

*Кафедра «Прикладная математика»*



## ***Курсовая работа***

по дисциплине «Дифференциальная геометрия»,  
«Применение математических пакетов»

**Эволюта и эвольвента кривых.**

*Выполнил* студент группы ФН2-53

*Сидорова Е.А.*

*Научный  
руководитель* к.ф.-м.н., доцент кафедры ФН-2

*Новожилова О.В.*

# Оглавление

<b>Введение</b> . . . . .	<b>3</b>
<b>1. Постановка задачи</b> . . . . .	<b>3</b>
<b>2. Теория</b> . . . . .	<b>3</b>
2.1. Основные определения . . . . .	3
2.1.1. Определение эволюты. . . . .	3
2.1.2. Определение эвольвенты. . . . .	5
2.2. Вывод формул. . . . .	5
2.2.1. Уравнение эволюты . . . . .	5
<b>Список литературы</b> . . . . .	<b>5</b>

# Введение

## 1. Постановка задачи

Изучение построения эволюты и эвольвенты различных кривых.

## 2. Теория

### 2.1. Основные определения

#### 2.1.1. Определение эволюты.

**Определение 1.** Геометрическое место центров кривизны для всевозможных точек данной кривой называется её эволютой. Уравнение эволюты для кривой заданной уравнениями

$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \end{cases}, t \in R \quad (1)$$

выглядит так:

$$\begin{cases} X = x(t) - y'(t) \frac{(x'(t))^2 + (y'(t))^2}{x''(t)y'(t) - y''(t)x'(t)}, \\ Y = y(t) + x'(t) \frac{(x'(t))^2 + (y'(t))^2}{x''(t)y'(t) - y''(t)x'(t)}. \end{cases}$$

Но мы будем использовать другое определение эволюты.

**Определение 2.** Эволюта - это огибающая семейства нормалей исходной кривой.

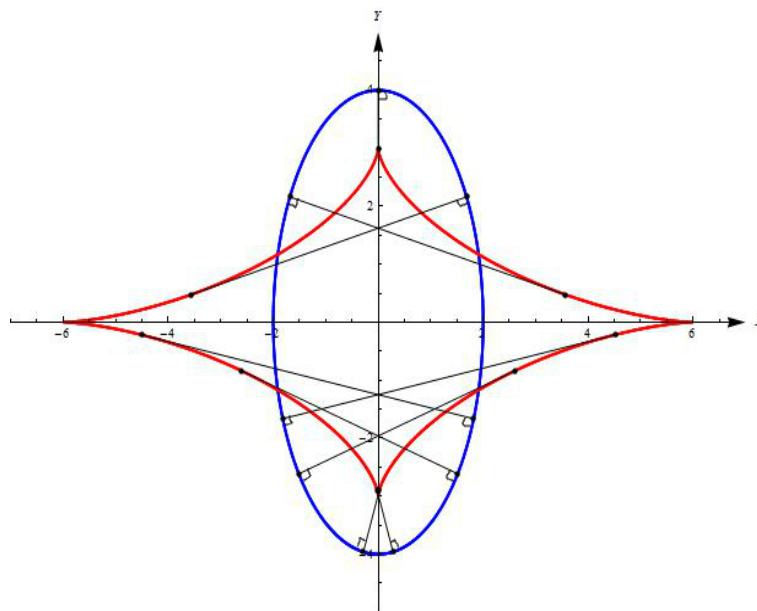


Рис. 2.1. Красным цветом обозначается построенная эволюта.

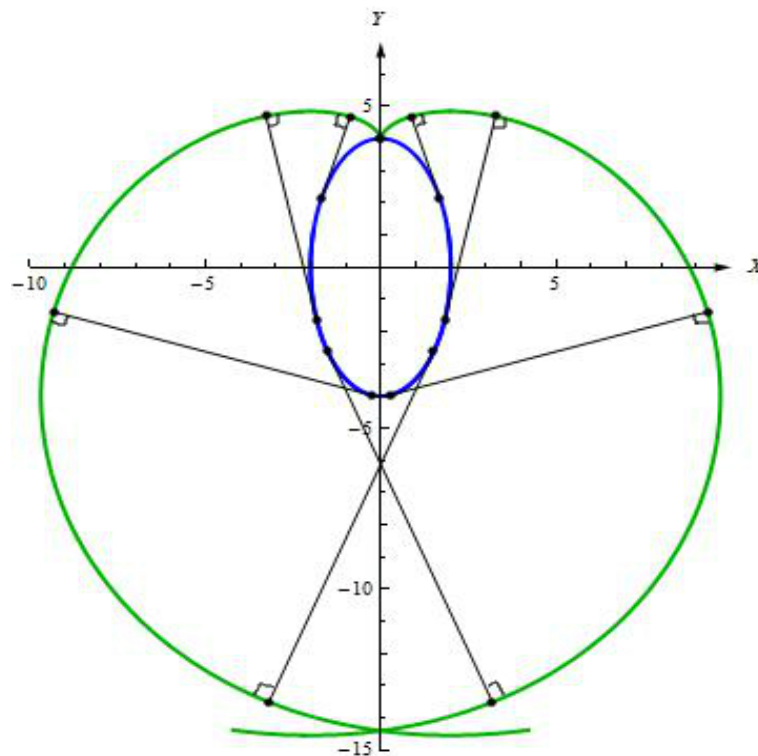
Введем дополнительно определение огибающей.

---

**Определение 3.** Пусть имеется семейство кривых  $\gamma$ , зависящих от параметра  $\alpha$  и задающихся уравнением:  $F(\alpha, x, y) = 0$ . Тогда огибающая семейства кривых определяется как множество точек, для которых выполнено  $F(\alpha, x, y) = \frac{\partial F}{\partial \alpha}(\alpha, x, y)$  для некоторого значения  $\alpha$ , где  $\frac{\partial F}{\partial \alpha}$  — частная производная функции по параметру  $\alpha$ .

### 2.1.2. Определение эвольвенты.

**Определение 4.** Эвольвента кривой  $\gamma$  - это кривая  $\gamma_*$ , по отношению к которой  $\gamma$  является эволютой. Иными словами это кривая, нормаль в каждой точке которой является касательной к исходной кривой.



*Зеленым цветом обозначается построенная эвольвента.*

## 2.2. Вывод формул.

### 2.2.1. Уравнение эволюты

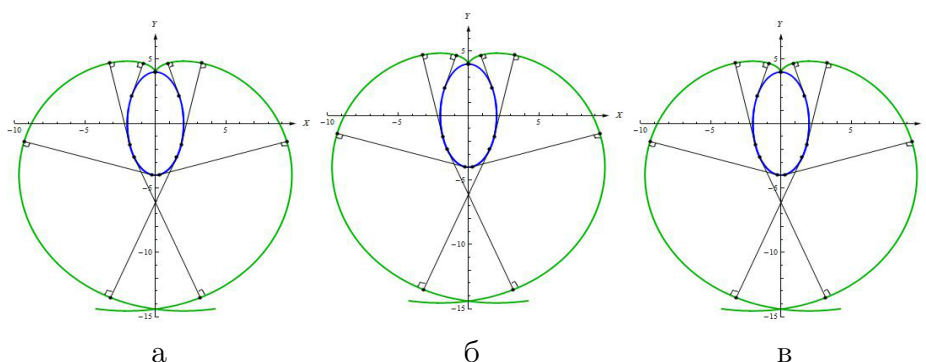


Рис. 2.2. Несколько эвольвент

## Список литературы

1. Источник 1
2. Источник 2