

摘 要

本文讨论了 Ad Hoc 网络在一个假定区域中针对不同条件建立覆盖区, 以及信道分配的优化方案, 并讨论了各个方案的抗毁性。其中选取覆盖区方案的问题都可以归结为带有约束的最优化问题。对于各题目中的不同的条件, 分别建立了不同的最优化模型, 但是对这些问题的直接求解方法都是 NP 完全问题, 因此针对各题的特点, 本文分别采用了不同的近似方法, 从而在较短的时间内得到了较优的解。之后根据覆盖区选取方案, 信道分配问题可以转化成平面图着色问题。利用图论中经典算法得到了具体的信道分配方案。最后, 利用图的连通性定义了抗毁性的度量, 并用蒙特卡罗模拟法计算出了抗毁性的近似值。

问题 1 的最优化模型为:

目标: 所用圆的个数最少

约束 1: 正方形区域被完全覆盖

约束 2: 相邻两个圆的公共面积不小于一个圆面积的 5%

$$\begin{cases} \min & n \\ \text{s.t.} & \forall p \in P \quad p \in c_1 \cup c_2 \cup \dots \cup c_n \\ & S(c_i \cap c_j) \geq k \times S(c_i), \quad 1 \leq i, j \leq n \quad \text{且 } c_i \text{ 与 } c_j \text{ 相邻} \end{cases}$$

针对 Ad Hoc 网络的特点, 利用分析的方法进行求解。

问题 2 的最优化模型为:

目标: 所有圆的半径之和最小

约束 1: 相邻两个圆的公共面积不小于大圆面积的 5%

约束 2: 地面被圆完全覆盖

约束 3: 节点不能存在于湖中

利用问题 1 中的结果作为初始条件, 利用遗传算法对这个优化问题进行了近似的求解。

问题 3 的优化模型为

目标: 全部一跳覆盖区半径之和最小

约束 1: 所有节点都要被圆覆盖。

约束 2: 所有节点都连通。

约束 3: 有转发任务的相邻一跳覆盖区的公共面积不小于较大一跳覆盖区面积的 5%。

经过分析, 约束 3 可以转化为区域连通性的判据, 进而减少了约束。利用对节点分簇的方法选定一组初始条件, 利用遗传算法求得这个问题的近似解。

在问题 3 的求解过程中, 得到了到区域连通的一个充分必要条件和一个必要不充分条件, 其中充要条件为: 一跳覆盖区的分配方案的生成图为连通图。必要不充分条件为: 一个一跳覆盖区至少和一个不同的一跳覆盖区共享一个节点, 且该节点所处的公共区域的面积不小于较大的一条覆盖区面积的 5%。

利用问题 3 得到的结果, 对问题 4 进行了 10 次模拟, 针对模拟结果分析了点的运动对整个网络连通性的影响。

问题 5 的最优化模型为:

目标: 出现第一个退出网络节点的时间最长

约束条件与问题 3 相同。

利用基于权值的启发式搜索算法, 对问题 5 进行了近似的求解。

问题重述:

对题目中需要求解的问题总结如下:

问题 1:

使得圆个数最小的覆盖方案;

信道分配方案;

网络的抗毁性

问题 2:

有湖情况下的使得半径和最小的覆盖方案及信道分配方案

问题 3:

无湖情况下基于点的使得半径和最小覆盖方案, 信道分配方案及网络的抗毁性;

有湖情况下基于点的使得半径和最小覆盖方案, 信道分配方案及网络的抗毁性;

区域连通的充分、必要条件;

问题 4:

问题 3 中网络连通性的讨论;

问题 5:

加入电池能量消耗约束的覆盖方案, 信道分配方案及网络的抗毁性;

符号说明:

r	圆的半径
$C\{c_1, c_2, \dots, c_n\}$	平面上圆的集合
P	边界为 1000×1000 的待覆盖平面区域
k	表示相邻两个圆的公共面积占一个圆面积比例的下限
(x_i, y_i)	表示第 i 个圆的圆心坐标
p	平面上一点
N_c	C 的覆盖数
S_v	有效面积
q_i	c_i 的内接多边形
v_i	c_i 使用的信道
Q	湖区
d_i	圆心节点
m	节点个数
N_g	基因长度
N_v	基因的有效长度

G	种群中一个体的基因
V_i	种群中的一个个体
S_a	种群规模
P_m	变异概率
P_c	杂交概率
S_{\max}	遗传算法的最大迭代次数
S_{adpt}	遗传算法中，计算终止条件时的适应度跨度
W	附件 1 中给出的节点的集合
w_i	W 中任意一节点
G_c	一跳覆盖区的生成图
G_k	连接平面上所有一跳连通的节点，形成的无向图
b	从节点集合中随机抽掉的节点个数占节点总个数的比例
\vec{l}	这 $b \times \gamma(G_k)$ 个点在平面上分布的一种组合
$\alpha(\vec{l})$	所有可能存在的 \vec{l} 的个数
\vec{l}_i	蒙特卡罗模拟中，某一次模拟随机产生的点分布为
s	蒙特卡罗模拟的模拟迭代次数

1.平面的圆覆盖问题

1.1圆个数的最小值

1.1.1 最优化模型

本问题可以归结为一个最优化问题：

目标：所用圆的个数最少

约束 1：正方形区域被完全覆盖

约束 2：相邻两个圆的公共面积不小于一个圆面积的 5%

设用一组半径 $r=100$ 圆 $C\{c_1, c_2, \dots, c_n\}$ 来覆盖这个 1000×1000 的平面区域 P ，设 p 为 P 上任一点，用 S 来表示面积，则以上最优化问题可表述为：

$$\begin{cases} \min & n \\ \text{s.t.} & \forall p \in P \quad p \in c_1 \cup c_2 \cup \dots \cup c_n \\ & S(c_i \cap c_j) \geq k \times S(c_i), \quad 1 \leq i, j \leq n \quad \text{且 } c_i \text{ 与 } c_j \text{ 相邻} \end{cases} \quad (1)$$

其中 k 表示相邻两个圆的公共面积占一个圆面积比例的下限，本问题中 $k=0.05$

用 (x_i, y_i) 表示第 i 个圆的圆心坐标 ($1 \leq i \leq n$)，则在平面区域 P 上一定存在一圆心的集合 $O\{(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)\}$ 使得 n 最小。然而这个优化问题的求解是一个 NP 完全问题，不存在多项式时间的解法。因此我们针对 Ad Hoc 网络的特点，利用分析的方法得到一个较为满意的解。

1.1.2 覆盖数的定义

定义一：平面上一个圆 c_i 覆盖点 $p \Leftrightarrow p$ 在 c_i 的内部。且规定：处于圆周上的点不算覆盖。

定义二：用一组圆 $C\{c_1, c_2, \dots, c_n\}$ 来覆盖一个平面，在平面上任取一点 p ，覆盖着 p 的圆的总个数称为点 p 的**圆覆盖数**。定义平面上所有点中最大的圆覆盖数为 C 的**覆盖数**，记为 N_c 。

