2024/25

Réalisé par: Aymen IMAD et David SLEIMAN

Deuxiéme étude de cas

Toolbox Recherche Opérationelle et Aide à la Décision

Table de Matière

1 Introduction **3**

1.1 Enjeux et defis du problème . . . 3

1.2 Problèmatique et enjeux abordés . . . 3

1.3 Objectifs du probléme . . . 3

2 Contexte théorique et méthodologique **4**

2.1 Principes de base de la gestion de portefeuille . . . 4

2.1.1 rendement moyen et variance . . . 4

2.1.2 Compromis rendement et risque . . . 4

2.2 Cadre d'analyse utilisé . . . 5

2.3 Pareto-optimalité et Value at Risk (VaR) . . . 5

3 Méthodologie employée **6**

3.1 Prise en main de l'algorithme de recuit simulé . . . 6

3.1.1 Initialisation des paramètres et des données . . . 6

3.1.2 Calcul des métriques clés . . . 6

3.1.3 Génération des solutions . . . 7

3.1.4 Exécution de l'algorithme de recuit simulé . . . 7

3.2 Calcul et intégration du risque dans le processus . . . 8

3.3 Recherche et visualisation des portefeuilles Pareto-optimaux . . . 8

4 Analyse des résultats **9**

4.1 Performance des portefeuilles selon les critères . . . 9

4.2 Cas pratiques et personnalisation . . . 12

4.2.1 inconvénient des portefeuilles sans prise en compte du risque. . . . 12

4.2.2 Intégration des préférences de risque des clients. . . . 13

4.2.3 Raisonnement par Value at Risk (VaR) . . . 15

5 Enjeux et perspectives **18**

5.1 Comparaison entre les trois approches . . . 18

5.2 Défis rencontrés dans la gestion de portefeuille . . . 18

5.3 Perspectives d'amélioration . . . 18

6 Conclusion **20**

1 Introduction

1.1 Enjeux et defis du problème

La gestion de portefeuille occupe une place centrale dans les stratégies financières modernes, que ce soit pour les individus ou les institutions. Elle vise à optimiser l'allocation des ressources en fonction d'objectifs variés, comme la maximisation du rendement ou la minimisation du risque, tout en respectant des contraintes spécifiques. Dans un contexte économique en constante évolution, les gestionnaires de portefeuille doivent relever des défis importants tels que la volatilité des marchés, les incertitudes macroéconomiques et les attentes personnalisées des investisseurs.

L'étude présentée explore des approches innovantes pour répondre à ces enjeux, en combinant des méthodes quantitatives comme l'algorithme de recuit simulé et des analyses multicritères. Ces outils permettent non seulement de générer des portefeuilles Pareto-optimaux, mais également d'adapter les solutions en fonction des préférences du client, qu'il privilégie le rendement, le risque ou une métrique comme la Value at Risk (VaR).

1.2 Problèmatique et enjeux abordés

La gestion de portefeuille fait face à des enjeux majeurs, tels que la volatilité des marchés, les incertitudes économiques et les exigences croissantes des investisseurs. Les fluctuations imprévisibles des marchés, influencées par des facteurs économiques et géopolitiques, compliquent les décisions d'investissement, tandis que les cycles économiques incertains amplifient les risques. Par ailleurs, les investisseurs, de plus en plus exigeants, attendent des solutions adaptées à leurs objectifs spécifiques, qu'il s'agisse de maximiser le rendement, de minimiser le risque ou d'intégrer des critères éthiques. Ces défis nécessitent une approche méthodique et personnalisée, intégrant des outils avancés et des analyses multicritères pour concevoir des portefeuilles performants et résilients.

1.3 Objectifs du probléme

Le rapport vise à répondre à la demande d'une grande compagnie d'assurance, cliente d'une banque d'investissement, qui souhaite optimiser un investissement de **100 millions d'euros** dans des actions françaises cotées sur le CAC40. L'objectif est de proposer une méthodologie permettant de construire un portefeuille adapté à un horizon de **gestion statique de 60 jours**, tout en maximisant le rendement attendu et en maîtrisant le risque mesuré par la variance.

Pour ce faire, plusieurs contraintes spécifiques doivent être respectées, comme la diversification du portefeuille **(entre 5 et 20 actions)**, ainsi que des bornes minimales et maximales d'investissement pour chaque action **(entre 5% et 20% du capital)**. Ces exigences compliquent l'application des techniques traditionnelles comme la programmation quadratique, nécessitant des approches alternatives.

Le rapport se concentre sur l'utilisation et l'adaptation d'un algorithme de recuit simulé pour identifier des portefeuilles Pareto-optimaux. Ces solutions permettront d'équilibrer le compromis rendement/risque tout en répondant aux attentes spécifiques du client, notamment par une analyse multicritère et des métriques comme la Value at Risk (VaR). L'objectif final est de fournir au client une méthode robuste et personnalisée pour sélectionner le portefeuille qui correspond le mieux à ses préférences et objectifs financiers.

2 Contexte théorique et méthodologique

2.1 Principes de base de la gestion de portefeuille

2.1.1 rendement moyen et variance

La gestion de portefeuille repose sur deux concepts fondamentaux : le rendement moyen (μ) et la variance (σ^2), qui servent à évaluer la performance et le risque d'un portefeuille d'investissement.

Le rendement moyen (μ) est une mesure de la performance attendue, calculée comme la somme pondérée des rendements individuels des actifs :

$$\mu = x_1\mu_1 + x_2\mu_2 + \ldots + x_n\mu_n$$

où x_i représente la proportion investie dans l'actif i, et μ_i les taux de rendement moyens des 40 actions.

La variance (σ^2) est une mesure du risque lié à la volatilité des rendements, et prend en compte la covariance entre les actifs :

$$\sigma^2 = x^T\Omega x$$

avec Ω la matrice des variances-covariances des actifs, définie par:

$$\Omega_{k,l} = \sigma_k\sigma_l \times \rho_{k,l}$$

2.1.2 Compromis rendement et risque

Le rendement et le risque sont souvent en conflit : un portefeuille à rendement élevé est généralement plus risqué. La gestion de portefeuille cherche à équilibrer ces deux dimensions :

- Maximiser le rendement pour un niveau de risque donné, ou
- Minimiser le risque pour un rendement attendu.

Ce compromis est visualisé à travers la *frontière efficiente* (ou front de Pareto), où se situent les portefeuilles optimaux selon l'approche moyenne-variance. Cette analyse aide les investisseurs à choisir un portefeuille qui reflète leur tolérance au risque et leurs objectifs financiers.

