

14 FILTROS DIGITALES

El filtrado de datos digitales es de las disciplinas más fundamentales del procesamiento digital de señales, su origen tiene más de 50 años. Fue a mediados de los años 1960s cuando el análisis y desarrollo de filtros digitales empezó a tomar seriedad, fue entonces cuando los expertos en procesamiento digital de señales se dieron cuenta que las computadoras podían no solo analizar señales digitales sino también cambiar sus características a través del filtrado digital.

De manera general, el filtrado es el procesamiento de una señal en el dominio del tiempo dando como resultado un cambio en el contenido espectral de dicha señal. Este cambio comúnmente es la reducción o filtrado de algunos componentes de frecuencia indeseables, es decir, los filtros permiten pasar ciertas frecuencias mientras atenúan otras.

La Figura 14-1 muestra la versión analógica y digital de un filtro.

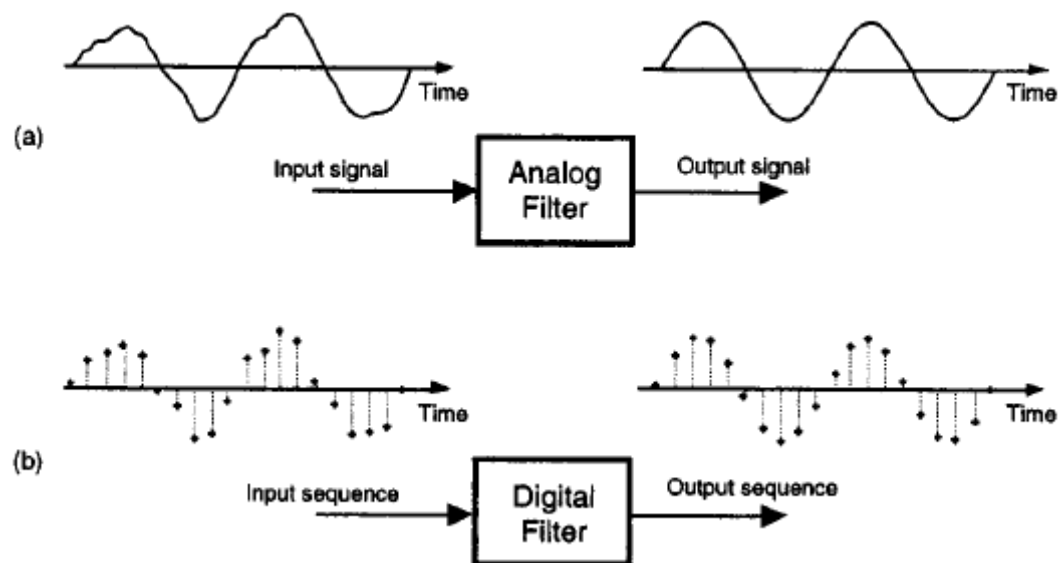


Figura 14-1. a) Filtro analógico con entrada con ruido y salida con ruido reducido. b) Equivalente digital del filtro analógico

La diferencia principal entre un filtro analógico y un filtro digital es que los filtros analógicos operan sobre señales continuas y los filtros digitales operan sobre una secuencia de datos discretos.

Los filtros digitales tradicionalmente se dividen en 2 categorías:

- Filtros FIR (Finite Impulse Response)
- Filtros IIR (Infinite Impulse Response)

14.1 Filtros FIR

Los filtros FIR solo usan muestras actuales y pasadas para obtener una salida, es decir no usan la muestra de salida anterior para obtener la muestra de salida actual. Por esta razón también son llamados *filtros no-recursivos*.

Se les llama filtros de *Respuesta Impulsional Finita* debido a que dada una serie finita de datos diferentes de cero, produce una serie finita de datos de salida diferentes de cero.

14.1.1 Filtro Promediador

Para entender como funciona un filtro FIR veamos un ejemplo de un promediador. Imagine que estamos contando el número de carros que pasan sobre un puente cada minuto y necesitamos saber el promedio de carros que pasan por el puente cada 5 minutos; es decir cada minuto calculamos el promedio de carros en los últimos 5 minutos. Tenemos los datos de la Tabla 14-1.

Tabla 14-1. Valores del Filtro Promediador

<i>Minute index</i>	<i>Number of cars/minute over the last minute</i>	<i>Number of cars/minute averaged over the last five minutes</i>
1	10	–
2	22	–
3	24	–
4	42	–
5	37	27
6	77	40.4
7	89	53.8
8	22	53.4
9	63	57.6
10	9	52

En la columna del medio tenemos el número de carros que pasan cada minuto, y en la columna de la derecha tenemos el promedio de los últimos 5 minutos. Por ejemplo, para obtener nuestro primer resultado: $(10+22+24+42+37) / 5 = 27$, el segundo resultado: $(22+24+42+37+77) / 5 = 40.4$.

En la Figura 14-2 podemos observar que los cambios bruscos en nuestro conteo de carros por minuto es suavizado por nuestro promediador.

De antemano sabemos que los cambios bruscos en una secuencia en el dominio del tiempo representan componentes de alta frecuencia, podemos decir que nuestro promediador se comporta como un filtro pasa bajas.

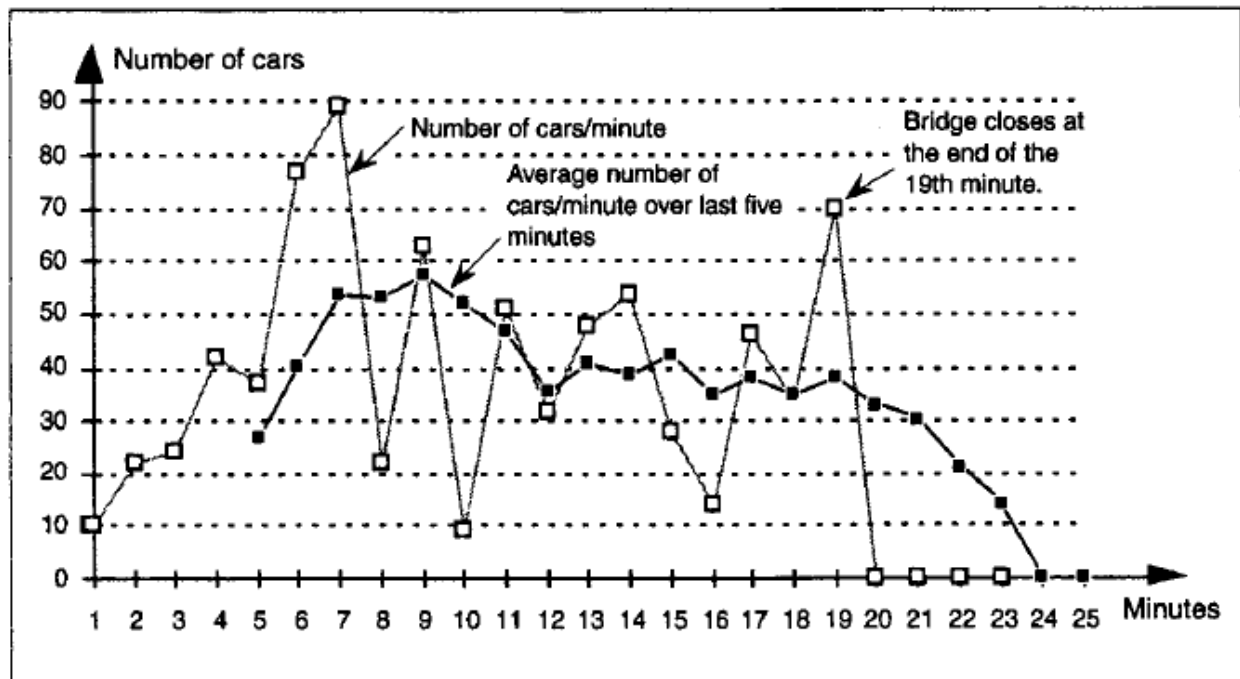


Figura 14-2. Promedio de carros. La línea clara muestra el número de carros por minuto y la línea sólida muestra el promedio de los últimos 5 minutos.

El filtro promediador es un filtro FIR pues para calcular la salida actual del filtro sólo se requiere la muestra actual y muestras pasadas (no requerimos salidas anteriores del filtro). Además para un número finito de datos diferente de cero produjo una serie finita de datos diferente de cero.

De acuerdo al procedimiento para calcular el filtro podemos decir que para calcular la 5ta salida del filtro hicimos:

$$y_{ave}(5) = \frac{1}{5}[x(1) + x(2) + x(3) + x(4) + x(5)]$$

Ec. 14-1

En términos generales si la **k**-ésima muestra de entrada la denotamos como $x(k)$, entonces la **n**-ésima salida es:

$$y_{ave}(n) = \frac{1}{5}[x(n-4) + x(n-3) + x(n-2) + x(n-1) + x(n)] = \frac{1}{5} \sum_{k=n-4}^n x(k)$$

Ec. 14-2

Podemos hacer un diagrama de bloques de este filtro el cual muestre como el promediador calcula sus muestras de salida.

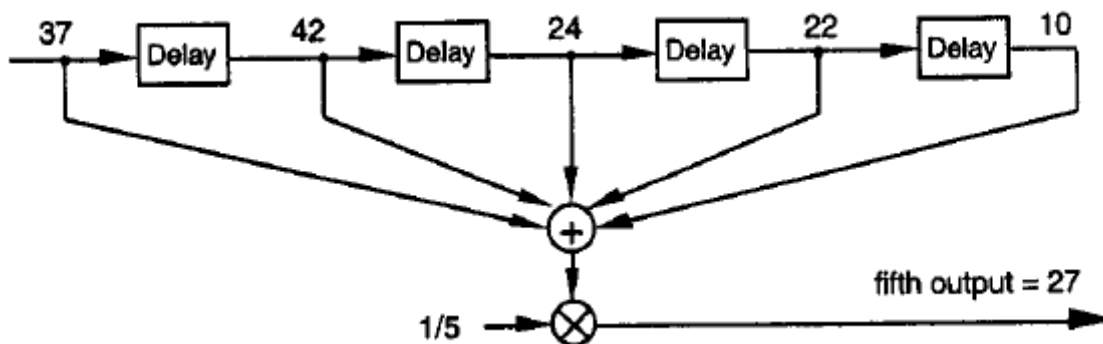


Figura 14-3. Diagrama de bloques del filtro promediador cuando se aplica la quinta muestra de entrada

Este diagrama de bloques es llamado *estructura del filtro*, es una descripción física de cómo podemos calcular las salidas del filtro con la secuencia de entrada desplazada en orden de izquierda a derecha para cada nuevo cálculo del filtro.

Los elementos *delay* representan el retardo que hay entre cada muestra, en la literatura de procesamiento digital de señales se representa como Z^{-1} .

