

参赛密码 _____
(由组委会填写)



第十一届华为杯全国研究生数学建模竞赛

题 目 无线通信中的快时变信道建模

摘 要：

研究符合快时变信道特性的数学模型对高速移动环境的无线通信系统有着十分重要的理论意义和应用价值。本文对如何准确预测快时变信道；如何生成和仿真契合实际的多径衰落快时变信道；在快时变信道环境下如何设计完整的通信系统，这三个问题进行了深入研究与仿真。

对于问题一，本文使用基拓展方法模拟快时变信道。首先，本文分析了现有几种常见基函数拓展方法的数学模型和其特性，如 DPS-BEM、CE-BEM 和 LP-BEM 方法。由于 DPS-BEM 方法具有良好的估计准确度和抵抗多普勒效应的能力，本文选取 DPS-BEM 方法作为快时变信道的估计方法，并将其性能与 CE-BEM 和 LP-BEM 方法相比较。仿真结果表明，DPS-BEM 方法的 NMSE 可达到 0.0056，而 LP-BEM 和 CE-BEM 的 NMSE 分别为 0.0151 和 0.2835。在计算复杂度方面，DPS-BEM 方法高于 LP-BEM 和 CE-BEM，后两者的计算复杂度相等。

对于问题二，本文分为两部分进行描述与仿真。第一部分研究了在不同移动速度下的 DPS-BEM 方法准确度的鲁棒性变化，DPS-BEM 本身就是利用主特征值对应的特征向量张成的子空间进行降维处理，从而具备减少信道实际数据的测试量。DPS-BEM 的基函数序列自适应的跟踪快时变信道的维度空间，尤其在高速移动通信环境中（比如现在的高铁场景）的近似效果还比较理想。第二部分根据 3GPP 技术支持中的典型市区多径场景的相关参数进行宽带多径衰落时变信道的仿真，采取 Jakes Model 进行独立单径瑞利信道的建模生成，然后根据线性时变系统冲激响应模型确定抽头增益，从而得到抽头延迟线模型（Tapped Delay Line）。这已应用于 GSM 系统中并将保留在未来 4G LTE 的一些演进场景中。

另外 DPS-BEM 对于多径时变仿真的信道估计效果优于问题一的特定实测信道。

对于问题三，本文搭建了一个简易的基于 OFDM 技术的无线通信系统，研究了快时变信道环境的生成和预测、信号的调制与解调和信号通过多径快变信道过程等问题。在高速移动信道环境生成和估计方面，本文使用 Jakes Model 以及对应的功率延迟谱生成多径快时变衰落信道，使用 DPS-BEM 方法估计信道。在信号的调制解调方面，本文使用 16QAM 调制，并使用快速傅里叶变换（FFT）对 OFDM 信号进行解调。最后在考量通信质量方面，本文仿真了在不同 SNR 条件下，输出信号与输入信号间的误比特率（BER）。

关键词：DPS-BEM 快时变信道 多普勒频移 Jakes Model 多径衰落 OFDM BER 归一化均方误差

目 录

一. 问题重述.....	1
二、基本符号说明.....	3
三. 问题分析.....	3
四. 问题一的求解.....	4
4.1 基函数的分析.....	4
4.2 建模过程.....	5
4.3 信道估计.....	7
五. 问题二的求解.....	11
5.1 移动速度对 DPS-BEM 准确度影响	11
5.2 多径时变传输信道的建模.....	13
5.2.1 Jakes 模型与仿真	13
5.2.2 多径抽头延迟线信道模型.....	16
5.3 验证 DPS-BEM 方法在仿真多径时变传输信道的效果	18
六. 问题三的求解.....	19
6.1 OFDM 技术	19
6.2 本文通信系统设计.....	20
6.3 系统仿真.....	21

一. 问题重述

宽带移动通信传输正在改变着人们的生活,更为快速和准确的传递信息是其基本需求。随着高速铁路和高速公路的开通和应用,未来移动通信系统面临高速移动环境。而通信者间的高速相对移动导致无线通信信道会发生快速变化。因此准确的估计这种快速变化的信道是保证通信质量的关键。

在通信系统中,发送端通过信道传输信号到接收端,其抽象的原理用图 1 表示。

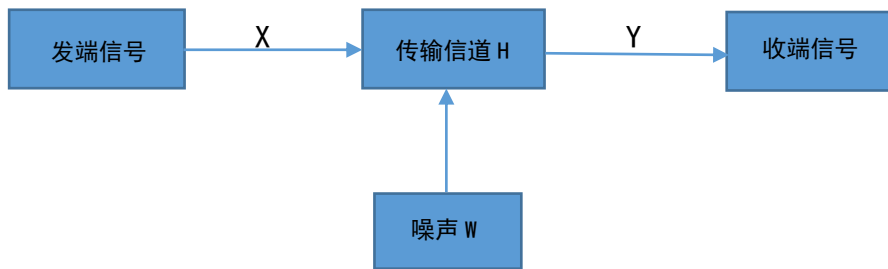


图1 通信基本模型示意图

通信过程的数学模型可以表示为:

$$Y = H \cdot X + W \quad (1)$$

其中, Y 是接收端接收的信号, X 是发送端发送的信号, H 是信道变量, W 是加性高斯白噪声 AWGN (Additive White Gaussian Noise)。

在实际的无线信道中,发送和接收之间通常存多径效应。多径反射和衰减的变化将使信号经历随机波动。无线多径传输系统的时间离散形式的数学表达式为^[1]:

$$y[n] = \sum_{l=0}^{L-1} h_l[n]x[n-l] + w[n], n = 0, \dots, K-1 \quad (2)$$

其中 L 为信道的多径数, K 为传输信号的长度, $w(n)$ 可视为 AWGN, $h_l[n]$ 是信道参数。

如果要准确的从接收端得到发端的信号,必须准确地对无线信道 H 进行估计,常用的估计方法包括使用训练序列(导频),即在发送端插入训练序列,在接收端根据已知导频可以估计信道。而这种方法在快时变信道中则要频繁的插入导频而显得不经济实用。因此,若能发现新的数学模型来估计快时变的信道参数,可以有效改善这个问题。

基扩展(Basis Expansion Model)方法是近年来研究得比较活跃的一种估计信道的方法。其主要是利用有限个基函数的线性组合来描述一定时间内的时变信道,可以模拟有多普勒效应的快时变信道,减少信道参数直接估计的次数,数学模型为:

$$h_l[n] = \sum_{m=0}^{M-1} b_{lm} B_m[n], \quad l = 0, \dots, L-1 \quad (3)$$

式中 b_{lm} 是第 l 个路径第 m 个基系数，在一定时间周期 T 内不随时间 n 变化， B_m 是第 m 个基函数矢量，变量是时间 n ，通过上式，把时变量 $h_l[n]$ 转化为一定时间周期 T 内非时变量 b_{lm} 和另一时变量 $B_m[n]$ （是时间 n 的函数，但函数形式不变）的表达式，即在 T 内估计一次 b_{lm} 即可实现对快时变信道参数 $h_l[n]$ 的估算。

对新建立模型的评价指标有：相邻测试数据的间隔长短、模型准确度和算法复杂度。

问题提出

1. 数据文件 1 给出了某信道的测试参数（运动速度 180Km/h，载波频率 3GHz，信道采样频率 200KHz），请建立数学模型，在保持一定的准确度的情况下，把测试数据中的部分数据通过所建模型计算获得，从而减少实际数据的测试量（即利用部分测试数据通过所建模型预测整体数据，实测数据量越少越好）。用图表方式展示原始数据与计算结果的误差，并分析模型所用算法的复杂度。

2. 多普勒效应引起信道的变化，在载波频率一定的情况下，变化的程度与相对速度有关^{[3][4]}。数据文件 2、3、4 分别是载波频率为 3GHz 时，信道在不同速度 90Km/h、270Km/h、450Km/h 时的测试数据（信道采样频率是 200KHz）。请对这些数据进行分析，探索运动速度对第一问你们所建模型准确度影响的规律。

在通信研究过程中经常会采用仿真的方法产生信道数据，如果多径衰落信道相互独立，幅度服从瑞利(Rayleigh)分布，相位服从均匀分布^[5]，如何对多径时变传输信道建模？信道相关的参数(多径数、多径延迟、多径衰减增益等)可参见文献[6]附录 B（见附件）。描述信道建模的过程，并利用所建信道模型产生的仿真数据，验证前面你们所建模型在减少测试数据方面的效果。

3. 在一个通信系统中，为适应无线信道的特点，信号在信道传输过程中还涉及到数字调制和解调过程^{[3][4]}，在信道传输前，在调制过程中二进制序列信号要调制为复数序列，以适合无线信道传输。常用的数字调制方式有 QAM 调制，可以用星座图直观表示。

根据实际信道受噪声影响的情况，对题 1 和题 2 中涉及的信道增加 AWGN 噪声，SNR 的取值参考范围从 0 到 40dB。自行定义任意输入信号，进行数字调制及解调，信道参数采用前面所建减少信道数据测试频度的模型，分析 SNR 与 BER 之间的关系。

