

诚信关乎个人一生，公平竞争赢得尊重。

以下行为是严重作弊行为，学校将给予留校察看或开除学籍处分：1.替他人考试或由他人替考；2.通讯工具作弊；3.团伙作弊。

## 中国矿业大学 2019~2020 学年第 一 学期

### 《 概率论与数理统计 A 》 试卷（A） 卷

考试时间：100 分钟      考试方式：闭 卷

学院 数学学院 班级 \_\_\_\_\_ 姓名 \_\_\_\_\_ 学号 \_\_\_\_\_

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	总分
得分									
阅卷人									

可能用到的数据： $\Phi(2) = 0.9772$ ， $t_{0.975}(14) = 2.1448$ ， $z_{0.995} = 2.61$

一、（每小题 5 分，共 30 分）

1、设  $A, B, C$  是三个事件， $A$  与  $C$  互斥， $P(AB) = \frac{1}{2}$ ， $P(C) = \frac{1}{3}$ ，试求  $P(AB|\bar{C})$ 。

2、已知离散型随机变量的分布函数为  $F(x) = \begin{cases} 0, & x < -1 \\ 0.4, & -1 \leq x < 2 \\ 0.8, & 2 \leq x < 3 \\ 1, & x \geq 3 \end{cases}$ ，试求方程  $x^2 + Xx + 1 = 0$  有实

根的概率。

3、已知随机变量分布律为  $\begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 0.3 & 0.2 & 0.5 \end{pmatrix}$ ，求其特征函数。(写出表达式即可)

诚信关乎个人一生，公平竞争赢得尊重。

以下行为是严重作弊行为，学校将给予留校察看或开除学籍处分：1.替他人考试或由他人替考；2.通讯工具作弊；3.团伙作弊。

---

4、一袋中有  $a$  只白球， $b$  只黑球，现在袋子中（不放回地）随机摸出  $c$  只球（ $c \leq a+b$ ），记摸出白球数为  $X$ ，试求  $X$  的数学期望。

5、将一枚骰子重复独立的抛掷  $n$  次， $X_1, X_2, \dots, X_n$  分别表示各次抛出的点数，记

$\bar{X}_n = \frac{1}{n}(X_1 + X_2 + \dots + X_n)$  为  $n$  次抛掷抛出点数的平均值，试求当  $n \rightarrow \infty$  时， $\bar{X}_n$  依概率收敛于多少？

6、设  $X_1, X_2, \dots, X_8$  是来自正态总体  $N(0, 3^2)$  的简单随机样本，试求统计量

$$T = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + X_4}{\sqrt{X_5^2 + X_6^2 + X_7^2 + X_8^2}}$$
 服从什么分布？自由度是多少？

诚信关乎个人一生，公平竞争赢得尊重。

以下行为是严重作弊行为，学校将给予留校察看或开除学籍处分：1.替他人考试或由他人替考；2.通讯工具作弊；3.团伙作弊。

---

二、(10 分) 某人上班所需的时间  $X \sim N(30, 100)$  (单位: min), 已知上班时间为 8:30, 他每天 8:00 出门, 求: (1) 某天迟到的概率; (2) 一周 (以 5 天计) 最多迟到一次的概率.

三、(10 分) 设  $Y_1, Y_2, Y_3$  相互独立且服从参数为  $p$  的 0-1 分布, 令  $X_k = \begin{cases} 1, & Y_1 + Y_2 + Y_3 = k \\ -1, & Y_1 + Y_2 + Y_3 \neq k \end{cases}$ , 试

求 (1)  $(X_1, X_2)$  的概率分布; (2) 当  $p$  为何值时,  $E(X_1 X_2)$  最小.

诚信关乎个人一生，公平竞争赢得尊重。

以下行为是严重作弊行为，学校将给予留校察看或开除学籍处分：1.替他人考试或由他人替考；2.通讯工具作弊；3.团伙作弊。

---

四、(10 分) 假设曹冲称象时把同一头大象等重的一堆石块分为 300 次称量，每次称量产生的误差相互独立，且都服从区间  $(-0.5, 0.5)$  上的均匀分布 (单位: 千克)，试求总误差的绝对值不超过 10 千克的概率.

五、(10 分) 设总体  $X$  的分布函数为  $F(x; \theta) = \begin{cases} 1 - \frac{1}{x^\theta}, & x > 1, \\ 0, & x \leq 1. \end{cases}$  其中  $\theta > 1$  是未知参数,

$X_1, X_2, \dots, X_n$  是  $X$  的样本，试求  $\theta$  的最大似然估计量  $\hat{\theta}$ .

诚信关乎个人一生，公平竞争赢得尊重。

以下行为是严重作弊行为，学校将给予留校察看或开除学籍处分：1.替他人考试或由他人替考；2.通讯工具作弊；3.团伙作弊。

六、(10 分)某组装产品内有部分噪音很大的次品，很伤脑筋，产生次品的原因似乎是由于这种组装品的某个部位的间隙过大引起的，为了检验这个认识是否正确，特从正品 A 和次品 B 中各抽出 8 个产品，对其间隙进行测量，测量数据如下（单位： $\mu m$ ）

A: 4    8    2    3    5    4    6    7

B: 7    12    13    15    8    10    12    9

试在正态分布假设下，对正品 A 与次品 B 中的间隙的均值是否存在显著性差异进行检验（ $\alpha=0.05$ ）。

七、(10 分) 设回归模型为  $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i, i=1,2,\dots,n$ ，其中  $\varepsilon_i$  相互独立同分布，其分布为  $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$ 。试求  $\beta_0, \beta_1$  的最大似然估计，并比较是否与最小二乘估计一致。

诚信关乎个人一生，公平竞争赢得尊重。

以下行为是严重作弊行为，学校将给予留校察看或开除学籍处分：1.替他人考试或由他人替考；2.通讯工具作弊；3.团伙作弊。

---

八、(10分) 设随机变量  $X \sim F(m, n)$ ，(1) 证明随机变量  $\frac{1}{X} \sim F(n, m)$ ；

(2) 如果  $m = n$ ，且  $P\{X > \alpha\} = 0.05$ ，试求  $P\left\{X > \frac{1}{\alpha}\right\}$  的值.