

(由组委会填写)



第十二届“中关村青联杯”全国研究生 数学建模竞赛

题 目	单/多列车优化决策问题的研究
-----	----------------

摘 要:

本文研究单/多列车节能优化决策问题。以 x 轴负半轴建立公里标坐标系,符合列车从左到右行驶习惯;统一数据单位和方向;进行数据预处理和线路加算坡度融合;给出微分方程的形式列车运行动力学模型。

针对问题一：根据定点停车制动约束反推定点停车制动曲线，列车到达临界制动曲线时全力制动，实现到站智能定点停车，位置误差小于 $1\text{e-}3\text{m}$ ；以“牵引-惰行-制动”三段模型建立了 A6-A7 站和 A6-A7-A8 站之间的最小能耗模型，采用模拟退火算法求解，时间误差小于 0.1s 。结果表明：A6-A7 段最小能耗为 **9.0718kW h** ，A6-A8 段最小能耗为 **17.9608kW h** ，得到速度距离曲线和路程-加速度、牵引系数、制动系数曲线。

针对问题二：第一小问的求解分为两个阶段，第一阶段求解单列车全程运行最小能耗方案。对车站区间分类，设计长区间“牵引-巡航-惰行-制动”四段模型，短区间“牵引-惰行-制动”三段模型的方案；计算给定时间不同运行方案的能耗，结果表明：能耗十分接近，优化余地只有不到 10%；拟合列车站间运行“时间-能耗”曲线，获得时间能耗对应函数关系；采用内点法求解，得到近似最优的单列车 A1-A14 站全程时间分配方案；每一站区间利用问题一中的优化模型求解，得到列车全程运行节能模型，最小能耗 **182.37kW·h**。记录“全程的单车能耗曲线”，耗能为正，再生能量为负，应用于第二阶段当中。

第二阶段列车全程运行方案由前一阶段给出,通过改变发车间隔,求解最优发车间隔方案 H 。将在轨列车的单车能耗曲线重叠错位相加,正负能耗在重

叠区域抵消，余下的未利用再生能量予以清除，求和得到考虑再生能量利用的总能耗。考虑防止追尾和速度限制，求解确定 120s 的最短发车间隔，用于方案设计检验。建立近似等间隔多列车节能运行模型，遍历求解得到：对于预先设计的全程单车运行方案，发车间隔为 660s 时，再生能量得到最大利用。设计耗

能最小发车方案： $H = \left\{ 420, 420, 420, \underbrace{660, 660, \dots, 660, 660}_{93\text{个}}, 420, 420, 420 \right\}$ ，能耗

为 **15917.1kW h**。

在**问题二第二小问**中，将一天分为早高峰、晚高峰和三个空闲时段，利用前一小问模型，遍历求解得到：早、晚高峰时段发车间隔 **129.4s**，空闲时段发车间隔 **385.7s**，设计发车方案

$$H = \left\{ \underbrace{385.7, \dots, 385.7}_{19}, \underbrace{129.4, \dots, 129.4}_{41}, \underbrace{385.7, \dots, 385.7}_{80}, \underbrace{129.4, \dots, 129.4}_{55}, \underbrace{385.7, \dots, 385.7}_{44} \right\}$$

其中，早高峰段发车 **41** 列，运行能耗 5737.27kW h，晚高峰段发车 **55** 列，运行能耗 7696.33kW h，三段空闲时段分别发车 **19**、**80**、**45** 列，运行总能耗 21621.2kW h，全天所有时段总能耗 **35054.8kW h**，绘制列车运行图。

针对问题三：分类讨论列车延误情况：延误较小时，不会对后车造成影响，仅仅需要延误的列车自行调整，对延误的时间平均分配到余下各站，调整的总能耗最小；在延误较大时，单独调整一列列车不能满足要求，情况比较复杂，本文给出了一般的调整策略，在问题给出的优化目标中，优先考虑调整车辆数目最少，可以先调整一列，再逐个增加调整的列车数。文中得到近似时间最短能耗最优的调整方案，并对延误时间长短的影响进行了分析。

本文提出的单/多列车节能的优化方法具有一定的现实意义和参考价值。

一、问题叙述

1.1 研究背景

轨道交通系统的能耗是指列车牵引、通风空调、电梯、照明、给排水、弱电等设备产生的能耗。根据统计数据，列车牵引能耗占轨道交通系统总能耗 40% 以上。在低碳环保、节能减排日益受到关注的情况下，针对减少列车牵引能耗的列车运行优化控制近年来成为轨道交通领域的重要研究方向。

1.2 要解决的问题

问题一：单列车节能运行优化控制问题

- (1) 建立计算速度距离曲线的数学模型，计算寻找一条列车从 A_6 站出发到达 A_7 站的最节能运行的速度距离曲线，其中两车站间的运行时间为 110 秒。
- (2) 建立新的计算速度距离曲线的数学模型，计算寻找一条列车从 A_6 站出发到达 A_8 站的最节能运行的速度距离曲线，其中要求列车在 A_7 车站停站 45 秒， A_6 站和 A_8 站间总运行时间规定为 220 秒（不包括停站时间）。

问题二：多列车节能运行优化控制问题

- (1) 当 100 列列车以间隔 $H = \{h_1, \dots, h_{99}\}$ 从 A_1 站出发，追踪运行，依次经过 A_2 , A_3 , \dots 到达 A_{14} 站，中间在各个车站停站最少 D_{\min} 秒，最多 D_{\max} 秒。间隔 H 各分量的变化范围是 H_{\min} 秒至 H_{\max} 秒。建立优化模型并寻找使所有列车运行总能耗最低的间隔 H 。要求第一列列车发车时间和最后一列列车的发车时间之间间隔为 $T_0=63900$ 秒，且从 A_1 站到 A_{14} 站的总运行时间不变，均为 2086s（包括停站时间）。假设所有列车处于同一供电区段。

补充说明：列车追踪运行时，为保证安全，跟踪列车（后车）速度不能超过限制速度 V_{limit} ，以免后车无法及时制动停车，发生追尾事故。其计算方式可简化如下：

$$V_{\text{limit}} = \min(V_{\text{line}}, \sqrt{2LB_e})$$

其中 V_{line} 是列车当前位置的线路限速（km/h）， L 是当前时刻前后车之间的距离（m）， B_e 是列车制动的最大减速度（ m/s^2 ）

- (2) 接上问，如果高峰时间（早高峰 7200 秒至 12600 秒，晚高峰 43200 至 50400 秒）发车间隔不大于 2.5 分钟且不小于 2 分钟，空闲时间发车间隔不小于 5 分钟，每天 240 列。请重新为它们制定运行图和相应的速度距离曲线。

问题三：列车延误后运行优化控制问题

接上问，若列车 i 在车站 A_j 延误 DT_j^i （10 秒）发车，请建立控制模型，找出在确保安全的前提下，首先使所有后续列车尽快恢复正点运行，其次恢复期间耗

能最少的列车运行曲线。

假设 DT_j^i 为随机变量，普通延误（ $0 < DT_j^i < 10s$ ）概率为 20%，严重延误

（ $DT_j^i > 10s$ ）概率为 10%（超过 120s，接近下一班，不考虑调整），无延误（ $DT_j^i = 0$ ）

概率为 70%。若允许列车在各站到、发时间与原时间相比提前不超过 10 秒，根据上述统计数据，如何对第二问的控制方案进行调整？

二、基本假设、名词约定及符号说明

2.1 模型假设

为了便于问题的研究，对题目中强调的问题和具体过程做一些约定和假设。

针对问题一：

- 假设(1): 列车运行过程中, 由于列车运行坡道的长度远远大于列车的长度, 故可以将列车作为一个质点处理;
- 假设(2): 本题线路参数中所给车站公里标为车站的开始端(列车行驶方向), 限速部分为车站内部, 车站长度(距离)为 120m;
- 假设(3): 列车进站定义为车尾完全进站(车尾与车站坐标重合), 列车出站定义为车头离开车站末端(距离车站坐标 120m);
- 假设(4): 列车的牵引和制动力变化可以是不连续的, 可以为允许范围内任意点力的值;
- 假设(5): 列车控制不存在牵引和制动同时使用的负载制动工况;
- 假设(6): 为了计算方便, 当坡道附加阻力, 曲线附加阻力同时出现时, 根据阻力值相等的原则, 把列车通过曲线时所产生的附加阻力折算为坡道阻力, 加上线路实际坡度即为加算坡度;
- 假设(7): 结合实际情况, 城市轨道交通中列车的行驶属于固定车站间隔、固定运行时长问题, 允许设计方案行驶距离略小于给定里程(不超过 1m), 允许设计方案行驶时间略小于给定时间(不超过 1s);

针对问题二：

- 假设(8): 列车在从 A1 站到 A14 站运行的过程中停站 13 次, 为 A1 到 A13 站, 认为列车在终点站停车时间不计算在总停车时间内;
- 假设(9): 结合实际情况, 列车停站的时间在 30~45s 之间, 可以认为每一站的停站时间满足区间范围, 同时几乎相等;
- 假设(10): 结合实际情况, 列车发车的间隔在 120~660s 之间, 可以认为通常列车是近似相等间隔(或者以一定规律)发车的, 考虑到上下班人流高峰期, 在高峰期内列车以近似相等的较小间隔(120~150s)发车, 空闲段时间列车以近似相等的较大间隔发车;

针对问题三：

- 假设(11) 在中间站, 列车运行秩序保存不变, 即不考虑列车越行;
- 假设(12) 当某一列车提前到达车站时, 必须按图定发点发车;
- 假设(13) 不考虑车站存有备车的情况, 当延误列车在该车站的延误时间过大时, 接近下一班的情况下, 不进行调整。

2.2 名词约定

现对下列术语进行名词约定：

表 2-1 名词约定表

列车牵引能耗	在牵引阶段，列车加速，发动机处于耗能状态；巡航阶段，考虑列车当时受到的总阻力可能需要牵引耗能；惰行和制动阶段，发动机不耗能
加算坡度	当路段同时存在坡道附加阻力和曲线附加阻力时，根据阻力值相等的原则，把列车通过曲线时所产生的附加阻力折算为坡道阻力，加上线路实际坡度得到
再生制动	牵引电动机转变为发电机工况，将列车运行的动能转换为电能，发电机产生的制动力使列车减速，列车向接触网反馈电能
停车制动曲线	在给定列车停车位置（行驶里程）的前提下，通过全力制动工况输出控制，从停车点位置反算列车运行末端的速度距离曲线
限速保护曲线	为保证列车在给定限速段的正常运行，在限速上升点和限速下降点，根据列车牵引/制动工况的受力，反算列车运行曲线

2.3 符号说明

表 2-2 符号说明表

列车动力学模型	
v	列车运行速度（m/s）
s	列车位移（m）
M	列车质量（kg）
g	重力加速度常数
$f(v)$	单位牵引力（N/kN）
F_{\max}	牵引力最大值（kN）
$b(v)$	单位制动力（N/kN）
B_{\max}	制动力最大值（kN）
μ_f	实际输出的牵引加速度与最大加速的百分比（油门系数）
μ_b	实际输出的制动加速度与最大加速的百分比（刹车系数）
$w(v)$	单位总阻力（N/kN）
W	线路阻力（N）
w_0	单位基本阻力（N/kN）
w_i	单位坡道阻力系数（N/kN）
w_c	单位曲线阻力系数（N/kN）
i	线路坡度（‰），正表示上坡，负表示下坡
R	曲率半径（m）

c	反映影响曲线阻力许多因素的经验常数，一般取 600
列车运行耗能模型	
E	列车运行的牵引段、巡航段发动机耗能
T_i	列车起动运行时刻
T_j	列车停止运行时刻
ΔT	列车的运行时长
a_{\min}	列车运行最小加速度
a_{\max}	列车运行最大加速度
$v_{\max}(t)$	列车运行时的限速
A6-A7 段列车全力牵引-惰行-全力制动运行模型	
s	A6-A7 段列车全力牵引行驶位移
s'	A6-A7 段列车惰行位移
s''	A6-A7 段列车全力制动行驶位移
t	A6-A7 段列车行驶时间
t_{\max}	A6-A7 段列车行驶最大时间
E	A6-A7 段列车行驶耗能
E_{\min}	A6-A7 段列车行驶最小耗能
A6-A8 段列车两区段全力牵引-惰行-全力制动运行模型	
s_{6-7}	A6-A7 段列车全力牵引行驶位移
s_{7-8}	A7-A8 段列车全力牵引行驶位移
t_{6-7}	A6-A7 段列车行驶时间
t_{7-8}	A7-A8 段列车行驶时间
t	A6-A8 段列车行驶时间
E_{6-7}	A6-A7 段列车行驶耗能
E_{7-8}	A7-A8 段列车行驶耗能
E	A6-A8 段列车行驶耗能
多列车节能运行模型	
E	所有列车运行总能耗
E_{ij}	第 i 列列车在第 j 段能耗
E_{reg}	列车制动过程中产生的再生能量
E_{mech}	制动过程中列车机械能的变化量
E_f	制动过程中为克服基本阻力和附加阻力所做功
E_{used}	被利用的再生能量
t_{overlap}	后一列列车制动的时间与前一列列车加速时间的重叠时间
t_{brake}	再生能量产生中后一列列车制动时间
h_i	后一列列车与前一列列车发车间隔
T_0	第一列列车发车时间和最后一列列车的发车时间之间间隔
t_{ij}	第 i 列列车在第 j 段运行时间

D_{ij}	为第 i 列列车在第 j 站停站时间
T_i	第 i 列列车从 A1 站到 A14 站的总运行时间
V_{limit}	跟踪列车（后车）速度不能超过限制速度
V_{line}	列车当前位置的线路限速
L	当前时刻前后车之间的距离
B_e	列车制动的最大减速度
基于区间三段/四段控制的单列车全程节能运行模型	
E	单列列车运行全程总能耗
E_j	列车在第 j （1~13）段能耗
t_j	列车在第 j （1~13）段运行时间
D_j	列车在第 j （1~13）站停站时间
基于再生能量最大利用的近似等间隔发车模型	
E	所有列车运行总再生能量利用
E_{usedi}	第 i 列列车再生能量利用

三、问题分析与模型准备

3.1 问题分析

针对问题一：

问题一是关于单列车节能运行优化控制的研究，主要考虑减少列车的牵引能耗，不考虑列车制动能量的利用。根据题目和参考文献，给出以下列车行驶控制策略：

- 如果车站间距离较短，列车一般采用“牵引-惰行-制动”的策略运行。如果站间距离较长，列车通常会采用牵引到接近限制速度后，交替使用惰行、巡航、牵引三种工况，直至接近下一车站采用制动进站停车。
- 运行时间一定时，列车巡航运行克服的基本阻力功最少。
- 列车使用最大牵引力，以最大加速度加速起动，可减少加速过程中的基本阻力功；最大制动能力制动有利于节能运行。
- 惰行是列车在运行过程中停止牵引或制动，只在阻力作用下运行的状态，是一种节能的操纵方式，在一些非高峰时段和制动前惰行以降低运行速度，有利于减少列车动能的损失，如果增加的运行时间在可以接受的范围内，惰行控制可以有效降低列车能耗。
- 下坡时尽可能利用列车的势能，尽量避免或减少下坡道调速制动。

针对问题二：

问题二是关于多列车节能运行优化策略的研究，主要考虑每列列车从A1-A14行驶全程的牵引能耗，和相邻列车间再生制动能量的利用。根据题目和问题假设，给出以下列车发车、停站控制策略：

- 对车站间距离进行统计分类，设计在较短的站间距离内，列车采用“牵引-惰行-制动”三段运行策略；在较长的站间距离内，列车采用“牵引-巡航-惰行-制动”四段运行策略。
- 列车运行耗能取决于运行时间和给定时间内选择的行驶策略；对于给定的行驶路段和运行时间，总能找到耗能最小的运行控制策略。在不考虑再生制动能量利用的情况下，列车行驶全程的牵引能耗只取决于对各段站间运行时间的分配。
- 列车站间运行时间和能耗存在反比关系，可以认为适当增加列车的运行时间可以有效降低列车牵引能耗。由于列车运行和停站总时间给定，在设计停站时间时，取可行域内的最小值 30s。
- 在给定单列列车行驶方案后，对于列车间再生制动能量的利用取决于列车发车间隔，设计以近似相等间隔发车，考虑到上下班人流高峰期，在高峰期内列车以较小间隔（120~150s）发车，空闲段时间列车以较大间隔发车。

针对问题三：

- 车站发生初始延误，会直接造成列车的出发晚点。在初始延误产生后，后续的列车有可能会受影响，随着时间的推移，后续列车也需要不断地调整，直

至后面的所有列车都恢复至正点运行。

- 延误调整时，以车站的实际到点与发点为基础，通过不断比较列车在车站的实际到发点与标准到发点，不断判断车站的各种间隔时间要求，得到列车最快可以出发的时间。直至所有受影响的列车调整结束。调整过程中列车运行顺序必须保持不变，并充分运用区间运行缓冲时间和车站缓冲时间。

3.2 数据处理

由于列车行驶方向遵循 A1-A14 的方向，“线路参数”中 A1-A14 的车站公里标 (m) 从大到小 (A1 公里标 22903m, A14 公里标 175m)，考虑坐标轴和列车行驶从左到右的习惯将公里标取负，将“线路参数”中的坡度和曲率列表转化为对应车站示意图。

坡度随着行驶方向的取反而取负号，但是曲率不取负号。

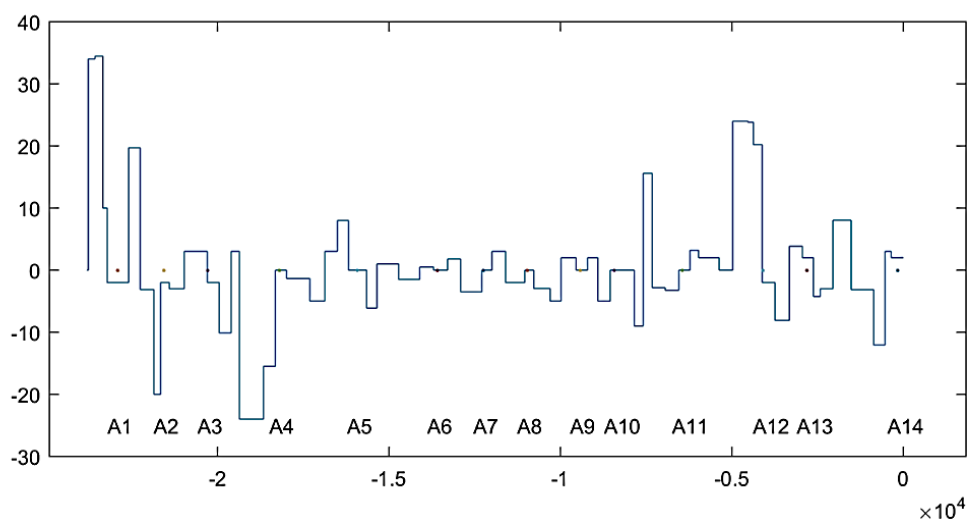


图 3-1 A1-A14 坡度公里标图

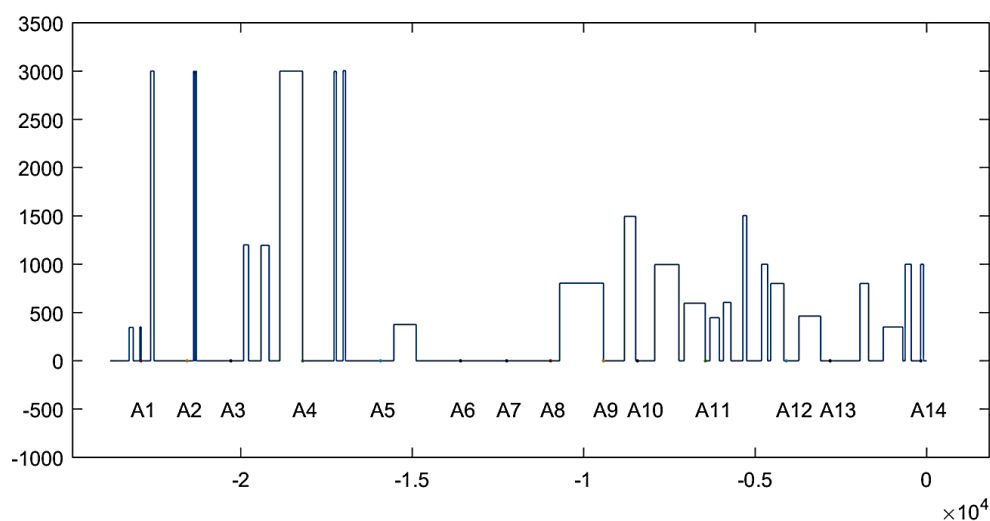


图 3-2 A1-A14 曲率公里标图

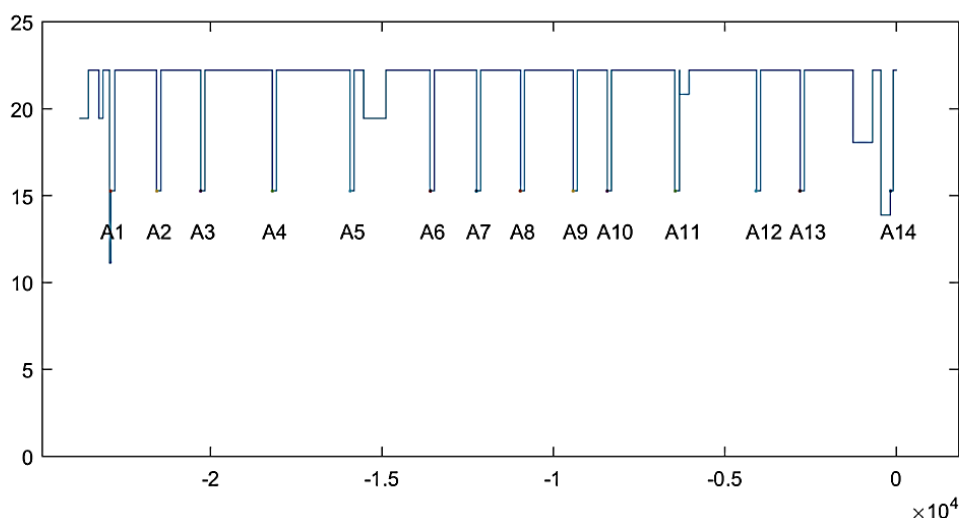


图 3-3 A1-A14 限速公里标图

为了计算方便，当坡道附加阻力，曲线附加阻力同时出现时，根据阻力值相等的原则，把列车通过曲线时所产生的附加阻力折算为坡道阻力，加上线路实际坡度即为加算坡度。

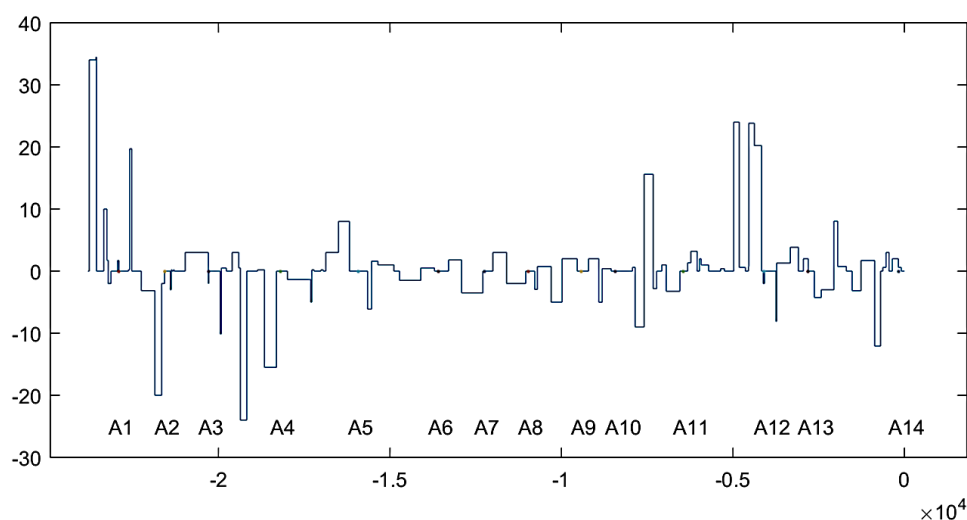


图 3-4 A1-A14 加算坡度公里标图

3.3 模型准备

3.3.1 列车运行动力学模型

列车运行过程中，由于列车运行坡道的长度远远大于列车的长度，故可以将列车作为一个质点处理，根据牛顿运动学定律，列车运动学模型可以概括为如下形式：

$$\begin{cases} \frac{dv}{dt} = (f(v) - b(v) - w(v)) \cdot g \\ \frac{ds}{dt} = v \end{cases} \quad (3-1)$$

