

第四章《导数应用》教案

教学项目

教学项目 导数应用

授课地点 多媒体教室

授课形式 线下教学

学情分析 学生已掌握导数的基本概念和计算方法，但对导数应用的理解还不够深入。学生在函数的单调性、极值、最值、凹凸性、拐点方面需要重点指导。

教学目标

知识目标：使学生理解导数的应用、掌握函数性质的分析方法。

能力目标：培养学生利用导数解决实际问题的能力。

素质目标：提高学生的数学分析思维和工程应用能力。

教学重点 函数的单调性、极值、最值、凹凸性、拐点。

教学难点及应对

难点：极值的判定、最值的求解。

应对策略：通过具体的例题演示，分步骤讲解，辅以Lab4系列仿真实验。

教学资源

教材：《高等数学》

媒体资源：课件《第4章导数应用》、Lab4系列仿真实验

环境设备：多媒体教室配备投影仪和电脑

教学方法

讲授法：讲解导数的应用。

问答法：鼓励学生提问，通过问题引导学生思考。

分组练习法：学生分组完成练习题，互相讨论和解答。

演示法：通过Lab4系列软件演示导数应用过程。

教学过程

时间	主要教学内容及步骤	设计意图
考勤 (2min)	<p>【教师】清点上课人数，记录好考勤 【学生】班干部报请假人员及原因</p>	培养学生的组织纪律性
情境导入 (10min)	<p>【教师】讲述导数在工程中的应用案例 在工程实践中，我们经常需要分析函数的性质，比如求最值、判断单调性等。如何用数学方法来解决这些问题？ 【学生】思考并讨论导数应用的实际意义 【教师】展示工程案例：优化问题 【学生】讨论分析思路，提出初步解决方案</p>	激发学生学习兴趣
函数的单调性 (20min)	<p>【教师】讲解函数单调性的判定 定理1 设函数$f(x)$在区间(a, b)内可导，则： 1. 如果$f'(x) > 0$, 则$f(x)$在(a, b)内单调递增 2. 如果$f'(x) < 0$, 则$f(x)$在(a, b)内单调递减 【教师】使用Lab4-1展示函数单调性 【学生】观察函数单调性的判定 例1 求函数$f(x) = x^3 - 3x$的单调区间。 解：$f'(x) = 3x^2 - 3 = 3(x^2 - 1) = 3(x - 1)(x + 1)$ 令$f'(x) = 0$, 得$x = \pm 1$ 当$x < -1$时, $f'(x) > 0$, 函数单调递增 当$-1 < x < 1$时, $f'(x) < 0$, 函数单调递减</p>	学习函数单调性的判定

时间	主要教学内容及步骤	设计意图
	<p>当$x > 1$时, $f'(x) > 0$, 函数单调递增 【学生】完成函数单调性练习</p>	
函数的极值 (25min)	<p>【教师】讲解函数极值的定义 定义1 设函数$f(x)$在点x_0的某个邻域内有定义, 如果对于该邻域内任意一点x, 都有$f(x) \leq f(x_0)$ (或$f(x) \geq f(x_0)$), 则称$f(x_0)$是函数$f(x)$的极大值 (或极小值)。 【教师】讲解极值的判定 定理2 设函数$f(x)$在点x_0处可导, 且$f'(x_0) = 0$, 则: 1. 如果$f''(x_0) > 0$, 则$f(x_0)$是极小值 2. 如果$f''(x_0) < 0$, 则$f(x_0)$是极大值 【教师】使用Lab4-2展示函数极值 【学生】观察函数极值的判定 例2 求函数$f(x) = x^3 - 3x$的极值。 解: $f'(x) = 3x^2 - 3 = 3(x - 1)(x + 1)$ 令$f'(x) = 0$, 得$x = \pm 1$ $f''(x) = 6x$ 当$x = -1$时, $f''(-1) = -6 < 0$, 所以$f(-1) = 2$是极大值 当$x = 1$时, $f''(1) = 6 > 0$, 所以$f(1) = -2$是极小值 【学生】完成函数极值练习</p>	掌握函数极值的判定
函数的最值 (20min)	<p>【教师】讲解函数最值的求法 1. 求函数在区间内的所有驻点和不可导点 2. 计算这些点的函数值 3. 计算区间端点的函数值 4. 比较所有函数值, 最大者为最大值, 最小者为最小值 【教师】使用Lab4-3展示函数最值 【学生】观察函数最值的求解 例3 求函数$f(x) = x^3 - 3x$在区间$[-2, 2]$上的最值。 解: $f'(x) = 3x^2 - 3 = 3(x - 1)(x + 1)$ 驻点: $x = \pm 1$ $f(-2) = -8 + 6 = -2$ $f(-1) = -1 + 3 = 2$ $f(1) = 1 - 3 = -2$ $f(2) = 8 - 6 = 2$ 所以最大值为2, 最小值为-2 【学生】完成函数最值练习</p>	掌握函数最值的求法
函数的凹凸性 (15min)	<p>【教师】讲解函数凹凸性的判定 定理3 设函数$f(x)$在区间(a, b)内二阶可导, 则: 1. 如果$f''(x) > 0$, 则$f(x)$在(a, b)内凹 2. 如果$f''(x) < 0$, 则$f(x)$在(a, b)内凸 【教师】使用Lab4-4展示函数凹凸性 【学生】观察函数凹凸性的判定 例4 求函数$f(x) = x^3 - 3x$的凹凸区间。 解: $f''(x) = 6x$ 当$x < 0$时, $f''(x) < 0$, 函数凸 当$x > 0$时, $f''(x) > 0$, 函数凹 【学生】完成函数凹凸性练习</p>	学习函数凹凸性的判定
课堂测验 (10min)	<p>【教师】出几道测试题目 1. 求函数$f(x) = x^3 - 3x$的单调区间 2. 求函数$f(x) = x^3 - 3x$的极值 3. 求函数$f(x) = x^3 - 3x$在区间$[-2, 2]$上的最值 4. 求函数$f(x) = x^3 - 3x$的凹凸区间 【学生】做测试题目 【教师】公布答案并讲解</p>	通过测试, 了解学生对知识点的掌握情况

时间	主要教学内容及步骤	设计意图
课堂小结 (8min)	<p>【教师】总结本节课要点</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 函数单调性的判定 2. 函数极值的判定 3. 函数最值的求法 4. 函数凹凸性的判定 <p>【学生】回顾知识点，提出疑问</p> <p>【教师】解答学生疑问，布置课后作业</p>	巩固本节课所学知识

板书设计建议

左侧：函数单调性的判定

中部：函数极值的判定

右侧：函数最值和凹凸性

教学提示

- 鼓励学生截图Lab4模拟结果作为报告证据
 - 引导学生在导数应用中注意分类讨论
 - 结合工程案例，让学生体验导数在工程中的重要作用
 - 强调导数在优化问题中的重要作用
-