En nuestro filtro promediador, sumamos cinco muestras y dividimos entre 5 para obtener la salida, en un filtro FIR convencional lo que se haría es multiplicar cada una de las 5 muestras por $\frac{1}{5}$ y luego realizar la sumatoria:

$$y_{ave}(n) = \frac{1}{5}x(n-4) + \frac{1}{5}x(n-3) + \frac{1}{5}x(n-2) + \frac{1}{5}x(n-1) + \frac{1}{5}x(n)$$

$$= \sum_{k=n-4}^n \frac{1}{5}x(k)$$

Ec. 14-3

La estructura del filtro sería la siguiente:

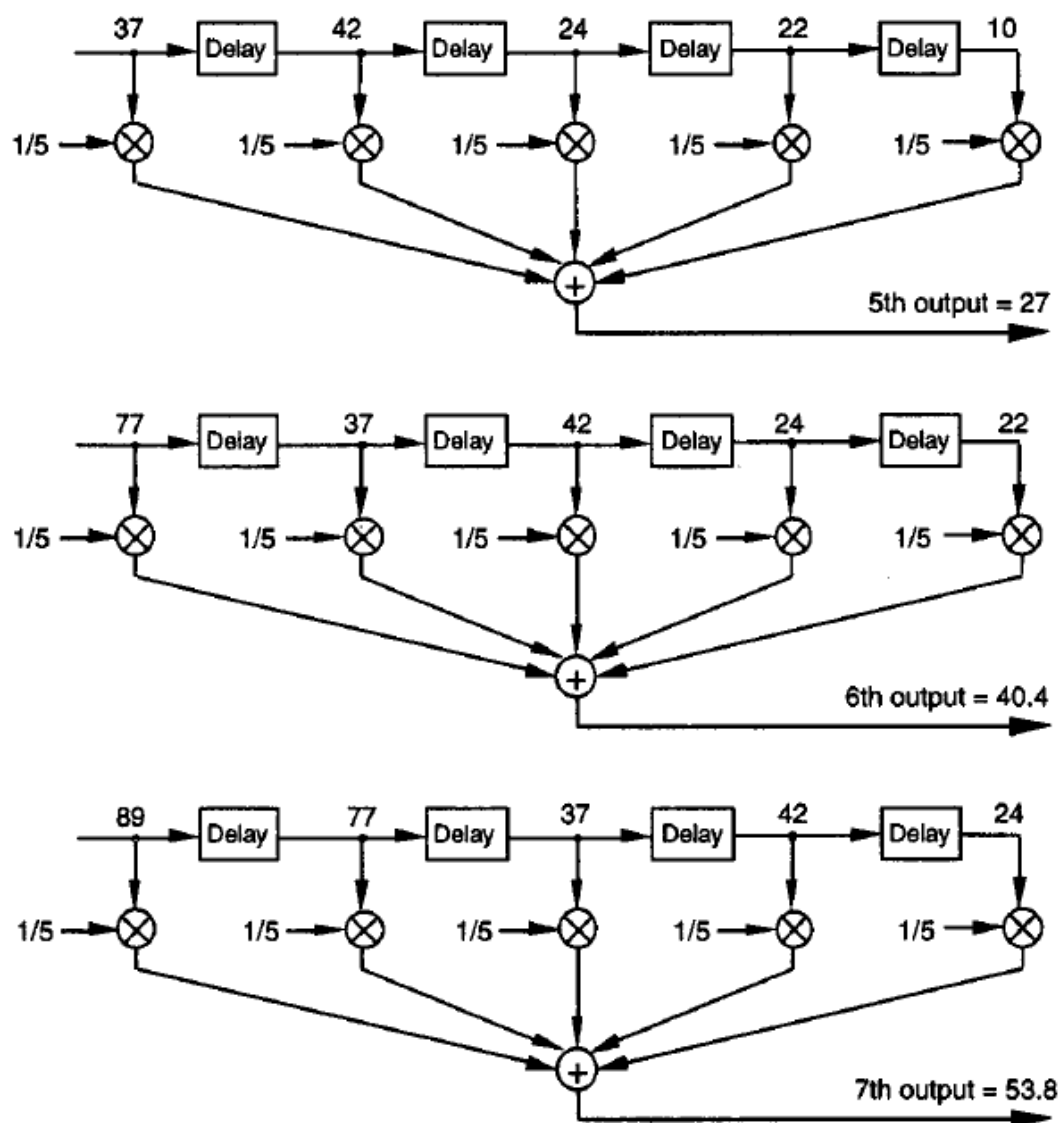


Figura 14-4. Estructura alterna del filtro promediador

En el filtro anterior, como se usaron 5 muestras para calcular el resultado actual, se dice que es un filtro de 5-taps. (5-tap FIR filter), además a los valores que multiplican cada muestra ($1/5$ en este caso) se les llama *coeficientes* del filtro.

El aspecto más interesante en el entendimiento de los filtros digitales FIR consiste en cómo estimar su respuesta en el dominio de la frecuencia. En esto influyen 2 factores: el número de taps y el valor de los coeficientes.

14.1.2 Convolución en filtros FIR

$$y_{ave}(n) = \frac{1}{5}x(n-4) + \frac{1}{5}x(n-3) + \frac{1}{5}x(n-2) + \frac{1}{5}x(n-1) + \frac{1}{5}x(n)$$

$$= \sum_{k=n-4}^n \frac{1}{5}x(k)$$

Ec. 14-3

Tomando la Ec. 14-3 y la Figura 14-4 podemos mostrar gráficamente estos cálculos en la Figura 14-5:

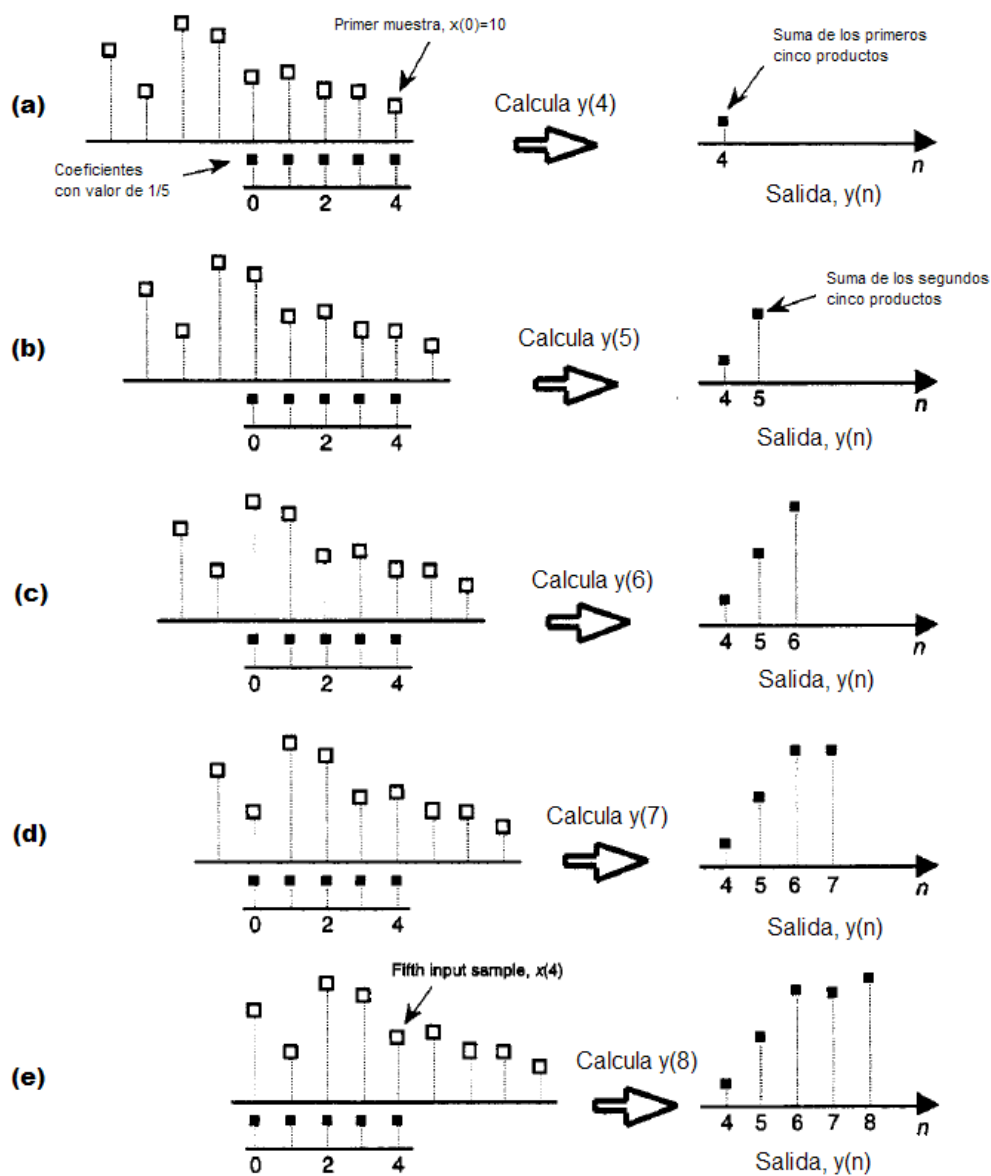


Figura 14-5. Convolución del filtro promediador

Note el orden de las entradas o muestras en la Figura 14-5 está invertida del orden de la Figura 14-2, esta alteración es lo que ocurre a los datos de entrada usando la estructura de la Figura 14-4.

Tomando la ecuación de nuestro filtro promediador:

$$y(n) = \frac{1}{5} x(n-4) + \frac{1}{5} x(n-3) + \frac{1}{5} x(n-2) + \frac{1}{5} x(n-1) + \frac{1}{5} x(n)$$

Ec. 14-4

Y tomando en cuenta que los coeficientes no siempre serán iguales (1/5), podemos representarlos por una variable $h(k)$, y reescribiendo nuestra ecuación queda:

$$y(n) = h(4)x(n-4) + h(3)x(n-3) + h(2)x(n-2) + h(1)x(n-1) + h(0)x(n)$$

$$= \sum_{k=0}^4 h(k) x(n-k) ,$$

Ec. 14-5

En donde desde $h(0)$ hasta $h(4)$ es igual a 1/5 en el filtro promediador.

Si generalizamos un poco más la ecuación anterior y hacemos que funcione para cualquier número de taps, digamos M-taps, entonces la salida es:

$$y(n) = \sum_{k=0}^{M-1} h(k) x(n-k)$$

Ec. 14-6

La Ec. 14-6 es la famosa ecuación de la convolución como se aplica en filtros FIR.

Esta ecuación de la **Convolución** se escribe de manera abreviada como:

$$y(n) = h(k) * x(k)$$

Ec. 14-7

Se lee de la siguiente manera: *y de n es igual a la convolución de h de k con x de k.*

14.1.3 Respuesta Impulsional

La Respuesta Impulsional o Respuesta al Impulso Unitario (*Impulse Response*) es la secuencia de salida del filtro en el dominio del tiempo cuando se le aplica una entrada de un solo valor unitario (impulso) precedido y seguido de ceros. La Figura 14-6 muestra gráficamente este concepto.

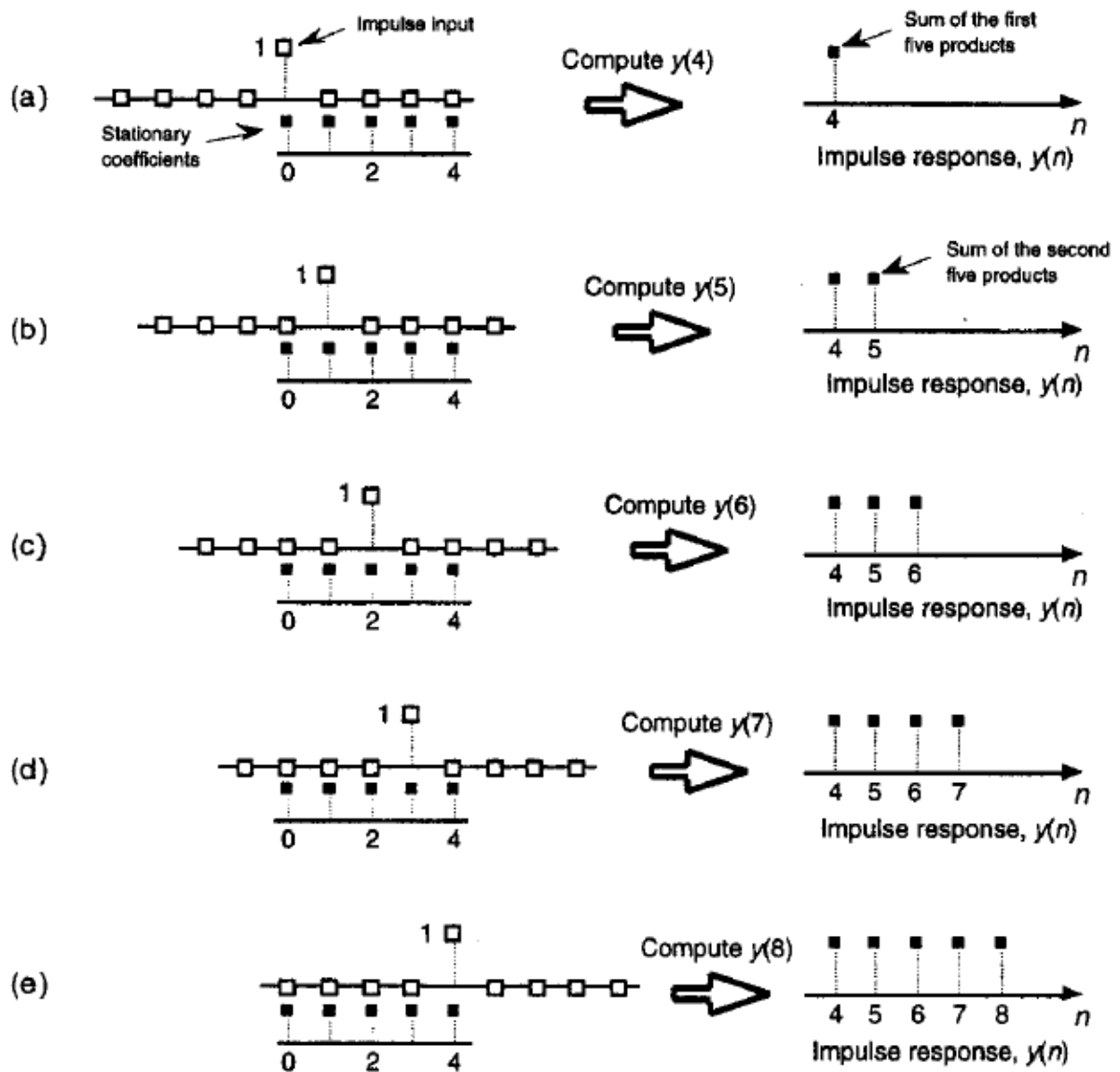


Figura 14-6. Convolución de los coeficientes del filtro y una entrada impulso

Si observamos la Figura 14-6 con detenimiento, podemos notar que *la respuesta del filtro FIR al impulso es igual a los coeficientes del filtro*. Por esta razón los términos **Coeficientes del filtro FIR** y **Respuesta Impulsional** son sinónimos. Entonces cuando escuche que se refieren a la respuesta impulsional del filtro FIR, también se refieren a los coeficientes.

