Численные методы оптимизации

к.ф.-м.н., доцент А.Н. Дарьина

Литература

- *Измаилов А.Ф., Солодов М.В.* Численные методы оптимизации. М.: Физматлит, 2003, 2005, 2008 (второе издание).
- *Измаилов А.Ф.* Чувствительность в оптимизации. М.: Физматлит, 2006.
- *Izmailov A.F., Solodov M.V.* Newton-type methods for optimization and variational problems. Springer Series in Operations Research and Financial Engineering. Springer International Publishing Switzerland, 2014.
- *Izmailov A.F., Solodov M.V.* Otimização. V. 1. Condições de otimalidade, elementos de análise convexa e de dualidade. Rio de Janeiro: IMPA, 2005, 2009, 2014, 2020 (quarto edição).
- *Izmailov A.F., Solodov M.V.* Otimização. V. 2. Métodos computacionais. Rio de Janeiro: IMPA, 2007, 2012 (segunda edição).

Литература

- *Nocedal J., Wright S.J.* Numerical optimization. New York, Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2000, 2006 (second edition).
- *Bonnans J.F., Gilbert J.Ch., Lemaréchal C., Sagastizábal C.* Numerical optimization. Theoretical and practical aspects. Berlin: Springer-Verlag, 2003, 2006 (second edition).
- *Facchinei F., Pang J.-S.* Finite-dimensional variational inequalities and complementarity problems. New York: Springer-Verlag, 2003.

Терминология и обозначения

- $\mathbb{R}$ — множество вещественных чисел.
- $\mathbb{R}_+$ — множество неотрицательных вещественных чисел.
- $\mathbb{R}^n$ — n-мерное арифметическое пространство, снабженное евклидовым скалярным произведением и соответствующей нормой.
- $\mathbb{R}^n_+ = \{x \in \mathbb{R}^n \mid x \geqslant 0\}$ — неотрицательный ортант в $\mathbb{R}^n$.
- $\mathbb{R}(m, n)$ — пространство вещественных $m \times n$-матриц, снабженное нормой, подчиненной нормам в $\mathbb{R}^n$ и $\mathbb{R}^m$.
- $x_1, \ldots, x_n$ — обычно компоненты вектора $x \in \mathbb{R}^n$ в стандартном базисе пространства $\mathbb{R}^n$.
- $\langle x, y \rangle = \sum_{j=1}^n x_j y_j$ — евклидово скалярное произведение векторов $x, y \in \mathbb{R}^n$.

Терминология и обозначения

- $\|x\| = \sqrt{\langle x, x\rangle}$ — евклидова норма вектора $x \in \mathbb{R}^n$.
- $\|x\|_p = \sqrt[p]{\sum_{j=1}^{n} |x_j|^p}$ — p-норма вектора $x \in \mathbb{R}^n$ (в частности, $\|x\| = \|x\|_2$).
- $\|x\|_\infty = \max\{|x_1|, \ldots, |x_n|\}$ — ∞-норма вектора $x \in \mathbb{R}^n$.
- $B(\bar{x}, \delta) = \{x \in \mathbb{R}^n \mid \|x - \bar{x}\| \leqslant \delta\}$ — замкнутый шар радиуса δ с центром в точке $\bar{x} \in \mathbb{R}^n$.
- $\operatorname{dist}(x, X) = \inf_{y \in X} \|x - y\|$ — расстояние от точки x до множества X.
- $\{x^k\} = \{x^0, x^1, \ldots, x^k, \ldots\}$ — последовательность.
- $\{x^k\} \to x \quad (k \to \infty)$ — последовательность $\{x^k\}$ сходится к x (для числовых последовательностей $\{a_k\}$ используются обозначения $a_k \to a \quad (k \to \infty)$ или $\lim_{k\to\infty} a_k = a$).

Терминология и обозначения

- $\operatorname{int} X$ — внутренность множества X.
- $\operatorname{cl} X$ — замыкание множества X.
- $\operatorname{conv} X$ — выпуклая оболочка множества X, т.е. минимальное выпуклое множество, содержащее X (множество X выпуклое, если $tx^1 + (1-t)x^2 \in X$ $\forall\, x^1,\, x^2 \in X$, $\forall\, t \in [0,\, 1]$).
- $\operatorname{cone} X$ — коническая оболочка множества X, т.е. минимальный выпуклый конус, содержащий X (множество X конус, если $tx \in X$ $\forall\, x \in X$, $\forall\, t \geqslant 0$).
- $X^{\perp} = \{\xi \in \mathbb{R}^n \mid \langle \xi,\, x\rangle = 0 \ \forall\, x \in X\}$ — ортогональное дополнение множества $X \subset \mathbb{R}^n$.
- $K^{\circ} = \{\xi \in \mathbb{R}^n \mid \langle \xi,\, x\rangle \leqslant 0 \ \forall\, x \in K\}$ — конус, полярный (отрицательно сопряженный) к конусу $K \subset \mathbb{R}^n$.

Терминология и обозначения

- I — единичная матрица (размер указывается явно либо ясен из контекста).
- $\operatorname{im} A = \{y \in \mathbb{R}^m \mid \exists x \in \mathbb{R}^n : \ Ax = y\}$ — образ (множество значений) матрицы (линейного оператора) $A \in \mathbb{R}(m, n)$.
- $\ker A = \{x \in \mathbb{R}^n \mid Ax = 0\}$ — ядро (множество нулей) матрицы (линейного оператора) $A \in \mathbb{R}(m, n)$.
- $|S|$ — количество элементов конечного множества S.

Терминология и обозначения

- $f'(x)$ — градиент (вектор частных производных) функции $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ в точке $x \in \mathbb{R}^n$ ($f'(x) \in \mathbb{R}^n$).
- $\frac{\partial f}{\partial x}(x, y)$ — частный градиент функции $f : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \to \mathbb{R}$ по переменной x в точке $(x, y) \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m$ ($\frac{\partial f}{\partial x}(x, y) \in \mathbb{R}^n$).
- $f''(x)$ — матрица Гессе (вторых частных производных) функции $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ в точке $x \in \mathbb{R}^n$ ($f''(x) \in \mathbb{R}(n, n)$).
- $F'(x)$ — матрица Якоби (частных производных) отображения $F : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ в точке $x \in \mathbb{R}^n$ ($F'(x) \in \mathbb{R}(m, n)$).
- $F'(x; d) = \lim_{t \to 0+}(F(x + td) - F(x))/t$ — производная отображения $F : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ в точке $x \in \mathbb{R}^n$ по направлению $d \in \mathbb{R}^n$.