

参赛密码 \_\_\_\_\_

(由组委会填写)



## “华为杯”第十四届中国研究生 数学建模竞赛

### 题 目      应用时空网络模型解决不正常航班恢复问题

#### 摘                  要：

由于不可抗阻的自然因素、不可预测的突发事件或是管理手段的落后，会使得航班无法按原计划出行。而飞机航班网络涉及到多机型的航班、乘客、机组，航班的延误是一个牵一发而动全身的系统工程问题，会影响成千上万旅客的出行。至今，业界还很少有实际的应用解决方案。

针对一个具体的航班恢复问题，本文进行了建模求解。问题主要背景是由于受到暴风雪的影响，在 2016 年 4 月 22 日的 18:00 到 21:00 之间关闭机场 OVS。在该时间段内该机场不能起飞或降落任何航班，需要合理安排飞机的起降、延误甚至取消等措施以最小成本实现航班的恢复。

本文创造性地采用在时空网络模型中引入飞机连续性的判断来解决单机型、多机型的不正常航班恢复，结合该整数规划模型，采用 Gurobi 优化软件进行求解。

对于问题一，只考虑机型 9 的所有航班，在机型 9 的原定航班尽可能不被取消的前提下，不考虑旅客信息，保证机型 9 的所有航班总体延误时间最短。我们调整航班分配，重新规划机型 9 的航班计划，制定出合理的起飞时刻表。我们可以得到机型 9 的所有航班总体延误时间最短为 1104 分钟。

在问题一的基础上，问题二需要考虑不同机型是否可以置换来尽可能缩

短所有航班的总体延误时间，因此在目标函数中增加了因机型置换产生的额外时间延误项。不同机型之间的航班置换等价于航空延误半个小时额外成本。我们在不考虑旅客信息，在不取消航班的前提下，我们优先考虑同组机型之间的相互置换，同时考虑飞机之后执行航班的可能延误时间总和，合理安排航班与飞机置换，重新规划飞机航班，可以得到在 OVS 机场起飞或降落的所有航班总体延误时间最短为 12787 分钟。

在问题三中添加了飞机的载客量因素，需要考虑旅客信息，假定旅客行程都是直达的，并假设所有航班都是 100% 的上座率，假设在不同机型间调整航班的成本除了航班本身延误半小时外，还要加上不能登机旅客的成本，假设一名旅客无法登机与该旅客延误 2 小时的成本相当。因此在目标函数中增加了因机型置换产生的额外旅客无法登机的时间延误项。我们在不取消航班的前提下，我们优先考虑同组机型之间的相互置换，同时考虑飞机之后执行航班的可能延误时间总和，合理安排航班与飞机置换，重新规划飞机航班，可以得到在 OVS 机场起飞或降落的所有航班总体延误时间最短为 2012620 分钟。

在第四问中，假设在不同机型间调整航班不考虑成本，但在旅客数据中提供了旅客的行程信息，包括旅客号，同行旅客数量，和相应的航班。每个旅客行程中的相连航班间最少需要 45 分钟间隔时间用于中转，旅客的延误按照旅客计划到达最终目的地时间为基准计算。我们灵活并合理调整航班和置换飞机，重新规划在 OVS 起飞或降落的航班计划，制定了新起飞时刻表，可以使所有航班总体延误时间最短为 14303305 分钟。

# 目录

一 问题重述.....	1
二 模型假设.....	3
三 符号说明与名词解释.....	4
3.1 符号说明.....	4
3.2 名词解释.....	4
四 问题一模型建立与提出.....	6
4.1 问题提出.....	6
4.2 问题分析.....	6
4.3 模型建立与求解.....	6
4.3.1 模型建立.....	6
4.3.2 模型求解.....	7
4.4 结论与分析.....	8
五 问题二模型建立与提出.....	9
5.1 问题提出.....	9
5.2 问题分析.....	9
5.3 模型建立与求解.....	9
5.3.1 模型建立.....	9
5.3.2 模型求解.....	11
5.4 结论与分析.....	11
六 问题三模型建立与提出.....	13
6.1 问题提出.....	13
6.2 问题分析.....	13
6.3 模型建立与求解.....	13
6.3.1 模型建立.....	13
6.3.2 模型求解.....	15
6.4 结论与分析.....	15
七 问题四模型建立与提出.....	16
7.1 问题提出.....	16
7.2 问题分析.....	16
7.3 模型建立与求解.....	16
7.3.1 模型建立.....	16
7.3.2 模型求解.....	18
7.4 结论与分析.....	18
八 总结.....	20

# 一 问题重述

随着经济的发展,飞机已经成为主要交通工具,航空出行已成为越来越多旅客的选择。但飞机出行具有许多不确定性,由于种种因素,航班可能无法按原计划出行。有不可抗阻的自然因素,如暴风雪、飓风等,有些是不可预测的突发事件,如突发恐怖袭击、飞机机械故障等等,还有些是因为管理手段的落后,比如飞行员缺位、空中管制。表 1 是 FlightStats 网站公布的 2016 年 2 月份世界主要航空公司和部分中国航空公司航班准点率的比较。可以看出,虽然中国的航班准点率很低,但其他国家和地区也不乐观,比如美国本土的平均航班准点率也只有 77%。但众所周知,飞机航班如果不能按原计划执行,不仅会给航空公司造成巨大的经济损失,同时还会给旅客出行带来极大的不便。世界范围内,近年来快速增长的航空旅客数量已超过了很多主要机场的容量,加上近年气候的反常变化和

安全突发事件的增多,航班恢复问题越来越受到各国民航管理机构和各大航空公司的重视,中国主要航空公司也已经把航班恢复的自动化提到了议事日程上了。

所以,在尽量不取消航班的基础上,如何减少经济损失是如今需要考虑的问题。

表 1-1 2016 年 2 月份世界主要航空公司和部分中国航空公司航班准点率

航空公司	名次	准点率%	航空公司	名次	准点率%
Iberia	1	92.45	United (美联航)	19	81.99
Singapore (新航)	2	88.14%	Cathy Pacific (国泰)	30	75.03
Delta (美三角)	3	87.54	Air China (国航)	38	66.55
American (美航)	6	86.2	China Eastern (东航)	39	61.74

现在由于受到暴风雪的影响,管理部门决定在 2016 年 4 月 22 日的 18:00 到 21:00 之间关闭机场 OVS。在该时间段内该机场不能起飞或降落任何航班,而该时间段之前的所有航班都处于正常状态,该时间段之后机场可立即恢复正常起降。因此,原定在该日 18:00 至 21:00 之间(不包括 18:00 和 21:00 这两个时刻)起降的所有航班都需要重新安排,而且它们的重新安排可能造成关闭后其它航班的重新安排。由于 OVS 机场的跑道限制,该机场每 5 分钟最多能起飞 5 架飞机,同时降落 5 架飞机。

需要研究以下问题:

(1) 不考虑旅客信息,如何重新规划机型 9 (不考虑其他机型) 的航班计划,制定起飞时间表(给出延误分钟),使得所有原计划安排给机型 9 的航班尽可能不被取消,同时保证机型 9 的所有航班总体延误时间最短?

(2) 不考虑旅客信息,假定同一机型的所有飞机的载客量相同,其间航班调整没有成本,但在不同机型间调整有成本。比方说飞机 DIBPV 属于 320 机型,飞机 COBPV 属于 321 机型,航班 174774110 原计划是安排给飞机 DIBPV 执行,如果将 174774110 分配给飞机 COBPV 执行则需要产生额外的成本。假设此额外成本等价于航班延误半小时(置换和延误有可能会同时发生,则成本叠加)。在这样的假设下如何重新规划飞机航班(包括所有机型的所有航班),制定起飞时间表(给出延误分钟)使原计划航班尽可能不被取消,同时保证所有航班总体延误时间最短?