二、基本符号说明

符号	符号物理意义说明
L	多径信道可分辨径数目
N	信道抽样数据总长度
P	测试信道数据点长度
K	预测信道数据点长度
B_m	基函数序列
b_m	基函数系数
D'	基函数个数
λ_m	矩阵特征值
$v_{D \max}$	归一化多普勒频偏

三、问题分析

问题一的分析：

本问题的核心在于，如何建立一种数学模型，使用部分的信道测试数据来准确估计剩余的信道参数。目前研究较为活跃、估计效果较准确的估计方法是基拓展（BEM）方法。在基拓展方法中，如何选取合适的基函数和如何使用少量数据准确估计基系数是我们要回答的两个关键问题。基函数的种类有很多，如 Karhuen-Loeve BEM、Discrete Prolate Spheroidal (DPS) BEM、Complex-Exponential (CE) BEM 和 Polynomial BEM 等。而这些基函数各自的特性是什么，究竟哪一种最适合做快时变信道的估计？另一方面，在计算基系数时，我们需要权衡测试信道的个数和估计信道的准确度，即使用多少的测试点数能达到我们满意的精度？

本文在分析了多种基函数的特性后，选择 DPS-BEM 作为快时变信道的数学模型，并将其性能与 Polynomial BEM 比较。在 DPS-BEM 模型中，基函数的个数由哪些信道参数决定、基系数如何计算是要重点研究的问题。

问题二的分析：

本问题分为两部分。第一部分主要是利用问题 1 的 DPS-BEM 方法探索不同移动速度下信道预测估计准确度的鲁棒性。究竟 DPS-BEM 的基函数在随着移动速度改变的情况下能否继续保持一个对待估计信道的很好降维效果？在更快时变信道下，预测估计的效果（降维效果）差别又是多少？

第二部分主要应对的是宽带移动通信中多径衰落信道的仿真建模问题，我们如何根据附录中的信道相关参数去模拟一个多径信道？常见相互独立的窄带瑞利信道怎么仿真生成？这就涉及到一个从窄带到宽带拓展的建模过程。我们依然

要分析三种基扩展模型在多径信道下的 NMSE, 是否跟问题 1 的数据有类似的结果? 这就将回答了 DPS-BEM 是否能应用到更广泛的信道模型预测估计中的普适问题。

问题三的分析:

本问题从通信系统的角度要求我们设计一个包含信号输入、输出、调制、解调的完整通信系统。在信道环境生成方面, 需要参考问题一、问题二的对多径快时变信道的研究成果。除此之外, 需要考虑很多具体的通信传输问题, 如信号如何调制, 发射信号通过信道的过程如何模拟, 接收端收到信号后如何解调出原始信号等。

四. 问题一的求解

4.1 基函数的分析

在时域上, BEM 将时域信道近似为几个已知的基函数的加权线性组合。因此, 对信道的估计等效为计算每个基函数的系数。本文首先介绍几种常用的基函数, 并简要分析它们各自的特性。

CE-BEM^[7]

CE-BEM 使用傅立叶基作为基函数, 也称为傅立叶 (Fourier) BEM, 是一种形式较为简单的基函数, 为:

$$B_m(n) = e^{jw_m n}, \quad m=1, \dots, K-1 \quad (4)$$

其中, $w_m = 2\pi(m-Q/2)/K$ 。 Q 是基函数的个数。将 (3) 带入信道模型 (2) 中, 可得,

$$h_l[n] = \sum_{m=0}^Q b_{lm} e^{jw_m n} \quad (5)$$

其中, b_{lm} 是第 l 个路径的第 m 个基系数。

CE-BEM 模型在数学形式上十分简单, 但具有近似带状的频域响应。由于此模型本身具有的吉布斯现象和频谱泄漏特性, 这使它在信道估计中会丢失大量的信息从而只有有限的精度。

DKL-BEM^[8]

DKL-BEM 是在最小均方误差（MMSE）准则下的最优模型。它的基函数由任意一个信道抽头的归一化协方差矩阵的特征向量构成。使用 DKL-BEM 建立信道模型时，必须获得当前信道的相关矩阵。在现实应用时，此已知的信道相关矩阵往往跟实际相关矩阵存在偏差，此时 DKL-BEM 的解将会退化为一个次优解。

Polynomial-BEM^[9]

P-BEM 的基函数是由泰勒级数展开并近似得到，为：

$$B_m(n) = (n - K/2)^m \quad (6)$$

P-BEM 对于多普勒效应十分敏感，它在低多普勒拓展时，估计效果较好，而在高多普勒拓展下性能明显下降。Legendre-BEM 是 P-BEM 模型的改进，它属于 P-BEM 的范畴但其性能优于传统的 P-BEM。Legendre-BEM 的基函数形式如下式：

$$B_m(x) = \frac{1}{2^m m!} \frac{d^m}{dx^m} [(x^2 - 1)^m] \quad (7)$$

其中，

$$x = \frac{2n}{K} - 1 \quad (8)$$

DPS-BEM^[10]

DPS-BEM 模型对所有信道特性的信道都有较好的估计性能。与 DKL-BEM 相似，它的基函数为其构造的矩阵 C 的特征向量。它的基函数具有相互正交的特性，因其对应的都是最大特征向量，故有很强的能量集中性。DPS-BEM 模型对多普勒拓展具有较好的抵抗性。

通过以上分析，由于本文将对快时变信道进行估计，其具有较大的多普勒拓展。而 DPS-BEM 对多普勒抗性较强，故本文选取 DPS-BEM 进行信道建模，同时，本文使用 L-P BEM 的估计效果作为对比。

4.2 建模过程

（一）预测思路

本文通过建立基于 DPS-BEM 的数学模型近似快时变信道。将信道的测试数据分块，块长为 K ，每一块包含 P 个测试数据与 $K - P$ 个预测数据。测试数据用来计算基系数，得到基系数后，使用公式（6）计算后 $K - P$ 个信道参数作为估计。

（二）构造基函数

由题目知，在当前快时变信道环境中，运动速度 $v = 50m/s$ ，载波频率 $f_c = 3 \times 10^9 Hz$ ，信道采样频率 $f_H = 2 \times 10^8 Hz$ ，本文假设发送字符的波特率

$R_S = 1/f_S = 1/f_H$ 。因此，归一化最大多普勒频偏 $\nu_{D_{\max}}$ 为：

$$\nu_{D_{\max}} = \frac{\nu_{\max} f_C}{c_0 f_S} = W \quad (9)$$

使用 DPS-BEM 模型，快时变信道可以表示为：

$$h_l[n] = \sum_{m=0}^{D'-1} a_{lm} \varsigma_m[n] \quad (10)$$

其中 a_{lm} 是基系数， ς_m 是 DPS 的基函数。基系数 a_{lm} 由部分测试数据计算得到，而基函数 ς_m 是预先获得的：它是矩阵 C 的第 m 个特征值对应的特征向量。

矩阵 C 是由 $Sa(x)$ 函数构成的 $K \times K$ 对阵矩阵，其第 i 行 j 列的元素值为：

$$[C]_{i,j} = \frac{\sin 2\pi W(i-j)}{\pi(i-j)}, \quad i, j = 0, 1, \dots, M-1. \quad (11)$$

C 矩阵的特征值具有如下规律：将 λ_m 降序排列，当 $m > 2KW$ 时对应的特征值急剧的趋近于 0。这说明 C 矩阵中的大部分能量集中在前 $2KW$ 个特征值对应的特征向量所张成的空间中。

以此为依据，我们可确定选取基函数的个数的原则。根据文献[9]，基函数的个数 D 至少取 $D = 2KW + 1$ ，当字符个数 K 变化时基函数的个数满足公式

$$D' = \lceil 2kKM \rceil + 1 \quad (12)$$

其中 k 是个可调整的因子，可以在一定范围内提高估计精度。

(三) 求解基系数

使用前 P 个测试数据，参照文献[10]，定义向量 g_m 和相关矩阵 F ：

$$g_p = \begin{bmatrix} \varsigma_0[n] \\ \vdots \\ \varsigma_{D'-1}[n] \end{bmatrix}, \quad p = 1, \dots, P \quad (13)$$

$$F = \sum_{n=1}^P g_n g_n^H \quad (14)$$

则基系数 a_{lm} 可由下式计算：

$$\gamma = F^{-1} \sum_{p=1}^P h_{lp} g_p \quad (15)$$

其中，

$$\gamma = [a_{l0}, \dots, a_{lD'}] \quad (16)$$

4.3 信道估计

本文使用 DPS-BEM 的方法估计快时变信道，DPS-BEM 的基函数和基系数的获取和计算方法如上节所述。根据本文信道环境的设定，取调整因子 $\kappa=3$ ，数据块长度 $K=100$ ，测试数据长度 $P=10$ 。可得基函数数量 $D' = \lceil 2\kappa KM \rceil + 1 = 3$ 。

