

诚信关乎个人一生，公平竞争赢得尊重。

以下行为是严重作弊行为，学校将给予留校察看或开除学籍处分：1.替他人考试或由他人替考；2.通讯工具作弊；3.团伙作弊。

# 中国矿业大学 2017~2018 学年第 一 学期

## 《 概率论与数理统计 A 》 试卷（A） 卷

考试时间：100 分钟

考试方式：闭 卷

学院 数学学院 班级 \_\_\_\_\_ 姓名 \_\_\_\_\_ 学号 \_\_\_\_\_

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	总分
得分									
阅卷人	索 新 丽								

可能用到的数据： $\Phi(1.11)=0.8665$ ， $\Phi(1.46)=0.9279$ ， $\Phi(1.96)=0.975$ ， $\Phi(2.46)=0.9931$

一、（每小题 4 分，共 32 分）

1、设  $P(A)=0.5$ ， $P(B)=0.4$ ， $P(A|\bar{B})=0.6$ ，试求  $P(A|A\cup\bar{B})$ 。

2、设随机变量  $X\sim t(n)$ ， $Y\sim F(1,n)$ ，给定  $\alpha$  ( $0<\alpha<0.5$ )，常数  $c$  满足  $P\{X>c\}=\alpha$ ，试求  $P\{Y>c^2\}$ 。

3、设总体  $X\sim b(m,\theta)$ ， $X_1,X_2,\cdots,X_n$  为来自该总体的简单随机样本， $\bar{X}$  为样本均值，求

$$E\left[\sum_{i=1}^n(X_i-\bar{X})^2\right].$$

诚信关乎个人一生，公平竞争赢得尊重。

以下行为是严重作弊行为，学校将给予留校察看或开除学籍处分：1.替他人考试或由他人替考；2.通讯工具作弊；3.团伙作弊。

4、设随机变量  $X, Y$  相互独立，且服从参数为  $\lambda$  的指数分布， $P(X > 1) = e^{-2}$ ，试求  $\lambda$  及  $P\{\min(X, Y) \leq 1\}$ 。

5、已知  $Var(X) = 9$ ， $Var(Y) = 36$ ， $\rho_{XY} = -\frac{1}{2}$ ，设  $W = X - Y + 3$ ，试求  $Var(W)$ 。

6、设总体  $X$  服从标准正态分布， $X_1, X_2, \dots, X_n$  是来自总体  $X$  的一个简单随机样本，试判断统计

量  $Y = \frac{(\frac{n}{5} - 1) \sum_{i=1}^5 X_i^2}{\sum_{i=6}^n X_i^2}$ ， $(n > 5)$  服从什么分布，给出必要过程。

7、设随机变量  $y$  与自变量  $x$  之间有关系  $y = ax + \varepsilon$ ，其中  $\varepsilon \sim N(0, \sigma^2)$ ，根据所学线性回归理论，试求参数  $a$  的最小二乘估计  $\hat{a}$ 。

8、填写如下的方差分析表，某企业准备用三种方法组装一种新的产品，为确定哪种方法每小时生成的产品数量最多，随机抽取了 30 名工人，并指定每个人使用其中的一种方法。通过对每个工人生成的产品数进行方差分析得到下面的结果：

方差来源	平方和	自由度	均方	$F$ 值	$P$ -value	$F$ 临界值
组间			210		0.245946	3.354131
组内	3836					
总计						

诚信关乎个人一生，公平竞争赢得尊重。

以下行为是严重作弊行为，学校将给予留校察看或开除学籍处分：1.替他人考试或由他人替考；2.通讯工具作弊；3.团伙作弊。

---

二、(10 分) 假设只考虑天气的两种情况：有雨或者无雨。若已知今天天气情况，明天天气保持不变的概率为  $p$ ，变的概率为  $1-p$ 。已知第一天无雨（概率可设为  $q$ ），试求第 3 天也无雨的概率。

三、(10 分) 某射手进行射击，每次射击击中目标的概率为  $p$  ( $0 < p < 1$ )，射击进行到击中目标两次时停止。令  $X$  表示第一次击中目标时的射击次数， $Y$  表示第二次击中目标时的射击次数，试求  $X$  的分布列  $P\{X = x_i\}$  和联合分布列  $P\{X = x_i, Y = y_j\}$ 。

诚信关乎个人一生，公平竞争赢得尊重。

以下行为是严重作弊行为，学校将给予留校察看或开除学籍处分：1.替他人考试或由他人替考；2.通讯工具作弊；3.团伙作弊。

---

四、(10 分) 设随机变量  $X, Y$  的联合密度函数为  $f(x, y) = \begin{cases} 15x^2y, & 0 < x < y < 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$ ，试 (1) 判

断随机变量  $X$  和  $Y$  是否相互独立；(2) 求随机变量  $Z = X + Y$  的密度函数。

五、(10 分) 某汽车销售点每天出售的汽车数服从参数为  $\lambda = 2$  的泊松分布，若一年 365 天都经营汽车销售，且每天出售的汽车数是相互独立的，试用中心极限定理求一年中售出 700 辆以上汽车的概率。

诚信关乎个人一生，公平竞争赢得尊重。

以下行为是严重作弊行为，学校将给予留校察看或开除学籍处分：1.替他人考试或由他人替考；2.通讯工具作弊；3.团伙作弊。

---

六、(10 分) 在某面包店中，记

$$X = \begin{cases} 1, & \text{买面包者为男性,} \\ 0, & \text{买面包者为女性.} \end{cases}$$

假设购买面包者中男性的概率为  $p$ . 为了估计  $p$ , 现抽查了 70 位买面包者, 发现其中有 30 位男性, 40 位女性, 试求参数  $p$  的矩估计值和最大似然估计值.

七、(10 分) 设  $X_1, X_2, X_3, X_4$  为来自总体  $X \sim N(\mu, 4^2)$  的样本, 对如下假设检验问题中的原假设与备择假设  $H_0: \mu = 5, H_1: \mu \neq 5$ , 试 (1) 在显著性水平 0.05 下求拒绝域; (2) 若  $\mu = 6$ , 计算上述检验中犯第二类错误的概率  $\beta$ .

诚信关乎个人一生，公平竞争赢得尊重。

以下行为是严重作弊行为，学校将给予留校察看或开除学籍处分：1.替他人考试或由他人替考；2.通讯工具作弊；3.团伙作弊。

---

八、(8分) 设  $X_1, X_2, \dots, X_n, \dots$  为一列独立同分布的随机变量序列,  $E(X_i) = \mu$ ,  $Var(X_i) = \sigma^2$ ,

证明  $Y_n = \frac{2}{n(n+1)} \sum_{k=1}^n kX_k$  依概率收敛于  $\mu$ .