En somme, le rendement moyen et le risque sont indissociables dans toute stratégie d'investissement, formant les bases des modèles modernes de gestion de portefeuille.

2.2 Cadre d'analyse utilisé

Les données nécessaires à l'analyse sont déjà fournies dans le fichier Excel ***2024_EDC2_ROAD_IMAD_SLEIMAN.xlsm***, qui contient les caractéristiques des 40 actions du CAC40. Ces données incluent les rendements moyens (μ_k) et les risques (σ_k) pour chaque action, ainsi que les corrélations ($\rho_{k,l}$) entre les différentes actions, qui influencent la matrice de covariance Ω. L'analyse statistique préalable de ces données est cruciale, car elle permet d'estimer avec précision les caractéristiques des actions, qui seront ensuite utilisées pour l'optimisation du portefeuille.

En ce qui concerne les contraintes sur la composition du portefeuille, celles-ci sont également définies dans le cahier des charges. Les proportions investies dans chaque action, notées x_i, doivent satisfaire la condition $\sum x_i = 1$ avec $0.05 \leq x_i \leq 0.20$, ce qui garantit une diversification suffisante du portefeuille. En effet, ces contraintes imposent un minimum de 5 actions et un maximum de 20, ce qui est essentiel pour limiter les frais de transaction et de gestion. Cependant, ces contraintes rendent l'optimisation plus complexe et rendent l'utilisation de techniques classiques, comme la programmation quadratique, inappliquable. Pour résoudre ce problème, un algorithme de recuit simulé sera utilisé, une méthode d'optimisation qui permet de rechercher des solutions approximatives tout en respectant les contraintes imposées sur la composition du portefeuille.

2.3 Pareto-optimalité et Value at Risk (VaR)

La **Pareto-optimalité** désigne les portefeuilles où il est impossible d'améliorer le rendement sans augmenter le risque ou vice versa. Ces portefeuilles se situent sur la frontière efficiente de Markowitz, représentant un compromis optimal entre rendement et risque. La **Value at Risk (VaR)** est une mesure du risque qui estime la perte maximale d'un portefeuille pour un niveau de confiance donné. Par exemple, une VaR à 95% indique la perte maximale qui ne sera pas dépassée dans 95% des cas. La formule de la VaR est donnée par :

$$VaR = \mu - q_\alpha \times \sigma$$

où : - μ est le rendement moyen du portefeuille sur la période, - σ est l'écart-type ou le risque du portefeuille, - q_α est le quantile de la distribution des rendements, qui dépend du niveau de confiance α (par exemple, pour $\alpha = 95\%$, $q_\alpha = 1.6449$ dans le cas d'une distribution normale).

Dans cette étude, la VaR peut être utilisée comme un critère supplémentaire pour sélectionner des portefeuilles Pareto-optimaux tout en limitant le risque à un seuil acceptable. L'algorithme de recuit simulé sera donc adapté pour optimiser les portefeuilles en fonction du rendement et du risque, en intégrant la VaR pour filtrer les portefeuilles en fonction de la tolérance au risque du client.

3 Méthodologie employée

3.1 Prise en main de l'algorithme de recuit simulé

Cet algorithme de recuit simulé vise à optimiser la composition d'un portefeuille en maximisant le rendement tout en minimisant le risque, en tenant compte des contraintes imposées. Voici une explication des principales étapes et procédures implémentées dans le code.

3.1.1 Initialisation des paramètres et des données

La sous-routine `InitialiseDonnees` récupère les paramètres nécessaires pour le recuit simulé, tels que :

- `NbIteration` : le nombre d'itérations,
- `Temperature` : la température initiale,
- `AlphaTemp` : le coefficient de refroidissement,
- `SeuilMin` et `SeuilMax` : les bornes des proportions investies.

La sous-routine `Lecture_donnees` lit les coefficients de corrélation (ρ) et les variances (σ^2) des actions à partir de feuilles Excel, qui sont ensuite utilisées pour calculer la matrice de covariance.

3.1.2 Calcul des métriques clés

- **Matrice de covariance (Ω)** : calculée par la fonction `Matrice_Covariance`, selon la formule :

$$\Omega_{i,j} = \rho_{i,j} \times \sigma_i \times \sigma_j.$$

- **Variance** :
  - La fonction `variance_solution` calcule la variance (σ^2) d'une solution donnée :

$$\sigma^2 = x^T \Omega x.$$

- **Rendement (μ)** : calculé par la fonction `Rendement`, qui applique une somme pondérée des proportions investies et des rendements individuels :

$$\mu = \sum_{i=1}^{n} x_i \mu_i.$$

Le code VBA de la fonction `Matrice_Covariance` est le suivant:

```
' Calcul des coefficients de la matrice de covariance
Function Matrice_Covariance(ByRef variance() As Double, ByRef rho() As Double,
ByRef Matrice_cov() As Double)
    For i = 1 To NbActions
        For j = 1 To NbActions
```

```
            Matrice_cov(i, j) = rho(i, j) * variance(i) * variance(j)
        Next j
    Next i

End Function
```

qui sert pour calculer la variance par la fonction `variance_solution` suivante:

```
' Calcul de la variance d'une solution
Function variance_solution(ByRef Matrice_cov() As Double, ByRef Solution() As Double)
    Dim produit_xomega(NbActions) As Double
    Dim s As Integer

    For i = 1 To NbActions
        produit_xomega(i) = 0
        For j = 1 To NbActions
            produit_xomega(i) = produit_xomega(i) + Solution(j) *
            Matrice_cov(j, i) 'on somme sur chaque colonne
        Next j
    Next i

    variance_finale = 0
    For i = 1 To NbActions
        variance_finale = variance_finale + produit_xomega(i) * Solution(i)
    Next i

    variance_solution = variance_finale

End Function
```

3.1.3 Génération des solutions

- **Construction initiale** : La sous-routine `InitSol` génère un portefeuille initial en attribuant des proportions aléatoires aux actions, tout en respectant les contraintes de seuils (`SeuilMin`, `SeuilMax`) et la diversification.
- **Voisinage** : La sous-routine `Voisin` modifie la solution courante en transférant une proportion d'une action à une autre pour explorer de nouvelles solutions.

3.1.4 Exécution de l'algorithme de recuit simulé

La sous-routine principale, `SimulatedAnnealing`, exécute le processus suivant :

1. Une solution initiale est générée et son rendement est calculé.
2. À chaque itération, une solution voisine est évaluée. Elle est acceptée si elle améliore le rendement ou avec une probabilité proportionnelle à la température (*critère de Boltzmann*).

