第十一章《无穷级数》第一节课教案

教学项目

教学项目 无穷级数基础与几何级数

授课地点 多媒体教室

授课形式 线下教学

学情分析 学生已具备极限和函数的基础知识，但对无穷级数的概念理解不够深入。学生在级数收敛性判断、几何级数求和、级数应用方面需要重点指导。学生喜欢可视化与案例化教学，可借助现有交互课件和仿真实验激发学习兴趣。

教学目标

知识目标：使学生理解无穷级数的概念、掌握几何级数的性质和求和公式。

能力目标：培养学生利用级数理论解决实际问题的能力。

素质目标：提高学生的数学抽象思维和逻辑推理能力，在工程场景中合理运用级数方法。

教学重点 无穷级数的概念、几何级数的收敛性判断和求和公式。

教学难点及应对

难点：无穷级数收敛性的理解、几何级数求和公式的推导。

应对策略：通过具体的几何图形演示，分步骤讲解，辅以Lab11系列仿真实验和小组讨论，加深学生理解。

教学资源

教材：《高等数学》

媒体资源：课件《第11章无穷级数》、Lab11系列仿真实验

环境设备：多媒体教室配备投影仪和电脑

教学方法

讲授法：讲解无穷级数的基本概念、几何级数的性质和求和公式。

问答法：鼓励学生提问，通过问题引导学生思考和深入理解。

分组练习法：学生分组完成练习题，互相讨论和解答。

演示法：通过Lab11系列软件演示级数收敛过程。

教学反思 需要关注学生对无穷级数概念的理解是否到位，如果发现学生存在困惑，应在下一课时进行针对性的复习和讲解。同时，要注意培养学生通过级数理论解决实际问题的能力，强化其应用意识。

教学过程

时间	主要教学内容及步骤	设计意图
考勤（2min）	【教师】清点上课人数，记录好考勤 【学生】班干部报请假人员及原因	培养学生的组织纪律性，掌握学生的出勤情况
情境导入（10min）	【教师】讲述级数在工程中的应用案例 在工程实践中，我们经常需要计算无限个数的和，比如信号处理、数值计算等。如何用数学语言来描述和处理这种"无限"？ 【学生】思考并讨论级数的实际应用 【教师】展示工程案例：切蛋糕问题 案例背景：一个蛋糕，第一次切掉一半，第二次切掉剩下的一半，第三次切掉剩下的一半...这样无限切下去，总共切掉了多少？ 【学生】讨论分析思路，提出初步解决方案 【教师】板书"级数→收敛→求和"主线	激发学生学习兴趣，建立级数与实际工程的联系
无穷级数的概念（20min）	【教师】讲解无穷级数的定义 定义1 设给定一个数列$\{a_n\}$，则表达式 $a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n + \cdots = \sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 称为无穷级数，简称级数。 【教师】讲解级数的部分和 定义2 级数$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$的前n项和 $S_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = \sum_{k=1}^{n} a_k$ 称为级数的第n个部分和。 【教师】讲解级数的收敛性 定义3 如果部分和数列$\{S_n\}$收敛，即$\lim_{n\to\infty} S_n = S$存在，则称级数$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$收敛，$S$称为级数的和。如果$\lim_{n\to\infty} S_n$不存在，则称级数发散。 【教师】演示Lab11-1，展示级数收敛过程 【学生】观察级数部分和的变化趋势 例1 判断级数$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$的收敛性。 解：$S_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)} = \sum_{k=1}^{n} (\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1})$ $= (1 - \frac{1}{2}) + (\frac{1}{2} - \frac{1}{3}) + \cdots + (\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1})$ $= 1 - \frac{1}{n+1}$ $\lim_{n\to\infty} S_n = \lim_{n\to\infty} (1 - \frac{1}{n+1}) = 1$ 所以级数收敛，和为1 例2 判断级数$\sum_{n=1}^{\infty} n$的收敛性。 解：$S_n = 1 + 2 + 3 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2}$ $\lim_{n\to\infty} S_n = \lim_{n\to\infty} \frac{n(n+1)}{2} = +\infty$	学习无穷级数的基本概念，建立数学基础

