

第四章《导数应用》教案

教学项目

教学项目 导数应用

授课地点 多媒体教室

授课形式 线下教学

学情分析 学生已掌握导数的基本概念和计算方法，但对导数应用的理解还不够深入。学生在函数的单调性、极值、最值、凹凸性、拐点方面需要重点指导。

教学目标

知识目标：使学生理解导数的应用、掌握函数性质的分析方法。

能力目标：培养学生利用导数解决实际问题的能力。

素质目标：提高学生的数学分析思维和工程应用能力。

教学重点 函数的单调性、极值、最值、凹凸性、拐点。

教学难点及应对

难点：极值的判定、最值的求解。

应对策略：通过具体的例题演示，分步骤讲解，辅以Lab4系列仿真实验。

教学资源

教材：《高等数学》

媒体资源：课件《第4章导数应用》、Lab4系列仿真实验

环境设备：多媒体教室配备投影仪和电脑

教学方法

讲授法：讲解导数的应用。

问答法：鼓励学生提问，通过问题引导学生思考。

分组练习法：学生分组完成练习题，互相讨论和解答。

演示法：通过Lab4系列软件演示导数应用过程。

教学过程

时间	主要教学内容及步骤	设计意图
考勤（2min）	【教师】清点上课人数，记录好考勤 【学生】班干部报请假人员及原因	培养学生的组织纪律性
情境导入（10min）	【教师】讲述导数在工程中的应用案例 在工程实践中，我们经常需要分析函数的性质，比如求最值、判断单调性等。如何用数学方法来解决这些问题？ 【学生】思考并讨论导数应用的实际意义 【教师】展示工程案例：优化问题 【学生】讨论分析思路，提出初步解决方案	激发学生学习兴趣
函数的单调性（20min）	【教师】讲解函数单调性的判定 定理1 设函数 $f(x)$ 在区间 (a, b) 内可导，则： 1. 如果 $f'(x) > 0$ ，则 $f(x)$ 在 (a, b) 内单调递增 2. 如果 $f'(x) < 0$ ，则 $f(x)$ 在 (a, b) 内单调递减 【教师】使用Lab4-1展示函数单调性 【学生】观察函数单调性的判定 例1 求函数 $f(x) = x^3 - 3x$ 的单调区间。 解： $f'(x) = 3x^2 - 3 = 3(x^2 - 1) = 3(x - 1)(x + 1)$ 令 $f'(x) = 0$ ，得 $x = \pm 1$ 当 $x < -1$ 时， $f'(x) > 0$ ，函数单调递增 当 $-1 < x < 1$ 时， $f'(x) < 0$ ，函数单调递减	学习函数单调性的判定

时间	主要教学内容及步骤	设计意图
	<p>当$x > 1$时, $f'(x) > 0$, 函数单调递增</p> <p>【学生】完成函数单调性练习</p>	
函数的极值 (25min)	<p>【教师】讲解函数极值的定义</p> <p>定义1 设函数$f(x)$在点x_0的某个邻域内有定义, 如果对于该邻域内任意一点x, 都有$f(x) \leq f(x_0)$ (或$f(x) \geq f(x_0)$), 则称$f(x_0)$是函数$f(x)$的极大值 (或极小值)。</p> <p>【教师】讲解极值的判定</p> <p>定理2 设函数$f(x)$在点x_0处可导, 且$f'(x_0) = 0$, 则:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 如果$f''(x_0) > 0$, 则$f(x_0)$是极小值 2. 如果$f''(x_0) < 0$, 则$f(x_0)$是极大值 <p>【教师】使用Lab4-2展示函数极值</p> <p>【学生】观察函数极值的判定</p> <p>例2 求函数$f(x) = x^3 - 3x$的极值。</p> <p>解: $f'(x) = 3x^2 - 3 = 3(x - 1)(x + 1)$</p> <p>令$f'(x) = 0$, 得$x = \pm 1$</p> <p>$f''(x) = 6x$</p> <p>当$x = -1$时, $f''(-1) = -6 < 0$, 所以$f(-1) = 2$是极大值</p> <p>当$x = 1$时, $f''(1) = 6 > 0$, 所以$f(1) = -2$是极小值</p> <p>【学生】完成函数极值练习</p>	掌握函数极值的判定
函数的最值 (20min)	<p>【教师】讲解函数最值的求法</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 求函数在区间内的所有驻点和不可导点 2. 计算这些点的函数值 3. 计算区间端点的函数值 4. 比较所有函数值, 最大者为最大值, 最小者为最小值 <p>【教师】使用Lab4-3展示函数最值</p> <p>【学生】观察函数最值的求解</p> <p>例3 求函数$f(x) = x^3 - 3x$在区间$[-2, 2]$上的最值。</p> <p>解: $f'(x) = 3x^2 - 3 = 3(x - 1)(x + 1)$</p> <p>驻点: $x = \pm 1$</p> <p>$f(-2) = -8 + 6 = -2$</p> <p>$f(-1) = -1 + 3 = 2$</p> <p>$f(1) = 1 - 3 = -2$</p> <p>$f(2) = 8 - 6 = 2$</p> <p>所以最大值为2, 最小值为-2</p> <p>【学生】完成函数最值练习</p>	掌握函数最值的求法
函数的凹凸性 (15min)	<p>【教师】讲解函数凹凸性的判定</p> <p>定理3 设函数$f(x)$在区间(a, b)内二阶可导, 则:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 如果$f''(x) > 0$, 则$f(x)$在(a, b)内凹 2. 如果$f''(x) < 0$, 则$f(x)$在(a, b)内凸 <p>【教师】使用Lab4-4展示函数凹凸性</p> <p>【学生】观察函数凹凸性的判定</p> <p>例4 求函数$f(x) = x^3 - 3x$的凹凸区间。</p> <p>解: $f''(x) = 6x$</p> <p>当$x < 0$时, $f''(x) < 0$, 函数凸</p> <p>当$x > 0$时, $f''(x) > 0$, 函数凹</p> <p>【学生】完成函数凹凸性练习</p>	学习函数凹凸性的判定
课堂测验 (10min)	<p>【教师】出几道测试题目</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 求函数$f(x) = x^3 - 3x$的单调区间 2. 求函数$f(x) = x^3 - 3x$的极值 3. 求函数$f(x) = x^3 - 3x$在区间$[-2, 2]$上的最值 4. 求函数$f(x) = x^3 - 3x$的凹凸区间 <p>【学生】做测试题目</p> <p>【教师】公布答案并讲解</p>	通过测试, 了解学生对知识点的掌握情况

时间	主要教学内容及步骤	设计意图
课堂小结 (8min)	<p>【教师】总结本节课要点</p> <ol style="list-style-type: none">函数单调性的判定函数极值的判定函数最值的求法函数凹凸性的判定 <p>【学生】回顾知识点，提出疑问</p> <p>【教师】解答学生疑问，布置课后作业</p>	巩固本节课所学知识

板书设计建议

- 左侧：函数单调性的判定
- 中部：函数极值的判定
- 右侧：函数最值和凹凸性

教学提示

- 鼓励学生截图Lab4模拟结果作为报告证据
- 引导学生在导数应用中注意分类讨论
- 结合工程案例，让学生体验导数在工程中的重要作用
- 强调导数在优化问题中的重要作用