在估计信道时，本文也分别计算使用 Legendre-P BEM 和 CE-BEM 方法的估计值，并将其与 DPS-BEM 方法作为对比。Legendre-P BEM 和 CE-BEM 的基函数构造方法分别如公式 (7) 和 (4) 所示，基系数计算方法与 DPS-BEM 一致。

在信道估计中，本文使用相邻测试数据间隔 Δ 、归一化均方误差 (NMSE) 和算法复杂度这三个方面作为新建模型的评价标准。其中，NMSE 的数学表达式为：

$$NMSE = \frac{\sum_{n=0}^{K-1} \sum_{l=0}^{L-1} |h_l(n) - \hat{h}_l(n)|^2}{\sum_{n=0}^{K-1} \sum_{l=0}^{L-1} |h_l(n)|^2} \quad (17)$$

(一) 测试精度的研究

图 2 是使用 DPS-BEM 和 L-P BEM 方法估计信道的效果图。我们截取前 2000 个点。从图 2 中可以看出，两种方法在数据块前部的拟合效果较好，在数据块尾部，L-P BEM 出现了严重的翘尾现象，相比之下，DPS-BEM 与原始数据的拟合程度远优于 L-P BEM。

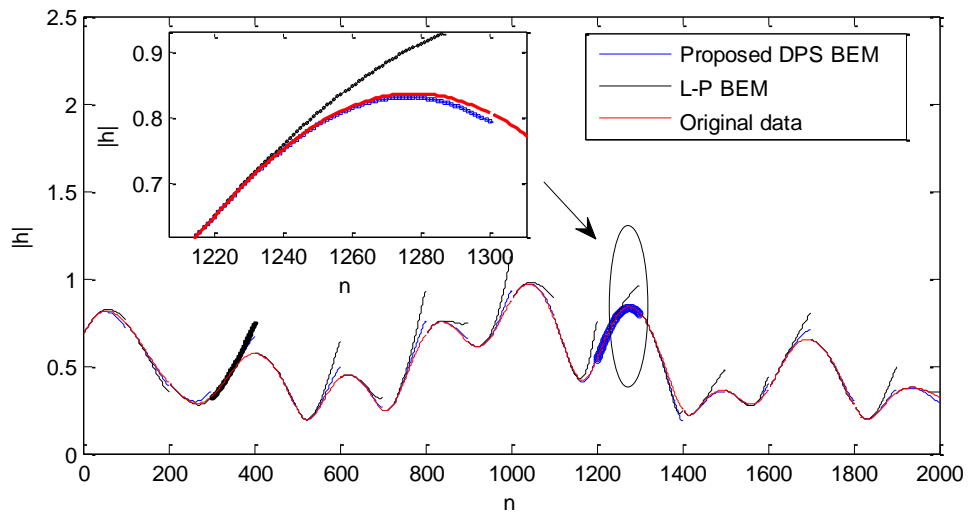


图 2 DPS-BEM、L-P BEM 估计信道效果图

图 3 考察估计效果和测试数据长度 P 的关系。从图中可以看出，在具有相同的测试数据 P 时，DPS-BEM 的估计效果最好，其次是 L-P BEM，而 CE-BEM 的估计误差最大。当测试数据长度 $P \geq 3$ 时，这三种方法的 NMSE 对 P 值不敏感， P 的增大使 NMSE 缓慢下降。

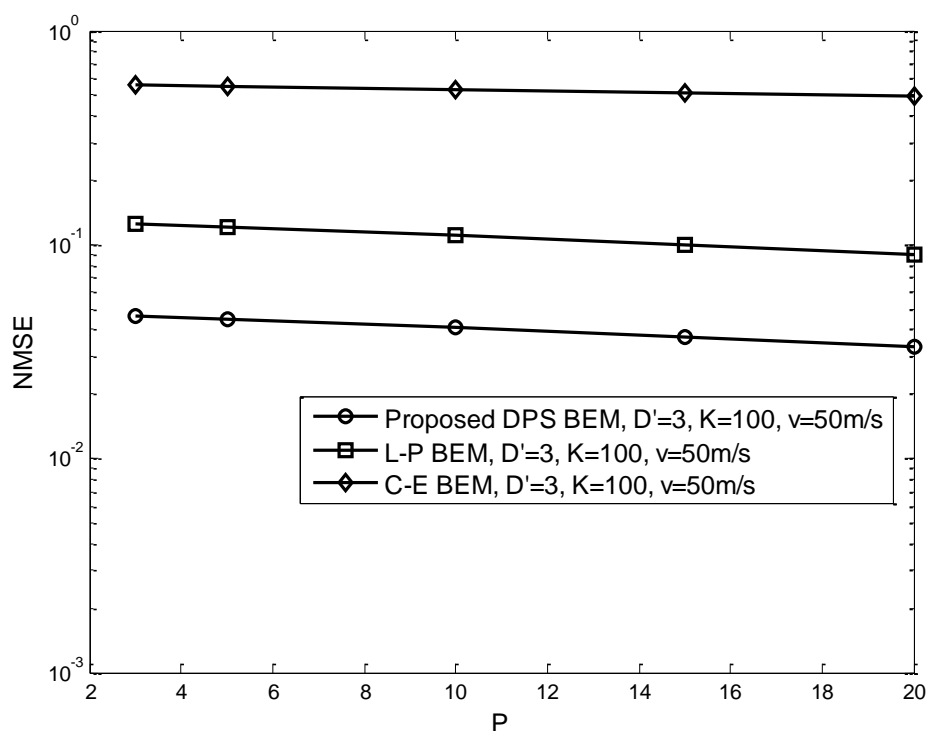


图 3 三种估计方法的测试数据长度 P 和 NMSE 的关系

图 4 考察了当测试数据长度 P 给定时，预测数据长度与 NMSE 的关系。本文仿真的三种估计方法的 NMSE 都随着预测数据长度的增大而增大。这个现象是合理的，因为时间差越大，信道的相关性越小，越趋向随机，即越难预测。

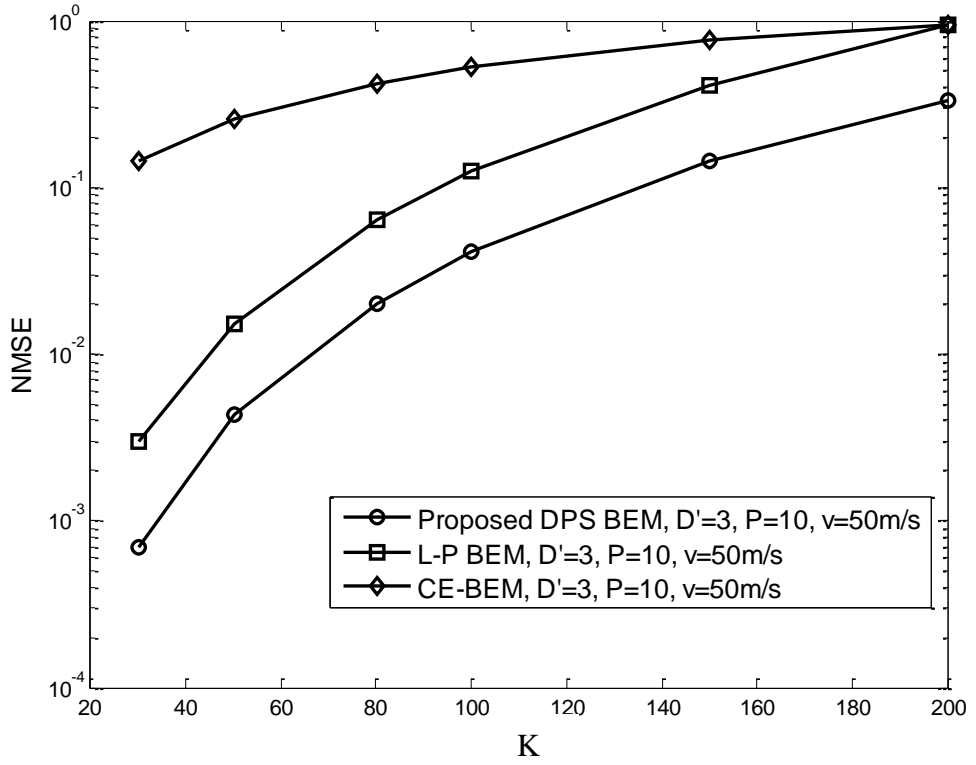


图 4 三种估计方法的预测数据长度与 NMSE 的关系

图 5 考察了 DPS-BEM 的基函数构造矩阵 C 的特征值大小分布情况。从图 5 中可知，当数据块长度 $K = 200$ ，运动速度 $v = 50m/s$ 时，前 3 个特征值不为零，而第 3 个之后的特征值呈指数衰减接近为 0。这说明矩阵 C 绝大部分的能量都包含在前 3 个特征值所对应的特征向量所张成的空间中。这也说明我们选取基函数个数 $D' = 3$ 是经济而合理的。

