МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«БЕЛГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им. В. Г. ШУХОВА»
(БГТУ им. В.Г. Шухова)

Кафедра программного обеспечения вычислительной техники и автоматизированных систем

Лабораторная работа №3

по дисциплине: Исследование операций

тема: «Модификации симплекс метода. Методы искусственного базиса и больших штрафов»

Выполнил: ст. группы ПВ-233

Ситников Алексей Павлович

Проверил:

Вирченко Юрий Петрович

Белгород 2025 г.

Цель работы: изучение методов искусственного базиса и больших штрафов решения задач ЛП в канонической форме, не подготовленных к работе симплекс-методом в чистом виде.

Вариант 13

Задания для подготовки к работе

1. Изучить метод и алгоритм искусственного базиса и составить программу решения задачи ЛП этим методом.

2. Изучить метод и алгоритм больших штрафов и составить программу решения задачи ЛП этим методом.

3. Запрограммировать изученные алгоритмы и отладить соответствующие программы. В рамках подготовки тестовых данных решить следующую задачу:

$$z = 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 5x_4 - x_5 + 8x_6 \to \max;$$
$$\begin{cases} x_1 + 5x_2 - 3x_3 - 4x_4 + 2x_5 + x_6 = 10, \\ 3x_1 + 9x_2 - 5x_3 - 7x_4 + 4x_5 + 2x_6 = 32, \end{cases}$$
$$x_i \geq 0 \left(i = \overline{1,6}\right).$$

Аналитическое решение методом искусственного базиса:
Сформулируем вспомогательную задачу и добавим в первое уравнение y1, а во второе y2.

$$\begin{cases} x_1 + 5x_2 - 3x_3 - 4x_4 + 2x_5 + x_6 + y_1 = 10 \\ 3x_1 + 9x_2 - 5x_3 - 7x_4 + 4x_5 + 2x_6 + y_2 = 32 \end{cases}$$

$$f = -y_1 - y_2 \to max$$

$$y_j, x_i \geq 0 \ (j = 1,2; i = 1,2, \dots 6).$$

Составим первую симплекс-таблицу:

Баз. переменная	Св. член	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	y_1	y_2
y_1	10	1	5	-3	-4	2	1	1	0
y_2	32	3	9	-5	-7	4	2	0	1
f	-42	-4	-14	8	11	-6	-3	0	0

Баз. переменная	Св. член	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	y_1	y_2
x_2	2	$\frac{1}{5}$	1	$-\frac{3}{5}$	$-\frac{4}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	0
y_2	14	$\frac{6}{5}$	0	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{5}$	$-\frac{9}{5}$	1
f	-14	$-\frac{6}{5}$	0	$-\frac{2}{5}$	$-\frac{1}{5}$	$-\frac{2}{5}$	$-\frac{1}{5}$	$\frac{14}{5}$	0

Баз. переменная	Св. член	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	y_1	y_2
x_1	10	1	5	-3	-4	2	1	1	0
y_2	2	0	-6	4	5	-2	-1	-3	1
f	-2	0	6	-4	-5	2	1	4	0

Баз. переменная	Св. член	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	y_1	y_2
x_1	$\frac{58}{5}$	1	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	0	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{5}$	$-\frac{7}{5}$	$\frac{4}{5}$
x_4	$\frac{2}{5}$	0	$-\frac{6}{5}$	$\frac{4}{5}$	1	$-\frac{2}{5}$	$-\frac{1}{5}$	$-\frac{3}{5}$	$\frac{1}{5}$
f	0	0	0	0	0	0	0	1	1

Завершили подготовку, переходим к целевой функции.

Баз. переменная	Св. член	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
x_1	$\frac{58}{5}$	1	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	0	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{5}$
x_4	$\frac{2}{5}$	0	$-\frac{6}{5}$	$\frac{4}{5}$	1	$-\frac{2}{5}$	$-\frac{1}{5}$
z	$\frac{126}{5}$	0	$-\frac{13}{5}$	$\frac{2}{5}$	0	$-\frac{1}{5}$	$-\frac{43}{5}$

Баз. переменная	Св. член	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
x_6	58	5	1	1	0	2	1
x_4	12	1	-1	1	1	0	0
z	524	43	6	9	0	17	0

$z_{max} = 524$. Координаты точки максимума: x1 = 0, x2 = 0, x3 = 0, x4 = 12, x5 = 0, x6 = 58.