定义三：用一组圆 $C\{c_1, c_2, \dots, c_n\}$ 来覆盖一个平面，定义这组圆所能覆盖的总面积即 $c_1 \cup c_2 \cup \dots \cup c_n$ 为 C 的**有效面积**，记为 S_v 。

1.1.3 平面镶嵌

连接圆的各个交点则在圆内构成内接多边形，如图 1 所示。在 $N_c = 2$ 的情况下，相邻的圆的内接多边形之间没有覆盖关系。设圆 c_i 对应的内接多边形为 q_i ， C 的边缘上的剩余的圆冠为 d_i 则 $q_1 \cap q_2 \cap \dots \cap q_n \cap d_1 \cap d_2 \cap \dots \cap d_k = \phi$ 。则有效面积 S_v 为：

$$S_v = S(q_1) + S(q_2) + \dots + S(q_n) + S(d_1) + S(d_2) + \dots + S(d_m)$$

其中 m 表示处于边缘的圆的个数。

因此平面的圆覆盖问题可以转化为平面的多边形镶嵌问题。也就是说，只要在平面区域 P 上得到一种平面镶嵌方案，作出各个多边形的外接圆，就可以得到一种圆覆盖方案。

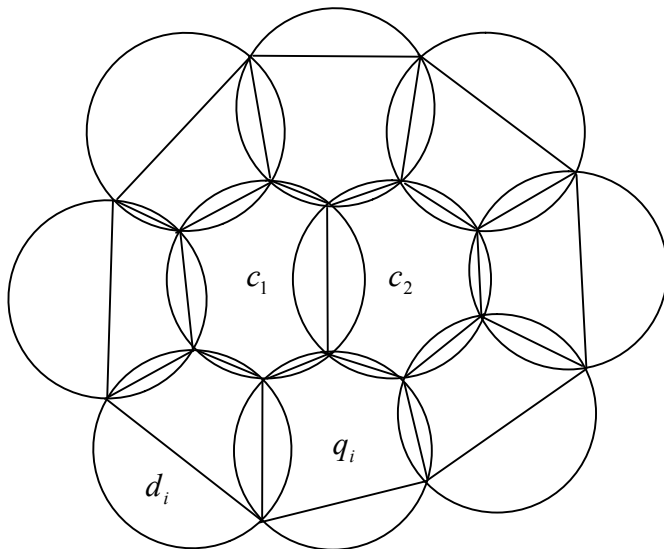


图 1

均衡性对 Ad Hoc 网络的性能有着很大的影响。均衡性更好的网络，网络负荷分布更加均衡，并且由于其存在热点节点的可能性更小，更不容易形成网络中的流量瓶颈从而降低网络的连通性，其业务性能也得到了提高[204]。而一跳覆盖区在平面区域 P 上的分布情况

则直接影响着 Ad Hoc 网络的均衡性，因此为了使得形成的 Ad Hoc 网络具有较好的均衡性，我们用全等的正多边形来镶嵌平面区域 P 。根据镶嵌问题的经典结论，正三角形、正方形和正六边形是仅有的三种自镶嵌正多边形。根据这三种图形生成的圆覆盖中，相邻圆的公共面积占圆面积的比例如表 1 所示。

图形	相邻圆的公共部分占圆面积的比例
正三角形	39.1%
正方形	18.16%
正六边形	5.77%

表 1

由于相邻圆的覆盖面积越大，有效面积越小，因此应当选择尽量小的相交面积，而正六边形刚好满足约束且相邻圆的公共面积最小。

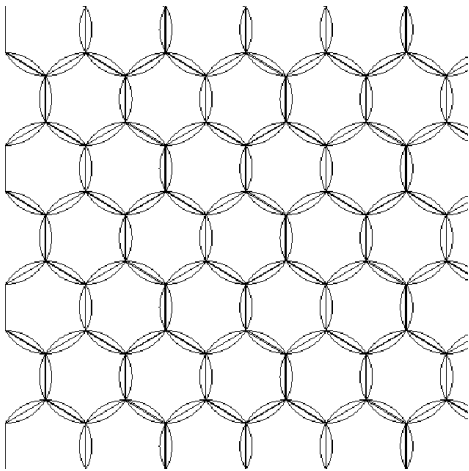


图 2

根据图 2，可算得此时需要圆 45 个。

1.2平面覆盖的信道分配问题

根据 1.1 中的结论，平面区域 P 所在平面被半径 $r = 100$ 的正六边形所镶嵌，从另一个角度来说，平面区域 P 被分割为一系列不重叠的区域。由于圆和正六边形存在一一对应的关系，只要使相邻的正六边形使用不同的信道便可以满足题目中“有公共部分的圆使用不同的信道”这个要求。

设为圆 c_i 分配信道频率 v_i ，也即正六边形 q_i 的信道频率为 v_i 。如果将平面区域 P 看作地图平面， q_i 的边界看作国境线， v_i 看作要为 q_i 着上的颜色，则本问中的信道分配问题等价于一个平面地图的着色问题。

利用图论中经典着色算法，可得本问中的信道分配情况如图 3 所示，最少需要 3 个信道。

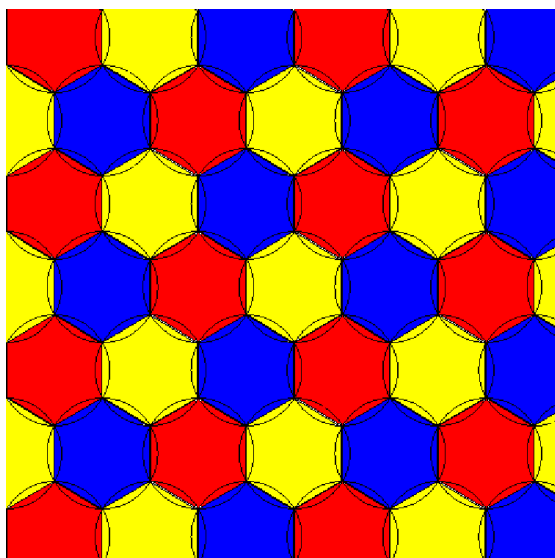


图 3

1.3 $k = 0.18$ 的情况

1.3.1 覆盖方案

根据表 1，利用 1.1 中的结论，若将约束 2 中的公共面积调整为 18% 即 $k = 0.18$ ，则应当选择正方形来完成平面的镶嵌，得到两种覆盖方案，如图 2，图 3 所示，其中图 2 需要 60 个圆，图 3 需要 64 个圆。

