

第六章《定积分》教案

教学项目

教学项目 定积分

授课地点 多媒体教室

授课形式 线下教学

学情分析 学生已掌握不定积分的基本概念和计算方法，但对定积分的理解还不够深入。学生在定积分的概念、几何意义、计算方法、应用方面需要重点指导。

教学目标

知识目标：使学生理解定积分的概念、掌握定积分的计算方法和应用。

能力目标：培养学生利用定积分解决实际问题的能力。

素质目标：提高学生的数学抽象思维和工程应用能力。

教学重点 定积分的概念和几何意义、定积分的计算方法、定积分的应用。

教学难点及应对

难点：定积分的几何意义理解、定积分的应用。

应对策略：通过具体的几何图形演示，分步骤讲解，辅以Lab6系列仿真实验。

教学资源

教材：《高等数学》

媒体资源：课件《第6章定积分》、Lab6系列仿真实验

环境设备：多媒体教室配备投影仪和电脑

教学方法

讲授法：讲解定积分的概念和计算方法。

问答法：鼓励学生提问，通过问题引导学生思考。

分组练习法：学生分组完成练习题，互相讨论和解答。

演示法：通过Lab6系列软件演示定积分过程。

教学过程

时间	主要教学内容及步骤	设计意图
考勤（2min）	【教师】清点上课人数，记录好考勤 【学生】班干部报请假人员及原因	培养学生的组织纪律性
情境导入（10min）	【教师】讲述定积分在工程中的应用案例 在工程实践中，我们经常需要计算面积、体积、弧长等。如何用数学方法来解决这些问题？ 【学生】思考并讨论定积分的实际应用 【教师】展示工程案例：计算曲边梯形面积 【学生】讨论分析思路，提出初步解决方案	激发学生学习兴趣
定积分的概念（25min）	【教师】讲解定积分的定义 定义1 设函数 $f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上有定义，将区间 $[a, b]$ 任意分割成 n 个子区间 $[x_{i-1}, x_i]$ ，在每个子区间上任取一点 ξ_i ，作和式 $\sum_{i=1}^n f(\xi_i)\Delta x_i$ 当分割越来越细，即 $\lambda = \max\{\Delta x_i\} \rightarrow 0$ 时，如果极限 $\lim_{\lambda \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n f(\xi_i)\Delta x_i$ 存在，则称此极限为函数 $f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上的定积分，记作 $\int_a^b f(x) dx = \lim_{\lambda \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n f(\xi_i)\Delta x_i$ 【教师】讲解定积分的几何意义 当 $f(x) \geq 0$ 时，定积分表示由曲线 $y = f(x)$ 、直线 $x = a$ 、 $x = b$ 和 x 轴所围成的曲边梯形的面积。	学习定积分的基本概念