(3) 进一步考虑飞机的载客量,假设在不同机型间调整航班的成本除了航班本身延误半小时外,还要加上不能登机旅客的成本(这里仍不考虑旅客的联程

信息，即假定旅客行程都是直达的，并假设所有航班都是 100%的上座率）。比如飞机 DIBPV 的载客量是 140 人，COBPV 的载客量是 170 人。如果将飞机 COBPV 的航班分给 DIBPV 去执行，将会有 30 名旅客因没有座位而无法登机。但如果将 DIBPV 的原计划航班分配给 COBPV 去执行则没有这种情况。假设一名旅客无法登机与该旅客延误 2 小时的成本相当，该如何重新规划航班以保证旅客总体延误时间最短？

（4）在第二题的基础上，假设在不同机型间调整航班不考虑成本。我们在旅客数据中提供了旅客的行程信息，包括旅客号，同行旅客数量，和相应的航班。每个旅客行程中的相连航班间最少需要 45 分钟间隔时间用于中转，如 23 日的航班 174778458（02:05 JOG—03:00 OVS）与 23 日的航班 174777524（05:50 OVS—08:10 XVS）的间隔时间为 2 小时 50 分钟。旅客的延误按照旅客计划到达最终目的地时间为基准计算。例如在案例中旅客号为 6 的旅客计划到达 XVS 时间是 23 日 08:10，如果不晚于该时间到达则延误为 0，如果到达 XVS 时间是 23 日 08:40 则延误时间是 30 分钟，考虑旅客号为 6 的同行旅客数量为 8，则总体延误时间是  $8 \times 30 = 240$  分钟。假定旅客号为 6 的旅客最终不能到达目的地相当于总体延误了  $8 \times 24$  小时。该如何重新规划航班以保证旅客总体延误时间最短？如果某旅客号对应的航班号在航班表里找不到相应记录则不需要考虑该旅客。如果某航班没有对应的旅客信息，可认为该航班目前没有乘客，则延误该航班没有成本代价。

## 二 模型假设

根据题意，提出以下假设：

除暴风雪影响造成 OVS 机场在 2016 年 4 月 22 日 18:00 到 21:00 期间关闭之外，之后不考虑其他影响因素，如不可预测突发事件和管理手段落后等。

不考虑机场可停留飞机的容量，机场可 24 小时工作。OVS 机场每 5 分钟最多能起飞 5 架飞机，同时降落 5 架飞机，其他机场无跑道限制。

假设飞机的飞行时间不会因延误而受影响。所有飞机的第一个航班的起飞机场与飞机的起点机场一致，航班的起飞时间不早于飞机的最早可用时间。所有飞机的最后一个航班的到达时间不能晚于飞机的最晚可用时间。

假设所有航班只能延误，不能提前。最早起飞时间不能早于原计划的起飞时间，且航班的起飞机场与飞机的起飞机场一致。每架飞机的连续航班的前一航班的到达机场与后一航班的起飞机场必须相同，而且前一航班到达时间与后一航班起飞时间之间的最小间隔时间为 45 分钟。

假设航班延误的决策时间点间隔为 5 分钟。

假设有一起订票并且行程完全一致的旅客，他们共享同一个旅客号，并作为一个整体考虑，不能分乘不同的航班。

## 三 符号说明与名词解释

### 3.1 符号说明

- $T$ : 时间轴上所考虑时间点的集合
- $F$ : 所有航班的集合
- $A$ : 所有飞机的集合
- $P$ : 所有乘客的集合
- $F_p$ : 乘客  $p$  所乘航班的集合
- $Fin$ : 到达 OVS 机场的所有航班集合
- $Fout$ : 离开 OVS 机场的所有航班集合
- $Fin_n$ : 从机场  $n$  出发到达 OVS 机场的所有航班集合
- $Fout_n$ : 从 OVS 机场到  $n$  机场的所有航班集合
- $C_f$ : 航班  $f$  的原载客量
- $C_{Af}$ : 航班  $f$  的现载客量
- $dT_f$ : 航班  $f$  的原计划起飞时间
- $Fly_f$ : 航班  $f$  的飞行时间
- $T_f$ : 航班  $f$  的所有可起飞时间集合
- $A_f$ : 航班  $f$  的运营飞机序号
- $A_P$ : 与 OVS 机场有来往的机场合集
- $Tin$ : 所有到达 OVS 机场航班的降落时间
- $Tout$ : 所有离开 OVS 机场航班的起飞时间
- $flast_p$ : 旅客  $p$  的最后一个航班序号
- $dT_{flastP}$ : 旅客  $p$  原计划起飞时间
- $Num_p$ : 旅客  $p$  的人数
- $CancelCost_f$ : 取消航班  $f$  的成本
- $X_f$ : 0-1 变量, 表示航班  $f$  是否取消, 取消为 1
- $X_{ft}$ : 0-1 变量, 表示航班  $f$  是否在  $t$  时刻起飞, 起飞为 1

### 3.2 名词解释

1、航班恢复问题: 本质上是运营恢复问题的一部分。或者说, 广义的航班恢复就是运营恢复, 包括(狭义的)航班恢复(Flight Recovery)、机组恢复(Crew

Recovery) 和旅客行程重新规划 (Passenger Re-accommodation) 三部分, 它们相互约束, 构成一个整体上超大规模的运筹优化问题。针对航班恢复问题, 通常有三种航班调整方法: 航班延误、飞机置换和航班取消。航班延误和飞机置换可以同时发生。

2、航班延误: 航班无法在原定的时间起飞, 通常航空公司对延误都有最大延误时间约束, 规定航班最大延误时间为 5 小时, 即延误超过 5 小时时一定取消该航班。航班延误的代价除了旅客满意度降低外, 更重要的是联程旅客可能赶不上下趟航班。

3、飞机置换: 将航班安排给不同于原计划执行飞机的其他飞机去执行。如按计划, 航班 1 连接航班 3 由飞机 A 执行, 航班 2 连接航班 4 由飞机 B 执行。但由于延误, 飞机 A 执行完航班 1 后没有足够时间间隔, 无法及时执行航班 3。于是, 调度员将航班 3 安排给飞机 B, 航班 4 安排给飞机 A 去执行。飞机置换并不需要在完全相同的飞机之间进行, 航空公司可以安排给满足约束条件的任何其它飞机。飞机置换通常是最佳航班恢复方案, 只要能满足最小飞机间隔时间就行。但这种机会不总是存在。

4、航班取消: 原定航班取消飞行。航班取消的代价最为严重, 所以在解决航班恢复问题时需要尽可能不取消航班。



## 四 问题一模型建立与提出

### 4.1 问题提出

由于受到暴风雪的影响，OVS 机场不得不于 18:00 至 21:00 期间停飞所有航班，这不仅会给航空公司造成巨大的经济损失，同时还会给旅客出行带来极大的不便。为了尽可能减少航空公司的损失和保证旅客的出行，问题一只考虑机型 9 的所有航班，在机型 9 的原定航班尽可能不被取消的前提下，不考虑旅客信息，保证机型 9 的所有航班总体延误时间最短，我们需要灵活合理调整航班分配，重新规划机型 9 的航班计划，制定出起飞时刻表。

### 4.2 问题分析

在 18:00 到 21:00 期间，OVS 机场将会关闭，因而在起期间原定机型 9 航班无法起飞，并且原定机型 9 航班因无法在 OVS 机场降落而停滞在前一机场。当 21:00 后，机场正常开放时，需要解决航班恢复问题。对于在 OVS 机场起飞的航班，可合理考虑飞机置换，即考虑安排停在 OVS 机场的机型 9 的空闲飞机代替航班原定的未到机场的飞机执行之前所延误的原定航班飞行任务。对于在 OVS 机场降落的航班，需要考虑 OVS 机场跑道限制及降落的机型 9 飞机之后的航班执行任务，合理安排停留在前一机场的飞机到达 OVS 机场的时间。另外需考虑 OVS 的起飞和降落时的跑道限制、最小飞机间隔时间、航班的连续性和航班延误的最大时间等。

### 4.3 模型建立与求解

#### 4.3.1 模型建立

在求解的过程中，我们的目标包括航班延误成本和航班取消成本。模型的目标是使机场的总的延误（到达延误加上出发延误）最小化。

目标函数可设为：

$$\min \sum_{f \in F} CancelCost_f \bullet x_f + \sum_{f \in F} (T_f - (1 - x_f) dT_f) \bullet C_f \quad (4-1)$$

在式（4-1）中，可设  $CancelCost_f$  为一最大整数。

约束条件有：

1) 航班是否取消

$$\left( \sum_{t \in T_f} x_{ft} \right) + x_f = 1, f \in F \quad (4-2)$$

2) 共计 16 架飞机

$$0 \leq A_f \leq 16, f \in F \quad (4-3)$$

3) 如果航班取消, 则  $T_f=0$

$$\sum_{t \in T_f} t \bullet x_{tf} = T_f, f \in F \quad (4-4)$$

4) 航班起飞时间为机型 9 飞机可用时间

$$(1-x_f) \bullet SAT_{af} \leq T_f \leq (1-x_f) \bullet EAT_{af}, f \in F, [SAT_{af}, EAT_{af}] \text{ 为飞机可用时间} \quad (4-5)$$