14.1.4 El Teorema de la Convolución

La idea de todo filtro consiste en dejar pasar ciertas frecuencias y atenuar o eliminar otras frecuencias. El filtro promediador analizado anteriormente nos mostró que funciona como un filtro pasabajas, pero surgen las preguntas ¿Cuál es su frecuencia de corte?, ¿Qué tan bueno es su rendimiento? ¿Cómo diseñar uno con características personalizadas?

Las respuestas a estas preguntas están en el *Teorema de la Convolución*:

*“Si dos secuencias en el dominio del tiempo $h(k)$ y $x(k)$ tienen DFTs $H(m)$ y $X(m)$ respectivamente, entonces la DFT de $h(k)*x(k)$ es el producto $H(m) \cdot X(m)$. Asimismo la DFT inversa de $H(m) \cdot X(m)$ es $h(k)*x(k)$ ”*

$$h(k) * x(k) \xrightleftharpoons[\text{IDFT}]{\text{DFT}} H(m) \cdot X(m)$$

Debido a la dualidad del Teorema de la Convolución, podemos cambiar de lado la operación, es decir:

$$h(k) \cdot x(k) \xrightleftharpoons[\text{IDFT}]{\text{DFT}} H(m) * X(m)$$

Esto nos dice que *La convolución en un dominio es igual a la multiplicación en el otro dominio*.

Regresando al ejemplo del filtro promediador, necesitamos ver el espectro de frecuencia de $H(m)$ para poder contestar las primeras dos preguntas antes planteadas.

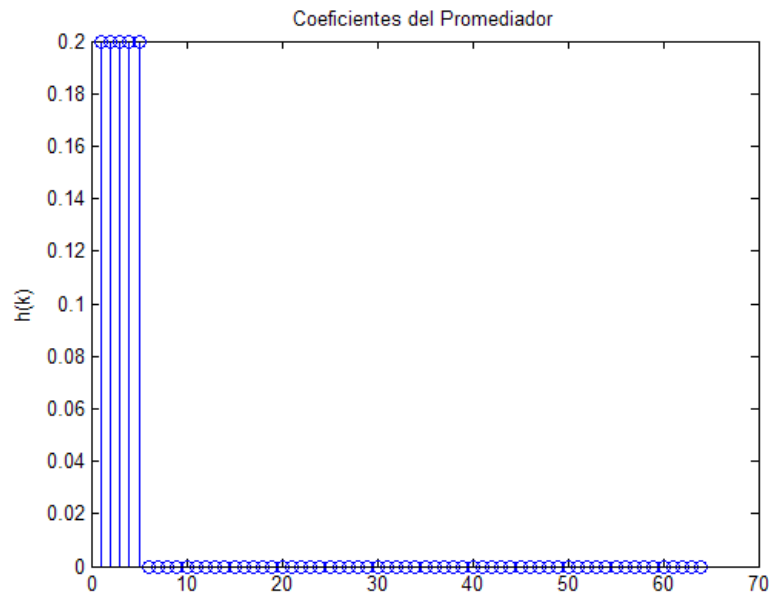


Figura 14-7. Respuesta Impulsional (coeficientes)

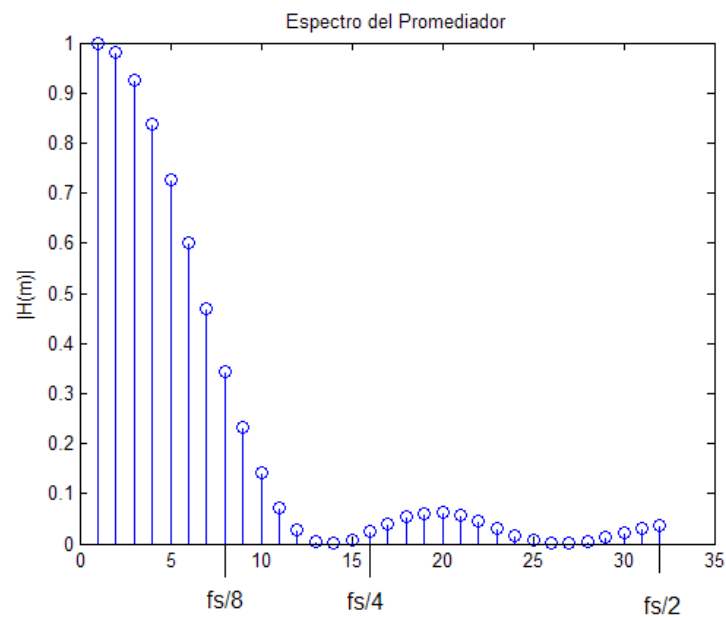


Figura 14-8. Respuesta en frecuencia del filtro

La Figura 14-8 nos muestra el espectro de frecuencia del filtro $H(m)$, como podemos observar, tiene forma de filtro pasabajas de bajo rendimiento.

En la Figura 14-9 se muestra la respuesta de fase. Para entender estas características veamos un ejemplo.

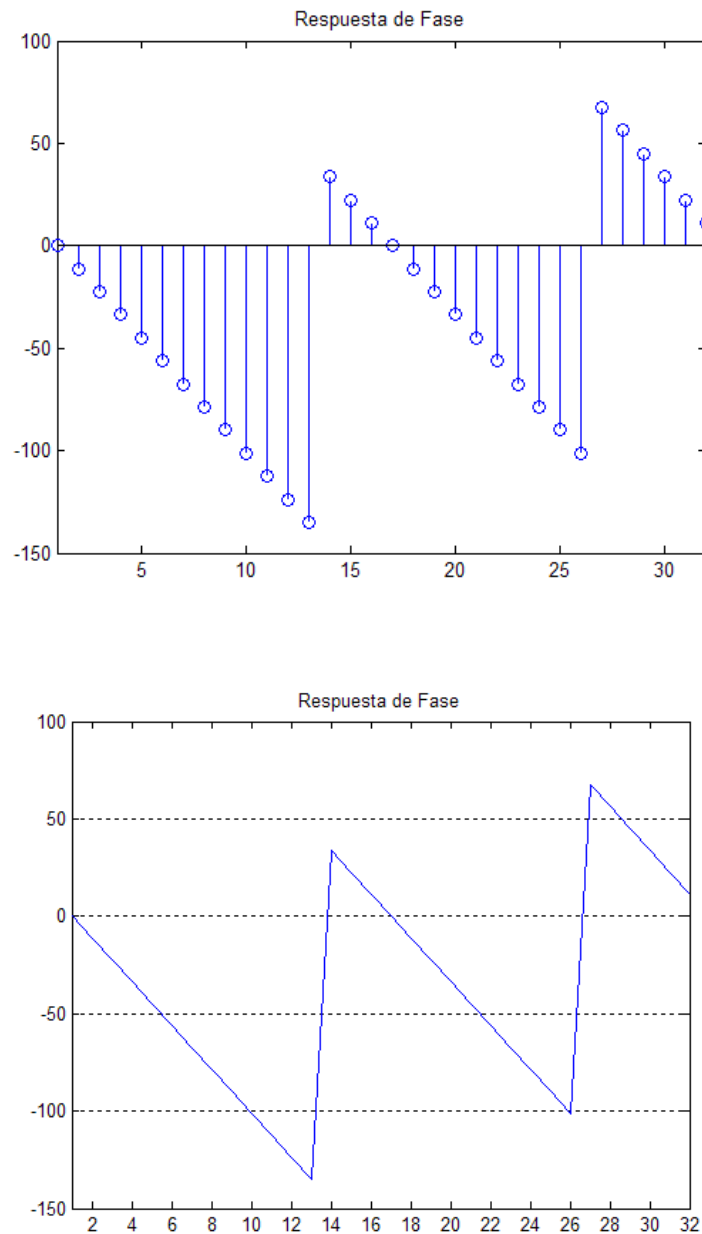


Figura 14-9. Respuesta en fase

Ejemplo 14-1. Filtro Promediador aplicando una senoidal de $f=f_s/32$

En el siguiente ejemplo, se convoluciona $h(k)$ (Respuesta Impulsional del filtro) con $x(k)$ la cual representa una senoidal cuya frecuencia f es $1/32$ de f_s (Figura 14-10).

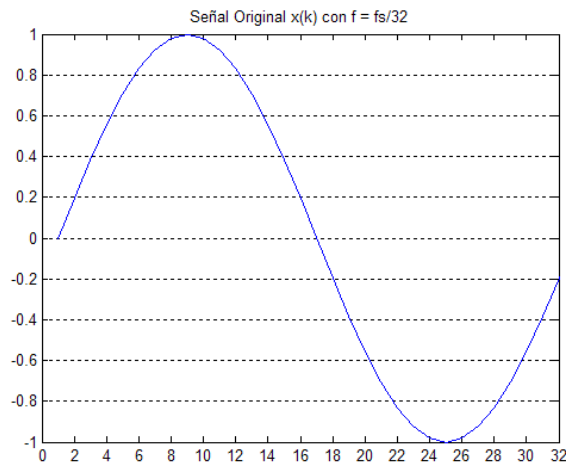


Figura 14-10. Señal de entrada $x(k)$

De acuerdo al Teorema de la Convolución, si convolucionamos $h(k)$ con $x(k)$ es lo mismo que si hacemos una multiplicación punto a punto de $H(m)$ con $X(m)$. En la Figura 14-11 se muestran ambas.

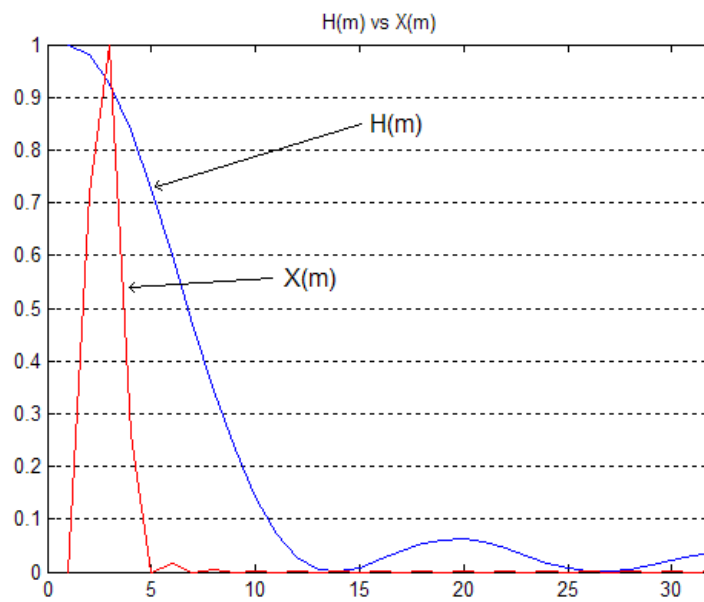


Figura 14-11. Espectro de frecuencias de $h(k)$ y $x(k)$

Lo interesante aquí es que no tenemos que multiplicarlas en el dominio de la frecuencia, sino simplemente aplicamos convolución en el dominio del tiempo. Aplicando la convolución $y(n) = h(k) * x(k)$ obtenemos el siguiente resultado.