其中, v 为列车运行速度(m/s); s 为列车位移(m); $f(v)$ 为单位牵引力(N/kN);

$b(v)$ 为单位制动力 (N/kN); $w(v)$ 为单位总阻力 (N/kN)。

单位牵引力 $f(v)$

$$f(v) = \frac{F}{Mg} \quad (3-2)$$

$$F = \mu_f F_{\max} \quad (3-3)$$

$$F_{\max} = \begin{cases} 203 & 0 \leq v \leq 51.5 \text{ km/h} \\ -0.002032v^3 + 0.4928v^2 - 42.13v + 1343 & 51.5 < v \leq 80 \text{ km/h} \end{cases} \quad (3-4)$$

其中, v 为列车速度 (km/h); M 为列车质量 (kg); μ_f 为实际输出的牵引

加速度与最大加速的百分比; F_{\max} 为牵引力最大值 (kN)。

单位制动力 $b(v)$

$$b(v) = \frac{B}{Mg} \quad (3-5)$$

$$B = \mu_b B_{\max} \quad (3-6)$$

$$B_{\max} = \begin{cases} 166 & 0 \leq v \leq 77 \text{ km/h} \\ 0.1343v^2 - 25.07v + 1300 & 77 < v \leq 80 \text{ km/h} \end{cases} \quad (3-7)$$

其中, v 为列车速度 (km/h); M 为列车质量 (kg); μ_b 为实际输出的制动

加速度与最大加速的百分比; B_{\max} 为制动力最大值 (kN)。

单位总阻力 $w(v)$

$$w(v) = w_0 + w_1 \quad (3-8)$$

$$w_0 = 2.031 + 0.0622v + 0.001807v^2 \quad (3-9)$$

$$w_1 = w_i + w_c \quad (3-10)$$

$$w_i = i \quad (3-11)$$

$$w_c = c / R \quad (3-12)$$

$$W = (w_0 + w_i) \times g \times M / 1000 \quad (3-13)$$

其中， v 为列车速度 (km/h)； w_0 为单位基本阻力 (N/kN)； w_i 为单位坡道阻力系数 (N/kN)； i 为线路坡度 (‰)，正表示上坡，负表示下坡； w_c 为单位曲线阻力系数 (N/kN)， R 为曲率半径 (m)； c 为综合反映影响曲线阻力许多因素的经验常数，一般取 600。

3.3.2 列车运行耗能模型

列车在牵引阶段加速，发动机处于耗能状态；巡航阶段考虑总阻力大小可能需要牵引，发动机耗能。经过对目标函数约束条件的分析后建立列车运行耗能模型：

$$\min E = M \int_{T_i}^{T_j} f(v)v(t)dt \quad (3-14)$$

$$\text{s.t.} \quad T_j - T_i \leq \Delta T \quad (3-15)$$

$$S = \int_{T_i}^{T_j} v(t)dt \quad (3-16)$$

$$a_{\min} \leq \frac{dv}{dt} \leq a_{\max} \quad (3-17)$$

$$\sigma < \frac{a_i - a_{i-1}}{\Delta t} \leq \varepsilon \quad (3-18)$$

$$0 \leq v(t) \leq v_{\max}(t) \quad (3-19)$$

$$v(T_i) = 0, \quad v(T_j) = 0 \quad (3-20)$$

其中： E 为列车运行发动机耗能 (J 或者 kW h)； M 为列车质量 (kg)； T_i 、 T_j 为列车运行起止时刻； ΔT 为列车的运行时长； a_{\min} 、 a_{\max} 为列车运行的最小加速度和最大加速度； S 为列车运行距离； $v_{\max}(t)$ 为列车运行时的限速。

关于约束条件的说明如下：

- 条件（1）列车的运行过程中不能出现延误到站的情况（取小于等于号），如要保证准点到站，运行时间是定值（取等号）；
- 条件（2）站与站之间的距离是固定的，运行距离是固定的；
- 条件（3）考虑到列车运行平稳性、乘客舒适度和车钩力学性能，加速度的取值存在一定范围，本题中为 $[-1\text{m/s}^2, 1\text{m/s}^2]$ ；

- 条件（4）考虑到列车运行平稳性、乘客舒适度和车钩力学性能，加速度的变化率存在一定范围,研究表明变化率小于 0.75 m/s^3 ，旅客的感觉舒适，本约束条件为非强制条件，仅作参考和结果检验；
- 条件（5）列车的运行速度存在最大值，限制速度的大小与公里标有关；
- 条件（6）列车需要在站内停靠，因此开始出站和完全到站时刻速度为 0。

四、问题一模型建立与求解

4.1 第一小问——单列车 A6-A7 节能运行模型建立与求解

实际仿真时是使用差分的方法求解的，取定公里标 S 和速度 V 两个状态变量，每一个微小时间间隔 dt (0.1s 或 0.01s) 迭代更新这两个状态。这里假定加速度在这段时间内是不变的，利用恒定加速度运动模型求解 S 和 V 的增量。

以列车的车头（车头与车站公里标相差一个车长 115m）作为运行监测点，由线路参数可知：A6-A7 段距离 1354m；起点开始的 5m 和到达终点前的 115m 限速为 15.28m/s (55km/h)，中间部分限速为 22.22 m/s (80km/h)；起点开始的 189m 和到达终点前的 165m 加算坡度为 0，中间部分前 380m 加算坡度为 1.8‰，中间部分后 620m 加算坡度为 -3.5‰。

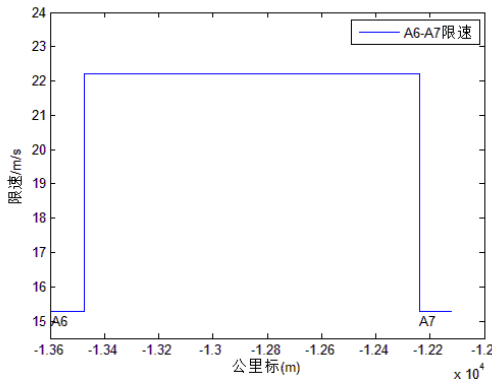


图 4-1 A6-A7 限速公里标图

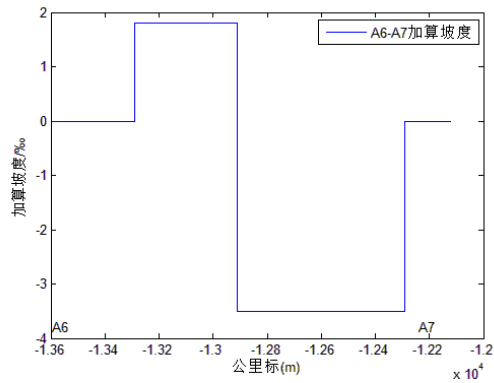


图 4-2 A6-A7 加算坡度公里标图

4.1.1 定点停车制动曲线

为实现定点停车，从停车点开始，反算列车停车制动曲线（图 4-3）。当列车运行曲线与停车制动曲线相撞时，列车工况切换为全力制动，列车制动停车。

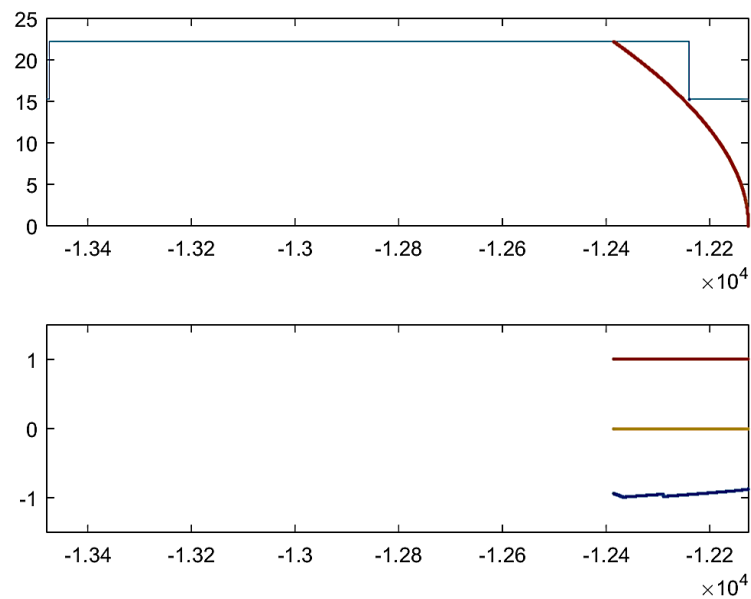


图 4-3 列车定点停车制动曲线（上图曲线为列车定点
停车制动曲线，下图蓝色曲线为列车的实际
加速度；红色线为油门系数，黄色线为刹车系数）

图 4-3 中：速度逐渐下降，终点为 0 的曲线为列车定点停车制动曲线；蓝色点连线为列车的实际加速度；红色线为制动工况输入，全力制动段为 1；黄色线为牵引工况输入，全力制动段为 0。

将“线路参数”中所给限速段公里标与车站公里标相比较，考虑列车长度和列车运行实际情况，列车在车站部分运行需满足限速条件，通常为列车加速启动 5m 和列车减速制动 115m 范围。列车停车段的 115m 范围属于限速下降点，为使列车安全进入低限速区段，检验全力制动曲线是否满足限速条件。从图 4-3 中可以看出，列车定点停车制动曲线满足“线路参数”中的限速条件，同时是列车运行限速安全防护曲线。

4.1.2 列车全力牵引-惰行-全力制动三段运行模型

由于车站 A6-A7 段距离较短（1354m），单列车运行节能规划模型采用“牵引-惰行-制动”三段行驶的策略。根据问题一分析中的列车行驶控制策略，在列车行驶过程中，使用最大牵引力（最大加速度）加速启动，使用最大制动力（最大减速度）停车。

表 4-1 列车极限加速/减速三段模型工况

列车运行段	工况	控制输入
牵引段（最大加速度）	全力牵引（FP）	$\mu_f = 1, \mu_b = 0$
惰行段	惰行（C）	$\mu_f = 0, \mu_b = 0$
制动段（最大减速度）	全力制动（FB）	$\mu_f = 0, \mu_b = 1$

注：牵引段 $\mu_f = 1$ 和制动段 $\mu_b = 1$ 为控制输入，在列车运行中，需要通

过实际加速度的限制反算 μ_f 、 μ_b ，使实际加速度在允许范围内

列车全力制动段运行状态满足列车运行动力学模型中方程 (3-1)、(3-5)、(3-6)、(3-7)、(3-8)、(3-9)、(3-10) 和 (3-11) 约束，控制输入：

$$\mu_f = 0, \mu_b = 1 \quad (4-1)$$

列车全力牵引段运行状态满足列车运行动力学模型中方程 (3-1)、(3-2)、(3-3)、(3-4)、(3-8)、(3-9)、(3-10) 和 (3-11) 约束，控制输入：

$$\mu_f = 1, \mu_b = 0 \quad (4-2)$$

列车惰行段运行状态满足列车运行动力学模型中方程 (3-1)、(3-8)、(3-9)、(3-10) 和 (3-11) 约束，控制输入：

$$\mu_f = 0, \mu_b = 0 \quad (4-3)$$

可以得到列车全力牵引段和惰行段曲线，其中全力牵引段行驶位移 s （或牵引段末端点公里标）为变量，对应不同的惰行段位移 s' 、全力制动段位移 s'' 和列车运行时间 t 。

$$t = t(s) \quad (4-4)$$

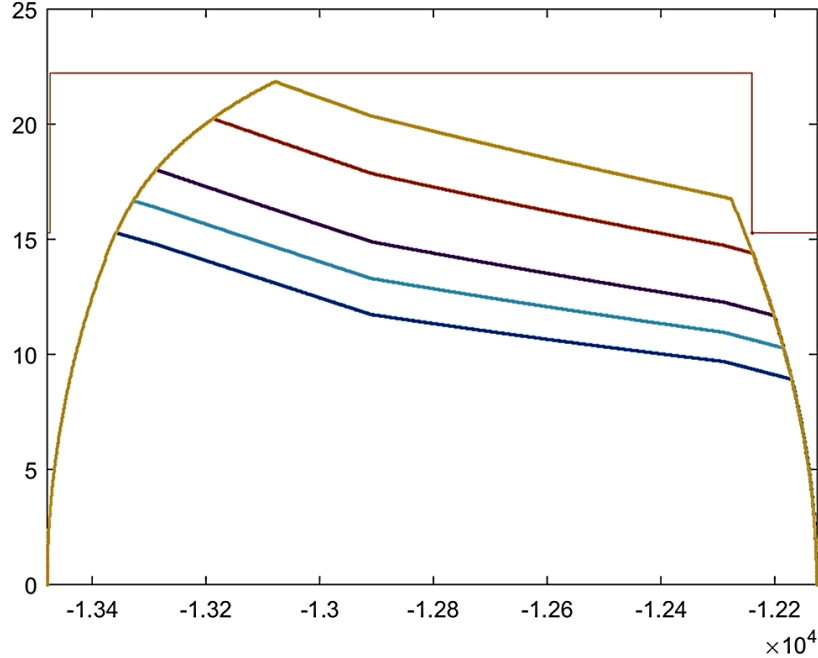


图 4-4 列车全力牵引段和惰行段曲线
(x 轴为公里标，y 轴为列车运行速度)

绘制曲线为速度距离曲线，由于应用了定点停车制动曲线，列车定里程运行条件耗能模型方程 (3-16) 自动满足。全力牵引段行驶位移 s 对应不同的列车运行时间 t

$$E = E(t) \quad (4-5)$$

由列车站间运行时间 t 和能耗 E 存在反比关系，可以认为当全力牵引段行驶路程的取值可以使列车运行时间取到最大时(t_{\max})，即满足耗能模型方程(4-15)时，列车耗能最小(E_{\min})。

$$E_{\min} = E(t_{\max}) \quad (4-6)$$

由方程(4-24)、(4-25)和(4-26)可以看出，列车 A6-A7 段的全力牵引-惰行-全力制动运行模型属于有约束条件的单目标非线性规划问题。

现采用**模拟退火算法**(simulated annealing, SA)求解全力牵引段位移 s ，使得运行时间在可行域中取最大值，列车耗能取最小值。

T 为系统控制参数， T_0 为控制参数初值，控制参数衰减函数 $T_{k+1} = \alpha T_k$ ，取 $\alpha = 0.99$ ； s 为列车全力牵引段位移， s_0 为位移初值，取极限加速到限速 22.22 m/s (80km/h) 列车行驶的距离；每一个 $t(s)$ 对应固定的 s 值和 $E(t)$ 值，通过上述分析， $t(s)$ 在可行域中的最大取值(110s)得到的 $E(t)$ 值最小，为模型最优解。

通过模拟退火算法，得到 A6-A7 站间列车耗能最小的速度距离曲线(曲线时间对应速度、位移、牵引力、牵引功率等参数的详细数据见附件 excel A6-A7)。

4.1.3 计算结果分析与讨论

最终得到的最小能耗为 3.2659e+07J (9.0718kW h)，这里使用了三段模型，通过实验得出与四段模型得到的结果相差不是很大，因此三段模型更为简单一点。

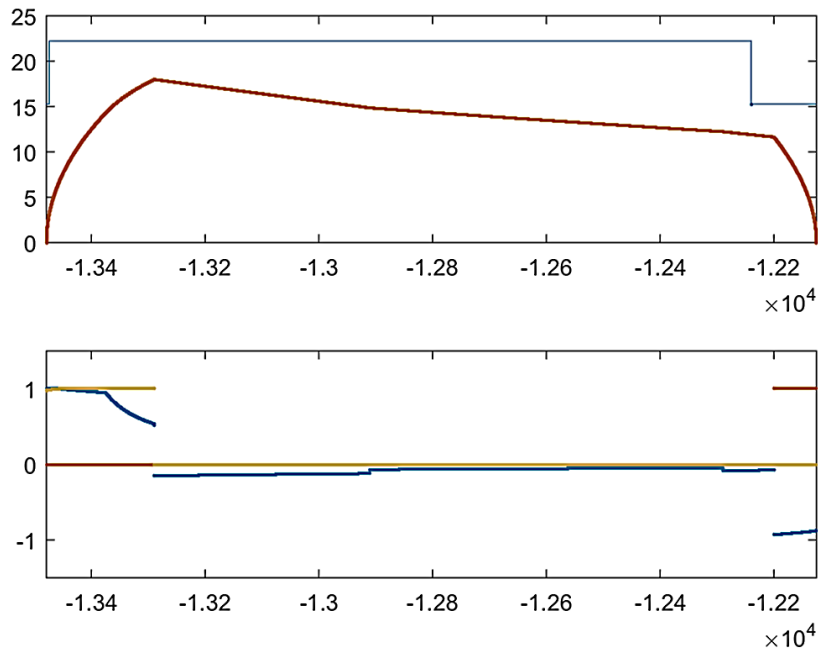


图 4-5 列车 A6-A7 站运行最小耗能速度距离曲线 (x 轴为公里标取负号，
上图 y 轴为列车运行速度，下图 y 轴列车运行实际加速度和输入工况
蓝色为加速度，黄色为 μ_F ，棕色为 μ_B)

对 A6-A7 站间列车耗能最小的速度距离曲线的节点坐标进行提取统计，生成距离、时间和能耗表格，便于结果分析和问题的进一步研究。

表 4-2 A6-A7 站列车运行参数

牵引段/m	惰行段/m	制动段/m	用时/s	能耗
174.89	1289.48	110.37	109.97	3.2659e+07J (9.0718kW h)

注：A6-A7 段运行距离误差 0.0071m，时间误差 0.03s。

4.2 第二小问——单列车 A6-A8 节能运行模型建立与求解

拟建立新的计算速度距离曲线的数学模型，计算寻找一条列车从 A6 站出发到达 A8 站的最节能运行的速度距离曲线，其中要求列车在 A7 车站停站 45 秒，A6 站和 A8 站间总运行时间规定为 220 秒（不包括停站时间）。