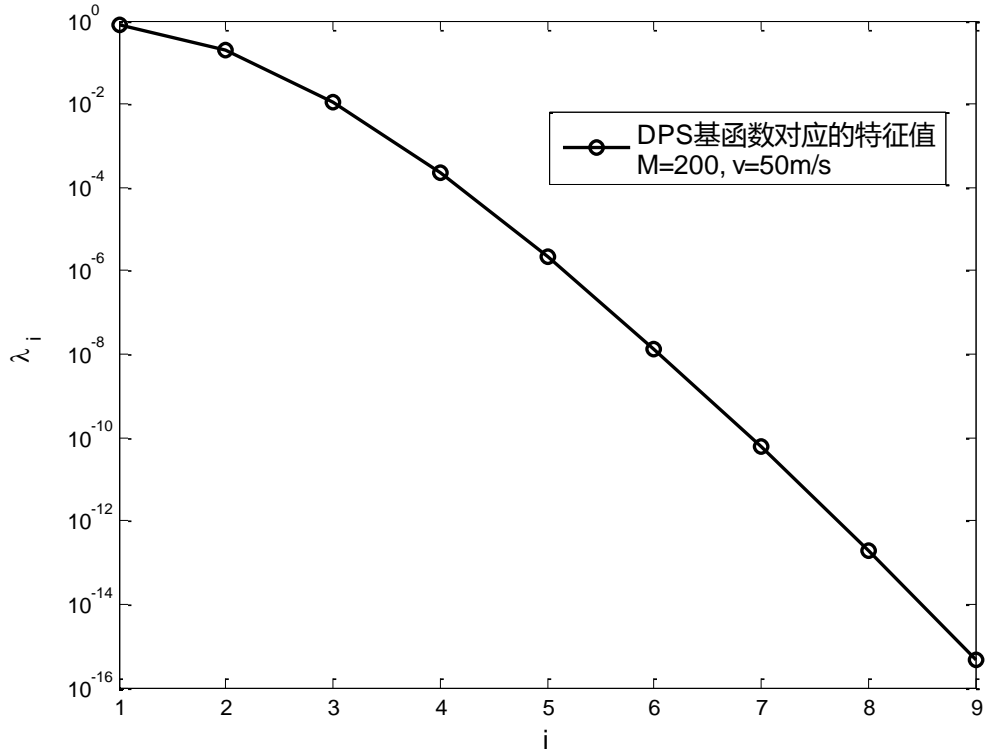


图 5 DPS 基函数对应的特征值大小分布情况

计算复杂度的研究

假设信道径数为 L ，预测长度为 K ，测试长度为 P ，数据总长度为 N ，则分块数据的块数 I 可表示为，

$$I = \left\lfloor \frac{N}{K} \right\rfloor + 1 \quad (18)$$

已知一个 $K \times K$ 矩阵做求逆运算的计算复杂度为 $O(K^3)$ ，生成 DPS-BEM 构造矩阵 C 的计算复杂度为 $O(K^2)$ 。则 DPS-BEM、L-P BEM 和 CE-BEM 三种方法的计算复杂度分别为：

$$\text{DPS-BEM: } O(K^2 + LI(2P + K^3))$$

$$\text{L-P BEM: } O(K + LI(2P + K^3))$$

$$\text{CE-BEM: } O(K + LI(2P + K^3))$$

因此 DPS 的计算复杂度最高，而 L-P BEM 和 CE-BEM 的计算复杂度相同。

仿真总结

表 1 总结和比较了 DPS-BEM、LP-BEM 和 CE-BEM 三种方法的三个评价指标：相邻测试长度、NMSE 和计算复杂度。其仿真参数设定为，测试长度 $P = 3$ ，

数据块长度 $K = 100$ ，相邻测试长度即 $K - P = 97$ 。

表 1 三种估计方法的评价指标比较

	相邻测试长度	NMSE	计算复杂度
DPS-BEM	97	0.0056	$O(K^2 + LI(2P + K^3))$
LP-BEM	97	0.0151	$O(K + LI(2P + K^3))$
CE-BEM	97	0.2835	$O(K + LI(2P + K^3))$

从表 1 中可以看出，在相同的相邻测试长度情况下，DPS-BEM 拥有最高的准确度，但也有较高的计算复杂度；LP-BEM 和 CE-BEM 的计算复杂度低于 DPS-BEM，并且前者的估计精度高于后者。

五. 问题二的求解

5.1 移动速度对 DPS-BEM 准确度影响

本文在问题二中研究在不同运动速率下，即在不同程度的多普勒效应中，建立的信道模型的准确度变化规律。图 6 考察了 DPS-BEM 方法在不同运动速率下的 NMSE 变化规律。从图 6 中可以看出，随着运动速率的增大，即多普勒效应的加剧，DPS-BEM 方法的性能变差。而其余条件相同的情况下，数据块长度 $K = 50$ 的预测精度高于 $K = 100$ 时的情况；测试数据长度 $P = 10$ 的预测精度高于 $P = 3$ 时的情况。这个现象与本文的预期一致，即预测的点数越小，信道估计的越准确；测试的点数越多，信道的估计越准确。

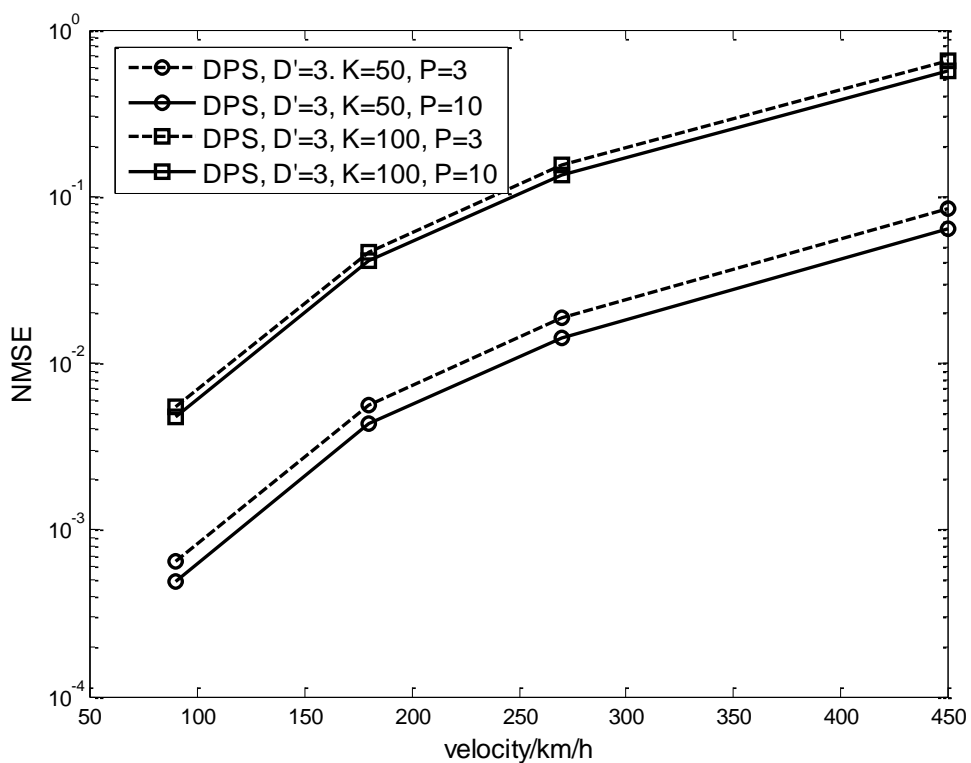


图 6 DPS-BEM 方法在不同运动速率下的 NMSE 变化规律

图 7 对比了 DPS-BEM、LP-BEM 和 CE-BEM 在不同运动速率下的 NMSE 变化规律。从图 7 中可以看出，DPS-BEM、LP-BEM 和 CE-BEM 都随着运动速率的增大而性能下降。其中 CE-BEM 下降的较为平缓，在移动速度接近 450km/h 时，CE-BEM 的性能超越了 LP-BEM 方法。

