.1 模型假设

- 1、假设小鼠神经短，信号传递速度大，从冲动产生到作用到效应器时间可以忽略不计；
- 2、不考虑外界温度变化对呼吸信号 Ch17 可能造成的峰谷值得偏移和错位，即认为呼吸信号 Ch17 测量时外界温度恒定；
- 3、不考虑局部电位的测量误差。

### 2.2 符号说明

符号	符号说明
$V_K$	钾离子的 Nemst 电位
$V_{Na}$	钠离子的 Nemst 电位
$V_{CL}$	氯离子的 Nemst 电位
$G_K$	钾电导
$G_{Na}$	钠电导
$G_{CL}$	氯电导
$C_m$	膜电容
$\psi(t)$	母小波
$\rho$	总体相关系数
$r$	样本相关系数
$Am$	小波分解后的低频分量
$Dm$	小波分解后的高频分量
IMF	对信号进行经验模态分解后的固有模态函数
$r_i(t)$	对信号进行经验模态分解后的趋势项
$W_0$	线性变换
$w(n)$	功率谱估计中所加的窗函数

## 3 问题分析

问题一中要求通过分析呼吸机理，建立数学模型反映小鼠在睡眠状态下呼吸相关的脑电波。呼吸机理应该包括呼吸节律的产生方式以及信息传递方式，呼吸

节律的产生可以采用神经网络学说机理；对神经传递方式的研究可以采用 Hodgkin-Huxley 模型，将细胞膜等效为一个电路图。Hodgkin-Huxley 微分方程组是非线性方程，所以考虑数值解法进行求解，可以采取龙格—库塔法。最后在呼吸节律处将求得的单神经电位进行叠加，就得到了呼吸有关的脑电波。

问题二中要求建立模型判断小鼠脑电波周期节律是否与呼吸相关。首先就要建立呼吸波形，之后做波形之间的相关性分析。给的呼吸曲线只有波峰波谷有意义，所以将呼吸波转化成方波描述。由于常规的相关分析得到的相关系数只是一个笼统的数字特征，不能完全表达不同尺度信号间的相关性，所以可以采用小波分解和经验模态分解将脑电波进行分解。将呼吸波与分解的每个波形做相关性分析。

问题三中要求分析局部电位是否具有周期性，该周期性变化的信号是否与呼吸对应脑电波相关。任意序列的相关性，可以与其自身经过一段延时后做相关性分析。通过周期特征性相关系数来表征原函数周期性的问题。对于小鼠视觉感受区电信号变化与呼吸对应的脑电波关联性的分析，我们可以计算线性相关系数、Spearman 等级相关系数和 Kendall 等级相关系数。

问题四中要求在电位信号中分离出与呼吸相关的脑电波，而其难点在于得到电位信号对应频段的信号和去除电位信号该频段的噪声。前者可以通过小波分析和经验模态分析解决，后者难点在于是低频滤波且混杂在脑电波信号中，因此传统的滤波器无法使用，本文基于噪声的无序性、随机性，提出了结合 Fast ICA、基于启发式 SURE 阈值选择法确定系数的小波模型和分离结果叠加平均三种方法的组合滤去噪声。

问题五中要求分析脑电波中是否含图形信号，需要明确其含义。含有图形信号说明其能对连续的两次 Checkboard 视觉刺激得到两个周波的脑电波信号，因此仅需确定对于连续的两次 Checkboard 视觉刺激其对应的视觉刺激相关脑信号波形的周波数即可确定。周波数为 1 则说明能识别视觉刺激的开始和结束，周波数为 2 则说明能识别图形图案因素。

## 4 模型的建立与求解

### 4.1 与呼吸相关联的脑电波模型建立

#### 4.1.1 呼吸机理

呼吸运动的频率、深度和样式虽由呼吸器官表现，但呼吸节律起源于脑。神经网络学说认为，呼吸节律的产生依赖于延髓内呼吸神经元之间的相互联系和相互作用。有学者在大量的实验研究资料基础上提出了多种模型，其中最有影响的是 20 世纪 70 年代提出的中枢吸气活动发生器(central inspiratory activity generator)和吸气切断机制(inspiratory off-switch mechanism)模型。该模型认为，在延髓内存在一些起中枢吸气活动发生器和吸气切断机制作用的神经元。中枢吸气活动发生器神经元的活动引起吸气神经元呈渐增性的放电，继而兴奋吸气肌运动神经元，引起吸气过程；中枢吸气活动发生器神经元的活动还能增强吸气切断机制神经元的活动。吸气切断机制神经元在接受来自吸气神经元的传入信息时活动增强，当其活动增强到一定阈值时，就能抑制中枢吸气活动发生器神经元的活动，使吸气活动及时终止，即吸气被切断，于是吸气过程转为呼气过程。在呼气

过程中, 吸气切断机制神经元因接受的兴奋性影响减少而活动减弱, 中枢吸气活动发生器神经元的活动便逐渐恢复, 导致吸气活动的再次发生。如此周而复始, 形成节律性的呼吸运动。所以我们只需建立中枢每个神经元电位的模型, 分别在“吸”与“呼”的节律处将吸气神经元群与吸气切断机制神经元群的电位叠加, 从而构成呼吸相关的局部电位信息。记录这种局部电位信息, 于是得到了呼吸相关联的脑电波<sup>[1]</sup>。

#### 4.1.2 神经元电位的模型建立

一切复杂的神经现象都可以基于神经细胞的兴奋产生动作电位, 通过动作电位发放序列来编码外界信息。携带信息的动作电位发展方序列由一个个间断的电脉冲(动作电位)组成, 每一个动作电位通过神经细胞的轴突, 经过突触传递给其他的神经细胞。Hodgkin-Huxley 模型(简称 H-H 模型)是描述动作电位特性的基本模型, 使用最广泛<sup>[2]</sup>。H-H 模型是由著名生理学家 Hodgkin 和 Huxley 在 20 世纪 50 年代提出的。

动作电位是神经细胞的基本电活动, 由于动作电位的传导, 使信号得以在神经系统中进行传输, 实现神经系统的各项功能, 因此动作电位的产生和传导是神经电生理学的基本科学问题。Hodgkin 和 Huxley 从这个基本问题着手, 在动作电位产生过程中神经可兴奋细胞电位变化的大量实验结果的基础上, 建立了描述动作电位产生和传导机制的 H-H 模型。该模型描述了动作电位沿轴突传导的微分方程, 细胞内外电化学梯度对神经元电特性的影响, 以及轴突膜的极化和去极化过程。H-H 模型是描述动作电位特性模型, 模型中神经细胞膜电特性的线性部分被简化为 RC 并联电路, 细胞膜的电作用相当于电容<sup>[3]</sup>。等效电路如图 4.1 所示:

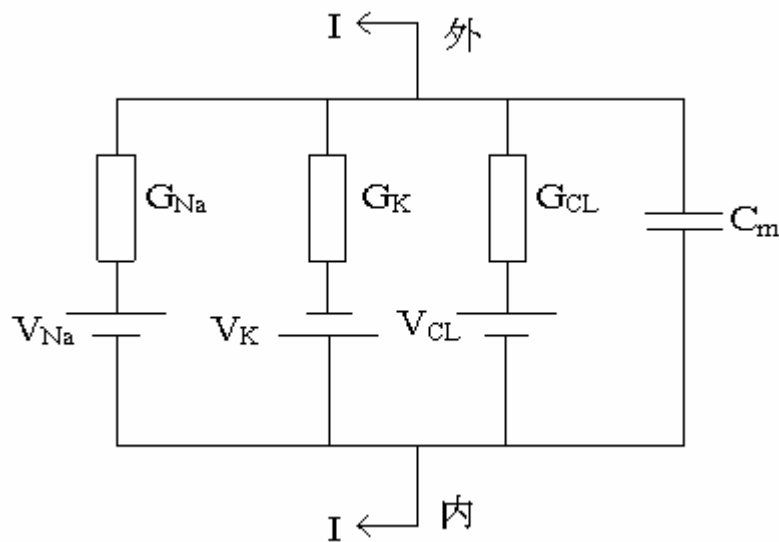


图 4.1 Hodgkin-Huxley 模型的等效电路图

图 4.1 中,  $I$  为通过膜的总电流密度;  $V_K$  为钾离子的 Nemst 电位;  $V_{Na}$  为钠离子的 Nemst 电位;  $V_{CL}$  为氯离子的 Nemst 电位;  $G_K$  为钾电导;  $G_{Na}$  为钠电导;  $G_{CL}$  为氯电导;  $C_m$  为膜电容; 对钠、钾、氯、膜电容支路以及总电流我们可写为:

$$I_{Na} = G_{Na}(V_m - V_{Na}) \quad (4-1)$$

$$I_K = G_K(V_m - V_K) \quad (4-2)$$

$$I_{CL} = G_{CL}(V_m - V_{CL}) \quad (4-3)$$

$$I_c = C_m \cdot \frac{dV}{dt} \quad (4-4)$$

$$I = \frac{a}{2R} \cdot \frac{\partial^2 V}{\partial^2 x} \quad (4-5)$$

由戴维南电流定理可以得如下关系：

$$I = I_{Na} + I_K + I_{CL} + I_c \quad (4-6)$$

将(4-1~4-5)带入(4-6)可得：

$$\frac{a}{2R} \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = C_m \frac{\partial V}{\partial t} + G_{Na}(V - V_{Na}) + G_K(V - V_K) + G_{CL}(V - V_{CL}) \quad (4-7)$$

Hodgkin 和 Huxley 的实验研究表明，神经细胞膜中各个离子通道的电导都是膜电位和时间的函数，在动作电位产生中，起关键作用的钠离子通道和钾离子通道的电导与膜电位和时间的关系。

$$G_{Na} = G_{Na0} m^3 h \quad (4-8)$$

$$G_K = G_{K0} n^4 \quad (4-9)$$

$G_{Na}$  和  $G_{K0}$  为常数， $m$ 、 $h$  和  $n$  是无限纲的时变量，分别服从下列微分方程：

$$\frac{dm}{dt} = \alpha_m(V)(1-m) - \beta_m(V)m \quad (4-10)$$

$$\frac{dh}{dt} = \alpha_h(V)(1-h) - \beta_h(V)h \quad (4-11)$$

$$\frac{dn}{dt} = \alpha_n(V)(1-n) - \beta_n(V)n \quad (4-12)$$

$\alpha_m$ 、 $\beta_m$ 、 $\alpha_h$ 、 $\beta_h$ 、 $\alpha_n$  和  $\beta_n$  是与单位有关而与时间无关的速率常数。

考虑到温度影响，整理可得 HH 模型：

$$\frac{dV}{dt} = \left[ -\bar{g}_{Na} m^3 h (V - V_{Na}) - \bar{g}_K n^4 (V - V_K) - \bar{g}_L (V - V_L) + i_{st} \right] / c \quad (4-13)$$

$$\frac{dm}{dt} = [-(\alpha_m + \beta_m) \cdot m + \alpha_m] \cdot k \quad (4-14)$$

$$\frac{dn}{dt} = [-(\alpha_n + \beta_n) \cdot n + \alpha_n] \cdot k \quad (4-15)$$

$$\frac{dh}{dt} = [-(\alpha_h + \beta_h) \cdot h + \alpha_h] \cdot k \quad (4-16)$$

其中， $c$  表示每  $cm^2$  细胞膜的电容值； $k$  为温度  $T(^{\circ}C)$  时的热系数：

$$k = 3^{0.17 - 0.63}$$



$\alpha$ ,  $\beta$  用来拟合离子电导的实验数据:

$$\alpha_m = \frac{2.5 - 0.1V}{e^{2.5 - 0.21V} - 1} \quad \beta_m = 4 \cdot e^{\frac{V}{18}}$$

$$\alpha_n = \frac{1 - 0.1V}{10 \cdot (e^{1 - 0.1V} - 1)} \quad \beta_n = 0.125 \cdot e^{\frac{V}{80}}$$

$$\alpha_h = 0.07 \cdot e^{\frac{V}{20}} \quad \beta_h = \frac{1}{e^{3 - 0.1V} + 1}$$

