中国矿业大学 2020～2021 学年第 1 学期

《数学分析 3》试卷（A）卷

考试时间：120 分钟　　　考试方式：闭 卷

学院______________班级______________姓名____________学号______________

题号	一	二	三	四	五	六	总分
得分							

一、填空题（本题共 6 小题，每小题 4 分，共 24 分）。

1. 二重积分$\int_0^1 \mathrm{d}y \int_y^1 y\mathrm{e}^{-x^3}\mathrm{d}x$的值为____________.

2. $\iiint_V xyz\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z =$ ______________，其中$V\colon 0 \le x \le 2, 0 \le y \le 2, 0 \le z \le 2$.

3. 设$F(x) = \int_x^{x^2} \mathrm{e}^{-xy^2}\mathrm{d}y$，则$F'(x) =$ __________________________.

4. $\lim\limits_{(x,y)\to(0,3)} \frac{\sin xy^2}{x} =$ ______________.

5. 设$z = f(x,y)$在点$(1,1)$点处可微，且$f(1,1) = 1$, $\frac{\partial f}{\partial x}\big|_{(1,1)} = 2$, $\frac{\partial f}{\partial y}\big|_{(1,1)} = 3, \varphi(x) = f(x, f(x,x))$，

那么$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\varphi^3(x)\Big|_{x=1} =$ _________________________.

6. 函数$z = x^2 + y^2$在点$(1,2)$处沿从点$(1,2)$到点$\left(2, 2+\sqrt{3}\right)$的方向导数是______________.

二、本题共 2 小题，每题 10 分，共 20 分。

1. 证明无穷积分$\int_0^{+\infty} \frac{\sin x}{x}\mathrm{e}^{-tx}\mathrm{d}x$关于$t \ge 0$一致收敛.

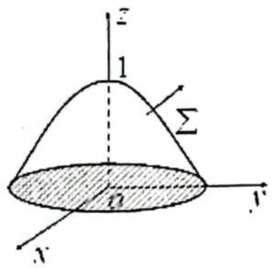
2. 证明函数

$$f(x,y)=\begin{cases}(x^2+y^2)\cos\dfrac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}, & x^2+y^2\neq 0\\ 0, & x^2+y^2=0\end{cases}$$

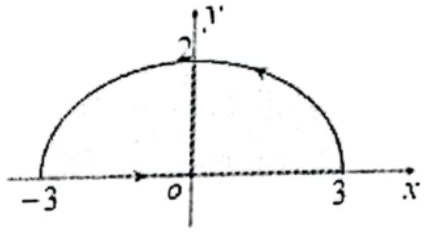
在点(0,0)连续，但偏导数在(0,0)不连续，而f在(0,0)可微.

三、本题共 2 小题，每题 12 分，共 24 分。

1. 计算$\iint_{\Sigma} x\mathrm{d}y\mathrm{d}z+y\mathrm{d}z\mathrm{d}x+z\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，其中$\Sigma$是抛物面$z=1-(x^2+y^2)$在$xy$平面上方的部分，取上侧.



2. 计算$\int_l (\mathrm{e}^x \sin y - 3y + x^2)\mathrm{d}x + (\mathrm{e}^x \cos y - x)\mathrm{d}y$，其中$l$为由点$A(0,3)$经椭圆 $\begin{cases} x = 3\cos t \\ y = 2\sin t \end{cases}$ 的上半弧到点$B(-3,0)$再沿直线回到A的路径.



四、（12 分）计算：$I = \iiint_V \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} + \frac{z^2}{25} \mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$，其中$V$是椭球体$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} + \frac{z^2}{25} \le 1$.

五、（12 分）求函数$z=x^2+y^2$在圆$\left(x-\sqrt{2}\right)^2+\left(y-\sqrt{2}\right)^2\le 9$上的最大值与最小值.

六、（8 分）设$f(x,y)$在$[a,b]\times\left[c,+\infty\right)$上连续，若含参量反常积分$I(x)=\int_c^{+\infty}f(x,y)\,\mathrm{d}y$在$[a,b]$上一致收敛，则$I(x)$在$[a,b]$上连续.