

第六章《定积分》教案

教学项目

教学项目 定积分

授课地点 多媒体教室

授课形式 线下教学

学情分析 学生已掌握不定积分的基本概念和计算方法，但对定积分的理解还不够深入。学生在定积分的概念、几何意义、计算方法、应用方面需要重点指导。

教学目标

知识目标：使学生理解定积分的概念、掌握定积分的计算方法和应用。

能力目标：培养学生利用定积分解决实际问题的能力。

素质目标：提高学生的数学抽象思维和工程应用能力。

教学重点 定积分的概念和几何意义、定积分的计算方法、定积分的应用。

教学难点及应对

难点：定积分的几何意义理解、定积分的应用。

应对策略：通过具体的几何图形演示，分步骤讲解，辅以Lab6系列仿真实验。

教学资源

教材：《高等数学》

媒体资源：课件《第6章定积分》、Lab6系列仿真实验

环境设备：多媒体教室配备投影仪和电脑

教学方法

讲授法：讲解定积分的概念和计算方法。

问答法：鼓励学生提问，通过问题引导学生思考。

分组练习法：学生分组完成练习题，互相讨论和解答。

演示法：通过Lab6系列软件演示定积分过程。

教学过程

| 时间 | 主要教学内容及步骤 | 设计意图 |
|----------------|--|------------|
| 考勤 (2min) | 【教师】清点上课人数，记录好考勤 【学生】班干部报请假人员及原因 | 培养学生的组织纪律性 |
| 情境导入 (10min) | 【教师】讲述定积分在工程中的应用案例 在工程实践中，我们经常需要计算面积、体积、弧长等。如何用数学方法来解决这些问题? 【学生】思考并讨论定积分的实际应用 【教师】展示工程案例：计算曲边梯形面积 【学生】讨论分析思路，提出初步解决方案 | 激发学生学习兴趣 |
| 定积分的概念 (25min) | 【教师】讲解定积分的定义 定义1 设函数 $f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上有定义，将区间 $[a, b]$ 任意分割成 n 个子区间 $[x_{i-1}, x_i]$ ，在每个子区间上任取一点 ξ_i ，作和式 $\sum_{i=1}^n f(\xi_i) \Delta x_i$ 当分割越来越细，即 $\lambda = \max\{\Delta x_i\} \rightarrow 0$ 时，如果极限 $\lim_{\lambda \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n f(\xi_i) \Delta x_i$ 存在，则称此极限为函数 $f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上的定积分，记作 $\int_a^b f(x) dx = \lim_{\lambda \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n f(\xi_i) \Delta x_i$ 【教师】讲解定积分的几何意义 当 $f(x) \geq 0$ 时，定积分表示由曲线 $y = f(x)$ 、直线 $x = a$ 、 $x = b$ 和 x 轴所围成的曲边梯形的面积。 | 学习定积分的基本概念 |