3. La température est réduite progressivement ($T = T \times \alpha$).
4. La meilleure solution trouvée est mise à jour si nécessaire.

3.2 Calcul et intégration du risque dans le processus

L'intégration du risque dans le processus de recuit simulé est essentielle pour équilibrer le compromis entre rendement et volatilité. Le risque est mesuré par la variance (σ^2) et l'écart-type (σ), qui représentent respectivement la dispersion des rendements et leur volatilité. Ces mesures sont incorporées à chaque étape de l'algorithme, à partir du code VBA suivant

```
'Calcul du risque
Function Risque(ByRef variance_solution As Double)
Risque = 0

r = Sqr(variance_solution)

Risque = r
End Function
```

3.3 Recherche et visualisation des portefeuilles Pareto-optimaux

Un portefeuille est considéré comme Pareto-optimal s'il n'est dominé par aucun autre, c'est-à-dire qu'il n'existe pas de solution offrant un rendement supérieur pour un risque égal ou inférieur. Dans l'algorithme, cette recherche est réalisée grâce à la sous-routine `Pareto`, qui compare chaque portefeuille à tous les autres. Les portefeuilles dominés sont marqués comme "Non Pareto" (dans la feuille **"Fichier log"**, tandis que ceux qui ne sont dominés par aucun autre sont qualifiés de "Pareto". Le code VBA pour la fonction pareto est comme suit:

```
Sub Pareto(ByVal NbIteration As Integer)
    Dim ws As Worksheet
    Dim i As Long
    Dim j As Long
    Dim IsPareto As Boolean
    Dim CurrentReturn() As Double, CurrentRisk() As Double
    Dim CompareReturn As Double, CompareRisk As Double

    ' Référence vers la feuille de calcul
    Set ws = ThisWorkbook.Worksheets("Fichier log")
    ws.Activate

    ' Initialisation des tableaux pour stocker les valeurs
    ReDim CurrentReturn(1 To NbIteration)
    ReDim CurrentRisk(1 To NbIteration)

    ' Remplissage des valeurs de rendement et risque
```

```
    For i = 1 To NbIteration
        CurrentReturn(i) = ws.Cells(i + 1, 43).Value ' Colonne du rendement
        CurrentRisk(i) = ws.Cells(i + 1, 47).Value   ' Colonne du risque
    Next i

    ' Calcul du front de Pareto
    For i = 1 To NbIteration
        IsPareto = True

        ' Comparaison avec tous les autres portefeuilles
        For j = 1 To NbIteration
            If j <> i Then
                CompareReturn = CurrentReturn(j)
                CompareRisk = CurrentRisk(j)

                ' Détermine si le portefeuille (j) domine (i)
                If (CompareReturn >= CurrentReturn(i)
                And CompareRisk <= CurrentRisk(i)) Then
                    IsPareto = False
                    Exit For
                End If
            End If
        Next j

        ' Mise à jour des résultats
        If IsPareto Then
            ws.Cells(i + 1, NbActions + 9).Value = "Pareto"
        Else
            ws.Cells(i + 1, NbActions + 9).Value = "Non Pareto"
        End If
    Next i
End Sub
```

Une fois les portefeuilles Pareto-optimaux identifiés, ils sont visualisés sur un graphique généré par la sous-routine `GraphiqueParetoCouleur1`. Ce graphique affiche les portefeuilles Pareto en rouge et les portefeuilles non Pareto en bleu, avec le risque en abscisse et le rendement en ordonnée.

4 Analyse des résultats

4.1 Performance des portefeuilles selon les critères

Aprés execution d'une premiére version de l'algorithme du recuit simulé, (module 1 du visual basic) on retrouve les resultats suivant dans la feuille excel **"Fichier log"**, qui présente les détails des résultats obtenus sur 5000 itérations du processus d'optimisation de portefeuille. Pour chaque itération, il indique les taux d'investissement associés à différentes actions, ainsi que les rendements correspondants. Les colonnes supplémentaires fournissent des informations précises sur la variance et le risque liés à ces portefeuilles, deux critères fondamentaux dans l'analyse des investissements. Enfin, le fichier identifie si un portefeuille donné appartient à la frontière de Pareto, c'est-à-dire s'il représente une solution optimale selon les compromis entre les rendements et le risque. Cette présentation détaillée permet de suivre l'évolution des décisions d'investissement tout en évaluant leurs performances et leur conformité aux critères d'optimalité. On pourra par la suite et pour plus de details visualiser la courbe du rendement pour chaque itération.

Pour notre Portefeuille optimal, le tableau ci-dessous présente les actions ayant des proportions non nulles ainsi que leurs taux d'investissement respectifs pour un rendement optimak de 0.044 .

Action	Taux d'investissement (%)
Action 12	7
Action 14	17
Action 16	7,88
Action 19	5
Action 20	18,29
Action 22	9
Action 28	8
Action 33	5,87
Action 38	16
Action 40	5

Table 1: Répartition des investissements par action.

Ensuite dans la feuille **"pareto-optimaux"**, on retrouve les valeurs respectives du rendement, risque ainsi que les "value at risk" pour les quantiles respectifs 99%, 95%, 80% et 70%, par la sous-routine `AjouterValeursPareto` et on trace la courbe du rendement suivante:

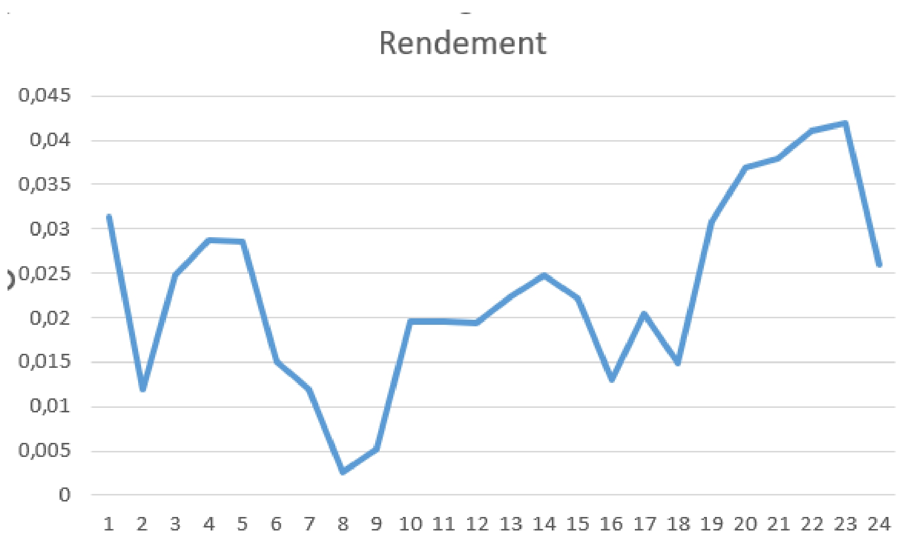


Figure 1: rendements par iterations

La courbe illustre les rendements associés à des solutions Pareto optimales. Elle met en évidence une grande variabilité des rendements en fonction des indices, reflétant les différents compromis possibles entre les objectifs à optimiser. Ces variations traduisent la nature fluctuante de l'efficacité des solutions lorsqu'on se déplace le long du front de Pareto.

