中国矿业大学 2020～2021 学年第 一 学期

《概率论与数理统计 A》试卷（B）卷

考试时间：100 分钟　　　考试方式：闭 卷

学院__________ 班级_____________ 姓名____________ 学号______________

题号	一	二	三	四	五	六	七	总分
得分								
阅卷人								

可能用到的数据： $\Phi(1)=0.8413$，$\Phi(2)=0.977$，$z_{0.975}=1.96$

一、简答题（每小题 5 分，共 40 分）

1、已知 $P(A\mid B)=1$，求 $P(\bar{B}\mid\bar{A})$.

2、在区间 $(0,1)$ 中随机地取两个数，则这两个数之差的绝对值小于 0.5 的概率为多少？

3、设随机变量 X 的概率密度为 $p(x)=\begin{cases}\frac{3}{8}x^2, & 0<x<2\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$，求 $E\left(\frac{1}{X^2}\right)$.

4、设 X 的分布函数为 $F(x)=\begin{cases} 0, & x<0 \\ \frac{1}{2}, & 0\le x<1 \\ 1-e^{-x}, & x\ge 1 \end{cases}$，求 $P\{X=1\}$.

5、设随机变量 X,Y 的 $Var(X)=4, Var(Y)=9, Cov(X,Y)=3$，求 $Var(X-2Y)$.

6、设随机变量 X_1,X_2,X_3,X_4 为来自总体 $N(0,\frac{1}{2})$ 的简单随机样本，则统计量 $Y=\frac{X_1-X_2}{\sqrt{\sum_{i=3}^{4}X_i^2}}$ 服从什么分布，自由度多少？

7、经过统计，近几年数学学院《概率统计》成绩(百分制)近似地服从 $\mu=72$ 的正态分布，已知 96 分以上的人数占总人数的 2.3%，试求考生的成绩在 60 分至 84 分之间概率.

8、设总体 $X \sim U(0,\theta)$，现从该总体中抽取容量为 10 的样本，样本值为 0.5，1.3，0.6，1.7，2.2，1.2，0.8，1.5，2.0，1.6，求参数 θ 的矩估计.

二、**(10 分)**已知男性中有 5%是色盲患者，女性中有 0.25%是色盲患者，今从男女比例为 22:21 的人群随机地挑选一人，发现恰好是色盲患者，问此人是男性的概率是多少？

三、**(10 分)**设二维随机变量 (X,Y) 的概率密度为 $p(x,y)=\begin{cases} \frac{5}{4}(x^2+y), & 0<y<1-x^2 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$，

试求边际密度函数 $p_X(x)$， $p_Y(y)$ ..

四、（10 分）设某生产线上组装每件产品的时间服从指数分布，密度函数为 $p(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{\theta}e^{-\frac{x}{\theta}}, & x\ge 0\\ 0, & x<0\end{cases}$

已知平均组装一件产品需要 10 分钟，且各件产品的组装时间相互独立，试用中心极限定理求组装 100 件产品需要 15 小时至 20 小时的概率.

五、(12 分)设 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 为样本，总体 X 的概率密度为

$$f(x;\theta)=\begin{cases}\theta x^{\theta-1}, & 0<x<1,\\ 0, & \text{其它.}\end{cases}\quad \theta>0,$$

（1）求 θ 的最大似然估计量 $\hat{\theta}$；　（2）判断 $\dfrac{1}{\hat{\theta}}$ 是否为 $\dfrac{1}{\theta}$ 的无偏估计量.

六、**(10 分)** 设总体 $X \sim N(\mu, 0.2^2)$，在原假设 $H_0: \mu = \mu_0$ 的显著性检验时，取接受域 $\left\{\left|\overline{X} - \mu_0\right| < 0.1\right\}$，要使犯第一类错误的概率不大于 0.05，求样本容量至少为多少？

七、（**8 分**）设 X 为非负随机变量，$a > 0$. 若 $E(e^{aX})$ 存在，证明对任意 $x > 0$，有 $P(X \geq x) \leq \dfrac{Ee^{aX}}{e^{ax}}$.