时间	主要教学内容及步骤	设计意图					
	所以级数发散 【学生】完成级数收敛性判断练习						
几何级数（30min）	【教师】讲解几何级数的定义 定义4 形如 $\sum_{n=0}^{\infty} ar^n = a + ar + ar^2 + ar^3 + \cdots$ 的级数称为几何级数，其中$a \neq 0$，r称为公比。 【教师】讲解几何级数的收敛性 定理1 几何级数$\sum_{n=0}^{\infty} ar^n$的收敛性： （1）当$	r	< 1 时，级数收敛，和为 \frac{a}{1-r} （2）当	r	\geq 1 时，级数发散【教师】讲解几何级数求和公式的推导设 S = a + ar + ar^2 + ar^3 + \cdots则rS = ar + ar^2 + ar^3 + ar^4 + \cdots两式相减：S - rS = a 即$1 - rS = a$当	r	< 1时，S = \frac{a}{1-r} 【教师】使用$Lab11 - 2$展示几何级数收敛过程【学生】观 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2^n}的收敛性并求和。解：
调和级数与p级数（20min）	【教师】讲解调和级数 定义5 级数$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \cdots$ 称为调和级数。 【教师】讲解调和级数的发散性 定理2 调和级数发散。 证明：将调和级数分组： $1 + \frac{1}{2} + (\frac{1}{3} + \frac{1}{4}) + (\frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8}) + \cdots$ 每组的和都大于$\frac{1}{2}$，所以部分和无限增大，级数发散。 【教师】讲解p级数 定义6 级数$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$称为p级数。 定理3 p级数的收敛性： （1）当$p > 1$时，级数收敛 （2）当$p \leq 1$时，级数发散 【教师】使用Lab11-3展示调和级数和p级数 【学生】观察不同p值下级数的收敛性 例7 判断级数$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$的收敛性。 解：这是$p = 2 > 1$的p级数，所以收敛 例8 判断级数$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$的收敛性。 解：这是$p = \frac{1}{2} \leq 1$的p级数，所以发散 【学生】完成p级数练习	学习调和级数和p级数的性质					
课堂测验（10min）	【教师】出几道测试题目 1. 判断级数$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+2)}$的收敛性 2. 求几何级数$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{3^n}$的和 3. 判断级数$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3}$的收敛性 4. 判断几何级数$\sum_{n=0}^{\infty} 3^n$的收敛性 【学生】做测试题目 【教师】公布答案并讲解 解1：$S_n = \frac{1}{2}(1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2}) \to \frac{3}{4}$，收敛 解2：$a = 1$，$r = \frac{1}{3}$，$S = \frac{1}{1-\frac{1}{3}} = \frac{3}{2}$ 解3：$p = 3 > 1$，收敛 解4：$r = 3 > 1$，发散	通过测试，了解学生对知识点的掌握情况					
课堂小结（8min）	【教师】总结本节课要点 1. 无穷级数的概念和收敛性 2. 几何级数的性质和求和公式 3. 调和级数和p级数的收敛性 4. 级数在工程中的应用 【学生】回顾知识点，提出疑问 【教师】解答学生疑问，布置课后作业	巩固本节课所学知识					

板书设计建议

左侧：无穷级数的定义和收敛性
中部：几何级数的性质和公式
右侧：调和级数和p级数

教学提示

- 鼓励学生截图Lab11模拟结果作为报告证据，提升数据说服力
- 引导学生在级数计算中注意收敛性判断
- 结合工程案例，让学生体验级数在工程中的重要作用
- 强调级数理论在数值计算、信号处理中的重要作用
- 通过实际工程案例，培养学生运用级数方法解决实际问题的能力