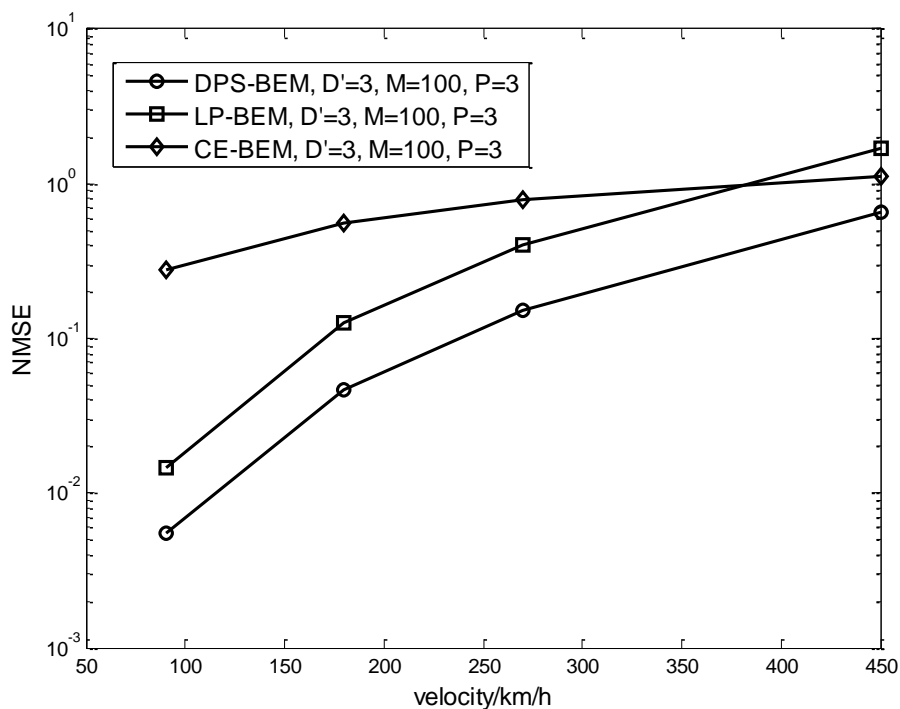


图 7 三种方法随不同运动速率的性能比较

5.2 多径时变传输信道的建模

多径频率选择性信道的建模仿真不得不考虑一个至关重要的因素：多径时延扩展。多径和移动是无线信道中对性能影响最严重的两种现象。在存在 N 条可分辨径的情况下，多径频率选择性信道的输出可以表示为[11]：

$$y[n] = h[n] * x[n] = \sum_{n=1}^N \alpha_n x(n - \tau_n(t)), \text{ 其中 } h[n] = \sum_{n=1}^N \alpha_n \delta(n - \tau_n(t)) \quad (19)$$

我们参考文献[6]附录 B 可知，多径时变信道的建模需要延迟谱(Power Delay Profile)以及多普勒功率谱。在本文我们考虑的是 SISO 信道的建模，并不涉及到 MIMO 信道的收发两端天线间的相关矩阵系数。在宽带抽头延迟线(Tapped Delay Line)模型搭建之前，我们先描述相互独立的平衰落信道的建模方法。

窄带 SISO 信道，即平衰落信道只有一个可分辨经（包括很多个不可分辨子径）。而宽带 SISO 信道比平衰落信道更复杂，由多个可分辨经组合合成，即由多个具有不同时延不同功率因子的平衰落信道合成。

5.2.1 Jakes 模型与仿真

瑞利衰落信道(Rayleigh fading channel)一般用来描述当不存在视距路径信号分量时，小尺度平坦衰落信道的幅度响应的分布。描述一个无线衰落信道的特性除了包络分布之外，还要对它的信道动态特性进行考虑，即信道的变化快慢，通常受限于特定环境下的多普勒功率谱 $S(f)$ 。

典型的多普勒功率谱(Doppler Spectrum)主要考虑由 Clark 提出，并由 Jakes 进一步发展的 Jakes spectrum[11]。其多普勒功率谱 $S_j(f)$ 表达式为[12]：

$$S_j(f) = \begin{cases} \frac{2\sigma_0^2}{\pi f_m \sqrt{1 - (f/f_m)^2}} & |f| < f_m \\ 0 & else \end{cases} \quad (20)$$

信道的自相关函数 $R_j(\tau)$ ，即 $S_j(f)$ 的逆傅里叶变换，其表达式为[12]：

$$R_j(\tau) = F^{-1}[S_j(f)] = 2\sigma_0^2 J_0(2\pi f_m |\tau|) \quad (21)$$

其中 f_m 表示最大多普勒频移， $J_0(\cdot)$ 表示第一类零阶 Bessel 函数， τ 表示时间差。

下图形象描述了 Jakes spectrum 的仿真过程[13]。并假设当前无线传输环境基于以下 3 个约束条件：1) 接收和发射天线是垂直极化的均匀线阵(U LA)；2) 散射体密集分布在各个角度上，接收信号的到达角(DOA)均匀分布于 $(-\pi, \pi)$ ；

3) 同时假设 N 个多径都有相同的接收功率[11]。

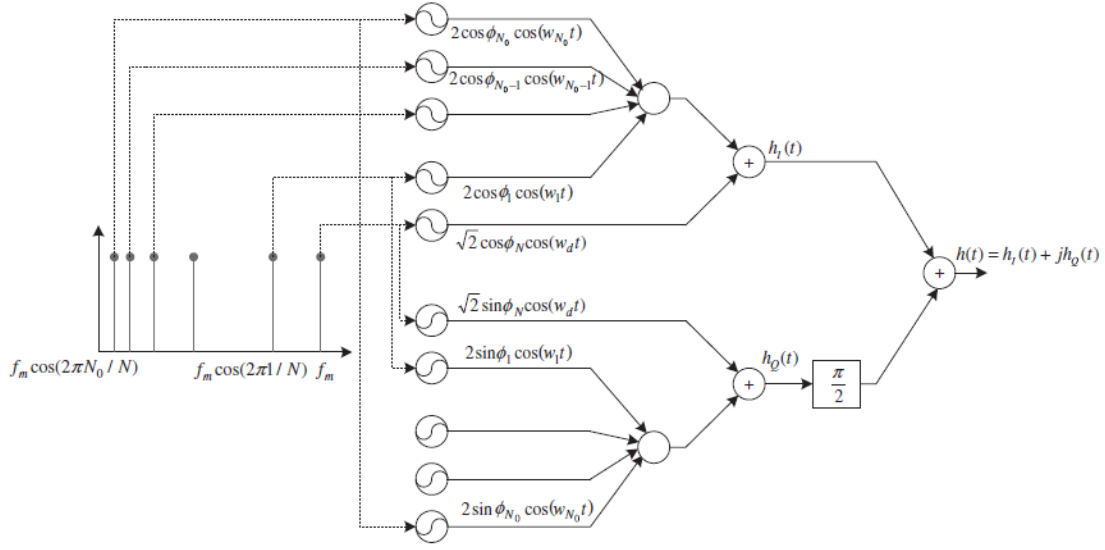


图 8 利用正弦波叠加仿真的 Jakes Model

仿真参数说明：

定义 $N_0 = (N/2 - 1)/2$, 第 n 径的到达角 $\theta_n = n\Delta\theta$, $\Delta\theta = 2\pi / N$ ($n = 1, 2, \dots, N_0$),

$w_n = w_d \cos \theta_n$, $w_d = 2\pi f_m$. 那么实部 $h_I(t)$ 和虚部 $h_Q(t)$ 可以分别表示为：

$$h_I(t) = 2 \sum_{n=1}^{N_0} (\cos \phi_n \cos w_n t) + \sqrt{2} \cos \phi_N \cos w_d t \quad (22)$$

和

$$h_Q(t) = 2 \sum_{n=1}^{N_0} (\sin \phi_n \cos w_n t) + \sqrt{2} \sin \phi_N \cos w_d t \quad (23)$$

其中 ϕ_n 和 ϕ_N 分别表示第 n 径多普勒频偏和最大多普勒频偏的初始相位，在 Matlab 仿真过程中，不失一般性，我们可以设定：

$$\phi_N = 0, \quad \phi_n = \pi n / (N_0 + 1), \quad n = 1, 2, \dots, N_0 \quad (N_0 = 8) \quad (24)$$

