第三章《导数与微分》教案

教学项目

教学项目 导数与微分

授课地点 多媒体教室

授课形式 线下教学

学情分析 学生已掌握极限的基本概念和计算方法，但对导数和微分的理解还不够深入。学生在导数的概念、导数的计算、微分的概念和应用方面需要重点指导。学生喜欢可视化与案例化教学，可借助现有交互课件和仿真实验激发学习兴趣。

教学目标

知识目标：使学生深入理解导数和微分的概念、掌握导数的计算方法和微分的应用。

能力目标：培养学生利用导数和微分解决实际问题的能力、提高数学分析能力。

素质目标：提高学生的数学抽象思维和计算能力，培养严谨的数学态度。

教学重点 导数的概念、导数的计算、微分的概念和应用、导数的几何意义。

教学难点及应对

难点：导数的概念理解、复合函数求导、微分的概念和应用。

应对策略：通过具体的工程案例演示，分步骤详细讲解，辅以Lab3系列仿真实验和小组讨论，加深学生理解。

教学资源

教材：《高等数学》

媒体资源：课件《第3章导数与微分》、Lab3系列仿真实验

环境设备：多媒体教室配备投影仪和电脑

教学方法

讲授法：详细讲解导数和微分的概念和计算方法。

问答法：鼓励学生提问，通过问题引导学生深入思考。

分组练习法：学生分组完成练习题，互相讨论和解答。

演示法：通过Lab3系列软件演示导数和微分过程。

教学过程

时间	主要教学内容及步骤	设计意图	
考勤（2min）	【教师】清点上课人数，记录好考勤 【学生】班干部报请假人员及原因	培养学生的组织纪律性，掌握学生的出勤情况	
情境导入（15min）	【教师】讲述导数在工程中的应用案例 在工程实践中，我们经常需要分析变化率，比如速度、加速度、增长率、边际成本等。如何用数学方法来解决这些问题? 【学生】思考并讨论导数的实际意义 【教师】展示工程案例: 1. 瞬时速度：$v = \lim\Delta t \to 0\ \Delta s/\Delta t$ 2. 瞬时加速度：$a = \lim\Delta t \to 0\ \Delta v/\Delta t$ 3. 边际成本：$MC = \lim\Delta q \to 0\ \Delta C/\Delta q$ 4. 温度变化率：$dT/dt = kT - T_0$ 【学生】讨论分析思路，提出初步解决方案 【教师】板书"导数→变化率→应用"主线	激发学生学习兴趣，建立导数与实际工程的联系	
导数的概念（35min）	【教师】详细讲解导数的定义 **定义1** 设函数$y = f(x)$在点x_0的某个邻域内有定义，如果极限$\lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}$存在，则称此极限为函数$f(x)$在点$x_0$处的导数，记作$f'(x_0)$或`$\frac{dy}{dx}\bigg`	`_{x = x_0}`。【教师】讲解导数的几何意义导数$f'x_0$表示曲线$y = fx$在点$x_0, f(x_0)$`$`处的切线斜率。 【教师】讲解导数的物理意义 导数表示函数在某点的瞬时变化率。 【教师】讲解导数的计算方法 1. **定义法**：直接使用导数定义 2. **公式法**：使用基本导数公式 3. **运算法则**：使用导数的运算法则	深入学习导数的基本概念