| 时间 | 主要教学内容及步骤 | 设计意图 | |
|----------------------|--|--|------------|
| | <p>【教师】使用Lab6-1展示定积分的几何意义 【学生】观察定积分的几何表示</p> <p>例1 计算定积分 $\int_0^1 x^2 dx$。 解: $\int_0^1 x^2 dx = [\frac{x^3}{3}]_0^1 = \frac{1}{3} - 0 = \frac{1}{3}$</p> <p>【学生】完成定积分概念练习</p> | | |
| 定积分的性质 (20min) | <p>【教师】讲解定积分的基本性质 1. 线性性质: $\int_a^b [\alpha f(x) + \beta g(x)] dx = \alpha \int_a^b f(x) dx + \beta \int_a^b g(x) dx$ 2. 区间可加性: $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$ 3. 比较性质: 若 $f(x) \leq g(x)$, 则 $\int_a^b f(x) dx \leq \int_a^b g(x) dx$ 4. 估值性质: $m(b-a) \leq \int_a^b f(x) dx \leq M(b-a)$</p> <p>【教师】使用Lab6-2展示定积分的性质 【学生】观察定积分性质的应用</p> <p>例2 计算定积分 $\int_0^2 (x^2 + 2x) dx$。 解: $\int_0^2 (x^2 + 2x) dx = \int_0^2 x^2 dx + \int_0^2 2x dx$ $= [\frac{x^3}{3}]_0^2 + [x^2]_0^2 = \frac{8}{3} + 4 = \frac{20}{3}$</p> <p>【学生】完成定积分性质练习</p> | 掌握定积分的基本性质 | |
| 牛顿-莱布尼茨公式 (25min) | <p>【教师】讲解牛顿-莱布尼茨公式 定理1 如果函数 $f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上连续, $F(x)$ 是 $f(x)$ 的一个原函数, 则 $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$</p> <p>【教师】讲解定积分的计算方法 1. 先求原函数 $F(x)$ 2. 计算 $F(b) - F(a)$</p> <p>【教师】使用Lab6-3展示牛顿-莱布尼茨公式的应用 【学生】观察定积分的计算过程</p> <p>例3 计算定积分 $\int_1^2 \frac{1}{x} dx$。 解: $\int_1^2 \frac{1}{x} dx = [\ln x]_1^2 = \ln 2 - \ln 1 = \ln 2$</p> | x $\int_0^{\pi} \sin x dx$ 。解: $\int_0^{\pi} \sin x dx = -\cos x$ $= -\cos \pi + \cos 0$ $= 1 + 1 = 2$ 【学生】完成定积分计算练习 | 掌握定积分的计算方法 |
| 定积分的应用 (15min) | <p>【教师】讲解定积分的应用 1. 计算面积: $S = \int_a^b f(x) dx$ 2. 计算体积: $V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$ 3. 计算弧长: $s = \int_a^b \sqrt{1 + [f'(x)]^2} dx$</p> <p>【教师】使用Lab6-4展示定积分的应用 【学生】观察定积分的实际应用</p> <p>例5 计算由曲线 $y = x^2$ 和直线 $y = 1$ 所围成的图形的面积。 解: 交点: $x^2 = 1$, 得 $x = \pm 1$ 面积 $S = \int_{-1}^1 (1 - x^2) dx = [x - \frac{x^3}{3}]_{-1}^1 = \frac{4}{3}$</p> <p>【学生】完成定积分应用练习</p> | 学习定积分的实际应用 | |
| 课堂测验 (10min) | <p>【教师】出几道测试题目 1. 计算定积分 $\int_0^1 x^2 dx$ 2. 计算定积分 $\int_1^2 \frac{1}{x} dx$ 3. 计算定积分 $\int_0^{\pi} \sin x dx$ 4. 计算由曲线 $y = x^2$ 和直线 $y = 1$ 所围成的图形的面积</p> <p>【学生】做测试题目 【教师】公布答案并讲解</p> | 通过测试, 了解学生对知识点的掌握情况 | |
| 课堂小结 (8min) | <p>【教师】总结本节课要点 1. 定积分的概念和几何意义 2. 定积分的基本性质 3. 牛顿-莱布尼茨公式 4. 定积分的实际应用</p> | 巩固本节课所学知识 | |

| 时间 | 主要教学内容及步骤 | 设计意图 |
|----|-------------------------------------|------|
| | 【学生】回顾知识点，提出疑问 【教师】解答学生疑问，布置课后作业 | |

板书设计建议

左侧：定积分的定义和几何意义

中部：定积分的基本性质

右侧：牛顿-莱布尼茨公式和应用

教学提示

- 鼓励学生截图Lab6模拟结果作为报告证据
- 引导学生在定积分计算中注意原函数的求解
- 结合工程案例，让学生体验定积分在工程中的重要作用
- 强调定积分在面积计算、体积计算中的重要作用