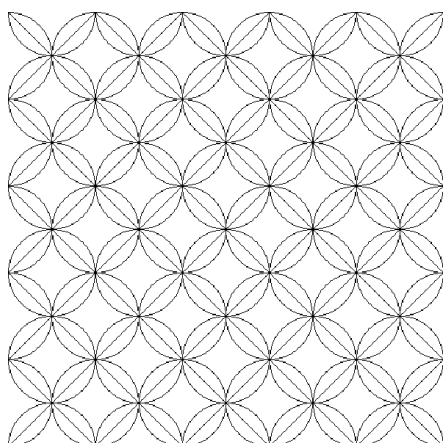


图 4

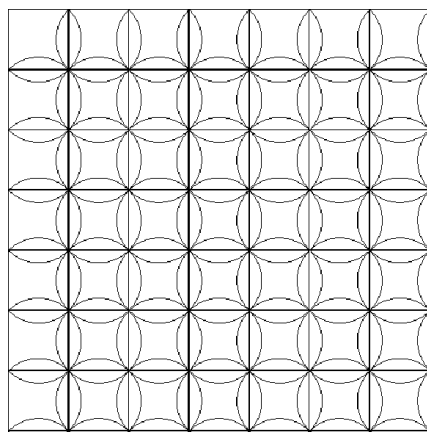


图 5

仔细观察图 2 和图 3，可以发现这两幅图中，各个圆之间的相对位置关系是一样的，图 2 以其中心为轴顺时针（或逆时针）旋转 45° 即得到图 3。在图 3 中，位于平面区域 P 的右边缘和下边缘的圆，大部分的面积都在平面区域 P 以外，有较大的面积损失，因此需要更多的圆来完成这个完全覆盖。因此应本问题当采用图 2 的覆盖方案，需要 60 个圆来完成覆盖。

1.3.2 信道分配方案

和 1.2 相似，本问中的信道分配问题也是一个平面的着色问题，我们得到的结果如图 6 所示，最少需要 2 个信道。

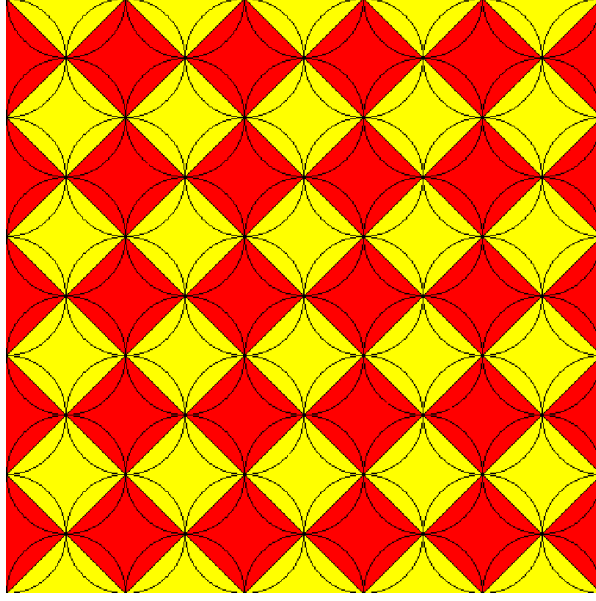


图 6

1.4 网络的抗毁性

1.4.1 抗毁性度量

对于某种覆盖方案，根据题意，每个公共部分中心和相应圆心各恰有一个节点。如果两个节点 d_i 和 d_j 通信时，不需要借助第三个节点 d_k 对数据包进行转发，则称 d_i 和 d_j 是一跳连通的。连接平面上所有一跳连通的节点，形成一个无向图 G_k 。我们通过对 G_k 的连通性来讨论 Ad Hoc 网络的抗毁性。

设 b 为从节点集合中随机抽掉的节点个数占节点总个数的比例。用 γ 表示无向图中点的个数， κ 表示无向图中最大连通分支中包含的点的个数。用 G'_k 表示从 G_k 中随机抽掉 $b \times \gamma(G_k)$ 个节点后形成的无向图。则 Ad Hoc 网络的抗毁性 D 可定义为关于 b 的函数：

$$D(b) = \frac{\kappa(G'_k)}{(1-b) \times \gamma(G_k)}$$

1.4.2 蒙特卡罗模拟及结果

对于某一种覆盖方案，网络的抗毁性 D ，除了 b 的取值之外，还和从 G_k 中随机抽掉的 $b \times \gamma(G_k)$ 个点的位置有关。因此 $D(b)$ 应当用这 $b \times \gamma(G_k)$ 个点在平面上分布的所有可能情况的平均值来计算。用向量 \vec{l} 表示这 $b \times \gamma(G_k)$ 个点在平面上分布的一种组合， $\alpha(\vec{l})$ 表示所有可能存在的 \vec{l} 的个数。则：

$$D(b) = \frac{\sum D(b, \vec{l})}{\alpha(\vec{l})}$$

这种计算方法会产生组合爆炸的问题，因此我们采用蒙特卡罗模拟方法近似的求解 $D(b)$ ，设蒙特卡罗模拟中，某一次模拟随机产生的点分布为 \vec{l}_i ，模拟迭代次数为 s ，则

$$D(b) = \frac{\sum D(b, \vec{l}_i)}{s}$$

对 1.1 和 1.3 中求得的覆盖方案进行蒙特卡罗模拟，得到结果如表 2、3 所示：

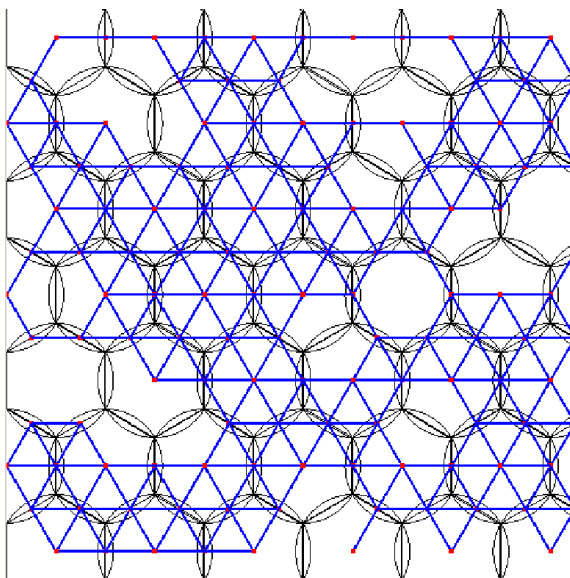


图 7 一个去掉 15%点的例子

$k = 5\%$ ，图 2 分配方案的模拟结果：

	$s = 10$	$s = 100$	$s = 1000$
$d = 2\%$	100%	99.89%	99.93%
$d = 5\%$	100%	99.63%	99.66%
$d = 10\%$	100%	99.58%	99.55%
$d = 15\%$	100%	99.51%	99.49%