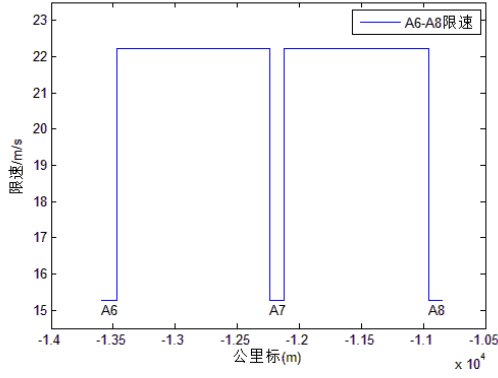


图 4-6 A6-A8 限速公里标图

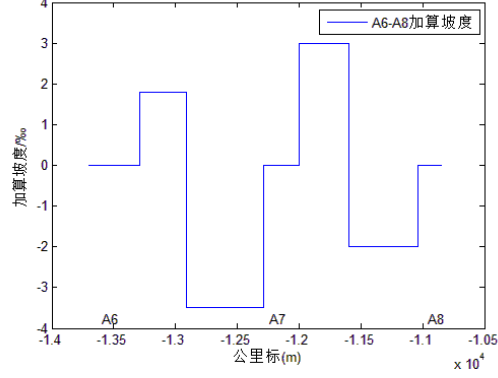


图 4-7 A6-A8 加算坡度公里标图

以列车的车头（车头与车站公里标相差一个车长 115m）作为运行监测点，由线路参数可知：车站 A7-A8 段距离 1280m；起点开始的 5m 和到达终点前的 115m 限速为 15.28m/s（55km/h），中间部分限速为 22.22 m/s（80km/h）；起点开始的 125m 和到达终点前的 195m 加算坡度为 0，中间部分前 400m 加算坡度为 3‰，中间部分后 560m 加算坡度为 -2‰。

考虑到车站 A7-A8 段距离较短（1280m），速度限制条件和加算坡度条件与 A6-A7 段接近，可以采用和 A6-A7 段相同的列车行驶控制策略。因此列车 A6-A8 段的行驶过程可以分别就 A6-A7、A7-A8 段使用全力牵引-惰行-全力制动运行模型。

4.2.1 列车两区段全力牵引-惰行-全力制动运行模型

根据上述问题的思路分析，给出 A6-A8 列车运行段耗能最小求解步骤：

- （1）根据列车全力制动段约束方程分别绘制 A6-A7、A7-A8 段的定点停车制动曲线，检验曲线是否满足限速条件；
- （2）根据列车全力牵引段和惰行段的约束方程分别绘制给定全力牵引位移（全力牵引加速到限速）下的 A6-A7、A7-A8 段的全力牵引段和惰行段曲线；
- （3）引入变量 A6-A7 段的全力牵引位移 s_{6-7} 、和 A7-A8 段的全力牵引位移 s_{7-8} ；
- （4）由方程（4-24）

$$t_{6-7} = t(s_{6-7}), \quad t_{7-8} = t(s_{7-8}) \quad (4-7)$$

得到第一目标函数

$$\max t = t_{6-7} + t_{7-8} \quad (4-8)$$

- （5）由方程（4-25）

$$E_{6-7} = E(t_{6-7}), \quad E_{7-8} = E(t_{7-8}) \quad (4-9)$$

得到第二目标函数

$$\min E = E_{6-7} + E_{7-8} \quad (4-10)$$

- （6）使用智能算法在给定行域内寻找 s_{6-7} 和 s_{7-8} ，使第一目标函数（时间）最大

的条件下令第二目标函数取极值，得到所建模型下的最优解。

由方程（4-7）、（4-8）、（4-9）和（4-10）可以看出，列车 A6-A8 段的两区段全力牵引-惰行-全力制动运行模型属于有约束条件的多目标非线性规划问题。

现采用模拟退火算法（simulated annealing, SA）求解 A6-A7 全力牵引段位移 s_{6-7} 和 A7-A8 段全力牵引段位移 s_{7-8} ，使得运行时间 t 在可行域中取最大值，列车耗能 E 取最小值。

T 为系统控制参数， T_0 为控制参数初值，控制参数衰减函数 $T_{k+1} = \alpha T_k$ ，取 $\alpha = 0.99$ ； s_{6-7} 、 s_{7-8} 分别为列车在 A6-A7、A7-A8 全力牵引段位移， $s_{6-7}(0)$ 和 $s_{7-8}(0)$ 为位移初值，取极限加速到限速 22.22 m/s（80km/h）列车行驶的距离；每一个 $t_{6-7}(s_{6-7})$ 和 $t_{7-8}(s_{7-8})$ 对应固定的 s 值和 $E(t)$ 值，通过上述分析， t （即 $t_{6-7} + t_{7-8}$ ）在可行域中的最大取值（220s）时，调节 t_{6-7} 和 t_{7-8} 可以得到的 E （即 $E_{6-7} + E_{7-8}$ ）值最小，为模型最优解。

参考上述模拟退火算法流程，对 A6-A8 段有约束条件的多目标非线性规划模型求解，得到 A6-A8 站间列车耗能最小的速度距离曲线（曲线时间对应速度、位移、牵引力、牵引功率等参数的详细数据见附件 excel A6-A8）。

4.2.2 计算结果分析与讨论

可以看出由于两段路程长度大致相同，因此时间分配的结果更倾向于平均分配，任何一段时间过短都会导致能耗一定程度的增加。

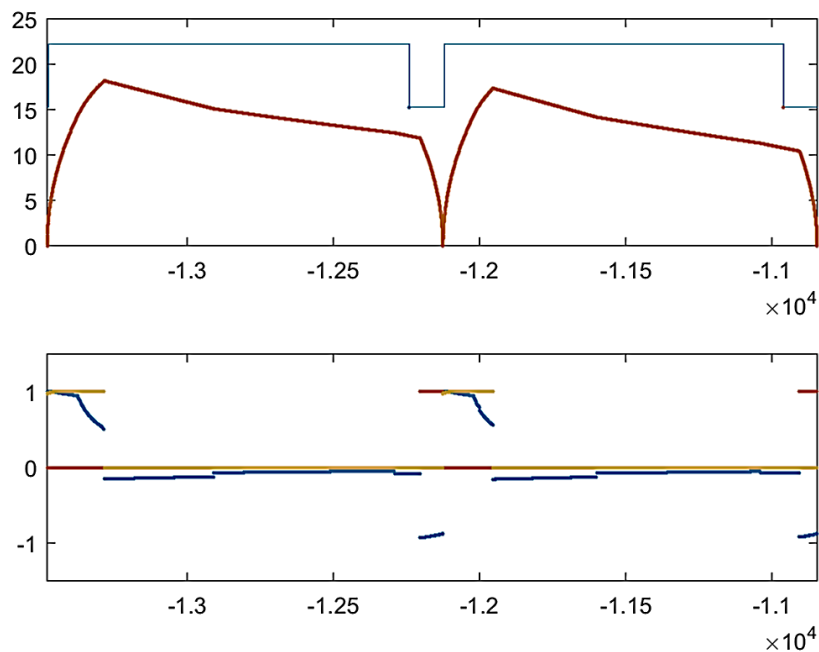


图 4-8 列车 A6-A8 站运行最小耗能速度距离曲线（x 轴为公里标，上图 y 轴为列车运行速度，下图 y 轴列车运行实际加速度和输入工况）

对 A6-A8 站间列车耗能最小的速度距离曲线的节点坐标进行提取统计，生成距离、时间和能耗表格，便于结果分析和问题的进一步研究。

表 4-3 A6-A8 站列车运行参数

	牵引段/m	惰行段/m	制动段/m	用时/s	能耗
A6-A7	174.89	1289.48	110.37	109.97	3.2659e+07J (9.0718kW h)
A7-A8	170.00	1049.71	60.29	109.99	3.2001e+07J (8.8890kW h)
A6-A8	-	-	-	219.96	6.466e+07J
合计					(17.9608kW h)
注：A6-A8 段运行距离误差 0.1586m，时间误差 0.04s					

五、问题二模型建立与求解

5.1 多列车运行节能模型

$$\min E = \sum E_{ij} - \sum E_{usedi} \quad (5-1)$$

$$E_{reg} = (E_{mech} - E_f) \cdot 95\% \quad (5-2)$$

$$E_{used} = E_{reg} \cdot t_{overlap} / t_{brake} \quad (5-3)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum h_i = T_0 \quad (5-4)$$

$$H_{\min} < h_i < H_{\max} \quad (5-5)$$

$$\sum t_{ij} + \sum D_{ij} = T_i \quad (5-6)$$

$$D_{\min} < D_{ij} < D_{\max} \quad (5-7)$$

$$V_{\lim it} = \min(V_{line}, \sqrt{2LB_e}) \quad (5-8)$$

其中： E 为所有列车运行总能耗（J 或者 kW h）； E_{ij} 为第 i （1~99）列列车在第 j （1~13）段能耗（J 或者 kW h）； E_{ger} 为列车制动过程中产生的再生能量； E_{mech} 为制动过程中列车机械能的变化量； E_f 是制动过程中为克服基本阻力和附加阻力所做功； E_{used} 为被利用的再生能量； $t_{overlap}$ 是列车 $i+1$ 制动的时间与列车 i 加速时间的重叠时间； t_{brake} 是列车 $i+1$ 的制动时间； h_i 为第 $i+1$ 列列车与第 i 列列车发车间隔； T_0 为第一列列车发车时间和最后一列列车的发车时间之间间隔； t_{ij} 为第 i （1~99）列列车在第 j （1~13）段运行时间（s）； D_{ij} 为第 i （1~99）列列车在第 j （1~13）站停站时间（s）； T_i 为第 i （1~99）列列车从 A1 站到 A14 站的总运行时间； $V_{\lim it}$ 为跟踪列车（后车）速度不能超过限制速度； V_{line} 为列车当前位置的线路限速（km/h）； L 为当前时刻前后车之间的距离（m）； B_e 为列车制动的最大减速度（m/s²）。

关于约束条件的说明如下：

- 条件（1）每辆列车发车的间隔时间之和为第一列列车发车时间和最后一列列车的发车时间之间间隔；
- 条件（2）列车发车间隔时间存在最大值和最小值；
- 条件（3）每列列车从 A1 站到 A14 站的总运行时间固定；
- 条件（4）列车在每个车站停站时间存在最大值和最小值；
- 条件（5）列车追踪运行时，为保证安全，跟踪列车（后车）速度不能超过限制速度 V_{limit} ，以免后车无法及时制动停车，发生追尾事故。

5.2 第一小问——多列车近似等间隔发车节能运行模型建立与求解

5.2.1 第一小问第一阶段——求单量列车最小耗能的时间分配及运行策略

首先对车站区间分类，对于不同长度的区间，确定使用三段模型还是四段模型。然后通过实验数据，拟合建立“时间-耗能”曲线，借此可以大大减少计算量，为智能算法的应用建立基础。通过“时间-耗能”曲线和算法的应用，初步得到一个比较好的近似最优解。最后生成距离速度曲线。

5.2.2 车站区间分类

对车站间距离进行统计分类，综合考虑车站间距离和车站间线路情况，给出相应站间的运行策略，对于短距离区间应用三段模型（牵引-惰行-制动），对于长距离区间应用四段模型（牵引-巡航-惰行-制动）。

表 5-1 A1-A14 站间隔距离统计

运行区间	A1-A2	A2-A3	A3-A4	A4-A5	A5-A6
距离/m	1334	1286	2086	2265	2338
运行区间	A6-A7	A7-A8	A8-A9	A9-A10	A10-A11
距离/m	1354	1280	1538	993	1982
运行区间	A11-A12	A12-A13	A13-A14	A1-A14 合计	
距离/m	2366	1275	2631	22728	

生成站点区间-间隔距离图，可以直观地对车站区间进行初步分类，借此确定应用三段模型还是四段模型。

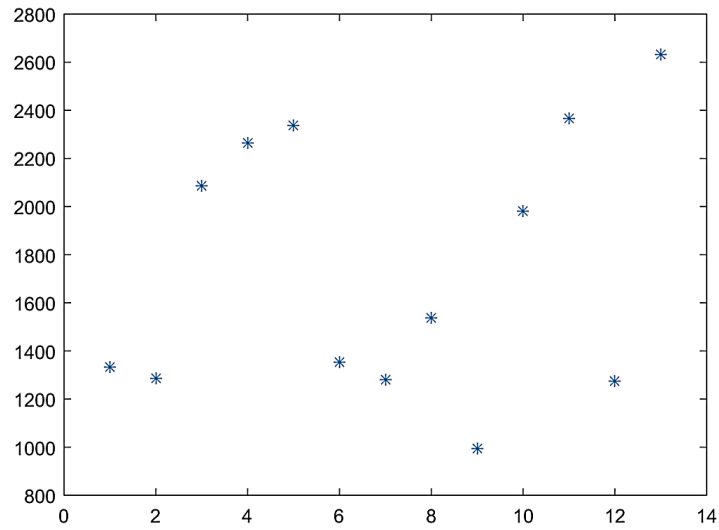


图 5-1 A1-A14 站点区间隔距离

通过图 5-1 可以将车站区间进行初步分为两类，以 1800m 为分类标准，得到短间距车站段：A1-A2、A2-A3、A6-A7、A7-A8、A8-A9、A9-A10、A12-A13；长间距车站段：A3-A4、A4-A5、A5-A6、A10-A11、A11-A12、A13-A14。

对车站间的线路参数进行统计分析得到，站点区间限速、站点区间加算坡度图，结合上述站间距离分类，可以直观地对每段区间行驶方案进行策略规划。

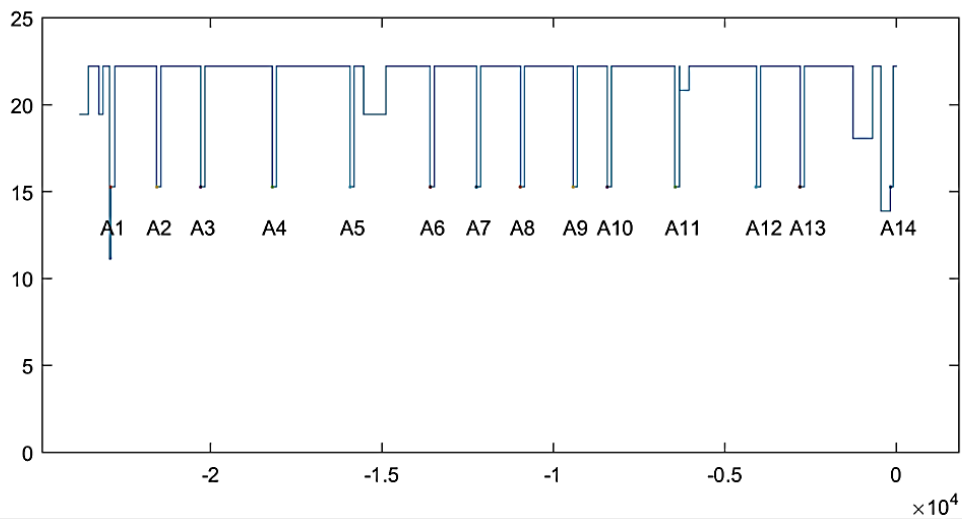


图 5-2 A1-A14 站间限速图
(x 轴为公里标，y 轴为列车运行速度)

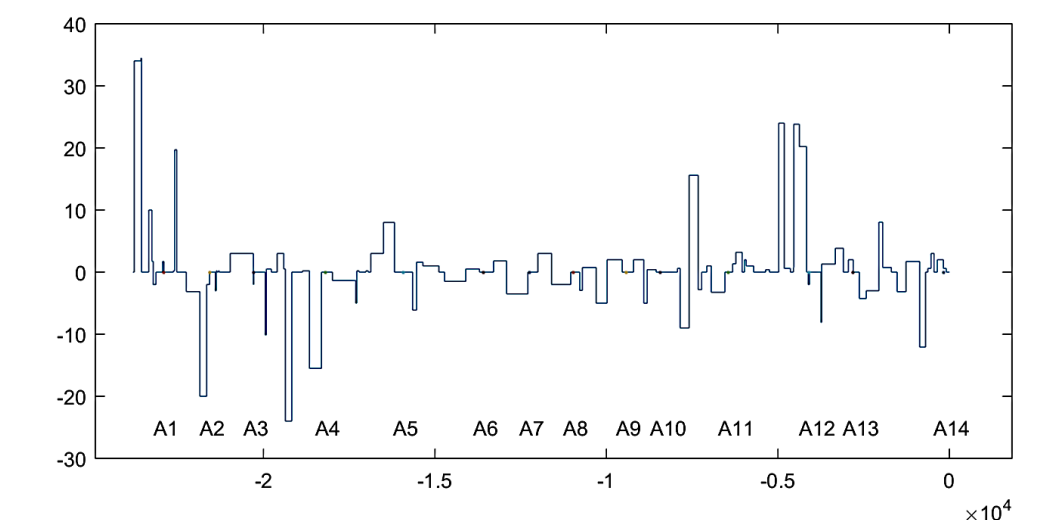


图 5-3 A1-A14 加算坡度图
(x 轴为公里标, y 轴为加算坡度)

通过问题一的（两区段）**全力牵引-惰行-全力制动运行模型**建立求解与方案结果分析，认为在距离较短的站间（A1-A2、A2-A3、A6-A7、A7-A8、A8-A9、A9-A10、A12-A13）采用与问题一相同的三段运行控制是方案可行的和耗量最小的。

距离较长的站间（A3-A4、A4-A5、A5-A6、A10-A11、A11-A12、A13-A14）采用题目中的四段运行（**全力牵引-巡航-惰行-全力制动**）控制可以得到较小的耗能方案。考虑长站间线路参数，通过调节四段运行的牵引段和巡航段路程可以满足指定区间的限速要求。

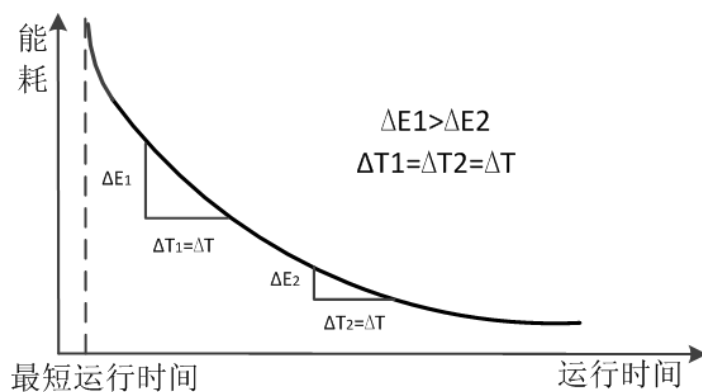
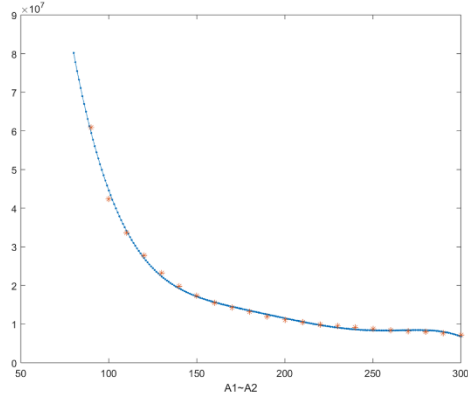


图 5-4 站间运行时间与能耗关系

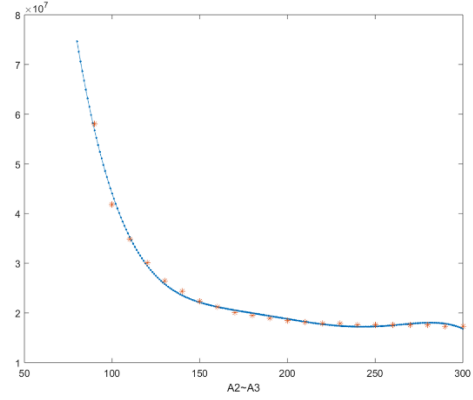
根据问题二分析，列车行驶全程的牵引能耗只取决于对各段站间运行时间的分配，列车站间运行时间和能耗存在反比关系，可以认为适当增加列车的运行时间可以有效降低列车牵引能耗。由于列车运行和停站总时间给定，在设计停站时间时，取可行域内的最小值 30s。

5.2.3 多项式拟合各站间列车运行时间能耗关系曲线

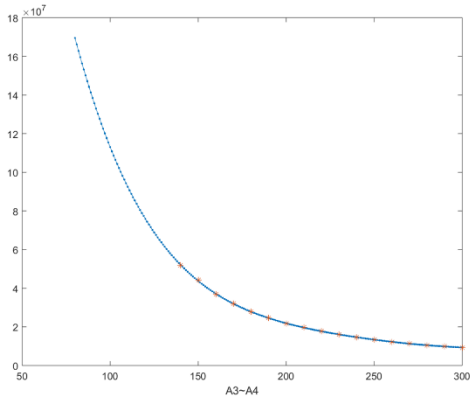
根据上述分析，列车全程运行过程中，在给定运行方案的前提下，对于每个 t_j ，该区间存在对应列车方案使耗能最小 E_j 。通过多项式拟合，绘制每个站间的列车运行时间与能耗关系（方程 5-12）曲线，得到列车运行时间与能耗相应函数关系（图 5-5）。



