

# 离散数学

10. 设有限集  $A, B$ ,  $|A| = m, |B| = n$ , 则  $|P(A \times B)| = 2^{m \cdot n}$

## 一、 选择题 (2\*10)

1. 令  $P$ : 今天下雨了,  $Q$ : 我没带伞, 则命题“虽然今天下雨了, 但是我没带伞”可符号化为 ( )。

- (A)  $P \rightarrow \neg Q$  (B)  $P \vee \neg Q$   
(C)  $P \wedge Q$  (D)  $P \wedge \neg Q$

2. 下列命题公式为永真蕴含式的是 ( )。

- (A)  $Q \rightarrow (P \wedge Q)$  (B)  $P \rightarrow (P \wedge Q)$   
(C)  $(P \wedge Q) \rightarrow P$  (D)  $(P \vee Q) \rightarrow Q$

3. 命题“存在一些人是大学生的否定是(A) 而命题“所有的人都是要死的”的否定是 ( )。

- (A) 所有人都不是大学生, 有些人不会死  
(B) 所有人不都是大学生, 所有人都不会死  
(C) 存在一些人不是大学生, 有些人不会死  
(D) 所有人都不是大学生, 所有人都不会死

4. 永真式的否定是 ( )。

- (A) 永真式 (B) 永假式 (C) 可满足式 (D) 以上均有可能

5. 以下选项中正确的是 ( )。

- (A)  $0 = \emptyset$  (B)  $0 \subseteq \emptyset$  (C)  $0 \in \emptyset$  (D)  $0 \notin \emptyset$

6. 以下哪个不是集合  $A$  上的等价关系的性质? ( )

- (A) 自反性 (B) 有限性 (C) 对称性 (D) 传递性

7. 集合  $A = \{1, 2, \dots, 10\}$  上的关系  $R = \{x + y = 10, x, y \in A\}$  则  $R$  的性质为 ( )。

- (A) 自反的 (B) 对称的  
(C) 传递的, 对称的 (D) 传递的

8. 设  $D =$  为有向图,  $V = \{a, b, c, d, e, f\}$ ,  $E = \{, , , , \}$  是 ( )。

- (A) 强连通图 (B) 单向连通图

(C) 弱连通图 (D) 不连通图

9、具有 6 个顶点，12 条边的连通简单平面图中，每个面都是由 ( ) 条边围成？

(A) 2 (B) 4 (C) 3 (D) 5

10. 连通图  $G$  是一棵树，当且仅当  $G$  中 ( )。

(A) 有些边不是割边 (B) 每条边都是割边  
(C) 无割边集 (D) 每条边都不是割边

## 二、 填空题 (2\*10)

1、命题“2 是偶数或-3 是负数”的否定是\_\_\_\_\_。

2、设全体域  $D$  是正整数集合，则命题  $\forall x \exists y(xy=y)$  的真值是\_\_\_\_\_。

3、令  $R(x):x$  是实数， $Q(x):x$  是有理数。则命题“并非每个实数都是有理数”的符号化表示为\_\_\_\_\_。

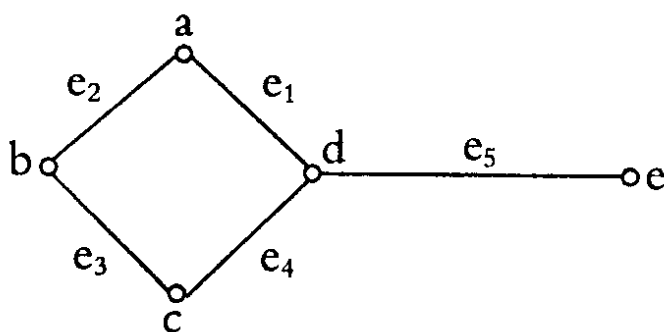
4、公式  $(\neg P \wedge Q) \vee (\neg P \wedge \neg Q)$  化简为\_\_\_\_\_。