Certaines zones de la courbe montrent des rendements particulièrement faibles, notamment autour des indices 7, 9, et 16. Ces points correspondent probablement à des compromis où aucun objectif n'est clairement favorisé ou à des scénarios où un objectif est maximisé au détriment des autres. À l'inverse, des zones de rendement élevé, observées autour des indices 3, 6, 20, et 23, indiquent des solutions où les objectifs sont mieux équilibrés ou où une priorité claire favorise une meilleure performance globale.

La courbe présente également une tendance notable: après un creux vers l'indice 16, les rendements augmentent progressivement pour atteindre un pic autour des indices 20 à 23. Cela suggère une transition vers des solutions plus efficaces au fur et à mesure que l'on explore le front de Pareto. Cette observation met en lumière l'importance de sélectionner soigneusement les points Pareto optimaux, en fonction des priorités et des besoins des décideurs.

Globalement, les variations de rendement soulignent que certaines solutions Pareto offrent des compromis bien moins intéressants que d'autres. Les décideurs devraient privilégier les solutions dans les zones de rendement élevé, tout en tenant compte des compromis associés. Pour affiner cette analyse, il serait utile d'examiner les paramètres spécifiques influençant le rendement à chaque point afin de mieux comprendre pourquoi certaines solutions sont plus performantes.

Par ailleurs une fonction `GraphiqueParetoCouleurs1()` est utilisée pour afficher le graphique dont figures pour toutes les itération le rendement en fonction du risque et on obtient le graphique suivant:

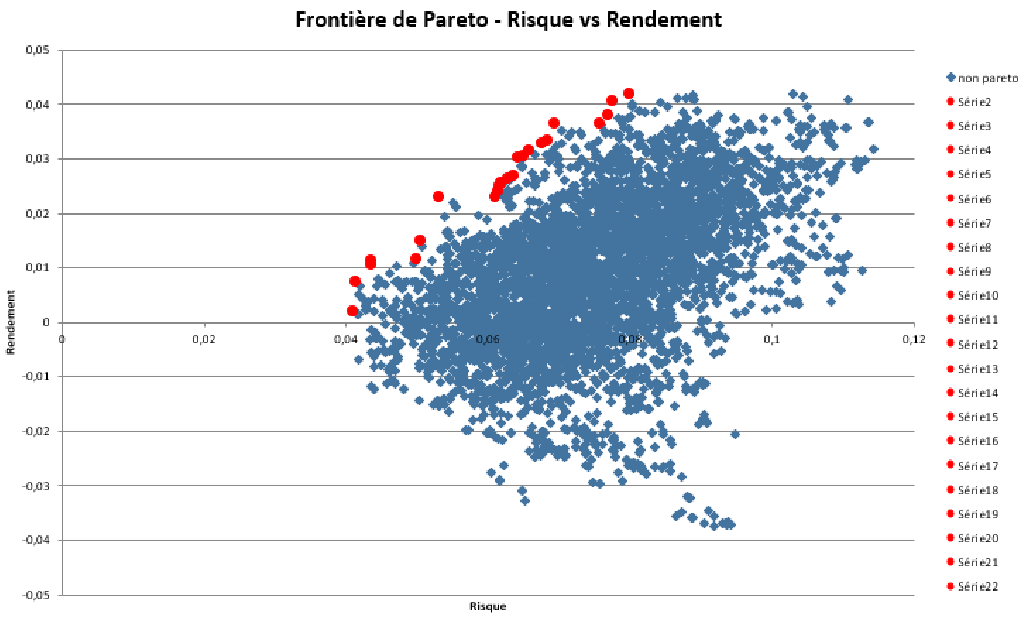


Figure 2: rendement et risque - front de pareto

Le graphique illustre l'approche moyenne-variance pour la sélection de portefeuilles, où le recuit simulé a été utilisé pour approximer la frontière de Pareto. Les points rouges représentent les portefeuilles Pareto-optimaux, offrant un équilibre entre risque et rendement, tandis que les points bleus sont sous-optimaux. La forme convexe des points rouges confirme la validité des résultats et reflète une bonne capture de la frontière efficiente. Cependant, la forte densité de points non optimaux suggère une exploration améliorable via des ajustements des paramètres de l'algorithme. Une analyse multicritère comme la VaR pourrait aider à prioriser les portefeuilles Pareto-optimaux pour une décision finale.

pour une meilleure visualisation on pourra afficher que les valeurs rendement vs risque pour les iteration "pareto optimales", une petite modification sur la fonction `GraphiqueParetoCouleurs1()` et une re-execution donne le resultat suivant:

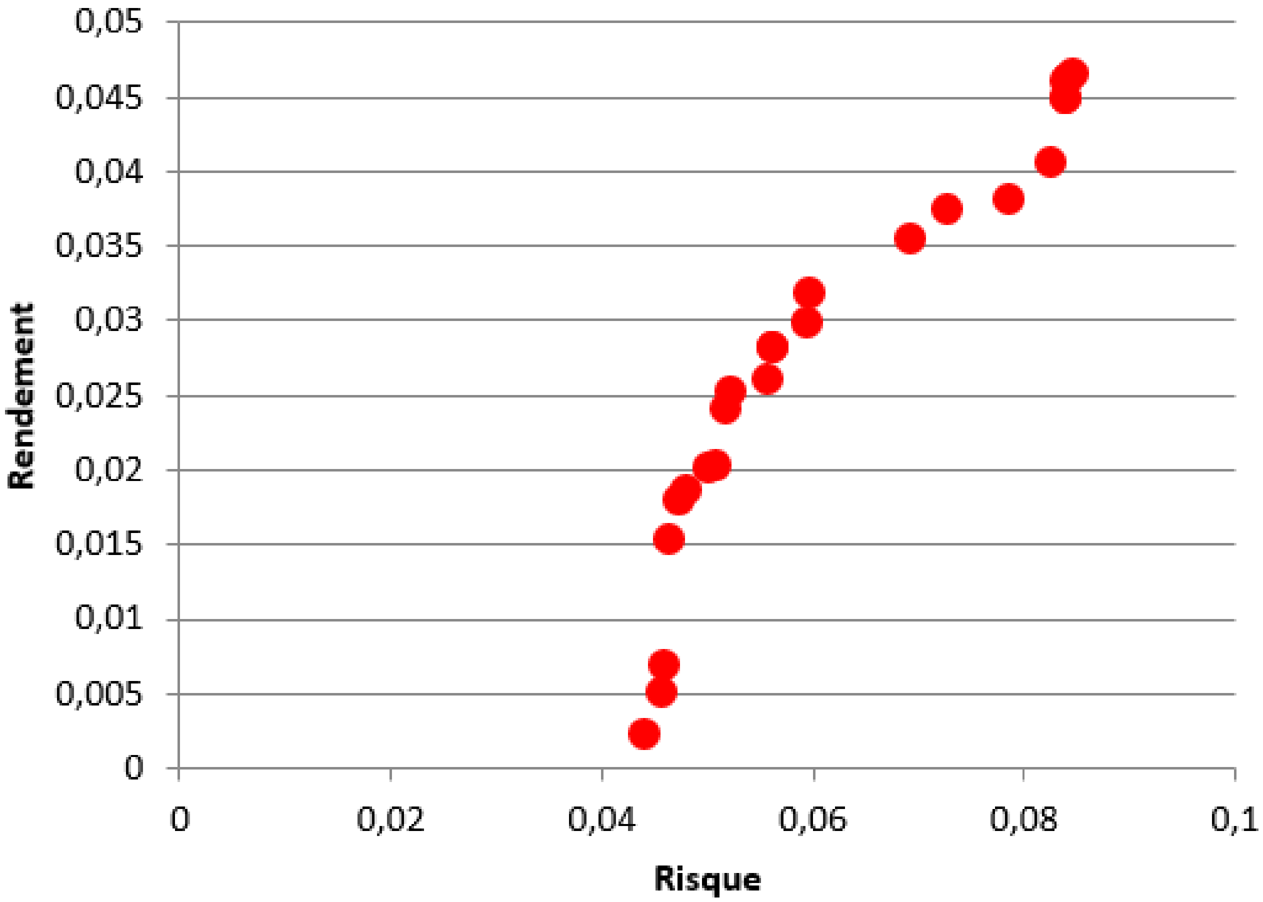


Figure 3: front de pareto

4.2 Cas pratiques et personnalisation

4.2.1 inconvénient des portefeuilles sans prise en compte du risque.

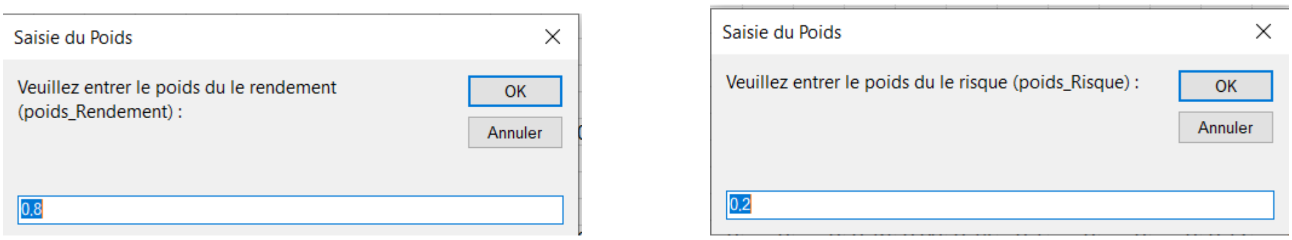
Dans une seconde approche, nous proposons d'effectuer une analyse multicritère en tenant compte à la fois du rendement et du risque, en leur attribuant des poids spécifiques. Cette méthode utilise une version adaptée de l'algorithme de recuit simulé, implémentée dans la fonction `SimulatedAnnealing_risk`. L'idée est d'optimiser un portefeuille en cherchant un équilibre entre maximisation du rendement et minimisation du risque, selon les priorités fixées par l'utilisateur à travers deux poids : un pour le rendement et un autre pour le risque.

L'algorithme de recuit simulé s'inspire du processus de refroidissement des métaux pour explorer efficacement un grand espace de solutions. Il commence par une solution initiale générée aléatoirement, qu'il modifie progressivement en fonction d'une température décroissante. Cette température contrôle la probabilité d'accepter des solutions moins bonnes temporairement, ce qui aide à éviter de rester bloqué dans des minima locaux. Ici, la fonction objectif est une combinaison pondérée du rendement et du risque, ajustée selon les préférences de l'utilisateur. En optimisant cette fonction, l'algorithme identifie la solution qui équilibre au mieux ces deux critères.

La fonction `SimulatedAnnealing_risk` démarre en demandant à l'utilisateur d'entrer les poids du rendement (`poids1`) et du risque (`poids2`), ces derniers devant totaliser 1. Elle initialise ensuite les données nécessaires (matrice de covariance, taux de rendement, seuils) avant de lancer l'optimisation par recuit simulé. Ce processus génère successivement des portefeuilles candidats tout en évaluant leur performance en termes de rendement ajusté par le risque, jusqu'à convergence vers une solution optimale.

4.2.2 Intégration des préférences de risque des clients.

dans une seconde approche, nous réaliserons une analyse multi-critéres en affectant des poids sur le rendement et le risque choisies par le client



(a) demmande de poids du rendement

(b) demmande de poids du risque

Figure 4: demandes de valeurs du clients

En créant une fonction analogue `simulatedAnnealing_risk` (module 2) qui demende deux au client les poids du rendement et du risque, et aprés execution pour un poids de rendement égal à 80% contre un taux de risque de 20% on retrouve un rendement espéré de 0.015 pour les taux d'action suivantes, ainsi que graphique rendement-risque suivant:

Action	Taux d'investissement (%)
2	5%
12	12%
14	5%
20	15,07%
22	5%
23	10,79%
29	5%
30	15,69%
31	5,37%
37	12%
38	9,17%

Table 2: Tableau des actions avec taux d'investissement non nuls exprimés en pourcentages