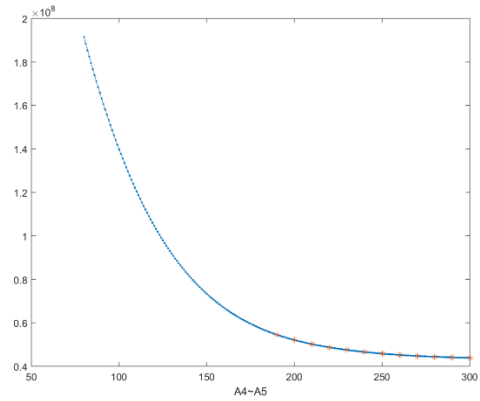
(a) 列车 A1-A2 段时间与能耗关系



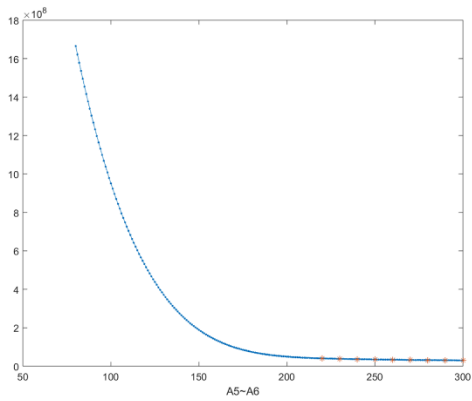
(b) 列车 A2-A3 段时间与能耗关系



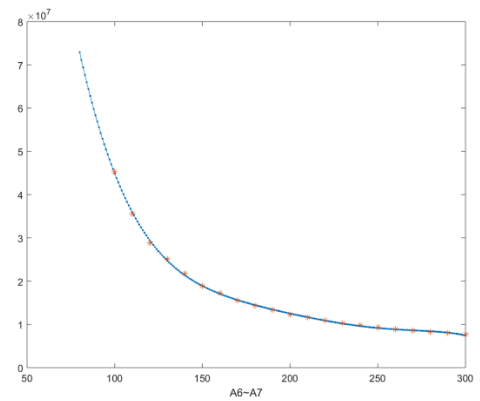
(c) 列车 A3-A4 段时间与能耗关系



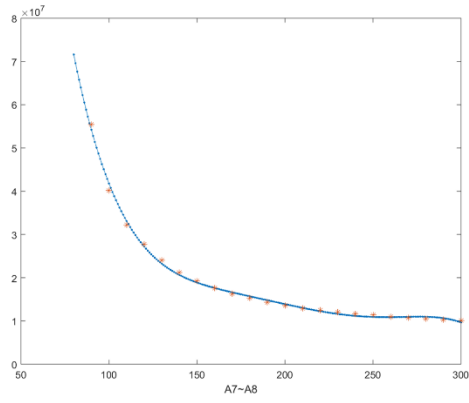
(d) 列车 A4-A5 段时间与能耗关系



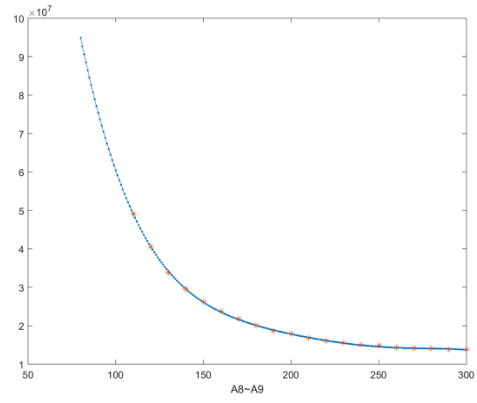
(e) 列车 A5-A6 段时间与能耗关系



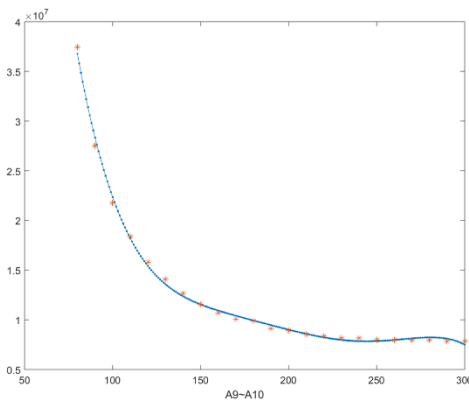
(f) 列车 A6-A7 段时间与能耗关系



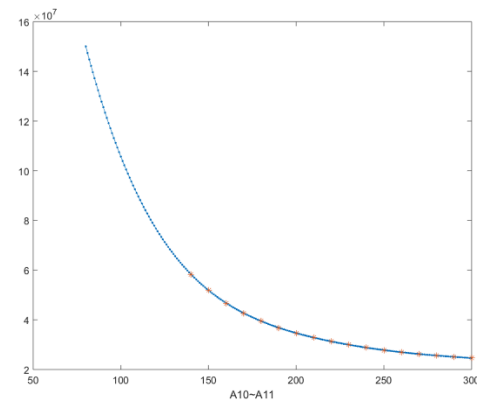
(g) 列车 A7-A8 段时间与能耗关系



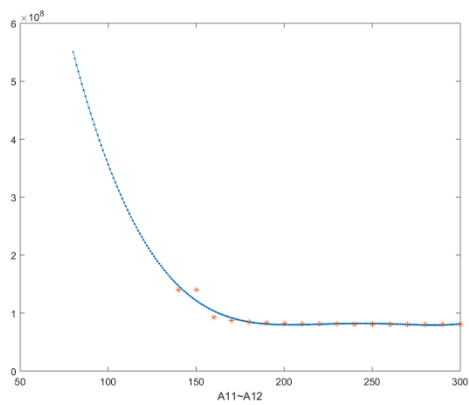
(h) 列车 A8-A9 段时间与能耗关系



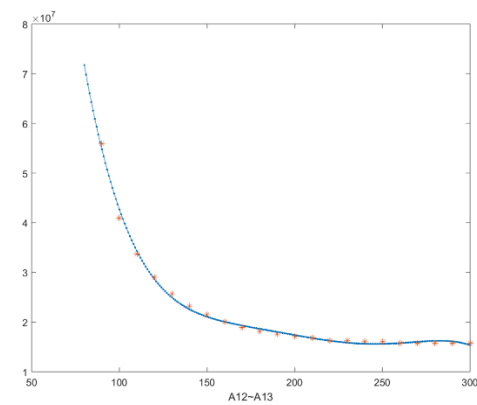
(i) 列车 A9-A10 段时间与能耗关系



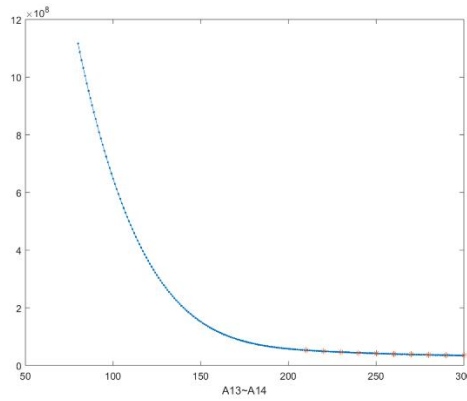
(j) 列车 A10-A11 段时间与能耗关系



(k) 列车 A11-A12 段时间与能耗关系



(l) 列车 A12-A13 段时间与能耗关系



(m) 列车 A13-A14 段时间与能耗关系

图 5-5 列车 A1-A14 站间运行时间与能耗关系

(x 轴为列车站间运行时长, y 轴为列车运行耗能)

5.2.4 内点法 (Interior point methods) 求解单列车全程节能运行模型

根据上述分析列车停站 13 次 (在 A1-A13 站停车), 每站停车时间取最短停站时间 (30s), 列车总运行时间为 2086s, 上述约束方程 (5-10) 简化为

$$\sum t_j = 1696s \quad (5-13)$$

多项式拟合各站间列车运行时间能耗关系曲线, 得到每段站间近似的列车运行时间能耗对应关系 (函数)

$$E_j = E_j(t_j) \quad (5-14)$$

以方程 (5-9) 为目标函数, 可以看出: 单列车全程节能运行模型是有约束的单目标函数非线性优化问题。采用内点法求解列车站间运行时间 t_j (j 取 1,2,3, …, 13), 得到耗能 E 最小结果及对应的时间分配方案。

表 5-2 A1-A14 站耗能最小运行时间、耗能统计

运行区间	A1-A2	A2-A3	A3-A4	A4-A5	A5-A6
时间/s	109.31	104.49	142.39	141.75	195.94
能耗/J	3.4383e+07	3.8267e+07	4.9976e+07	8.1954e+07	4.4932e+07
运行区间	A6-A7	A7-A8	A8-A9	A9-A10	A10-A11
时间/s	105.17	104.39	113.64	83.49	131.36
能耗/J	4.0287e+07	3.719e+07	4.4937e+07	3.3232e+07	6.6165e+07
运行区间	A11-A12	A12-A13	A13-A14	A1-A14 合计	
时间/s	170.79	103.49	189.88	1696.18	
能耗/J	8.6625e+07	3.8505e+07	6.0075e+07	6.5653e+08 (182.37kW h)	

5.2.5 第一小问第一阶段结果图

绘制列车 A1-A14 全程运行的速度距离曲线 (图 5-6、5-7), 为后面的列车发车时间间隔的建模与求解提供依据。图中红色曲线为单列列车全程运行的速度距离曲线; 蓝色曲线为列车运行耗能曲线, 牵引段和巡航段列车耗能, 惰行段列

车不耗能，电网不充电，制动段电网充电。

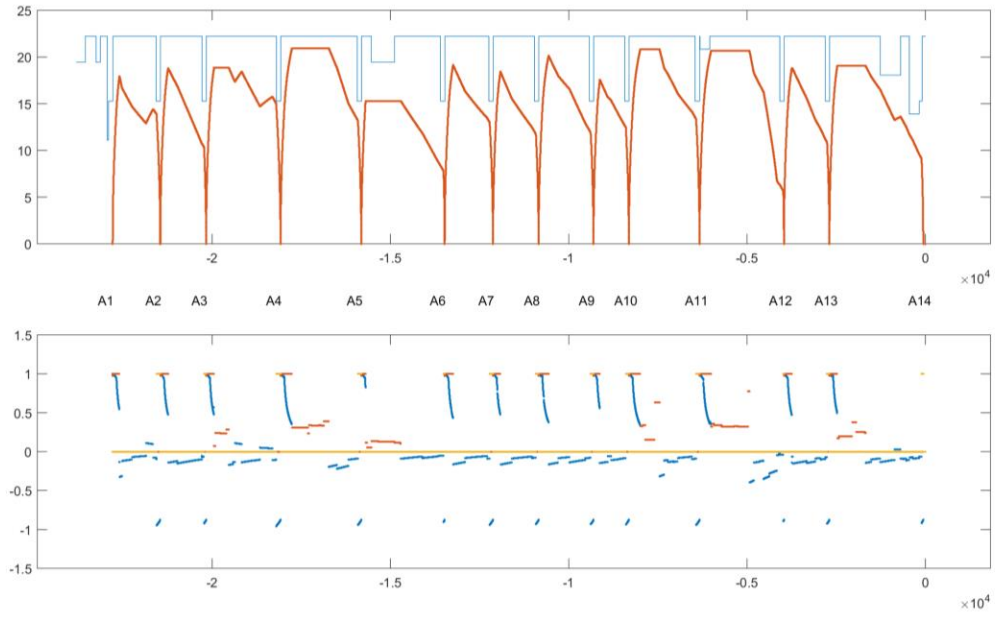


图 5-6 列车 A1-A14 站间运行速度距离曲线和加速度曲线（x 轴为公里标，上图 y 轴为列车运行速度，下图 y 轴为蓝色加速度、棕色 μ_F 、黄色 μ_B ）

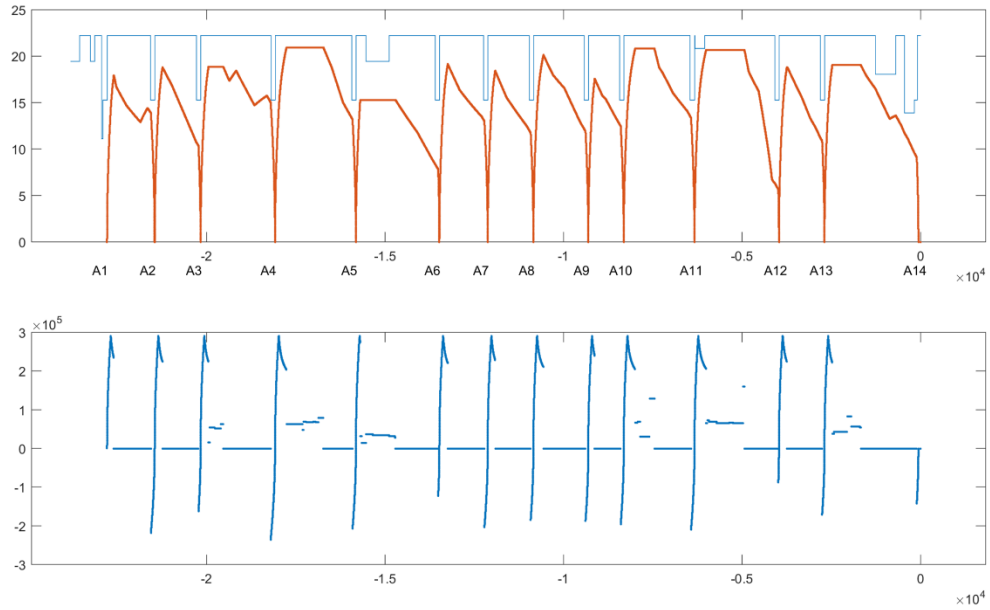


图 5-7 列车 A1-A14 站间运行速度距离曲线和耗能曲线（x 轴为公里标，上图 y 轴为列车运行速度，下图 y 轴为列车耗能）

5.2.6 第一小问第二阶段——基于再生能量最大利用的近似等间隔发车模型

$$\max E = \sum E_{usedi} \quad (5-15)$$

$$E_{reg} = (E_{mech} - E_f) \cdot 95\% \quad (5-16)$$

$$E_{used} = E_{reg} \cdot t_{overlap} / t_{brake} \quad (5-17)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum h_i = T_0 \quad (5-18)$$

$$H_{\min} < h_i < H_{\max} \quad (5-19)$$

$$V_{\lim it} = \min(V_{\lim e}, \sqrt{2LB_e}) \quad (5-20)$$

其中： E 为所有列车运行总再生能量利用（J 或者 kW h）； $E_{i,desu}$ 为第 i 列车再生能量利用（J 或者 kW h）； E_{ger} 为列车制动过程中产生的再生能量； E_{mech} 为制动过程中列车机械能的变化量； E_f 是制动过程中为克服基本阻力和附加阻力所做功； E_{used} 为被利用的再生能量； $t_{overlap}$ 是列车 $i+1$ 制动的时间与列车 i 加速时间的重叠时间； t_{brake} 是列车 $i+1$ 的制动时间； h_i 为第 $i+1$ 列车与第 i 列车发车间隔； $V_{\lim it}$ 为跟踪列车（后车）速度不能超过限制速度； $V_{\lim e}$ 为列车当前位置的线路限速（km/h）； L 为当前时刻前后车之间的距离（m）； B_e 为列车制动的最大减速度（m/s²）。

关于约束条件的说明如下：

- 条件（1）每辆列车发车的间隔时间之和为第一列车发车时间和最后一列列车的发车时间之间间隔；
- 条件（2）列车发车间隔时间存在最大值和最小值；
- 条件（3）列车追踪运行时，为保证安全，跟踪列车（后车）速度不能超过限制速度 $V_{\lim it}$ ，以免后车无法及时制动停车，发生追尾事故。

5.2.7 列车再生能量产生

列车运行中牵引段和巡航段发动机耗能，在惰行段和制动段发动机不耗能，列车采用再生制动技术，此时可以将动能转换为电能反馈回供电系统供其他用电设备使用。

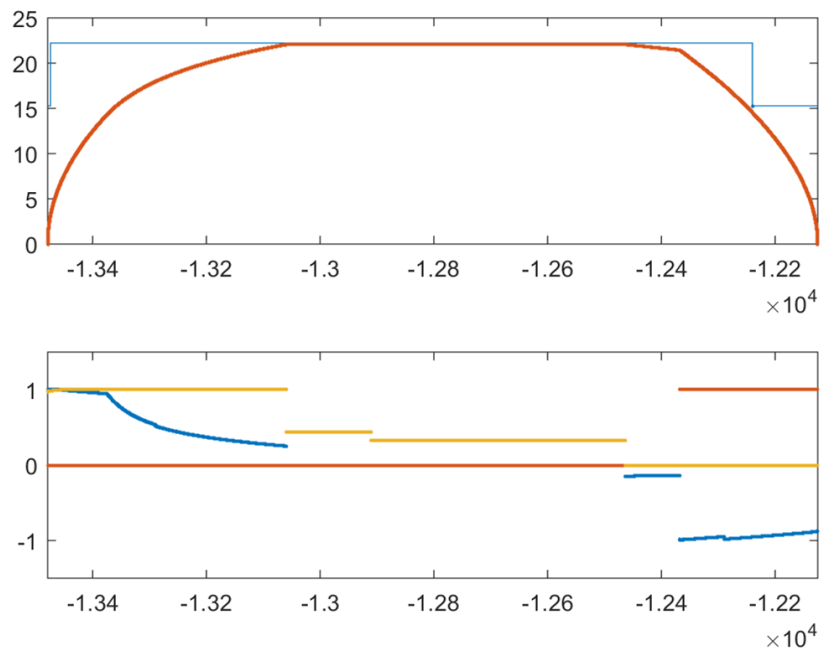


图 5-8 列车牵引-巡航-惰行-制动四段运行速度距离图
(x 轴为列车运行公里标, 上图 y 轴为列车运行速度, 下图 y 轴为列车运行加速度)

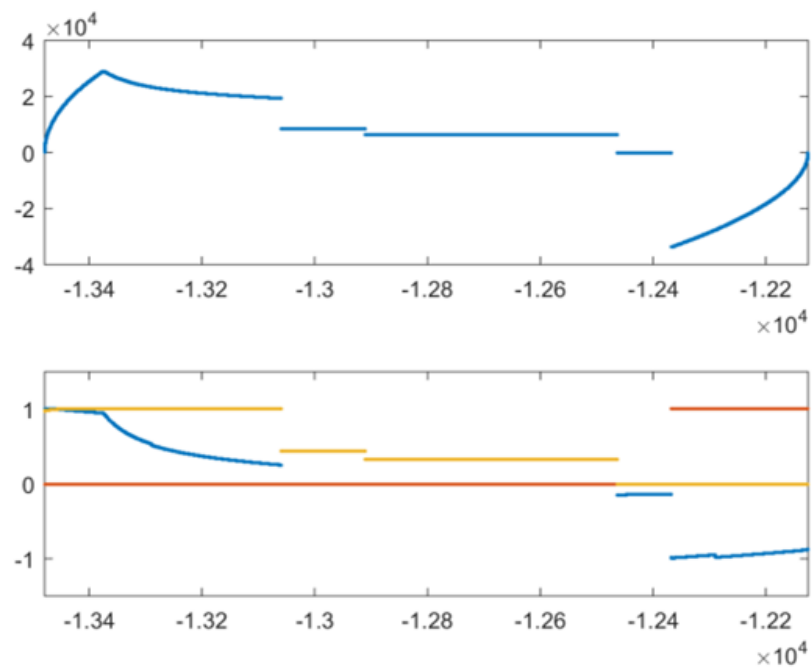


图 5-9 列车牵引-巡航-惰行-制动四段运行耗能距离图
(x 轴为列车运行公里标, 上图 y 轴为列车运行耗能, 下图 y 轴为列车运行加速度)

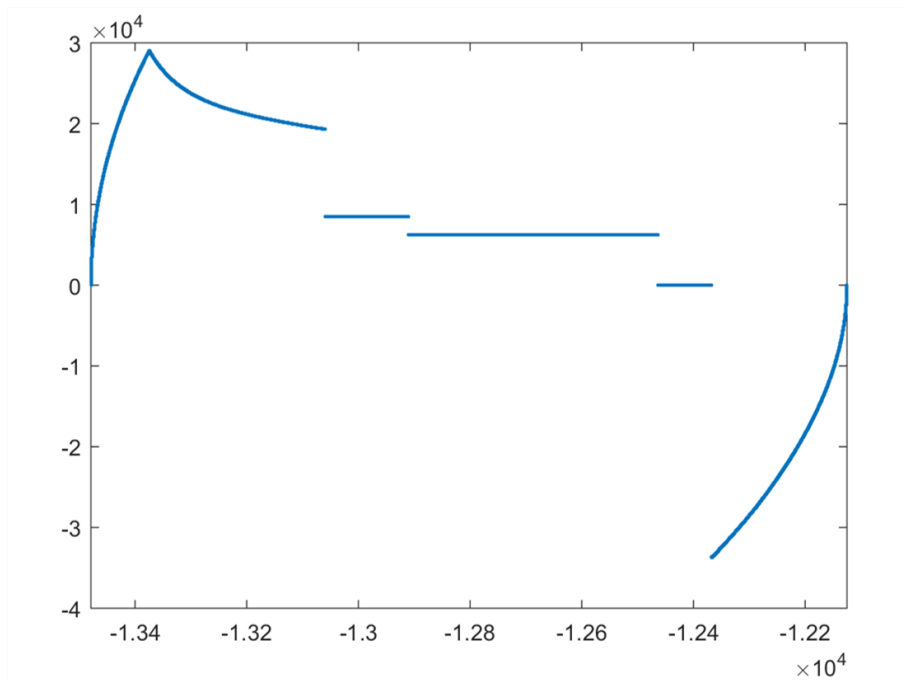


图 5-10 列车牵引-巡航-惰行-制动四段运行耗能图
(x 轴为列车运行公里标, y 轴为列车运行耗能)

5.2.8 列车跟踪防止追尾间隔时间计算

根据模型约束条件(3)方程 5-20 计算跟踪列车不发生追尾,在限速 22.22m/s 的线路限速的基础上,需要考虑防追尾限速的距离间隔为小于 244.44m。

下面是在发车间隔 120s 的情况下给出的运行图:

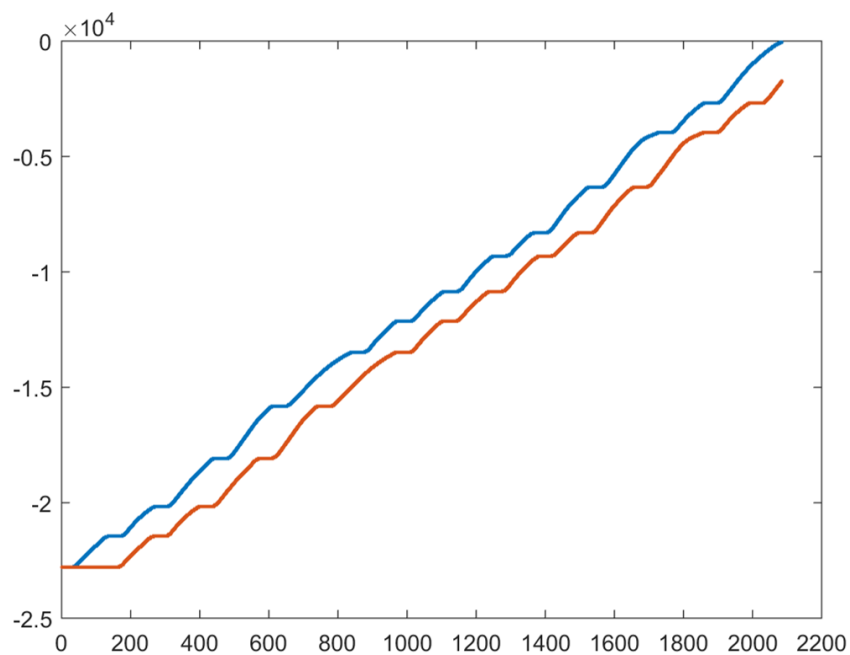


图 5-11 发车间隔 120s 两列列车运行图

(x 轴为列车运行时间, y 轴为列车运行公里标)

将两辆列车对应时刻求相隔距离得下图

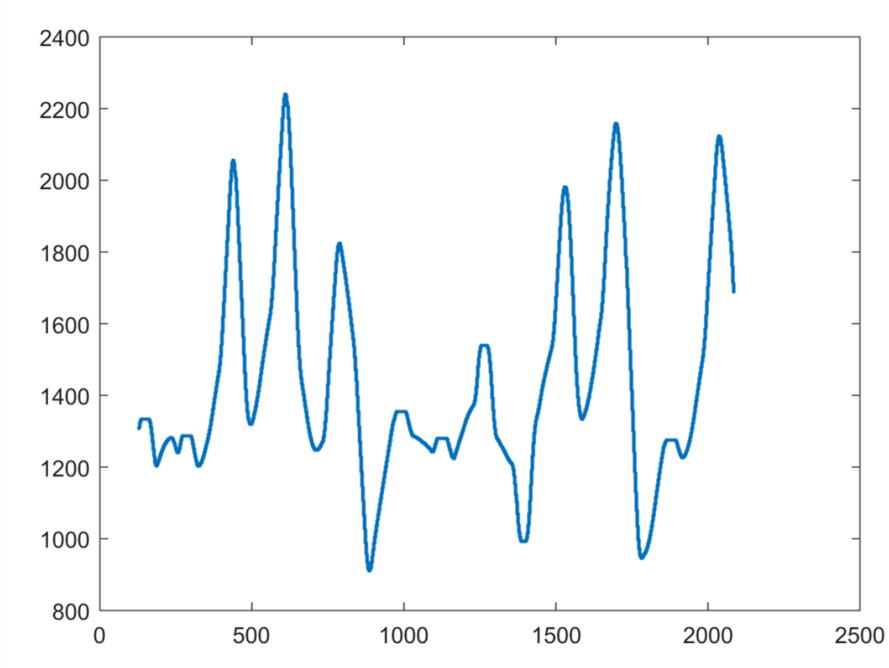


图 5-12 发车间隔 120s 两列列车间隔
(x 轴为列车运行时间, y 轴为两列列车间距离)

可以看出间隔在 800m 以上, 大于 244.44m, 可以认为发车间隔在 120s 以上时, 两列列车不会发生追尾。

5.2.9 遍历求解再生能量利用最大的发车间隔

求解等间隔发车模型中最大利用再生能量的发车间隔方案步骤(示意图参考图 5-15):

- 由发车间隔计算重叠运行的车辆数目 N (假定为等间隔发车);
- 将 N 列重叠运行的列车能耗图重叠;
- 纵向相加, 正负能耗相抵 (其中负能耗为列车制动产生的再生能量 $\times 95\%$);
- 将残余的负能耗清零 (没有被利用的再生能量);
- 将此非负能耗累加计算得到总能耗。

由已知发车间隔约束条件 (方程 5-18、5-19), 设定等间隔发车方案中间隔

$$h'_i \in [600, 660] \quad (5-21)$$

因为计算地很快, 所以遍历发车间隔可行域, 计算再生能量利用, 得到最佳发车间隔为 660s。在满足方程 5-18 约束下, 设计 100 列列车再生能量利用最大发车间隔方案。

(1) 生成发车方案

列车再生能量利用最大发车方案

$$H = \left\{ 420, 420, 420, \underbrace{660, 660, \dots, 660, 660}_{93\text{个}}, 420, 420, 420 \right\}$$

作图如下

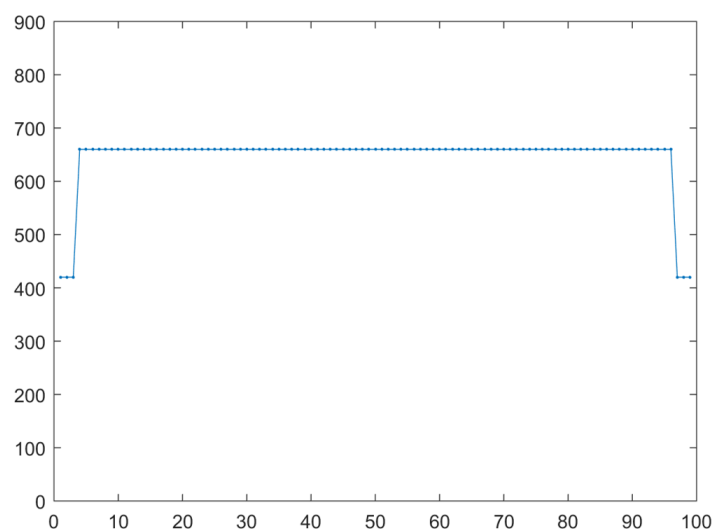


图 5-13 列车再生能量利用最大发车间隔方案
(x 轴为列车发车间隔段, y 轴为间隔时间)

表 5-3 再生能量利用最大的列车发车间隔方案

发车间隔	1	2	3	4	……	96	97	98	99	总计
时间/s	420	420	420	660	660	660	420	420	420	63900

根据列车运行最小时间间隔 129.4s 检验, 设计方案满足相邻列车防止碰撞速度约束条件。

(2) 发车部分能耗叠加计算

从首列列车发车开始, 绘制前 7 列列车发车能耗曲线叠加图, 并计算 7 列列车总耗能 **982.72kW h**。

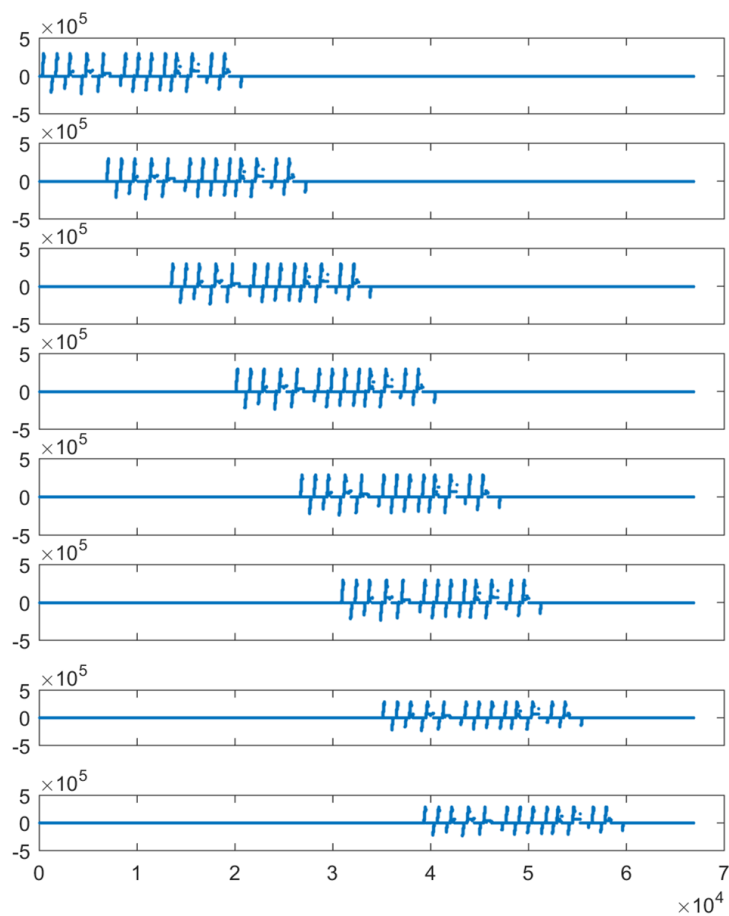


图 5-14 开始段发车前 7 列列车能耗曲线叠加图
(x 轴为列车运行公里标, y 轴为列车运行能耗)

表 5-4 前 7 列列车发车方案与能耗计算

列车	1-4	5-7	总计
能耗	1.8081e+09J	5.7658e+08J×3	3.5378e+09J (982.72kW h)
发车方案 $H = \{420, 420, 420, 660, 660, 660\}$			

(3) 中间部分能耗叠加计算

绘制中间段等间隔列车发车部分能耗曲线叠加图, 并计算 85 列列车的总耗能 **13613.69kW h**。

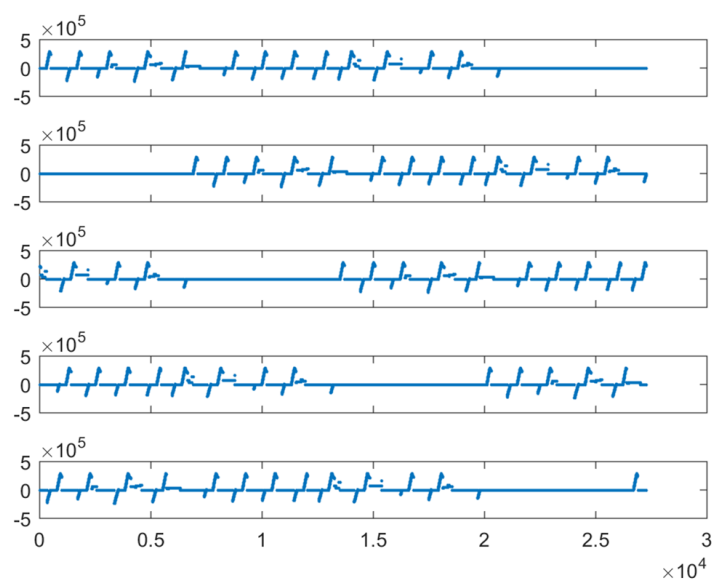


图 5-15 中间段发车列车能耗曲线叠加图
(x 轴为列车运行公里标, y 轴为列车运行能耗)

表 5-5 中间段列车发车方案与能耗计算

列车	8-92	总计
能耗	$5.7658\text{e}+08\text{J} \times 85$	$4.9001\text{e}+10\text{J}$ (13613.69kW h)
发车方案 $H = \left\{ \underbrace{660, 660, \dots, 660, 660}_{84\text{个}} \right\}$		

(4) 收车部分能耗叠加计算

以末列列车发车截止, 绘制后 8 列列车发车能耗曲线叠加图, 并计算 8 列列车总耗能 **1320.69kW h**。

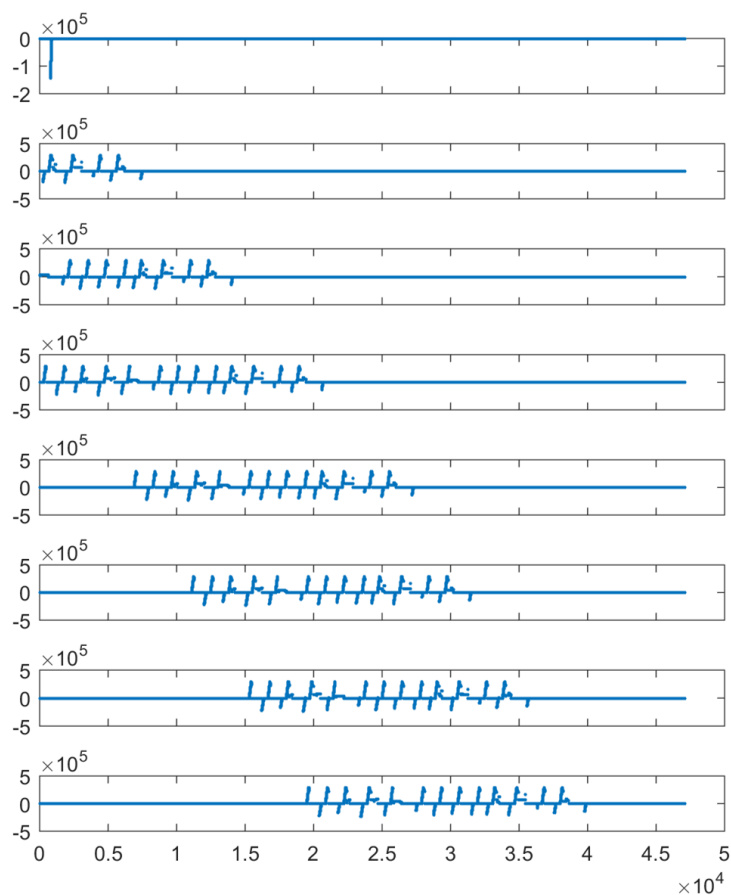


图 5-16 结束段发车后 8 列列车能耗曲线叠加图
(x 轴为列车运行公里标, y 轴为列车运行能耗)

表 5-6 后 8 列列车发车方案与能耗计算

列车	93-97	98-100	总计
能耗	5.7658e+08J×5	1.8716e+09J	4.7545e+09J (1320.69kW h)
发车方案 $H = \{660, 660, 660, 660, 420, 420, 420\}$			

(5) 总能耗计算

$$\text{计算发车方案 } H = \left\{ 420, 420, 420, \underbrace{660, 660, \dots, 660, 660}_{93\text{个}}, 420, 420, 420 \right\}, 100 \text{ 列}$$

列车运行总能耗 **15917.1kW h**。

表 5-7 100 列列车发车方案与能耗计算

列车	1-7	8-92	93-100	总计
能耗	3.5378e+09J	4.9001e+10J	4.7545e+09J	5.7293 e+10J
	982.72kW h	13613.69kW h	1320.69kW h	15917.1kW h

$$\text{发车方案 } H = \left\{ 420, 420, 420, \underbrace{660, 660, \dots, 660, 660}_{93\text{个}}, 420, 420, 420 \right\}$$

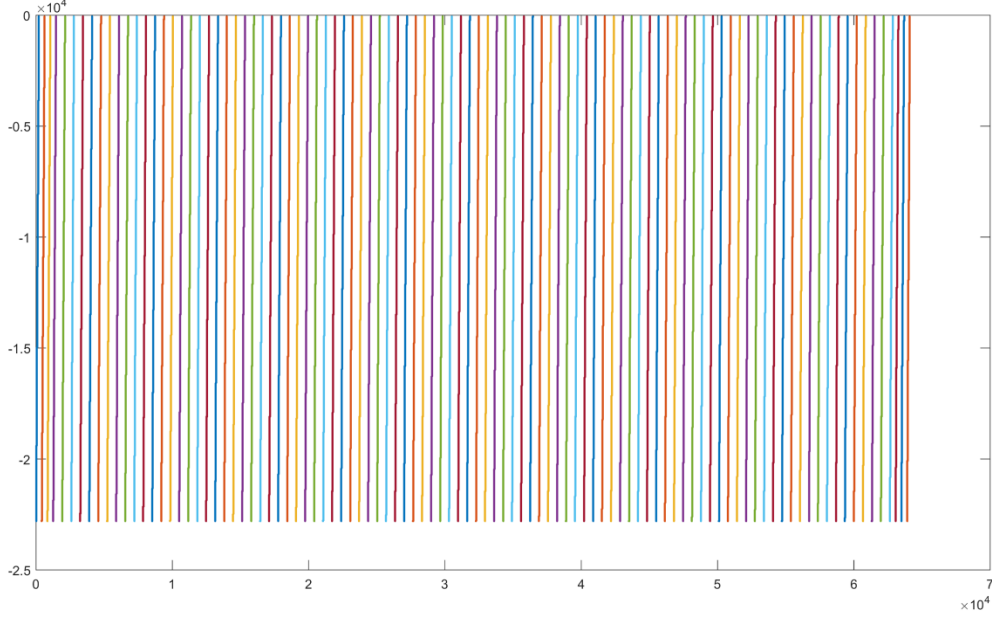


图 5-17 近似等间隔 100 列列车发车运行图
(x 轴为列车运行时间, y 轴为列车运行公里标)

5.3 第二小问——多列车部分近似等间隔（有限制条件）发车节能运行模型建立与求解

全天的发车计划分为三部分：早高峰时段（时长 5400s）、晚高峰时段（时长 7200s）和空闲时段。考虑到有较多发车开始、截止和不同间隔衔接，发车计划和能量计算忽略上述情况。

5.3.1 早、晚高峰时段发车间隔求解

分别对于早、晚高峰使用基于再生能量最大利用的近似等间隔发车模型求解发车计划。

参考上一问题分析，利用遍历求解高峰时段发车策略，129.4s 时再生能量利用率最高，从而得到早高峰段发车方案 $H = \left\{ \underbrace{129.4, 129.4, \dots, 129.4, 129.4}_{41\text{个}} \right\}$ ，运行能耗 **5737.27kW h**。

晚高峰段发车方案 $H = \left\{ \underbrace{129.4, 129.4, \dots, 129.4, 129.4}_{55\text{个}} \right\}$ ，运行能耗 **7696.33kW h**。

根据列车运行最小时间间隔 129.4s 检验，设计方案满足相邻列车防止碰撞速度约束条件。

绘制高峰时段列车发车能耗曲线叠加图。

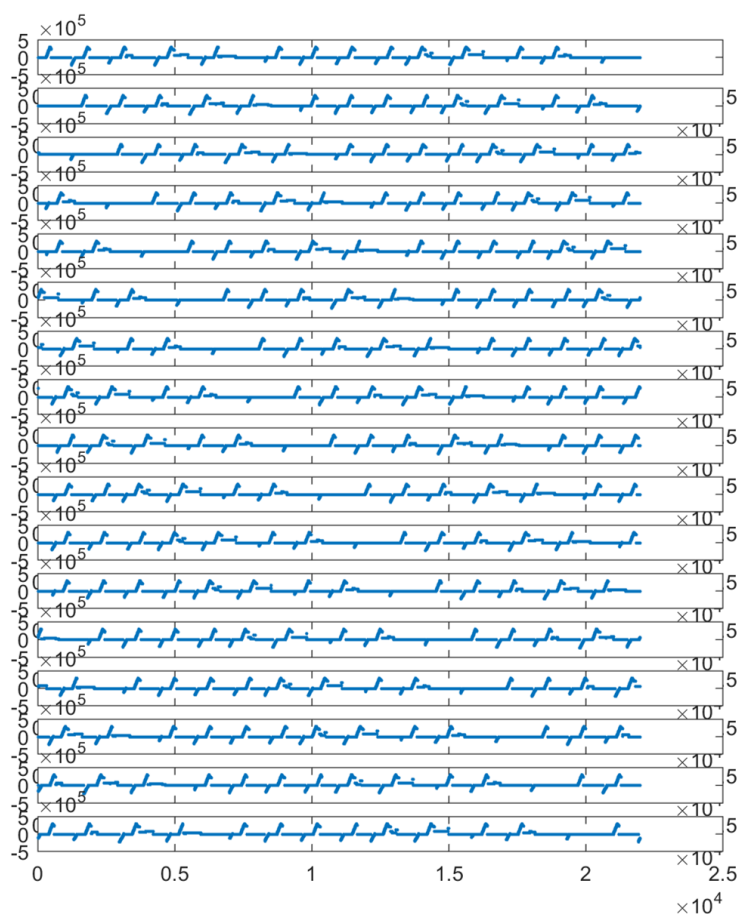


图 5-18 高峰时段列车能耗曲线叠加图
(x 轴为列车运行公里标, y 轴为列车运行能耗)

表 5-8 早、晚高峰列车发车方案与能耗计算

时段	早高峰	晚高峰	总计
能耗	2.0654+10J	2.7707e+10J	4.8461e+10J
	5737.27kW h	7696.33kW h	13433.6kW h
早高峰发车方案 $H = \left\{ \underbrace{129.4, 129.4, \dots, 129.4, 129.4}_{41\text{个}} \right\}$			
晚高峰发车方案 $H = \left\{ \underbrace{129.4, 129.4, \dots, 129.4, 129.4}_{55\text{个}} \right\}$			

5.3.2 空闲时段发车间隔求解

对于空闲时段使用基于再生能源最大利用的近似等间隔发车模型求解发车计划。

参考上一问题分析, 利用遍历求解高峰时段发车策略, 385.7s 时再生能源利用率最高, 从而得到空闲时段发车方案(高峰时段方案上小节已得到)

$$H = \left\{ \underbrace{385.7, \dots, 385.7}_{19}, \underbrace{129.4, \dots, 129.4}_{41}, \underbrace{385.7, \dots, 385.7}_{80}, \underbrace{129.4, \dots, 129.4}_{55}, \underbrace{385.7, \dots, 385.7}_{44} \right\}$$