该方程可以应用求解偏微分方程的数值方法求其近似解。特别要提出的是, 方程中的钾离子通道和钠离子通道电导都是膜电位和时间的函数, 因此这个方程是非线性方程。

#### 4.1.3 与呼吸相关联的脑电波

采用四阶龙格-库塔法对 H-H 微分方程组进行求解, 求得神经纤维表面电位。初始条件如下: 在静息状态, 温度  $T = 6.3^\circ\text{C}$  ( $k = 1$ ) 时,  $V(0) = 0$ ,  $m(0) = 0.05$ ,  $n(0) = 0.32$ ,  $h(0) = 0.6$ 。

$$G_{Na} = 120 \text{ mmho} / \text{cm}^2, G_K = 36 \text{ mmho} / \text{cm}^2, G_{CL} = 0.3 \text{ mmho} / \text{cm}$$

$$V_{Na} = 50 \text{ mV}, V_K = -77 \text{ mV}, V_L = -54.4 \text{ mV}, c = 1 \mu\text{F} / \text{cm}^2$$

从所给的小鼠在睡眠状态(Ch17)数据, 提取出代表吸气和呼气末的波峰和波谷点, 如图 4.2(a)所示。在“吸”与“呼”的节律处将吸气神经元群与吸气切断机制神经元群的电位叠加, 构成呼吸相关的局部电位信息, 如图 4.2(b)所示:

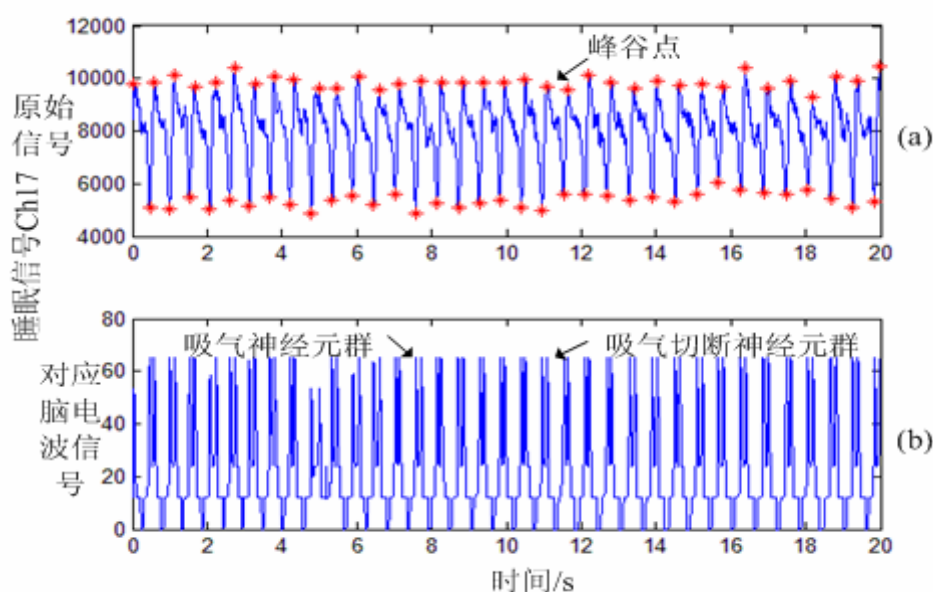


图 4.2 与呼吸相关的脑电波信号

## 4.2 基于小波变换及EMD的脑电波周期节律与呼吸的多尺度相关分析

关于正常呼吸节律的形成机制，目前主要有两种学说：起步细胞学说和神经元网络学说。但无论如何，即使呼吸节律的产生依赖于起步细胞的活动，神经元网络的作用对于完整正常节律性呼吸活动的样式和频率的维持也是必须的。脑电波局部电位是神经元之间相互作用的体现。就其频率而言，脑电波反映的是大脑皮层连续的节律性的电位变化；从振幅特点来讲，脑电波是一组非线性非周期的复杂时间序列。对于复杂信号依据信号时域变化特性的不同，一般可从整体趋势和局部波动这两个方面来分别比较信号的相关性<sup>[4]</sup>。从频域角度看，前者考察的是与信号的低频成分的相关性；后者关注的是与信号中频甚至高频之间是否相关。

在现代信号处理中，非线性和非平稳的信号处理尤其引人注目。傅里叶变换是一种纯粹频域中的分析方法，反映在整个信号全部时间下的整体频域特征，而不能提供任何局部时间段上的频率信息。新型非线性、非平稳信号处理方法的涌现，使得人们在处理这类信号时不必只依赖于传统的傅里叶变换。被誉为“分析信号显微镜”的小波变换，可以在几乎不损失能量的前提下将信号分解成携带不同频带信息的简单分支，特别适合对类似于脑电波这类非平稳信号的分析。采用希尔伯特黄变换的验模式分解，可以将复杂信号分解为一系列数量有限的本征模态函数和的形式，从而获得希尔伯特谱。这种分解是自适应的，并且是高效率的。

### 4.2.1 小波变换的基本理论

小波变换是法国地球物理学家 Morlet 和数学家 Grossman 提出的，他们证明了  $L^2(\mathbf{R})$  空间中的任意函数都可以由它的按一组称为小波基函数的分解来表征。称满足条件：

$$C_{\psi} = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|\psi(\omega)|^2}{|\omega|} d\omega < \infty \quad (4-17)$$

平方可积函数  $\psi(t)$  为一个小波基或称为母小波、条件(4-17)称为允许条件，满足允许条件的小波称为允许小波。由小波基  $\psi(t)$  通过伸缩和平移而产生的一个函数族称为小波：

$$\psi_{(a,b)}(t) = \frac{\psi(\frac{t-b}{a})}{\sqrt{|a|}} \quad (4-18)$$

其中， $a, b \in \mathbf{R}$ ,  $a \neq 0$ ；称  $a$  和  $b$  分别为  $\psi_{(a,b)}(t)$  的伸缩因子和平移因子。

本文采用基于多分辨率分析的二进制离散小波变换的 Mallat 算法，该方法利用正交小波变换快速算法实现信号小波变换。小波分析相当于一个双通道滤波器组，包括低通滤波器  $H_0(z)$  和高通滤波器  $H_1(z)$ ，在不同的分辨率级下滤波器组是相同的。分解过程中的第  $j+1$  级的尺度系数  $c_{j+1}(k)$  和小波系数  $d_{j+1}(k)$ ，可由第  $j$  级的尺度系数  $c_j(k)$  得到，逐级递推计算可得到所有的小波系数。

$$c_{j+1}(k) = \sum c_j(n) h_0(n-2k) \quad (4-19)$$

$$d_{j+1}(k) = \sum c_j(n) h_1(n-2k) \quad (4-20)$$

分别对分解得到的  $A_j(k)$  和  $D_j(k)$  进行单支重构可得到信号的低频分量  $A_j(k)$  和 高频分量  $D_j(k)$ ，各自所包含信息的频带范围为：

$$\begin{cases} D_j(k): [2^{-(j+1)} f_s, 2^{-j} f_s] \\ A_j(k): [0, 2^{-(j+1)} f_s], \quad j=1, 2, \dots, m \end{cases} \quad (4-21)$$

式中  $f_s$  为信号的采样频率。原始信号  $x(n)$  可表示为各分量的和，即

$$x(n) = A_1(n) + D_1(n) = A_2(n) + D_2(n) + D_1(n) = A_m(n) + \sum_{j=1}^m D_j(n) \quad (4-22)$$

利用小波分析对小鼠睡眠状态下第 1 道(Ch11)局部电位分解如图 4.3 所示。由图可见小波分解后的低频分量保持了原信号的概貌特征，高频分量反映了不同频率尺度的波动信息。

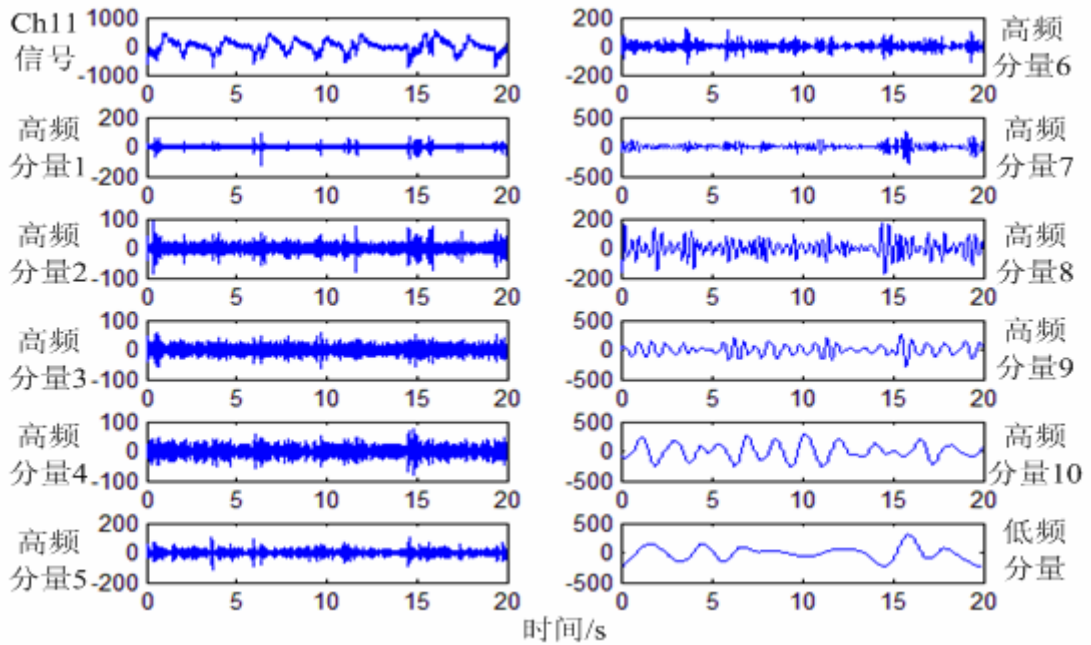


图 4.3 基于小波分析的小鼠睡眠状态下第 1 道 (Ch11) 局部电位分解图

#### 4.2.2 经验模态分解的基本理论

经验模态分解 (EMD) 是由 Huang N.E. 于 1998 年提出的一种分析非线性非平稳时间序列的新方法<sup>[5]</sup>。EMD 把一个复杂的时间序列分解为有限个固有模态函数 (IMF) 之和，每一个 IMF 需满足以下两个条件：

- (1) 在整个时间序列内，极值点的个数与过零点的个数相同或相差最多不能超过一个；
- (2) 由局部极大值点形成的包络线和由局部极小值点形成的包络线的均值为零。

EMD 分解 (Huang 变换) 是 HHT 变换的关键，该分解算法也称为筛选过程<sup>[6]</sup>。筛选过程有两个作用：一是去处叠加波；二是使数据波形更加对称。对任意原始信号  $X(t)$ ，EMD 分解过程为：