5) 由于 OVS 机场跑道限制, 每 5 分钟最多能起飞 5 架机型 9 飞机, 同时降落 5 架机型 9 飞机

$$\begin{aligned} NI_i &= \sum_{\substack{T_{int} \in Tin \\ T_{int}/5=i}} 1 \leq 5 \\ NO_i &= \sum_{\substack{T_{out} \in Tout \\ T_{out}/5=i}} 1 \leq 5 \end{aligned} \quad (4-6)$$

6)  $NI_{an}$  为机型 9 飞机 a 从 n 机场飞往 OVS 机场的次数

$$NI_{an} = \sum_{a \in A} \sum_{\substack{f \in Fin_n \\ A_f=a}} (1-x_f) \quad (4-7)$$

7)  $NO_{an}$  为机型 9 飞机 a 从 OVS 机场飞往 n 机场的次数

$$NO_{an} = \sum_{a \in A} \sum_{\substack{f \in Fout_n \\ A_f=a}} (1-x_f) \quad (4-8)$$

8) 为保证航班的连续性, fin 和 fout 必须间隔出现

$$|NI_{an} - NO_{an}| \leq 1, \forall a \in A, \forall n \in AP \quad (4-9)$$

$$\left| \sum_{\substack{f_i \in Fin_n \\ A_{f_i}=a}} \sum_{\substack{f_o \in Fout_n \\ A_{f_o}=a, T_{f_i} < T_{f_o}}} (1-x_{f_i})(1-x_{f_o}) - \sum_{\substack{f_j \in Fin_n \\ A_{f_j}=a}} \sum_{\substack{f_o \in Fout_n \\ A_{f_o}=a, T_{f_j} > T_{f_o}}} (1-x_{f_j})(1-x_{f_o}) \right| = \begin{cases} NI_{an}, NI_{an} = NO_{an} \\ 0, NI_{an} \neq NO_{an} \end{cases} \quad (4-10)$$

9) 为保证每架机型 9 飞机从降落和再次起飞之间间隔 45 分钟

$$|T_{f_i} + Flyt_{f_i} - T_{f_o}| > 45, \forall f_i \in Fin_n, \forall f_o \in Fout_n, A_{f_i}=a, A_{f_o}=a, a \in A, n \in AP \quad (4-11)$$

### 4.3.2 模型求解

模型既有二进制, 也有非二进制的整数变量。在短期流量管理中, 通常情况

下是几个小时范围内的航班调度问题。而且将时间划分成若干时间段，每段约 5 分钟，该模型是一个整数规划模型。

本文建立了单机型的时空网络模型，结合数学模型，采用 Gurobi 优化软件进行求解。Gurobi 优化软件采用的是最新优化技术，其充分利用了多核处理器的优势，采用方便轻巧的接口，可支持 C++, Java, Python, .Net 开发，可支持 Windows, Linux, Mac OSX 支持 AMPL、GAMS、AIMMS 和 Windows Solver Foundation 建模环境单一版本等平台，具有较高的性价比，可方便各种需求，具有 Matlab 的技术支持，Gurobi 提供中英文双语技术支持，同时可支持多目标处理，能够灵活确定目标优先级并有效求解，可以更高效而便捷地建立数学模型，可以直接输入 Min, Max, Abs, 逻辑条件（AND, OR）等约束，而不必人为转换为线性约束<sup>[1]</sup>。

#### 4.4 结论与分析

我们可得结果如附件 Excel 表格所示，不考虑旅客信息，不取消航班的前提下，我们可以得到机型 9 的所有航班总体延误时间最短为 1104 分钟。筛选出因 OVS 机场在 18:00 到 21:00 关闭所造成的航班延误数据，如图 4-1 所示。

航班唯一编	起飞时间	新起飞时间	到达时间	新到达时间	起飞机	到达机	飞机尾	新飞机尾	延误时
174774124	4/22/16 18:50	4/22/16 19:24	4/22/16 20:26	4/22/16 21:00	LEH	OVS	41098	41098	34
174773887	4/22/16 18:35	4/22/16 19:25	4/22/16 20:10	4/22/16 21:00	NZK	OVS	51098	51098	50
174773751	4/22/16 17:40	4/22/16 19:25	4/22/16 19:15	4/22/16 21:00	LLT	OVS	23098	23098	105
174773957	4/22/16 17:25	4/22/16 19:23	4/22/16 19:02	4/22/16 21:00	WTR	OVS	14098	14098	118
174773460	4/22/16 20:50	4/22/16 21:00	4/22/16 22:05	4/22/16 22:15	OVS	ZOV	14098	75098	10
174774298	4/22/16 16:25	4/22/16 16:35	4/22/16 19:50	4/22/16 21:00	GKS	OVS	44098	44098	70
174773380	4/22/16 15:10	4/22/16 18:14	4/22/16 18:01	4/22/16 21:05	MJT	OVS	64098	64098	184
174773432	4/22/16 20:50	4/22/16 21:00	4/22/16 22:00	4/22/16 22:10	OVS	JOG	64098	46098	10
174773636	4/22/16 16:05	4/22/16 18:38	4/22/16 18:32	4/22/16 21:05	KMM	OVS	15098	15098	153
174774076	4/22/16 20:05	4/22/16 21:00	4/22/16 21:45	4/22/16 22:40	OVS	XIR	15098	32098	55
174774314	4/22/16 16:20	4/22/16 19:15	4/22/16 18:10	4/22/16 21:05	HRA	OVS	85098	85098	175
174774048	4/22/16 19:45	4/22/16 21:00	4/22/16 21:15	4/22/16 22:30	OVS	QSM	85098	82098	75
174774144	4/22/16 18:30	4/22/16 19:35	4/22/16 20:00	4/22/16 21:05	XIR	OVS	26098	26098	65

图 4-1 因 OVS 机场在 18:00 到 21:00 关闭所造成的 9 机型航班延误数据

如航班 174773380 原计划在 18:01 分降落，但由于 OVS 机场关闭，所以航班 174773380 原定的尾号 64098 飞机只能在 18:14 分在 MJT 机场起飞并且推迟到 21:05 分在 OVS 机场降落，而 174773432 航班原计划在 20:50 分由 OVS 机场起飞，为减少延误时间，且 174773432 航班原定的尾号 64098 飞机 21:05 分在 OVS 机场降落，由于飞机降落与再次起飞之间时间间隔至少要 45 分钟，所以可进行飞机置换，考虑到尾号 46098 飞机在 15:37 分降落在 OVS 机场，所以可以将 174773432 航班原定的尾号 64098 飞机置换为尾号 46098 飞机，由尾号 46098 飞机执行航班飞行任务。而之后尾号 46098 飞机在 21:50 分将要执行航班 174773536 的飞行任务，这时尾号 64098 飞机已经在 21:05 分降落在 OVS 机场，所以可以替换尾号 46098 飞机，执行航班 174773536 的飞行任务。另外，需要注意由于 OVS 机场的跑道限制，每 5 分钟只能有 5 架飞机起飞和 5 架飞机降落。

在这种调整制度下，在不取消原计划安排给机型 9 的航班的前提下，灵活并合理调整航班和置换飞机，重新规划机型 9 的航班计划，制定了新起飞时刻表，可以使得机型 9 的所有航班总体延误时间最短为 1104 分钟。

## 五 问题二模型建立与提出

### 5.1 问题提出

由于 OVS 机场在 18:00 至 21:00 关闭,该机场在此期间所有航班都将无法正常飞行,航班可由不同机型的飞机执行飞行任务,所以合理的情况下可以考虑进行不同机型航班之间置换,但不同航班之间进行置换时会造成额外成本,由于不考虑旅客信息,在问题二中额外成本等价于航空延误半个小时,同时置换和延误可能同时发生,则成本将会叠加。假设同一机型的飞机之间相互置换时无额外成本,所以问题二需要在问题一的基础上考虑不同机型是否可以置换来尽可能缩短所有航班的总体延误时间。

### 5.2 问题分析

在 18:00 到 21:00 期间, OVS 机场将会关闭,因而在起期间所有航班无法起飞,并且所有航班因无法在 OVS 机场降落而停滞在前一机场。当 21:00 后,机场正常开放时,需要解决航班恢复问题。对于在 OVS 机场起飞的航班,可考虑飞机置换,即考虑安排停在 OVS 机场的同机型及不同机型的空闲飞机代替航班原定的未到机场的飞机执行之前所延误的原定航班飞行任务,但不同机型飞机置换时将会产生额外成本,所以,在飞机置换时需优先考虑同组机型飞机之间是否可以置换,当无法进行置换时,再考虑当合理安排航班起飞时间后,其所推迟时间,即现在的起飞时间与可置换不同机型飞机的起飞时间之间是否会超过半小时,从而进行优化。对于在 OVS 机场降落的航班,需要考虑 OVS 机场的跑道限制,同时需要考虑降落飞机之后的执行任务及延误时间,来合理安排停留在前一机场的飞机到达 OVS 机场的时间。另外需考虑 OVS 的起飞和降落时的跑道限制、航班的连续性、最小飞机间隔时间和航班延误的最大时间等。