，运行能耗 **21621.2kW h**。

根据列车运行最小时间间隔 129.4s 检验，设计方案满足相邻列车防止碰撞速度约束条件。

绘制空闲时段列车发车能耗曲线叠加图。

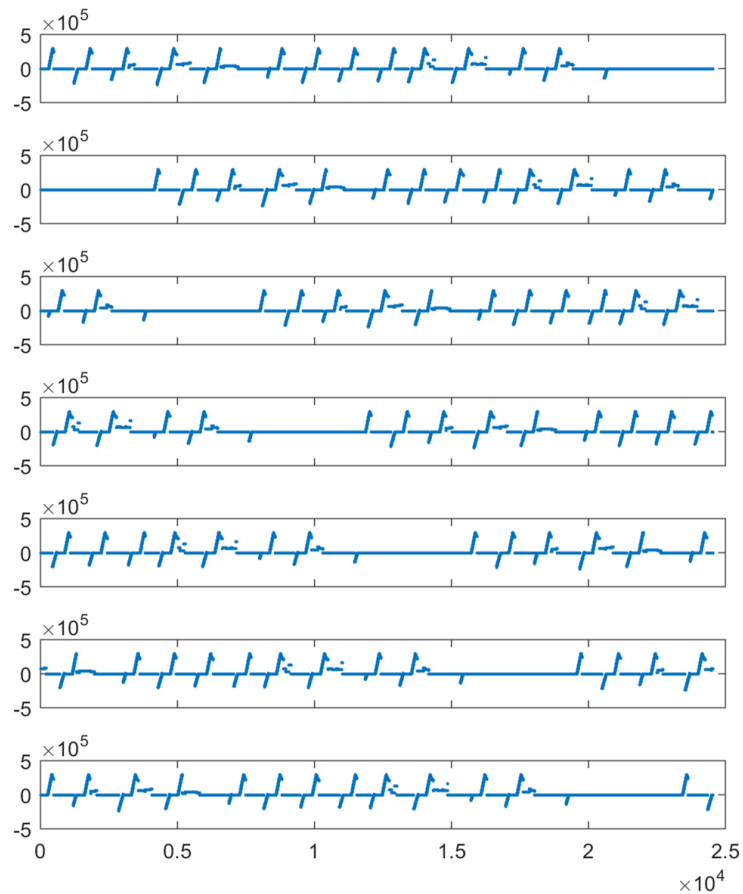


图 5-19 空闲时段列车能耗曲线叠加图
(x 轴为列车运行公里标，y 轴为列车运行能耗)

表 5-9 空闲段列车发车方案与能耗计算

时段	早高峰前	早晚高峰间	晚高峰后	总计
能耗	1.0270e+10J	4.3242e+10J	2.4323e+10J	7.7836e+10J
	2852.80kW h	12011.78kW h	6756.63kW h	21621.2kW h

空闲段发车方案

$$H = \left\{ \underbrace{385.7, \dots, 385.7}_{19}, \underbrace{129.4, \dots, 129.4}_{41}, \underbrace{385.7, \dots, 385.7}_{80}, \underbrace{129.4, \dots, 129.4}_{55}, \underbrace{385.7, \dots, 385.7}_{44} \right\}$$

5.3.3 第二小问结果、作图

全天列车发车方案

$$H = \left\{ \underbrace{385.7, \dots, 385.7}_{19}, \underbrace{129.4, \dots, 129.4}_{41}, \underbrace{385.7, \dots, 385.7}_{80}, \underbrace{129.4, \dots, 129.4}_{55}, \underbrace{385.7, \dots, 385.7}_{44} \right\},$$

绘制间隔图和列车运行图，计算耗能 **35054.8kW h**。

表 5-10 240 列列车部分近似等间隔能耗计算

时段	高峰时段	空闲段	总计
能耗	4.8461e+10J	7.7836e+10J	1.262e+11J
	13433.6kW h	21621.2kW h	35054.8kW h

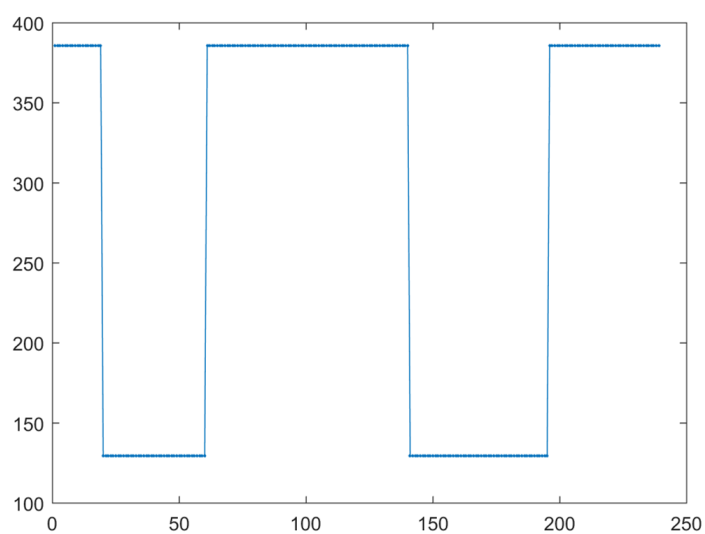


图 5-20 240 列列车部分近似等间隔（有限制条件）发车间隔
(x 轴为列车发车间隔段，y 轴为间隔时间)

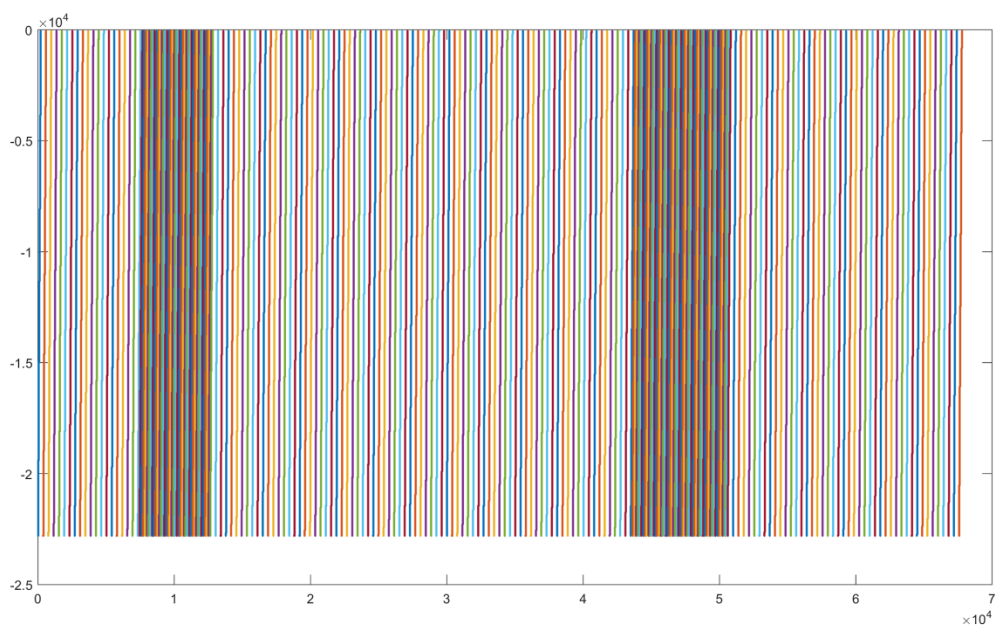


图 5-21 240 列列车部分近似等间隔（有限制条件）运行图

(x 轴为列车运行时间, y 轴为列车运行公里标)

绘制相应速度距离曲线,

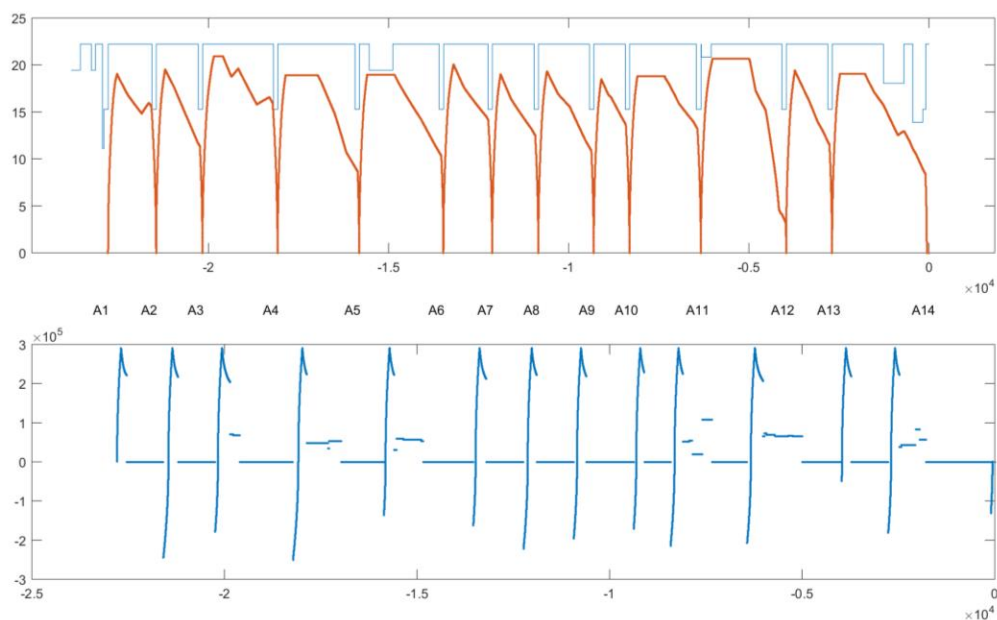


图 5-22 240 列列车部分近似等间隔（有限制条件）速度距离曲线（x 轴为列车运行公里标，上图 y 轴为列车运行速度，下图 y 轴为列车运行能耗
负能耗为再生能量，由(5-2)式计算）

六、问题三模型建立与求解

6.1 控制模型建立

城市轨道交通列车的日常运营会因为乘客乘降、车辆故障、线路故障等原因产生运行延误，这样的延误具有传播性，一趟列车的延误可能会对其他列车的运行产生影响，形成连带延误。由于城市轨道交通发车间隔小、车站配线简单等特点，一旦发生延误，不仅延误传播影响范围大，而且会造成的线路能力的损失。

列车运行的初始延误，其发生具有随机性，总体上看，其传播又具有受控性。列车运行延误是指列车运行图在执行过程中所受到各种因素影响的综合表现形式。列车运行延误可以分为初始延误和连带延误，初始延误是由于设备故障等原因而导致的列车运行延误，连带延误是指前行列车自身发生延误时，所引起的后行列车或其自身的后效延误现象。

实施调整过程中作假设：在中间站，列车运行秩序保持不变，即不考虑列车越行；当某一列车提前到达车站时，必须按图定发点发车。

初始延误发生在车站，会直接造成列车的出发晚点。在初始延误产生后，后续的列车有可能会受影响，随着时间的推移，后续列车也需要不断地调整，直至后面的所有列车都恢复至正点运行。

延误调整时，以车站的实际到点与发点为基础，通过不断比较列车在车站的实际到发点与标准到发点，不断判断车站的各种间隔时间要求，得到列车最快可以出发的时间。直至所有受影响的列车调整结束。调整过程中列车运行顺序必须保持不变，并充分运用区间运行缓冲时间和车站缓冲时间。

具体调整过程：

1. 计算列车在站 j 的晚点时间；
2. 判断在站 j 的延误时间是否为零；
3. 如果延误时间不为零，查找下一个需要调整的列车号 i_d ，否则跳转第 6 步；
4. 判断列车号 i_d 是否为零；
5. 如果为零，结束，否则跳转第 l 步；
6. 计算列车通过下一个区间 k 和车站 j_n ；
7. 计算列车在车站 j_n 到达和出发的最早时间；
8. 修改列车在站 j_n 的到发点，并使得 $j = j_n$ ，跳转第 l 步。

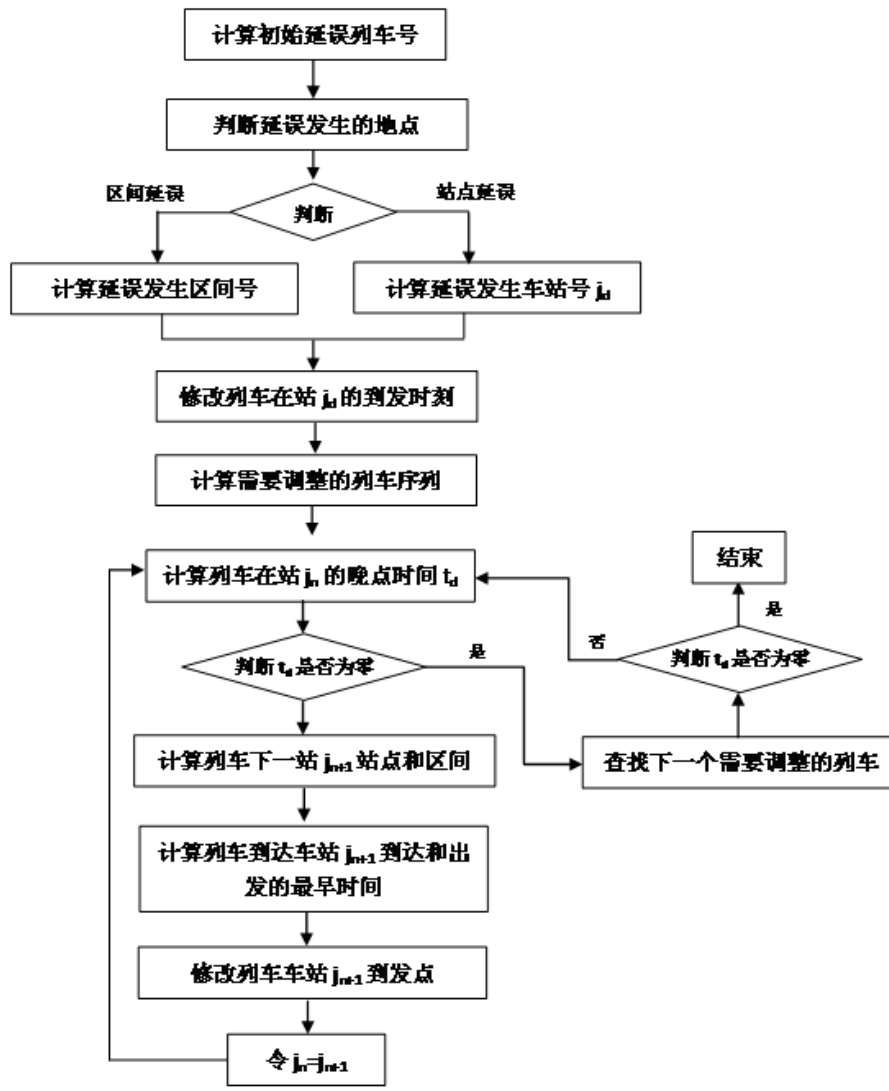


图 6-1 延误调整流程图

6.2 第一小问优化结果及分析

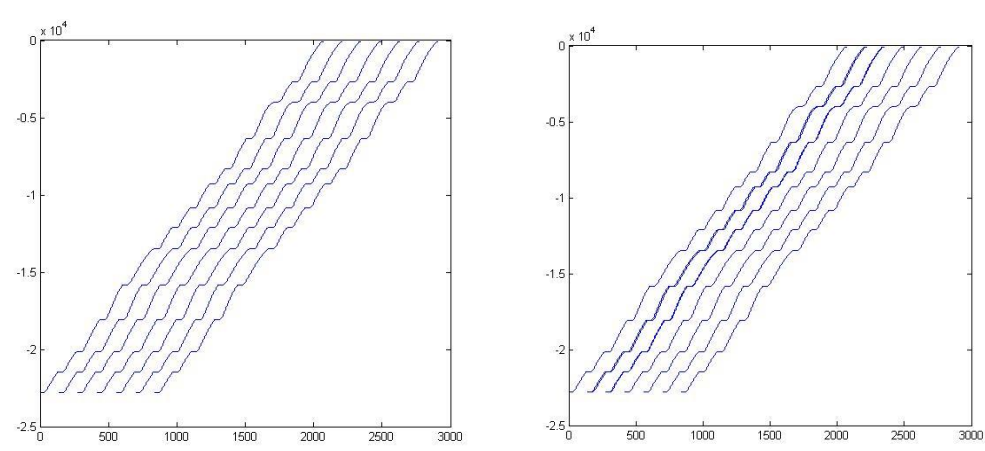


图6-2 列车正点运行及延误调整后运行图

以上图为例，给出了正点运行时相邻的五辆列车的运行曲线，在图中，规定发车间隔依次为140s、135s、145s、140s、140s、140s。

假设延误的列车为*i*，在满足不小于最小安全时间间隔的情况下，减小第*i+1*号列车的发车时间间隔，使其更快缩小延误时间。为了安全起见，可以同时调整第*i+2*号列车，分担第*i+1*号列车的提前发车时间，如图，给出了此方法调整第2和第3号列车发车时间得到的优化结果，可以看出3号列车后的各车均已恢复正常运行时间，时间发车间隔依次为150s、130s、140s、140s、140s、140s。

6.3 第二小问调整策略

为研究列车运行延误及其传播的影响，针对不同的延误概率分析，通过计算机随机产生列车运行延误，以计划运行图为基础，以在一定区间和时间范围内的所有列车的总延误时间最小为原则，重新调整铺画运行图，通过对计划运行图与调整后的运行图进行比较分析，得到反映随机延误对系统产生影响的数量指标。研究在一定的能力利用率和列车开行比例情况下，列车在不同的车站发生延误对系统运营的影响。

晚点运行过程分析：

作为前行列车，晚点列车简称为“前车”；相应的，后续列车简称为“后车”。列车追踪间隔设定为140s。

6.3.1 正点情况

截止前车从车站*n*出发时刻($T_0 + t_n + 30$)，前车运行过程为：从车站*n-1*出发的时刻为 T_0 ，区间*n*运行耗时 t_n ，到达车站*n*的时刻为 $T_0 + t_n$ ；站停耗时30s，从车站*n*出发的时刻为 $T_0 + t_n + 30$ 。同一时间内，后车从车站*n-1*出发的时刻为 $T_0 + 140$ ，完成区间*n*的前一部分运行耗时 Δt_{n-1} ，到达某点时刻为 $T_0 + t_n + 30$ ；预计完成区间*n*后一部分运行耗时 Δt_{n-2} 。到达车站*n*的时刻为 $T_0 + t_n + 140$ 。则

$\Delta t_{n-1} = (T_0 + t_n + 30) - (T_0 + 140) = t_n - 110$ 。根据列车区间运行总时分的确定性：

$\Delta t_{n-1} + \Delta t_{n-2} = t_n$ ，则 $\Delta t_{n-2} = 110s$ 。

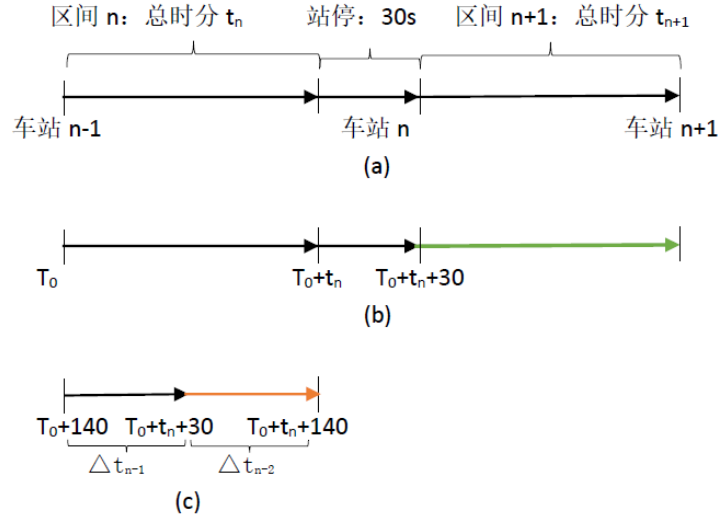


图6-3 正点列车区间运行过程示意

(a) 区间及站停时分示意 (b) 前车运行过程示意 (c) 后车运行过程示意。

6.3.2 晚点情况

对于前车晚点情况(假定晚点由于站停时分的延长造成,并设晚点时分为 t_d ,参照正点情况的参数分析方法,前车的第二次出发时刻相应变为 $T_0 + 30 + t_d$ 。以此时刻为分界点,后车在区间 n 前一部分运行时分 Δt_{n-1} (已经完成)为:

$\Delta t_{n-1} = (T_0 + t_n + 30 + t_d) - (T_0 + 140) = t_n + t_d - 110$, 后一部分的运行时分 Δt_{n-2} (预计完成)为: $\Delta t_{n-2} = t_n - \Delta t_{n-1} = 110 - t_d$ 。

6.3.3 调整策略

基于列车间隔的意义,需要制定相应措施,在前车出站(站 n)晚点发生的过程中适当推迟后车到达站 n 的时刻(应避免第一后车与第二后车之间追踪间隔的极度异常):一方面可保证充分的旅行间隔实现平均分流;另一方面能减少后车的站外停车可能。在后车已经出站的前提下,增加 t_n (降低区间的平均速度)是“推迟后车到达时刻”的一种可能策略。后车在区间 n 操纵方案不变的前提下,且假定前车仅在出站晚点,则随着前车晚点时分 t_d 的增加,后车愈加接近车站。因此,

如果前车出站晚点时分 t_d 增至一定程度,必将迫使后车释放紧急制动(通过后车ATC自控系统的ATP子功能实现),实施“站外停车”以保障列车的最小安全间距。

为避免后车的“站外停车”,力求在前车出站(站 n)晚点发生的过程中,后车适当远离站 n (避免第一后车与第二后车之间追踪间隔的极度异常),有利于后车操纵方案的实时调整,贯彻节能运行原则。换言之,即希望后车在区间 n