首先找出  $X(t)$  上所有的极值点，然后用三次样条函数曲线连接所有的极大值点，得到信号  $X(t)$  的上包络线  $X_{\max}(t)$ ，采用同样的方法连接所有的极小值点，得到信号  $X(t)$  的下包络线  $X_{\min}(t)$ 。求上、下两条包络线上对应点的均值可得到一条均值线  $m_I(t)$ ：

$$m_I(t) = \frac{X_{\max}(t) + X_{\min}(t)}{2} \quad (4-23)$$

再用  $X(t)$  减去  $m_I(t)$  得到  $h_I(t)$ ：

$$h_I(t) = X(t) - m_I(t) \quad (4-24)$$

如果  $h_I(t)$  满足 IMF 的两个条件，则  $h_I(t)$  即为第一阶段 IMF，如果不满足条件，则将  $h_I(t)$  当作新的信号，重复上述步骤，即得：

$$h_{I1}(t) = h_I(t) - m_{I1}(t) \quad (4-25)$$

上式中的  $m_{I1}(t)$  为  $h_I(t)$  的上、下包络线的均值。如果仍然不满足 IMF 的条件，则继续筛选，重复上述方法  $k$  次，得到  $h_{Ik}(t)$ ：

$$h_{Ik}(t) = h_{I(k-1)}(t) - m_{Ik}(t) \quad (4-26)$$

在实际计算中，满足 IMF 的两个条件有时会比较困难，必须确定一个准则使筛选过程能够终止，因此提出利用两个连续处理结果之间的标准差 SD 来作为停止筛选过程的判据：

$$SD = \frac{\sum_{t=0}^T |h_{I(k-1)}(t) - h_{Ik}(t)|^2}{\sum_{t=0}^T h_{I(k-1)}^2(t)} \quad (4-27)$$

SD 的门限值要根据具体的资料通过试验来定。经验表明，门限值的参考数值可取为 0.2-0.3，前后两次筛选结果的 SD 值达到这个门限值时，即可停止筛选过程。

这样得到的  $c_1$  应是信号的特征时间尺度最小的高频 IMF 分量。

$$c_1(t) = h_{Ik}(t) \quad (4-28)$$

接着把  $c_1$  从原始信号中分离，得到剩余信号  $r_I(t)$ 。

$$r_I(t) = X(t) - c_1(t) \quad (4-29)$$

将  $r_I(t)$  看作一新信号，重复上述 EMD 分解过程，经过多次运算可得到全部残差  $r_i(t)$ ：

$$r_i(t) = r_{i-1}(t) - c_i(t), i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (4-30)$$

当满足  $c_n(t)$  或  $r_n(t)$  小于预定的误差或  $r_n(t)$  为一个单调函数，从中再不能分解

出 IMF 分量时，整个筛选过程即可终止，最后那个变化简单的剩余分量是该数据的趋势。

以上就是用包络线方法通过逐级筛选过程，对原信号进行经验模态分解，得到全部有限个本征模态函数。原始信号  $X(t)$  可表示成  $n$  阶 IMF 和残差  $r_n(t)$  之和：

$$X(t) = \sum_{i=1}^n c_i(t) + r_n(t) \quad (4-31)$$

从经验模态分解的过程可以看出，它具有直观、直接、基于经验资料以及适应性强的优点。利用经验模态分解将小鼠睡眠状态下第 1 道(Ch11)局部电位进行分解，结果如图 4.4 所示。

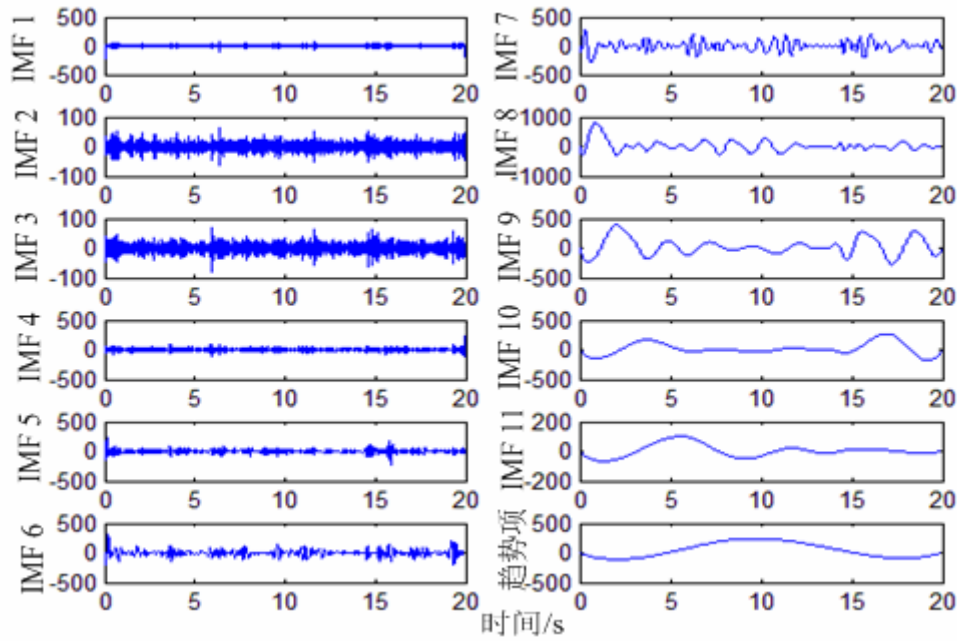


图 4.4 基于 EMD 的小鼠睡眠状态下第 1 道（Ch11）局部电位分解图

#### 4.2.3 基于小波阈值去噪的小鼠脑电波周期节律信号的提取

在实际情况下，观测到的电波都是实际信号与一定噪声的复合。这些噪声包括电极的电子噪声、基线漂移、工频及谐波干扰等。所以有必要先将采集到的脑电波信号进行滤波操作，滤除信号提取过程中的机器等其他原因造成的噪声信号。随着小波分析理论的发展，将其应用到脑电波的去噪已经成为热点。

小波去噪的基本思想是根据噪声与信号在各尺度(即各频带)上的小波系数具有不同的表现这一特点，将各尺度上由噪声产生的小波分量，特别是将那些噪声分量占主导地位的尺度上的噪声小波分量去掉，这样保留下来的小波系数基本上就是原始信号的小波系数，然后再利用小波变换重构算法，重构出原信号<sup>[7]</sup>。由此可知，小波去噪的关键是如何滤去由噪声产生的小波包分解系数分量。实际处理方法是选取门限阈值对小波分解系数进行量化处理。为实现小波去噪，应设计一个非线性函数，使非线性函数的输出尽可能接近期望信号，通用的方法主要是阈值法，但阈值的选取对结果影响较大，难以确定合适的取值。目前为止，对小波分解系数的处理主要有以下方法<sup>[8]</sup>。

1) 固定阈值选择算法:

该算法计算阈值公式  $\lambda = \sigma\sqrt{2\ln N}$ , 其中  $N$  为含噪声信号在所有尺度上的小波分解得到小波系数的个数总和。 $\sigma$  为噪声信号的偏差。

2) 软 SURE 阈值法:

该法的阈值计算步骤如下: 首先将第  $j$  层的小波系数  $d_n^j$  的平方按照升序排列, 得到一个向量  $W = [w_1, w_2, w_3, \dots, w_N]$ ,  $w_1 \leq w_2 \leq w_3 \leq \dots \leq w_N$ , 然后计算风险向量  $R = [r_1, r_2, r_3, \dots, r_N]$ , 其中,  $r_i = (N - 2i + (n - i)w_i + \sum_{k=i}^N w_k) / N$ 。由向量  $R$  得到其最小值  $r_i$ , 再由  $r_i$  的下标  $i$  从向量  $W$  中得到  $w_i$ 。最后得到阈值  $\lambda_2 = \sigma\sqrt{w_i}$ 。

3) 启发式 SURE 阈值选择算法:

软、硬阈值函数是两种最常用的阈值函数, 但由于硬阈值函数整体不连续, 直接导致去噪后的信号中出现突变的震荡点, 当噪声水平较大时这种现象尤为明显。软阈值函数虽然整体连续性好, 但是小波系数较大时, 处理过的系数与原系数之间总存在恒定的偏差。启发式 SURE 阈值选择算法是前 2 种阈值的综合, 所选择的是最优预测变量阈值。当信号  $x(n)$  信噪比很小, 而 SURE 估计有很大的误差, 这时采用固定值。算法首先计算  $\mu$  和  $\nu$ , 然后比较两变量大小, 如果  $\mu < \nu$ , 则选用固定阈值, 反之则选软阈值。 $\mu$  和  $\nu$  的计算公式如下:

$$\mu = \left[ \sum_{i=1}^N |X_i|^2 - N \right] / N \quad (4-32)$$

$$\nu = \sqrt{\frac{1}{N} \left( \frac{\ln N}{\ln 2} \right)^3} \quad (4-33)$$

采用三种阈值的小波去噪对小鼠睡眠状态下第 1 道(Ch11)信号进行噪声去除, 结果如图 4.5 所示。由图可见采用启发式阈值(图(d))相较于其他两种阈值选择(图(b)图(c)), 噪声去除的更彻底, 效果更好。

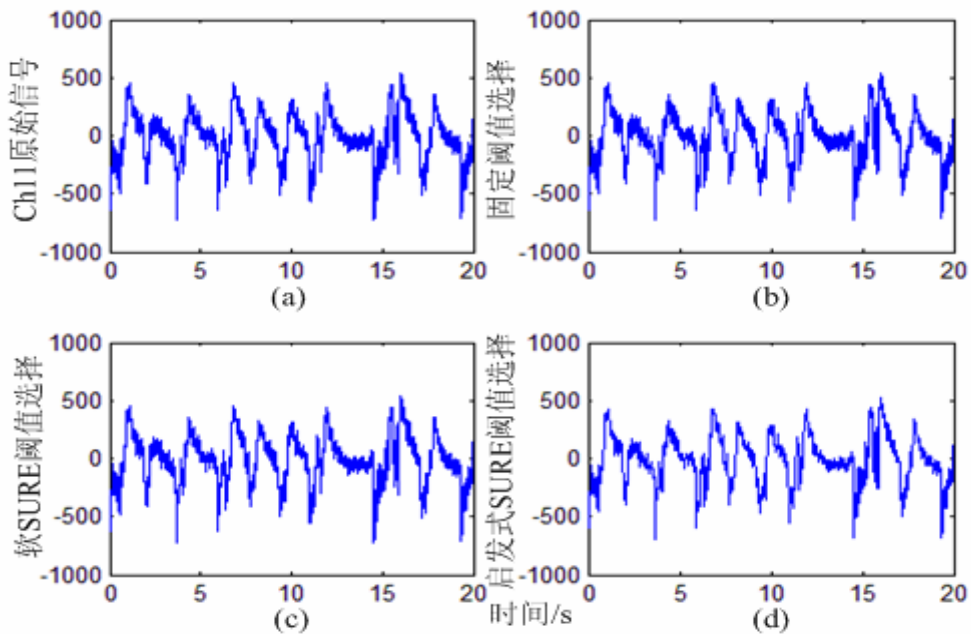


图 4.5 采用三种阈值法小波去噪的对比图

#### 4.2.4 相关分析

相关技术是一种常用的信号处理方法,通常用来定量描述信号波形之间的相似或者相依程度<sup>[9]</sup>。

设随机变量  $X$ 、 $Y$  取自两个能量有限的离散样本,样本长度为  $n$  则他们之间的互相关系数的定义公式为:

$$r_{XY} = \frac{\sigma_{XY}}{\sqrt{\sigma_{XX}}\sqrt{\sigma_{YY}}} = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2}} \quad (4-34)$$

式中  $r_{XY}$  消除了信号量纲的影响,可以方便的度量  $X$ 、 $Y$  的相关程度。 $r_{XY}$  越接近于 1,说明两个信号相关性越大; $r_{XY}$  越接近于 0 说明两个信号相关性越差。