### 5.3 模型建立与求解

#### 5.3.1 模型建立

在求解的过程中,我们的目标包括航班延误成本,航班取消成本和置换不同机型的飞机时所产生的额外成本。在尽可能不取消原定航班的前提下,模型的目标是使机场的总的延误(到达延误加上出发延误)最小化。

目标函数可设为:

$$\min \sum_{f \in F} CancelCost_f \cdot x_f + \sum_{f \in F} (T_f - (1 - x_f)dT_f) \cdot C_f + \sum_{\substack{f \in F \\ Ty_f \neq Ty_{Af}}} 30 \cdot C_f \quad (5-1)$$

在式(5-1)中,可设  $CancelCost_f$  为一最大整数。

约束条件有:

1) 航班是否取消

$$\left( \sum_{t \in T_f} x_{ft} \right) + x_f = 1, f \in F \quad (5-2)$$

2) 共计 151 架飞机

$$0 \leq A_f \leq 151, f \in F \quad (5-3)$$

3) 如果航班取消, 则  $T_f=0$

$$\sum_{t \in T_f} t \bullet x_{ft} = T_f, f \in F \quad (5-4)$$

4) 航班起飞时间为飞机可用时间

$$(1-x_f) \bullet SAT_{af} \leq T_f \leq (1-x_f) \bullet EAT_{af}, f \in F, [SAT_{af}, EAT_{af}] \text{ 为飞机可用时间} \quad (5-5)$$

5) 由于 OVS 机场跑道限制, 每 5 分钟最多能起飞 5 架飞机, 同时降落 5 架飞机

$$NI_i = \sum_{\substack{T_{int} \in T_{in} \\ T_{int}/5=i}} 1 \leq 5$$

$$NO_i = \sum_{\substack{T_{out} \in T_{out} \\ T_{out}/5=i}} 1 \leq 5 \quad (5-6)$$

6)  $NI_{an}$  为飞机 a 从 n 机场飞往 OVS 机场的次数

$$NI_{an} = \sum_{a \in A} \sum_{\substack{f \in Fin_n \\ A_f=a}} (1-x_f) \quad (5-7)$$

7)  $NO_{an}$  为飞机 a 从 OVS 机场飞往 n 机场的次数

$$NO_{an} = \sum_{a \in A} \sum_{\substack{f \in Fout_n \\ A_f=a}} (1-x_f) \quad (5-8)$$

8) 为保证航班的连续性, fin 和 fout 必须间隔出现

$$|NI_{an} - NO_{an}| \leq 1, \forall a \in A, \forall n \in A_p \quad (5-9)$$

$$\left| \sum_{\substack{f_i \in Fin_n \\ A_{f_i}=a}} \sum_{\substack{f_o \in Fout_n \\ A_{f_o}=a, T_{f_i} < T_{f_o}}} (1-x_{f_i})(1-x_{f_o}) - \sum_{\substack{f_i \in Fin_n \\ A_{f_i}=a}} \sum_{\substack{f_o \in Fout_n \\ A_{f_o}=a, T_{f_i} > T_{f_o}}} (1-x_{f_i})(1-x_{f_o}) \right| = \begin{cases} NI_{an}, NI_{an} = NO_{an} \\ 0, NI_{an} \neq NO_{an} \end{cases} \quad (5-10)$$

9) 为保证每架飞机从降落和再次起飞之间间隔 45 分钟

$$|T_{f_i} + Flyt_{f_i} - T_{f_o}| > 45, \forall f_i \in Fin_n, \forall f_o \in Fout_n, A_{f_i}=a, A_{f_o}=a, a \in A, n \in A_p \quad (5-11)$$

### 5.3.2 模型求解

模型和问题一一样，既有二进制，也有非二进制的整数变量。在短期流量管理中，通常情况下也是几个小时范围内的航班调度问题。而且将时间划分成若干时间段，每段约 5 分钟，该模型是一个整数规划模型。

本文建立了单机型和多机型的时空网络模型，结合数学模型，同样采用 Gurobi 优化软件进行求解。

### 5.4 结论与分析

我们可得结果如附件 Excel 表格所示，不考虑旅客信息，在不取消航班的前提下，我们优先考虑同组机型之间的相互置换，同时考虑飞机之后执行航班的可能延误时间总和，合理安排航班与飞机置换，重新规划飞机航班，可以得到在 OVS 机场起飞或降落的所有航班总体延误时间最短为 12787 分钟。筛选并选出因 OVS 机场在 18:00 到 21:00 关闭所造成的航班延误数据，部分如图 5-1 所示。

航班唯一编号	起飞时间	新起飞时间	到达时间	新到达时间	起飞机场	到达机场	飞机型号	新飞机型号	飞机尾号	新飞机尾号	延误时间
174774124	4/22/16 18:50	4/22/16 19:39	4/22/16 20:26	4/22/16 21:15	LEH	OVS	9	9	41098	41098	49
174773887	4/22/16 18:35	4/22/16 19:40	4/22/16 20:10	4/22/16 21:15	NZK	OVS	9	9	51098	51098	65
174774076	4/22/16 20:05	4/22/16 21:25	4/22/16 21:45	4/22/16 23:05	OVS	XIR	9	9	15098	32098	80
174774048	4/22/16 19:45	4/22/16 21:35	4/22/16 21:15	4/22/16 23:05	OVS	QSM	9	9	85098	82098	110
174773751	4/22/16 17:40	4/22/16 19:30	4/22/16 19:15	4/22/16 21:05	LLT	OVS	9	9	23098	23098	110
174773957	4/22/16 17:25	4/22/16 19:38	4/22/16 19:02	4/22/16 21:15	WTR	OVS	9	9	14098	14098	133
174774298	4/22/16 16:25	4/22/16 17:55	4/22/16 19:50	4/22/16 21:20	GKS	OVS	9	9	44098	44098	90
174773380	4/22/16 15:10	4/22/16 18:14	4/22/16 18:01	4/22/16 21:05	MJT	OVS	9	9	64098	64098	184
174773636	4/22/16 16:05	4/22/16 18:53	4/22/16 18:32	4/22/16 21:20	KMM	OVS	9	9	15098	15098	168
174773460	4/22/16 20:50	4/22/16 21:20	4/22/16 22:05	4/22/16 22:35	OVS	ZOV	9	9	14098	75098	30
174774314	4/22/16 16:20	4/22/16 19:30	4/22/16 18:10	4/22/16 21:20	HRA	OVS	9	9	85098	85098	190
174774144	4/22/16 18:30	4/22/16 19:50	4/22/16 20:00	4/22/16 21:20	XIR	OVS	9	9	26098	26098	80
174774204	4/22/16 21:05	4/22/16 21:20	4/22/16 23:00	4/22/16 23:15	OVS	VOR	9	9	44098	36098	15
174773919	4/22/16 23:55	4/23/16 0:00	4/23/16 1:50	4/23/16 1:55	VOR	OVS	9	9	44098	36098	5
174773432	4/22/16 20:50	4/22/16 21:20	4/22/16 22:00	4/22/16 22:30	OVS	JOG	9	9	64098	46098	30
174773464	4/22/16 20:45	4/22/16 21:00	4/22/16 23:25	4/22/16 23:40	OVS	MJT	32A	73H	HSBQV	DCBPV	45
174777538	4/23/16 0:25	4/23/16 0:25	4/23/16 3:10	4/23/16 3:10	MJT	OVS	32A	73H	HSBQV	DCBPV	30
174773853	4/22/16 18:50	4/22/16 21:00	4/22/16 21:55	4/23/16 0:05	OVS	CGS	32A	32A	YJBPV	YJBPV	130
174773700	4/22/16 23:15	4/23/16 0:50	4/23/16 2:35	4/23/16 4:10	CGS	OVS	32A	32A	YJBPV	YJBPV	95
174774412	4/22/16 16:50	4/22/16 18:41	4/22/16 18:14	4/22/16 21:05	GRP	OVS	320	320	CKBPV	CKBPV	171
174773877	4/22/16 19:25	4/22/16 21:50	4/22/16 21:30	4/22/16 23:55	OVS	AFU	320	320	CKBPV	CKBPV	145
174773907	4/22/16 19:25	4/22/16 21:00	4/22/16 23:05	4/23/16 0:40	OVS	FGK	32A	32A	HLBPV	HLBPV	95
174777962	4/23/16 0:10	4/23/16 1:25	4/23/16 3:55	4/23/16 5:10	FGK	OVS	32A	32A	HLBPV	HLBPV	75
174777936	4/23/16 5:25	4/23/16 5:55	4/23/16 7:40	4/23/16 8:10	OVS	QAA	32A	32A	HLBPV	HLBPV	30
174777934	4/23/16 8:30	4/23/16 8:55	4/23/16 10:40	4/23/16 11:05	QAA	OVS	32A	32A	HLBPV	HLBPV	25
174778584	4/23/16 11:40	4/23/16 11:50	4/23/16 14:00	4/23/16 14:10	OVS	RRK	32A	32A	HLBPV	HLBPV	10
174773408	4/22/16 16:30	4/22/16 19:41	4/22/16 18:09	4/22/16 21:20	DGK	OVS	32A	32A	LLBPV	LLBPV	191