时间	主要教学内容及步骤	设计意图
		【教师】使用Lab3-1展示导数的几何意义 【学生】观察导数的几何表示 **例1** 求函数$f(x)=x^2$在点$x=1$处的导数。 **解**：$f'(1)=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{f(1+\Delta x)-f(1)}{\Delta x}$ $=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{(1+\Delta x)^2-1}{\Delta x}$ $=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{1+2\Delta x+(\Delta x)^2-1}{\Delta x}$ $=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{2\Delta x+(\Delta x)^2}{\Delta x}$ $=\lim\limits_{\Delta x\to 0}(2+\Delta x)=2$ **例2** 求函数$f(x)=\sin x$在点$x=0$处的导数。 **解**：$f'(0)=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{f(0+\Delta x)-f(0)}{\Delta x}$ $=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{\sin(\Delta x)-\sin 0}{\Delta x}$ $=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{\sin(\Delta x)}{\Delta x}=1$ 【学生】完成导数概念练习
导数的计算（35min）	【教师】详细讲解基本导数公式 1. $(x^n)'=nx^{n-1}$ 2. $(a^x)'=a^x\ln a$ 3. $(e^x)'=e^x$ 4. $(\log_a x)'=\frac{1}{x\ln a}$ 5. $(\ln x)'=\frac{1}{x}$ 6. $(\sin x)'=\cos x$ 7. $(\cos x)'=-\sin x$ 8. $(\tan x)'=\sec^2 x$ 9. $(\cot x)'=-\csc^2 x$ 10. $(\sec x)'=\sec x\tan x$ 11. $(\csc x)'=-\csc x\cot x$ 12. $(\arcsin x)'=\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ 13. $(\arccos x)'=-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ 14. $(\arctan x)'=\frac{1}{1+x^2}$ 【教师】详细讲解导数的运算法则 **定理1** 如果$u=u(x)$，$v=v(x)$都可导，则： 1. $(u\pm v)'=u'\pm v'$ 2. $(uv)'=u'v+uv'$ 3. $\left(\frac{u}{v}\right)'=\frac{u'v-uv'}{v^2}\quad(v\neq 0)$ 4. $(f(g(x)))'=f'(g(x))\cdot g'(x)$（链式法则） 【教师】使用Lab3-2展示导数的计算过程 【学生】观察导数的计算步骤 **例3** 求函数$f(x)=x^3+2x^2+3x+1$的导数。 **解**：$f'(x)=(x^3)'+(2x^2)'+(3x)'+(1)'$ $=3x^2+4x+3+0=3x^2+4x+3$ **例4** 求函数$f(x)=x^2\sin x$的导数。 **解**：$f'(x)=(x^2)'\sin x+x^2(\sin x)'$ $=2x\sin x+x^2\cos x$ **例5** 求函数$f(x)=\frac{x^2+1}{x-1}$的导数。 **解**：$f'(x)=\frac{(x^2+1)'(x-1)-(x^2+1)(x-1)'}{(x-1)^2}$ $=\frac{2x(x-1)-(x^2+1)\cdot 1}{(x-1)^2}$	深入掌握导数的计算方法