后部运行时分 Δt_{n-2} 适当增大, 相应区间 n 全程运行时分 t_n 增加。列车的牵引能耗在总能耗(牵引、惰行、制动)中占据绝大部分比例, 因此, 对应于上述调整策略, 理想的操纵方法是: 降低牵引末速。如果在 $T_0 + t_n + 30$ 时刻后车尚未结束牵引, 那么后车的调整方法是: 降低牵引末速, 以均衡旅行间隔为主要目标。如果在 $T_0 + t_n + 30$ 时刻后车已经结束牵引(列车即时加速度将小于或者等于0), 那么后车的调整方法是: 惰行期间则提前制动、缓解, 以避免站外停车为主要目标。

七 结论与分析

本文以单/多列车节能优化决策问题为背景，建立优化模型，设计了定点停车制动曲线，保证停车位置的准确性，应用了模拟退火算法，将时间精确度提高。提出了使用时间能耗曲线来粗略估计能耗值，解决了规划中的计算量过大迭代缓慢的问题。使用正负能耗曲线错位叠加抵消的方法计算回收再生能量。最后提出了针对更复杂问题的优化模型，可以很好地解决问题。

本文的模型和使用方法由自行创新设计，需要更多的算例进行验证，在精度方面还有较大的提升空间。许多地方仍有待于完善。

参考文献

- [1] P. Howlett, An Optimal Strategy for the Control of A Train, Journal of the Australian Mathematical Society. Series B. Applied Mathematics, Volume 31, Issue 04, April 1990, pp. 454-471.
- [2] 丁勇, 毛保华, 刘海东, 张鑫, 王铁城, 列车节能运行模拟系统的研究, 北京交通大学学报, 第 28 卷第 2 期, 第 76-81 页
- [3] 金炜东, 靳蕃, 李崇维, 胡飞, 苟先太, 列车优化操纵速度模式曲线生成的智能计算研究, 铁道学报, 第 20 卷, 第 5 期, 第 47-52 页.
- [4] E. Khmelnitsky, On an optimal control problem of train operation, IEEE Transactions on Automatic Control, Volume 45, Issue 7, pp. 1257 – 1266.
- [5] Rongfang (Rachel) Liu, Lakov M. Golovitcher, Energy-efficient operation of rail vehicles, Transportation Research Part A: Policy and Practice, Volume 37, Issue 10, pp. 917-932.
- [6] Su S, Tang T, Li X, et al. Optimization of multitrain operations in a subway system[J]. Intelligent Transportation Systems, IEEE Transactions on, 2014, 15(2): 673-684.
- [7] Albrecht T, Oettich S. A new integrated approach to dynamic schedule synchronization and energy-saving train control[J]. Publication of: WIT Press, 2002.
- [8] 陈强, 何世伟, 宋瑞, 等. 动态规划方法研究城市轨道交通网状线路跨线列车开行方案[J]. 城市轨道交通研究, 2010, 13.
DOI:doi:10.3969/j.issn.1007-869X.2010.03.006.
- [9] 邓连波, 曾强, 高伟, 等. 城市轨道交通列车开行方案优化方法[J]. 中国科技论文, 2010, 05:767-772. DOI:doi:10.3969/j.issn.2095-2783.2010.10.005.
- [10] 徐鸣, 江志彬, 徐瑞华. 轨道交通列车运行延误仿真系统研究[J]. 城市轨道交通研究, 2004, 7:35-38. DOI:doi:10.3969/j.issn.1007-869X.2004.06.011.
- [11] 王宝宝, 王瑞峰. 基于遗传算法的追踪列车节能操纵优化研究[J]. 城市轨道交通研究, 2013, 16:67-70.
- [12] 徐瑞华, 徐浩, 宋键. 城市交通列车共线运营的通过能力和延误[J]. 同济大学学报: 自然科学版, 2005, 33:301-305.
DOI:doi:10.3321/j.issn:0253-374X.2005.03.004.
- [13] 乔珂, 赵鹏. 城市轨道交通列车运行延误及其调整方法[J]. 都市快轨交通, 2013, 26:41-45. DOI:doi:10.3969/j.issn.1672-6073.2013.01.011.

附录

A6-A7:

时刻 (hh:mm:ss)	实际速度 (cm/s)	实际速度 (km/h)	计算加速度 (m/s ²)	计算距离 (m)	计算公里标 (m)	当前坡度 (‰)	计算牵引力 (N)	计算牵引功率 (Kw)
0:00:00	0	0	1	115	13479	0	198162.2088	0
0:00:01	100	3.6	1	115.5	13478.5	0	198633.1643	198.6331643
0:00:02	200	7.2	1	117	13477	0	199193.3024	398.3866049
0:00:03	300	10.8	1	119.5	13474.5	0	199842.6234	599.5278701
0:00:04	400	14.4	1	123	13471	0	200581.127	802.3245081
0:00:05	500	18	1	127.5	13466.5	0	201408.8135	1007.044067
0:00:06	600	21.6	1	133	13461	0	202325.6826	1213.954096
0:00:07	699.973667	25.19905201	0.998294048	139.4999724	13454.50003	0	203000	1420.946544
0:00:08	799.5288666	28.7830392	0.99268329	146.9979524	13447.00205	0	203000	1623.043599
0:00:09	898.5022048	32.34607937	0.986654373	155.48861	13438.51139	0	203000	1823.959476
0:00:10	996.8523913	35.88668609	0.980218022	164.9659191	13429.03408	0	203000	2023.610354
0:00:11	1094.539239	39.40341261	0.973385577	175.4234464	13418.57655	0	203000	2221.914655
0:00:12	1191.523724	42.89485406	0.966168952	186.8543624	13407.14564	0	203000	2418.79316
0:00:13	1287.76804	46.35964943	0.958580592	199.2514534	13394.74855	0	203000	2614.169121
0:00:14	1383.235649	49.79648336	0.950633427	212.6071339	13381.39287	0	203000	2807.968367
0:00:15	1476.289679	53.14642845	0.879916309	226.9107301	13367.08927	0	190843.2999	2817.39994
0:00:16	1558.7694	56.11569839	0.773271843	242.0949084	13351.90509	0	171590.7367	2674.703897
0:00:17	1631.81494	58.74533785	0.690038161	258.0547643	13335.94524	0	156769.5259	2558.188546
0:00:18	1697.399292	61.10637453	0.623299048	274.7063961	13319.2936	0	145055.7057	2462.174522
0:00:19	1749.2318	62.9723448	-0.128512963	291.9783807	13302.02162	0	0	0
0:00:20	1735.899193	62.49237094	-0.144793982	309.4058104	13284.59419	1.8	0	0
0:00:21	1721.492233	61.9737204	-0.143334665	326.6926459	13267.30735	1.8	0	0
0:00:22	1707.230011	61.4602804	-0.141899393	343.8361375	13250.16386	1.8	0	0
0:00:23	1693.110147	60.9519653	-0.140487645	360.8377207	13233.16228	1.8	0	0
0:00:24	1679.130315	60.44869133	-0.139098913	377.6988072	13216.30119	1.8	0	0
0:00:25	1665.288236	59.95037651	-0.137732704	394.4207861	13199.57921	1.8	0	0
0:00:26	1651.581684	59.45694062	-0.136388537	411.0050237	13182.99498	1.8	0	0
0:00:27	1638.008476	58.96830515	-0.135065944	427.4528643	13166.54714	1.8	0	0
0:00:28	1624.566479	58.48439324	-0.133764472	443.7656306	13150.23437	1.8	0	0
0:00:29	1611.253602	58.00512966	-0.132483675	459.9446243	13134.05538	1.8	0	0
0:00:30	1598.067798	57.53044075	-0.131223123	475.9911263	13118.00887	1.8	0	0
0:00:31	1585.007066	57.06025437	-0.129982395	491.9063972	13102.0936	1.8	0	0
0:00:32	1572.069441	56.59449989	-0.128761081	507.691678	13086.30832	1.8	0	0
0:00:33	1559.253004	56.13310814	-0.127558783	523.34819	13070.65181	1.8	0	0
0:00:34	1546.555871	55.67601135	-0.126375111	538.8771357	13055.12286	1.8	0	0
0:00:35	1533.976199	55.22314316	-0.125209687	554.279699	13039.7203	1.8	0	0
0:00:36	1521.512181	54.77443852	-0.124062141	569.5570453	13024.44295	1.8	0	0
0:00:37	1509.162048	54.32983372	-0.122932114	584.7103222	13009.28968	1.8	0	0

0:00:38	1496.924065	53.88926633	-0.121819255	599.7406601	12994.25934	1.8	0	0
0:00:39	1484.796532	53.45267514	-0.120723221	614.6491717	12979.35083	1.8	0	0
0:00:40	1472.777783	53.02000019	-0.119643678	629.4369533	12964.56305	1.8	0	0
0:00:41	1460.866186	52.59118268	-0.118580303	644.1050846	12949.89492	1.8	0	0
0:00:42	1449.060139	52.16616499	-0.117532776	658.6546289	12935.34537	1.8	0	0
0:00:43	1437.358073	51.74489062	-0.116500789	673.0866339	12920.91337	1.8	0	0
0:00:44	1426.95192	51.37026913	-0.063648366	687.4035048	12906.5965	-3.5	0	0
0:00:45	1420.614524	51.14212287	-0.063095132	701.6412909	12892.35871	-3.5	0	0
0:00:46	1414.332123	50.91595643	-0.062548518	715.8159786	12878.18402	-3.5	0	0
0:00:47	1408.10406	50.69174616	-0.06200842	729.9281145	12864.07189	-3.5	0	0
0:00:48	1401.929688	50.46946878	-0.061474736	743.9782388	12850.02176	-3.5	0	0
0:00:49	1395.808372	50.24910139	-0.060947365	757.9668851	12836.03311	-3.5	0	0
0:00:50	1389.739484	50.03062143	-0.060426208	771.894581	12822.10542	-3.5	0	0
0:00:51	1383.722408	49.81400669	-0.05991117	785.7618475	12808.23815	-3.5	0	0
0:00:52	1377.756537	49.59923534	-0.059402156	799.5691998	12794.4308	-3.5	0	0
0:00:53	1371.841273	49.38628584	-0.058899072	813.317147	12780.68285	-3.5	0	0
0:00:54	1365.976028	49.175137	-0.058401829	827.006192	12766.99381	-3.5	0	0
0:00:55	1360.160221	48.96576797	-0.057910335	840.6368323	12753.36317	-3.5	0	0
0:00:56	1354.393283	48.7581582	-0.057424505	854.2095594	12739.79044	-3.5	0	0
0:00:57	1348.674652	48.55228746	-0.056944251	867.724859	12726.27514	-3.5	0	0
0:00:58	1343.003773	48.34813581	-0.05646949	881.1832116	12712.81679	-3.5	0	0
0:00:59	1337.380101	48.14568364	-0.056000139	894.5850918	12699.41491	-3.5	0	0
0:01:00	1331.8031	47.94491162	-0.055536117	907.9309692	12686.06903	-3.5	0	0
0:01:01	1326.272241	47.74580069	-0.055077344	921.2213076	12672.77869	-3.5	0	0
0:01:02	1320.787003	47.54833211	-0.054623741	934.4565661	12659.54343	-3.5	0	0
0:01:03	1315.346872	47.3524874	-0.054175233	947.6371981	12646.3628	-3.5	0	0
0:01:04	1309.951343	47.15824835	-0.053731744	960.7636522	12633.23635	-3.5	0	0
0:01:05	1304.599918	46.96559703	-0.0532932	973.836372	12620.16363	-3.5	0	0
0:01:06	1299.292105	46.77451577	-0.052859529	986.8557959	12607.1442	-3.5	0	0
0:01:07	1294.027421	46.58498714	-0.052430658	999.8223578	12594.17764	-3.5	0	0
0:01:08	1288.805389	46.39699399	-0.052006519	1012.736487	12581.26351	-3.5	0	0
0:01:09	1283.625539	46.21051942	-0.051587043	1025.598606	12568.40139	-3.5	0	0
0:01:10	1278.48741	46.02554675	-0.051172162	1038.409136	12555.59086	-3.5	0	0
0:01:11	1273.390543	45.84205956	-0.05076181	1051.168492	12542.83151	-3.5	0	0
0:01:12	1268.334491	45.66004167	-0.050355922	1063.877083	12530.12292	-3.5	0	0
0:01:13	1263.318809	45.47947711	-0.049954434	1076.535316	12517.46468	-3.5	0	0
0:01:14	1258.34306	45.30035016	-0.049557284	1089.143593	12504.85641	-3.5	0	0
0:01:15	1253.406814	45.12264531	-0.04916441	1101.702309	12492.29769	-3.5	0	0
0:01:16	1248.509647	44.94634728	-0.048775751	1114.211859	12479.78814	-3.5	0	0
0:01:17	1243.651139	44.771441	-0.048391248	1126.672631	12467.32737	-3.5	0	0
0:01:18	1238.830878	44.59791161	-0.048010843	1139.085009	12454.91499	-3.5	0	0
0:01:19	1234.048457	44.42574446	-0.047634478	1151.449375	12442.55063	-3.5	0	0
0:01:20	1229.303475	44.25492511	-0.047262097	1163.766103	12430.2339	-3.5	0	0
0:01:21	1224.595537	44.08543931	-0.046893644	1176.035568	12417.96443	-3.5	0	0

0:01:22	1219.924251	43.91727303	-0.046529066	1188.258136	12405.74186	-3.5	0	0
0:01:23	1215.289233	43.7504124	-0.046168308	1200.434174	12393.56583	-3.5	0	0
0:01:24	1210.690105	43.58484377	-0.045811318	1212.564041	12381.43596	-3.5	0	0
0:01:25	1206.126491	43.42055367	-0.045458044	1224.648094	12369.35191	-3.5	0	0
0:01:26	1201.598022	43.2575288	-0.045108436	1236.686688	12357.31331	-3.5	0	0
0:01:27	1197.104335	43.09575607	-0.044762444	1248.680171	12345.31983	-3.5	0	0
0:01:28	1192.645071	42.93522254	-0.044420018	1260.628889	12333.37111	-3.5	0	0
0:01:29	1188.219874	42.77591546	-0.04408111	1272.533185	12321.46681	-3.5	0	0
0:01:30	1183.828396	42.61782224	-0.043745674	1284.393399	12309.6066	-3.5	0	0
0:01:31	1179.470291	42.46093048	-0.043413662	1296.209865	12297.79014	-3.5	0	0
0:01:32	1174.014694	42.26452897	-0.077299269	1307.981049	12286.01895	0	0	0
0:01:33	1166.313666	41.98729198	-0.076716643	1319.682642	12274.31736	0	0	0
0:01:34	1158.67055	41.7121398	-0.076141091	1331.307515	12262.69248	0	0	0
0:01:35	1151.084644	41.43904718	-0.075572498	1342.856244	12251.14376	0	0	0
0:01:36	1143.555257	41.16798925	-0.075010754	1354.329396	12239.6706	0	0	0
0:01:37	1136.08171	40.89894156	-0.074455749	1365.727535	12228.27247	0	0	0
0:01:38	1128.663334	40.63188004	-0.073907376	1377.051214	12216.94879	0	0	0
0:01:39	1121.299472	40.36678099	-0.073365532	1388.300983	12205.69902	0	0	0
0:01:40	1113.989475	40.10362111	-0.072830112	1399.477383	12194.52262	0	0	0
0:01:41	1059.833658	38.15401169	-0.923310806	1410.451893	12183.54811	0	0	0
0:01:42	967.8180837	34.84145101	-0.917009628	1420.589627	12173.41037	0	0	0
0:01:43	876.4114285	31.55081143	-0.911134935	1429.810285	12164.18972	0	0	0
0:01:44	785.5715512	28.28057584	-0.905676617	1438.119744	12155.88026	0	0	0
0:01:45	695.2572816	25.02926214	-0.900625368	1445.523468	12148.47653	0	0	0
0:01:46	605.4283416	21.7954203	-0.895972647	1452.026508	12141.97349	0	0	0
0:01:47	516.0452709	18.57762975	-0.89171065	1457.633521	12136.36648	0	0	0
0:01:48	427.0693539	15.37449674	-0.887832282	1462.34877	12131.65123	0	0	0
0:01:49	338.462551	12.18465184	-0.884331128	1466.176138	12127.82386	0	0	0
0:01:50	0	0	0	1469.018347	12124.98165	0	0	0

A6-A8:

时刻 (hh:mm:ss)	实际速度 (cm/s)	实际速度 (km/h)	计算加速度 (m/s ²)	计算距离 (m)	计算公里标 (m)	当前坡度 (‰)	计算牵引力 (N)	计算牵引功率 (Kw)
0:00:00	0	0	1	115	13479	0	198162.2088	0
0:00:01	100	3.6	1	115.5	13478.5	0	198633.1643	198.6331643
0:00:02	200	7.2	1	117	13477	0	199193.3024	398.3866049
0:00:03	300	10.8	1	119.5	13474.5	0	199842.6234	599.5278701
0:00:04	400	14.4	1	123	13471	0	200581.127	802.3245081
0:00:05	500	18	1	127.5	13466.5	0	201408.8135	1007.044067
0:00:06	600	21.6	1	133	13461	0	202325.6826	1213.954096
0:00:07	699.973667	25.19905201	0.998294048	139.4999724	13454.50003	0	203000	1420.946544
0:00:08	799.5288666	28.7830392	0.99268329	146.9979524	13447.00205	0	203000	1623.043599

0:00:09	898.5022048	32.34607937	0.986654373	155.48861	13438.51139	0	203000	1823.959476
0:00:10	996.8523913	35.88668609	0.980218022	164.9659191	13429.03408	0	203000	2023.610354
0:00:11	1094.539239	39.40341261	0.973385577	175.4234464	13418.57655	0	203000	2221.914655
0:00:12	1191.523724	42.89485406	0.966168952	186.8543624	13407.14564	0	203000	2418.79316
0:00:13	1287.76804	46.35964943	0.958580592	199.2514534	13394.74855	0	203000	2614.169121
0:00:14	1383.235649	49.79648336	0.950633427	212.6071339	13381.39287	0	203000	2807.968367
0:00:15	1476.289679	53.14642845	0.879916309	226.9107301	13367.08927	0	190843.2999	2817.39994
0:00:16	1558.7694	56.11569839	0.773271843	242.0949084	13351.90509	0	171672.9731	2674.703897
0:00:17	1631.81494	58.74533785	0.690038161	258.0547643	13335.94524	0	157363.2402	2558.188546
0:00:18	1697.399292	61.10637453	0.623299048	274.7063961	13319.2936	0	146004.2062	2462.174522
0:00:19	1749.2318	62.9723448	-0.128512963	291.9783807	13302.02162	0	0	0
0:00:20	1735.899193	62.49237094	-0.144793982	309.4058104	13284.59419	1.8	0	0
0:00:21	1721.492233	61.9737204	-0.143334665	326.6926459	13267.30735	1.8	0	0
0:00:22	1707.230011	61.4602804	-0.141899393	343.8361375	13250.16386	1.8	0	0
0:00:23	1693.110147	60.9519653	-0.140487645	360.8377207	13233.16228	1.8	0	0
0:00:24	1679.130315	60.44869133	-0.139098913	377.6988072	13216.30119	1.8	0	0
0:00:25	1665.288236	59.95037651	-0.137732704	394.4207861	13199.57921	1.8	0	0
0:00:26	1651.581684	59.45694062	-0.136388537	411.0050237	13182.99498	1.8	0	0
0:00:27	1638.008476	58.96830515	-0.135065944	427.4528643	13166.54714	1.8	0	0
0:00:28	1624.566479	58.48439324	-0.133764472	443.7656306	13150.23437	1.8	0	0
0:00:29	1611.253602	58.00512966	-0.132483675	459.9446243	13134.05538	1.8	0	0
0:00:30	1598.067798	57.53044075	-0.131223123	475.9911263	13118.00887	1.8	0	0
0:00:31	1585.007066	57.06025437	-0.129982395	491.9063972	13102.0936	1.8	0	0
0:00:32	1572.069441	56.59449989	-0.128761081	507.691678	13086.30832	1.8	0	0
0:00:33	1559.253004	56.13310814	-0.127558783	523.34819	13070.65181	1.8	0	0
0:00:34	1546.555871	55.67601135	-0.126375111	538.8771357	13055.12286	1.8	0	0
0:00:35	1533.976199	55.22314316	-0.125209687	554.279699	13039.7203	1.8	0	0
0:00:36	1521.512181	54.77443852	-0.124062141	569.5570453	13024.44295	1.8	0	0
0:00:37	1509.162048	54.32983372	-0.122932114	584.7103222	13009.28968	1.8	0	0
0:00:38	1496.924065	53.88926633	-0.121819255	599.7406601	12994.25934	1.8	0	0
0:00:39	1484.796532	53.45267514	-0.120723221	614.6491717	12979.35083	1.8	0	0
0:00:40	1472.777783	53.02000019	-0.119643678	629.4369533	12964.56305	1.8	0	0
0:00:41	1460.866186	52.59118268	-0.118580303	644.1050846	12949.89492	1.8	0	0
0:00:42	1449.060139	52.16616499	-0.117532776	658.6546289	12935.34537	1.8	0	0
0:00:43	1437.358073	51.74489062	-0.116500789	673.0866339	12920.91337	1.8	0	0
0:00:44	1426.95192	51.37026913	-0.063648366	687.4035048	12906.5965	-3.5	0	0
0:00:45	1420.614524	51.14212287	-0.063095132	701.6412909	12892.35871	-3.5	0	0
0:00:46	1414.332123	50.91595643	-0.062548518	715.8159786	12878.18402	-3.5	0	0
0:00:47	1408.10406	50.69174616	-0.06200842	729.9281145	12864.07189	-3.5	0	0
0:00:48	1401.929688	50.46946878	-0.061474736	743.9782388	12850.02176	-3.5	0	0
0:00:49	1395.808372	50.24910139	-0.060947365	757.9668851	12836.03311	-3.5	0	0
0:00:50	1389.739484	50.03062143	-0.060426208	771.894581	12822.10542	-3.5	0	0
0:00:51	1383.722408	49.81400669	-0.05991117	785.7618475	12808.23815	-3.5	0	0
0:00:52	1377.756537	49.59923534	-0.059402156	799.5691998	12794.4308	-3.5	0	0