表 2

$k = 18\%$ ，图 4 分配方案的模拟结果：

	$s = 10$	$s = 100$	$s = 1000$
$d = 2\%$	100%	99.89%	99.93%
$d = 5\%$	100%	99.63%	99.66%
$d = 10\%$	100%	99.58%	99.55%
$d = 15\%$	100%	99.51%	99.49%

表 3

2. 带有湖区的平面覆盖问题和信道分配方案

2.1 最优化模型

将本问题归结为一个最优化问题，则：

目标：所有圆的半径之和最小

约束 1：相邻两个圆的公共面积不小于大圆面积的 5%

约束 2：地面被圆完全覆盖

约束 3：节点不能存在于湖中

设湖区所覆盖的区域为 Q ， d_i 为处于每个圆的圆心或相邻圆公共部分中心的节点（也可称终端或用户）， m 为节点个数， p 为平面上任一点，则本问题的最优化模型的数学表述如下：

$$\begin{cases} \min & \sum_{i=1}^n r_i \quad 1 \leq i \leq n \\ \text{s.t.} & S(c_i \cap c_j) \geq k \times \max\{S(c_i), S(c_j)\} \quad c_i \text{与} c_j \text{有公共部分} \quad 1 \leq i, j \leq n \\ & \forall p \in (P-Q) \quad p \in c_1 \cup c_2 \cup \dots \cup c_n \\ & d_i \notin Q \quad 1 \leq i \leq m \end{cases}$$

(2)

其中 k 表示相邻两个圆的公共面积占一个圆面积比例的下限，本问题中 $k = 0.05$

用 (x_i, y_i, r_i) 这个三元组来表示圆 c_i 的圆心坐标和半径，根据题意， $1 \leq x_i \leq 1000$ ，

$1 \leq y_i \leq 1000$ ， $75 \leq r_i \leq 100$ ，则在此范围内，一定存在一个集合

$O_1\{(x_1, y_1, z_1), (x_2, y_2, z_2), \dots, (x_n, y_n, z_n)\}$ 使得所有圆的的半径之和最短。与 1.1.1 中的问题相似，这个问题无法找到多项式时间的解法。用 1.1 中正六边形镶嵌方法得到的圆的分布作为初始值，利用遗传算法可以搜索一个较优的解。

2.2 遗传算法

遗传算法是一种借鉴生物界自然选择和自然遗传机制的高度并行、随机、自适应搜索算法。它模仿自然界生物进化过程中“物竞天择,适者生存”的原理而进行的一种多参数、多群体同时优化方法。

遗传算法由编码方案，初始种群的选取，个体适应度，选择，繁殖，杂交，变异，约束处理，迭代终止条件这几个部分构成，下面分别阐述。

2.2.1 算法框架

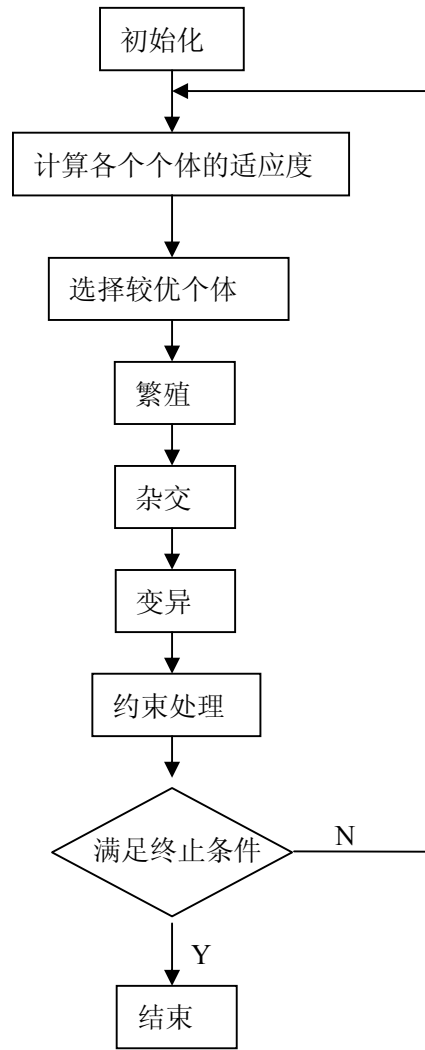


图 8

2.2.2 编码方案

本问题中，覆盖在平面区域 $P-Q$ 上的圆的个数在演化过程中不是一个固定的值，因此我们取其上界 N_g 作为基因的长度。则种群中一个个体的基因 G 是一个长度为 N_g 的串，其中的每一个结点 $G[i]$ 是一个三元组 (x_i, y_i, r_i) ，其中 $1 \leq x_i \leq 1000$ ， $1 \leq y_i \leq 1000$ ， $75 \leq r_i \leq 100$ 。

N_g 的求取办法为：对平面区域 P 进行边长为 75 的正六边形镶嵌，由这种镶嵌得到的圆覆盖个数即为 N_g 的取值。

编码时，从 $G[0]$ 开始顺次将区域 $P-Q$ 中的圆的信息编入 G ，设此时区域 $P-Q$ 中的圆的个数为 N_v ，则 G 中只有 $G[0] \sim G[N_v - 1]$ 范围内的节点表达有效信息，因此定义 N_v 为基因 G 的有效长度。

2.2.3 初始种群的选取

在 1.1 的圆覆盖方案的基础上，在平面区域 P 上添加湖区 Q 之后的结果如图 5 所示。显然，圆心处与湖区中的圆是无效的，因此我们先除去这类圆。将此种圆分布方案编码，作为种群中的第一个个体 V_0 。

设种群规模为 S_a ，对种群中的个体交替应用变异策略和繁殖策略，并对新个体应用相应的约束处理，直到个体总数达到 S_a 。

2.2.4 个体的适应度

个体的适应度用表达式 (2) 中的目标函数来定义，则适应度函数为 $f = -\sum_{i=1}^{N_v} r_i$ 。特别

的，在此过程中对于不可行个体，也就是适应度为 $-\infty$ 的个体，保持其适应度 $f = -\infty$ ，不重新计算。

2.2.5 选择策略

在一次迭代中，对种群中所有个体按照其适应度排序，取位于前 50% 的个体作为下一次迭代的父代个体，从种群中去除后 50% 的个体。

2.2.6 繁殖策略

在一次繁殖中，一个个 V_i 体完全复制其自身，生成一个与其完全相同的个体 V_j 。全部个体繁殖完成之后，每个个体随机选择一个与其基因不相同的个体与其配对，也就是说 V_i 不可以选择 V_i ，进而进行杂交。