Аналитическое решение методом больших штрафов.

Вводим искусственные переменные:

$$\begin{cases} x_1 + 5x_2 - 3x_3 - 4x_4 + 2x_5 + x_6 + y_1 = 10 \\ 3x_1 + 9x_2 - 5x_3 - 7x_4 + 4x_5 + 2x_6 + y_2 = 32 \end{cases}$$

Выражаем базисные переменные:

$$y_1 = 10 - x_1 - 5x_2 + 3x_3 + 4x_4 - 2x_5 - x_6$$

$$y_2 = 32 - 3x_1 - 9x_2 + 5x_3 + 7x_4 - 4x_5 - 2x_6$$

Пусть M = 20.

$z_M = 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 5x_4 - x_5 + 8x_6 - M(y_1 + y_2)$

$z_M = -840 + 82x_1 + 277x_2 - 156x_3 - 215x_4 + 119x_5 + 68x_6$

Для этой задачи можно составить симплекс-таблицы:

Баз. переменная	Св. член	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	y_1	y_2
y_1	10	1	5	-3	-4	2	1	1	0
y_2	32	3	9	-5	-7	4	2	0	1
z_M	-820	-82	-277	156	215	-119	-68	0	0

Баз. переменная	Св. член	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	y_1	y_2
x_2	2	$\frac{1}{5}$	1	$-\frac{3}{5}$	$-\frac{4}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	0
y_2	14	$\frac{6}{5}$	0	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{5}$	$-\frac{9}{5}$	1
z_M	-286	$-\frac{133}{5}$	0	$-\frac{51}{5}$	$-\frac{33}{5}$	$-\frac{41}{5}$	$-\frac{63}{5}$	$\frac{277}{5}$	0

Баз. переменная	Св. член	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	y_1	y_2
x_1	10	1	5	-3	-4	2	1	1	0
y_2	2	0	-6	4	5	-2	-1	-3	1
z_M	-20	0	133	-90	-113	45	14	82	0

Баз. переменная	Св. член	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	y_1	y_2
x_1	$\frac{58}{5}$	1	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	0	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{5}$	$-\frac{7}{5}$	$\frac{4}{5}$
x_4	$\frac{2}{5}$	0	$-\frac{6}{5}$	$\frac{4}{5}$	1	$-\frac{2}{5}$	$-\frac{1}{5}$	$-\frac{3}{5}$	$\frac{1}{5}$
z_M	$\frac{126}{5}$	0	$-\frac{13}{5}$	$\frac{2}{5}$	0	$-\frac{1}{5}$	$-\frac{43}{5}$	$\frac{71}{5}$	$\frac{133}{5}$

