第十三章《概率与统计》第一节课教案

教学项目

教学项目 概率与统计基础
授课地点 多媒体教室
授课形式 线下教学
学情分析 学生具备微积分与线性代数基础，但概率统计经验有限。学生对随机性概念理解不够深入，在条件概率推理、分布参数与实际情境对应、置信区间与假设检验步骤方面需要重点指导。学生喜欢可视化与案例化教学，可借助现有交互课件和仿真实验激发学习兴趣。

教学目标

知识目标：使学生理解概率的基本概念、概率的加法与乘法公式。
能力目标：培养学生利用概率的基本公式解决实际工程问题的能力。
素质目标：提高学生的数据思维能力和概率分析意识，在工程场景中合理评估风险与不确定性。

教学重点 概率的基本概念、概率的加法与乘法公式。

教学难点及应对

难点：概率概念的理解、事件关系的判断。
应对策略：通过具体的例题演示，分步骤讲解，辅以Lab13系列仿真实验和小组讨论，加深学生理解。

教学资源

教材：《高等数学》
媒体资源：课件《第13章概率与统计》、Lab13系列仿真实验
环境设备：多媒体教室配备投影仪和电脑

教学方法

讲授法：讲解概率的基本概念、性质及其计算方法。
问答法：鼓励学生提问，通过问题引导学生思考和深入理解。
分组练习法：学生分组完成练习题，互相讨论和解答。
演示法：通过Lab13系列软件演示概率模拟过程。

教学反思 需要关注学生对概率概念的理解是否到位，如果发现学生存在困惑，应在下一课时进行针对性的复习和讲解。同时，要注意培养学生通过概率分析解决实际工程问题的能力，强化其应用意识。

教学过程

时间	主要教学内容及步骤	设计意图						
考勤（2min）	【教师】清点上课人数，记录好考勤 【学生】班干部报请假人员及原因	培养学生的组织纪律性，掌握学生的出勤情况						
情境导入（10min）	【教师】讲述液压系统故障案例，引出概率分析需求 在工程实践中，我们经常需要分析系统的可靠性。例如，液压系统的密封件在运行过程中可能出现故障，这种故障的发生具有随机性。如何用数学语言来描述和分析这种随机现象? 【学生】填写概率树图背景栏，思考如何用概率语言描述"风险" 【教师】板书"概率→分布→统计推断"主线 【教师】展示工程案例：某工厂生产线故障分析 案例背景：某汽车制造厂的生产线由传送带、机械臂、检测设备三个部分组成。根据历史数据，各部分的故障率分别为0.02、0.03、0.01。如何评估整个生产线的可靠性? 【学生】讨论分析思路，提出初步解决方案	激发学生学习兴趣，建立概率统计与实际工程的联系						
概率基础（35min）	【教师】讲解概率的基本概念 定义1 在相同条件下，可能出现不同结果的现象称为随机现象。 例如：抛硬币、掷骰子、产品检验、设备故障等。 定义2 随机试验的所有可能结果的集合称为样本空间，记作Ω。 例如：掷骰子的样本空间Ω = {1,2,3,4,5,6} 定义3 样本空间的子集称为随机事件。 例如：A = {2,4,6}（掷出偶数） 定义4 必然事件：Ω（一定发生） 不可能事件：∅（不会发生） 【教师】讲解概率的定义 古典概率：PA = 事件A包含的基本事件数/样本空间的基本事件总数 几何概率：PA = 事件A的几何度量/样本空间的几何度量 统计概率：PA = limn → ∞ m/n，其中m为事件A发生的次数，n为试验总次数 【教师】演示Lab13-1模拟，讲解频率与概率关系	m/n - p\	< ε) = 1 【学生】调整试验次数，记录频率稳定趋势，讨论频率趋于稳定的意义 【教师】强调经典概型与频率估计的差异 例1 掷一枚均匀骰子，求出现偶数的概率。 解：样本空间Ω = {1,2,3,4,5,6}，事件A = {2,4,6} PA = \	A\	/\	Ω\	= 3/6 = 1/2 例2 从52张扑克牌中随机抽取一张，求抽到红桃的概率。 解：样本空间包含52个基本事件，事件A包含13个基本事件 PA = 13/52 = 1/4 例3 在区间 0, 1 上随机取一点，求该点落在 0.3, 0.7 内的概率。 解：这是几何概率问题 PA = 0.7 − 0.3 / 1 − 0	学习概率的基本概念，通过仿真实验加深理解