时间	主要教学内容及步骤	设计意图
	<p>【教师】使用Lab6-1展示定积分的几何意义</p> <p>【学生】观察定积分的几何表示</p> <p>例1 计算定积分$\int_0^1 x^2 dx$。</p> <p>解：$\int_0^1 x^2 dx = [\frac{x^3}{3}]_0^1 = \frac{1}{3} - 0 = \frac{1}{3}$</p> <p>【学生】完成定积分概念练习</p>	
定积分的性质 (20min)	<p>【教师】讲解定积分的基本性质</p> <p>1. 线性性质： $\int_a^b [\alpha f(x) + \beta g(x)] dx = \alpha \int_a^b f(x) dx + \beta \int_a^b g(x) dx$</p> <p>2. 区间可加性：$\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$</p> <p>3. 比较性质：若$f(x) \leq g(x)$，则$\int_a^b f(x) dx \leq \int_a^b g(x) dx$</p> <p>4. 估值性质：$m(b-a) \leq \int_a^b f(x) dx \leq M(b-a)$</p> <p>【教师】使用Lab6-2展示定积分的性质</p> <p>【学生】观察定积分性质的应用</p> <p>例2 计算定积分$\int_0^2 (x^2 + 2x) dx$。</p> <p>解：$\int_0^2 (x^2 + 2x) dx = \int_0^2 x^2 dx + \int_0^2 2x dx$ $= [\frac{x^3}{3}]_0^2 + [x^2]_0^2 = \frac{8}{3} + 4 = \frac{20}{3}$</p> <p>【学生】完成定积分性质练习</p>	掌握定积分的基本性质
牛顿-莱布尼茨公式 (25min)	<p>【教师】讲解牛顿-莱布尼茨公式</p> <p>定理1 如果函数$f(x)$在区间$[a, b]$上连续，$F(x)$是$f(x)$的一个原函数，则</p> <p>$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$</p> <p>【教师】讲解定积分的计算方法</p> <p>1. 先求原函数$F(x)$</p> <p>2. 计算$F(b) - F(a)$</p> <p>【教师】使用Lab6-3展示牛顿-莱布尼茨公式的应用</p> <p>【学生】观察定积分的计算过程</p> <p>例3 计算定积分$\int_1^2 \frac{1}{x} dx$。</p> <p>解：$\int_1^2 \frac{1}{x} dx = [\ln x]_1^2 = \ln 2 - \ln 1 = \ln 2$</p>	<p>x</p> <p>$\int_1^2 \frac{1}{x} dx = \ln 2 - \ln 1 = \ln 2$</p> <p>例4 计算定积分$\int_0^{\pi} \sin x dx$。解：$\int_0^{\pi} \sin x dx = -\cos x \Big _0^{\pi} = -\cos \pi + \cos 0 = 1 + 1 = 2$</p> <p>【学生】完成定积分计算练习</p>
定积分的应用 (15min)	<p>【教师】讲解定积分的应用</p> <p>1. 计算面积：$S = \int_a^b f(x) dx$</p> <p>2. 计算体积：$V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$</p> <p>3. 计算弧长：$s = \int_a^b \sqrt{1 + [f'(x)]^2} dx$</p> <p>【教师】使用Lab6-4展示定积分的应用</p> <p>【学生】观察定积分的实际应用</p> <p>例5 计算由曲线$y = x^2$和直线$y = 1$所围成的图形的面积。</p> <p>解：交点：$x^2 = 1$，得$x = \pm 1$</p> <p>面积$S = \int_{-1}^1 (1 - x^2) dx = [x - \frac{x^3}{3}]_{-1}^1 = \frac{4}{3}$</p> <p>【学生】完成定积分应用练习</p>	学习定积分的实际应用
课堂测验 (10min)	<p>【教师】出几道测试题目</p> <p>1. 计算定积分$\int_0^1 x^2 dx$</p> <p>2. 计算定积分$\int_1^2 \frac{1}{x} dx$</p> <p>3. 计算定积分$\int_0^{\pi} \sin x dx$</p> <p>4. 计算由曲线$y = x^2$和直线$y = 1$所围成的图形的面积</p> <p>【学生】做测试题目</p> <p>【教师】公布答案并讲解</p>	通过测试，了解学生对知识点的掌握情况
课堂小结 (8min)	<p>【教师】总结本节课要点</p> <p>1. 定积分的概念和几何意义</p> <p>2. 定积分的基本性质</p> <p>3. 牛顿-莱布尼茨公式</p> <p>4. 定积分的实际应用</p>	巩固本节课所学知识

时间	主要教学内容及步骤	设计意图
	【学生】回顾知识点，提出疑问 【教师】解答学生疑问，布置课后作业	

板书设计建议

左侧：定积分的定义和几何意义

中部：定积分的基本性质

右侧：牛顿-莱布尼茨公式和应用

教学提示

- 鼓励学生截图Lab6模拟结果作为报告证据
- 引导学生在定积分计算中注意原函数的求解
- 结合工程案例，让学生体验定积分在工程中的重要作用
- 强调定积分在面积计算、体积计算中的重要作用