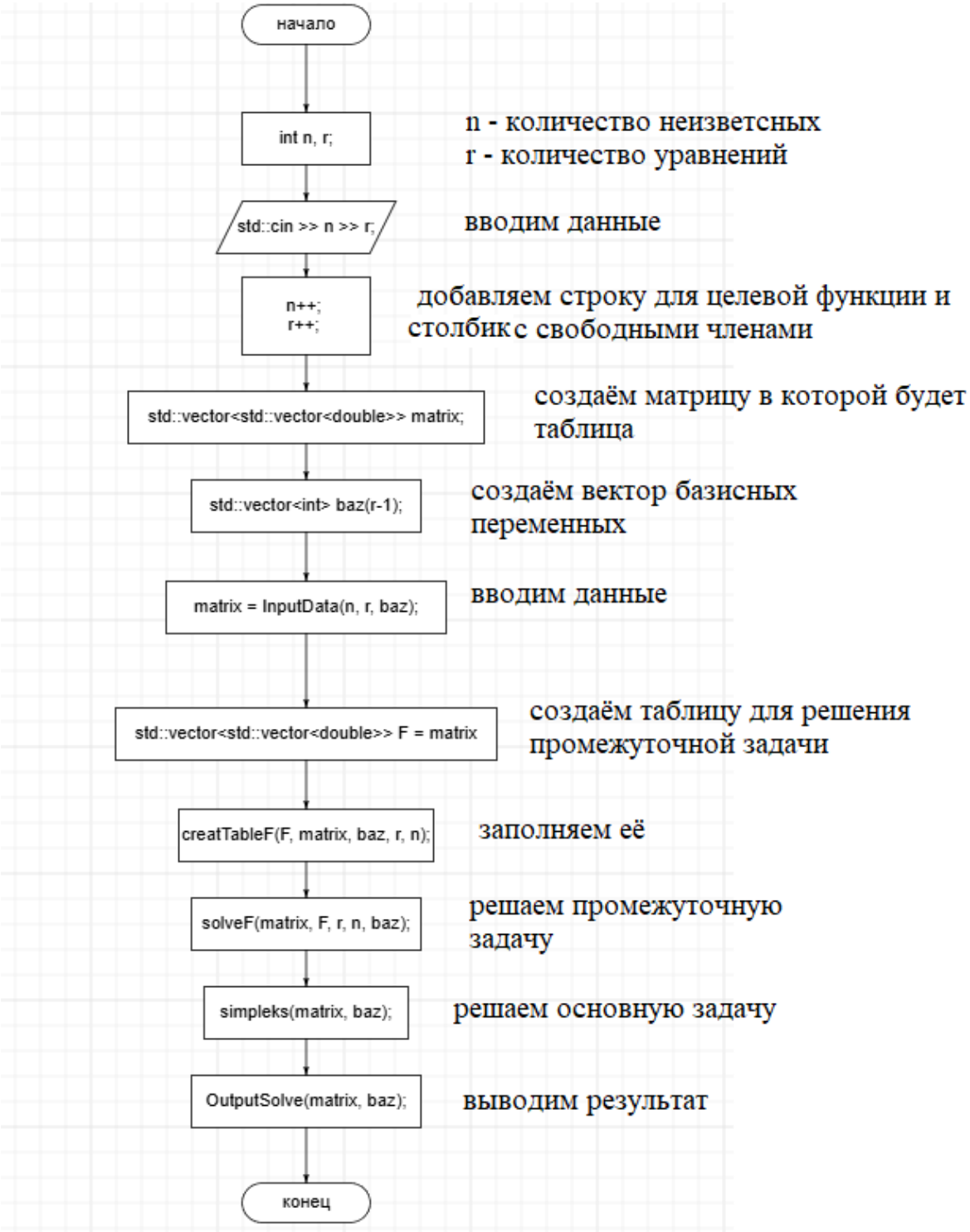
Баз. переменная	Св. член	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	y_1	y_2
x_6	58	5	1	1	0	2	1	−7	4
x_4	12	1	−1	1	1	0	0	−2	1
z_M	524	43	5	9	0	17	0	−46	57

$z_M = 524$. Координаты точки максимума: x1 = 0, x2 = 0, x3 = 0, x4 = 12, x5 = 0, x6 = 58.

Решения методов совпали.

Метод искусственного базиса.

Блок-схема модуля main:



Код программы:

```
#include <iostream>
#include <vector>
#include <cmath>
#include <windows.h>
#include <climits>
```

```
#define min_value 2.2e-10

//вывод решения
void OutputSolve(std::vector<std::vector<double>> &matrix, std::vector<int>
&baz){
    std::cout << "Максимум функции = " << matrix[matrix.size()-1][0] <<
std::endl;
    std::cout << "Координаты точки максимума:" << std::endl << '<';
    for(int i = 1; i < matrix[0].size() ; i++){
        int f = -1;
        for(int j = 0; j < matrix.size()-1; j++){
            if(baz[j] == i){
                f = j;
            }
        }
        if(f!=-1){
            std::cout << "x" << i << " = " << matrix[f][0];
        }
        else{
            std::cout << "x" << i << " = " << 0;
        }
        if(i != matrix[0].size()-1){
            std::cout << "; ";
        }
    }
    std::cout << ">\n";
}

//функция для ввода данных
std::vector<std::vector<double>> InputData(int n, int r, std::vector<int>
&baz){
    std::vector<std::vector<double>> matrix(r, std::vector<double>(n));
    for (int i = 0; i < r - 1; i++) {//пробегаемся по строкам
        std::cout << "Введите коэффициенты для уравнения " << i + 1 <<
std::endl;
        for (int j = 1; j < n; j++) {//пробегаемся по столбцам
            std::cin >> matrix[i][j];
        }
        std::cout << "Введите свободный член для уравнения " << i + 1 <<
std::endl;
        std::cin >> matrix[i][0];
    }
    std::cout << "Введите коэффициенты для целевой функции начиная с
свободного члена\n";
    for (int i = 0; i < n; i++) {
        std::cin >> matrix[r - 1][i];
        matrix[r - 1][i] *= -1;
    }
    //проверяем чтобы b >= 0
    for(int i = 0; i < r-1; i++){
        if(matrix[i][0] < 0){
            for(int j = 0; j < n; j++){
                matrix[i][j] *= -1.;
            }
        }
    }
    //находим базисные переменные
    for(int i = 1; i < n; i++){
        double sum = 0;
        int flag = -1;
        int indx;
        for(int j = 0; j < r-1; j++){
            if(matrix[j][i] == 1.) {
                flag = j;
```

```
                indx = i;
                sum++;
            }
            else if(fabs(matrix[j][i]) > min_value){
                sum += matrix[j][i];
                if(flag!=-1){
                    break;
                }
            }
        }
        if(flag != -1 && sum == 1){
            baz[flag] = indx;
        }
    }
    return matrix;
}


//Находим минимальный коэффициент в строке целевой функции
int FindMinIndex(std::vector<double> &v){
    double min = (double)INT_MAX - 1;//переменная, которая будет хранить
минимальное число
    int index = 0;//переменная, которая будет хранить индекс минимального
числа
    for(int i = 1; i < v.size(); i++){//пробегаемся по массиву
        if(min > v[i] && fabs(v[i]) > min_value){
            min = v[i];
            index = i;
        }
    }
    return index;//передаём индекс
}

int FindMinStr(int index_col, std::vector<std::vector<double>> &matrix, bool
*flag){
    int index_string;
    double min_val = (double)INT_MAX - 1;
    for(int i = 0; i < matrix.size()-1; i++){
        if(matrix[i][index_col] > 0){//число должно быть > 0
            *flag = true;//хотя бы одно число найдено, вероятно решение есть
            if(matrix[i][0]/matrix[i][index_col] < min_val){//находим
минимальное значение
                min_val = matrix[i][0]/matrix[i][index_col];
                index_string = i;
            }
        }
    }
    return index_string;//индекс найденной строки
}


void simpleks(std::vector<std::vector<double>> &matrix, std::vector<int>
&baz){

    int index_col = FindMinIndex(matrix[matrix.size() - 1]);//нахождение
минимального элемента в последней строке

    while (matrix[matrix.size() - 1][index_col] < 0){//пока в последней
строке минимальное число меньше 0
        bool flag = false;// для проверки есть ли в столбце положительные
числа
        int index_string = FindMinStr(index_col, matrix, &flag);//находим
подходящую строку, (index_string, index_col) - разрешающий элемент
        if(!flag){//если в столбце все числа отрицательные
```

```
            std::cout << "целевая функция неограниченна на области допустимых значений переменных, решения нет" << std::endl;
            return;
        }

        double K = 1/matrix[index_string][index_col];//коэффициент для получения единицы в разрешающем элементе
        for(int i = 0; i < matrix[0].size(); i++){
            matrix[index_string][i] *= K;//умножаем всю строку разрешающего элемента на этот коэффициент
        }
        for(int i = 0; i < matrix.size(); i++){//проходимся п строкам