#### 4.2.5 小鼠呼吸与脑电波周期节律多尺度相关性分析

由于呼吸曲线具体幅度没有什么价值,所以提取波峰与波谷点作为呼吸吸气和呼气末信号,将呼吸曲线用同周期的矩形波来代替,以反映呼吸的节律。由上述分析可知,即使去噪以后脑电波信号也含有丰富的频率,采用常规的相关分析得到的相关系数只是一个笼统的数字特征,不能完全表达信号间的相关性。所以利用小波变换和经验模态分解将经过去噪后的脑电波信号进行分解,再计算呼吸信号与各段频段分量的相关系数,便可从不同尺度考察脑电波周期节律与呼吸的相关性<sup>[10]</sup>。呼吸节律与采用小波解后的五个通道各频段分量数据相关系数如表 4.1 所示。

表 4.1 基于小波变换的多尺度相关性分析结果

编号	相关系数										
	A <sub>10</sub>	D <sub>10</sub>	D <sub>9</sub>	D <sub>8</sub>	D <sub>7</sub>	D <sub>6</sub>	D <sub>5</sub>	D <sub>4</sub>	D <sub>3</sub>	D <sub>2</sub>	D <sub>1</sub>
1	0.0027	0.0123	<b>0.2794</b>	0.0508	0.0490	0.0324	0.0198	0.0097	0.0046	0.0032	0.0019
2	0.0050	0.0067	<b>0.1257</b>	0.0765	0.0497	0.0275	0.0187	0.0117	0.0055	0.0026	0.0016
3	0.0047	0.0054	0.0888	<b>0.1400</b>	0.0370	0.0262	0.0203	0.0086	0.0060	0.0024	0.0019
4	0.0076	0.0109	<b>0.1818</b>	0.0997	0.0159	0.0428	0.0206	0.0096	0.0055	0.0024	0.0019
5	0.0079	0.0140	<b>0.1627</b>	0.1040	0.0345	0.0293	0.0173	0.0095	0.0045	0.0031	0.0016

呼吸节律与采用经验模态分解后的五个通道各频段分量数据相关系数如表 4.2 所示。

表 4.2 基于 EMD 的多尺度相关性分析结果

编号	相关系数										趋势项
	IMF <sub>1</sub>	IMF <sub>2</sub>	IMF <sub>3</sub>	IMF <sub>4</sub>	IMF <sub>5</sub>	IMF <sub>6</sub>	IMF <sub>7</sub>	IMF <sub>8</sub>	IMF <sub>9</sub>	IMF <sub>10</sub>	
1	0.0137	0.0091	0.0230	0.0504	0.0556	0.0512	<b>0.2516</b>	0.0270	0.0050	0.0091	0.0020
2	0.0138	0.0153	0.0186	0.0405	0.0802	0.1274	<b>0.1298</b>	0.0244	0.0024	0.0006	0.0015
3	0.0134	0.0151	0.0192	0.0221	<b>0.0774</b>	0.0598	0.0602	0.0466	0.0102	0.0047	0.0027
4	0.0065	0.0143	0.0269	0.0261	0.0665	<b>0.1242</b>	0.1070	0.0150	0.0029	0.0037	0.0021
5	0.0107	0.0136	0.0127	0.0453	0.0529	0.1294	<b>0.1335</b>	0.0245	0.0081	0.0008	0.0014



从表可知无论采取何种分解措施，呼吸与各通道各频段信号相关性都很小。这主要由于脑电波是与全身感觉、动作、代谢等多种信号关联的复杂系统。由于不确定信息较多，简单的分频不能有效地从复杂的脑电波信号中获取相关联的信号，所以分离特定关联信号需要更高级的盲源分离技术。虽然总体相关性都很小，但仔细观察相关度最大的波段分布有规律可循。表中用加黑下划线标出了每个通道最大相关的位置。从中我们可以发现与呼吸相关度最大的波分布在低频波段，且各通道相关度最大的波分布在同一或者相邻的频段，说明脑电波中确有一些频段是与呼吸相关，但是由于脑电波成分复杂、频谱混叠严重致使总的相关度较差。

### 4.3 清醒状态下小鼠视觉感受区电位信号周期研究

在实际研究中有许多较为复杂的信号，如谐波叠加信号、多径回波信号、生命特征信号等，在一段内有两个或者两个以上的极值点，通过观察波形可以明显看出信号的周期特征<sup>[11]</sup>。为了解决这些信号是否为周期信号的问题，我们采取信号周期特征的自相关分析来计算信号的周期性<sup>[12]</sup>。

#### 4.3.1 周期特征的自相关分析

设对连续时间信号  $x(t)$  以  $\tau$  为时间间隔进行采样，量化得到离散时间信号  $x(n)$ ， $y(n) = x(n+m)$  是  $x(n)$  的延时，这里  $n$  和  $m$  是非负整数。很显然  $x(n)$  与  $y(n)$  的互相关性，就可以表示  $x(n)$  的周期性： $x(n)$  与  $y(n)$  完全相关时， $x(n)$  就是严格的周期信号，相应的满足条件的最小的  $m$  所对应的时间就是  $x(n)$  的周期； $x(n)$  与  $y(n)$  近似相关时， $x(n)$  就是近似的周期信号，相应的满足条件的最小的  $m$  所对应的时间就是  $x(n)$  的近似周期； $x(n)$  与  $y(n)$  完全不相关时， $x(n)$  就不是周期信号。由于两个序列相关系数可表示为：

$$\rho_{xy} = \text{Corr}(x(n), y(n)) = \frac{\text{Cov}(x(n), y(n))}{\sqrt{\text{Var}(x(n))} \sqrt{\text{Var}(y(n))}} \quad (4-35)$$

其中  $\text{Cov}(x(n), y(n))$  是随机变量  $x(n)$ 、 $y(n)$  的协方差， $\text{Var}(x(n))$  和  $\text{Var}(y(n))$  分别代表  $x(n)$  和  $y(n)$  的方差。

将小鼠清醒状态下脑电波 5 通道数据经过去噪后做不同延时的相关性分析，相关系数如图 4.6 所示。由图可见无论经过多长时间的延时，周期特性的自相关系数都不大。所以原始信号周期性不明显。这主要由于脑电波成分复杂、频谱混叠严重，各种周期性的信号与随机偶然性的信号还有噪声、干扰信号复杂的叠加，致使总的周期性较差。为了验证这种猜想，我们将小鼠清醒状态 5 个通道原始信号以及滤波后信号重新做周期特征自相关分析，最大相关系数如表 4.3 所示。从表可知，去除部分噪声信号后周期特征相关系数均有所提高。自此，证明了信号周期性不明显，是由噪声以及其他非周期信号复杂叠加引起的猜想。

表 4.3 小鼠清醒状态下视觉感受信号的周期特征相关系数

相关系数	Ch11	Ch12	Ch13	Ch14	Ch15
原始信号	0.1289	0.1195	0.1721	0.1977	0.1965
滤波后	0.1316	0.2028	0.1773	0.2028	0.2018



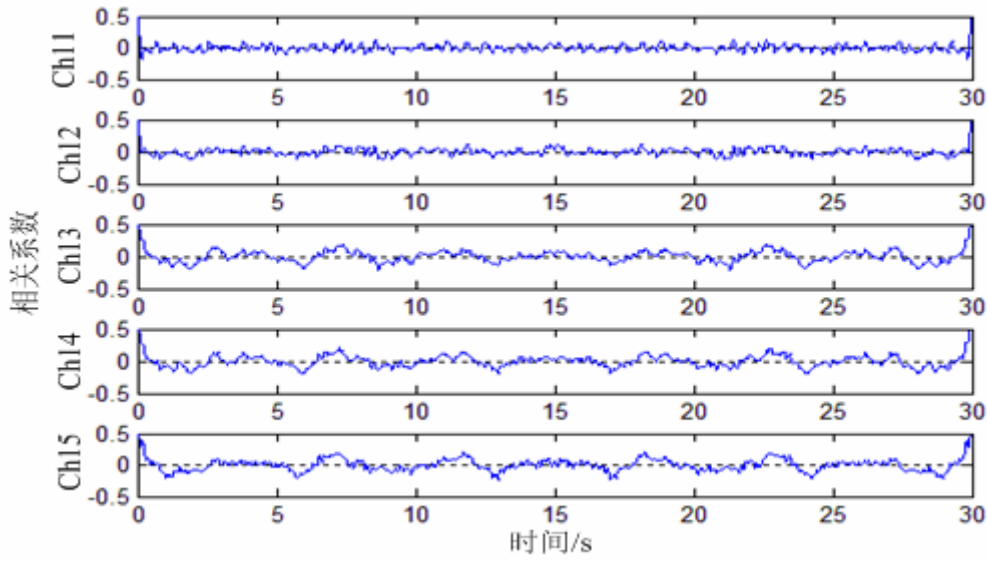


图 4.6 小鼠清醒状态下的电位信号与脑电波相关性

#### 4.3.2 小鼠视觉感受区电信号与呼吸对应的脑电波的相关性分析

当事物之间存在相关关系时，不一定是因果关系，也可能仅仅是伴随关系。相关关系多种多样，归纳起来大致有 6 种类型：强正相关，弱正相关，强负相关，弱负相关，非线性相关，不相关。

根据数据的特点不同，所采用的度量变量之间的相关联程度的统计量也不相同。线性相关、Spearman 等级相关和 Kendall 等级相关是最常用的相关系数<sup>[13]</sup>。

##### 1) 线性相关系数

线性相关用来度量具有线性关系的两个变量之间相关关系的密切程度及其相关方向，适用于双变量正态分布资料。

常以符号  $r$  表示样本相关系数， $\rho$  表示总体相关系数。总体相关系数的定义公式是：

$$\rho_{XY} = \text{Corr}(X, Y) = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{\sqrt{\text{Var}(X)}\sqrt{\text{Var}(Y)}} \quad (4-36)$$

其中  $\text{Cov}(X, Y)$  是随机变量  $X$ 、 $Y$  的协方差， $\text{Var}(X)$  和  $\text{Var}(Y)$  分别代表  $X$  和  $Y$  的方差。

##### 2) Spearman 等级相关系数

Spearman 相关系数相当于 Pearson 相关系数的非参数形式，它根据数据的秩而不是数据的实际值计算，适用于有序数据和不满足正态分布假设的等间隔数据。Spearman 相关系数的取值范围也在 -1 到 1 之间，绝对值越大相关性越强，取值符号也表示相关的方向。

随机变量  $X$ 、 $Y$  之间的 Spearman 相关系数记为  $r_s$ ，其计算公式为：

$$r_s = 1 - \frac{6\sum d^2}{n(n^2 - 1)} \quad (4-37)$$

其中  $d$  为分别对  $X$  和  $Y$  取秩后每对观察值  $(x,y)$  的秩之差,  $n$  为所有观察对的个数。

### 3) Kendall 等级相关系数

Kendall 相关系数是对两个有序变量或两个秩变量之间相关程度的度量统计量。两个随机变量  $X$ 、 $Y$  共有  $t$  组观测对  $(x,y)$ , 对任意第  $(i,j)$  个观测数据, 若满足  $i < j$ , 就计算

$$d_{ij} = [R(X_j) - R(X_i)][R(Y_j) - R(Y_i)], \text{ 令 } S = \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \text{sign}(d_{ij})$$

则 Kendall's tau( $\tau$ ) 按如下公式计算:

$$\tau = \frac{S}{\sqrt{\frac{N^2 - N - \tau_x}{2}} \sqrt{\frac{N^2 - N - \tau_y}{2}}} \quad (4-38)$$

当此式分母为 0 时不可使用。

分别将小鼠呼吸相关的脑电波与小鼠清醒状态下脑电波 5 个通道的电位信息做相关分析, 计算三个相关系数, 结果如表 4.4 所示。由表可见小鼠相关的脑电波与视觉感受区局部电信号相关性不明显。推测这种不明显, 是由脑电波中混有其他大量的自发脑电波或者其他脑电波所致。大量的无关电波致使与呼吸对应脑电波相关的部分湮没无法探测到。