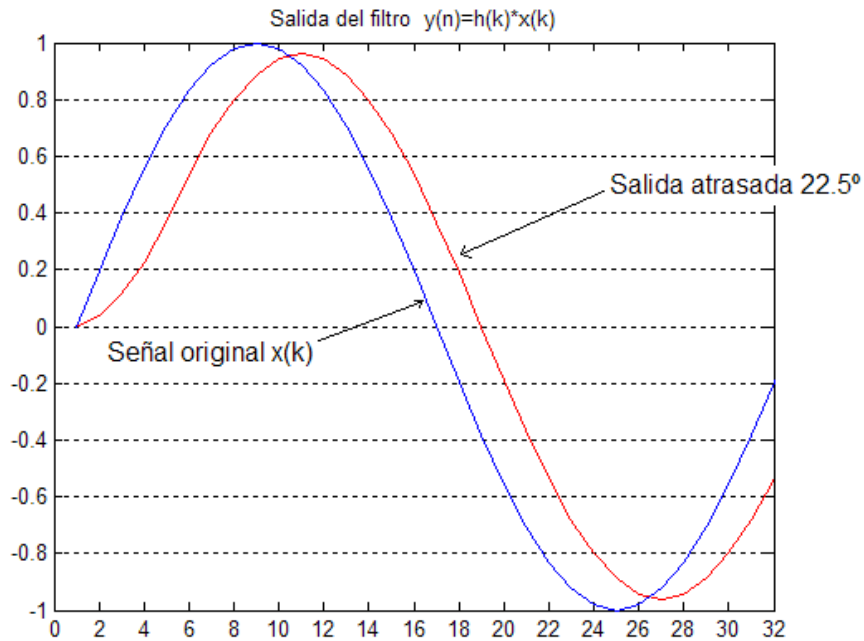


Figura 14-12. Entrada y Salida del Promediador

En la Figura 14-12 vemos que la secuencia de salida está atenuada de acuerdo a la respuesta en frecuencia del filtro (Figura 14-8) además está atrasada de acuerdo a la respuesta de fase del filtro (Figura 14-9).

Ejemplo 14-2. Filtro Promediador aplicando una senoidal de $f=f_s/8$

En este ejemplo se aplica una señal de $f=f_s/8$ al filtro pasa bajas promediador. En la Figura 14-13 se muestra la respuesta en frecuencia del filtro ($H(m)$), se muestra el espectro de la señal de entrada ($X(m)$) y además se muestra el espectro de frecuencia de la salida, la cual es el producto de ambas ($Y(m)$).

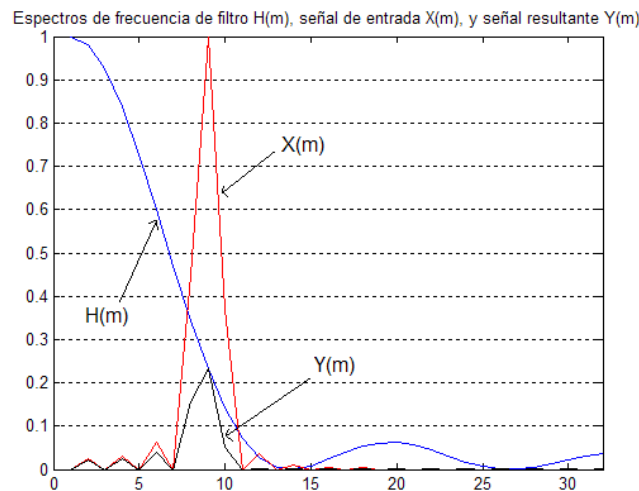


Figura 14-13. $H(m)$, $X(m)$, $Y(m)$

En la Figura 14-14 se muestra la entrada $x(k)$ y la salida $y(n)$, observe que la salida está atenuada como indica la respuesta en frecuencia del filtro (Figura 14-8) y se encuentra desfasada de acuerdo a la respuesta de fase (Figura 14-9).

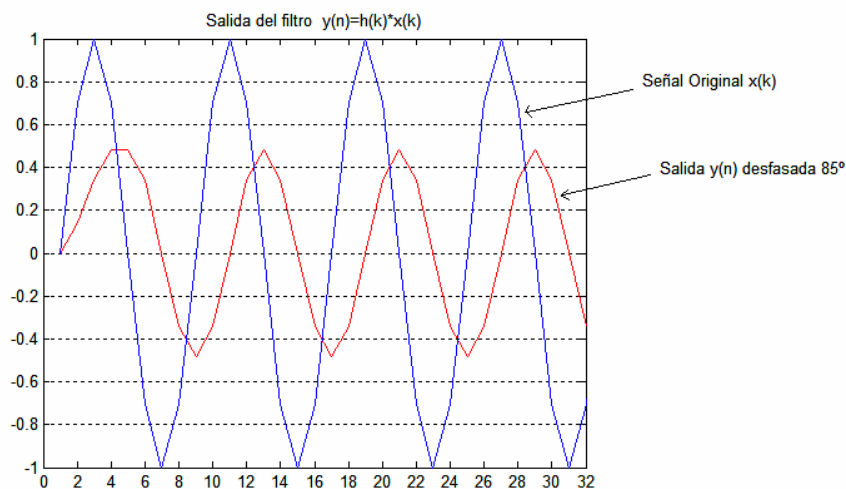


Figura 14-14. Señales de Entrada y Salida

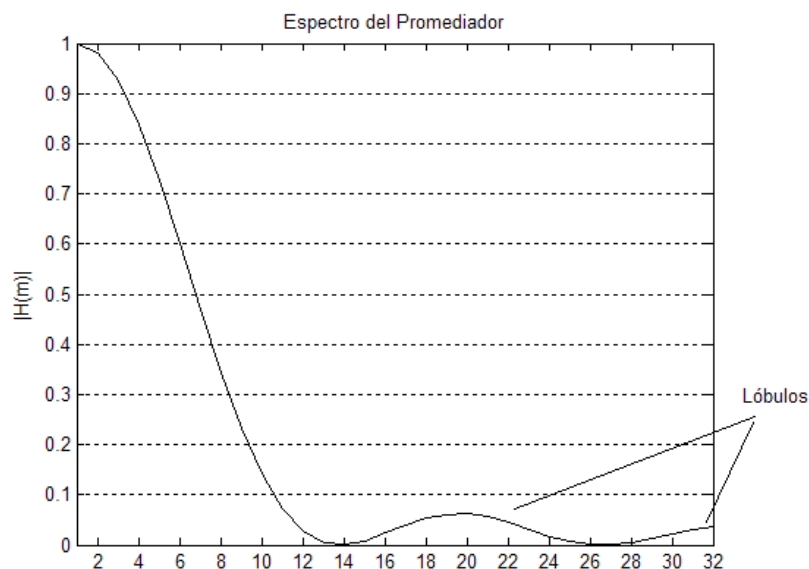
Como podemos ver, las amplitudes de las salidas y los atrasos de fase coinciden con aquellos de la Figura 14-8 y Figura 14-9.

Lo importante aquí es que no necesitamos implementar un filtro FIR y aplicarle diversas señales para descubrir su respuesta a la frecuencia. Simplemente necesitamos sacar la DFT de la respuesta impulsional (coeficientes) para determinar cual sera su respuesta a la frecuencia.

Antes de continuar veamos un resumen de lo que hemos aprendido:

1. La secuencia de salida de un filtro FIR es igual a la convolución de la secuencia de entrada y la Respuesta Impulsional del filtro (coeficientes).
2. La respuesta en frecuencia de un filtro FIR es la DFT de la Respuesta Impulsional.
3. El espectro de la salida de un filtro es el producto del espectro de la entrada y la respuesta en frecuencia del filtro.
4. La convolución en el dominio del tiempo y la multiplicación en el dominio de la frecuencia son pares de transformadas de Fourier.

Una característica indeseable que podemos observar en la respuesta en frecuencia de nuestro filtro promediador son aquellas prominencias que se forman en la forma de onda llamadas **lóbulos**. Estos lóbulos son generados debido al cambio drástico de los coeficientes.



Considere los siguientes 3 juegos de coeficientes y observe la respuesta en frecuencia que genera cada uno.

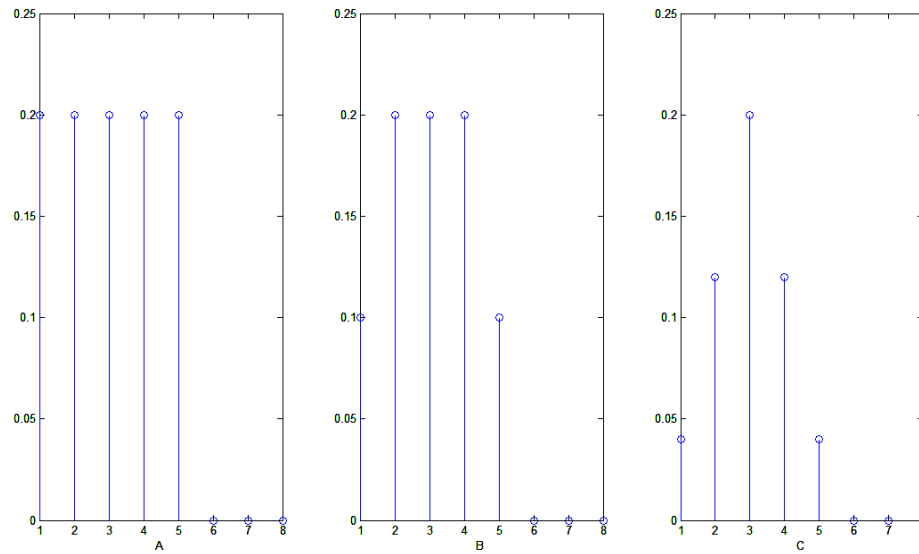


Figura 14-15. 3 juegos de coeficientes distintos

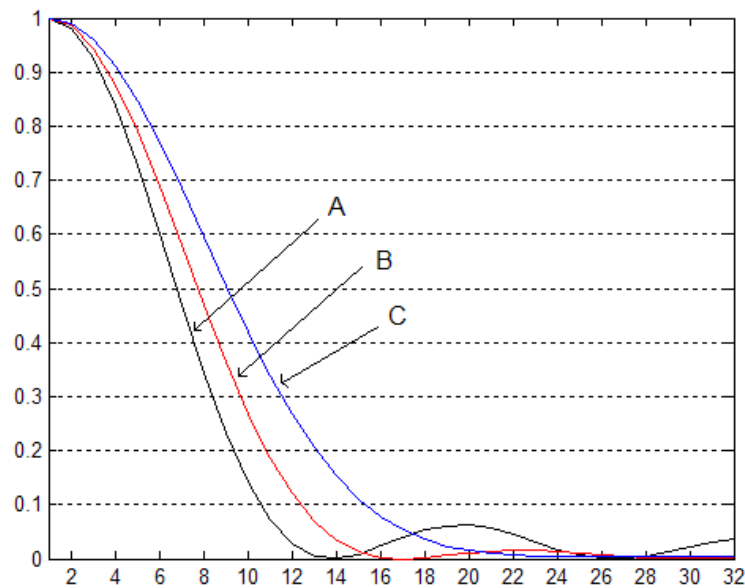


Figura 14-16. Respuesta en Frecuencia de cada juego de coeficientes

Como podemos observar se pueden reducir los lóbulos al minimizar los cambios bruscos en los coeficientes, sin embargo al reducir los lóbulos, se incrementa el lóbulo principal de nuestro filtro pasa bajas.

14.1.5 Diseño de Filtros FIR pasa-bajas

Para diseñar un filtro pasa-bajas invertimos el procedimiento anterior. En lugar de escoger un conjunto de coeficientes y analizar su respuesta en frecuencia; primero determinamos su respuesta en frecuencia y después obtenemos los coeficientes que nos dan dicha respuesta.

Los 2 métodos más populares para el diseño de filtro FIR son:

1. *Método de Diseño por Ventanas.*
2. *Método Óptimo*, también llamado *Método de diseño de Intercambio de Remez* o *Método Parks-McClellan.*

14.1.5.1 Método de Diseño por Ventanas

En este método también llamado “El método de las series de Fourier” se siguen los siguientes pasos:

1. Definir las muestras individuales en el dominio de la frecuencia que representan $H(m)$.
2. Aplicar la *Transformada Inversa Discreta de Fourier (IDFT)* para obtener la respuesta impulsional $h(k)$.
3. Aplicar una ventana a la respuesta impulsional para mejorar la *respuesta en frecuencia*.
4. Evaluar la respuesta en frecuencia obtenida para ver si cumple con nuestros requerimientos.

Por ejemplo suponga que se desea diseñar un filtro con una Respuesta en Frecuencia de la Figura 14-17. Es decir con una frecuencia de corte de $f_s/8$ o $\pi/4$.