            if(i != index_string){//если строка не та в которой разрешающий элемент
                std::vector<double> temp(matrix[0].size());//временная строка
                for(int j = 0; j < matrix[0].size(); j++){
                    temp[j] = matrix[index_string][j] * matrix[i][index_col];//заполняем её разрешающей умноженной на коэффициент который нужно обнулить
                }
                for(int j = 0; j < matrix[0].size(); j++){
                    matrix[i][j] -= temp[j];//вычитаем строку
                }
            }
        }

        baz[index_string] = index_col;//меняем базисные элементы
        index_col = FindMinIndex(matrix[matrix.size() - 1]);//снова находим минимальный элемент в последней строке
    }
}


void solveF(std::vector<std::vector<double>> &matrix, std::vector<std::vector<double>> &F, int r, int n, std::vector<int> &baz){
    int index_col = FindMinIndex(F[r-1]);//нахождение минимального элемента в последней строке
    while (F[r-1][index_col] < 0){//пока в последней строке минимальное число меньше 0
        bool flag = false;// для проверки есть ли в столбце положительные числа
        int index_string = FindMinStr(index_col, F, &flag);//находим подходящую строку, (index_string, index_col) - разрешающий элемент
        if(!flag){//если в столбце все числа отрицательные
            std::cout << "целевая функция неограниченна на области допустимых значений переменных, решения нет" << std::endl;
            exit(1);
        }
        double K = 1/F[index_string][index_col];//коэффициент для получения единицы в разрешающем элементе
        for(auto &i : F[index_string]){
            i *= K;//умножаем всю строку разрешающего элемента на этот коэффициент
        }
        std::vector<double> t(n);
        for(int i = 0; i < r; i++){//проходимся по строкам
            if(i != index_string){//если строка не та в которой разрешающий элемент
                for(int j = 0; j < F[index_string].size(); j++){
                    t[j] = F[index_string][j] * F[i][index_col];//заполняем её разрешающей умноженной на коэффициент который нужно обнулить
                }
                for(int j = 0; j < F[i].size(); j++){
                    F[i][j] -= t[j];//вычитаем строку
```

```
                }
            }
        }

        baz[index_string] = index_col;//меняем базисные элементы
        index_col = FindMinIndex(F[r-1]);//снова находим минимальный элемент
в последней строке
    }
    //подготавливаем симплекс-таблицу для целевой функции z
    for(int i = 0; i < r-1; i++){
        for(int j = 0; j < n; j++) {
            matrix[i][j] = F[i][j];
        }
    }

    for(int i = 0; i < baz.size(); i++){
        matrix[r-1][0] += matrix[i][0] * -1 * matrix[r-1][baz[i]];
    }
    //избавляемся от базисных переменных в целевой функции
    std::vector<double> t(n);
    matrix[matrix.size()-1][0] = 0;
    for(int i = 0; i < r-1; i++){
        for(int j = 0; j < n; j++) {
            t[j] = matrix[i][j] * -1 * matrix[r-1][baz[i]];
        }
        for(int j = 0; j < n; j++){
            matrix[r-1][j] += t[j];
        }
    }
}

void creatTableF(std::vector<std::vector<double>> &F,
std::vector<std::vector<double>> &matrix, std::vector<int> &baz, int r, int
n){
    int countY = 0;
    for(int i = 0; i < baz.size(); i++){
        if(baz[i] == 0){//добавляем y при необходимости
            baz[i] = ((countY++)+1)*-1;
            F[i].push_back(1);
            F[r-1].push_back(0);
            for(int j = 0; j < r-1; j++){
                if(j!= i){
                    F[j].push_back(0);
                }
            }
        }
    }
    for(int i = 0; i < n; i++){
        double sum = 0;
        for(int j = 0; j < r-1; j++){
            if(baz[j] < 0){
                sum -= matrix[j][i];
            }
        }
        F[r-1][i] = sum;
    }
}

int main(){

    SetConsoleOutputCP(CP_UTF8);
    int n, r;
    std::cout << "Введите через пробел количество неизвестных и количество
уравнений\n";
```

```
    std::cin >> n >> r;
    n++;
    r++;
    std::vector<std::vector<double>> matrix;//создаём матрицу для таблицы
    std::vector<int> baz(r-1);//создаём вектор базисных переменных
    matrix = InputData(n, r, baz);//заполняем таблицу
    std::vector<std::vector<double>> F = matrix;//создаём таблицу для решения
задачи F
    creatTableF(F, matrix, baz, r, n);//заполняем таблицу
    solveF(matrix, F, r, n, baz);//решаем F задачу
    simpleks(matrix, baz);//решаем основную задачу
    OutputSolve(matrix, baz);//выводим решение
    return 0;
}
```