图 5-1 部分因 OVS 机场在 18:00 到 21:00 关闭所造成的航班延误数据

由图 5-1 所示，由于在问题 1 中涉及到飞机型号 9 的航班能够很好地实现相同机型的航班置换，使得延误时间都是由于 OVS 机场在 18:00 到 21:00 关闭而无法实现的飞机的起飞以及降落引起的“硬性”延误时间，此延误时间无法通过航班置换、航班取消等途径取消。因此，在问题二中对于飞机型号 9 所涉及的航班延误处理方案基本与问题 1 相同，除了因机场流量控制而产生的必要的合理飞机起降时间调整。相较而言，若某一飞机因 OVS 机场在 18:00 到 21:00 关闭而无法实现起飞或者降落的“硬性”延误引起的该飞机后续延误航班数越多，应该给予其越高的起降优先级，而实现所有航班总延误时长最短的计算目标。由于前序航班延误而引起的同一飞机后续航班延误可称为“软”延误，此类延误可以通过航班置换的方式达到最小化。在该问题中，对于原本由 32A 机型的尾号为 HSBQV 执行的 174773464 航班，其先序航班为 174774190，原定起降时间为 4/22/16 16:20 至 4/22/16 18:34。由于 OVS 机场在 18:00 到 21:00 关闭，其最早降落时间为 4/22/16 21:00，而造成了 146 分钟的硬性延误时间。那么如果不进行航班延误，原定起降时间为 4/22/16 20:45 至 4/22/16 23:25 的 174773464 航班，必须在先序航班降落后 45 分钟才能起飞，则至少延误至 4/22/16 21:45 起飞、4/23/16 0:25 降落。那么对于 174773464 航班的后续原定起降时间为 4/23/16 0:25 至 4/23/16 3:10 的 174777538 航班，至少需要推迟到 4/23/16 1:10 起飞。则 174773464、174777538

航班会产生  $60+45=105$  分钟的延误。由图 5-1 所示,采用 73H 机型的 DCBPV 航班来执行 174773464、174777538 航班。由于 DCBPV 航班的先序航班已于 4/22/16 14:50 降落在 OVS 机场,故无需等待 45 分钟,可使得 174773464 航班于 4/22/16 21:00、4/22/16 23:40 降落,则后续 174777538 航班可按原计划在 4/23/16 0:25 起飞。由于跨机型飞机置换成本为 30 分钟,在此飞机置换方案下,174773464、174777538 航班仅产生  $15+30+30=75$  分钟的延误,要优于不置换、仅延误的航班恢复方案。

在这种调整制度下,灵活并合理调整航班和置换飞机,重新规划在 OVS 起飞或降落的航班计划,制定了新起飞时刻表,可以使所有航班总体延误时间最短为 12787 分钟。



## 六 问题三模型建立与提出

### 6.1 问题提出

由于 OVS 机场在 18:00 至 21:00 关闭,该机场在此期间所有航班都将无法正常飞行,航班可由不同机型的飞机执行飞行任务,所以合理的情况下可以考虑进行不同机型航班之间置换,但不同航班之间进行置换时会造成额外成本,由于添加了飞机的载客量因素,需要考虑旅客信息,假定旅客行程都是直达的,并假设所有航班都是 100% 的上座率,假设在不同机型间调整航班的成本除了航班本身延误半小时外,还要加上不能登机旅客的成本,在问题三中置换不同机型飞机所产生的额外成本同样等价于航空延误半个小时,同时置换和延误可能同时发生,则成本将会叠加,假设同一机型的飞机之间相互置换时无额外成本,因此相对于第二题,需另外考虑置换不同机型所产生的旅客的成本。所以问题三需要在问题二的基础上考虑不同机型进行置换时产生的旅客成本,假设一名旅客无法登机与该旅客延误 2 小时的成本相当。

### 6.2 问题分析

在 18:00 到 21:00 期间, OVS 机场将会关闭,因而在起期间所有航班无法起飞,并且所有航班因无法在 OVS 机场降落而停滞在前一机场。当 21:00 后,机场正常开放时,需要解决航班恢复问题。对于在 OVS 机场起飞的航班,可考虑飞机置换,即考虑安排停在 OVS 机场的同机型及不同机型的空闲飞机代替航班原定的未到机场的飞机执行之前所延误的原定航班飞行任务,但不同机型飞机置换时将会产生额外成本,且不同机型发生置换时由于两种机型的载客量不同,会引起部分乘客由于没有座位而无法登机。比如飞机 DIBPV 的载客量是 140 人, COBPV 的载客量是 170 人。如果将飞机 COBPV 的航班分给 DIBPV 去执行,将会有 30 名旅客因没有座位而无法登机。但如果将 DIBPV 的原计划航班分配给 COBPV 去执行则没有这种情况。所以,在飞机置换时需优先考虑同组机型飞机之间是否可以置换,当无法进行置换时,再考虑是否要进行不同机型的置换,或是直接选择延误每个后续航班从而进行优化。对于在 OVS 机场降落的航班,需要考虑 OVS 机场的跑道限制,同时需要考虑降落飞机之后的执行任务及延误时间,来合理安排停留在前一机场的飞机到达 OVS 机场的时间。另外需考虑 OVS 的起飞和降落时的跑道限制、航班的连续性、最小飞机间隔时间和航班延误的最大时间等。

### 6.3 模型建立与求解

#### 6.3.1 模型建立

在求解的过程中,我们的目标包括航班延误成本和航班取消成本。模型的目标是使机场的总的延误(到达延误加上出发延误)最小化。

目标函数可设为:

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{f \in F} CancelCost_f \bullet x_f + \sum_{f \in F} (T_f - (1 - x_f)HT_f) \bullet C_f + \sum_{\substack{f \in F \\ Ty_f \neq Ty_{Af}}} 30 \bullet C_f + \sum_{\substack{f \in F \\ C_f > C_{Af}}} 120 \bullet (C_f - C_{Af}) \end{aligned} \quad (6-1)$$



在式（6-1）中，可设  $\text{CancelCost}_f$  为一最大整数。  
约束条件有：

1) 航班是否取消

$$\left( \sum_{t \in T_f} x_{ft} \right) + x_f = 1, f \in F \quad (6-2)$$

2) 共计 151 架飞机

$$0 \leq A_f \leq 151, f \in F \quad (6-3)$$

3) 如果航班取消，则  $T_f=0$

$$\sum_{t \in T_f} t \bullet x_{ft} = T_f, f \in F \quad (6-4)$$

4) 航班起飞时间为飞机可用时间

$$(1 - x_f) \bullet SAT_{af} \leq T_f \leq (1 - x_f) \bullet EAT_{af}, f \in F, [SAT_{af}, EAT_{af}] \text{ 为飞机可用时间} \quad (6-5)$$

5) 由于 OVS 机场跑道限制，每 5 分钟最多能起飞 5 架飞机，同时降落 5 架飞机

$$\begin{aligned} NI_i &= \sum_{\substack{T_{int} \in T_{in} \\ T_{int}/5=i}} 1 \leq 5 \\ NO_i &= \sum_{\substack{T_{out} \in T_{out} \\ T_{out}/5=i}} 1 \leq 5 \end{aligned} \quad (6-6)$$

6)  $NI_{an}$  为飞机 a 从 n 机场飞往 OVS 机场的次数

$$NI_{an} = \sum_{a \in A} \sum_{\substack{f \in Fin_n \\ A_f=a}} (1 - x_f) \quad (6-7)$$