第十一章《无穷级数》第二节课教案

教学项目

教学项目 级数收敛判别法
授课地点 多媒体教室
授课形式 线下教学
学情分析 学生已掌握无穷级数的基本概念和几何级数，但对级数收敛判别法的理解还不够深入。学生在比值判别法、交错级数判别法、绝对收敛与条件收敛方面需要重点指导。学生喜欢可视化与案例化教学，可借助现有交互课件和仿真实验激发学习兴趣。
教学目标
知识目标：使学生理解级数收敛判别法、掌握交错级数和绝对收敛的概念。
能力目标：培养学生利用判别法判断级数收敛性的能力。
素质目标：提高学生的逻辑推理能力和数学分析思维，在工程场景中合理运用级数判别方法。
教学重点 比值判别法、交错级数判别法、绝对收敛与条件收敛。
教学难点及应对
难点：比值判别法的应用、绝对收敛与条件收敛的区别。
应对策略：通过具体的计算演示，分步骤讲解，辅以Lab11系列仿真实验和小组讨论，加深学生理解。
教学资源
教材：《高等数学》
媒体资源：课件《第11章无穷级数》、Lab11系列仿真实验
环境设备：多媒体教室配备投影仪和电脑
教学方法
讲授法：讲解级数收敛判别法的原理和应用。
问答法：鼓励学生提问，通过问题引导学生思考和深入理解。
分组练习法：学生分组完成练习题，互相讨论和解答。
演示法：通过Lab11系列软件演示判别法的应用。
教学反思 需要关注学生对判别法原理的理解是否到位，如果发现学生存在困惑，应在下一课时进行针对性的复习和讲解。同时，要注意培养学生通过判别法解决实际问题的能力，强化其应用意识。

教学过程

时间	主要教学内容及步骤	设计意图
考勤（2min）	【教师】清点上课人数，记录好考勤 【学生】班干部报请假人员及原因	培养学生的组织纪律性，掌握学生的出勤情况
复习回顾（8min）	【教师】回顾上节课内容 1. 无穷级数的概念和收敛性 2. 几何级数的性质和求和公式 3. 调和级数和p级数的收敛性 【学生】回答教师提问，巩固上节课知识 【教师】检查作业完成情况，解答学生疑问	巩固上节课所学知识，为新课做准备
比值判别法（25min）	【教师】讲解比值判别法 定理1（比值判别法）设$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$为正项级数，且$\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = L$ 则： （1）当$L < 1$时，级数收敛 （2）当$L > 1$时，级数发散 （3）当$L = 1$时，判别法失效 【教师】讲解比值判别法的应用技巧 1. 特别适合含有阶乘、指数、幂函数的级数 2. 计算极限时注意化简技巧 3. 当$L = 1$时，需要其他方法判别 【教师】使用Lab11-4展示比值判别法 【学生】观察不同级数的比值变化 例1 判断级数$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n!}$的收敛性。 解：$\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n\to\infty} \frac{\frac{2^{n+1}}{(n+1)!}}{\frac{2^n}{n!}}$ $= \lim_{n\to\infty} \frac{2^{n+1}\cdot n!}{2^n\cdot(n+1)!} = \lim_{n\to\infty} \frac{2}{n+1} = 0 < 1$ 所以级数收敛 例2 判断级数$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n}$的收敛性。 解：$\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n\to\infty} \frac{\frac{(n+1)!}{(n+1)^{n+1}}}{\frac{n!}{n^n}}$ $= \lim_{n\to\infty} \frac{(n+1)!\cdot n^n}{n!\cdot(n+1)^{n+1}} = \lim_{n\to\infty} \frac{(n+1)\cdot n^n}{(n+1)^{n+1}}$ $= \lim_{n\to\infty} \frac{n^n}{(n+1)^n} = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{(1+\frac{1}{n})^n} = \frac{1}{e} < 1$ 所以级数收敛 例3 判断级数$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2n+1}$的收敛性。 解：$\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n\to\infty} \frac{\frac{n+1}{2(n+1)+1}}{\frac{n}{2n+1}}$	学习比值判别法的原理和应用