2.2.7 杂交策略

针对本题的特点，杂交后各个圆的位置不应当有太大的变化，因此采用交换杂交策略。个体 V_i 和个体 V_j 进行杂交时，从 G_i 中随机选择一些结点，则在 G_i 和 G_j 的有效长度之内，将这些结点与 G_j 中与其下标相同的结点互换。例如，在 G_i 中随机选择的结果是：5，9，13，则将 $G_i[5]$ 和 $G_j[5]$ 互换， $G_i[9]$ 和 $G_j[9]$ 互换， $G_i[13]$ 和 $G_j[13]$ 互换。其中，随机选择的概率为杂交概率，记为 P_c 。

2.2.8 变异策略

在一次迭代中，对每一个个体，要在其基因中随机选择若干结点，改变该点的取值，这个概率即为个体的变异概率，记为 P_m 。改变某结点 (x_i, y_i, r_i) 的取值的方法是：取一个 $[1, 1000]$ 上的随机数 x'_i 且 $x'_i \neq x_i$ ，取一个 $[1, 1000]$ 上的随机数 y'_i 且 $y'_i \neq y_i$ ，取一个 $[75, 100]$ 上

的随机数 r'_i 且 $r'_i \neq r_i$ ，用 (x'_i, y'_i, r'_i) 替代 (x_i, y_i, r_i) 。

2.2.9 约束处理

不满足约束条件的个体称为不可行个体。对于不可行个体，对其在一定范围内进行修补，如果修补后的个体满足约束，则用修补后的个体替换原个体。如果修补失败，将其适应度调整为 $-\infty$ ，则该个体将在选择过程中被淘汰。

2.2.10 终止条件

本算法采取如下两条终止条件：

- 迭代次数限制：迭代次数超过 S_{\max} ，则算法终止。
- 适应度饱和：如果最近 S_{adpt} 次的迭代的最优适应度梯度之和小于某一阈值 h ，则算法终止。

即 $\sum_{t=t_0-S_{\text{adpt}}}^{t_0} f_{\max}(t+1) - f_{\max}(t) < h$ 时，算法终止。

2.2.11 控制参数选择及结果

本问题的控制参数如表 4 所示：

S_a	P_c	P_m	S_{\max}	h
100	0.3	0.005	10000	10^{-5}

表 4

在此组控制参数下得到的分布方案如图 9 所示

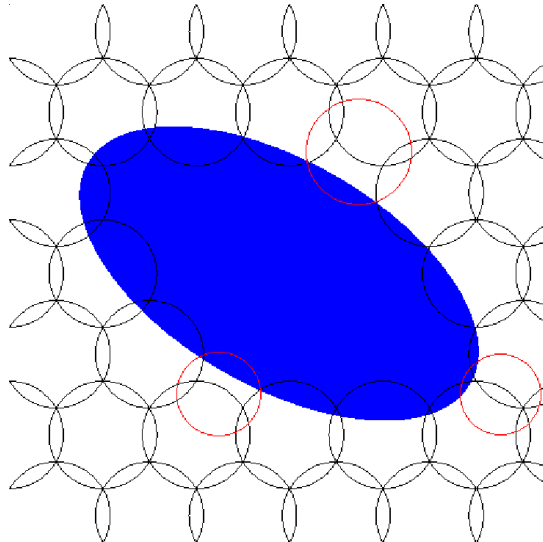


图 9

其中灰色区域表示湖区，此时图中所有圆的半径之和为：**3851**
信道分配方案如图 10 所示，共需 4 个信道。

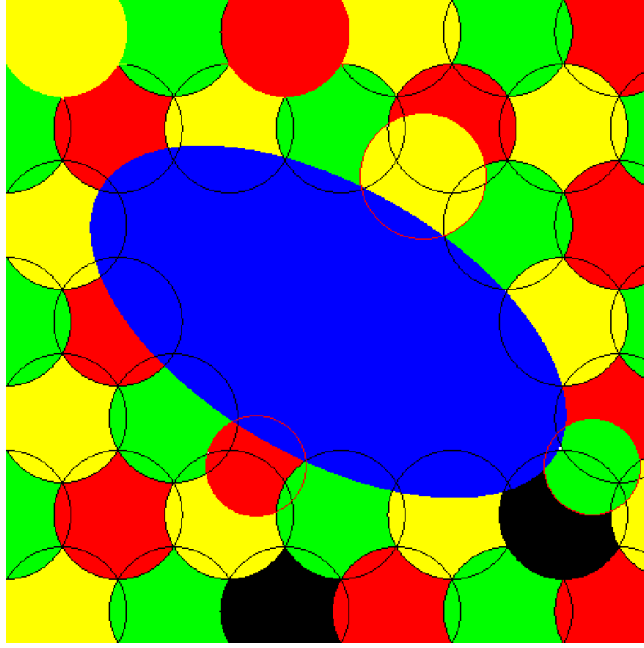


图 10

3. 基于节点的覆盖

3.1 最优化模型

将本问题归结为一个最优化问题，根据题意得到目标和约束如下：

目标：全部一跳覆盖覆盖区半径之和最小

约束 1：所有节点都要被圆覆盖。

约束 2：所有节点都连通。

约束 3：有转发任务的相邻一跳覆盖区的公共面积不小于较大一跳覆盖区面积的 5%。

下面对约束 3 进行进一步分析，考虑两个圆 c_i 和 c_j 的公共部分 $c_i \cap c_j$ ，按照其中是否包含节点，可将其分为两类：

- a) 其中至少包含一个节点。
- b) 其中不含节点。

如果 $c_i \cap c_j$ 中不含节点，则它不能承担任何转发任务，即此时 c_i 和 c_j 不能通过 $c_i \cap c_j$ 连通。至少含有一个节点的公共部分又可以分为两类：

- a) 公共面积至少占其中大圆面积的 5%，即 $S(c_i \cap c_j) \geq 5\% \times \max\{S(c_i), S(c_j)\}$ 。
- b) 公共面积不足其中大圆面积的 5%，即 $S(c_i \cap c_j) < 5\% \times \max\{S(c_i), S(c_j)\}$ 。

对于面积不足其中大圆面积的 5% 的公共部分，根据约束 3，规定其中节点不承担转发任务，即此时 c_i 和 c_j 不能通过 $c_i \cap c_j$ 连通。因此仅有至少包含一个节点且面积至少占其中大圆面积的 5% 的公共部分 $c_i \cap c_j$ 能够使得形成这个公共部分的两个圆 c_i 和 c_j 通过 $c_i \cap c_j$ 连通，如表 5 所示：

公共部分是否含有节点	公共部分的面积占其中大圆面积的百分比	c_i 和 c_j 是否能通过 $c_i \cap c_j$ 连通
含有节点	$\geq 5\%$	连通
含有节点	$< 5\%$	不连通
不含节点	无意义	不连通

表 5

根据以上定义，约束 3 转化为两个一跳覆盖区 c_i 和 c_j 是否能通过 $c_i \cap c_j$ 连通的判据，不再作为本问题的一个约束出现。则本问题中的最优化模型简化为：