时间	主要教学内容及步骤	设计意图						
	频率 = 事件发生次数/试验总次数 当试验次数n很大时，频率趋于稳定，这个稳定值称为概率。 大数定律：limn → ∞ P(\						= 0.4/1 = 0.4 例4 某工厂生产的产品，经检验合格率为0.95。现从产品中随机抽取100件，求其中恰好95件合格的概率。 解：设X为合格品数，X ~ B100, 0.95 PX = 95 = C_{100}^{95} × 0.95^{95} × 0.05^{5} ≈ 0.179 例5 某设备在一年内发生故障的概率为0.1，求连续两年都不发生故障的概率。 解：设A_1 = {第一年无故障}，A_2 = {第二年无故障} PA_1A_2 = PA_1PA_2 = 0.9 × 0.9 = 0.81 例6 某系统由三个部件组成，各部件故障率分别为0.01、0.02、0.03。若系统串联，求系统可靠度。 解：P系统正常 = P部件1正常P部件2正常P部件3正常 = 0.99 × 0.98 × 0.97 = 0.941 例7 若系统并联，求系统可靠度。 解：P系统正常 = 1 - P系统故障 = 1 - P所有部件都故障 = 1 - 0.01 × 0.02 × 0.03 = 1 - 0.000006 = 0.999994 【学生】完成概率计算练习，讨论不同概率模型的应用场景	
加法与乘法公式（25min）	【教师】讲解概率的基本公式 定理1（概率的加法公式） PA ∪B = PA + PB - PA ∩ B 当A、B互斥时：PA ∪B = PA + PB 当A、B对立时：PA + PB = 1 定理2（概率的乘法公式） PAB = PAP(B\	A) = PB P(A\	B) 当A、B独立时：P AB = PAPB 【教师】讲解事件的关系 互斥事件：A∩B = ∅，不能同时发生 对立事件：A∪B = Ω 且 A∩B = ∅，必有一个发生 独立事件：P(B\	A) = PB，A的发生不影响B的概率 【教师】使用Lab13-2展示文氏图与模拟结果，解释互斥、独立情况 【学生】在学习单中完成公式验证并说明独立/互斥条件 例8 某工厂有两个车间，第一车间产品合格率为0.95，第二车间产品合格率为0.90。从第一车间随机抽取一件产品，求它是合格品的概率。 解：设A = {从第一车间抽取}，B = {产品合格} P(B\	A) = 0.95 例9 从52张扑克牌中不放回地抽取两张，求第一张是红桃且第二张也是红桃的概率。 解：设A = {第一张是红桃}，B = {第二张是红桃} PAB = PA P(B\	A) = 13/52 × 12/51 = 1/17 例10 某设备在一年内发生故障的概率为0.1，求两年内都不发生故障的概率。 解：设A_1 = {第一年无故障}，A_2 = {第二年无故障} PA_1A_2 = PA_1PA_2 = 0.9 × 0.9 = 0.81（独立事件） 例11 某系统由两个部件组成，部件1的可靠度为0.9，部件2的可靠度为0.8。若两个部件串联，求系统可靠度。 解：设A_1 = {部件1正常}，A_2 = {部件2正常} PA_1A_2 = PA_1PA_2 = 0.9 × 0.8 = 0.72 例12 若两个部件并联，求系统可靠度。 解：PA_1 ∪A_2 = PA_1 + PA_2 - PA_1A_2 = 0.9 + 0.8 - 0.72 = 0.98 例13 某工程项目面临三种风险：技术风险、市场风险、资金风险。根据历史数据，各风险发生的概率分别为0.3、0.2、0.1。若技术风险发生，项目损失为100万元；若市场风险发生，项目损失为80万元；若资金风险发生，项目损失为60万元。各风险相互独立。求项目期望损失。 解：EX = 100×0.3 + 80×0.2 + 60×0.1 = 30 + 16 + 6 = 52万元 【学生】分组讨论，完成复杂概率计算题目	掌握概率的基本运算规则，培养工程应用意识	
课堂测验（10min）	【教师】出几道测试题目，测试大家的学习情况 1. 掷一枚骰子，求出现偶数的概率 2. 从52张扑克牌中随机抽取一张，求抽到红桃或A的概率 3. 某设备故障率为0.05，求连续运行10天不故障的概率 4. 某系统由两个独立部件组成，部件1可靠度为0.9，部件2可靠度为0.8。求系统串联和并联时的可靠度 【学生】做测试题目 【教师】公布题目正确答案，并演示解题过程 解1：P偶数 = 3/6 = 1/2 解2：P红桃或A = P红桃 + PA - P红桃A = 13/52 + 4/52 - 1/52 = 16/52 = 4/13 解3：P10天不故障 = 0.95^{10} ≈ 0.599 解4：串联：0.9×0.8 = 0.72；并联：0.9+0.8-0.72 = 0.98	通过测试，了解学生对知识点的掌握情况，加深学生对本节课知识的印象						
课堂小结（8min）	【教师】总结本节课要点 1. 概率的基本概念和定义 2. 概率的加法公式和乘法公式 3. 事件的关系（互斥、对立、独立） 4. 工程应用案例	巩固本节课所学知识						

时间	主要教学内容及步骤	设计意图
	【学生】回顾知识点，提出疑问 【教师】解答学生疑问，布置课后作业	

板书设计建议

左侧：概率基本概念（随机现象、样本空间、随机事件）

中部：概率公式（加法公式、乘法公式）

右侧：事件关系（互斥、对立、独立）

教学提示

- 鼓励学生截图Lab13模拟结果作为报告证据，提升数据说服力
- 引导学生在概率计算中注意事件关系的判断
- 结合液压系统故障案例，让学生体验概率分析在工程决策中的重要作用
- 强调概率分析在工程质量管理、可靠性分析、风险评估中的重要作用
- 通过实际工程案例，培养学生运用概率方法解决实际问题的能力