7)  $NO_{an}$  为飞机 a 从 OVS 机场飞往 n 机场的次数

$$NO_{an} = \sum_{a \in A} \sum_{\substack{f \in Fout_n \\ A_f=a}} (1 - x_f) \quad (6-8)$$

8) 为保证航班的连续性， $fin$  和  $fout$  必须间隔出现

$$|NI_{an} - NO_{an}| \leq 1, \forall a \in A, \forall n \in AP \quad (6-9)$$

$$\left| \sum_{\substack{f_i \in Fin_n \\ A_{f_i}=a}} \sum_{\substack{f_o \in Fout_n \\ A_{f_o}=a, T_{f_i} < T_{f_o}}} (1-x_{f_i})(1-x_{f_o}) - \sum_{\substack{f_i \in Fin_n \\ A_{f_i}=a}} \sum_{\substack{f_o \in Fout_n \\ A_{f_o}=a, T_{f_i} > T_{f_o}}} (1-x_{f_i})(1-x_{f_o}) \right| = \begin{cases} Ni_{an}, Ni_{an} = No_{an} \\ 0, Ni_{an} \neq No_{an} \end{cases} \quad (6-10)$$

9) 为保证每架飞机从降落和再次起飞之间间隔 45 分钟

$$|T_{f_i} + Flyt_{f_i} - T_{f_o}| > 45, \forall f_i \in Fin_n, \forall f_o \in Fout_n, A_{f_i} = a, A_{f_o} = a, a \in A, n \in AP \quad (6-11)$$

### 6.3.2 模型求解

模型既有二进制，也有非二进制的整数变量。在短期流量管理中，通常情况下是几个小时范围内的航班调度问题。而且将时间划分成若干时间段，每段约 5 分钟，该模型是一个整数规划模型。

本文建立了单机型的时空网络模型，结合数学模型，采用 Gurobi 优化软件进行求解。

## 6.4 结论与分析

我们可得结果如附件 Excel 表格所示，在不取消航班的前提下，我们优先考虑同组机型之间的相互置换，同时考虑飞机之后执行航班的可能延误时间总和，合理安排航班与飞机置换，重新规划飞机航班，可以得到在 OVS 机场起飞或降落的所有航班总体延误时间最短为 2012620 分钟。筛选并选取出因 OVS 机场在 18:00 到 21:00 关闭所造成的航班延误数据，部分如图 6-1 所示。

航班唯一编号	起飞时间	新起飞时间	到达时间	新到达时间	起飞机场	到达机场	飞机型号	新飞机型号	飞机尾号	新飞机尾号	延误时间	座位数	总延误时间
174774124	4/22/16 18:50	4/22/16 19:39	4/22/16 20:26	4/22/16 21:15	LEH	OVS	9	9	41098	41098	49	87	4263
174773887	4/22/16 18:35	4/22/16 19:40	4/22/16 20:10	4/22/16 21:15	NZK	OVS	9	9	51098	51098	65	87	5655
174774076	4/22/16 20:05	4/22/16 21:25	4/22/16 21:45	4/22/16 23:05	OVS	XIR	9	9	15098	32098	80	87	6960
174774048	4/22/16 19:45	4/22/16 21:35	4/22/16 21:15	4/22/16 23:05	OVS	QSM	9	9	35098	32098	110	87	9570
174773751	4/22/16 17:40	4/22/16 19:30	4/22/16 19:15	4/22/16 21:05	LLT	OVS	9	9	23098	23098	110	87	9570
174773957	4/22/16 17:25	4/22/16 19:38	4/22/16 19:02	4/22/16 21:15	WTR	OVS	9	9	14098	14098	133	87	11571
174774298	4/22/16 16:25	4/22/16 17:55	4/22/16 19:50	4/22/16 21:20	GKS	OVS	9	9	44098	44098	90	87	7830
174773380	4/22/16 15:10	4/22/16 18:14	4/22/16 18:01	4/22/16 21:05	MJT	OVS	9	9	64098	64098	184	87	16008
174773636	4/22/16 16:05	4/22/16 18:53	4/22/16 18:52	4/22/16 21:20	MMH	OVS	9	9	15098	15098	168	87	14616
174773460	4/22/16 20:50	4/22/16 21:20	4/22/16 22:05	4/22/16 22:35	OVS	ZOV	9	9	14098	75098	30	87	2610
174774314	4/22/16 16:20	4/22/16 19:30	4/22/16 18:10	4/22/16 21:20	HRA	OVS	9	9	35098	35098	190	87	16530
174774144	4/22/16 18:30	4/22/16 19:50	4/22/16 20:00	4/22/16 21:20	XIR	OVS	9	9	26098	26098	80	87	6960
174774204	4/22/16 21:05	4/22/16 21:20	4/22/16 23:00	4/22/16 23:15	OVS	VOR	9	9	44098	36098	15	87	1305
174773919	4/22/16 23:55	4/23/16 0:00	4/23/16 1:50	4/23/16 1:55	VOR	OVS	9	9	44098	36098	5	87	435
174773432	4/22/16 20:50	4/22/16 21:20	4/22/16 22:00	4/22/16 22:30	OVS	JOG	9	9	64098	46098	30	87	2610
174773464	4/22/16 20:45	4/22/16 21:00	4/22/16 23:25	4/22/16 23:40	OVS	MJT	32A	73H	HSBQV	DCBPV	45	158	7110
174777538	4/23/16 0:25	4/23/16 0:25	4/23/16 3:10	4/23/16 3:10	MJT	OVS	32A	73H	HSBQV	DCBPV	30	158	4740
174773853	4/22/16 18:50	4/22/16 21:00	4/22/16 21:55	4/23/16 0:05	OVS	CSS	32A	32A	YJBPV	YJBPV	130	158	20540
174773700	4/22/16 23:15	4/23/16 0:50	4/23/16 2:35	4/23/16 4:10	CSS	OVS	32A	32A	YJBPV	YJBPV	95	158	15010
174774412	4/22/16 15:50	4/22/16 18:41	4/22/16 18:14	4/22/16 21:05	GRP	OVS	320	320	CKBPV	CKBPV	171	140	23940
174773877	4/22/16 19:25	4/22/16 21:50	4/22/16 21:30	4/22/16 23:55	OVS	AFU	320	320	CKBPV	CKBPV	145	140	20300
174773907	4/22/16 19:25	4/22/16 21:00	4/22/16 23:05	4/23/16 0:40	OVS	FGK	32A	32A	HLBPV	HLBPV	95	158	15010
174777962	4/23/16 0:10	4/23/16 1:25	4/23/16 3:55	4/23/16 5:10	FGK	OVS	32A	32A	HLBPV	HLBPV	75	158	11850
174777936	4/23/16 5:25	4/23/16 5:55	4/23/16 7:40	4/23/16 8:10	OVS	GAA	32A	32A	HLBPV	HLBPV	30	158	4740
174777934	4/23/16 8:30	4/23/16 8:55	4/23/16 10:40	4/23/16 11:05	GAA	OVS	32A	32A	HLBPV	HLBPV	25	158	3950
174778594	4/23/16 11:40	4/23/16 11:50	4/23/16 14:00	4/23/16 14:10	OVS	RRV	32A	32A	HLBPV	HLBPV	10	158	1580
174773408	4/22/16 16:30	4/22/16 19:41	4/22/16 18:09	4/22/16 21:20	DGR	OVS	32A	32A	LLBPV	LLBPV	191	158	30178
174773752	4/22/16 17:05	4/22/16 19:34	4/22/16 18:41	4/22/16 21:10	FUR	OVS	32A	32A	RLBPV	RLBPV	149	158	23542
174773735	4/22/16 21:35	4/22/16 21:55	4/23/16 0:50	4/23/16 1:10	OVS	SNO	32A	32A	RLBPV	RLBPV	20	158	3160
174773785	4/22/16 18:05	4/22/16 21:00	4/22/16 20:30	4/22/16 23:25	OVS	VRM	320	320	EMBVP	EMBVP	175	140	24500

图 6-1 部分因 OVS 机场在 18:00 到 21:00 关闭所造成的航班延误数据

在 5.4 中提及的采用 73H 机型的 DCBPV 航班来执行原本由 32A 机型的尾号 HSBQV 飞机的 174773464、174777538 航班，但由于 73H 机型和 32A 机型的座位数都是 158 座，因此此跨机型航班置换不会产生额外的旅客没有座位而无法登机的延误。在图 6-1 中涉及到的其他航班都是同机型置换，且与图 5-1 中所给出的结果类似，仅多加考虑了机型的座位数，以及按每个航班都满载情况下旅客的总延误时间，故不再赘述。