时间	主要教学内容及步骤	设计意图			
	$= \lim\limits_{n\to\infty} \frac{(n+1)(2n+1)}{n(2n+3)} = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{2n^2+3n+1}{2n^2+3n} = 1$ 比值判别法失效，需要其他方法 由于$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{n}{2n+1} = \frac{1}{2} \neq 0$ 所以级数发散 【学生】完成比值判别法练习				
交错级数（25min）	【教师】讲解交错级数的定义 定义1 形如 $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}a_n = a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + \cdots$ 的级数称为交错级数，其中$a_n > 0$。 【教师】讲解莱布尼茨判别法 定理2（莱布尼茨判别法）设交错级数 $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}a_n$满足: （1）$a_n \geq a_{n+1}$（单调递减） （2）$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$ 则级数收敛 【教师】讲解交错级数的性质 1. 如果交错级数收敛，其和S满足$	S - S_n	\leq a_{n+1} 2.交错级数的部分和数列有界【教师】使用Lab11 − 5展示交错级数收敛过程【学生】观察交错级数部分和的变化例4判断交错级数\sum_{n=1}^{\infty} \frac{−1^{n-1}}{n}的收敛性。解：a_n = \frac{1}{n}（1）a_{n+1} = \frac{1}{n+1} < \frac{1}{n} = a_n（单调递减）（2）\lim\limits_{n \to \infty} a_n = \lim\limits_{n \to \infty} \frac{1}{n} = 0 由莱布尼茨判别法，级数收敛例5判断交错级数\sum_{n=1}^{\infty} \frac{−1^{n-1}}{\sqrt{n}}的收敛性。解：a_n = \frac{1}{\sqrt{n}}（1）a_{n+1} = \frac{1}{\sqrt{n+1}} < \frac{1}{\sqrt{n}} = a_n（单调递减）（2）\lim\limits_{n \to \infty} a_n = \lim\limits_{n \to \infty} \frac{1}{\sqrt{n}} = 0由莱布尼茨判别法，级数收敛例6判断交错级数\sum_{n=1}^{\infty} \frac{−1^{n-1} n}{n+1}的收敛性。解：a_n = \frac{n}{n+1}\lim\limits_{n \to \infty} a_n = \lim\limits_{n \to \infty} \frac{n}{n+1} = 1 \neq 0$ 所以级数发散 【学生】完成交错级数练习	学习交错级数的判别方法	
绝对收敛与条件收敛（20min）	【教师】讲解绝对收敛的定义 定义2 如果级数$\sum_{n=1}^{\infty}	a_n	收敛，则称级数\sum_{n=1}^{\infty} a_n绝对收敛。【教师】讲解条件收敛的定义定义3如果级数\sum_{n=1}^{\infty} a_n 收敛，但\sum_{n=1}^{\infty}	a_n	发散， 条件收 \sum
课堂测验（10min）	【教师】出几道测试题目 1. 用比值判别法判断级数$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n!}{3^n}$的收敛性 2. 用莱布尼茨判别法判断级数$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{\sqrt{n+1}}$的收敛性 3. 判断级数$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{n^3}$是绝对收敛还是条件收敛 4. 判断级数$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}n}{n^2+1}$的收敛性 【学生】做测试题目 【教师】公布答案并讲解 解1： $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{(n+1)!/3^{n+1}}{n!/3^n} = \lim\limits_{n\to\infty}\frac{n+1}{3} = +\infty > 1$，发散 解2：$a_n = \frac{1}{\sqrt{n+1}}$单调递减且趋于0，收敛 解3：$\sum	a_n	= \sum \frac{1}{n^3}收敛，绝对收敛解4：\lim\limits_{n \to \infty} a_n = \lim\limits_{n \to \infty} \frac{n}{n^2+1} = 0，但\lim\limits_{n \to \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = 1$，需要进一步分析	通过测试，了解学生对知识点的掌握情况	
课堂小结（8min）	【教师】总结本节课要点 1. 比值判别法的原理和应用 2. 莱布尼茨判别法的条件 3. 绝对收敛与条件收敛的区别 4. 级数判别法的综合应用 【学生】回顾知识点，提出疑问 【教师】解答学生疑问，布置课后作业	巩固本节课所学知识			