第十三章《概率与统计》第二节课教案

教学项目

教学项目 条件概率与贝叶斯公式、随机变量与分布

授课地点 多媒体教室

授课形式 线下教学

学情分析 学生已掌握概率的基本概念和运算规则，但对条件概率的理解还不够深入，对随机变量的概念和常见分布的特征需要进一步学习。学生喜欢可视化与案例化教学，可借助现有交互课件和仿真实验激发学习兴趣。

教学目标

知识目标：使学生理解条件概率与贝叶斯公式、随机变量的概念、常见概率分布的特征。

能力目标：培养学生利用条件概率和概率分布解决实际工程问题的能力。

素质目标：提高学生的数据思维能力和统计推断意识，在工程场景中合理评估风险与不确定性。

教学重点 条件概率与贝叶斯公式、常见概率分布。

教学难点及应对

难点：条件概率的树状图推理、分布参数与实际情境对应。

应对策略：通过具体的例题演示，分步骤讲解，辅以Lab13系列仿真实验和小组讨论，加深学生理解。

教学资源

教材：《高等数学》

媒体资源：课件《第13章概率与统计》、Lab13系列仿真实验

环境设备：多媒体教室配备投影仪和电脑

教学方法

讲授法：讲解条件概率与贝叶斯公式、随机变量及其分布。

问答法：鼓励学生提问，通过问题引导学生思考和深入理解。

分组练习法：学生分组完成练习题，互相讨论和解答。

演示法：通过Lab13系列软件演示概率模拟和分布特征。

教学反思 需要关注学生对条件概率推理和分布参数的理解是否到位，如果发现学生存在困惑，应在下一课时进行针对性的复习和讲解。同时，要注意培养学生通过概率分布解决实际工程问题的能力，强化其应用意识。

教学过程

时间	主要教学内容及步骤	设计意图																				
考勤（2min）	【教师】清点上课人数，记录好考勤 【学生】班干部报请假人员及原因	培养学生的组织纪律性，掌握学生的出勤情况																				
复习回顾（8min）	【教师】回顾上节课内容 1. 概率的基本概念 2. 概率的运算公式 3. 事件的关系 【学生】回答教师提问，巩固上节课知识 【教师】检查作业完成情况，解答学生疑问	巩固上节课所学知识，为新课做准备																				
条件概率与贝叶斯（35min）	【教师】讲解条件概率 定义5 在事件B发生的条件下，事件A发生的概率称为条件概率，记作P(A\	B)。P(A\	B) = P AB /PB ，其中P B > 0 【教师】讲解全概率公式 设 B_1, B_2, …, B_n是样本空间Ω的一个划分，且P B_i >	B_i)P B_i 【教师】讲解贝叶斯公式 P(B_i\	A) = P(A\	B_i)P B_i /PA = P(A\	B_i)P B_i/ $\Sigma_{j=1}^n$ P(A\	B_j)PB_j 【教师】操作Lab13-3构建"工厂—合格/不合格"树状图，演示贝叶斯推理流程 【学生】填写概率树图，计算后验概率并解释实际意义 例14 某工厂有三个车间生	B_1) = 0.02，P(A\	B_2) = 0.03，P(A\	B_3) = 0.01 PA = P(A\	B_1)P B_1 + P(A\	B_2)P B_2 + P(A\	B_3)PB_3 = 0.02×0.5 + 0.03×0.3 + 0.01×0.2 = 0.021 例15 在例14中，已知抽到的是次品，求它来自第一车间的概率。 解：P(B_1\	A) = P(A\	B_1)PB_1/PA = 0.02×0.5/0.021 = 10/21 例16 某疾病在人群中的发病率为0.1%，某种检测方法的准确率为99%（即患者检测为阳性的概率为99%，非患者检测为阴性的概率为99%）。现某人检测为阳性，求他确实患病的概率。 解：设A = {患病}，B = {检测阳性} PA = 0.001，P(B\	A) = 0.99，P(B\	Ā) = 0.01 P(A\	B) = P(B\	A)PA /[P(B\	A)P A + P(B\	Ā)PĀ] = 0.99×0.001/ 0.99×0.001 + = 0.09 例17 某系统由三 成，各子系统的 0.01、0.02、0. 障，求是第一个 概率。 解：设A = {系统 {第i个子系统故 PB_1 = 0.01，P B_3 = 0.03 P(A\