## 七 问题四模型建立与提出

### 7.1 问题提出

在 OVS 机场 18:00 至 21:00 关闭期间,该机场在此期间所有航班都将无法正常飞行,航班可由不同机型的飞机执行飞行任务,所以合理的情况下可以考虑进行不同机型航班之间置换,在第四问中,假设在不同机型间调整航班不考虑成本,但在旅客数据中提供了旅客的行程信息,包括旅客号,同行旅客数量,和相应的航班。每个旅客行程中的相连航班间最少需要 45 分钟间隔时间用于中转,旅客的延误按照旅客计划到达最终目的地时间为基准计算。如果某旅客号对应的航班号在航班表里找不到相应记录则不需要考虑该旅客。如果某航班没有对应的旅客信息,可认为该航班目前没有乘客,则延误该航班没有成本代价。在考虑旅客信息的条件下,不考虑置换飞机产生的额外成本。假设飞机之间相互置换时无额外成本,所以问题四需要考虑旅客数据中提供的旅客的行程信息,包括旅客号,同行旅客数量,和相应的航班,考虑旅客的延误时间。

### 7.2 问题分析

在 18:00 到 21:00 期间, OVS 机场将会关闭,因而在起期间所有航班无法起飞,并且所有航班因无法在 OVS 机场降落而停滞在前一机场。当 21:00 后,机场正常开放时,需要解决航班恢复问题。对于在 OVS 机场起飞的航班,可考虑飞机置换,即考虑安排停在 OVS 机场的同机型及不同机型的空闲飞机代替航班原定的未到机场的飞机执行之前所延误的原定航班飞行任务,此问题中不同机型飞机置换时不考虑额外成本。但在此问题中需要考虑旅客问题,在旅客数据中提供了旅客的行程信息,包括旅客号,同行旅客数量,和相应的航班。每个旅客行程中的相连航班间最少需要 45 分钟间隔时间用于中转,旅客的延误按照旅客计划到达最终目的地时间为基准计算。如果某旅客号对应的航班号在航班表里找不到相应记录则不需要考虑该旅客。如果某航班没有对应的旅客信息,可认为该航班目前没有乘客,则延误该航班没有成本代价。在考虑旅客信息的条件下,不考虑置换飞机产生的额外成本。由于 OVS 机场在 18:00 到 21:00 关闭期间,引起的延误航班会使得乘坐该航班的旅客推迟降落在机场的时间,由于旅客赶不上飞机的后果巨大,故应尽可能安排旅客在合理延误时间内坐上后续航班。因此旅客乘坐的后序航班需在前序航班延误的影响下发生相对应的延误,而此延误会引起该飞机的后序航班延误,在某些情况下会产生较大的连锁影响。对于在 OVS 机场降落的航班,需要考虑 OVS 机场的跑道限制,同时需要考虑降落飞机之后的执行任务及延误时间,来合理安排停留在前一机场的飞机到达 OVS 机场的时间。另外需考虑 OVS 的起飞和降落时的跑道限制、航班的连续性、最小飞机间隔时间和航班延误的最大时间等。

### 7.3 模型建立与求解

#### 7.3.1 模型建立

在求解的过程中,我们的目标包括航班延误成本和航班取消成本。模型的目标是使机场的总的延误(到达延误加上出发延误)最小化。

目标函数可设为:

$$\min \sum_{f \in F} CancelCost_f \bullet x_f + \sum_{f \in F} Nump \bullet (T_{flast_p} - (1 - x_{flast_p})dT_{flast_p}) \quad (7-1)$$

在式（7-1）中，可设  $CancelCost_f$  为一最大整数。

约束条件有：

1) 航班是否取消

$$\left( \sum_{t \in T_f} x_{ft} \right) + x_f = 1, f \in F \quad (7-2)$$

2) 共计 151 架飞机

$$0 \leq A_f \leq 151, f \in F \quad (7-3)$$

3) 如果航班取消，则  $T_f=0$

$$\sum_{t \in T_f} t \bullet x_{ft} = T_f, f \in F \quad (7-4)$$

4) 航班起飞时间为飞机可用时间

$$(1 - x_f) \bullet SAT_{af} \leq T_f \leq (1 - x_f) \bullet EAT_{af}, f \in F, [SAT_{af}, EAT_{af}] \text{ 为飞机可用时间} \quad (7-5)$$

5) 由于 OVS 机场跑道限制，每 5 分钟最多能起飞 5 架飞机，同时降落 5 架飞机

$$\begin{aligned} NI_i &= \sum_{\substack{T_{int} \in Tin \\ T_{int}/5=i}} 1 \leq 5 \\ NO_i &= \sum_{\substack{T_{out} \in Tout \\ T_{out}/5=i}} 1 \leq 5 \end{aligned} \quad (7-6)$$

6)  $Ni_{an}$  为飞机 a 从 n 机场飞往 OVS 机场的次数

$$Ni_{an} = \sum_{a \in A} \sum_{\substack{f \in Fin_n \\ A_f=a}} (1 - x_f) \quad (7-7)$$

7)  $No_{an}$  为飞机 a 从 OVS 机场飞往 n 机场的次数

$$No_{an} = \sum_{a \in A} \sum_{\substack{f \in Fout_n \\ A_f=a}} (1 - x_f) \quad (7-8)$$

8) 为保证航班的连续性, fin 和 fout 必须间隔出现

$$|Ni_{an} - No_{an}| \leq 1, \forall a \in A, \forall n \in AP \quad (7-9)$$

$$\left| \sum_{\substack{f_i \in Fin_n \\ A_{f_i} = a}} \sum_{\substack{f_o \in Fout_n \\ A_{f_o} = a, T_{f_i} < T_{f_o}}} (1 - x_{f_i})(1 - x_{f_o}) - \sum_{\substack{f_i \in Fin_n \\ A_{f_i} = a}} \sum_{\substack{f_o \in Fout_n \\ A_{f_o} = a, T_{f_i} > T_{f_o}}} (1 - x_{f_i})(1 - x_{f_o}) \right| = \begin{cases} Ni_{an}, Ni_{an} = No_{an} \\ 0, Ni_{an} \neq No_{an} \end{cases} \quad (7-10)$$

9) 为保证每架飞机从降落和再次起飞之间间隔 45 分钟

$$|T_{f_i} + Flyt_{f_i} - T_{f_o}| > 45, \forall f_i \in Fin_n, \forall f_o \in Fout_n, A_{f_i} = a, A_{f_o} = a, a \in A, n \in AP \quad (7-11)$$

10) 中转时间

$$|T_{f_1} - (T_{f_1} + Flyt_{f_2})| > 45, \forall p \in P, \forall f_1 \in F_p, \forall f_2 \in F_p, f_1 \neq f_2 \quad (7-12)$$

11) 由于旅客无法到达目的地的延误代价过高, 故不考虑不同机型的置换, 添加约束

$$\forall f \in F, C_{A_f} = C_f \quad (7-13)$$

### 7.3.2 模型求解

模型既有二进制, 也有非二进制的整数变量。在短期流量管理中, 通常情况下是几个小时范围内的航班调度问题。而且将时间划分成若干时间段, 每段约 5 分钟, 该模型是一个整数规划模型。

本文建立了单机型的时空网络模型, 结合数学模型, 采用 Gurobi 优化软件进行求解。

## 7.4 结论与分析

我们可得结果如附件 Excel 表格所示, 在不取消航班的前提下, 我们优先考虑同组机型之间的相互置换, 同时考虑飞机之后执行航班的可能延误时间总和, 合理安排航班与飞机置换, 重新规划飞机航班, 可以得到在 OVS 机场起飞或降落的所有航班总体延误时间最短为 14303305 分钟。