时间	主要教学内容及步骤	设计意图
	$= \frac{2x^2-2x-x^2-1}{(x-1)^2} = \frac{x^2-2x-1}{(x-1)^2}$ 【学生】完成导数计算练习	
复合函数求导（25min）	【教师】详细讲解复合函数求导（链式法则） **定理2（链式法则）** 如果$y = f(u)$，$u = g(x)$都可导，则 $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}$ 【教师】讲解复合函数求导的步骤 1. 识别复合函数的结构 2. 设中间变量 3. 分别求导 4. 相乘得到结果 【教师】使用Lab3-3展示复合函数求导 【学生】观察复合函数求导的过程 **例6** 求复合函数$y = \sin(x^2)$的导数。 **解**：设$u = x^2$，则$y = \sin u$ $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx} = \cos u \cdot 2x = 2x\cos(x^2)$ **例7** 求复合函数$y = e^{x^2+1}$的导数。 **解**：设$u = x^2+1$，则$y = e^u$ $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx} = e^u \cdot 2x = 2xe^{x^2+1}$ **例8** 求复合函数$y = \ln(\sin x)$的导数。 **解**：设$u = \sin x$，则$y = \ln u$ $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx} = \frac{1}{u} \cdot \cos x = \frac{\cos x}{\sin x} = \cot x$ 【学生】完成复合函数求导练习	掌握复合函数求导方法
微分的概念（20min）	【教师】详细讲解微分的定义 **定义2** 设函数$y = f(x)$在点x_0处可导，则$f'(x_0)\Delta x$称为函数$f(x)$在点x_0处的微分，记作$dy = f'(x_0)dx$。 【教师】讲解微分的几何意义 微分dy表示函数$y = f(x)$在点$(x_0, f(x_0))$处的切线在x方向上的增量。 【教师】讲解微分的性质 1. $d(c) = 0$（常数函数的微分为零） 2. $d(cu) = c \cdot du$（常数倍的微分） 3. $d(u \pm v) = du \pm dv$（和差的微分） 4. $d(uv) = u \cdot dv + v \cdot du$（积的微分） 5. $d(\frac{u}{v}) = \frac{v \cdot du - u \cdot dv}{v^2}$（商的微分） 【教师】使用Lab3-4展示微分的几何意义 【学生】观察微分的几何表示 **例9** 求函数$y = x^2$在点$x = 1$处的微分。 **解**：$y' = 2x$，所以$dy = 2x \cdot dx$ 在点$x = 1$处，$dy = 2 \cdot 1 \cdot dx = 2dx$ **例10** 求函数$y = e^x$在点$x = 0$处的微分。 **解**：$y' = e^x$，所以$dy = e^x \cdot dx$ 在点$x = 0$处，$dy = e^0 \cdot dx = dx$ 【学生】完成微分概念练习	学习微分的基本概念
微分的应用（15min）	【教师】详细讲解微分的应用 1. **近似计算**：$f(x_0 + \Delta x) \approx f(x_0) + f'(x_0)\Delta x$ 2. **误差估计**：$\Delta y \approx dy = f'(x)dx$ 3. **相对误差**：$\frac{\Delta y}{y} \approx \frac{dy}{y} = \frac{f'(x)dx}{f(x)}$ 【教师】使用Lab3-5展示微分的应用 【学生】观察微分的实际应用 **例11** 计算$\sqrt{4.01}$的近似值。 **解**：设$f(x) = \sqrt{x}$，则$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	学习微分的实际应用

时间	主要教学内容及步骤	设计意图
	$f(4.01) \approx f(4) + f'(4) \cdot 0.01$ $= 2 + \frac{1}{2 \cdot 2} \cdot 0.01 = 2 + 0.0025 = 2.0025$ **例12** 计算$\sin 31°$的近似值。 **解**：设$f(x) = \sin x$，则$f'(x) = \cos x$ $f(31°) \approx f(30°) + f'(30°) \cdot 1°$ $= \sin 30° + \cos 30° \cdot \frac{\pi}{180}$ $= \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\pi}{180} \approx 0.5 + 0.0151 = 0.5151$ 【学生】完成微分应用练习	
课堂测验（15min）	【教师】出几道测试题目 1. 求函数$f(x) = x^2$在点$x = 1$处的导数 2. 求函数$f(x) = x^3 + 2x^2 + 3x + 1$的导数 3. 求函数$f(x) = \sin(x^2)$的导数 4. 求函数$f(x) = e^{x^2+1}$的导数 5. 计算$\sqrt{4.01}$的近似值 【学生】做测试题目 【教师】公布答案并详细讲解	通过测试，了解学生对知识点的掌握情况
课堂小结（10min）	【教师】总结本节课要点 1. 导数的概念和几何意义 2. 导数的计算方法 3. 复合函数求导（链式法则） 4. 微分的概念和应用 5. 导数和微分的实际应用 【学生】回顾知识点，提出疑问 【教师】解答学生疑问，布置课后作业	巩固本节课所学知识

板书设计建议

左侧：导数的定义和几何意义

中部：导数的计算方法

右侧：微分的概念和应用

教学提示

- 鼓励学生截图Lab3模拟结果作为报告证据，提升数据说服力
- 引导学生在导数计算中注意链式法则的应用
- 结合工程案例，让学生体验导数在工程中的重要作用
- 强调导数在微积分学中的基础作用
- 通过实际工程案例，培养学生运用导数方法解决实际问题的能力
