

Контрольная работа 1

Задание 1

Вычислить предел

- 1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \operatorname{arctg} n}{n^2 - 2}$; 2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{\sqrt{n^2+1}}$;
- 3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2+1} + \sqrt{n}}{\sqrt[3]{n^3+n} + n}$; 4) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2+n} - \sqrt{n^2-n})$;
- 5) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{n^3+2n^2} - n)$; 6) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{(n+1)(n+2)} - \sqrt{n(n+1)})$;
- 7) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n(\sqrt{n^2-1} - n)}$; 8) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2+1} - n}{\sqrt{n^3+1} - n\sqrt{n}}$; 9) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n} - \sqrt[3]{n+1}}{\sqrt[4]{n+1} - \sqrt[4]{n}}$;
- 10) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5 \cdot 2^n - 3 \cdot 5^{n+1}}{100 \cdot 2^n + 2 \cdot 5^n}$;

Задание 2

Вычислить предел

- 1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^3 - (1+3x+3x^2)}{x^4 + x^3}$; 2) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^3 - 2x^2 + x - 2}$;
- 3) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 8x + 15}$; 4) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 3x + 2}{x^5 - 4x + 3}$; 5) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{3}{1-x^3} + \frac{1}{x-1} \right)$;
- 6) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^m - 1}{x - 1}$ ($m \in \mathbb{N}$); 7) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^m - 1}{x^k - 1}$ ($m, k \in \mathbb{N}$).
- 8) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{1+2x} - 3}{\sqrt{x} - 2}$; 9) $\lim_{x \rightarrow -8} \frac{\sqrt{1-x} - 3}{2 + \sqrt[3]{x}}$; 10) $\lim_{x \rightarrow 16} \frac{\sqrt[4]{x} - 2}{\sqrt{x} - 4}$.

Задание 3

- 1) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{7+2x-x^2} - \sqrt{1+x+x^2}}{2x - x^2}$; 2) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - \sqrt[3]{x}}{1 - \sqrt[5]{x}}$;
- 3) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 4}{(x-5)(x+2)}$; 4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x-3)^{40}(5x+1)^{10}}{(3x^2-2)^{25}}$; 5) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^3 + 3x^2}{x^2 + 1} - x \right)$;
- 6) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}}}{\sqrt{x+1}}$; 7) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[5]{x} + \sqrt[4]{x} + \sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{2x+1}}$; 8) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4x^2 + \sqrt{x^3 + x^4}}}{\sqrt{x^2 + 4}}$.

$$9) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - \cos x}{\sin^2 x}; \quad 10) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+3x} - \sqrt[5]{1+2x}}{\sqrt{1+5x} - \sqrt[4]{1+2x}}.$$

Задание 7

$$1) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + 4}{x^2 - 4} \right)^{x^2}; \quad 2) \lim_{x \rightarrow 0} (\sqrt{1+x} - x)^{1/x}; \quad 3) \lim_{x \rightarrow 0} (1 + 3x^4)^{1/\sin^2 x};$$

$$4) \lim_{x \rightarrow \pi/2} (1 + \operatorname{ctg} x)^{\operatorname{tg} x}; \quad 5) \lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{-1/x^2}; \quad 6) \lim_{x \rightarrow \pi/2} (\sin x)^{\operatorname{tg}^2 x}; \quad 7) \lim_{x \rightarrow 0} (\cos 6x)^{\operatorname{ctg}^2 x};$$

$$8) \lim_{x \rightarrow 0} (\ln(e+x))^{\operatorname{ctg} x}; \quad 9) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{xe^x + 1}{x\pi^x + 1} \right)^{1/x^2}; \quad 10) \lim_{x \rightarrow 0} (\cos x + \operatorname{arctg}^2 x)^{1/\operatorname{arctg} x^2}.$$

Задание 8

Найти точки разрыва функции и установить их род, если:

$$1) f(x) = \frac{|x+2|}{\operatorname{arctg}(x+2)}; \quad 2) f(x) = \frac{|x-1|}{x^2 - x^3};$$

$$3) f(x) = \frac{e^{x-2} - 1}{x^2 - 4}; \quad 4) f(x) = 3^{\frac{x}{4-x^2}};$$

$$5) f(x) = (x+1) \operatorname{arctg} \frac{1}{x}; \quad 6) f(x) = 1 - x \sin \frac{1}{x};$$

$$7) f(x) = \frac{\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}}{\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x}};$$

$$8) f(x) = \frac{|x+2|}{x^2 + 3x + 2}; \quad 9) f(x) = \frac{1}{1 - e^{\frac{x}{x+2}}}$$

$$10) f(x) = \frac{e^{\frac{1}{x+2}} + 1}{(2e^{\frac{1}{x+2}} + 5)x}$$

$$9) \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - 1} - \sqrt{x^2 + 1}); \quad 10) \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^4 + 2x^2 - 1} - \sqrt{x^4 - 2x^2 - 1});$$

Задание 4

Вычислить предел

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{x}; \quad 2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 4x}{\sin x}; \quad 3) \lim_{x \rightarrow 0} x \operatorname{ctg} 5x; \quad 4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\sin 6x - \sin 7x};$$

$$5) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 3x^3 - 1}{\sin^6 2x}; \quad 6) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin 7\pi x}{\sin 2\pi x}; \quad 7) \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin x}{\pi^2 - x^2};$$

$$8) \lim_{x \rightarrow \infty} x^2 \left(\cos \frac{1}{x} - \cos \frac{3}{x} \right); \quad 9) \lim_{x \rightarrow \pi/2} \left(\frac{\pi}{\cos x} - 2x \operatorname{tg} x \right);$$

$$10) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + \operatorname{tg} x} - \sqrt{1 + \sin x}}{x^3};$$

Задание 5

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{\cos 4x} - \sqrt[3]{\cos 5x}}{1 - \cos 3x};$$

$$2) \lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\sqrt[4]{\sin x} - \sqrt[3]{\sin x}}{\cos^2 x}; \quad 3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x \sqrt{\cos 2x}}{\operatorname{tg} x^2};$$

$$4) \lim_{x \rightarrow \infty} (\sin \sqrt{x^2 + 1} - \sin \sqrt{x^2 - 1});$$

$$5) \lim_{x \rightarrow 10} \frac{\lg x - 1}{x - 10}; \quad 6) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + 3x + x^2) + \ln(1 - 3x + x^2)}{x^2}; \quad 7) \lim_{x \rightarrow \infty} x \log_2 \frac{10 + x}{5 + x};$$

$$8) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+x} - 1 - \sin x}{\ln(1+x)}; \quad 9) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \operatorname{tg}(\pi/4 + 4x)}{x}; \quad 10) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos 5x}{\ln \cos 4x};$$

Задание 6

Вычислить предел

$$1) \lim_{x \rightarrow 1/4} \frac{1 - \operatorname{ctg} \pi x}{\ln \operatorname{tg} \pi x}; \quad 2) \lim_{x \rightarrow \infty} x^2 \ln \cos \frac{\pi}{x};$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{10^x - 1}{2^x - 1}; \quad 4) \lim_{x \rightarrow \infty} x(3^{1/x} - 1); \quad 5) \lim_{x \rightarrow \infty} x^2(4^{1/x} - 4^{1/(x+1)});$$

$$6) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{7x} - e^{2x}}{\operatorname{tg} x}; \quad 7) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin 5x} - e^{\sin x}}{\ln(1 + 2x)}; \quad 8) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{\sqrt{1 + \sin x^2} - 1};$$