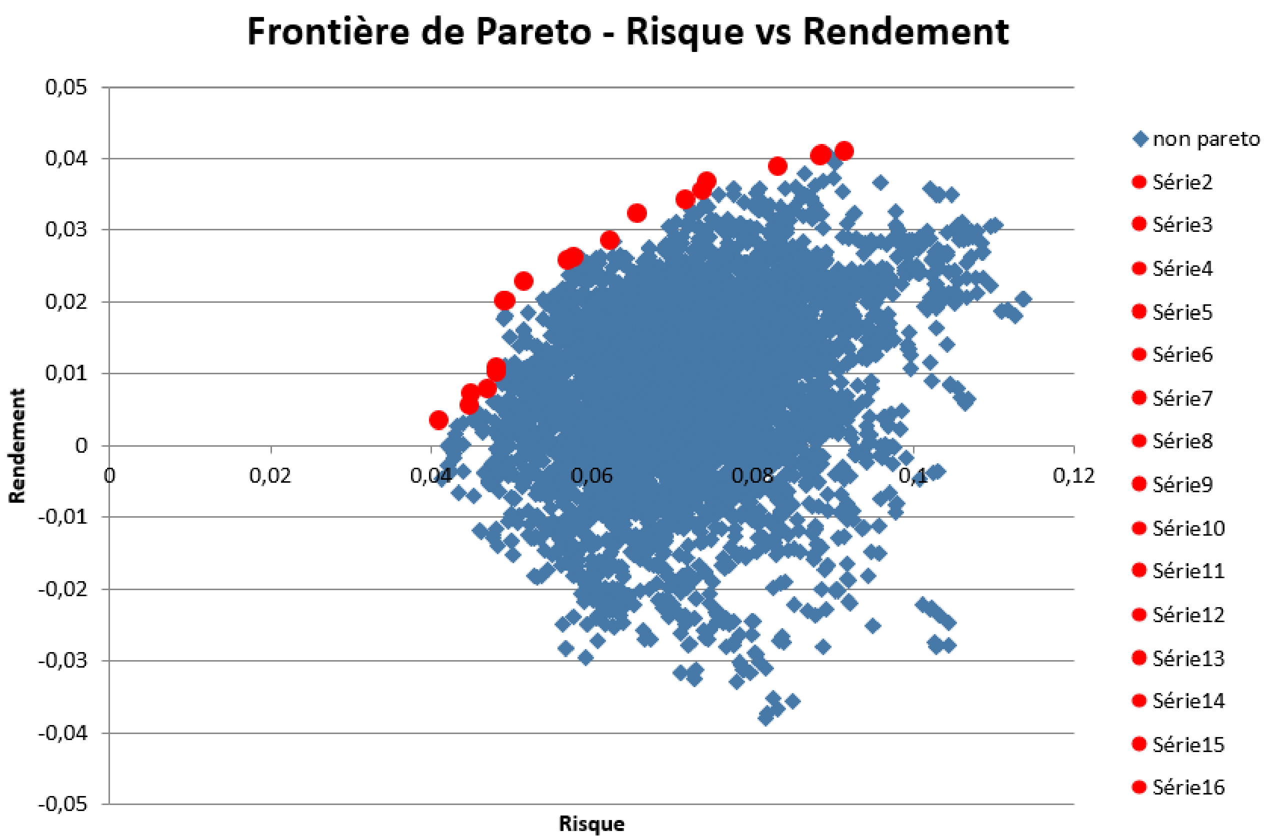


Figure 5: graphique rendement - risque

L'analyse multicritère effectuée à l'aide de la fonction `simulatedAnnealing_risk` met en évidence l'importance de la pondération dans la prise de décision d'investissement. En attribuant un poids de 80% au rendement et de 20% au risque, nous obtenons un portefeuille optimisé avec un rendement espéré de 0,015. Le tableau 2 détaille les taux d'investissement optimaux pour chaque action, mettant en avant une diversification significative entre plusieurs actifs.

Le graphique associé illustre la frontière de Pareto, qui représente l'ensemble des portefeuilles non dominés. Ces résultats confirment que le portefeuille optimisé maximise le rendement tout en limitant le risque conformément aux pondérations définies. Ainsi, cette méthode offre une solution robuste et adaptable aux préférences du décideur, offrant un équilibre entre la prise de risque et l'espérance de gains.

4.2.3 Raisonnement par Value at Risk (VaR)

Ensuite On essaye de visualiser la "Value at risk" qui est calculée par la fonction `ValueAtRisk()` définie comme suit:

```

sub ValueAtRisk(Rendement As Double, Risque As Double, Quantile As Double) As Double

    ValueAtRisk = Rendement - Risque * Application.NormSInv(Quantile)
End Function
```

les resultats sont affichés dans une feuille nommée "pareto-optimaux" dans laquelle s'affiche le rendement, le risque et les "value at risk" pour les quantiles 99% 95% 80% et 70% et présentés dans la feuille excel **"pareto-optimaux"**, et on trace les courbes suivant