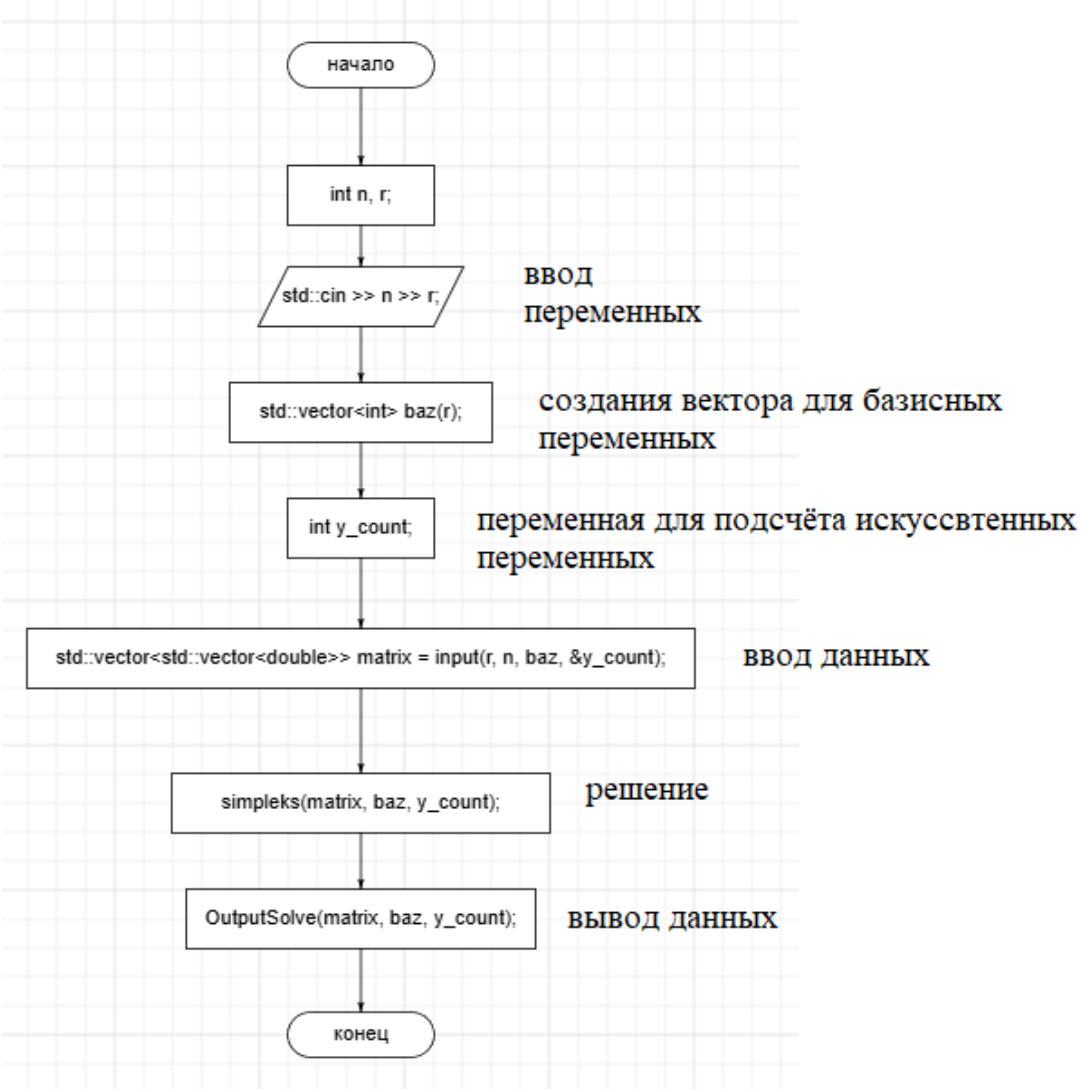
Вывод программы:

```
C:\Users\admin\CLionProjects\Io\cmake-build-debug\Io.exe
Введите через пробел количество неизвестных и количество уравнений
6 2
Введите коэффициенты для уравнения 1
1 5 -3 -4 2 1
Введите свободный член для уравнения 1
10
Введите коэффициенты для уравнения 2
3 9 -5 -7 4 2
Введите свободный член для уравнения 2
32
Введите коэффициенты для целевой функции начиная с свободного члена
0 2 -3 4 5 -1 8
Максимум функции = 524
Координаты точки максимума:
<x1 = 0; x2 = 0; x3 = 0; x4 = 12; x5 = 0; x6 = 58>

Process finished with exit code 0
```