时间	主要教学内容及步骤	设计意图		
			0，则 P(A) = $\Sigma_{i=1}^{n}$ P(A\	产同一种产品，第一车间产量占总产量的50%，第二车间占30%，第三车间占20%。各车间的次品率分别为2%、3%、1%。现从总产品中随机抽取一件，求它是次品的概率。 解：设A = {抽到次品}，B_i = {抽到第i车间产品}，i = 1,2,3 P(B_1) = 0.5，P(B_2) = 0.3，P(B_3) = 0.2 P(A\
随机变量与分布（30min）	【教师】讲解随机变量 定义6 将随机试验的结果用数字表示的变量称为随机变量。 离散型随机变量：取值为有限个或可列个 连续型随机变量：取值为连续区间 【教师】讲解离散型分布 （1）二项分布：$X \sim B(n, p)$ $P(X = k) = C_n^k p^k (1 - p)^{n - k}$，k = 0,1,2,...,n $E(X) = np$，$D(X) = np(1 - p)$ （2）泊松分布：$X \sim P(\lambda)$ $P(X = k) = \lambda^k e^{-\lambda}/k!$，k = 0,1,2,... $E(X) = \lambda$，$D(X) = \lambda$ （3）几何分布：$X \sim G(p)$ $P(X = k) = (1 - p)^{k - 1} p$，k = 1,2,3,... $E(X) = 1/p$，$D(X) = (1 - p)/p^2$ 【教师】讲解连续型分布 （1）正态分布：$X \sim N(\mu, \sigma^2)$ $f(x) = 1/\sqrt{2\pi}\sigma \, e^{-(x - \mu)^2/(2\sigma^2)}$ $E(X) = \mu$，$D(X) = \sigma^2$ （2）均匀分布：$X \sim U(a, b)$	掌握常见概率分布的特征和应用场景		

时间	主要教学内容及步骤	设计意图
	$fX = 1/b - a$，$a \le x \le b$ $EX = a + b/2$，$DX = b - a^2/12$ （3）指数分布： $X \sim E\lambda$ $fX = \lambda e^\wedge - \lambda x$，$x \ge 0$ $EX = 1/\lambda$，$DX = 1/\lambda^2$ 【教师】通过Lab13-4、13-5、13-6展示分布特征，调整参数观察变化 例19 某工厂产品合格率为0.8，随机抽取10件产品，求恰好8件合格的概率。 解：$X \sim B10, 0.8$ $PX = 8 = C_{10}^8 \times 0.8^8 \times 0.2^2 = 45 \times 0.8^8 \times 0.04 \approx 0.302$ 例20 某电话交换台每分钟接到的呼叫次数服从参数为3的泊松分布，求一分钟内接到5次呼叫的概率。 解：$X \sim P3$ $PX = 5 = 3^5 e^\wedge - 3/5! = 243 \times e^\wedge - 3/120 \approx 0.1008$ 例21 某零件长度服从$N10, 0.1^2$，求长度在9.8到10.2之间的概率。 解：P $9.8 < X < 10.2 = P$ $-2 < (X - 10/0.1 < 2) = \Phi 2 - \Phi - 2 = 2\Phi 2 - 1 \approx 0.9544$ 例22 某设备故障间隔时间服从参数为0.1的指数分布，求故障间隔时间超过10小时的概率。 解：$X \sim E0.1$ $PX > 10 = e^\wedge - 0.1 \times 10 = e^\wedge - 1 \approx 0.368$ 例23 某零件加工时间服从$U5, 15$分钟，求加工时间在8到12分钟之间的概率。 解：P $8 < X < 12 = 12 - 8/15 - 5 = 4/10 = 0.4$ 例24 某系统由两个部件组成，部件1的可靠度为0.9，部件2的可靠度为0.8。若两个部件串联，求系统可靠度。 解：P系统正常 = P部件1正常P部件2正常 = 0.9 × 0.8 = 0.72 例25 若两个部件并联，求系统可靠度。 解：P系统正常 = 1 - P系统故障 = 1 - P所有部件都故障 = 1 - 0.1 × 0.2 = 0.98 【学生】完成分布计算练习，讨论不同分布的应用场景	

时间	主要教学内容及步骤	设计意图
课堂测验（10min）	【教师】出几道测试题目 1. 某工厂产品合格率为0.9，随机抽取10件，求恰好8件合格的概率 2. 某零件长度服从$N10, 0.1^2$，求长度在9.8到10.2之间的概率 3. 某设备故障间隔时间服从$E0.2$，求故障间隔时间超过5小时的概率 4. 某系统由两个独立部件组成，部件1可靠度为0.9，部件2可靠度为0.8。求系统串联和并联时的可靠度 【学生】做测试题目 【教师】公布答案并讲解 解1：$PX = 8 = C_{10}^8 \times 0.9^8 \times 0.1^2 \approx 0.194$ 解2：$P 9.8 < X < 10.2 = 2\Phi 2 - 1 \approx 0.9544$ 解3：$PX > 5 = e\text{^} -0.2\times 5 = e\text{^} -1 \approx 0.368$ 解4：串联：$0.9\times 0.8 = 0.72$；并联：$0.9+0.8-0.72 = 0.98$	通过测试，了解学生对知识点的掌握情况
课堂小结（5min）	【教师】总结本节课要点 1. 条件概率与贝叶斯公式 2. 常见概率分布 3. 工程应用案例 【学生】回顾知识点，提出疑问 【教师】解答学生疑问，布置课后作业	巩固本节课所学知识