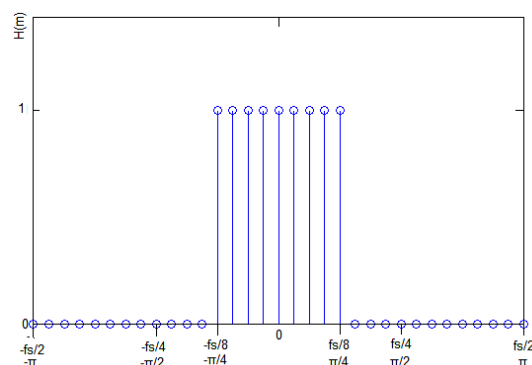


Figura 14-17. Respuesta en Frecuencia deseada

Aplicando la Transformada Inversa Discreta de Fourier (IDFT) obtenemos la Respuesta Impulsional

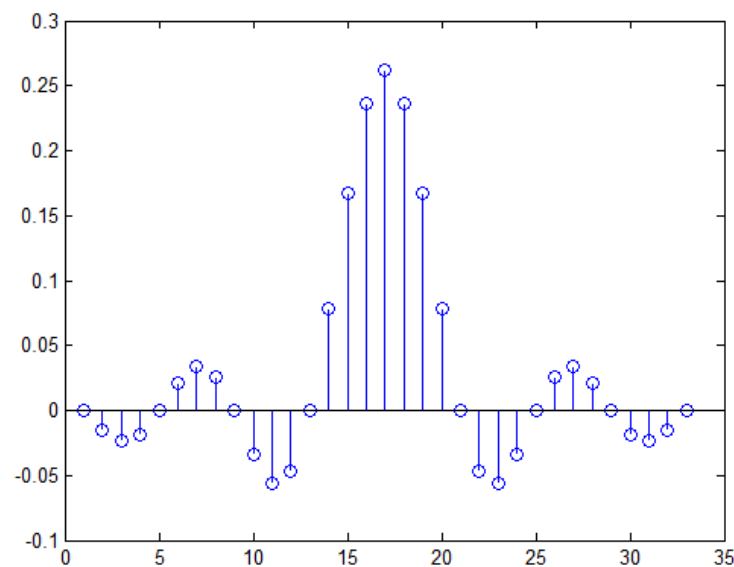


Figura 14-18. Respuesta Impulsional del Filtro Pasabajas

La cual está formada por los siguientes coeficientes:

-0.0000, -0.0158, -0.0239, -0.0182, 0.0000, 0.0215, 0.0334, 0.0263, -0.0000, -0.0338, -0.0557, -0.0473, 0.0000, 0.0788, 0.1671, 0.2363, 0.2624, 0.2363, 0.1671, 0.0788, 0.0000, -0.0473, -0.0557, -0.0338, -0.0000, 0.0263, 0.0334, 0.0215, 0.0000, -0.0182, -0.0239, -0.0158, -0.0000

Desde el punto de vista práctico de implementación por Hardware, mientras menos coeficientes se usen, más rápido se obtiene la respuesta y por lo tanto podemos trabajar con frecuencias más altas. Sin embargo, mientras más coeficientes usemos, la Respuesta en Frecuencia de nuestro filtro se parece más a la ideal.

Imagine que estamos limitados por la velocidad de cálculo de nuestro dsPIC, entonces solo deseamos usar los 9 coeficientes del centro, para esto aplicamos una **ventana rectangular** y obtenemos sólo los 9 coeficientes del centro (Figura 14-19).

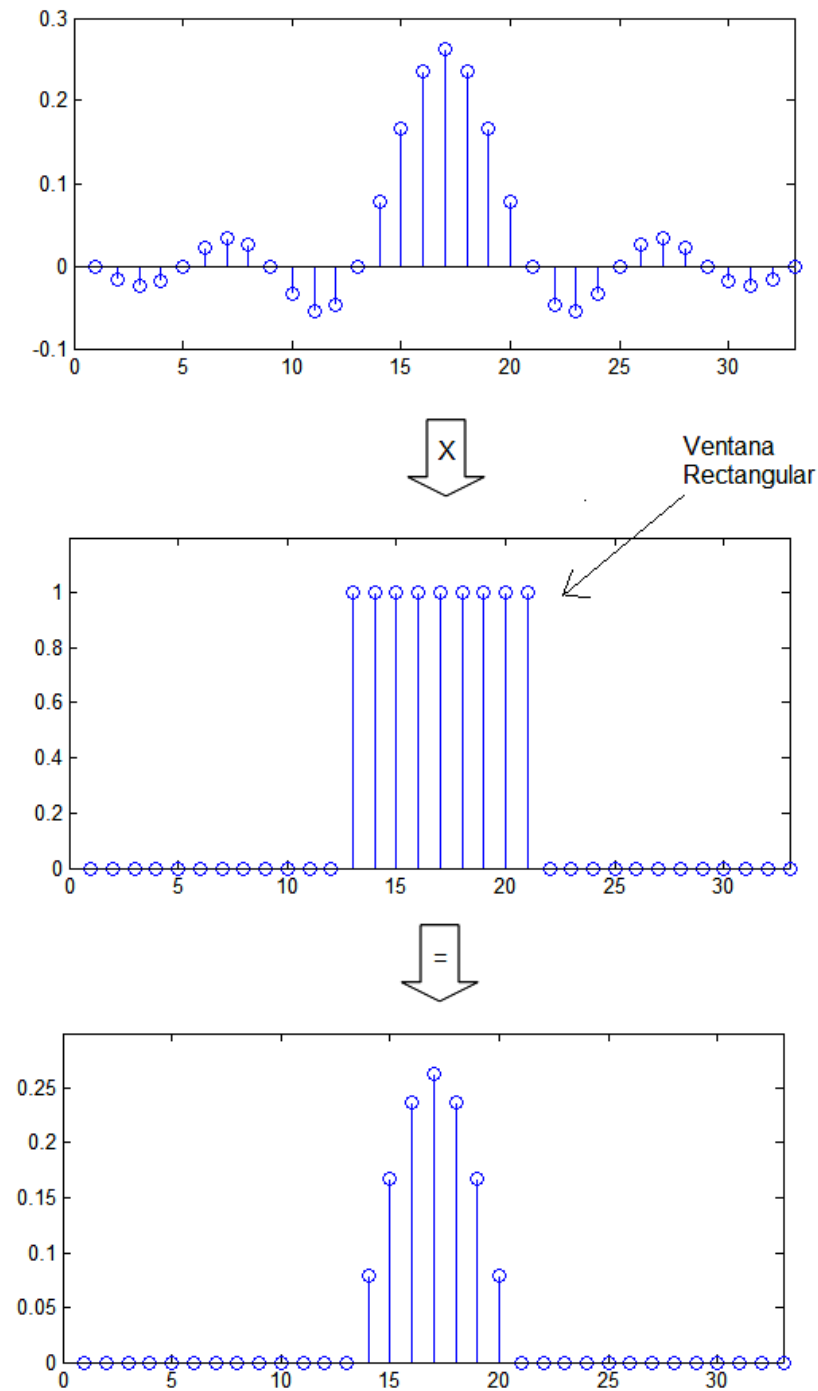


Figura 14-19. Ventana Rectangular para obtener los 9 Coeficientes del centro

La Figura 14-20 muestra las *Respuestas Impulso* y *Respuestas en Frecuencia* para ventanas rectangulares de 9, 19 y 32 (todos) muestras.

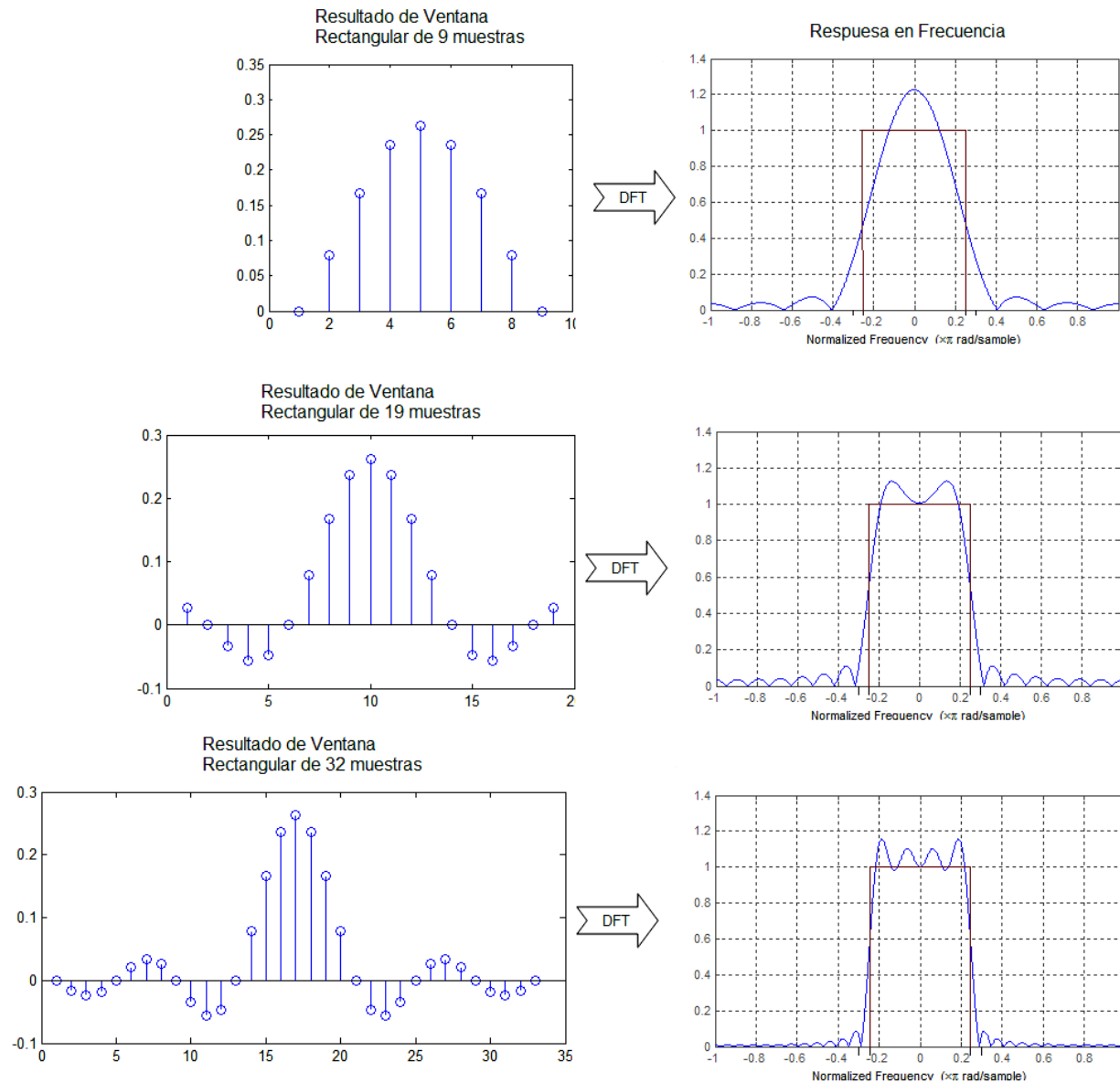


Figura 14-20. Coeficientes usados y Respuestas en Frecuencia

Las respuestas de la Figura 14-20 están en escala lineal. Esta escala es útil para ver las ondulaciones de la banda de paso. Si queremos ver la atenuación de la banda de rechazo se usa la escala en decibeles (vea APENDICE D. Recordatorio sobre Decibeles).

La respuesta en frecuencia graficada en dB se muestra en la Figura 14-21. Observe que la atenuación se produce más rápido mientras más coeficientes usemos.