Метод больших штрафов.

Блок-схема:



Код программы:

```
#include <iostream>
#include <vector>
#include <windows.h>
#include <cmath>

#define e 1e-15

//вывод решения
void OutputSolve(std::vector<std::vector<double>> &matrix, std::vector<int>
&baz, int y_count){
    std::cout << "Максимум функции = " << matrix[matrix.size()-1][0] <<
std::endl;
    std::cout << "Координаты точки максимума:" << std::endl << '<';
    for(int i = 1; i < matrix[0].size() - y_count; i++){
        int f = -1;
        for(int j = 0; j < matrix.size()-1; j++){
            if(baz[j] == i){
                f = j;
            }
        }
        if(f!=-1){
```

```
            std::cout << "x" << i << " = " << matrix[f][0];
        }
        else{
            std::cout << "x" << i << " = " << 0;
        }
        if(i != matrix[0].size()-1 - y_count){
            std::cout << "; ";
        }
    }
    std::cout << ">\n";
}
std::vector<std::vector<double>> input(int r, int n, std::vector<int> &baz,
int *Y_count){
    std::vector<std::vector<double>> matrix(r+1, std::vector<double>(n+1));;
    int sizeBefore = (int)matrix[0].size();
    for(int i = 0; i < matrix.size() - 1; i++){
        std::cout << "Введите коэффициенты для уравнения " << i+1 <<
std::endl;
        for(int j = 1; j < matrix[0].size(); j++){
            std::cin >> matrix[i][j];
        }
        std::cout << "Введите свободный член для уравнения " << i+1 <<
std::endl;
        std::cin >> matrix[i][0];
    }
    std::cout << "введите коэффициенты целевой функции начиная с свободного
члена\n";
    for(int i = 0; i < matrix[0].size(); i++){
        std::cin >> matrix[matrix.size()-1][i];
    }

    for(int i = 0; i < r-1; i++){
        if(matrix[i][0] < 0){
            for(int j = 0; j < n; j++){
                matrix[i][j] *= -1.;
            }
        }
    }


    //ищем базисные переменные
    for(int i = 1; i < matrix[0].size(); i++) {
        int index = 0;
        int flag = 0;
        for (int j = 0; j < matrix.size() - 1; j++) {
            if (fabs(matrix[j][i]) > e && matrix[j][i] != 1) {
                flag = 0;
                break;
            } else {
                flag += matrix[j][i] == 1 ? 1 : 0;
                index = matrix[j][i] == 1 ? j : index;
            }
        }
        if (flag == 1) {
            baz[index] = i;
        }
    }

    for(int i = 0; i < baz.size(); i++){
        if(baz[i] == 0){//если базисная переменная y
            baz[i] = -(i+1);
            matrix[i].push_back(1.);
            for(int j = 0; j < matrix.size(); j++){
                if(j!=i){
```

```
                    matrix[j].push_back(0.);
                }
            }

        }
    }
    int M;
    std::cout << "Введите M\n";
    std::cin >> M;//вводим M
    std::vector<double> temp(matrix[0].size());//создаём временную строку где
выражаем базисные переменные
    for(int i = 0; i < baz.size(); i++){
        for(int j = 0; j < sizeBefore; j++){//заполняем строку
            temp[j] = matrix[i][j];
        }
        int indx = baz[i];
        if(baz[i] < 0){
            indx = (baz[i] * -1) + sizeBefore-1;
        }
        temp[indx] = 0.;
        temp[0]*=-1.;
        if(indx > sizeBefore-1){//если базисная переменная это y

            for(int j = 0; j < sizeBefore; j++){
                temp[j] *= M;
            }
        }
        else{//если базисная переменная не y
            for(int j = 0; j < sizeBefore; j++){
                temp[j] *= matrix[matrix.size()-1][baz[i]] * -1;
            }
        }
        for(int j = 0; j < sizeBefore; j++){//изменяем елевую функцию
            matrix[matrix.size()-1][j] += temp[j];
        }
    }
    for(int j = 1; j < sizeBefore; j++){//приводим значения целевой функции к
нужным для симплекс-таблицы
        matrix[matrix.size()-1][j] *= -1;
    }
    for(int i : baz){
        if(i > 0){
            matrix[matrix.size()-1][i] = 0;//обнуляем базисные переменные в
целевой функции
        }
    }
    *Y_count = (int)matrix[0].size() - sizeBefore;//запоминаем количество y
    return matrix;
}

//Находим минимальный коэффициент в строке целевой функции