5、设  $A \cap B = A \cap C$ ,  $\bar{A} \cap B = \bar{A} \cap C$ , 则  $B$  \_\_\_\_\_  $C$ 。

6、设  $A = \{2, 4, 6\}$   $A$  上的二元运算  $*$  定义为:  $a * b = \max\{a, b\}$ , 则在独异点 \_\_\_\_\_ 中, 单位元是\_\_\_\_\_, 零元是\_\_\_\_\_。

7、任一有向图中，度数为奇数的结点有\_\_\_\_\_ (奇数/偶数) 个。

8. 如下无向图割点是\_\_\_\_\_, 割边是\_\_\_\_\_。



三、(10 分) 设  $A$ 、 $B$  和  $C$  是三个集合，则  $A \subset B \Rightarrow \neg(B \subset A)$ 。

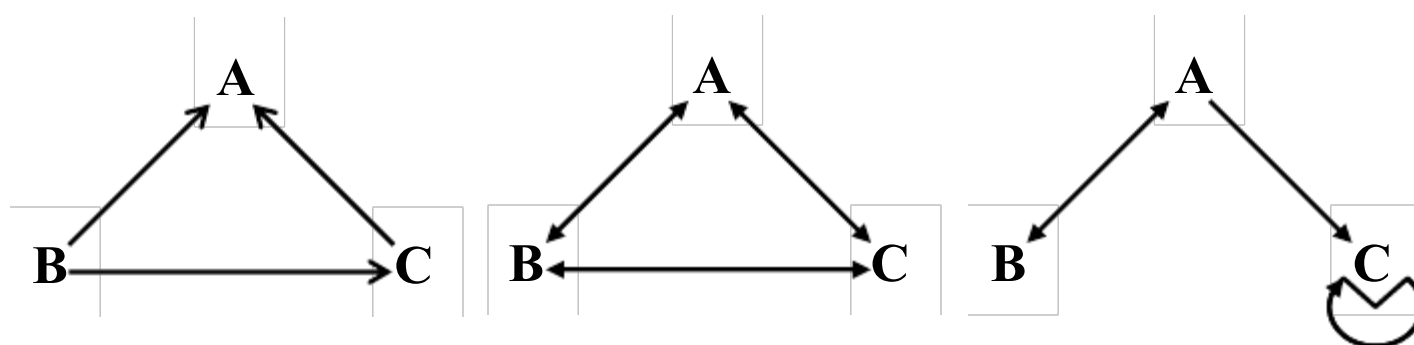
。四、(15 分) 某项工作需要派 A、B、C 和 D 4 个人中的 2 个人去完成，按下面 3 个条件，有几种派法？如何派？

(1) 若 A 去，则 C 和 D 中要去 1 个人；

(2) B 和 C 不能都去；

(3) 若 C 去，则 D 留下

五、(15 分) 设  $A=\{1,2,3\}$  写出下列图示关系的关系矩阵，并讨论它们的性质：



六、(20 分) 画一个图使它分别满足：

- (1) 有欧拉回路和哈密顿回路；
- (2) 有欧拉回路，但无条哈密顿回路；
- (3) 无欧拉回路，但有哈密顿回路；
- (4) 既无欧拉回路，又无哈密顿回路。

答案：

一、 选择题：

1、 D    2、 C    3、 A    4、 B    5、 D

6、 B    7、 B    8、 C    9、 C    10、 B

二、 填空：

1、2 不是偶数且-3 不是负数

2、F

3、 $\neg \forall x(R(x) \rightarrow Q(x))$

4、 $\neg P$

5、等于

6、2, 6

7、偶数

8、d,  $e_5$

三、证明：

$$\begin{aligned} A \subset B &\Leftrightarrow \forall x(x \in A \rightarrow x \in B) \wedge \exists x(x \in B \wedge x \notin A) \Leftrightarrow \forall x(x \notin A \vee x \in B) \wedge \exists x(x \in B \wedge x \notin A) \\ &\Leftrightarrow \neg \exists x(x \in A \wedge x \notin B) \wedge \neg \forall x(x \notin B \vee x \in A) \Rightarrow \neg \exists x(x \in A \wedge x \notin B) \vee \neg \forall x(x \in A \vee x \notin B) \\ &\Leftrightarrow \neg(\exists x(x \in A \wedge x \notin B) \wedge \forall x(x \in A \vee x \notin B)) \Leftrightarrow \neg(\exists x(x \in A \wedge x \notin B) \wedge \forall x(x \in B \rightarrow x \in A)) \\ &\Leftrightarrow \neg(B \subset A). \end{aligned}$$