板书设计建议

左侧：比值判别法的公式和条件

中部：莱布尼茨判别法的条件

右侧：绝对收敛与条件收敛的区别

教学提示

- 鼓励学生截图Lab11模拟结果作为报告证据，提升数据说服力
- 引导学生在判别法应用中注意条件检查
- 结合工程案例，让学生体验级数判别法在工程中的重要作用
- 强调级数判别法在数值分析、信号处理中的重要作用
- 通过实际工程案例，培养学生运用判别法解决实际问题的能力

第十一章《无穷级数》第三节课教案

教学项目

教学项目 幂级数与泰勒级数
授课地点 多媒体教室
授课形式 线下教学
学情分析 学生已掌握级数收敛判别法，但对幂级数和泰勒级数的理解还不够深入。学生在收敛半径、收敛区间、泰勒展开、级数应用方面需要重点指导。学生喜欢可视化与案例化教学，可借助现有交互课件和仿真实验激发学习兴趣。
教学目标
知识目标：使学生理解幂级数的概念、掌握泰勒级数的展开和应用。
能力目标：培养学生利用幂级数和泰勒级数解决实际问题的能力。
素质目标：提高学生的数学建模能力和工程应用思维，在工程场景中合理运用级数方法。
教学重点 幂级数的收敛半径、泰勒级数的展开、级数的工程应用。
教学难点及应对
难点：收敛半径的计算、泰勒级数的应用、级数在工程中的实际应用。
应对策略：通过具体的计算演示，分步骤讲解，辅以Lab11系列仿真实验和小组讨论，加深学生理解。
教学资源
教材：《高等数学》
媒体资源：课件《第11章无穷级数》、Lab11系列仿真实验
环境设备：多媒体教室配备投影仪和电脑
教学方法
讲授法：讲解幂级数和泰勒级数的原理和应用。
问答法：鼓励学生提问，通过问题引导学生思考和深入理解。
分组练习法：学生分组完成练习题，互相讨论和解答。
演示法：通过Lab11系列软件演示幂级数和泰勒级数。
教学反思 需要关注学生对幂级数和泰勒级数概念的理解是否到位，如果发现学生存在困惑，应进行针对性的复习和讲解。同时，要注意培养学生通过级数方法解决实际问题的能力，强化其应用意识。

教学过程

时间	主要教学内容及步骤	设计意图				
考勤（2min）	【教师】清点上课人数，记录好考勤 【学生】班干部报请假人员及原因	培养学生的组织纪律性，掌握学生的出勤情况				
复习回顾（8min）	【教师】回顾上节课内容 1. 比值判别法的原理和应用 2. 莱布尼茨判别法的条件 3. 绝对收敛与条件收敛的区别 【学生】回答教师提问，巩固上节课知识 【教师】检查作业完成情况，解答学生疑问	巩固上节课所学知识，为新课做准备				
幂级数（30min）	【教师】讲解幂级数的定义 定义1 形如 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + \cdots$ 的级数称为幂级数。 【教师】讲解收敛半径 定理1 对于幂级数$\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$，存在$R \geq 0$（可能为$+\infty$），使得： （1）当$	x	< R 时，级数收敛（2）当	x	> R时，级数发散（3）R称为收敛半径【教师】讲解收敛半径的计算定理2设\lim\limits_{n \to \infty} \left	\frac{a_{r {a_n}\righ
泰勒级数（25min）	【教师】讲解泰勒级数的定义 定义3 设函数$f(x)$在x_0处具有任意阶导数，则 $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}(x - x_0)^n$ 称为$f(x)$在x_0处的泰勒级数。 【教师】讲解麦克劳林级数 定义4 当$x_0 = 0$时，泰勒级数称为麦克劳林级数： $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(0)}{n!} x^n$ 【教师】讲解常见函数的泰勒展开 1. $e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots$ 2. $\sin x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!} = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \cdots$ 3.	x	< 1）5.\ln1 + x = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{−1^{n-1} x^n}{n} = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \cdots（	x	< 1 ）【教师】使用Lab11 − 8展示泰勒级数逼近过程【学生】观察泰勒级数对函数的逼近效果例4求fx = e^x在x = 0处的泰勒级数。解：f^{n}x = e^x，所以f^{n}0 = 1e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!}x^n = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots例5求fx = \sin x在x = 0处的泰勒级数。解：f'x = \cos x，f''x = -\sin x，f'''x = -\cos x，f^{4}x = \sin xf0 = 0，f'0 = 1，f''0 = 0，f'''0 = -1，f^{4}0 = 0\sin x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{n}0}{n!}x^n = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \cdots 例6利用泰勒级数计算e^{0.1}的近似值（取前4项）。解：e^{0.1} \approx 1 + 0.1 + \frac{0.1^2}{2!} + \frac{0.1^3}{3!}= 1 + 0.1 + \frac{0.01}{2} + \frac{0.001}{6}= 1 + 0.1 + 0.005 + 0.000167 = 1.105167$ 【学生】完成泰勒级数练习	学习泰勒 的展开和