0:00:53	1371.841273	49.38628584	-0.058899072	813.317147	12780.68285	-3.5	0	0
0:00:54	1365.976028	49.175137	-0.058401829	827.006192	12766.99381	-3.5	0	0
0:00:55	1360.160221	48.96576797	-0.057910335	840.6368323	12753.36317	-3.5	0	0
0:00:56	1354.393283	48.7581582	-0.057424505	854.2095594	12739.79044	-3.5	0	0
0:00:57	1348.674652	48.55228746	-0.056944251	867.724859	12726.27514	-3.5	0	0
0:00:58	1343.003773	48.34813581	-0.05646949	881.1832116	12712.81679	-3.5	0	0
0:00:59	1337.380101	48.14568364	-0.056000139	894.5850918	12699.41491	-3.5	0	0
0:01:00	1331.8031	47.94491162	-0.055536117	907.9309692	12686.06903	-3.5	0	0
0:01:01	1326.272241	47.74580069	-0.055077344	921.2213076	12672.77869	-3.5	0	0
0:01:02	1320.787003	47.54833211	-0.054623741	934.4565661	12659.54343	-3.5	0	0
0:01:03	1315.346872	47.3524874	-0.054175233	947.6371981	12646.3628	-3.5	0	0
0:01:04	1309.951343	47.15824835	-0.053731744	960.7636522	12633.23635	-3.5	0	0
0:01:05	1304.599918	46.96559703	-0.0532932	973.836372	12620.16363	-3.5	0	0
0:01:06	1299.292105	46.77451577	-0.052859529	986.8557959	12607.1442	-3.5	0	0
0:01:07	1294.027421	46.58498714	-0.052430658	999.8223578	12594.17764	-3.5	0	0
0:01:08	1288.805389	46.39699399	-0.052006519	1012.736487	12581.26351	-3.5	0	0
0:01:09	1283.625539	46.21051942	-0.051587043	1025.598606	12568.40139	-3.5	0	0
0:01:10	1278.48741	46.02554675	-0.051172162	1038.409136	12555.59086	-3.5	0	0
0:01:11	1273.390543	45.84205956	-0.05076181	1051.168492	12542.83151	-3.5	0	0
0:01:12	1268.334491	45.66004167	-0.050355922	1063.877083	12530.12292	-3.5	0	0
0:01:13	1263.318809	45.47947711	-0.049954434	1076.535316	12517.46468	-3.5	0	0
0:01:14	1258.34306	45.30035016	-0.049557284	1089.143593	12504.85641	-3.5	0	0
0:01:15	1253.406814	45.12264531	-0.04916441	1101.702309	12492.29769	-3.5	0	0
0:01:16	1248.509647	44.94634728	-0.048775751	1114.211859	12479.78814	-3.5	0	0
0:01:17	1243.651139	44.771441	-0.048391248	1126.672631	12467.32737	-3.5	0	0
0:01:18	1238.830878	44.59791161	-0.048010843	1139.085009	12454.91499	-3.5	0	0
0:01:19	1234.048457	44.42574446	-0.047634478	1151.449375	12442.55063	-3.5	0	0
0:01:20	1229.303475	44.25492511	-0.047262097	1163.766103	12430.2339	-3.5	0	0
0:01:21	1224.595537	44.08543931	-0.046893644	1176.035568	12417.96443	-3.5	0	0
0:01:22	1219.924251	43.91727303	-0.046529066	1188.258136	12405.74186	-3.5	0	0
0:01:23	1215.289233	43.7504124	-0.046168308	1200.434174	12393.56583	-3.5	0	0
0:01:24	1210.690105	43.58484377	-0.045811318	1212.564041	12381.43596	-3.5	0	0
0:01:25	1206.126491	43.42055367	-0.045458044	1224.648094	12369.35191	-3.5	0	0
0:01:26	1201.598022	43.2575288	-0.045108436	1236.686688	12357.31331	-3.5	0	0
0:01:27	1197.104335	43.09575607	-0.044762444	1248.680171	12345.31983	-3.5	0	0
0:01:28	1192.645071	42.93522254	-0.044420018	1260.628889	12333.37111	-3.5	0	0
0:01:29	1188.219874	42.77591546	-0.04408111	1272.533185	12321.46681	-3.5	0	0
0:01:30	1183.828396	42.61782224	-0.043745674	1284.393399	12309.6066	-3.5	0	0
0:01:31	1179.470291	42.46093048	-0.043413662	1296.209865	12297.79014	-3.5	0	0
0:01:32	1174.014694	42.26452897	-0.077299269	1307.981049	12286.01895	0	0	0
0:01:33	1166.313666	41.98729198	-0.076716643	1319.682642	12274.31736	0	0	0
0:01:34	1158.67055	41.7121398	-0.076141091	1331.307515	12262.69248	0	0	0
0:01:35	1151.084644	41.43904718	-0.075572498	1342.856244	12251.14376	0	0	0
0:01:36	1143.555257	41.16798925	-0.075010754	1354.329396	12239.6706	0	0	0

0:01:37	1136.08171	40.89894156	-0.074455749	1365.727535	12228.27247	0	0	0
0:01:38	1128.663334	40.63188004	-0.073907376	1377.051214	12216.94879	0	0	0
0:01:39	1121.299472	40.36678099	-0.073365532	1388.300983	12205.69902	0	0	0
0:01:40	1113.989475	40.10362111	-0.072830112	1399.477383	12194.52262	0	0	0
0:01:41	1059.833658	38.15401169	-0.923310806	1410.451893	12183.54811	0	0	0
0:01:42	967.8180837	34.84145101	-0.917009628	1420.589627	12173.41037	0	0	0
0:01:43	876.4114285	31.55081143	-0.911134935	1429.810285	12164.18972	0	0	0
0:01:44	785.5715512	28.28057584	-0.905676617	1438.119744	12155.88026	0	0	0
0:01:45	695.2572816	25.02926214	-0.900625368	1445.523468	12148.47653	0	0	0
0:01:46	605.4283416	21.7954203	-0.895972647	1452.026508	12141.97349	0	0	0
0:01:47	516.0452709	18.57762975	-0.89171065	1457.633521	12136.36648	0	0	0
0:01:48	427.0693539	15.37449674	-0.887832282	1462.34877	12131.65123	0	0	0
0:01:49	338.462551	12.18465184	-0.884331128	1466.176138	12127.82386	0	0	0
0:01:50	0	0	0	1469.018347	12124.98165	0	0	0
0:01:51	0	0	0	1469.018347	12124.98165	0	0	0
0:01:52	0	0	0	1469.018347	12124.98165	0	0	0
0:01:53	0	0	0	1469.018347	12124.98165	0	0	0
0:01:54	0	0	0	1469.018347	12124.98165	0	0	0
0:01:55	0	0	0	1469.018347	12124.98165	0	0	0
0:01:56	0	0	0	1469.018347	12124.98165	0	0	0
0:01:57	0	0	0	1469.018347	12124.98165	0	0	0
0:01:58	0	0	0	1469.018347	12124.98165	0	0	0
0:01:59	0	0	0	1469.018347	12124.98165	0	0	0
0:02:00	0	0	0	1469.018347	12124.98165	0	0	0
0:02:01	0	0	0	1469.018347	12124.98165	0	0	0
0:02:02	0	0	0	1469.018347	12124.98165	0	0	0
0:02:03	0	0	0	1469.018347	12124.98165	0	0	0
0:02:04	0	0	0	1469.018347	12124.98165	0	0	0
0:02:05	0	0	0	1469.018347	12124.98165	0	0	0
0:02:06	0	0	0	1469.018347	12124.98165	0	0	0
0:02:07	0	0	0	1469.018347	12124.98165	0	0	0
0:02:08	0	0	0	1469.018347	12124.98165	0	0	0
0:02:09	0	0	0	1469.018347	12124.98165	0	0	0
0:02:10	0	0	0	1469.018347	12124.98165	0	0	0
0:02:11	0	0	0	1469.018347	12124.98165	0	0	0
0:02:12	0	0	0	1469.018347	12124.98165	0	0	0
0:02:13	0	0	0	1469.018347	12124.98165	0	0	0
0:02:14	0	0	0	1469.018347	12124.98165	0	0	0
0:02:15	0	0	0	1469.018347	12124.98165	0	0	0
0:02:16	0	0	0	1469.018347	12124.98165	0	0	0
0:02:17	0	0	0	1469.018347	12124.98165	0	0	0
0:02:18	0	0	0	1469.018347	12124.98165	0	0	0
0:02:19	0	0	0	1469.018347	12124.98165	0	0	0
0:02:20	0	0	0	1469.018347	12124.98165	0	0	0

0:02:21	0	0	0	1469.018347	12124.98165	0	0	0
0:02:22	0	0	0	1469.018347	12124.98165	0	0	0
0:02:23	0	0	0	1469.018347	12124.98165	0	0	0
0:02:24	0	0	0	1469.018347	12124.98165	0	0	0
0:02:25	0	0	0	1469.018347	12124.98165	0	0	0
0:02:26	0	0	0	1469.018347	12124.98165	0	0	0
0:02:27	0	0	0	1469.018347	12124.98165	0	0	0
0:02:28	0	0	0	1469.018347	12124.98165	0	0	0
0:02:29	0	0	0	1469.018347	12124.98165	0	0	0
0:02:30	0	0	0	1469.018347	12124.98165	0	0	0
0:02:31	0	0	0	1469.018347	12124.98165	0	0	0
0:02:32	0	0	0	1469.018347	12124.98165	0	0	0
0:02:33	0	0	0	1469.018347	12124.98165	0	0	0
0:02:34	0	0	0	1469.018347	12124.98165	0	0	0
0:02:35	0	0	1	1469	12125	0	198162.2088	0
0:02:36	100	3.6	1	1469.5	12124.5	0	198633.1643	198.6331643
0:02:37	200	7.2	1	1471	12123	0	199193.3024	398.3866049
0:02:38	300	10.8	1	1473.5	12120.5	0	199842.6234	599.5278701
0:02:39	400	14.4	1	1477	12117	0	200581.127	802.3245081
0:02:40	500	18	1	1481.5	12112.5	0	201408.8135	1007.044067
0:02:41	600	21.6	1	1487	12107	0	202325.6826	1213.954096
0:02:42	699.973667	25.19905201	0.998294048	1493.499972	12100.50003	0	203000	1420.946544
0:02:43	799.5288666	28.7830392	0.99268329	1500.997952	12093.00205	0	203000	1623.043599
0:02:44	898.5022048	32.34607937	0.986654373	1509.48861	12084.51139	0	203000	1823.959476
0:02:45	996.8523913	35.88668609	0.980218022	1518.965919	12075.03408	0	203000	2023.610354
0:02:46	1094.539239	39.40341261	0.973385577	1529.423446	12064.57655	0	203000	2221.914655
0:02:47	1191.523724	42.89485406	0.966168952	1540.854362	12053.14564	0	203000	2418.79316
0:02:48	1287.76804	46.35964943	0.958580592	1553.251453	12040.74855	0	203000	2614.169121
0:02:49	1383.235649	49.79648336	0.950633427	1566.607134	12027.39287	0	203000	2807.968367
0:02:50	1476.289679	53.14642845	0.879916309	1580.91073	12013.08927	0	190843.2999	2817.39994
0:02:51	1558.389976	56.10203913	0.744330568	1596.094661	11997.90534	3	171672.9731	2675.334404
0:02:52	1628.693302	58.63295886	0.66399599	1612.03677	11981.96323	3	157363.2402	2562.964552
0:02:53	1691.781981	60.9041513	0.599341001	1628.644534	11965.35547	3	146004.2062	2470.072851
0:02:54	1721.253952	61.96514226	-0.155070609	1645.798519	11948.20148	3	0	0
0:02:55	1705.823946	61.40966207	-0.1535184	1662.933779	11931.06622	3	0	0
0:02:56	1690.547858	60.85972287	-0.15199244	1679.915511	11914.08449	3	0	0
0:02:57	1675.42309	60.31523122	-0.150492148	1696.74524	11897.25476	3	0	0
0:02:58	1660.447103	59.77609572	-0.149016961	1713.424468	11880.57553	3	0	0
0:02:59	1645.617416	59.24222697	-0.147566329	1729.95467	11864.04533	3	0	0
0:03:00	1630.931598	58.71353754	-0.146139718	1746.337296	11847.6627	3	0	0
0:03:01	1616.387274	58.18994187	-0.144736608	1762.573774	11831.42623	3	0	0
0:03:02	1601.982118	57.67135626	-0.143356496	1778.665506	11815.33449	3	0	0
0:03:03	1587.713856	57.15769881	-0.141998888	1794.613872	11799.38613	3	0	0
0:03:04	1573.58026	56.64888936	-0.140663306	1810.420232	11783.57977	3	0	0

0:03:05	1559.579151	56.14484944	-0.139349285	1826.085919	11767.91408	3	0	0
0:03:06	1545.708396	55.64550226	-0.13805637	1841.612249	11752.38775	3	0	0
0:03:07	1531.965906	55.15077261	-0.136784119	1857.000515	11736.99949	3	0	0
0:03:08	1518.349636	54.66058688	-0.135532104	1872.251988	11721.74801	3	0	0
0:03:09	1504.857582	54.17487297	-0.134299904	1887.367921	11706.63208	3	0	0
0:03:10	1491.487785	53.69356027	-0.133087112	1902.349547	11691.65045	3	0	0
0:03:11	1478.238323	53.21657963	-0.13189333	1917.198078	11676.80192	3	0	0
0:03:12	1465.107314	52.7438633	-0.130718171	1931.914709	11662.08529	3	0	0
0:03:13	1452.092914	52.27534492	-0.129561257	1946.500613	11647.49939	3	0	0
0:03:14	1439.193318	51.81095947	-0.128422221	1960.95695	11633.04305	3	0	0
0:03:15	1426.406756	51.35064322	-0.127300703	1975.284856	11618.71514	3	0	0
0:03:16	1413.731493	50.89433374	-0.126196354	1989.485456	11604.51454	3	0	0
0:03:17	1404.488198	50.56157513	-0.076395669	2003.571159	11590.42884	-2	0	0
0:03:18	1396.881172	50.28772221	-0.075739666	2017.577951	11576.42205	-2	0	0
0:03:19	1389.339338	50.01621617	-0.075091906	2031.509	11562.491	-2	0	0
0:03:20	1381.861877	49.74702758	-0.074452253	2045.364952	11548.63505	-2	0	0
0:03:21	1374.447986	49.4801275	-0.073820571	2059.146449	11534.85355	-2	0	0
0:03:22	1367.096874	49.21548746	-0.07319673	2072.854121	11521.14588	-2	0	0
0:03:23	1359.807763	48.95307948	-0.072580599	2086.488593	11507.51141	-2	0	0
0:03:24	1352.579889	48.69287601	-0.071972052	2100.050481	11493.94952	-2	0	0
0:03:25	1345.412499	48.43484997	-0.071370966	2113.540393	11480.45961	-2	0	0
0:03:26	1338.304854	48.17897474	-0.070777219	2126.95893	11467.04107	-2	0	0
0:03:27	1331.256225	47.92522409	-0.070190692	2140.306686	11453.69331	-2	0	0
0:03:28	1324.265896	47.67357224	-0.069611268	2153.584249	11440.41575	-2	0	0
0:03:29	1317.333162	47.42399383	-0.069038834	2166.792196	11427.2078	-2	0	0
0:03:30	1310.457331	47.1764639	-0.068473277	2179.931102	11414.0689	-2	0	0
0:03:31	1303.637719	46.93095788	-0.067914488	2193.00153	11400.99847	-2	0	0
0:03:32	1296.873655	46.68745159	-0.06736236	2206.004041	11387.99596	-2	0	0
0:03:33	1290.164479	46.44592126	-0.066816786	2218.939186	11375.06081	-2	0	0
0:03:34	1283.509541	46.20634347	-0.066277663	2231.807512	11362.19249	-2	0	0
0:03:35	1276.908199	45.96869517	-0.065744891	2244.609556	11349.39044	-2	0	0
0:03:36	1270.359825	45.73295368	-0.06521837	2257.345852	11336.65415	-2	0	0
0:03:37	1263.863797	45.49909668	-0.064698003	2270.016927	11323.98307	-2	0	0
0:03:38	1257.419505	45.26710217	-0.064183694	2282.6233	11311.3767	-2	0	0
0:03:39	1251.026348	45.03694852	-0.063675349	2295.165487	11298.83451	-2	0	0
0:03:40	1244.683734	44.80861441	-0.063172877	2307.643996	11286.356	-2	0	0
0:03:41	1238.39108	44.58207888	-0.062676188	2320.059329	11273.94067	-2	0	0
0:03:42	1232.147812	44.35732125	-0.062185193	2332.411982	11261.58802	-2	0	0
0:03:43	1225.953366	44.13432118	-0.061699806	2344.702448	11249.29755	-2	0	0
0:03:44	1219.807184	43.91305864	-0.061219942	2356.93121	11237.06879	-2	0	0
0:03:45	1213.708719	43.69351389	-0.060745517	2369.09875	11224.90125	-2	0	0
0:03:46	1207.657431	43.47566751	-0.060276449	2381.205542	11212.79446	-2	0	0
0:03:47	1201.652787	43.25950034	-0.059812658	2393.252054	11200.74795	-2	0	0
0:03:48	1195.694265	43.04499353	-0.059354066	2405.238751	11188.76125	-2	0	0

0:03:49	1189.781347	42.8321285	-0.058900595	2417.166092	11176.83391	-2	0	0
0:03:50	1183.913527	42.62088696	-0.058452168	2429.034529	11164.96547	-2	0	0
0:03:51	1178.090302	42.41125087	-0.058008712	2440.844511	11153.15549	-2	0	0
0:03:52	1172.31118	42.20320248	-0.057570154	2452.596482	11141.40352	-2	0	0
0:03:53	1166.575674	41.99672427	-0.057136421	2464.29088	11129.70912	-2	0	0
0:03:54	1160.883306	41.79179901	-0.056707443	2475.928139	11118.07186	-2	0	0
0:03:55	1155.233603	41.5884097	-0.056283152	2487.508688	11106.49131	-2	0	0
0:03:56	1149.6261	41.38653958	-0.055863478	2499.032952	11094.96705	-2	0	0
0:03:57	1144.060338	41.18617217	-0.055448355	2510.501349	11083.49865	-2	0	0
0:03:58	1138.535866	40.98729118	-0.055037718	2521.914296	11072.0857	-2	0	0
0:03:59	1133.052239	40.78988059	-0.054631503	2533.272203	11060.7278	-2	0	0
0:04:00	1127.609016	40.59392459	-0.054229645	2544.575476	11049.42452	-2	0	0
0:04:01	1121.892339	40.38812422	-0.073409064	2555.824266	11038.17573	0	0	0
0:04:02	1114.578015	40.12480854	-0.072873129	2567.006573	11026.99343	0	0	0
0:04:03	1107.31697	39.86341091	-0.072343527	2578.116004	11015.884	0	0	0
0:04:04	1100.108575	39.60390871	-0.071820159	2589.153088	11004.84691	0	0	0
0:04:05	1092.952213	39.34627967	-0.071302928	2600.118349	10993.88165	0	0	0
0:04:06	1085.847274	39.09050186	-0.07079174	2611.012303	10982.9877	0	0	0
0:04:07	1078.793159	38.83655371	-0.0702865	2621.835463	10972.16454	0	0	0
0:04:08	1071.789276	38.58441395	-0.069787118	2632.588334	10961.41167	0	0	0
0:04:09	1064.835046	38.33406167	-0.069293503	2643.271414	10950.72859	0	0	0
0:04:10	1057.929896	38.08547624	-0.068805569	2653.885199	10940.1148	0	0	0
0:04:11	1051.073261	37.83863739	-0.068323229	2664.430174	10929.56983	0	0	0
0:04:12	1044.264587	37.59352512	-0.067846398	2674.906824	10919.09318	0	0	0
0:04:13	1037.503326	37.35011975	-0.067374993	2685.315624	10908.68438	0	0	0
0:04:14	979.6302026	35.26668729	-0.917796773	2695.503466	10898.49653	0	0	0
0:04:15	888.1475329	31.97331119	-0.911867754	2704.84186	10889.15814	0	0	0
0:04:16	797.2370108	28.70053239	-0.906356365	2713.268323	10880.73168	0	0	0
0:04:17	706.8573454	25.44686443	-0.9012532	2720.78837	10873.21163	0	0	0
0:04:18	616.9681481	22.21085333	-0.896549621	2727.407105	10866.59289	0	0	0
0:04:19	527.5298573	18.99107486	-0.89223773	2733.129236	10860.87076	0	0	0
0:04:20	438.5036657	15.78613197	-0.888310343	2737.959076	10856.04092	0	0	0
0:04:21	349.8514503	12.59465221	-0.884760958	2741.900556	10852.09944	0	0	0
0:04:22	261.5357054	9.415285394	-0.881583737	2744.957227	10849.04277	0	0	0
0:04:23	173.519477	6.246701174	-0.878773482	2747.132268	10846.86773	0	0	0
0:04:24	85.76630022	3.087586808	-0.87632562	2748.428493	10845.57151	0	0	0
0:04:25	0	0	0	2748.848528	10845.15147	0	0	0