表 4.4 视觉电位与呼吸对应脑电波的相关性分析结果

相关系数 (滤波后)	Ch11	Ch12	Ch13	Ch14	Ch15
线性相关系数	-0.012	0.053	0.028	0.022	-0.015
Spearman 相关系数	-0.012	0.055	0.026	0.029	-0.008
Kendall 相关系数	-0.009	0.044	0.021	0.023	-0.006

## 4. 4 脑电波分离模型的建立及使用

### 4. 4. 1 固定点算法Fast ICA算法的说明

固定点算法 Fast ICA 以其收敛速度快、分离效果好被广泛应用于信号领域。它是一种快速寻优迭代算法, 与普通的神经网络算法不同的是这种算法采用了批处理的方式, 即在每一步迭代中有大量的样本数据参与运算。Fast ICA 算法有基于峭度、基于似然最大、基于负熵最大等形式, 而本文采用负熵最大的 Fast ICA 算法。它以负熵最大作为一个搜寻方向, 可以实现顺序地提取独立源, 充分体现了投影追踪(Projection Pursuit)这种传统线性变换的思想。此外, 该算法采用了定点迭代的优化算法, 使得收敛更加快速、稳健。

其中负熵的定义:

$$N_g(Y) = H(Y_{Gauss}) - H(Y) \quad (4-39)$$

式中,  $Y_{Gauss}$  是一与  $Y$  具有相同方差的高斯随机变量,  $H(\cdot)$  为随机变量的微分熵。

$$H(Y) = -\int p_Y(\xi) \lg p_Y(\xi) d\xi \quad (4-40)$$

由于根据式(4-40)计算微分熵需要知道  $Y$  的概率密度分布函数, 这显然不切实际, 于是采用如下近似公式:

$$N_g(Y) = \{E[g(Y)] - E[g(Y_{Gauss})]\}^2 \quad (4-41)$$

其中,  $E[\cdot]$  为均值运算;  $g(\cdot)$  为非线性函数, 可取  $g_1(y) = \tanh(a_1 y)$  等非线性函数, 而  $1 \leq a_1 \leq 2$ , 通常取  $a_1 = 1$ 。

Fast ICA 学习规则是找一个方向以便  $W^T X (Y = W^T X)$  具有最大的非高斯性。这里, 非高斯性用式(4-41)给出的负熵  $N_g(W^T X)$  的近似值来度量,  $W^T X$  的方差约束为 1。而 Fast ICA 算法能通过对  $E\{G(W^T X)\}$  进行优化来获得  $W^T X$  的负熵的最大近似值。根据 Kuhn-Tucker 条件, 在  $E\{(W^T X)^2\} = \|W\|^2 = 1$  的约束下,  $E\{G(W^T X)\}$  的最优值能在满足下式的点上获得。

$$E\{Xg(W^T X)\} + \beta W = 0 \quad (4-42)$$

这里,  $\beta$  是一个恒定值,  $\beta = E\{W_0^T Xg(W_0^T X)\}$ ,  $W_0$  是优化后的  $W$  值。下面我们利用牛顿迭代法解方程(4-42)。用  $F$  表示式(4-42)左边的函数, 可得  $F$  的雅可比矩阵  $JF(W)$  如下:

$$JF(W) = E\{XX^T g'(W^T X)\} - \beta I \quad (4-43)$$

为了简化矩阵的求逆, 可以近似忽略第二项。由于数据被球化,  $E\{XX^T\} = I$ , 所以,  $E\{XX^T g'(W^T X)\} \approx E\{XX^T\} \cdot E\{g'(W^T X)\} = E\{g'(W^T X)\}I$ 。因而雅可比矩阵变成了对角阵, 并且能比较容易地求逆。简化后可得 Fast ICA 算法的迭代公式:

$$\begin{aligned} W^* &= W - [E\{Xg(W^T X)\} - \beta W] / [E\{g'(W^T X)\} - \beta] \\ W &= W^* / \|W^*\| \end{aligned} \quad (4-44)$$

利用上述 Fast ICA 算法的负熵方向和迭代规则, 能够利用该算法建立模型作为低频段的脑电波弱信号分离模型的数据消噪部分。

#### 4.4.2 Fast ICA 算法的作用分析

由问题二的分析可发现, 呼吸信号脑电波的提取并非是从电位信号中提取对应频谱段。在问题二中, 与呼吸信号相近频谱段的小波变换高频分量和 EMD 算法的 IMF 分量与其相关度并不大。这是由于该频段存在大量的白噪声, 给呼吸的弱脑电波提取带来了困难。而本文利用固定点算法 Fast ICA 能够在影响呼吸和视觉刺激信号的弱脑电波和所在频段的白噪声混合过程未知的情况下, 通过 Fast ICA 尽量分离低频段的弱脑波信号中混合的白噪声信号, 提高影响呼吸和视觉刺激的弱脑电波信号在该频段所占比重, 故可作为弱脑电波(决定呼吸、视觉刺激信号)分离的预处理工作<sup>[15]</sup>。图 4.7 对小鼠睡眠时的 5 条局部电位信号进行 Fast ICA 变换并与原信号对比。

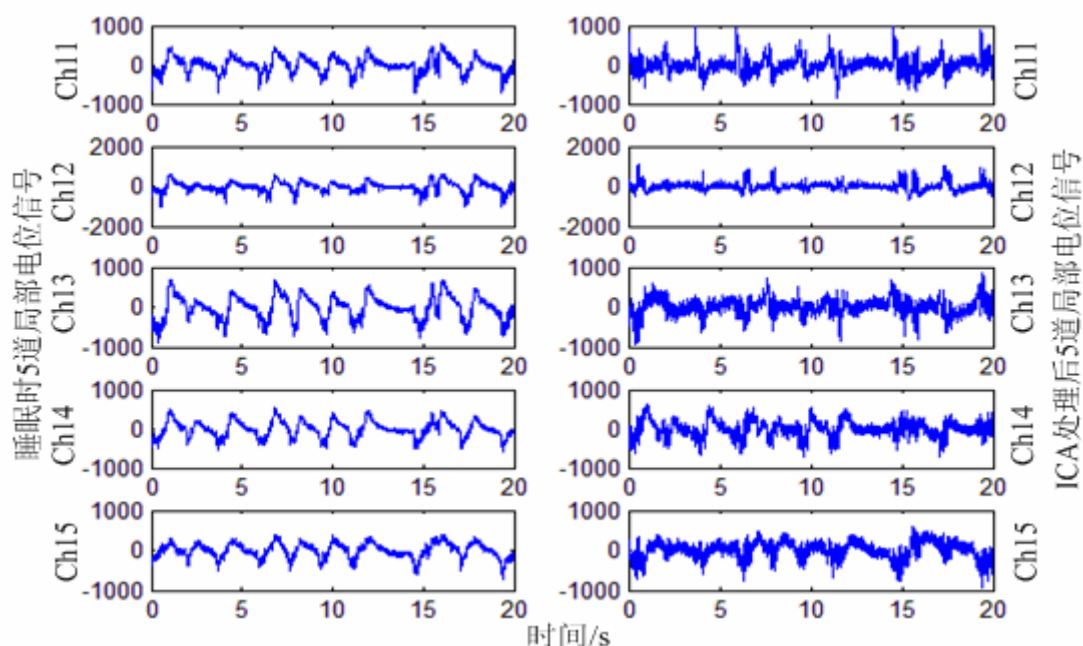


图 4.7 独立分量分析 ICA 处理电位信号效果图(睡眠状态)

由图 4.7 发现 Fast ICA 算法虽然能够消除低频段的白噪声, 但引入了高频白噪声, 这会增大小波分解和经验模态分解分离高频分量的负担。因此需使用消噪装置消除引入的高频白噪声, 这一点可通过加入设置为启发式阈值选择 SURE 的小波模型去噪。而为了比较低频分量的变化情况, 需分别对 Fast ICA 变换前后的 5 条局部电位信号进行 FFT 变换得到频谱图, 其结果见图 4.8 和图 4.9, 并与睡眠时小鼠呼吸信号 FFT 变换的频谱图进行对比。

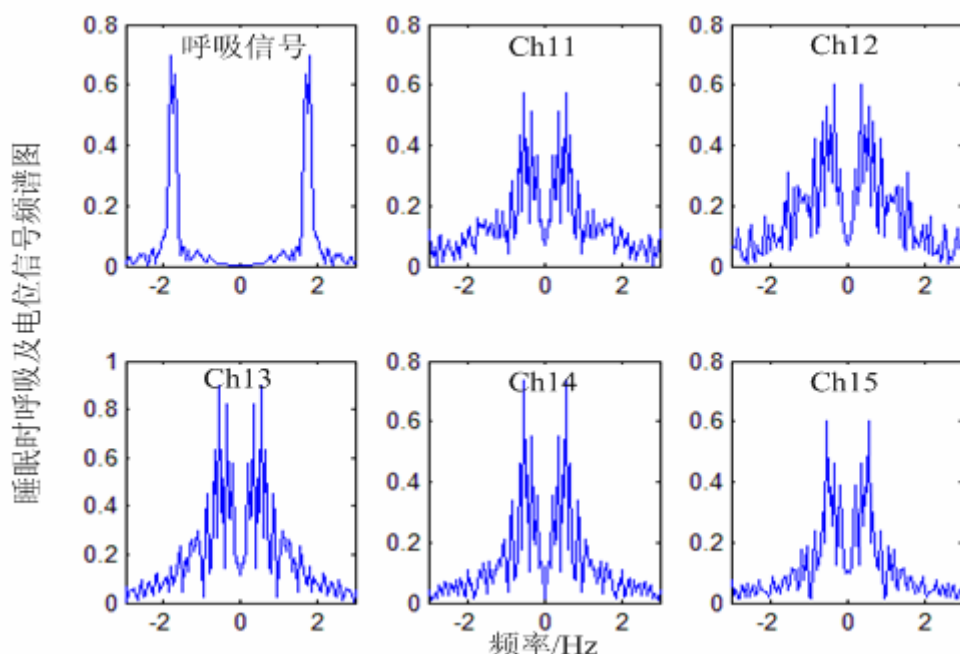


图 4.8 呼吸信号和 5 个通道的电位信号 FFT 变换后频谱图(睡眠状态)

由图 4.8 知, 睡眠状态下小鼠呼吸信号的频谱图在 1.8Hz 左右幅值最大, 但是 5 条局部电位信号的频谱图峰值集中于 0.5Hz, 而其幅值在 1.8Hz 很小, 这说

明其脑电波信号属于低频弱信号，而由第二问中 5 条局部电位信号低频段与呼吸信号相关度可知，脑电波信号所在频段中同时混有大量的白噪声干扰。

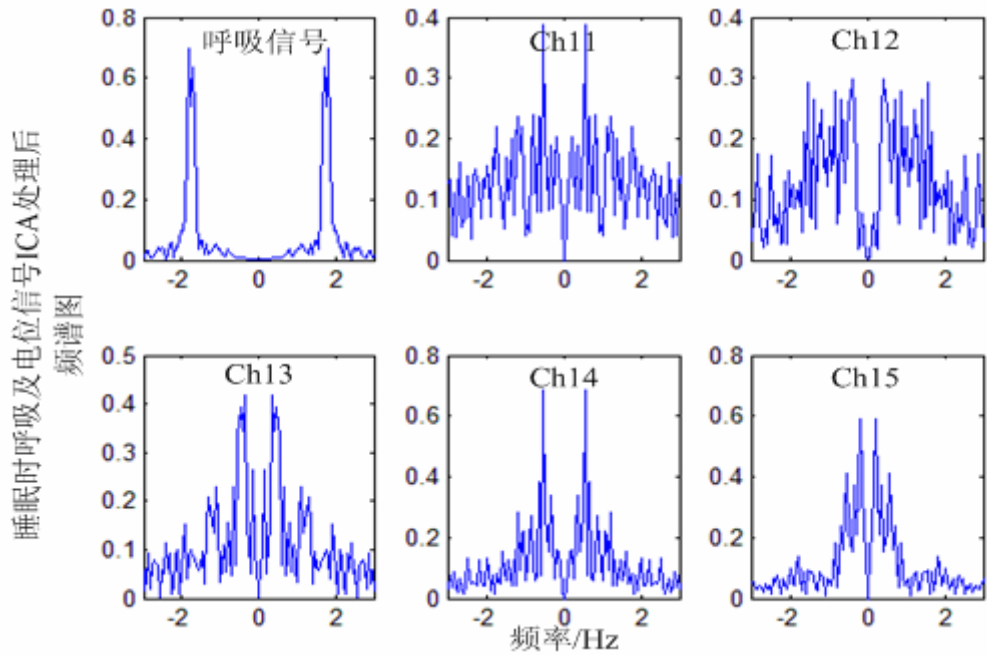


图 4.9 ICA 处理电位信号后呼吸信号和 5 个电位信号通道的频谱图(睡眠状态)