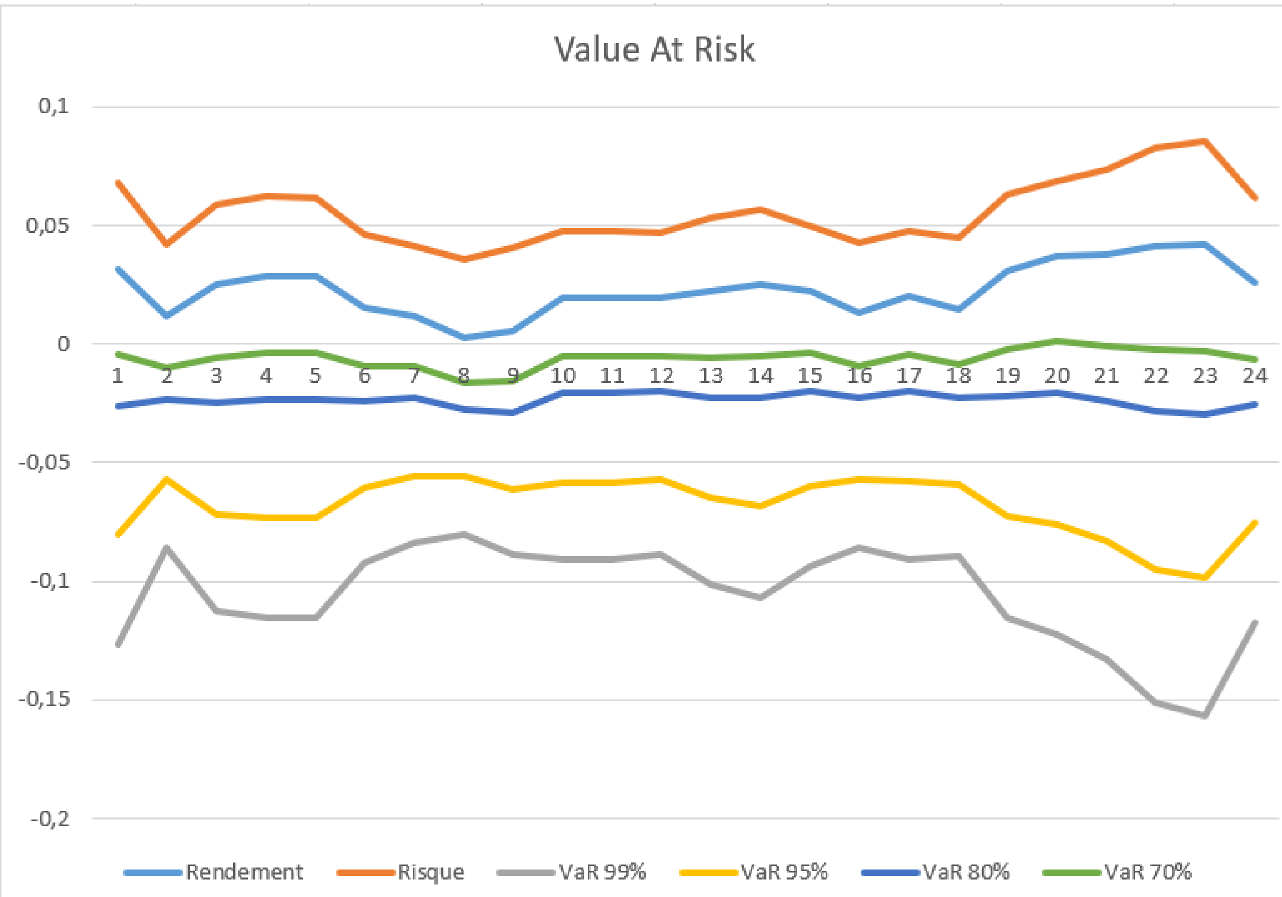


Figure 6: Courbe de "Value-At-Risk" pour les quantiles 99%, 95%, 80% et 70%

Le graphique illustre l'évolution de plusieurs indicateurs financiers, notamment le **rendement**, le **risque**, et les différentes "Value At Risk" **(VaR)** calculées aux niveaux de confiance de 99%, 95%, 80%, et 70%, pour des itérations correspondant aux solutions Pareto-optimales. Ces indicateurs permettent d'évaluer les compromis entre performance et exposition au risque dans la sélection des portefeuilles optimaux.

La courbe du **rendement** (en bleu) montre une stabilité globale, avec des valeurs positives tout au long des itérations. Cela reflète une performance constante des portefeuilles Pareto-optimaux. Cependant, de légères fluctuations sont observées, ce qui traduit des ajustements dans la composition des portefeuilles pour répondre aux contraintes d'optimalité.

Le ***risque** (courbe orange), quant à lui, évolue à un niveau légèrement supérieur à celui du rendement, ce qui est attendu dans les compromis risque-rendement. Si le risque reste globalement stable sur la majorité des itérations, une légère tendance à la hausse est visible vers la fin. Cela suggère que certaines solutions optimales impliquent une prise de risque plus importante, possiblement pour atteindre un rendement plus compétitif.

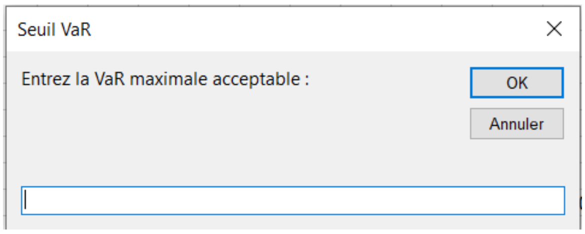
Les courbes de **Value at Risk (VaR)** (gris pour 99%, jaune pour 95%, bleu pour 80%, vert pour 70%) permettent d'analyser les pertes maximales attendues dans différents scénarios. La VaR à 99% est la plus basse et la plus négative, ce qui reflète les pertes potentielles maximales dans des conditions extrêmes. À mesure que le niveau de confiance diminue (95%, 80%, 70%), les pertes estimées se rapprochent de zéro, indiquant des scénarios de perte moins sévères et plus probables. Ces courbes restent relativement stables, montrant une faible variabilité dans les pertes potentielles pour les portefeuilles optimaux.

Enfin, la comparaison des indicateurs met en évidence une logique classique dans l'analyse des portefeuilles Pareto-optimaux : un rendement plus élevé est généralement accompagné d'une augmentation du risque. Cependant, les pertes potentielles, telles qu'illustrées par la VaR, sont bien maîtrisées, même dans des scénarios extrêmes. On observe néanmoins qu'au fil des itérations, le risque semble augmenter plus rapidement que le rendement, ce qui pourrait signaler des compromis moins avantageux à la recherche d'optimalité.

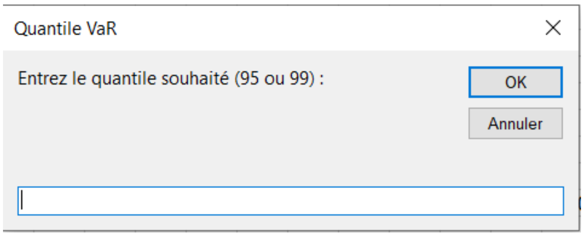
En conclusion, le graphique illustre un équilibre soigneusement géré entre rendement, risque et pertes potentielles. Les portefeuilles Pareto-optimaux assurent une performance positive tout en contrôlant les expositions aux pertes, particulièrement dans des scénarios courants. Toutefois, une attention particulière devrait être portée aux itérations où le risque augmente sensiblement, ce qui pourrait signaler des compromis moins attractifs dans la gestion globale.