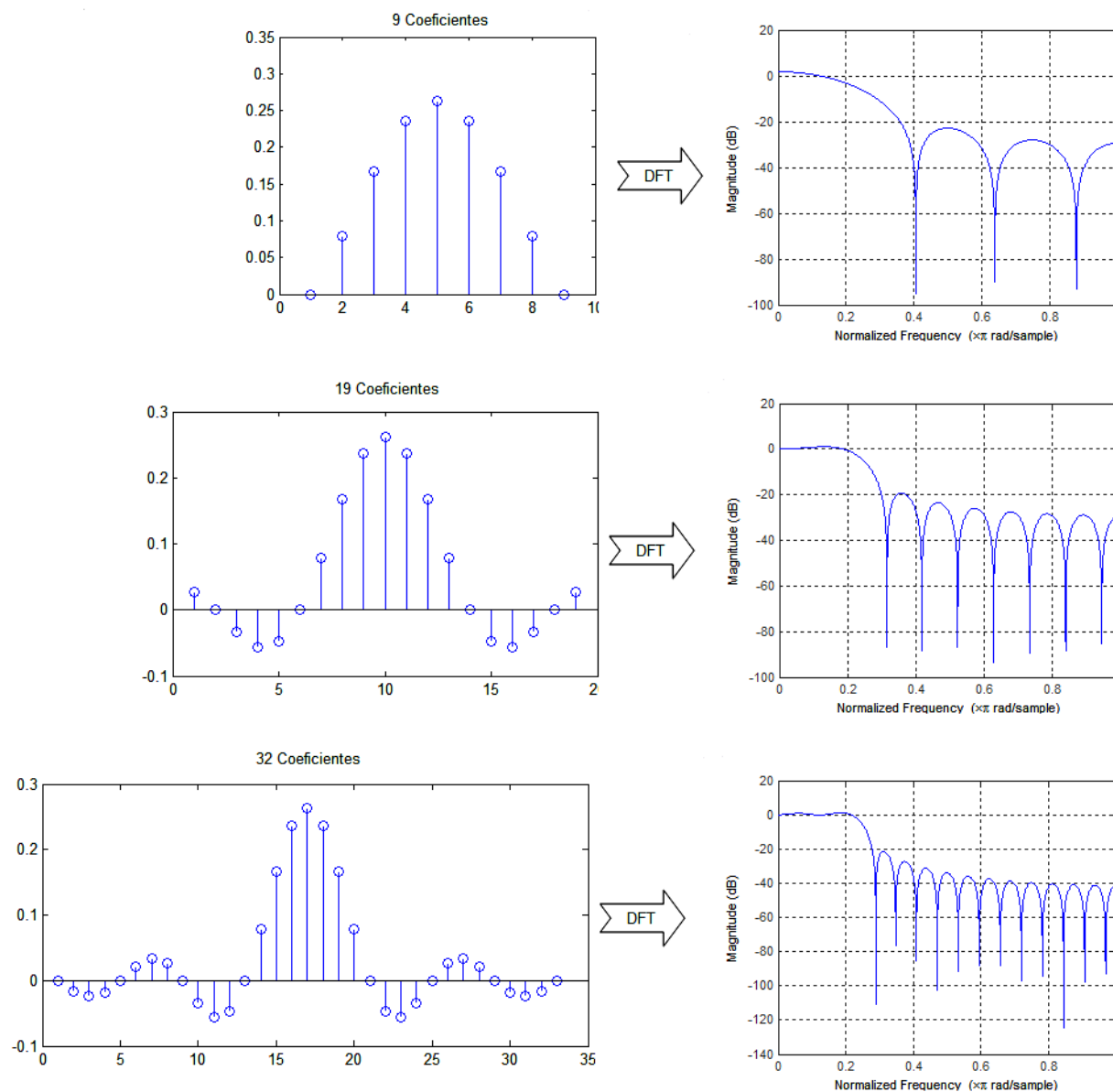


Figura 14-21. Respuesta en Frecuencia en dB

Sin embargo aun usando todos los 32 coeficientes, nuestra respuesta en frecuencia presenta ondulaciones en la banda de paso. Estas son debidas a las ondulaciones de la respuesta impulsional ($h(k)$) y no es posible eliminarlas en la práctica. Podemos reducir la región de transición usando más coeficientes, pero NO podemos eliminar las ondulaciones de la banda de paso. Estas ondulaciones se conocen como *El fenómeno de Gibbs* y se manifiesta cada vez que

una función con una discontinuidad instantánea se representa por series de Fourier. Es decir ningún conjunto finito de senoidales será capaz de cambiar tan rápido como una *discontinuidad instantánea*. En este caso la discontinuidad instantánea la presenta la ventana rectangular.

En la Figura 14-22 se muestra la *Respuesta en Frecuencia* del mismo filtro anterior usando 32, 64, 128 y 256 coeficientes. Observe que al aumentar el número de coeficientes se reduce la banda de transición (aproximándose al ideal) y se reduce también la amplitud de las ondulaciones de la banda de paso pero no se eliminan.

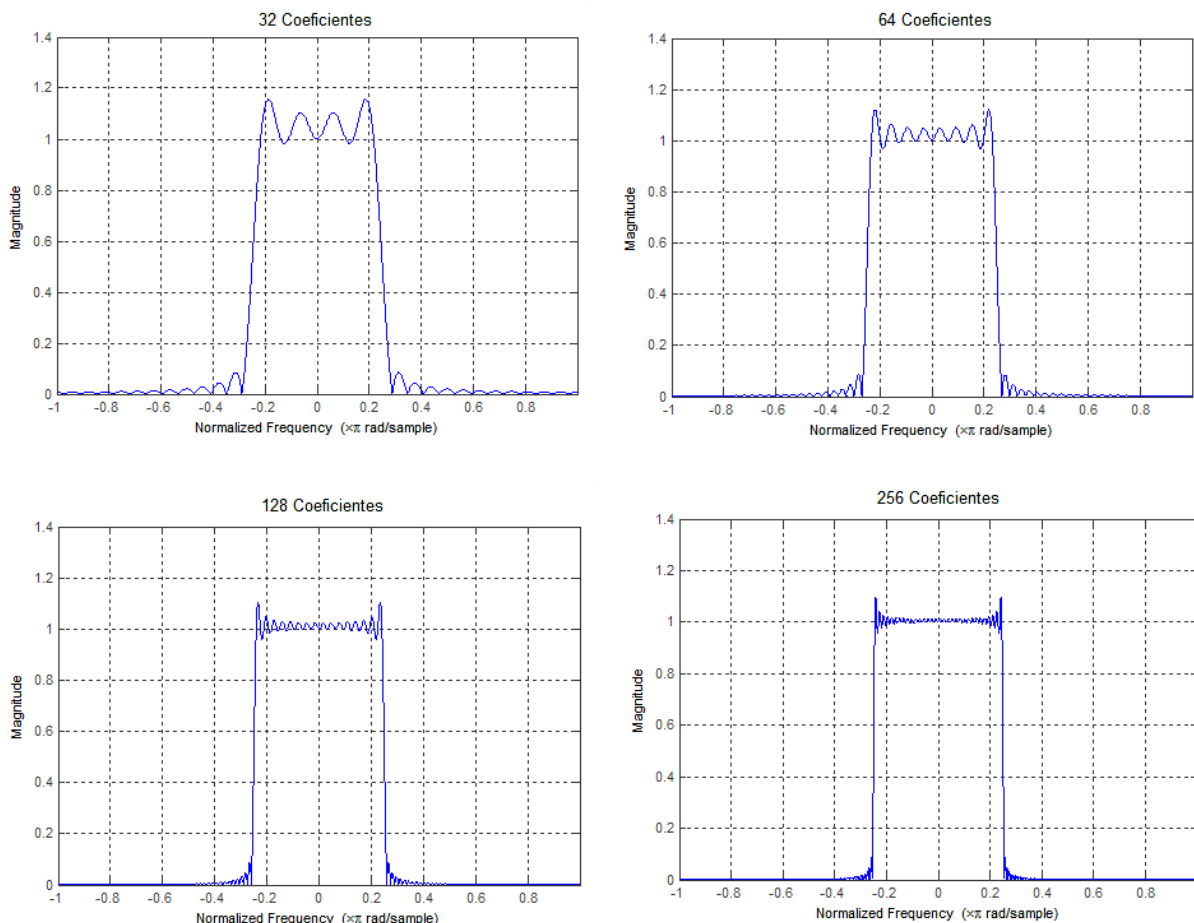


Figura 14-22. Respuesta en Frecuencia para distinto número de coeficientes

En la Figura 14-23 se muestran las mismas respuestas usando escala en decibeles.

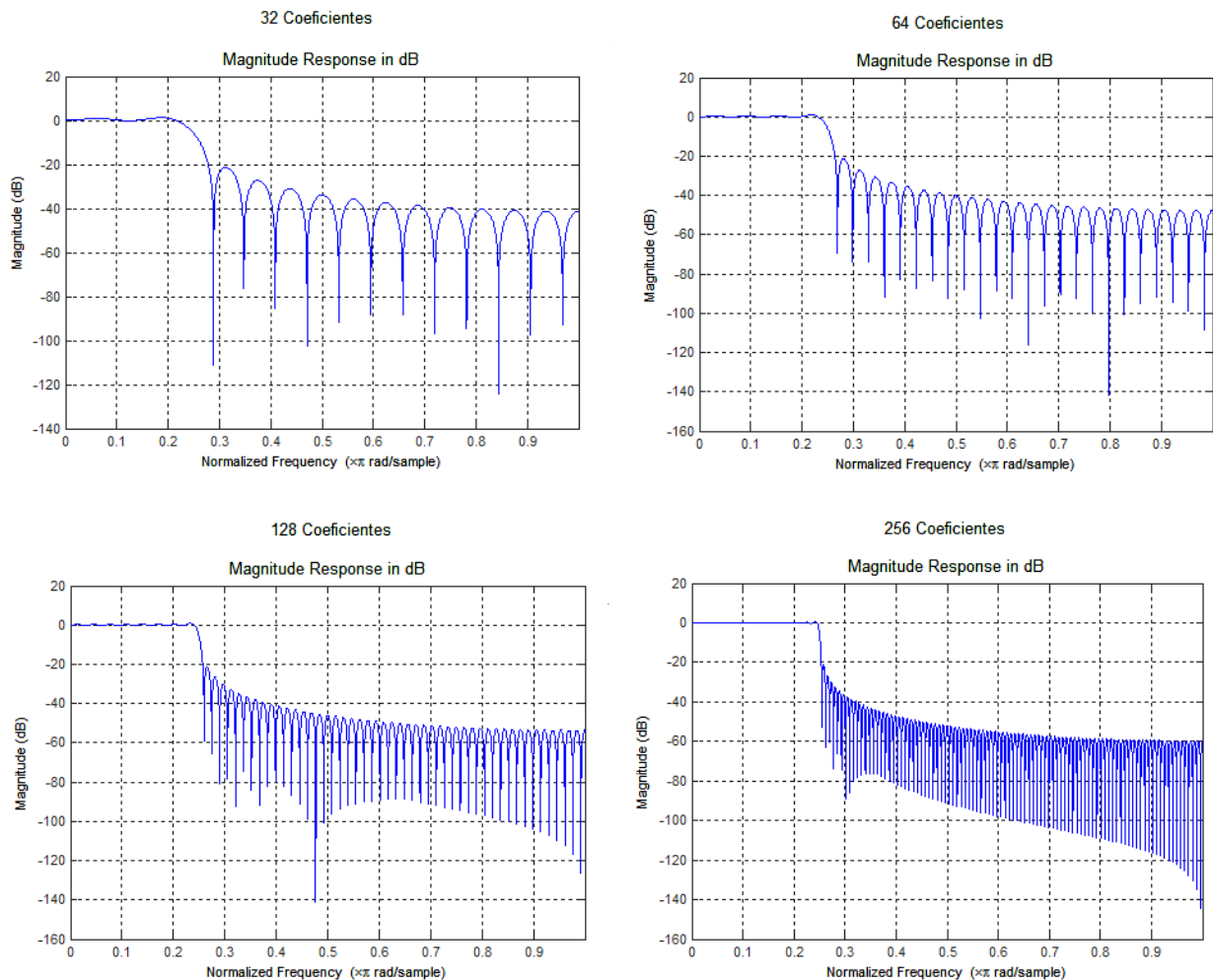


Figura 14-23. Respuesta en Frecuencia en decibeles para distinto número de coeficientes

La solución al problema de las ondulaciones en la banda de paso y las ondulaciones de los lados está en el uso de otras ventanas (en lugar de la *ventana rectangular*) que no tengan cambios instantáneos para reducir las ondulaciones de $h(k)$ y provocando que se reduzcan las ondulaciones de la banda de paso y las ondulaciones de los lados.