目标：全部一跳覆盖覆盖区半径之和最小

约束 1：所有节点都要被圆覆盖。

约束 2：所有节点都连通。

设 $W\{w_1, w_2, \dots, w_m\}$ 为附件 1 中给出的节点构成的集合，一跳覆盖区集合 $C\{c_1, c_2, \dots, c_n\}$ 为点集 W 上的一个覆盖，则本问题的最优化问题为：

$$\left\{ \begin{array}{l} \min \quad \sum_{i=1}^n r_i \\ s.t. \quad \forall w_i \in W \quad \exists c_j \in C, \text{使得 } w_i \in c_j \quad 1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n \\ \quad \quad \forall w_i, w_j \in W \quad \exists c_1, c_2, \dots, c_h \in C \text{使得 } w_i \in c_1, w_j \in c_h \\ \quad \quad \quad \text{且 } S(c_k \cap c_{k+1}) \geq 5\% \times \max(S(c_k), S(c_{k+1})) \\ \quad \quad \quad 1 \leq i, j \leq m \quad 1 \leq k \leq h-1 \end{array} \right.$$

3.2 遗传算法

与问题 2 相似，我们采用遗传算法来求解这个最优化问题。本问题所采用的遗传算法的编码方案，个体适应度，选择策略，繁殖策略，杂交策略，变异策略，约束处理，迭代终止条件均与 2.2 相同，只有初始种群的选取与其不同。

3.2.1 初始种群的选取

对于 $\forall w_i \in W$ ，连接 w_i 和以 w_i 为圆心半径为 100 的圆范围内的所有节点，构成一个无向图。对这个无向图中的所有点，按照其度（图论中无向图的度）的大小进行排序，将度最大的点以及所有与其直接相连的点划分为一簇，并从图中去除这些点。在剩下的所有点中，选择度最大的点，将它以及所有与其直接相连的点划分为一簇，并从图中除去，按此方法不断迭代，直到图中不再存在任何点。这样，对集合 W 得到一个簇划分方案。

对每一个簇分配一个一跳覆盖区，初始时使一跳覆盖区的圆心和簇的圆形重合。在一定范围内调整一跳覆盖区圆心的位置，按照 3.1 中区域连通的判定方法，使得所有一条覆盖区均连通。