那么 Jakes 模型的复信道输出可以表示为下式 (25) 所示：（其中 E_0 是瑞利衰落信道的平均幅度）

$$h(t) = \frac{E_0}{\sqrt{2N_0 + 1}} [h_I(t) + jh_Q(t)] \quad (25)$$

当 $h_I(t)$ 和 $h_Q(t)$ 是统计独立的变量时，小尺度衰落的幅度服从瑞利分布

(Rayleigh Distribution) [11]。根据以上分析[14], $E[h_I(t)h_Q(t)] = 0$, 所以图 8

这种仿真器（Simulator）可以用来近似产生瑞利衰落信道。

下图 9 是 Jakes Model 信道瑞利平衰落（flat-fading）的幅度响应仿真特性：

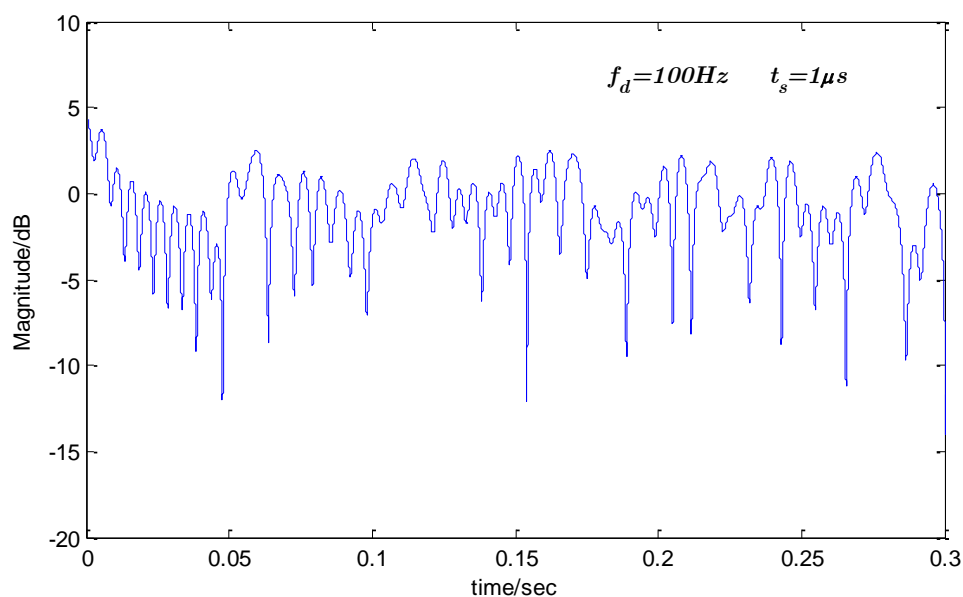


图 9 Jakes Model 下的 Rayleigh 平衰落信道的幅度响应

下图 10 的仿真结果描述的是 Jakes Model 信道自相关函数的理论值和仿真值曲线对比，两者吻合情况很好。

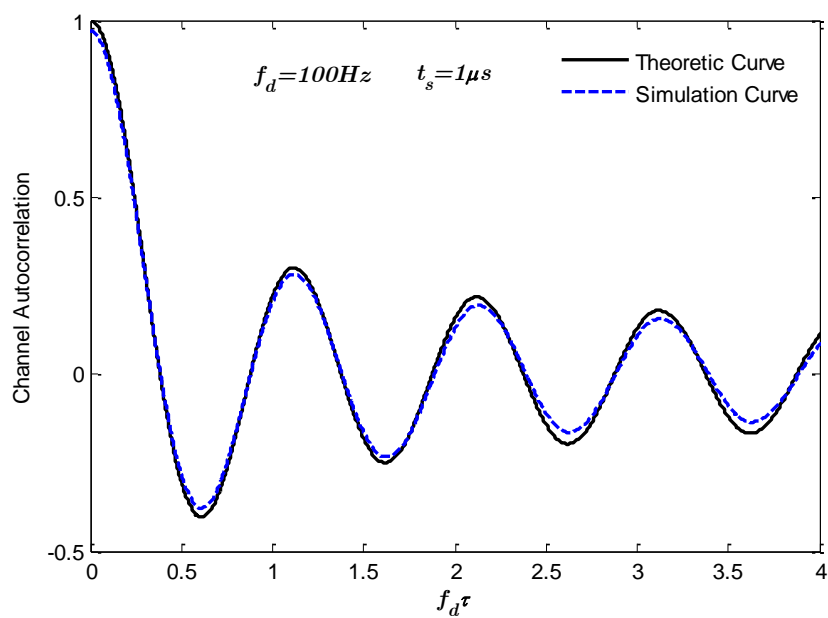


图 10 仿真信道的时域自相关函数和理论值比较

下图 11 的仿真结果描述的是 Jakes Spectrum 的理论值和仿真值曲线对比，两者吻合情况很好。

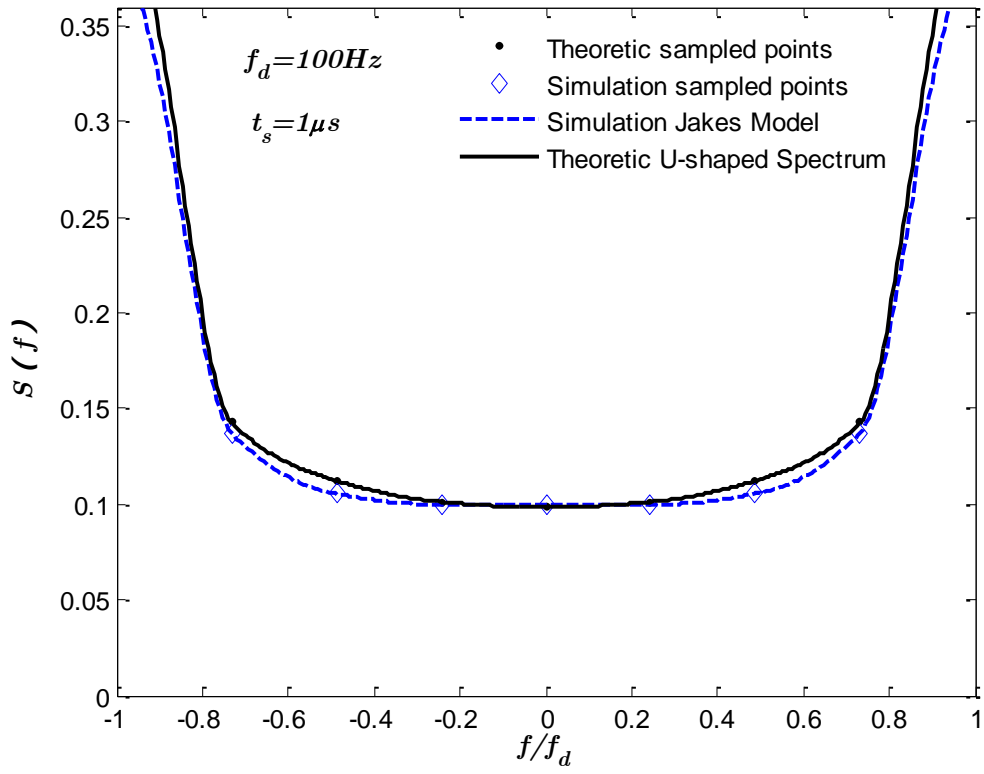


图 11 Jakes Spectrum 的理论值和仿真值曲线对比

5.2.2 多径抽头延迟线信道模型

在文献[6]附录 B 里面，列举了 IMT-2000 通用的三种功率谱延迟模型。其中低延迟功率谱模型为 ITU Pedestrian A 信道模型，中延迟功率谱模型为 ITU Vehicular A 信道模型，高延迟功率谱模型为典型市区模型。

表 2 三种 LTE 多径信道模型的延迟扩展

Model	Number of channel taps	Delay spread (r.m.s.)	Maximum excess tap delay (span)
Extended Pedestrian A (EPA)	7	45 ns	410 ns
Extended Vehicular A model (EVA)	9	357 ns	2510 ns
Extended Typical Urban model (ETU)	9	991 ns	5000 ns

Jakes Model 仿真的多普勒频移为 $f_d = 100\text{Hz}$ ，对应的移动速率为 360km/h ，所以我们本文中选取的是高延迟功率谱模型为典型市区模型。其中对应的典型市区多径模型延迟功率谱如下表 3 所示：

表 3 典型的市区多径模型延迟功率谱

Excess tap delay [ns]	Relative power [dB]
0	-1.0
50	-1.0
120	-1.0
200	0.0
230	0.0
500	0.0
1600	-3.0
2300	-5.0
5000	-7.0

所以多径抽头延迟线模型的参数设置如下：

$$y[n] = h[n] * x[n] = \sum_{n=1}^N \alpha_n x(n - \tau_n(t)), \text{ 其中 } h[n] = \sum_{n=1}^N \alpha_n \delta(n - \tau_n(t)) \quad (26)$$

其中：

N=9	$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \sqrt{0.79} \quad \alpha_4 = \alpha_5 = \alpha_6 = 1 \quad \alpha_7 = \sqrt{0.5}, \quad \alpha_8 = \sqrt{0.32} \quad \alpha_9 = \sqrt{0.2}$
	$\tau_n(t) = \text{delay}(n), \text{ 见表3}$

典型的市区九径模型的功率延迟谱 PDP 如下图 12 所示：

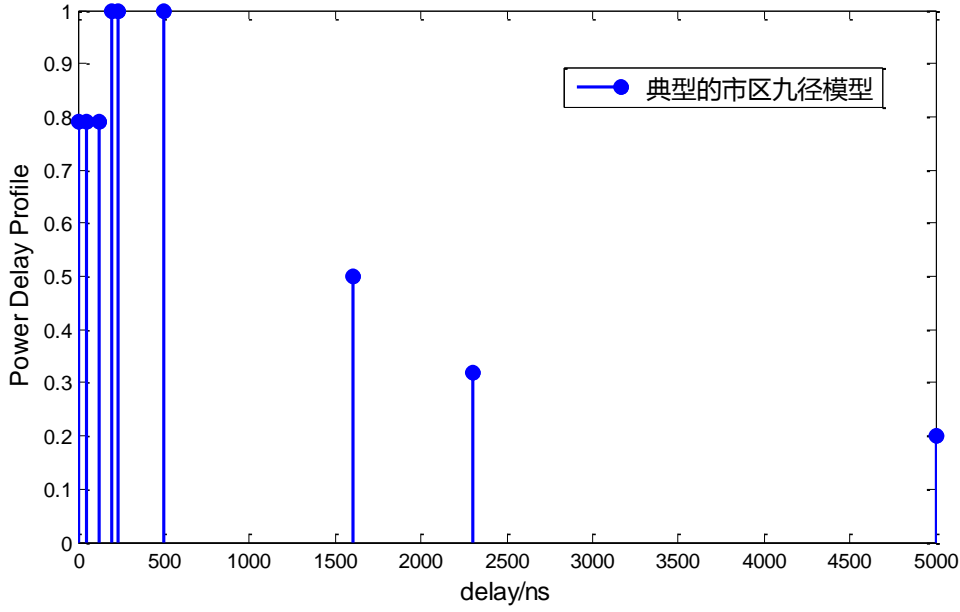


图 12 典型的市区九径模型的功率延迟谱

5.3 验证 DPS-BEM 方法在仿真多径时变传输信道的效果

按照多径抽头延迟线模型产生典型的市区九径模型，我们利用 Jakes Model 和功率延迟谱产生了多径时变传输信道。同样，我们重复问题 1 的基函数扩展预测方法，得出在独立的九个瑞利信道下的归一化均方误差如下图 13 所示：