Ventana Blackman

La ventana *Blackman* se obtiene usando la Ec. 14-8 y se muestra en la Figura 14-24.

$$w[k+1] = 0.42 - 0.5 \cos\left(2\pi \frac{k}{n-1}\right) + 0.08 \cos\left(4\pi \frac{k}{n-1}\right), \quad k = 0, \dots, n-1$$

Ec. 14-8

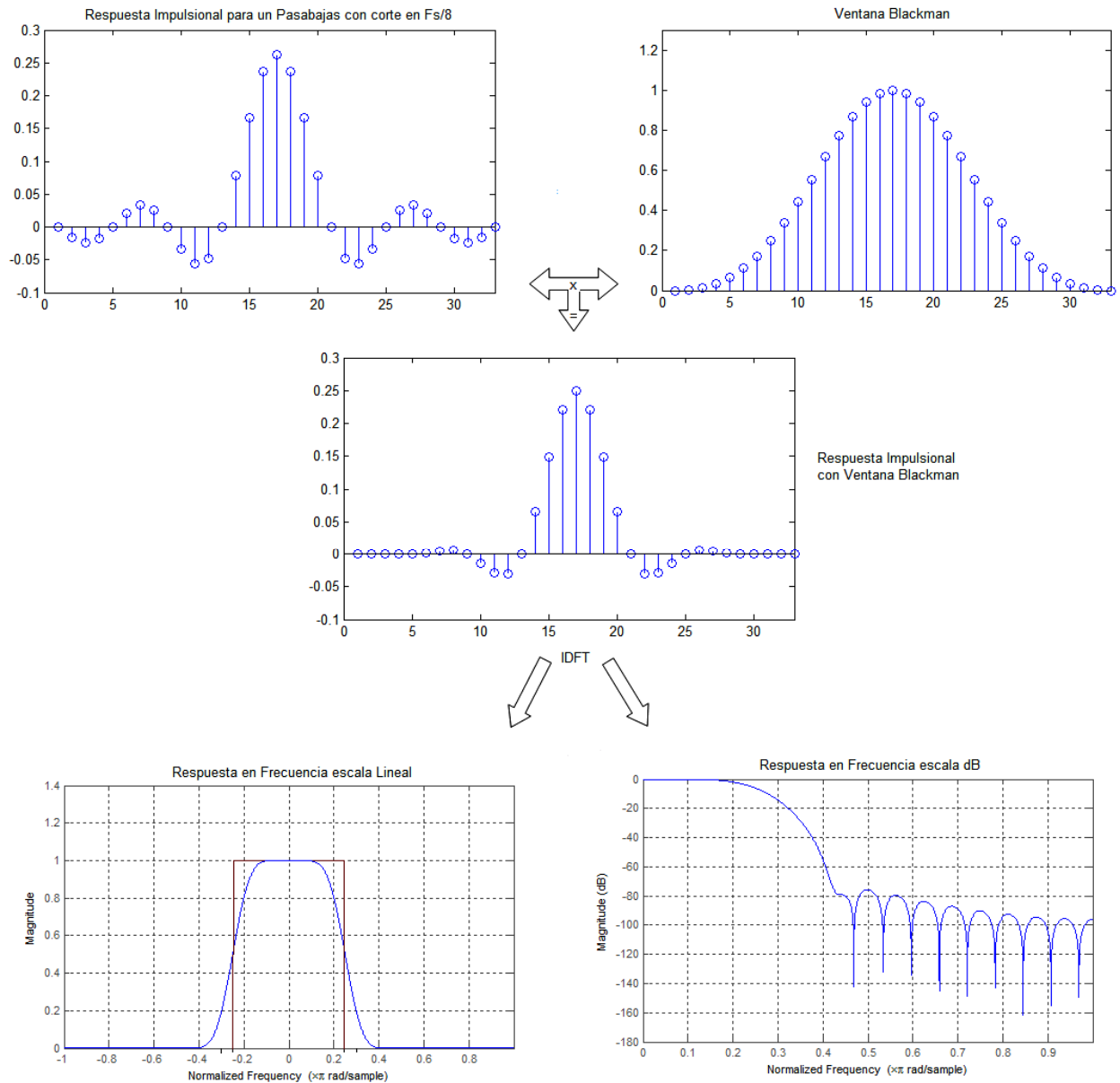


Figura 14-24. Filtro Pasabajas Usando Ventana Blackman

En la Figura 14-24 podemos observar que las ondulaciones son ampliamente reducidas a tal grado que en la escala lineal no se ven pero en la escala en dB si se pueden observar. Sin embargo el precio que hay que pagar para reducir las ondulaciones es una región de transición mas ancha. En la Figura 14-25 se comparan ambas ventanas y sus respectivas respuestas en frecuencia.

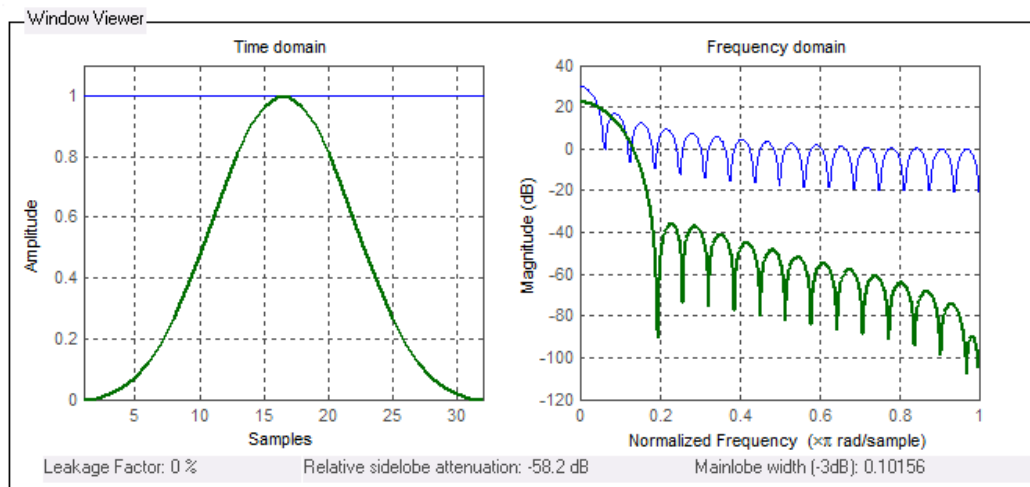


Figura 14-25. Ventana Rectangular (azul) vs Ventana Blackman (verde)

Aparte de la ventana Blackman existe una amplia variedad de ventanas en donde se destacan las siguientes:

Tabla 14-2. Ventanas usadas para filtros FIR

Window
Bartlett-Hann window
Bartlett window
Blackman window
Blackman-Harris window
Bohman window
Chebyshev window
Flat Top window
Gaussian window
Hamming window
Hann window
Kaiser window
Nuttall's Blackman-Harris window
Parzen (de la Valle-Poussin) window
Rectangular window
Tapered cosine window
Triangular window

En la Figura 14-26 se comparan las ventanas *Rectangular*, *Blackman*, *Hamming* y *Hann* y sus respectivas respuestas en frecuencia.

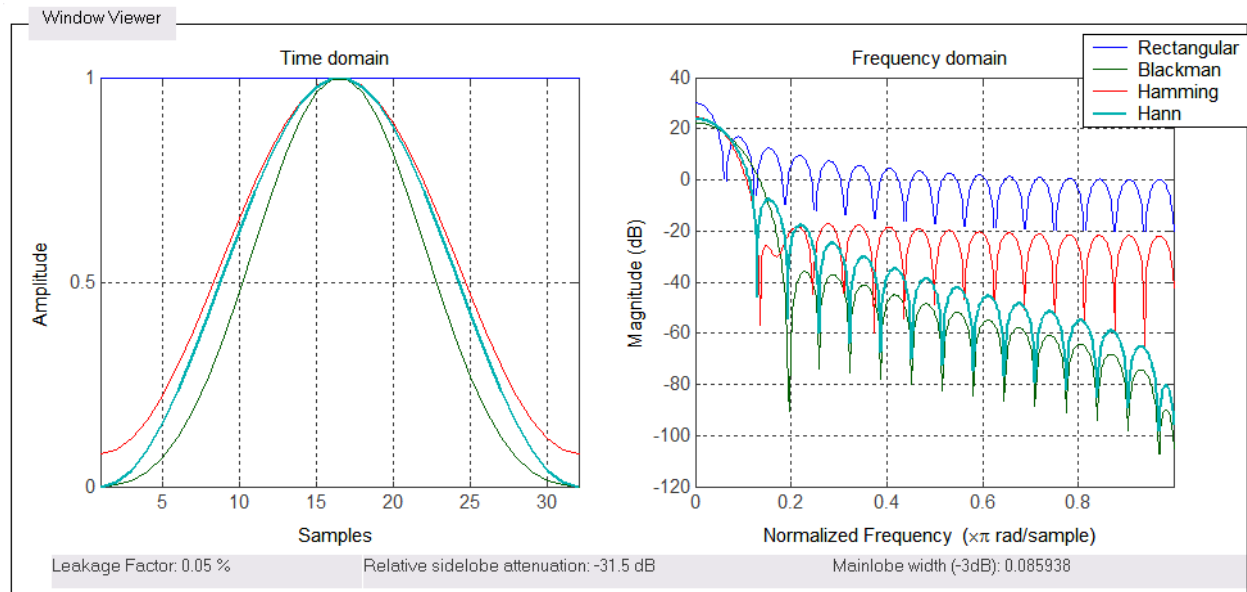


Figura 14-26. Comparación de distintas ventanas

Entonces en el método de diseño por ventanas simplemente seleccionamos una ventana, la multiplicamos por la *respuesta impulsional* para obtener nuestros coeficientes del filtro FIR.

Como podemos observar, el uso de estas ventanas es útil en el diseño de un filtro FIR, pero tenemos poco control sobre su respuesta en frecuencia; es decir lo único que podemos hacer es seleccionar alguna ventana y aceptar su respuesta en frecuencia. Afortunadamente existen algunas funciones de ventanas que nos permiten más flexibilidad al jugar entre si queremos menor región de transición o menos ondulaciones. Entre este tipo de funciones, las más populares son la ventana *Chebyshev* y la ventana *Kaiser*.

Ventana Chebyshev

La ventana Chebyshev esta dada por la siguiente función:

$w(k)$ es la IDFT de N puntos de

$$\frac{\cos \left[N \cdot \cos^{-1} \left[\alpha \cdot \cos \left(\pi \frac{m}{N} \right) \right] \right]}{\cosh [N \cdot \cosh^{-1} (\alpha)]}$$

donde

$$\alpha = \cosh \left(\frac{1}{N} \cosh^{-1} (10^{\gamma}) \right) \text{ and } m = 0, 1, 2, \dots, N$$

Ec. 14-9

La atenuación en decibeles de la banda de rechazo esta dada por

$$\text{Atten}_{\text{Chef}} = -20\gamma$$

La Figura 14-27 muestra la ventana y la respuesta en frecuencia para distintos valores de γ (en la figura se denota como 'l').

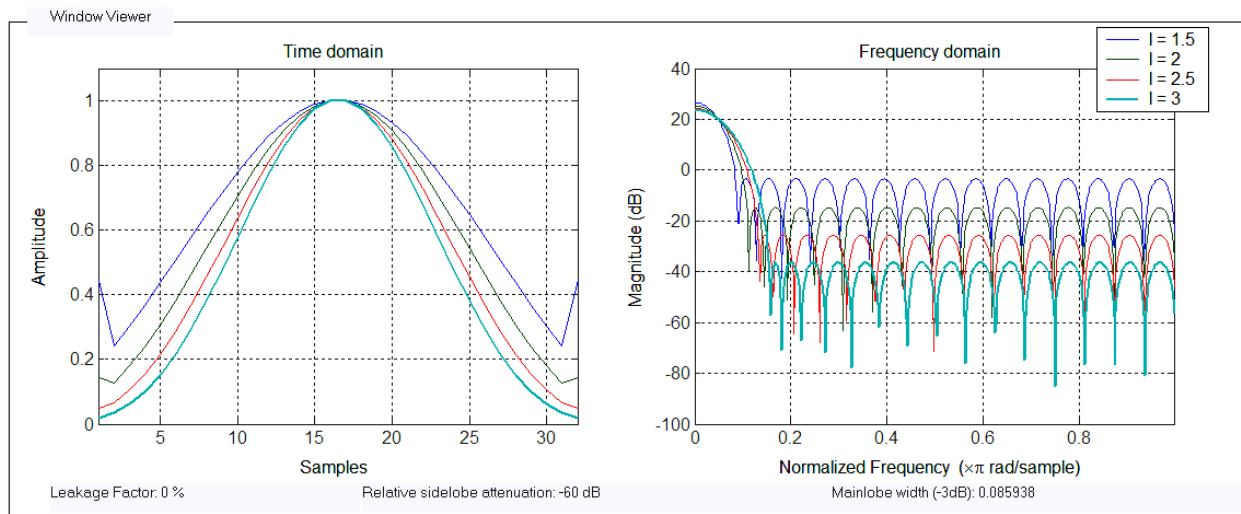


Figura 14-27. Respuesta de ventana Chebyshev para distintos valores de γ

Ventana Kaiser

La ventana Kaiser está dada por

$$\omega(k) = \frac{I_0 \left[\beta \sqrt{1 - \left(\frac{k-p}{p} \right)^2} \right]}{I_0(\beta)},$$

para $k = 0, 1, 2, \dots, N-1$, and $p = (N-1)/2$.

