

数理统计练习

1. 说明参数区间估计的精度与置信水平 $1-\alpha$ 的关系.
2. 某工厂通过抽样调查得到 8 名工人一周内生产的产品数如下:

50, 40, 30, 70, 50, 40, 50, 70

试求经验分布函数 $F_n(x)$.

3. 设 X_1, X_2, \dots, X_n 是来自正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的简单样本, 试判断统计量

$$\frac{\bar{X} - \mu}{\sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}}$$
 服从什么分布, 写出必要过程.

4. 设 X_1, X_2, \dots, X_n 是 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ 的样本 (μ 已知), 记 $S_1^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2$,

$$S_2^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$$
 判断 S_1^2, S_2^2 是否是 σ^2 的无偏估计量?

5. 某工厂生产一种螺钉, 标准要求长度是 68 mm, 实际生产的产品其长度服从正态分布 $N(\mu, 3.6^2)$, 考虑假设检验问题 $H_0: \mu = 68$ $H_1: \mu \neq 68$, 记 \bar{X} 为样本均值, 按下列方式进行假设:

当 $|\bar{X} - 68| > 1$ 时, 拒绝假设 H_0 ; 当 $|\bar{X} - 68| \leq 1$ 时, 接受假设 H_0

当样本容量 $n = 64$ 时, 求:

- (1) 犯第一类错误即弃真错误的概率 α ;
- (2) 犯第二类错误即取伪错误的概率 β . (设 $\mu = 70$)

6. 有甲、乙两个试验员, 对同样的试验样本进行分析, 各人试验分析结果见下表 (分析结果服从正态分布),

试验号码	1	2	3	4	5	6	7	8
甲	4.3	3.2	3.8	3.5	3.5	4.8	3.3	3.9
乙	3.7	4.1	3.8	3.8	4.6	3.9	2.8	4.4

并算得 $s_1^2 = 0.2927, s_2^2 = 0.2927$ 试问甲、乙两个试验员的分析结果之间有无显著差异 ($\alpha = 0.05$)?