int FindMinIndex(std::vector<double> &v, int f){
    double min = (double)INT_MAX - 1;//переменная, которая будет хранить
минимальное число
    int index = 0;//переменная, которая будет хранить индекс минимального
числа
    for(int i = 1; i < f; i++){//пробегаемся по массиву
        if(min > v[i] && fabs(v[i]) > e){
            min = v[i];
            index = i;
        }
    }
    return index;//передаём индекс
}
```

```
int FindMinStr(int index_col, std::vector<std::vector<double>> &matrix, bool
*flag){
    int index_string;
    double min_val = (double)INT_MAX - 1;
    for(int i = 0; i < matrix.size()-1; i++){
        if(matrix[i][index_col] > 0){//число должно быть > 0
            *flag = true;//хотя бы одно число найдено, вероятно решение есть
            if(matrix[i][0]/matrix[i][index_col] < min_val){//находим
минимальное значение
                min_val = matrix[i][0]/matrix[i][index_col];
                index_string = i;
            }
        }
    }
    return index_string;//индекс найденной строки
}


void simpleks(std::vector<std::vector<double>> &matrix, std::vector<int>
&baz, int y_count){

    int index_col = FindMinIndex(matrix[matrix.size() - 1],
(int)matrix[0].size() - y_count);//нахождение минимального элемента в
последней строке

    while (matrix[matrix.size() - 1][index_col] < 0){//пока в последней
строке минимальное число меньше 0
        bool flag = false;// для проверки есть ли в столбце положительные
числа
        int index_string = FindMinStr(index_col, matrix, &flag);//находим
подходящую строку, (index_string, index_col) - разрешающий элемент
        if(!flag){//если в столбце все числа отрицательные
            std::cout << "целевая функция неограниченна на области допустимых
значений переменных, решения нет" << std::endl;
            return;
        }

        double K = 1/matrix[index_string][index_col];//коэффициент для
получения единицы в разрешающем элементе
        for(int i = 0; i < matrix[0].size(); i++){
            matrix[index_string][i] *= K;//умножаем всю строку разрешающего
элемента на этот коэффициент
        }
        for(int i = 0; i < matrix.size(); i++){//проходимся п строкам
            if(i != index_string){//если строка не та в которой разрешающий
элемент
                std::vector<double> temp(matrix[0].size());//временная строка
                for(int j = 0; j < matrix[0].size(); j++){
                    temp[j] = matrix[index_string][j] *
matrix[i][index_col];//заполняем её разрешающей умноженной на коэффициент
который нужно обнулить
                }
                for(int j = 0; j < matrix[0].size(); j++){
                    matrix[i][j] -= temp[j];//вычитаем строку
                }
            }
        }

        baz[index_string] = index_col;//меняем базисные элементы
        index_col = FindMinIndex(matrix[matrix.size() - 1], matrix[0].size()
- y_count);//снова находим минимальный элемент в последней строке
    }
}
```

```cpp
int main() {
    SetConsoleOutputCP(CP_UTF8);
    int r, n;
    std::cout << "Введите количество неизвестных и количество уравнений\n";
    std::cin >> n >> r;

    std::vector<int> baz(r);
    int y_count;
    std::vector<std::vector<double>> matrix = input(r, n, baz, &y_count);
    simpleks(matrix, baz, y_count);
    OutputSolve(matrix, baz, y_count);//выводим решение
    return 0;
}
```

Вывод программы:

```
C:\Users\admin\CLionProjects\Io\cmake-build-debug\Io.exe
Введите количество неизвестных и количество уравнений
6 2
Введите коэффициенты для уравнения 1
1 5 -3 -4 2 1
Введите свободный член для уравнения 1
10
Введите коэффициенты для уравнения 2
3 9 -5 -7 4 2
Введите свободный член для уравнения 2
32
Введите коэффициенты целевой функции начиная с свободного члена
0 2 -3 4 5 -1 8
Введите M
20
Максимум функции = 524
Координаты точки максимума:
<x1 = 0; x2 = 0; x3 = 0; x4 = 12; x5 = 0; x6 = 58>

Process finished with exit code 0
```

Вывод: результатом выполненной работы являются две программы для решения задач линейного программирования, в которых реализован метод искусственного базиса и метод больших штрафов.