一. 填空题

1. $\frac{q}{2\pi\varepsilon_0 a^2}$ ，0 .

2. Ed .

3. $-\frac{3\mu_0 I}{8R}\hat{i}-\frac{\mu_0 I}{4\pi R}\hat{j}-\frac{\mu_0 I}{4\pi R}\hat{k}$.

4. 0 ，$\frac{1}{2}BI\pi R^2$ ，逆时针 .

5. 0 ，$\frac{1}{2}BL^2\omega\sin^2\theta$.（+ − 都算正确）

6. $\mu_0\frac{N}{L}I$ ，$\mu_0\frac{N^2\pi R^2}{L}$.

7. $\frac{\mu_0 b}{2\pi}\ln\frac{d+a}{d}$ ，$\frac{\mu_0 b}{2\pi}\ln\frac{d+a}{d}$.

8. $4k\pi R^2$（+ − 都算正确），0 .

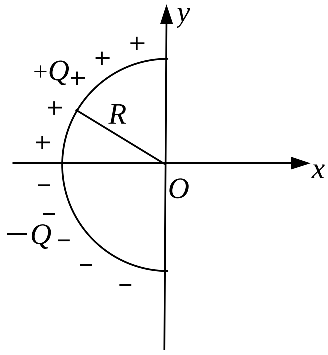
二. 选择题

ADBBA，DBCCB，BCDAD

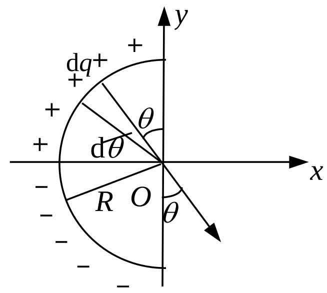
三、计算题（共 40 分，每题 10 分）

1， 一个细玻璃棒被弯成半径为 R 的半圆形，沿其上半部分均匀分布有电荷$+Q$，沿其下半部分均匀分布有电荷$-Q$，如图所示。

试求：圆心 O 处的电场强度。



解：在 θ 处取微小电荷： $dq=\lambda dl=2Qd\theta/\pi$



$$\mathrm{d}E=\frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0R^2}=\frac{Q}{2\pi^2\varepsilon_0R^2}\mathrm{d}\theta$$
（2 分）

将 dE 分解成二个分量：

$$\mathrm{d}E_x=\mathrm{d}E\sin\theta, \quad \mathrm{d}E_y=-\mathrm{d}E\cos\theta$$
（2 分）

对各分量分别积分，

$$E_x=\int_0^{\pi/2}\mathrm{d}E\sin\theta=\frac{Q}{2\pi^2\varepsilon_0R^2}\int_0^{\pi/2}\sin\theta\mathrm{d}\theta=\frac{Q}{2\pi^2\varepsilon_0R^2}$$

$$E_y=\int_0^{\pi/2}-\mathrm{d}E\cos\theta=-\frac{Q}{2\pi^2\varepsilon_0R^2}\int_0^{\pi/2}\cos\theta\mathrm{d}\theta=-\frac{Q}{2\pi^2\varepsilon_0R^2}$$
（2 分）

负电荷产生的电场为：$E_x'=-\frac{Q}{2\pi^2\varepsilon_0R^2}$， $E_y'=-\frac{Q}{2\pi^2\varepsilon_0R^2}$ （2 分）

正负电荷的合电场为：$E_x=0,\ E_y=-\frac{Q}{\pi^2\varepsilon_0R^2}$

总电场大小为$\frac{Q}{\pi^2\varepsilon_0R^2}$，方向沿着 y 轴负向。 （2 分）

2、一半径为 R 的带电球体，其电荷体密度分布为：$\rho(r)=\dfrac{kr}{\pi R^4}$，$(r\le R)$ (k 为一正的常量)。

试求：(1) 带电球体的总电荷；

(2) 球内、外各点的电场强度；

(3) 球内、外各点的电势。

解：(1) 在球内取半径为 r、厚为 $\mathrm{d}r$ 的薄球壳，该壳内所包含的电荷为：$\mathrm{d}q=\rho\mathrm{d}V$

则球体所带的总电荷为： $\int\rho\mathrm{d}V=\int\dfrac{kr}{\pi R^4}4\pi r^2\mathrm{d}r=k$ (2 分)

(2) 在球内作一半径为 r 的高斯球面，按高斯定理有：

$$4\pi r^2E=\frac{1}{\varepsilon_0}\int_0^r\frac{kr}{\pi R^4}4\pi r^2\mathrm{d}r=\frac{kr^4}{\varepsilon_0R^4}$$

得：$E_{内}=\dfrac{kr^2}{4\pi\varepsilon_0R^4}$，方向沿径向向外。 (2 分)