板书设计建议

左侧：条件概率公式与贝叶斯公式

中部：常见分布表（参数、期望、方差、应用场景）

右侧：概率树图示例

教学提示

- 鼓励学生截图Lab13模拟结果作为报告证据，提升数据说服力
- 引导学生在条件概率计算中注意树状图推理
- 强调分布参数与实际情境的对应关系
- 结合工程案例，让学生体验概率分布在工程决策中的重要作用
- 通过实际工程案例，培养学生运用概率分布解决实际问题的能力

第十三章《概率与统计》第三节课教案

教学项目

教学项目 数学期望与方差、参数估计与假设检验

授课地点 多媒体教室

授课形式 线下教学

学情分析 学生已掌握概率的基本概念、条件概率和常见分布，但对随机变量的数字特征和统计推断方法还需要进一步学习。学生喜欢可视化与案例化教学，可借助现有交互课件和仿真实验激发学习兴趣。

教学目标

知识目标：使学生理解数学期望与方差的概念和性质、参数估计与假设检验的基本方法。

能力目标：培养学生利用数字特征和统计推断解决实际工程问题的能力。

素质目标：提高学生的数据思维能力和统计推断意识，在工程场景中合理评估风险与不确定性。

教学重点 数学期望与方差、参数估计与假设检验。

教学难点及应对

难点：方差的计算、假设检验步骤的掌握。

应对策略：通过具体的例题演示，分步骤讲解，辅以Lab13系列仿真实验和小组讨论，加深学生理解。

教学资源

教材：《高等数学》

媒体资源：课件《第13章概率与统计》、Lab13系列仿真实验

环境设备：多媒体教室配备投影仪和电脑

教学方法

讲授法：讲解数学期望与方差、参数估计与假设检验。

问答法：鼓励学生提问，通过问题引导学生思考和深入理解。

分组练习法：学生分组完成练习题，互相讨论和解答。

演示法：通过Lab13系列软件演示统计推断过程。

教学反思 需要关注学生对数字特征计算和假设检验步骤的理解是否到位，如果发现学生存在困惑，应在下一课时进行针对性的复习和讲解。同时，要注意培养学生通过统计推断解决实际工程问题的能力，强化其应用意识。

教学过程

时间	主要教学内容及步骤	设计意图
考勤（2min）	【教师】清点上课人数，记录好考勤 【学生】班干部报请假人员及原因	培养学生的组织纪律性，掌握学生的出勤情况
复习回顾（8min）	【教师】回顾上节课内容 1. 条件概率与贝叶斯公式 2. 常见概率分布 3. 分布参数的意义 【学生】回答教师提问，巩固上节课知识 【教师】检查作业完成情况，解答学生疑问	巩固上节课所学知识，为新课做准备
数学期望与方差（30min）	【教师】讲解数学期望 定义7 离散型随机变量X的数学期望：$EX = \Sigma x_i p_i$ 定义8 连续型随机变量X的数学期望：$EX = \int x f(x) dx$ 【教师】讲解数学期望的性质 （1）$Ec = c$（c为常数） （2）$EcX = cEX$ （3）$E(X + Y) = EX + EY$ （4）若X、Y独立，则$E(XY) = EX\,EY$ 【教师】讲解方差 定义9 $DX = E(X - E(X))^2 = EX^2 - (E(X))^2$ 【教师】讲解方差的性质 （1）$DC = 0$（c为常数） （2）$DcX = c^2 DX$ （3）若X、Y独立，则$D(X + Y) = DX + DY$ 【教师】讲解标准差 $\sigma X = \sqrt{DX}$ 【教师】通过例题演示计算方法 例26 掷一枚骰子，设X为出现的点数，求EX和DX。 解：X的分布律为$P(X = k) = 1/6$，$k = 1,2,3,4,5,6$ $EX = \Sigma_{k=1}^{6} k \times 1/6 = (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6)/6 = 21/6 = 3.5$ $EX^2 = \Sigma_{k=1}^{6} k^2 \times 1/6 = (1 + 4 + 9 + 16 + 25 + 36)/6 =$	学习随机变量的数字特征