- Approche d'utilisation du critère Value-At-Risk:

Une autre approche qui peut être suivie est celle en tenant compte du value-at-risk en selectionnant le porte feuille à rendement optimal mais avec une value-at-risk qui ne dépasse pas un seuil choisi par le client



(a) Msgbox pour demmande de VaR maximal



(b) Msgbox pour demmande de quantile

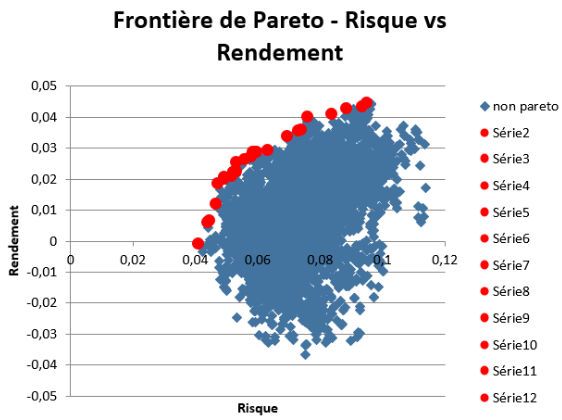
Figure 7: demandes de valeurs du clients

cette methode est implémentée dans le code de recuit simiulé légérement modifié pour tenir compte des nouveaux choix du client dans une sous-routine `SimulatedAnnealing_VaR()` (Module 3 du Visual basic)

et pour un seuil maximal pour value-at-risk de 0,0001 et quantile à 95% on obtient un rendement optimal de 0,044 suivant les actions suivant:

Action N°	Taux d'Investissement (%)
2	5%
3	19.67%
8	5%
14	12%
18	5.59%
19	13%
20	16.16%
27	5%
40	18%

(a) Taux d'investissement non nuls et numéros d'actions



(b) graphique Risque-rendement

Figure 8: Resultat du recuit simulé en tenant compte de la valeur du VaR

Globalement, les résultats sont similaires au premier cas mais ils offrent plus de choix pour le client. Le rendement optimal obtenu de 0,044, avec un seuil maximal pour la Value-at-Risk (VaR) de 0,0001 et un quantile de 95%, permet de déterminer un équilibre entre risque et rendement. Cependant, un changement du quantile de la VaR aura un impact significatif sur le résultat du rendement et sur la composition du portefeuille.

Si le quantile est augmenté, par exemple à 99%, cela signifie que nous limitons les pertes extrêmes à un niveau plus strict, tolérant seulement 1% des cas où les pertes dépassent la VaR. En conséquence, les portefeuilles obtenus seront plus conservateurs, avec des investissements dans des actions moins volatiles et moins risquées, mais avec un rendement plus faible. Le rendement optimal pourrait donc diminuer, car l'optimisation chercherait à réduire le risque tout en respectant cette contrainte plus stricte.

À l'inverse, si le quantile est abaissé à 90%, nous serons plus tolérants envers le risque, permettant une probabilité plus élevée (10%) que les pertes dépassent le seuil de la VaR. Cela pourrait entraîner un portefeuille avec un rendement plus élevé, mais aussi un risque accru. Le modèle optimisera alors les investissements en choisissant des actions plus risquées, mais potentiellement plus rentables. Le rendement optimal pourrait donc augmenter, mais le portefeuille serait également plus volatile.

5 Enjeux et perspectives

5.1 Comparaison entre les trois approches

Approche	**Avantages**	**Inconvénients**
Rendement Seul	Maximisation du rendement attendu.	Ignore le risque, potentielle volatilité élevée.
Rendement et Risque	Réduction du risque via pondérations, flexibilité pour ajuster aux préférences client, moins sensible à des fluctuations soudaines sur les marchés.	Rendement inférieur à l'approche uniquement orientée rendement,
Rendement et VaR	Gestion des scénarios extrêmes, bon équilibre entre rendement et risque.	Contraintes strictes sur la VaR pouvant limiter les options intéressantes.

Table 3: Comparaison des approches : avantages et inconvénients.

5.2 Défis rencontrés dans la gestion de portefeuille

La gestion de portefeuille a présenté plusieurs défis majeurs. Les contraintes spécifiques du cahier des charges, comme les bornes d'investissement par action, ont rendu les techniques classiques inapplicables, nécessitant des approches alternatives comme le recuit simulé. Cet algorithme, bien que flexible, a montré une sensibilité aux paramètres (température initiale, taux de refroidissement) qui impactent la qualité des solutions. Trouver un équilibre entre rendement et risque s'est avéré complexe, tout en intégrant la variance et les corrélations des actions du CAC40 pour assurer une diversification optimale et réduire les risques.

5.3 Perspectives d'amélioration

Pour perfectionner la méthodologie utilisée, plusieurs pistes d'amélioration peuvent être envisagées. Tout d'abord, un ajustement dynamique des paramètres de l'algorithme de recuit simulé, comme la température initiale et le taux de refroidissement, pourrait permettre une exploration plus efficace de l'espace des solutions et une meilleure convergence vers les portefeuilles optimaux. Ensuite, l'intégration d'une analyse multicritère élargie, incorporant des métriques supplémentaires telles que le ratio de Sharpe ou des critères éthiques, offrirait des options personnalisées répondant aux attentes diversifiées des clients. Par ailleurs, l'utilisation d'outils modernes de visualisation, comme Python avec Matplotlib ou Plotly, améliorerait la représentation graphique des fronts de Pareto, facilitant ainsi la compréhension des compromis entre rendement et risque.

De plus, une version avancée de l'algorithme, intégrant des mesures comme la Value at Risk (VaR) et des modèles de queues épaisses, permettrait de mieux évaluer et gérer les scénarios extrêmes et les fortes volatilités des marchés. Enfin, l'adoption de techniques d'apprentissage automatique pourrait révolutionner la gestion de portefeuille en prédisant les corrélations futures et en adaptant dynamiquement les investissements aux évolutions des marchés. Ces approches innovantes, combinées aux outils existants, contribueraient à renforcer la robustesse et la pertinence des solutions proposées.

6 Conclusion

En conclusion, cette étude a permis de démontrer l'efficacité et la flexibilité de l'algorithme de recuit simulé dans la gestion de portefeuilles sous contraintes complexes. Malgré les défis rencontrés, notamment liés aux paramètres de l'algorithme, à l'équilibre entre rendement et risque, et à la gestion des corrélations entre actifs, les solutions obtenues se sont avérées pertinentes pour construire des portefeuilles Pareto-optimaux adaptés aux attentes spécifiques du client. L'intégration de mesures avancées telles que la Value at Risk et l'analyse multicritère a enrichi l'approche, offrant une meilleure compréhension des compromis inhérents à la sélection des portefeuilles.

Cependant, des perspectives d'amélioration restent à explorer pour renforcer les performances et la robustesse de la méthodologie. L'ajustement dynamique des paramètres, l'élargissement des métriques d'analyse, et l'adoption d'outils modernes de visualisation et d'intelligence artificielle constituent des pistes prometteuses. Ces développements permettraient d'optimiser davantage la personnalisation des portefeuilles et de mieux anticiper les dynamiques du marché.

En somme, cette démarche alliant rigueur quantitative et créativité méthodologique répond efficacement aux exigences du client, tout en ouvrant la voie à des applications élargies et à une amélioration continue des outils de gestion de portefeuille dans un contexte financier en perpétuelle évolution.