四、解 设  $A$ :  $A$  去工作;  $B$ :  $B$  去工作;  $C$ :  $C$  去工作;  $D$ :  $D$  去工作。则根据

题意应有:  $A \rightarrow C \oplus D$ ,  $\neg(B \wedge C)$ ,  $C \rightarrow \neg D$  必须同时成立。因此

$$\begin{aligned} &(A \rightarrow C \oplus D) \wedge \neg(B \wedge C) \wedge (C \rightarrow \neg D) \\ &\Leftrightarrow (\neg A \vee (C \wedge \neg D) \vee (\neg C \wedge D)) \wedge (\neg B \vee \neg C) \wedge (\neg C \vee \neg D) \\ &\Leftrightarrow (\neg A \vee (C \wedge \neg D) \vee (\neg C \wedge D)) \wedge ((\neg B \wedge \neg C) \vee (\neg B \wedge \neg D) \vee \neg C \vee (\neg C \wedge \neg D)) \\ &\Leftrightarrow (\neg A \wedge \neg B \wedge \neg C) \vee (\neg A \wedge \neg B \wedge \neg D) \vee (\neg A \wedge \neg C) \vee (\neg A \wedge \neg C \wedge \neg D) \\ &\quad \vee (C \wedge \neg D \wedge \neg B \wedge \neg C) \vee (C \wedge \neg D \wedge \neg B \wedge \neg D) \vee (C \wedge \neg D \wedge \neg C) \vee (C \wedge \neg D \wedge \neg C \\ &\quad \wedge \neg D) \\ &\quad \vee (\neg C \wedge D \wedge \neg B \wedge \neg C) \vee (\neg C \wedge D \wedge \neg B \wedge \neg D) \vee (\neg C \wedge D \wedge \neg C) \vee (\neg C \wedge D \wedge \neg C \\ &\quad \wedge \neg D) \\ &\Leftrightarrow F \vee F \vee (\neg A \wedge \neg C) \vee F \vee F \vee (C \wedge \neg D \wedge \neg B) \vee F \vee F \vee (\neg C \wedge D \wedge \neg B) \vee F \vee \\ &\quad (\neg C \wedge D) \vee F \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow (\neg A \wedge \neg C) \vee (\neg B \wedge C \wedge \neg D) \vee (\neg C \wedge D \wedge \neg B) \vee (\neg C \wedge D)$$

$$\Leftrightarrow (\neg A \wedge \neg C) \vee (\neg B \wedge C \wedge \neg D) \vee (\neg C \wedge D)$$

$$\Leftrightarrow T$$

故有三种派法： $B \wedge D$ ,  $A \wedge C$ ,  $A \wedge D$ 。

五、

$$(1) R = \{ \langle 2,1 \rangle, \langle 3,1 \rangle, \langle 2,3 \rangle \}; M_R = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \text{它是反自反的、反对称的、传递的};$$

$$(2) R = \{ \langle 1,2 \rangle, \langle 2,1 \rangle, \langle 1,3 \rangle, \langle 3,1 \rangle, \langle 2,3 \rangle, \langle 3,2 \rangle \}; M_R = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}; \text{它是反自反的、}$$

对称的;

$$(3) R = \{ \langle 1,2 \rangle, \langle 2,1 \rangle, \langle 1,3 \rangle, \langle 3,3 \rangle \}; M_R = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \text{它既不是自反的、反自反的、}$$

也不是对称的、反对称的、传递的。

六、