时间	主要教学内容及步骤	设计意图						
	91/6 $DX = EX^2 -$ $E(X)$ $^2 = 91/6 - 3.5^2 = 91/6 - 49/4 = 35/12$ 例27 设$X \sim N\mu, \sigma^2$，求EX和DX。 解：$EX = \mu$，$DX = \sigma^2$ 例28 设$X \sim Bn, p$，求EX和DX。 解：$EX = np$，$DX = np1 - p$ 例29 设$X \sim E\lambda$，求EX和DX。 解：$EX = 1/\lambda$，$DX = 1/\lambda^2$ 例30 某工厂生产的产品，每件利润为10元，成本为8元。若产品合格率为0.9，求每件产品的期望利润。 解：设X为每件产品的利润 $PX = 10 = 0.9$，$PX = -8 = 0.1$ $EX = 10\times0.9 + -8\times0.1 = 9 - 0.8 = 8.2$元 例31 某设备故障间隔时间服从指数分布，平均故障间隔时间为100小时。求设备在100小时内故障的概率。 解：$X \sim E0.01$，$PX \le 100 = 1 - e\^{} -0.01\times100 = 1 - e\^{}-1 \approx 0.632$ 例32 某零件长度服从正态分布$N 10, 0.1^2$，求零件长度超过10.3的概率。 解：$PX > 10.3 = P(X - 10/0.1 > 10.3 - 10/0.1) = PZ > 3 = 1 - \Phi3 = 1 - 0.9987 = 0.0013$ 【学生】完成数学期望和方差计算练习							
参数估计与假设检验（35min）	【教师】讲解参数估计 定义10 点估计：用样本统计量估计总体参数 常用估计量：样本均值$\bar{X}$估计总体均值μ，样本方差S^2估计总体方差σ^2 定义11 区间估计：给出参数的置信区间 置信区间：$P\theta_1 < \theta < \theta_2 = 1-\alpha$，其中$1-\alpha$为置信水平 【教师】讲解正态总体均值的区间估计 （1）σ^2已知：$\bar{X} \pm z\_\alpha/2 \times \sigma/\sqrt{n}$ （2）σ^2未知：$\bar{X} \pm t\_\alpha/2n - 1 \times S/\sqrt{n}$ 【教师】讲解假设检验 定义12 假设检验：根据样本信息判断总体参数是否等于某个值 步骤：1. 建立假设 $H_0: \theta = \theta_0, H_1: \theta \neq \theta_0$ 2. 选择统计量（如Z统计量、t统计量） 3. 确定拒绝域（根据显著性水平α） 4. 做出结论（接受或拒绝H_0） 【教师】讲解单样本t检验 检验统计量：$t = \bar{X} - \mu_0/S/\sqrt{n} \sim t n - 1$ 拒绝域：\	t\	$> t\_\alpha/2n - 1$ 【教师】指导学生在Lab13-6中完成t检验案例 例33 某工厂生产的零件长度服从正态分布$N\mu, \sigma^2$，现从产品中随机抽取16件，测得平均长度为10.2cm，标准差为0.3cm。在显著性水平α=0.05下，检验零件平均长度是否为10cm。 解：$H_0: \mu = 10, H_1: \mu \neq 10$ $t = 10.2 - 10/0.3/\sqrt{16} = 0.2/0.075 = 2.67$ $t\_0.02515 = 2.131$ 因为\	t\	$= 2.67 > 2.131$，拒绝H_0，认为零件平均长度不等于10cm 例34 某设备故障时间服从指数分布，现观测到10次故障时间（小时）：1.2, 2.1, 0.8, 1.5, 2.3, 1.8, 1.1, 2.0, 1.6, 1.9。求平均故障时间的95%置信区间。 解：$\bar{X} = 1.63, S = 0.45$ $t\_0.0259 = 2.262$ 置信区间：$1.63 \pm 2.262 \times 0.45/\sqrt{10} = 1.63 \pm 0.32 =$ $1.31, 1.95$ 例35 某工厂声称其产品合格率不低于95%。现随机抽取100件产品，发现8件不合格。在显著性水平α=0.05下，检验工厂的声称是否成立。 解：$H_0: p \ge 0.95, H_1: p < 0.95$ 样本合格率 = 92/100 = 0.92 $Z = 0.92 - 0.95/\sqrt{0.95\times0.05/100} = -0.03/0.0218 = -1.38$ $z\_0.05 = -1.645$ 因为$Z = -1.38 > -1.645$，接受H_0，认为工厂的声称成立 例36 某系统有两个版本，版本A的平均响应时间为2.5秒，版本B的平均响应时间为2.8秒。现分别测试两个版本各20次，得到样本标准差分别为0.3秒和0.4秒。在显著性水平α=0.05下，检验两个版本的响应时间是否有显著差异。 解：$H_0: \mu_1 = \mu_2, H_1: \mu_1 \neq \mu_2$ $t = 2.5 - 2.8/\sqrt{0.3^2/20 + 0.4^2/20} = -0.3/0.125 = -2.4$ $t\_0.02538 \approx 2.024$ 因为\	t\	$= 2.4 > 2.024$，拒绝H_0，认为两个版本的响应时间有显著差异 例37 某工程项目面临三种风险：技术风险、市场风险、资金风险。根据历史数据，各风险发生的概率分别为0.3、0.2、0.1。若技术风险发生，项目损失为100万元；若市场风险发生，项目损失为80万元；若资金风险发生，项目损失为60万元。各风险相互独立。求: （1）项目期望损失 （2）项目损失超过50万元的概率 （3）若购买保险，保险费为期望损失的1.2倍，是否值得购买? 解：（1）$EX = 100\times0.3 + 80\times0.2 + 60\times0.1 = 30 + 16 + 6 = 52$万元 （2）$PX > 50 = P$技术风险发生 $+ P$市场风险发生 $+ P$资金风险发生 $= 0.3 + 0.2 + 0.1 = 0.6$ （3）保险费 = 52 × 1.2 = 62.4万元，期望损失 = 52万元 保险费 > 期望损失，从纯数学角度不值得购买，但需考虑风险承受能力 【学生】完成参数估计和假设检验练习	学习统计推断的基本方法，培养数据分析能力
练习与指导（10min）	【教师】布置综合练习: 1. 概率计算题3题（含条件概率） 2. 分布匹配题2题，说明选择理由 3. 参数估计或假设检验案例1题，写出步骤与结论 【教师】巡视指导 【学生】独立完成并交流 【教师】集中讲解易错点: - 提醒注意条件概率的树状图推理 - 强调分布参数与实际情境的对应关系 - 注意假设检验步骤的完整性 - 注意置信区间的解释 - 强调统计结论的工程意义	通过练习巩固所学知识，培养解题能力						
课堂小结（5min）	【教师】重点总结: 1. 概率基本概念和运算规则 2. 常见分布的特征和应用 3. 统计推断的基本方法 4. 易错点分析 【教师】布置作业: 1. 题库概率计算题1–10、分布与统计推断题11–20 2. 分析液压系统寿命数据，完成参数估计、置信区间、假设检验报告（含图表） 3. 设计一个工程可靠性分析案例，运用概率统计方法进行分析	系统梳理知识点，为后续学习打好基础						