由图 4.9 对比图 4.8 知，5 条局部电位信号的频谱图中 1.8Hz 左右的相对幅值增加，特别是 Ch11 和 Ch12 信号，而 Ch15 信号增加很小，说明 Ch15 信号的白噪声并未能完全滤除。这说明 Fast ICA 算法能够去除部分低频段的白噪声信号，但并不能去除掉所有的白噪声信号。因此需要用其它方法进一步滤除白噪声，下面将使用设置为启发式阈值选择 SURE 的小波模型去噪，结果见图 4.10。

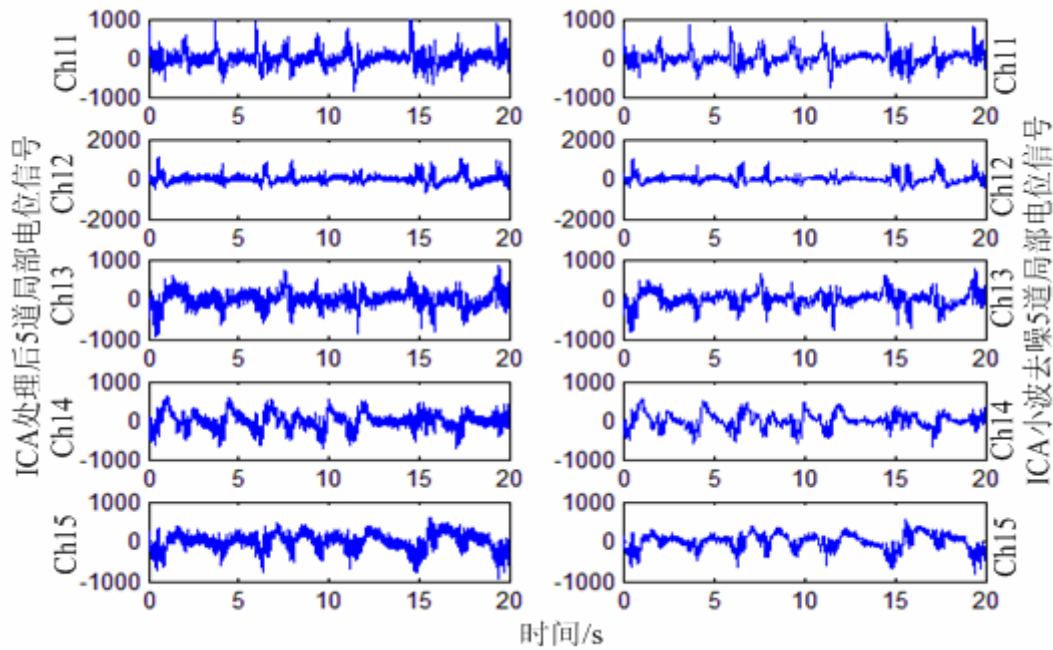


图 4.10 小波模型消减电位信号噪声效果图(睡眠状态)

由图 4.10 可知，设置为启发式阈值选择 SURE 的小波模型，能消除 Fast ICA 算法引入的高频的白噪声。而在滤除高频白噪声的同时，其本身能滤除部分低频白噪声分量。故将其引入脑电波分离模型的建立中。

#### 4.4.3 脑电波分离模型的建立

通过上述分析发现，脑电波分离模型的难点有两处：一、如何在局部电位信号中，找出能决定呼吸或视觉刺激的频谱段；二、如何消除该频谱段的白噪声对脑电波信号的干扰。可通过小波分解或经验模态分解来解决难点一，而难点二通由 4.4.1 和 4.4.2 知，Fast ICA 和设置为启发式阈值选择 SURE 的小波模型是解决其的两种途径，下面介绍第三种途径。

将呼吸信号按时间  $T_s$  分段，但为了保证决定呼吸的脑电波信号不相互抵消，所有分段的起点需与分段内最近一个呼吸峰值点等距离，即呼吸信号不连续分段。由于白噪声一般服从高斯随机分布，因此将不同的分段叠加可以消除部分白噪声，且理论上叠加的片段数越多，则能消除的白噪声比例越多<sup>[16]</sup>。因此叠加分段结果是消除白噪声的第三种途径。建立的脑电波分离模型流程图见图 4.11。

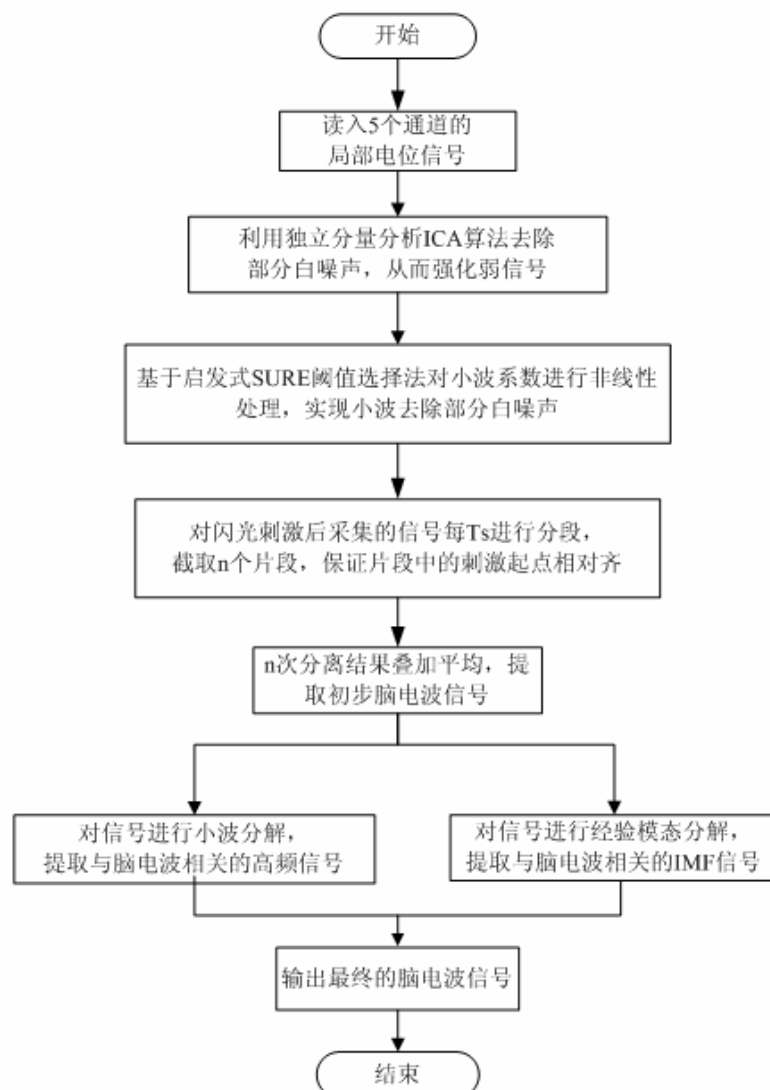


图 4.11 分离电位信号中弱脑电波信号（呼吸、视觉刺激产生）的算法流程图

因此，脑电波分离模型的建立可按照先去噪，再分解获得脑电波信号。而针对不同的信号如呼吸信号、视觉刺激信号等，因其信号的峰值点对分段有影响，因此模型可以用来分析多种信号对应的脑电波，具有通用性。电位信号先 Fast ICA 去噪，再启发式阈值选择 SURE 的小波模型去噪，最后分段叠加的顺序去噪。然后对结果分别使用小波分解和经验模态分解，并对比结果和呼吸信号、视觉刺激信号等的周期性，决定其对应的脑电波信号。

#### 4.4.4 呼吸相关联脑电波的分离

利用 4.4.3 中所述的模型分离出睡眠和清醒 2 种情况下呼吸信号相关联的脑电波，并分别设分段含 1 个周波和 4 个周波。则结果如图 4.12~4.15 所示。

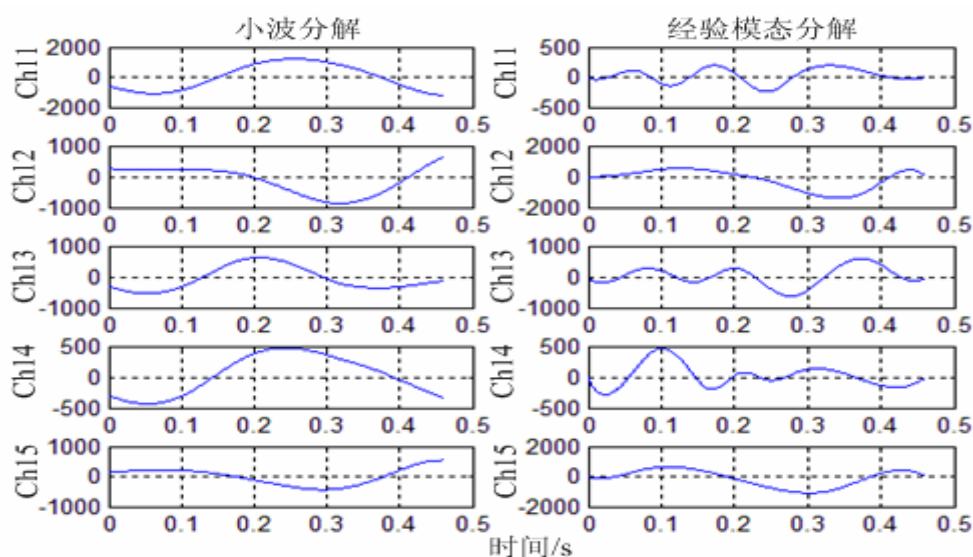


图 4.12 基于小波和经验模态分解分离出与呼吸相关的单周期脑电波信号(睡眠状态)

