

第七章《常微分方程》教案

教学项目

教学项目 常微分方程

授课地点 多媒体教室

授课形式 线下教学

学情分析 学生已掌握一元函数微分学的基本概念和计算方法，但对常微分方程的理解还不够深入。学生在微分方程的概念、一阶微分方程、二阶微分方程、数值解法方面需要重点指导。学生喜欢可视化与案例化教学，可借助现有交互课件和仿真实验激发学习兴趣。

教学目标

知识目标：使学生理解常微分方程的概念、掌握一阶和二阶微分方程的求解方法。

能力目标：培养学生利用常微分方程解决实际问题的能力。

素质目标：提高学生的数学建模思维和工程应用能力，在工程场景中合理运用常微分方程方法。

教学重点 常微分方程的概念、一阶微分方程的求解、二阶微分方程的求解。

教学难点及应对

难点：微分方程的建立、求解方法的理解。

应对策略：通过具体的工程案例演示，分步骤讲解，辅以Lab7系列仿真实验和小组讨论，加深学生理解。

教学资源

教材：《高等数学》

媒体资源：课件《第7章常微分方程》、Lab7系列仿真实验

环境设备：多媒体教室配备投影仪和电脑

教学方法

讲授法：讲解常微分方程的概念和求解方法。

问答法：鼓励学生提问，通过问题引导学生思考和深入理解。

分组练习法：学生分组完成练习题，互相讨论和解答。

演示法：通过Lab7系列软件演示常微分方程求解过程。

教学反思 需要关注学生对常微分方程概念的理解是否到位，如果发现学生存在困惑，应进行针对性的复习和讲解。同时，要注意培养学生通过常微分方程方法解决实际问题的能力，强化其应用意识。

教学过程

时间	主要教学内容及步骤	设计意图
考勤 (2min)	【教师】清点上课人数，记录好考勤 【学生】班干部报请假人员及原因	培养学生的组织纪律性，掌握学生的出勤情况
情境导入 (10min)	【教师】讲述常微分方程在工程中的应用案例 在工程实践中，我们经常需要描述和预测各种变化过程，比如人口增长、放射性衰变、电路分析、机械振动等。如何用数学方法来描述这些变化规律? 【学生】思考并讨论常微分方程的实际应用 【教师】展示工程案例：人口增长模型	激发学生学习兴趣，建立常微分方程与

时间	主要教学内容及步骤	设计意图	
	<p>案例背景：某城市人口增长率为2%，初始人口为100万，如何预测未来人口数量？</p> <p>【学生】讨论分析思路，提出初步解决方案</p> <p>【教师】板书“微分方程→建立模型→求解→应用”主线</p>	实际工程的联系	
常微分方程的概念(20min)	<p>【教师】讲解常微分方程的定义 定义1 含有未知函数及其导数的方程称为微分方程。如果未知函数是一元函数，则称为常微分方程。</p> <p>【教师】讲解微分方程的分类</p> <ol style="list-style-type: none"> 按阶数分类：一阶、二阶、高阶微分方程 按线性性分类：线性、非线性微分方程 按齐次性分类：齐次、非齐次微分方程 <p>【教师】讲解微分方程的解</p> <ol style="list-style-type: none"> 通解：含有任意常数的解 特解：满足特定初始条件的解 初值问题：给定初始条件的微分方程 <p>【教师】使用Lab7-1展示微分方程的概念</p> <p>【学生】观察微分方程的几何表示</p> <p>例1 判断下列方程是否为微分方程：</p> <ol style="list-style-type: none"> $y' + 2y = 0$ $y'' + 3y' + 2y = e^x$ $x^2 + y^2 = 1$ <p>解：(1) 是，一阶线性齐次微分方程 (2) 是，二阶线性非齐次微分方程 (3) 不是，这是代数方程</p> <p>例2 验证 $y = Ce^{-2x}$ 是微分方程 $y' + 2y = 0$ 的通解。</p> <p>解：$y' = -2Ce^{-2x}$</p> <p>代入方程：</p> $-2Ce^{-2x} + 2 \cdot Ce^{-2x} = 0$ <p>左边 = $-2Ce^{-2x} + 2Ce^{-2x} = 0$ = 右边</p> <p>所以 $y = Ce^{-2x}$ 是方程的通解</p> <p>【学生】完成微分方程概念练习</p>	学习常微分方程的基本概念	
一阶微分方程(25min)	<p>【教师】讲解可分离变量方程 定义2 形如 $\frac{dy}{dx} = f(x)g(y)$ 的微分方程称为可分离变量方程。</p> <p>求解步骤：</p> <ol style="list-style-type: none"> 分离变量： $\frac{dy}{g(y)} = f(x)dx$ 两边积分： $\int \frac{dy}{g(y)} = \int f(x)dx$ 求出通解 <p>【教师】讲解一阶线性微分方程 定义3 形如 $y' + P(x)y = Q(x)$ 的微分方程称为一阶线性微分方程。</p> <p>求解步骤：</p> <ol style="list-style-type: none"> 求积分因子： $\mu(x) = e^{\int P(x)dx}$ 方程两边乘以积分因子 左边写成 $\frac{d}{dx}[\mu(x)y]$ 的形式 两边积分求解 <p>【教师】使用Lab7-2展示一阶微分方程</p>	<p>y = \ln x + C_1 y = e^{\ln x + C_1} = e^{C_1 x}</p> <p>所以 $y = Cx$ ($C = \pm e^{C_1}$)</p> <p>例4 求解微分方程 $y' + 2y = e^{2x}$</p> <p>解：这是一阶线性微分方程</p> $P(x) = 2, Q(x) = e^{2x}$ <p>积分因子： $\mu(x) = e^{\int 2dx} = e^{2x}$</p> <p>方程两边乘以 e^{2x}： $e^{2x}y' + 2e^{2x}y = e^{2x}Q(x)$</p> <p>$e^{2x}y'$ 两边积分： $e^{2x}y = \int e^{2x}Q(x)dx = \int e^{2x}e^{2x}dx = \frac{1}{2}e^{4x}$</p> <p>$\frac{1}{2}e^{4x}$ 两边乘以 $\frac{1}{2}$： $e^{4x}y = \frac{1}{2}e^{4x}$</p> <p>$e^{4x}y = \frac{1}{2}e^{4x}$ 两边除以 e^{4x}： $y = \frac{1}{2}$</p> <p>所以 $y = \frac{1}{2}$</p>	掌握一阶微分方程的求解方法