板书设计建议

左侧：数学期望与方差公式

中部：参数估计与假设检验步骤

右侧：统计推断流程图

教学提示

- 鼓励学生截图Lab13模拟结果作为报告证据，提升数据说服力
- 引导学生在估计与检验记录表中写下"结论+工程建议"，强化应用意识
- 如时间不足，可将假设检验题目改为课后讨论，在班级论坛提交分析
- 结合液压系统故障案例，让学生体验概率统计在工程决策中的重要作用
- 强调概率统计在工程质量管理、可靠性分析、风险评估中的重要作用
- 通过实际工程案例，培养学生运用概率统计方法解决实际问题的能力

第十三章《概率与统计》第四节课教案

教学项目

教学项目 综合应用与总结
授课地点 多媒体教室
授课形式 线下教学
学情分析 学生已掌握概率统计的基本概念、常见分布、数字特征和统计推断方法，需要通过综合应用来巩固所学知识，提高解决实际工程问题的能力。学生喜欢可视化与案例化教学，可借助现有交互课件和仿真实验激发学习兴趣。
教学目标
知识目标：使学生综合运用概率统计知识解决复杂工程问题。
能力目标：培养学生分析问题、建立模型、求解问题的综合能力。
素质目标：提高学生的数据思维能力和统计推断意识，在工程场景中合理评估风险与不确定性。
教学重点 综合应用概率统计方法解决工程问题。
教学难点及应对
难点：复杂问题的建模和求解。
应对策略：通过具体的工程案例演示，分步骤讲解，辅以Lab13系列仿真实验和小组讨论，加深学生理解。
教学资源
教材：《高等数学》
媒体资源：课件《第13章概率与统计》、Lab13系列仿真实验
环境设备：多媒体教室配备投影仪和电脑
教学方法
讲授法：讲解综合应用案例。
问答法：鼓励学生提问，通过问题引导学生思考和深入理解。
分组练习法：学生分组完成练习题，互相讨论和解答。
演示法：通过Lab13系列软件演示综合应用过程。
教学反思 需要关注学生对综合应用的理解是否到位，如果发现学生存在困惑，应进行针对性的指导。同时，要注意培养学生通过概率统计解决实际工程问题的能力，强化其应用意识。