旅客航班唯一编号		同行	起飞时间	新起飞时间	到达时间	新到达时间	飞机	到达机场	机型	新飞机型号	飞机尾号	飞机尾	延误时间	总延误时间
▼	▼	▼	▼	▼	▼	▼	▼	▼	▼	▼	▼	▼	▼	▼
19	174774048	14	4/22/16 19:45	4/22/16 21:35	4/22/16 21:15	4/22/16 23:05	OVS	QSM	9	9	8509	82098	110	1540
29	174777464	9	4/23/16 7:10	4/23/16 7:10	4/23/16 8:20	4/23/16 8:20	OVS	JOG	9	9	4409	44098	0	990
34	174773432	11	4/22/16 20:50	4/22/16 22:05	4/22/16 22:00	4/22/16 23:15	OVS	JOG	9	9	6409	46098	75	2849
41	174778554	8	4/23/16 9:50	4/23/16 10:20	4/23/16 14:05	4/23/16 14:35	OVS	VLT	321	321	IEBQ	IEBQV	30	1280
56	174777506	11	4/23/16 6:45	4/23/16 6:45	4/23/16 8:25	4/23/16 8:25	OVS	FUK	9	9	4109	41098	0	495
61	174777942	9	4/23/16 7:25	4/23/16 7:40	4/23/16 10:25	4/23/16 10:40	OVS	GEB	73H	73H	PVBQ	PVBQV	15	945
75	174773574	14	4/22/16 21:30	4/22/16 22:10	4/22/16 23:00	4/22/16 22:40	OVS	NZK	321	321	MUBP	MUBPV	40	2800
95	174773907	8	4/22/16 19:25	4/22/16 22:05	4/22/16 23:05	4/23/16 1:45	OVS	FGK	32A	32A	HLBP	HLBPV	170	2888
104	174778212	8	4/23/16 7:20	4/23/16 7:40	4/23/16 10:05	4/23/16 10:25	OVS	GRP	32A	32A	UPBQ	UPBQV	20	880
114	174778046	8	4/23/16 4:25	4/23/16 4:25	4/23/16 6:20	4/23/16 6:20	OVS	DGK	321	321	AEBQ	AEBQV	0	80
117	174778024	13	4/23/16 6:40	4/23/16 6:40	4/23/16 8:25	4/23/16 8:25	OVS	GOV	320	320	TIBQ	TIBQV	0	130
167	174773432	12	4/22/16 20:50	4/22/16 22:05	4/22/16 22:00	4/22/16 23:15	OVS	JOG	9	9	6409	46098	75	2916
175	174774120	12	4/22/16 21:55	4/22/16 21:55	4/23/16 0:45	4/23/16 0:45	OVS	NVE	320	320	SKBQ	SKBQV	0	1392
179	174774204	11	4/22/16 21:05	4/22/16 21:55	4/22/16 23:00	4/22/16 23:50	OVS	VOR	9	9	4409	36098	50	2189
188	174773853	12	4/22/16 18:50	4/22/16 21:00	4/22/16 21:55	4/23/16 0:05	OVS	CGS	32A	32A	YJBP	YJBPV	130	1560
200	174777942	12	4/23/16 7:25	4/23/16 7:25	4/23/16 10:25	4/23/16 10:25	OVS	GEB	73H	73H	PVBQ	PVBQV	0	1080
204	174778376	12	4/23/16 11:35	4/23/16 11:35	4/23/16 14:45	4/23/16 14:45	OVS	CUM	320	320	JEBQ	JEBQV	0	60
214	174778164	9	4/23/16 5:10	4/23/16 5:10	4/23/16 7:50	4/23/16 7:50	OVS	PIS	32A	32A	ITBP	ITBPV	0	270
215	174777464	9	4/23/16 7:10	4/23/16 7:10	4/23/16 8:20	4/23/16 8:20	OVS	JOG	9	9	4409	44098	0	315
221	174773889	10	4/22/16 21:10	4/22/16 21:25	4/23/16 0:10	4/23/16 0:25	OVS	DYG	320	320	MCBQ	YMBQV	15	150
225	174774210	9	4/22/16 22:20	4/22/16 22:20	4/23/16 2:20	4/23/16 2:20	OVS	FOT	320	320	VQBP	VQBQV	0	1656

图 7-1 部分因 OVS 机场在 18:00 到 21:00 关闭所造成的航班延误数据

在图 7-1 中，黄字且标红部分是由于旅客前序航班延误而引起的下一航班推迟，以尽可能地保证所有旅客能够登机，以避免旅客无法登机引起的巨大后果。这样的调整方法下，此延误会引起该飞机的后序航班延误，在某些情况下会产生较大的连锁影响。在这种调整制度下，我们灵活并合理调整航班和置换飞机，重新规划在 OVS 起飞或降落的航班计划，制定了新起飞时刻表，可以使所有航班总体延误时间最短为 14303305 分钟。

## 八 总结

由于不可抗阻的自然因素、不可预测的突发事件或是管理手段的落后，会使得航班无法按原计划出行。而飞机航班网络涉及到多机型的航班、乘客、机组，航班的延误是一个牵一发而动全身的系统工程问题，会影响成千上万旅客的出行。至今，业界还很少有实际的应用解决方案。

针对一个具体的航班恢复问题，本文进行了建模求解。问题主要背景是由于受到暴风雪的影响，在 2016 年 4 月 22 日的 18:00 到 21:00 之间关闭机场 OVS。在该时间段内该机场不能起飞或降落任何航班，需要合理安排飞机的起降、延误甚至取消等措施以最小成本实现航班的恢复。

本文创造性地采用在时空网络模型中引入飞机连续性的判断来解决单机型、多机型的不正常航班恢复，结合该整数规划模型，采用 Gurobi 优化软件进行求解。

对于问题一，只考虑机型 9 的所有航班，在机型 9 的原定航班尽可能不被取消的前提下，不考虑旅客信息，保证机型 9 的所有航班总体延误时间最短。我们调整航班分配，重新规划机型 9 的航班计划，制定出合理的起飞时刻表。我们可以得到机型 9 的所有航班总体延误时间最短为 1104 分钟。

在问题一的基础上，问题二需要考虑不同机型是否可以进行置换来尽可能缩短所有航班的总体延误时间，因此在目标函数中增加了因机型置换产生的额外时间延误项。不同机型之间的航班置换等价于航空延误半个小时额外成本。我们在不考虑旅客信息，在不取消航班的前提下，我们优先考虑同组机型之间的相互置换，同时考虑飞机之后执行航班的可能延误时间总和，合理安排航班与飞机置换，重新规划飞机航班，可以得到在 OVS 机场起飞或降落的所有航班总体延误时间最短为 12787 分钟。

在问题三中添加了飞机的载客量因素，需要考虑旅客信息，假定旅客行程都是直达的，并假设所有航班都是 100% 的上座率，假设在不同机型间调整航班的成本除了航班本身延误半小时外，还要加上不能登机旅客的成本，假设一名旅客无法登机与该旅客延误 2 小时的成本相当。因此在目标函数中增加了因机型置换产生的额外旅客无法登机的时间延误项。我们在不取消航班的前提下，我们优先考虑同组机型之间的相互置换，同时考虑飞机之后执行航班的可能延误时间总和，合理安排航班与飞机置换，重新规划飞机航班，可以得到在 OVS 机场起飞或降落的所有航班总体延误时间最短为 2012620 分钟。

在第四问中，假设在不同机型间调整航班不考虑成本，但在旅客数据中提供了旅客的行程信息，包括旅客号，同行旅客数量，和相应的航班。每个旅客行程中的相连航班间最少需要 45 分钟间隔时间用于中转，旅客的延误按照旅客计划到达最终目的地时间为基准计算。我们灵活并合理调整航班和置换飞机，重新规划在 OVS 起飞或降落的航班计划，制定了新起飞时刻表，可以使所有航班总体延误时间最短为 14303305 分钟。

## 参考文献

- [1] <http://www.edgestone-it.com/gurobi.htm>
- [2] 朱金福. 航空运输规划 [M]. 陕西: 西北工业大学出版社, 2009
- [3] 刘宝碇, 赵瑞清. 随机规划与模糊规划 [M]. 北京: 清华大学出版社, 1998
- [4] 程朋, 崔德光, 吴澄. 一种基于优化的空中交通短期流量管理模型 [J]. 清华大学报 (自然科学版), 2001, 41(4/5): 163-166.
- [5] Stephen J. Maher (2015). Solving the Integrated Airline Recovery Problem Using Column-and-Row Generation. *Transportation Science*, 50(1), 216-237
- [6] Jon D. Petersen, Gustaf Sölveling, John-Paul Clarke, Ellis L. Johnson, and Sergey Shebalov (2012). An Optimization Approach to Airline Integrated Recovery. *Transportation Science*, 46(4), 482-500
- [7] J. M. Rosenberger, E. L. Johnson, G. L. Nemhauser (2003). Rerouting Aircraft for Airline Recovery. *Transportation Science*, 37(4), 408-421.
- [8] Ahmad I. Z. Jarrah, Gang Yu, Nirup Krishnamurthy, and Ananda Rakshit (1993). A Decision Support Framework for Airline Flight Cancellations and Delays. *Transportation Science*, 27(3), 266-280.