3.2.2 控制参数的选择及结果分析

本问题中控制参数的选择如表 6 所示

S_a	P_c	P_m	S_{\max}	h
100	0.6	0.001	10000	10^{-5}

表 6

在此组控制参数下，得到无湖情况下的覆盖方案如图 11 所示，此时所有圆的半径之和为：4050

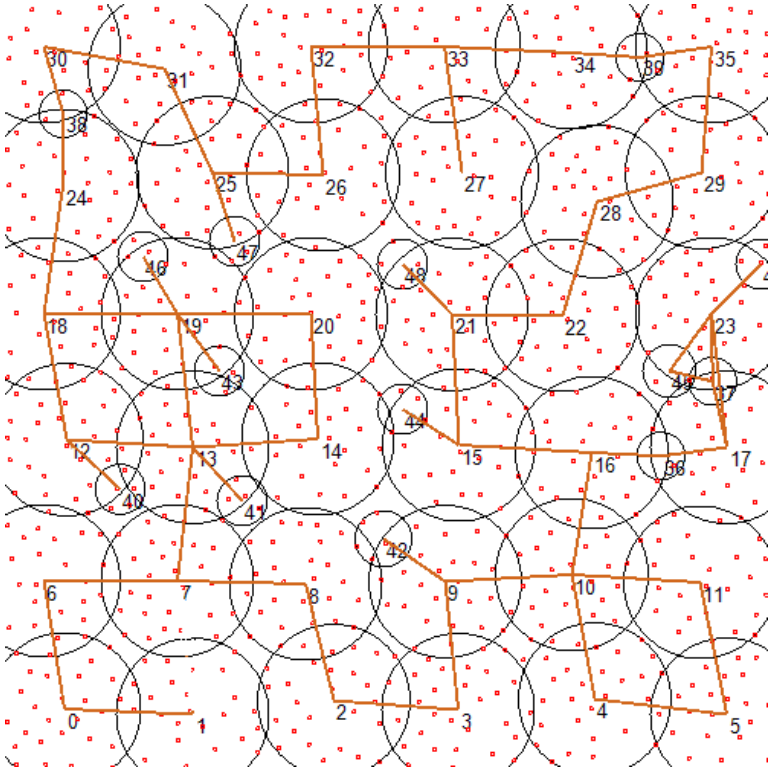


图 11

在此组控制参数下，得到有湖情况下的覆盖方案如图 12 所示，此时所有圆的半径之和为：3300

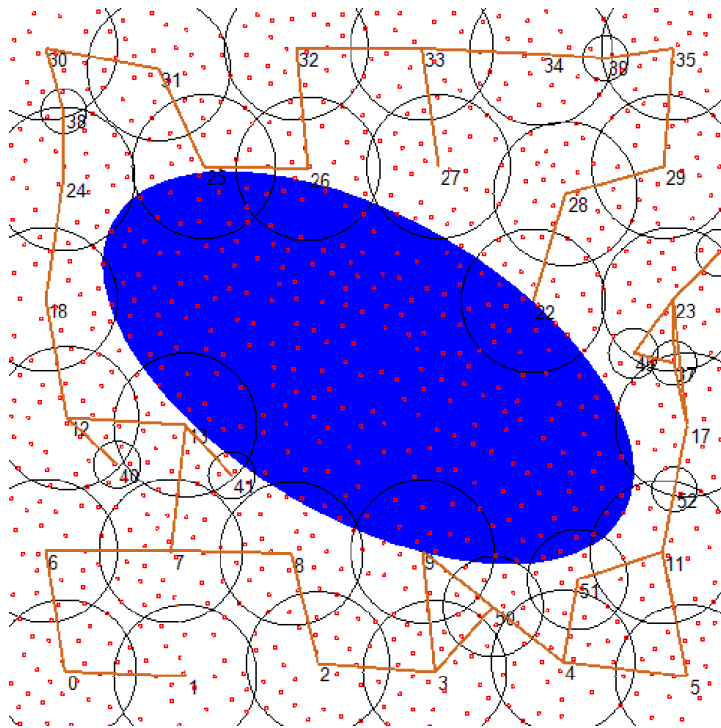


图 12

3.3信道分配方案

根据 3.2 中得到的结果，在有湖和无湖的情况下，信道分配方案如图 13、14 所示，两种情况下，都最多需要 4 个信道即可满足要求。

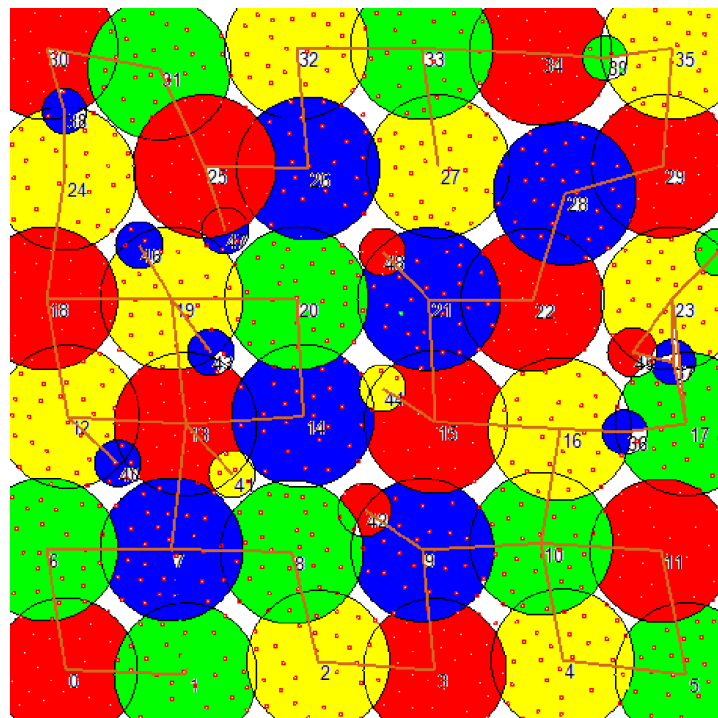


图 13

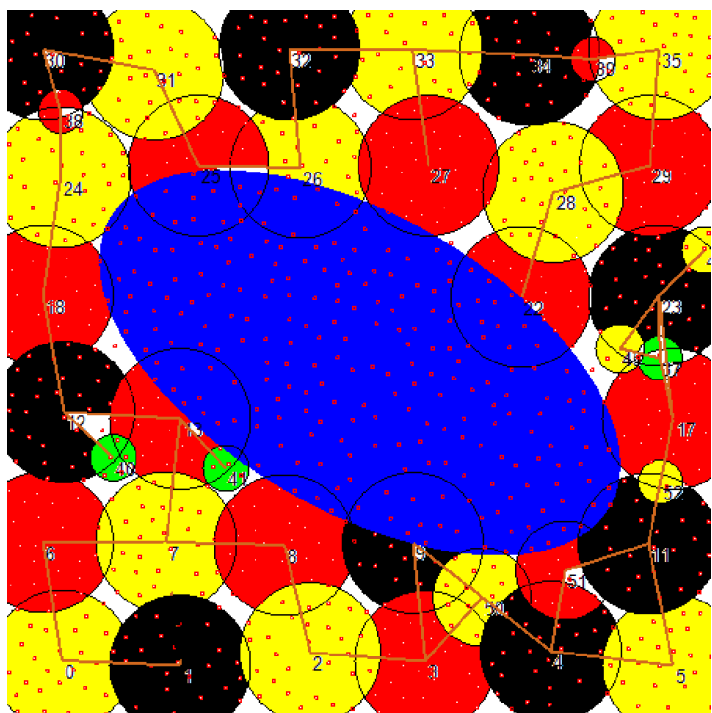


图 14

3.4 区域连通的充分、必要条件

定义四：按照 3.1 中区域连通的判定方法，对某一种一跳覆盖区的分配方案，如果两个相邻的一跳覆盖区可以连通，则将它们圆心用线段连接，形成一个无向图 G_c ，我们称 G_c 为一跳覆盖区的分配方案的生成图。

3.4.1 充分必要条件：

基于生成图的概念，区域连通的充分必要条件为：一跳覆盖区的分配方案的生成图为连通图。

3.4.2 必要不充分条件

区域连通的必要不充分条件为：一个一跳覆盖区至少和一个不同的一跳覆盖区共享一个节点，且该节点所处的公共区域的面积不小于较大的一条覆盖区面积的 5%。

4. 对用户移动的模拟及结果

根据附件 1 中给出的数据，3 中得到的覆盖方案和题目中的要求，我们进行了 10 次模拟，模拟结果如图 15 所示。

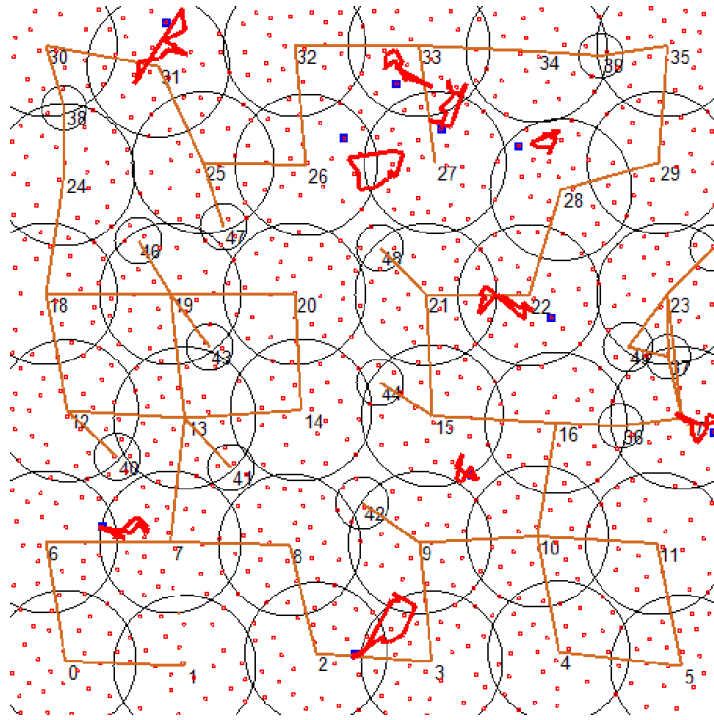


图 15

图中蓝色节点为前 10 个节点的初始位置,红线表示 10 次模拟结果中节点最终位置的连线。从图 15 可以看出,由于这 10 个节点中只有圆 6 和圆 7 之间的节点承担转发任务,只有这个节点的移动可能对造成整个网络不能完全连通。通过模拟,在这 10 次模拟中有 6 次造成网络不连通,4 次仍保持连通。

5. 对功率有限制情况下的覆盖区域划分方案

5.1 电池功率的极限情况讨论

考虑最坏的情况,即所有的节点都在不停的进行发送或者接受,根据题中给定的两个条件:

- (1) 电池在覆盖半径为100发送状态下的工作总时间是400个时间单位
- (2) 两节点之间原始(不是转发)的平均通信次数大致与它们之间的距离的平方成反比

可以得到每个节点的极限覆盖半径 r ,即当每个节点运行1200个时间单位并且始终处在发送状态时能够取得的最大覆盖半径。

公式表示为

$$\frac{100^3}{R^3} = \frac{1200}{400}$$

解得

$$R = 69.336$$

5.2 启发式搜索算法

根据问题五给出的对于电池消耗问题的约束,并且考虑到该问题的为一个 NP 完全问题,因此本文在这里设计了一种基于权值的启发式搜索算法。

5.2.1 搜索算法

设图中的点集为 $P(p_1, p_2, \dots, p_i, \dots, p_K)$, 并且每个点都有一个权值以及一个邻居表与之对

应，分别记为 $W(w_1, w_2, \dots, w_i, \dots, w_K)$ ， $N(n_1, n_2, \dots, n_i, \dots, n_K)$ ，其中 K 为点的个数。

(1) 对于任意一点 p_i ，将所有与 p_i 的距离小于 100 的点加入 p_i 的邻居表 n_i 中， n_i 中的元素按照其与 p_i 的距离升序排列

(2) 每个点 p_i 可以根据 5.2.2 中的启发式权值衡量公式得到一个最小的权值 w_i

(3) 在所有的点中选出一个权值最小的点，记录它的下标为 $index$

(4) 更新所有的节点的邻居表，将已经被以 p_{index} 为圆心的圆包括的节点从各节点的邻居表中删除，并检查是否还有节点未被包括：如果没有，则搜索结束，否则，跳转至(2)，继续搜索。

5.2.2 启发式策略

基于该问题中对于节点的电池持续时间的要求，启发式策略被归纳成如下形式。

- (1) 使一个覆盖区中的各节点距离圆心的距离之和尽可能小，这样可以使得各节点之间的覆盖半径尽可能的小，从而降低了同一覆盖区中的各节点通信时所使用的电量。
- (2) 限制一个覆盖区中的节点个数，因为当节点个数过多时，可能会造成某些负责转发的节点的电量迅速耗尽；而当节点个数过少的时候，会增加覆盖所有点的覆盖区的半径之和，并且会减弱网络的连通性，导致网络抗毁性的降低。

根据上面的两条策略，本文给出了一种权值计算公式。

对于任意点 p_i 来说，

- (1) 定义 d_v 为 p_i 的连接度，即与 p_i 距离小于半径 $radius$ 的邻居的个数

$$d_i = \sum_{v' \in n_i, v' \neq v} (dist(v, v') < radius)$$

- (2) 定义 D_i 为与 p_i 距离小于半径 $radius$ 的邻居的距离之和

$$D_i = \sum_{\substack{v' \in n_i, v' \neq v, \\ dist(v, v') < radius}} dist(v, v')$$

- (3) 之后定义每个节点 p_i 在半径为 $radius$ 的情况下权值为

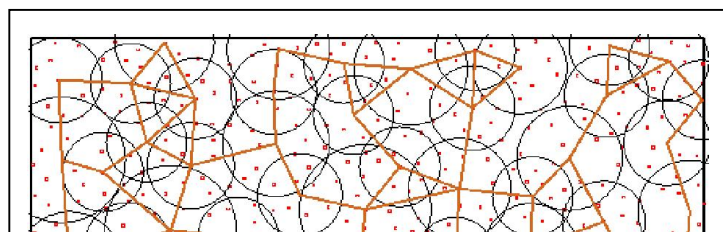
$$w_i = a_d \times d_i + a_D \times D_i$$

$r_i = radius$

之后在 5.2.1 的搜索过程中，这些通过启发式策略得到的权值就影响覆盖区的选择，从而得到满足题目要求的较优解。

5.3 结果分析

如下图 5.1 所示，该结果为使用基于权值的启发式搜索策略形成的覆盖区，其中红色点表示附件中给出的各点，圆表示覆盖区，连线表示各覆盖区之间的连同情况。



根据 5.1 中给出的各节点的极限覆盖半径 $R = 69.336$ 的结论, 通过分析可以得到, 只要保证在每一个覆盖区内的任意两点之间的距离小于 R , 并且在每两个相邻的覆盖区之间通信时两节点之间的距离小于 R 的话, 就可以满足所有的节点都最少运行 1200 小时的限制。

经过计算, 所有的节点都满足上述条件, 采用这种覆盖方案, 所有的覆盖区的半径之和 $R_{sum} = 6951.34$ 。

5.4 算法评价

该搜索算法将启发式策略用在了如何求解较优的权值, 并根据这些权值来选取恰当的覆盖区, 从而将该问题从 NP 完全问题转换成了一个有限时间内可以得到较优结果的搜索问题。

从实际的结果来看, 得到的方案满足了对于电量的约束要求, 并且算法的复杂度控制在 $O(n^2)$, 有较高的实时性。缺点在于设置的启发式策略并不能使得圆的分布尽可能的均匀, 造成了一些覆盖区上的面积的浪费, 使得 R_{sum} 的值偏大。

参考文献:

- [1] A. Amis and R. Prakash, Load-balancing clusters in wireless ad hoc networks, in: *Proceedings of ASSET 2000*, Richardson, TX, March 2000, pp. 25–32.
- [2] D.J. Baker and A. Ephremides, A distributed algorithm for organizing mobile radio telecommunication networks, in: *Proceedings of the 2nd International Conference on Distributed Computer Systems*, April 1981, pp. 476–483.

- [3] D.J. Baker and A. Ephremides, The architectural organization of a mobile radio network via a distributed algorithm, *IEEE Transactions on Communications* COM-29 11 (1981) 1694–1701.
- [4] S. Basagni, I. Chlamtac and A. Farago, A generalized clustering algorithm for peer-to-peer networks, in: *Proceedings of Workshop on Algorithmic Aspects of Communication* (satellite workshop of ICALP), July 1997.
- [5] S. Basagni, Distributed clustering for ad hoc networks, in: *Proceedings of International Symposium on Parallel Architectures, Algorithms and Networks*, June 1999, pp. 310–315.
- [6] S. Basagni, Distributed and mobility-adaptive clustering for multimedia support in multi-hop wireless networks, in: *Proceedings of Vehicular Technology Conference, VTC*, Vol. 2, 1999-Fall, pp. 889–893.
- [7] B. Bollbas, *Random Graphs* (Academic Press, 1985).
- [8] M. Chatterjee, S.K. Das and D. Turgut, An on-demand weighted clustering algorithm (WCA) for ad hoc networks, in: *Proceedings of IEEE GLOBECOM 2000*, San Francisco, November 2000, pp. 1697–1701.
- [9] I. Chlamtac and A. Farago, A new approach to the design and analysis of peer-to-peer mobile networks, *Wireless Networks* 5(3) (August 1999) 149–156.
- [10] MAINAK CHATTERJEE, SAJAL K. DAS and DAMLA TURGUT WCA: AWeighted Clustering Algorithm for Mobile Ad Hoc Networks *Cluster Computing* 5, 193–204, 2002