

诚信关乎个人一生，公平竞争赢得尊重。

以下行为是严重作弊行为，学校将给予留校察看或开除学籍处分：1.替他人考试或由他人替考；2.通讯工具作弊；3.团伙作弊。

中国矿业大学 2016~2017 学年第 一 学期

《 概率论与数理统计 A 》 试卷（A） 卷

考试时间：100 分钟

考试方式：闭 卷

学院 数学学院 班级 _____ 姓名 _____ 学号 _____

| | | | | | | | | | |
|-----|-------|---|---|---|---|---|---|---|----|
| 题号 | 一 | 二 | 三 | 四 | 五 | 六 | 七 | 八 | 总分 |
| 得分 | | | | | | | | | |
| 阅卷人 | 索 新 丽 | | | | | | | | |

可能用到的数据： $\Phi(2.59)=0.9952$, $\chi_{0.05}^2(4)=9.488$

一、（每小题 4 分，共 32 分）

1、若两两相互独立的三个事件 A, B, C 满足条件： $ABC = \emptyset$, $P(A) = P(B) = P(C) < \frac{1}{2}$,

$P(A \cup B \cup C) = \frac{9}{16}$, 试求 $P(A)$.

2、设 X 与 Y 相互独立，其数学期望与方差均为已知值，求 $D(XY)$.

3、设 X 为连续型随机变量，其分布函数为 $F(x) = \begin{cases} a, & x < 1, \\ bx \ln x + cx + d, & 1 \leq x \leq e, \\ d, & x > e. \end{cases}$ 试求常数 a, b, c, d .

诚信关乎个人一生，公平竞争赢得尊重。

以下行为是严重作弊行为，学校将给予留校察看或开除学籍处分：1.替他人考试或由他人替考；2.通讯工具作弊；3.团伙作弊。

4、设随机变量 X 与 Y 相互独立，且分别服从正态分布 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ 与 $Y \sim N(\mu, 2\sigma^2)$ ，记 $Z = X - Y$ ，试求 Z 的概率密度 $p(z; \sigma^2)$ 。

5、设 X_1, X_2, X_3, X_4 是来自正态总体 $N(0, \frac{1}{2})$ 的简单随机样本，则统计量 $Y = \frac{\sqrt{2}(X_1 - X_2)}{\sqrt{\sum_{i=1}^4 X_i^2}}$ 服

从什么分布，自由度为多少？

6、设 X 的分布律为

| X | 0 | 1 | 2 | 3 |
|-------|------------|---------------------|------------|-------------|
| P_k | θ^2 | $2\theta(1-\theta)$ | θ^2 | $1-2\theta$ |

其中 θ ($0 < \theta < \frac{1}{2}$) 是未知参数，试求 θ 的矩估计量。

诚信关乎个人一生，公平竞争赢得尊重。

以下行为是严重作弊行为，学校将给予留校察看或开除学籍处分：1.替他人考试或由他人替考；2.通讯工具作弊；3.团伙作弊。

7、设 X 与 Y 的联合分布律、边缘分布的部分值，且 $P\{X = -1|Y = 1\} = \frac{2}{3}$, $P\{X = -1|Y = 0\} = \frac{3}{5}$

试填写下表的空白处：

| $X \backslash Y$ | -1 | 0 | 1 | $P\{X = x_i\}$ |
|------------------|-----|---|-----|----------------|
| -1 | | | 0.2 | |
| 1 | 0.1 | | | |
| $P\{Y = y_i\}$ | 0.2 | | | |

8、已知因素 A 分为 4 个水平，因素 B 分为 5 个水平，针对不同因素、不同水平做一次试验，对试验数据进行运算得以下方差分析表的部分数据：

| 方差来源 | 平方和 | 自由度 | 均方 | F 值 |
|--------|--------|-----|----|-------|
| 因素 A | 28.294 | | | |
| 因素 B | | | | |
| 误差 | 10.001 | | | |
| 总和 | 74.042 | | | |

试填充方差分析表的空白数据.

二（10 分）、假设一个人在一年内患感冒的次数 X 服从参数为 5 的泊松分布，正在销售的一种药品 A 对于 75% 的人可以将患感冒的次数平均降低到 3 次，而对于 25% 的人无效，现在有某人试用此药一年后，在试用期感冒两次，试求此药有效的概率.

诚信关乎个人一生，公平竞争赢得尊重。

以下行为是严重作弊行为，学校将给予留校察看或开除学籍处分：1.替他人考试或由他人替考；2.通讯工具作弊；3.团伙作弊。

三（10分）、设二维随机变量 (X, Y) 的概率密度为

$$f(x, y) = \begin{cases} Ae^{-y}, & 0 < x < y, \\ 0, & \text{其它}. \end{cases}$$

试求常数 A ，并计算概率 $P\{X + Y \geq 1\}$ 。

四（10分）、设某公共汽车站于每小时的10分、50分发车，乘客在每小时内任一时刻到达车站是随机的。求乘客到达车站等车时间的数学期望。

诚信关乎个人一生，公平竞争赢得尊重。

以下行为是严重作弊行为，学校将给予留校察看或开除学籍处分：1.替他人考试或由他人替考；2.通讯工具作弊；3.团伙作弊。

五（10分）、某保险公司开展电动车保险业务，共投保 10000 辆，每辆每年的保费为 12 元，若车丢失，则车主得赔偿 1000 元. 假设丢车的概率为 0.006，对于此项业务，试利用中心极限定理求保险公司：（1）亏损的概率 α ；（2）一年获取利润不少于 40000 元的概率 β 。

六（10分）、已知总体 X 的分布函数为

$$F(x) = \begin{cases} 1 - e^{-(x-\mu)}, & x \geq \mu \\ 0 & , \quad x < \mu \end{cases} \quad (\mu \in R),$$

其中 μ 为未知参数. (X_1, X_2, \dots, X_n) 是来自总体的简单随机样本. 试求 μ 的极大似然估计量 $\hat{\mu}$ 并判断它是否为 μ 的无偏估计.

诚信关乎个人一生，公平竞争赢得尊重。

以下行为是严重作弊行为，学校将给予留校察看或开除学籍处分：1.替他人考试或由他人替考；2.通讯工具作弊；3.团伙作弊。

七（10分）、标准差 σ 是衡量机床加工精度的重要特征. 在生产条件稳定的情况下，一自动机床所加工零件的尺寸服从正态分布，假设设计要求 σ 不超过 0.5mm. 为了控制生产过程，定时对产品进行抽验：每次抽验 5 件，测定其尺寸的标准差为 S ，试制定一种规则，以便根据 S 值就可以判断机床的精度是否降低了.（显著性水平为 $\alpha = 0.05$ ）

八（8分）、设连续型随机变量 X 的概率密度 $f(x)$ 关于点 c 是对称的，证明：其分布函数 $F(x)$ 有

$$F(c-x) = 1 - F(c+x).$$