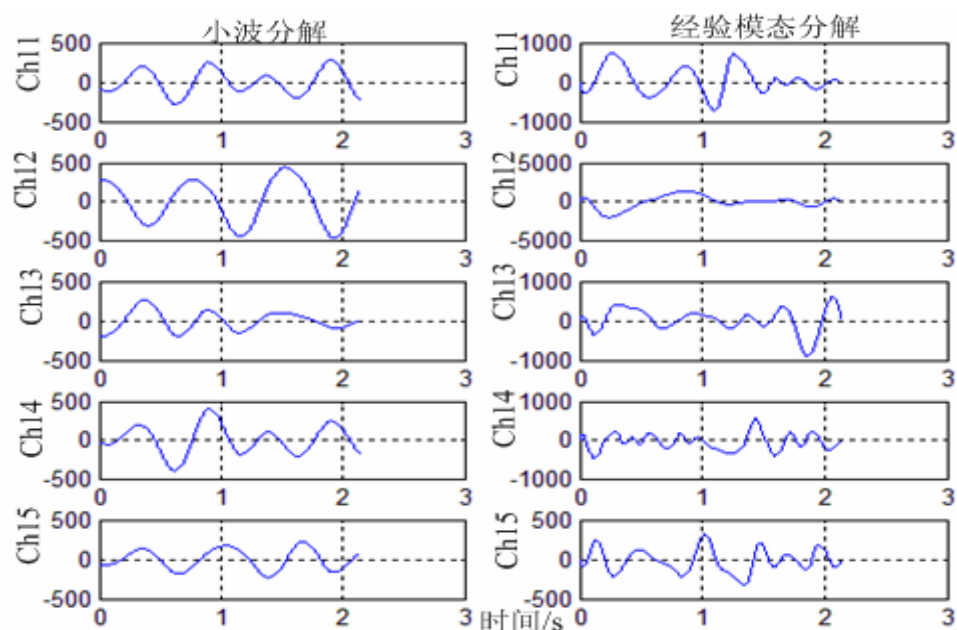


图 4.13 基于小波和经验模态分解分离出与呼吸相关的 4 周期脑电波信号(睡眠状态)



由图 4.12~4.13 可知，分段 1 个周波时，5 条小波分解结果均能代表脑电波。而分段 4 个周波时，仅 Ch11, Ch14 小波分解的结果能代表脑电波。睡眠状态下分段为 1 个和 4 个周波时，其小波分解结果均优于经验模态分解。这是由于小波分解基于频谱相较基于包络线的经验模态分解更能体现出周期性质。而 1 个周波的结果优于 4 个周波，这验证了叠加的片段数越多，白噪声比例越小，提取的脑电波越精确。

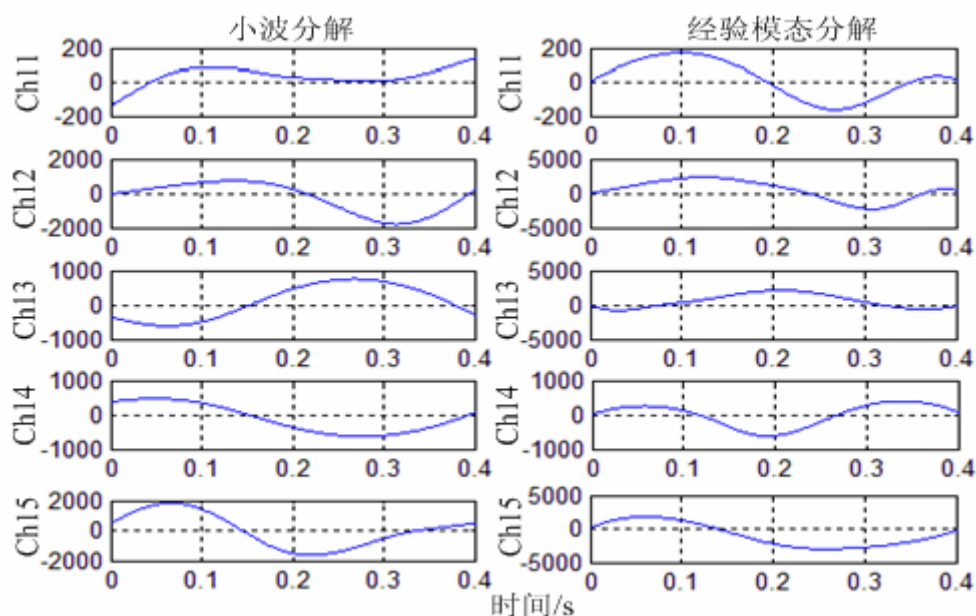


图 4.14 基于小波和经验模态分解分离出与呼吸相关的单周期脑电波信号(清醒状态)

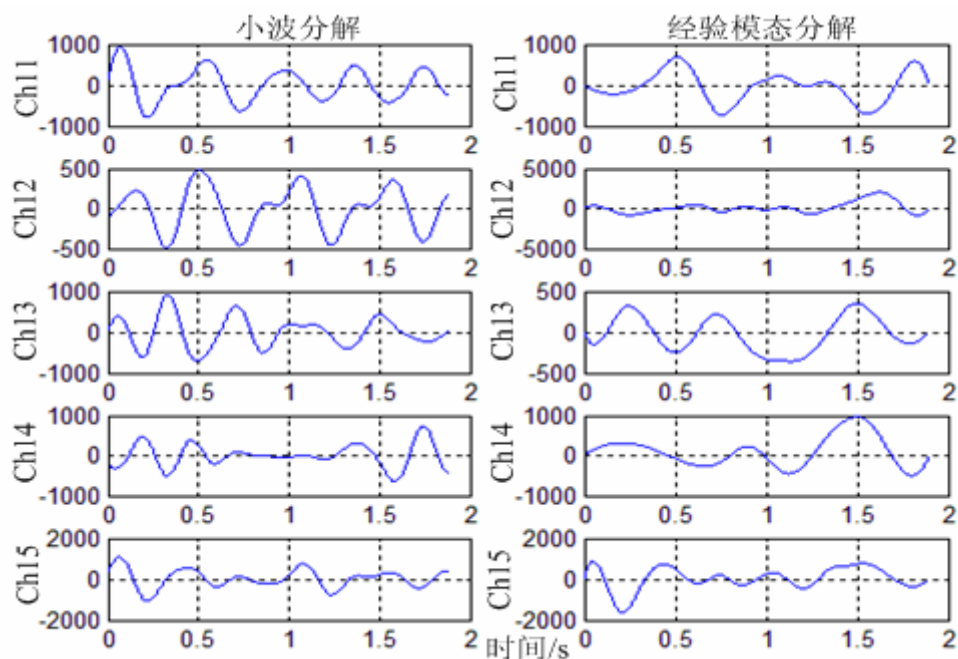


图 4.15 基于小波和经验模态分解分离出与呼吸相关的 4 周期脑电波信号(清醒状态)

由图 4.14~4.15 可知，分段 1 个周波时，5 条小波分解结果均能代表脑电波。而分段 4 个周波时，仅 Ch12 小波分解的结果能代表脑电波。对比图 4.12~4.13，



清醒时的脑电波信号周期小于睡眠的时候。上述 4 张图，验证了算法的合理性。

## 4.5 视觉刺激和呼吸信号对比及其对应脑电波分析

### 4.5.1 视觉刺激和呼吸信号的时间信号、功率谱对比

因视觉刺激信号仅于 Checkboard 相关，因此取值为 0、1、-1，分别代表无 Checkboard 刺激，刺激信号 1 和刺激信号 2。设置阈值消除刺激信号的小波动，得到图 4.16(a)，同理，因呼吸信号仅峰谷值具有生理意义，故取呼吸信号的峰谷值来制作阶梯波，结果如图 4.16(b)所示。

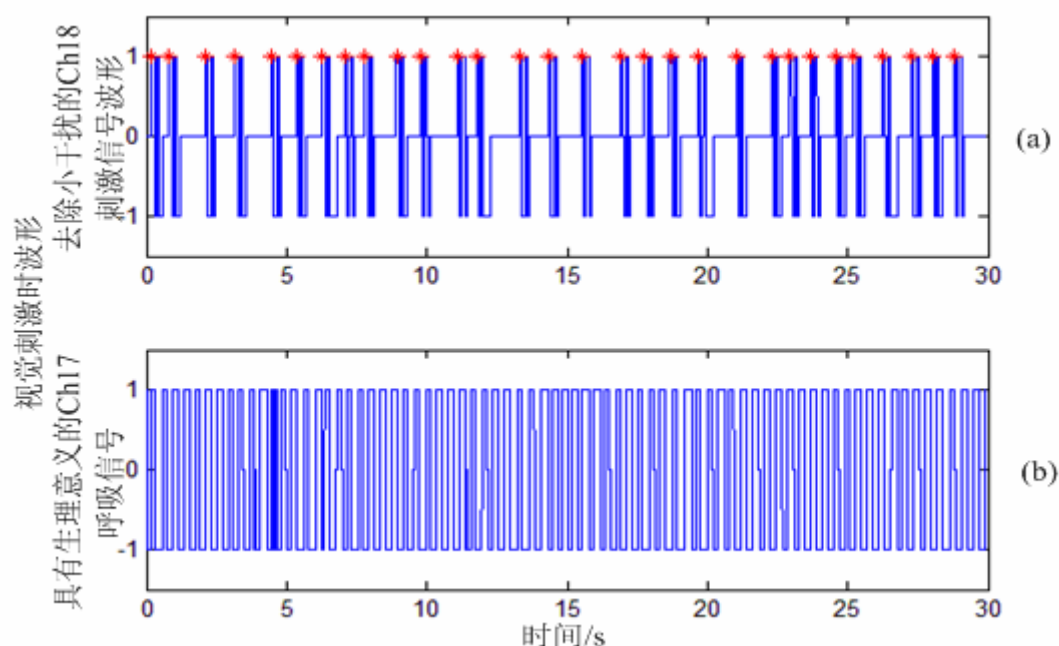


图 4.16 消除波动干扰的刺激信号和呼吸信号(矩形波)

观察图 4.16 发现，视觉刺激平均间隔 1s 左右，连续发生 2 个周波的 Checkboard 闪变，每个周波 0.2s 左右，如果老鼠能够识别代表 1 的 Checkboard 和代表-1 的 Checkboard，则得到的关于视觉刺激的脑电波信号应以 0.2s 为周期，不能识别图形形状则应以 0.4s 为周期。

功率谱估计是数字信号处理的主要内容之一，主要研究信号在频域中的各种特征，目的是根据有限数据在频域内提取被淹没在噪声中的有用信号。周期性连续信号  $x(t)$  的频谱可表示为离散的非周期序列  $X_n$ ，它的幅度频谱的平方  $|X_n|^2$  所排成的序列，就被称之为该周期信号的“功率谱”。用各种方法得到的功率谱，都是相对值，功率单位往往用分贝表示。

功率谱估计技术对信号分析或识别具有重要作用，Welch 算法是频谱估计的改进算法之一<sup>[17]</sup>。因为 Welch 算法各段允许交叠，通过数据分段和加窗，该算法可有效降低谱估计的方差，同时又不使分辨力遭到严重破坏，成为一种有效的谱估计方法。但是，数据的交叠又减小了每一段的不相关性，使方差的减小不会达到理论计算的程度。另外，选择合适的窗函数可以减小频谱的泄漏，改善分辨率。

Welch 算法的估计算法如下所述，如用  $\hat{B}_x(\omega)$  表示 Welch 算法的结果，其过程是将  $x(n)$  的长度  $N$  分成  $p$  段，每段  $M$  个数据，则第  $p$  段的修正周期图为：

$$J_p(\omega) = \frac{1}{MU} \left| \sum_{n=0}^{M-1} x_p(n) w(n) e^{-j\omega n} \right|^2 \quad (4-45)$$

其中  $U(\omega) = \frac{1}{M} \sum_{n=0}^{M-1} w^2(n)$ ，是归一化因子，允许调整， $w(n)$  为所加的窗函数。对  $P$  个分段的周期图进行平均，可得到整个信号  $x(n)$  的功率谱估计：

$$\hat{B}_x(\omega) = \frac{1}{P} \sum_{p=0}^P J_p(\omega) \quad (4-46)$$

Welch 算法谱估计的方差由式(4-47)近似计算，

$$\text{var} \left[ \hat{B}_x(\omega) \right] \approx \left[ \frac{1}{N} \sum_{m=-M}^M w^2(m) \right] P_{x_p}^2(\omega) \quad (4-47)$$