时间	主要教学内容及步骤	设计意图
	$\cos x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!} = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \cdots$ 4. $\frac{1}{1-x} = \sum_{n=0}^{\infty} x^n = 1 + x + x^2 + x^3 + \cdots$ ($	
级数的工程应用（15min）	【教师】讲解级数在工程中的应用 1. **数值计算**：用级数逼近复杂函数值 2. **信号处理**：傅里叶级数分解信号 3. **概率计算**：正态分布等概率密度函数的积分 4. **解微分方程**：很多微分方程的解可以用级数表示 【教师】讲解具体应用案例 案例1：计算π的值 利用$\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \cdots$ 案例2：信号分析 在通信工程中，复杂信号可以分解为不同频率的正弦波之和 案例3：数值积分 一些积分无法直接计算，可以用级数展开后逐项积分 【教师】使用Lab11-9展示级数应用 【学生】观察级数在实际问题中的应用 例7 利用级数计算$\int_0^1 e^{-x^2}dx$的近似值。 解：$e^{-x^2} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-x^2)^n}{n!} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{n!}$ $\int_0^1 e^{-x^2}dx = \int_0^1 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{n!}dx$ $= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} \int_0^1 x^{2n}dx = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!(2n+1)}$ 取前几项：$\approx 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{10} - \frac{1}{42} + \frac{1}{216} \approx 0.747$ 【学生】完成级数应用练习	学习级数在工程中的应用
课堂测验（10min）	【教师】出几道测试题目 1. 求幂级数$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{2^n}$的收敛半径 2. 写出$\cos x$的麦克劳林级数（前4项） 3. 利用泰勒级数计算$e^{0.2}$的近似值（取前3项） 4. 判断幂级数$\sum_{n=0}^{\infty} nx^n$的收敛区间 【学生】做测试题目 【教师】公布答案并讲解 解1：$a_n = \frac{1}{2^n}$，$L = \lim_{n\to\infty} \frac{1/2^{n+1}}{1/2^n} = \frac{1}{2}$，$R = 2$ 解2：$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \cdots$ 解3： $e^{0.2} \approx 1 + 0.2 + \frac{(0.2)^2}{2!} = 1 + 0.2 + 0.02 = 1.22$ 解4：$a_n = n$，$L = \lim_{n\to\infty} \frac{n+1}{n} = 1$，$R = 1$，收敛区间$(-1, 1)$	通过测试，了解学生对知识点的掌握情况
课堂小结（8min）	【教师】总结本节课要点 1. 幂级数的收敛半径和收敛区间 2. 泰勒级数的展开和应用 3. 级数在工程中的实际应用 4. 级数方法的综合运用 【学生】回顾知识点，提出疑问 【教师】解答学生疑问，布置课后作业	巩固本节课所学知识

板书设计建议

左侧：幂级数的收敛半径公式
中部：常见函数的泰勒展开
右侧：级数应用案例

教学提示

- 鼓励学生截图Lab11模拟结果作为报告证据，提升数据说服力
- 引导学生在级数应用中注意收敛性
- 结合工程案例，让学生体验级数在工程中的重要作用
- 强调级数方法在数值计算、信号处理中的重要作用
- 通过实际工程案例，培养学生运用级数方法解决实际问题的能力