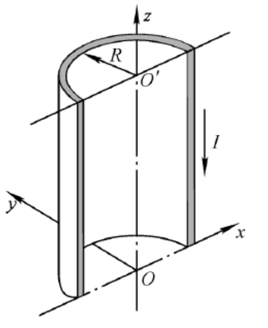
在球体外作半径为 r 的高斯球面，按高斯定理：$4\pi r^2E=\dfrac{1}{\varepsilon_0}\int_0^R\dfrac{kr}{\pi R^4}4\pi r^2\mathrm{d}r=\dfrac{k}{\varepsilon_0}$，

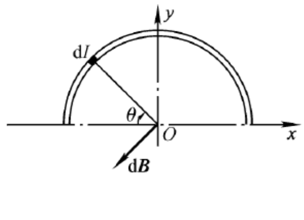
得：$E_{外}=\dfrac{k}{4\pi\varepsilon_0r^2}$，方向沿半径向外。 (2 分)

(3) 球外$(r<R)$电势：$V_{外}=\int_r^\infty\vec{E}_{外}\bullet\mathrm{d}\vec{r}=\dfrac{k}{4\pi\varepsilon_0r}$， (2 分)

球内电势：$V_{内}=\int_r^R\vec{E}_{内}\bullet\mathrm{d}\vec{r}+\int_R^\infty\vec{E}_{外}\bullet\mathrm{d}\vec{r}=\dfrac{k(R^3-r^3)}{12\pi\varepsilon_0R^4}+\dfrac{k}{4\pi\varepsilon_0R}=\dfrac{k}{12\pi\varepsilon_0R}\left(4-\dfrac{r^3}{R^3}\right)$ (2 分)

3、如图所示，一个半径为 R 的无限长半圆柱面导体，沿长度方向的电流 I 在柱面上均匀分布。求：半圆柱面轴线 OO'上的磁感强度。





解：$\mathrm{d}l=R\mathrm{d}\theta$

$\mathrm{d}I=I\mathrm{d}l/\pi R=\dfrac{\mathrm{d}\theta}{\pi}I$ （2 分）

$\mathrm{d}B=\dfrac{\mu_0}{2\pi R}\mathrm{d}I$ （3 分）

$\mathrm{d}B_y=-\mathrm{d}B\cos\theta,$

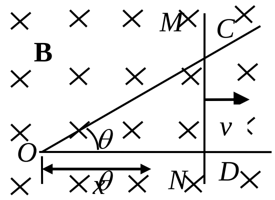
$\mathrm{d}B_x=-\mathrm{d}B\sin\theta$ （2 分）

由对称性可知： $B_y = \int \text{-d}B\cos\theta = 0$

$$B_x = \int_0^{\pi} \text{-d}B\sin\theta = -\int_0^{\pi} \frac{\mu_0}{2\pi R}\frac{I}{\pi R}R\mathrm{d}\theta\cdot\sin\theta = -\frac{\mu_0 I}{\pi^2 R}$$ （3分）

则轴线上总的磁感强度大小为$\frac{\mu_0 I}{\pi^2 R}$，方向沿x 轴负向.

4、如图，有一弯成θ角的金属架 COD 放在磁场中，磁感应强度 B 的方向垂直于金属架 COD 所在平面，一导体杆 MN 垂直于 OD 边，并在金属架上以恒定速度 v 向右滑动，v 与 MN 垂直，设 $t = 0$ 时，$x = 0$，求下列两情形，框架内的感应电动势ε_i。（1）磁场分布均匀，且 B 不随时间改变；（2）非均匀的交变磁场 $B = Kx\cos\omega t$。



解：（1）经过时间 t，导体杆前进的距离为 $x = vt$，杆的有效长度为 $l=\tan\theta =(\tan\theta)t$，

动生电动势大小为：$\varepsilon_i=Blv$

$=Bv^2(\tan\theta)t$。

电动势方向：由 N 指向 M，M 点电势高。 （3 分）

（2）取顺时针为回路绕向的正方向，则通过该面的磁通量为：

$$\Phi = \int_0^x Kx^2\tan\theta\cos\omega t dx = \frac{Kx^3\cos\omega t\tan\theta}{3}$$ （3 分）

感应电动势为

$$\varepsilon_i = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$$ （2 分）

$$= \frac{Kx^3\omega\sin\omega t\tan\theta}{3} - Kx^2 v\cos\omega t\tan\theta$$ （2 分）（写成 x 的形式和 t 的形式都可给分）

$$= \frac{Kv^3t^3\omega\sin\omega t\tan\theta}{3} - Kv^3t^2\cos\omega t\tan\theta$$