由式(4-47)可以看出，算法对谱估计的方差性能有了较大的改善，但以降低分辨力为代价。

分别对图 4.16 中的视觉刺激信号和呼吸信号，以及睡眠时的呼吸信号分析其 Welch 功率谱，结果如图 4.17 所示。

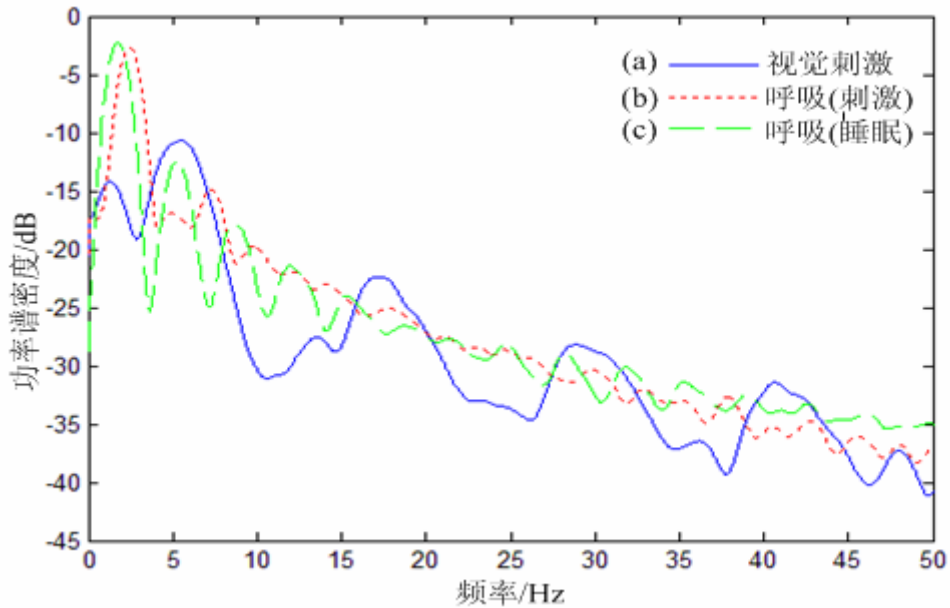


图 4.17 呼吸曲线(睡眠状态和刺激状态)和视觉刺激曲线的功率谱

由图 4.17 可知，视觉刺激的功率谱峰值对应频率约为 5.6Hz，周期约 0.19s，这与图 4.16 关于视觉刺激的分析结论相似。而呼吸(刺激)信号的功率谱峰值对应频率约 2.5Hz，即周期约为 0.4s，小于图 4.14 和图 4.15 后分析的周期，说明视觉刺激影响到呼吸信号，即视觉刺激加快了小鼠的呼吸频率。而呼吸(睡眠)信号的功率谱峰值对应频率小于呼吸(刺激)信号的功率谱峰值对应频率，这也与图 4.14 和图 4.15 后分析结果相同。

#### 4.5.2 视觉刺激和呼吸信号对应脑电波分析

利用 4.4.3 中所述的模型分离出有视觉刺激时，视觉刺激信号和呼吸信号对应的脑电波波形，结果如图 4.18 和图 4.19 所示。

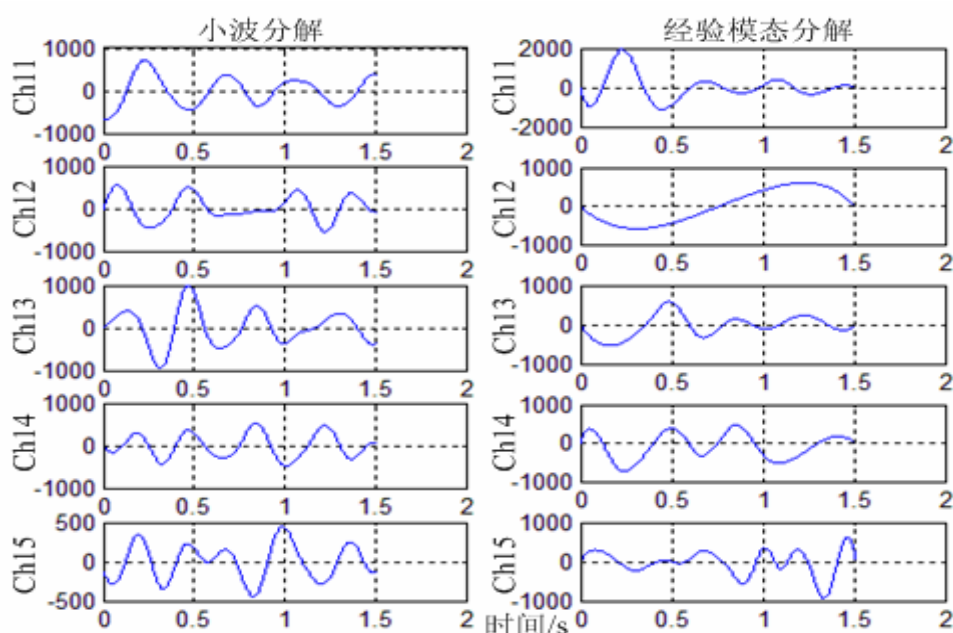


图 4.18 基于小波和经验模态分解分离出与呼吸相关的 4 周期脑电波信号(刺激状态)

由图 4.18 可知,能作为其 4 周期脑电波信号的是 Ch13 小波分解对应脑电波,对比图 4.18 和图 4.15,发现前者周期缩小,这说明视觉刺激加快了小鼠的呼吸,同时脑信号规律性变弱,这是由于呼吸信号和视觉刺激信号的脑电波周期接近,其脑电波信号中混淆了部分视觉刺激的脑电波信号。

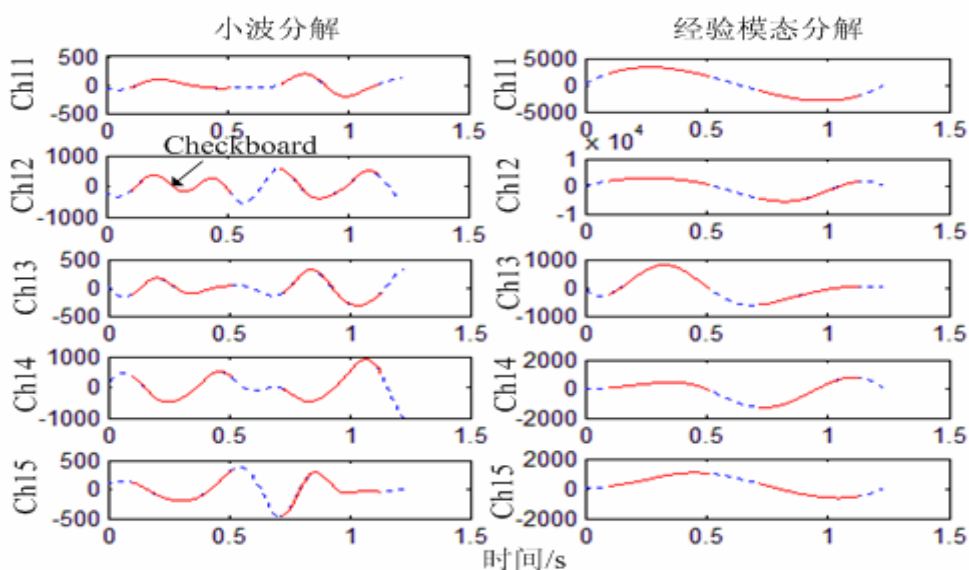


图 4.19 两个刺激片段（每个片段 2 次 Checkboard）发生时视觉刺激对应脑电波弱信号

实线表示时段内发生视觉刺激，虚线表示时段内未发生视觉刺激

在图 4.19 中, Ch11, Ch12 和 Ch14 的小波分解脑电波信号能作为反映视觉刺激的脑电波信号。图中实线为发生 Checkboard 的时间片段, 时长约 0.4s。在该时间片段中发生 2 个周波的 Checkboard 闪变, 即识别其闪变需要脑电波有 2 个周期, 但得到的脑电波波形在每条实线对应片段仅有约 1 个周期。所以其脑电波仅能反映 Checkboard 是否发生, 不能反映 Checkboard 是否闪变, 即题目中老鼠脑电波中不含图形形状。

## 5 总结

针对呼吸和视觉感应的脑电波信号提取问题, 本文首先通过 Hodgkin-Huxley 模型分析了单神经元电位的产生机理, 对 H-H 微分方程组的求解得到了单神经元表面电位波形。按照神经元网络学说呼吸的产生机理对神经元表面电位进行了有序叠加, 反映了小鼠在睡眠状态与呼吸有关的脑电波。然后分析了小鼠视觉感受区局部电位与呼吸的关系, 由于简单的分频不能有效地从复杂的脑电波信号中获取相关联的信号, 分析周期性关联性都很差。这主要是由于存在低频噪声。在这种需求下建立了消除噪声和波形分解的两层脑电波分离模型。最后在信号分离模型的基础上分离出视觉刺激信号和呼吸信号相关的脑电波信号。发现视觉刺激信号对应的脑电波仅包含视觉刺激开始和结束因素, 而不包含图形形状因素。

## 参考文献

- [1] 朱大年, 王庭槐. 生理学第 8 版[M]. 人民卫生出版社, 2013.
- [2] 买斐. 神经纤维电刺激的建模及非线性分析[D]. 天津: 天津大学, 2003.
- [3] 陈茜. 基于无髓神经模型传导阻断的仿真实验研究[D]. 北京: 北京交通大学, 2014.
- [4] 邱凤翔, 司凤琪, 徐治皋. 电站关联规则的主元分析挖掘方法及传感器故障检测[J]. 中国电机工程学报, 2009, 29(5): 97-102.
- [5] 赵协广. 基于小波变换和经验模态分解的滚动轴承故障诊断方法研究[D]. 青岛: 山东科技大学, 2004.
- [6] 郑祖光, 刘莉红. 经验模态与小波分析及其应用[M]. 气象出版社, 2010.
- [7] 刘婷, 刘红秀. 基于小波阈值变换的心电图去噪研究[J]. 广东药学院学报, 2008, 24 (6): 602-604.
- [8] 王新, 朱高中. 一种新型小波阈值法在信号消噪中的应用研究[J]. 高电压技术, 2008, 34(2): 342-345.
- [9] 吕雯雯. 基于信号相关统计理论的周期性信号检测[D]. 长春: 吉林大学, 2009.
- [10] 郝祖龙, 刘吉臻, 常太华, 等. 基于小波变换的热工信号多尺度相关性分析[J]. 中国电机工程学报, 2010, 30(14): 109-114.
- [11] 路立平, 任景英, 庞小波. 复杂信号周期与否的判定算法与周期测量研究[J]. 河南工程学院学报, 2009, 21(4): 15-18.
- [12] 苏哲, 许录平, 王光耀, 等. 基于离散方波变换的脉冲星微弱信号周期性检测[J]. 宇航学报, 2009, 30(6): 2243-2248.
- [13] 杜强, 贾丽艳. SPSS 统计分析从入门到精通[M]. 人民邮电出版社, 2009.
- [14] 郑春厚. 独立分量分析算法及其应用研究[D]. 北京: 中国科技大学, 2006.

- [15]王永轩, 邱天爽, 刘蓉. 基于小波分析方法的脑电诱发电位单导少次提取[J]. 中国生物医学工程学报, 2011, 30(1): 34-39.
- [16]师黎, 钟丽辉, 王端. 基于虚拟通道 ICA-WT 大鼠视觉诱发电位少次提取[J]. 中国生物医学工程学报, 2010, 29(3): 379-383.
- [17]张峰, 石现峰, 张学智. Welch 功率谱估计算法仿真及分析[J]. 西安工业大学学报, 2009, 29(4): 353-356.
- [18]徐凌宇, 张德干, 赵海. 基于动态相关性挖掘的信息融合方法[J]. 电子学报, 2002, 30(2): 292-294.