Ec. 14-10

Conforme aumenta el valor de β aumenta la atenuación de la banda de rechazo pero aumenta el ancho de la región de transición.

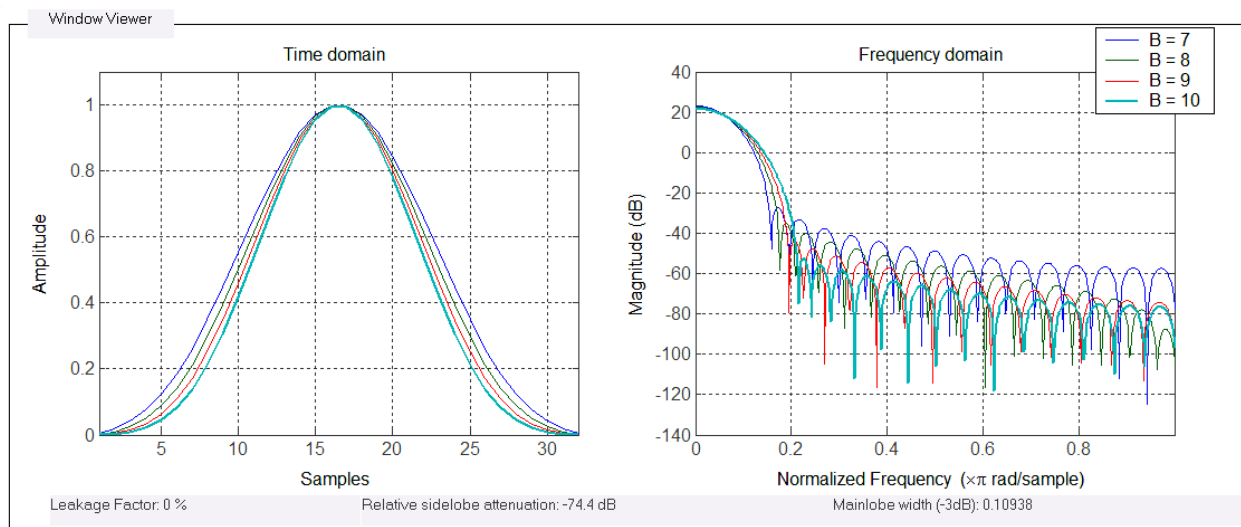


Figura 14-28. Ventana Kaiser para distintos valores de B

Chebyshev vs Kaiser

Ahora la pregunta es: ¿Cuál es mejor? Pues depende de la aplicación. Si observamos la Figura 14-29, la ventana Chebyshev proporciona una región de transición más angosta que Kaiser, pero las ondulaciones de la banda de rechazo del filtro Kaiser disminuyen con la frecuencia.

Lo principal aquí es tratar de reducir los niveles de las ondulaciones sin ampliar mucho la ondulación principal; los diseñadores de filtros digitales comúnmente experimentan con varios valores de γ y β para las ventanas Chebyshev y Kaiser para obtener la respuesta en frecuencia óptima para una aplicación en particular.

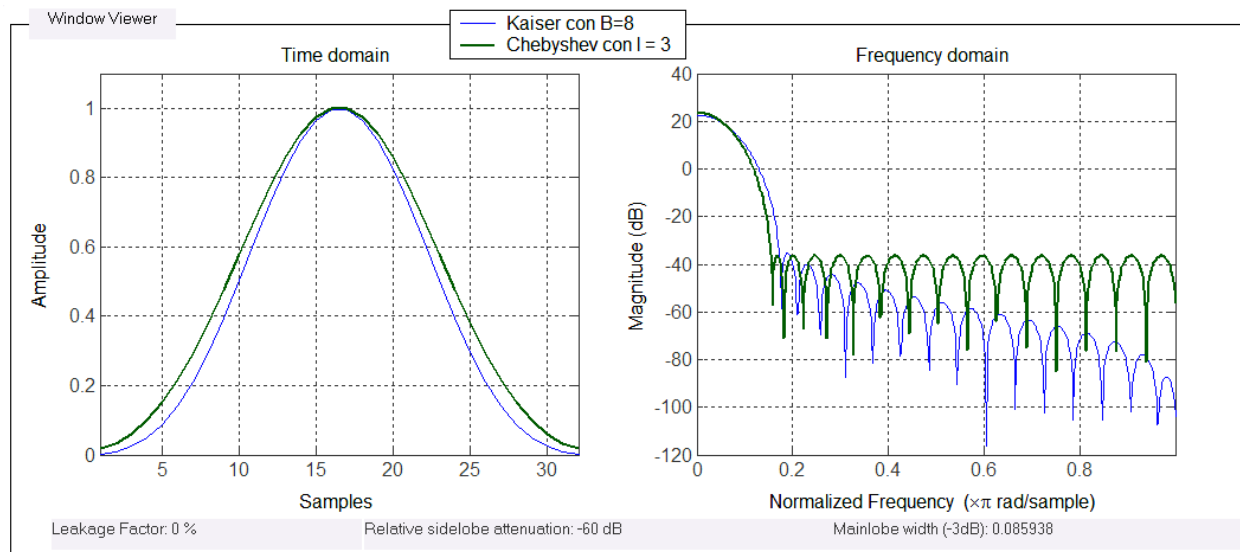


Figura 14-29. Chebyshev vs Kaiser

14.1.5.1.1 Filtros Pasa-Banda, Pasa-Altas, Rechaza-Banda

Siguiendo el procedimiento de diseño de un filtro pasa-bajas por ventanas se pueden crear filtros Pasa-Banda, Pasa-Altas y Rechaza-Banda simplemente recorriendo la respuesta en frecuencia.

14.1.5.1.2 Diseño de filtros FIR por Método de Ventanas con MATLAB

Para diseñar un Filtro FIR usando el Método de Ventanas en MATLAB se usa la función ***fir1*** cuya sintaxis es:

```
b = fir1(n,Wn)
b = fir1(n,Wn,'ftype')
b = fir1(n,Wn>window)
b = fir1(n,Wn,'ftype',window)
b = fir1(...,'normalization')
```

b = fir1(n,Wn)

Comentarios: Genera un filtro pasa-bajas con ventana Hamming de $n+1$ coeficientes.

Entradas:

- **n** = Orden del filtro (número de coeficientes).
- **Wn** = Frecuencia de corte normalizada. Valor entre 0 y 1, en donde 1 corresponde a la frecuencia de Nyquist. Si Wn es un vector de 2 elementos ($Wn=[w1\ w2]$), la función regresa un filtro pasa-banda cuya banda (ω) está en el rango $w1 < \omega < w2$. Si Wn es un vector de más elementos ($Wn=[w1\ w2\ w3\ w4\ w5\ \dots\ wn]$), la función regresa un filtro multibanda de orden n con bandas de paso $0 < \omega < w1$, $w1 < \omega < w2$, \dots $wn < \omega < 1$.

Salidas:

- **b** = Coeficientes de salida ordenados en potencias descendentes de z .

$$B(z) = b(1) + b(2)z^{-1} + \dots + b(n+1)z^{-n}$$

b = fir1(n,Wn,'ftype')

Comentarios: Genera un filtro tipo '*ftype*' con ventana *Hamming* de orden n .

Entradas:

- **n** = Orden del filtro.
- **Wn** = Frecuencia de corte (igual que anterior).
- '***ftype***' =
'high' para un filtro pasa altas con frecuencia de corte Wn .

'stop' para un filtro rechaza banda, si $Wn = [w1 \ w2]$. La frecuencia de rechazo está especificada por este intervalo.

'DC-1' para hacer que la primera banda de un filtro multibanda sea pasa-banda.

'DC-0' para hacer que la primera banda de un filtro multibanda sea de rechazo de banda.

$b = \text{fir1}(n, Wn, Window)$

Comentarios: Genera un filtro pasa-bajas con ventana especificada.

Entradas:

- n = Orden del filtro.
- Wn = Frecuencia de corte (igual que anterior).
- $Window$ = Vector que especifica la ventana a usar. Este vector debe ser de $n+1$ elementos.

$b = \text{fir1}(n, Wn, 'ftype', Window)$

Comentarios: Acepta tipo de filtro y ventana como parámetros.

$b = \text{fir1}(..., 'normalization')$

Comentarios: Funciona igual que cualquiera de las otras versiones, además especifica si la magnitud está normalizada o no.

Entradas: Todas las anteriores.

- $normalization =$
'scale' (valor predeterminado): Normaliza el filtro de tal manera que la magnitud de la respuesta del filtro en la frecuencia central sea 0dB.
'noscale' : No normaliza el filtro.

Generar Ventanas en MATLAB

Para generar una ventana en MATLAB se usa alguna de las siguientes funciones:

Tabla 14-3. Ventanas y su respectiva función en Matlab

Window	Function
Bartlett-Hann window	<u>barthannwin</u>
Bartlett window	<u>bartlett</u>
Blackman window	<u>blackman</u>
Blackman-Harris window	<u>blackmanharris</u>
Bohman window	<u>bohmanwin</u>
Chebyshev window	<u>chebwin</u>
Flat Top window	<u>flattopwin</u>
Gaussian window	<u>gausswin</u>
Hamming window	<u>hamming</u>
Hann window	<u>hann</u>
Kaiser window	<u>kaiser</u>
Nuttall's Blackman-Harris window	<u>nutallwin</u>
Parzen (de la Valle-Poussin) window	<u>parzenwin</u>
Rectangular window	<u>rectwin</u>
Tapered cosine window	<u>tukeywin</u>
Triangular window	<u>triang</u>

Estas funciones regresan un vector columna con los valores de una ventana del tipo especificado. Veamos un ejemplo.

Ejemplo 14-3. Diseño de un filtro FIR pasa-bajas de orden 50 con frecuencia de corte de 0.2 de la frecuencia de Nyquist con ventana Chebyshev y 40dB de atenuacion de ondulaciones.

```
% Filtro Pasa-Bajas Chebyshev%  
  
n = 50          %Orden del filtro  
wn = 0.2       %Frecuencia de corte  
ventana = chebwin(n+1,40)  
  
b = fir1(n,wn,ventana);    % b contiene los coeficientes del filtro  
fvtool(b,1)               % Abre la Filter Visualization Tool
```

En el ejemplo observe el uso de la función *chebwin(n+1,40)*. Aquí se especifico el tamaño de la ventana, en este caso $n+1$, porque así lo especifica la función *fir1* y el segundo parámetro especifica la atenuación en dB de las ondulaciones.

El comando *fvtool(b,1)* abre una herramienta llamada *Filter Visualization Tool*, la cual permite analizar el filtro.

El resultado de este programa es un vector *b* que contiene los coeficientes del filtro y la *Filter Visualization Tool*, la cual permite analizar el filtro previamente diseñado.

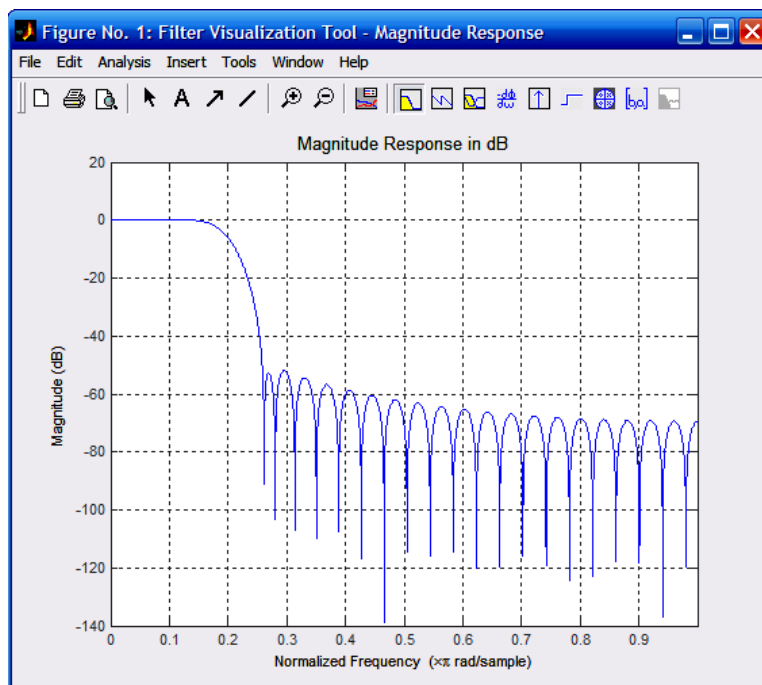


Figura 14-30. Filter Visualization Tool