时间	主要教学内容及步骤	设计意图
	<p>3. 弹簧振动: $m \frac{d^2x}{dt^2} + kx = 0$</p> <p>4. 电路分析:</p> $L \frac{d^2q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = E(t)$ <p>【教师】使用Lab7-4展示微分方程的应用 【学生】观察微分方程的实际应用 例8 某城市人口增长率为2%，初始人口为100万，求人口增长模型。 解：设人口为P(t)，增长率为k = 0.02 微分方程: $\frac{dP}{dt} = 0.02P$ 初始条件: P(0) = 100 求解: $\frac{dP}{P} = 0.02dt$ $\int \frac{dP}{P} = \int 0.02dt$ $\ln P = 0.02t + C$ $P = Ce^{0.02t}$ 由P(0) = 100得C = 100 所以P(t) = 100e^{0.02t} 【学生】完成微分方程应用练习</p>	际应用
课堂测验 (10min)	<p>【教师】出几道测试题目</p> <ol style="list-style-type: none"> 求解微分方程 $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x}$ 求解微分方程 $y' + 2y = e^x$ 求解微分方程 $y'' - 3y' + 2y = 0$ 建立人口增长模型 $\frac{dP}{dt} = kP$ <p>【学生】做测试题目 【教师】公布答案并讲解</p> <p>解1: $y = Cx$ 解2: $y = \frac{1}{3}e^x + Ce^{-2x}$ 解3: $y = C_1e^x + C_2e^{2x}$ 解4: $P(t) = P_0e^{kt}$</p>	通过测试，了解学生对知识点的掌握情况
课堂小结 (8min)	<p>【教师】总结本节课要点</p> <ol style="list-style-type: none"> 常微分方程的概念和分类 一阶微分方程的求解方法 二阶微分方程的求解方法 微分方程的实际应用 <p>【学生】回顾知识点，提出疑问 【教师】解答学生疑问，布置课后作业</p>	巩固本节课所学知识

板书设计建议

左侧：常微分方程的定义和分类

中部：一阶微分方程的求解方法

右侧：二阶微分方程的求解方法

教学提示

- 鼓励学生截图Lab7模拟结果作为报告证据，提升数据说服力
- 引导学生在微分方程求解中注意分类讨论
- 结合工程案例，让学生体验常微分方程在工程中的重要作用
- 强调常微分方程在建模、预测、控制中的重要作用
- 通过实际工程案例，培养学生运用常微分方程方法解决实际问题的能力