教学过程

时间	主要教学内容及步骤	设计意图						
考勤（2min）	【教师】清点上课人数，记录好考勤 【学生】班干部报请假人员及原因	培养学生的组织纪律性，掌握学生的出勤情况						
知识体系回顾（15min）	【教师】系统回顾概率统计知识体系 第一部分：概率论基础 - 随机现象与随机试验 - 概率的定义与性质 - 条件概率与独立性 第二部分：随机变量及其分布 - 随机变量的概念 - 离散型分布（二项、泊松、几何） - 连续型分布（正态、均匀、指数） 第三部分：数字特征 - 数学期望 - 方差与标准差 第四部分：统计推断 - 参数估计 - 假设检验 【学生】跟随教师回顾，查漏补缺 【教师】解答学生在知识体系理解上的疑问	系统梳理知识体系，建立完整框架						
工程案例深入分析（30min）	【教师】深入分析液压系统可靠性案例 案例背景：某工程机械的液压系统由泵、阀、缸三个主要部件组成，各部件的故障率分别为0.01、0.02、0.03。系统采用串联结构，任一部件故障都会导致系统失效。 问题1：系统在一年内的故障概率是多少? 解：P系统故障 = 1 - P系统正常 = 1 - P泵正常P阀正常P缸正常 = 1 - 0.99×0.98×0.97 = 1 - 0.941 = 0.059 问题2：如果系统故障，最可能是哪个部件故障? 解：设A_1、A_2、A_3分别表示泵、阀、缸故障，B表示系统故障 P(A_1\	B) = P(B\	A_1)PA_1/PB = 1×0.01/0.059 = 0.169 P(A_2\	B) = P(B\	A_2)PA_2/PB = 1×0.02/0.059 = 0.339 P(A_3\	B) = P(B\	A_3)PA_3/PB = 1×0.03/0.059 = 0.508 最可能是缸故障 问题3：如何设计冗余结构提高系统可靠性? 解：采用并联冗余，设需要n个并联子系统 单个子系统可靠度 = 0.941 n个并联子系统可靠度 = 1 - $1-0.941^n$ = 1 - 0.059^n 要求：1 - 0.059^n ≥ 0.99 即：0.059^n ≤ 0.01 n ≥ $\ln 0.01/\ln 0.059$ ≈ 2.3 所以需要3个并联的子系统 【学生】参与讨论，提出改进方案 【教师】引导学生思考其他工程应用场景	深入理解概率统计在工程中的应用
综合题目训练（25min）	【教师】布置综合训练题目 题目：某工程项目面临三种风险：技术风险、市场风险、资金风险。根据历史数据，各风险发生的概率分别为0.3、0.2、0.1。若技术风险发生，项目损失为100万元；若市场风险发生，项目损失为80万元；若资金风险发生，项目损失为60万元。各风险相互独立。求： （1）项目期望损失 （2）项目损失超过50万元的概率 （3）若购买保险，保险费为期望损失的1.2倍，是否值得购买? （4）如何设计风险控制策略? 【学生】独立完成题目	综合运用所学知识解决实际问题						

时间	主要教学内容及步骤	设计意图	
	【教师】巡视指导，解答疑问 解：（1）EX = 100×0.3 + 80×0.2 + 60×0.1 = 30 + 16 + 6 = 52万元 （2）PX > 50 = P技术风险发生 + P市场风险发生 + P资金风险发生 = 0.3 + 0.2 + 0.1 = 0.6 （3）保险费 = 52 × 1.2 = 62.4万元，期望损失 = 52万元 保险费 > 期望损失，从纯数学角度不值得购买，但需考虑风险承受能力 （4）风险控制策略： - 技术风险：加强技术研发，提高技术成熟度 - 市场风险：进行市场调研，制定灵活的市场策略 - 资金风险：建立资金储备，多元化融资渠道 【学生】讨论风险控制策略，提出创新方案		
课堂测验（15min）	【教师】出综合测试题目 1. 某工厂生产的产品有A、B、C三个等级，分别占产量的50%、30%、20%。各等级产品的次品率分别为2%、3%、1%。现从产品中随机抽取一件，求： （1）抽到次品的概率 （2）若抽到的是次品，求它来自A等级的概率 2. 某电话交换台每分钟接到的呼叫次数X服从参数为λ=3的泊松分布。求： （1）一分钟内接到5次呼叫的概率 （2）一分钟内接到不超过3次呼叫的概率 3. 某工厂生产的零件长度要求为10mm，现从产品中随机抽取16件，测得平均长度为10.2mm，标准差为0.3mm。在显著性水平α=0.05下，检验零件平均长度是否为10mm。 4. 某设备故障间隔时间服从指数分布，现观测到10次故障时间（小时）：1.2, 2.1, 0.8, 1.5, 2.3, 1.8, 1.1, 2.0, 1.6, 1.9。求平均故障时间的95%置信区间。 【学生】完成测试题目 【教师】公布答案并详细讲解 解1：（1）PB = 0.02×0.5 + 0.03×0.3 + 0.01×0.2 = 0.021 （2）$P(A_1$\	B) = 0.02×0.5/0.021 = 10/21 解2：（1）PX = 5 = 3^5e^−3/5! ≈ 0.1008 （2）PX ≤ 3 = 13e^−3 ≈ 0.647 解3：t = 2.67 > 2.131，拒绝H_0，认为零件平均长度不等于10mm 解4：置信区间： 1.31, 1.95	检验学习效果，巩固重点知识
课程总结（3min）	【教师】总结本课程要点 1. 概率统计的基本概念和运算规则 2. 常见概率分布的特征和应用 3. 统计推断的基本方法 4. 概率统计在工程中的应用 【教师】布置课后作业 1. 完成综合练习册第13章所有题目 2. 设计一个工程可靠性分析案例，运用概率统计方法进行分析 3. 撰写学习心得，总结概率统计在工程中的应用 【学生】记录作业要求，提出疑问 【教师】解答学生疑问，鼓励课后深入学习	总结课程内容，布置后续学习任务	

板书设计建议

左侧：概率统计知识体系框架
中部：综合应用案例分析
右侧：工程应用建议

教学提示

- 鼓励学生截图Lab13模拟结果作为报告证据，提升数据说服力
- 引导学生在综合应用中注意问题建模的完整性
- 强调概率统计在工程决策中的重要作用
- 结合实际工程案例，让学生体验概率统计的实用价值
- 通过综合训练，培养学生解决复杂工程问题的能力
- 鼓励学生提出创新性的工程应用方案