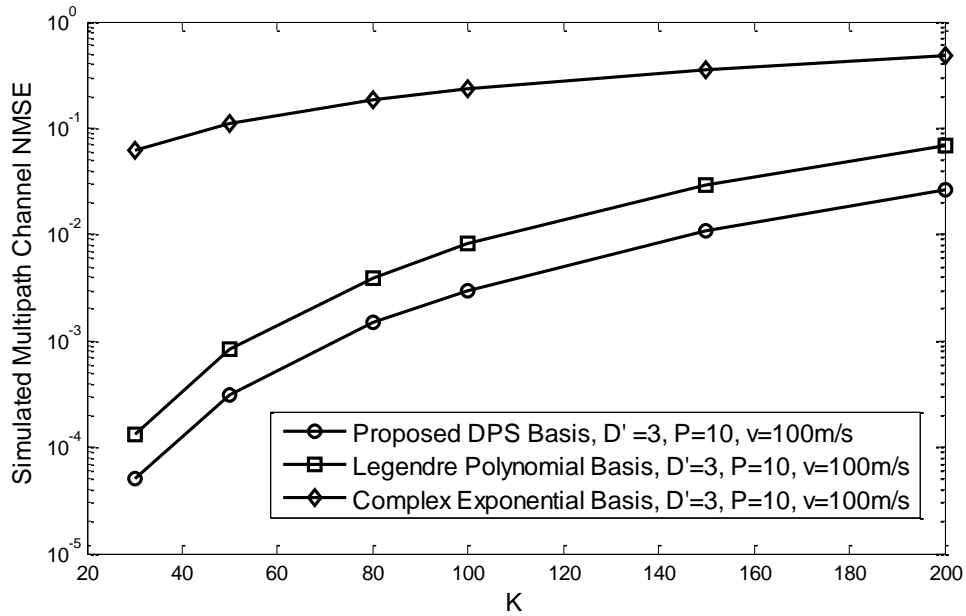


图 13 DPS-BEM 方法在仿真多径时变传输信道的效果

在这里值得说明的一点是：DPS-BEM 在同等仿真参数下（信道径数 L ，预测长度 K ，测试长度 P ，移动速度 v 保持一样），预测 Jakes Model 和抽头延迟线模型仿真的多径信道数据的 NMSE 比题目给定的信道测试参数要小。

六. 问题三的求解

问题三要求模拟实际的无线通信环境，设计一个完整的通信系统，并比较 SNR 与 BER 之间的关系。由于基于 OFDM 的通信系统对多径快时变信道有较强的抵抗能力，因此本文参照 OFDM 技术，设计了一个简单的通信系统。

本文首先简单介绍 OFDM 技术，然后引入本文提出的通信系统模型。

6.1 OFDM 技术

OFDM 技术是一种特殊的多载波通信技术，它最突出的特性是其子载波间互相正交，发送的 OFDM 字符是所有子载波信号的叠加。每个子载波的信号一般由 PSK 或 QAM 等调制方法产生。

OFDM 有很多优良的特性：其一，它的子载波间的正交特性，使子载波可以交叠而互不干扰，这有效提高了频带利用率。其二，OFDM 系统可以采用 FFT 技术快速实现信号的调制和解调。其三，OFDM 系统可以在符号与符号之间插入保护间隔，从而抵抗多径衰落。

OFDM 系统的信号传输模型如图 14 所示。简要流程为，发送的 N 个频域数据 $X(n)$ 先进行串并转换然后做 IFFT 变换，以映射成时域的 N 点数据 $x(n)$ 。然后添加循环前缀，经过信道，发送给接收端。接收端去除循环前缀后，转换成串行数据，然后做 FFT 变换得到原始信息。

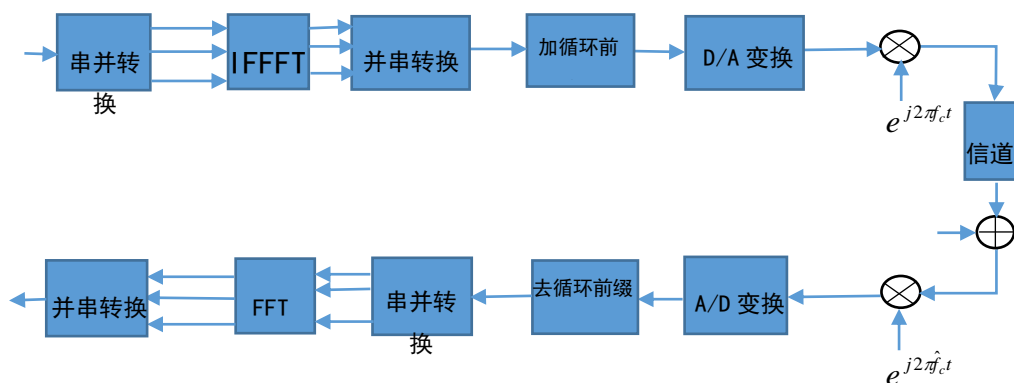


图 14 OFDM 系统流程图

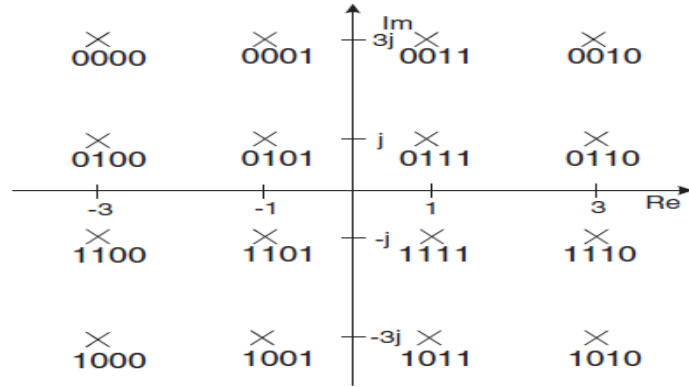
6.2 本文通信系统设计

本文设计的通信系统基于 OFDM 技术，主要包括以下几个方面：1.信道估计，2.信号调制，3.信号的发送与接受，4.信号解调。

信道估计

本文根据第三节的方法，首先仿真生成多径时变无线信道模型。然后使用发送导频的方式，对信道信息进行测量。最后用得到的测试数据，对后一段时间的信道进行估计。为了简化模型，本文省略了使用导频测量信道的过程，而直接将一部分信道信息设为已知，然后根据已知信道估计剩余信道。信道的建模和估计方法如第二节所述。

信号调制



本文发送的信号采用 QAM 的调制方式。原始信号为 4 位的二进制数，使用 16QAM 进行调制。调制的映射关系如图 15 所示。

图 15 16QAM 星座图映射关系

信号的发送与接收

基于 OFDM 技术，发射端每次发送 N 个频域信号 $X(k)$ ，将其做 IFFT 变换转换成时域信号，

$$x(n) = \sum_{k=0}^{N-1} X(k) e^{j2\pi kn/N}, \quad n=0,1,\dots,N-1 \quad (27)$$

接收端接收到的信号 $y(n)$ 为，

$$y(n) = x(n) * h_l(n) + z(n) = \sum_{l=0}^{L-1} h_l(n) x(n-l) + z(n) \quad (28)$$

其中 $h_l(n)$ 表示第 l 个路径的信道， $z(n)$ 为加性高斯白噪声（AWGN）。

信号解调

对公式（28）做 FFT 变换，可得，

$$Y(k) = H_l(k)X(k) + Z(k) \quad (29)$$

左右两边除以频域信道可得信号的估计，

$$\hat{X}(k) = Y(k) / H(k) + Z(k) / H(k) \quad (30)$$

BER 和 SNR 的设置

在本节中，将研究输出信号与输入信号间的误比特率 BER（Bit Error Rate）和 SNR 之间的关系。

BER 的计算公式为，

$$BER = \frac{\text{错误比特数}}{\text{总比特数}} \quad (31)$$

SNR 的计算公式为，

$$SNR = \frac{\text{信号功率}}{\text{噪声功率}} \quad (32)$$

在本文中，将信号功率设为 1，通过调整噪声功率以实现不同的 SNR，噪声与 SNR 的对应表达式为，

$$z(n) = 10^{-0.1*SNR} \tilde{z}(n) \quad (33)$$

其中 $\tilde{z}(n)$ 是归一化噪声，其功率为 1。

6.3 系统仿真

本文使用 Jacks 模型生成多径衰落的快时变信道（生成方法见第四节问题二的求解），使用 DPS-BEM 方法对此信道进行估计（估计方法见第三节问题一的求解）。信道参数与通信系统参数为：信道多普勒频移 $\nu=100\text{Hz}$ ，初始相位均分布，发送端每次发送 $N=48$ 个字符，每个字符在 $[0,15]$ 间随机生成，使用 16QAM 调制，SNR 范围为 0~40dB。

图 16 为当 SNR=10dB 时，接收信号的星座图分布情况。从图 16 中可以看出，大部分的点都集中在 16QAM 星座图的调制中心点附近。

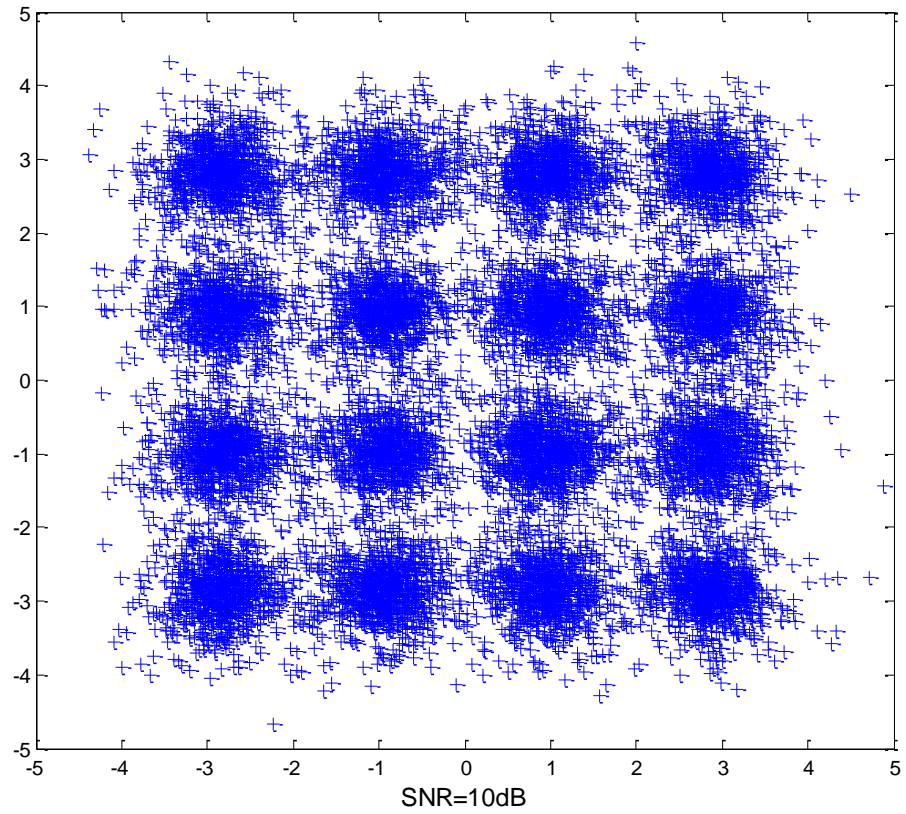


图 16 SNR=10dB 时星座图分布

图 17 为通信系统的 SNR 与 BER 关系图。在本系统中，BER 主要是由信道模型估计误差和加性高斯白噪声两方面引起的。从图 17 中可以看出，在 SNR 为 0~15dB 时，BER 随着 SNR 的增大迅速下降。在 SNR 大于等于 20dB 时，BER 为 0。这是由于 Jacks 模型生成的信道环境没有出现极端恶劣的情况，并且我们本文中的 DPS-BEM 对信道预测估计的很好，故在高 SNR 下，接收端没有出现误码率[15]。在图 17 中，我们还画出了只有 AWGN 时，和信道为瑞利衰落信道的理论曲线作为此通信系统的性能上界和下界。

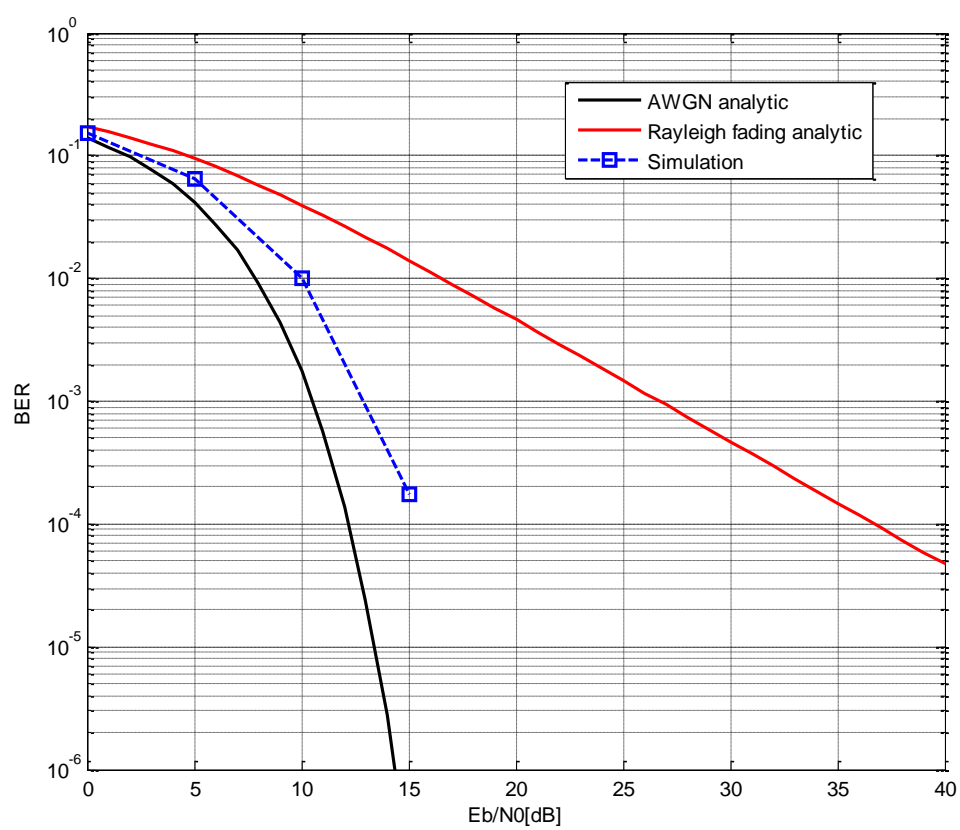


图 17 通信系统 SNR 与 BER 关系图

参考文献

- [1] Tomasz Hrycak, etc. Low Complexity Equalization for Doubly Selective Channels Modeled by a Basis Expansion. *IEEE Trans. Signal Processing*, 2010,58(11):5706-5719.
- [2] Saptarshi Das. Mathematical Methods for Wireless Channel Estimation and Equalization. Dissertation, University of Vienna, 2009.
- [3] 吴伟凌等, 移动通信原理, 电子工业出版社, 2009.1.
- [4] 樊昌信等, 通信原理, 国防工业出版社, 2013.8.
- [5] Yahong R., etc. Improved Models for the Generation of Multiple Uncorrelated Rayleigh Fading Waveforms. *IEEE Communications Letters*, 2002,6(6):256-258.
- [6] 3rd Generation Partnership Project, Technical Specification, 36.101(3GPP TS 36.101), v8.0.0, 2007.12.
- [7] M.Guillaud and D.T.M. Slock, "Channel modeling and associated inter-carrier interference equalization for OFDM systems with high Doppler spread," in *Proc. IEEE Int. Conf. Acoustics, Speech, Signal Process.* Apr. 2003, vol. 4, pp.237-240.
- [8] Z. Tang, R. C. Cannizzaro, G. Leus, and P. Banelli, "Pilot-assisted time-varying channel estimation for OFDM systems," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 55, no. 5, pp. 2226-2238. May 2007.
- [9] D. K. Borah and B. T. Hart, "Frequency-selective fading channel estimation with a polynomial time-varying channel model," *IEEE Trans. Commun.*, vol 47, no. 6, pp. 862-873, Jun. 1999.
- [10] T. Zemme and C. F. Mecklenbraeuer, "Time-variant channel estimation using discrete prolate spheroidal sequences," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 53, no. 9, pp. 3597-3607, Sep. 2005.
- [11] Goldsmith, A. *Wireless Communications* [M]. Cambridge University Press, 2005.
- [12] Pätzold, M. *Mobile Fading Channels* [M]. Wiley, 2002.
- [13] Fonta'n, F. P. and Espin~eira, P. M. *Modeling the Wireless Propagation Channel: A Simulation Approach with MATLAB* [M]. Wiley, 2008.
- [14] 韦岗, 季飞, 傅娟. 通信系统建模[M]. 北京: 电子工业出版社, 2007.
- [15] Y. S. Cho, J. Kim, W. Y. Yang, and C. G. Kang, *MIMO-OFDM Wireless Communications with MATLAB* [M]. Wiley, 2010.