中国矿业大学 2022-2023 学年第一 学期课程考试试卷

考试科目:	微分方程数值解						类型: _	B 卷		
课程代码:	M10131			考试时间:	100 分包	钟考证	式方式:_	闭卷		
开课学院:	数学	学院		F级专业:	数学学院 2020 级					
学院		班级			姓名			学号		
题号	_		三	四四	五.	六	七	总分		
得分										
阅卷人										

考生承诺:

- 1. 未携带通信工具及其他各类带有拍照、摄像、接收、发送、储存等功能的设备(包括 但不限于手机、智能手表、智能眼镜,平板电脑、无线耳机)或关机与其他禁止携带物 品、资料等放置监考老师指定位置;
- 2. 已按要求清理干净整个座位(包括考生邻座)桌面和抽屉里的所有物品(无论是否属于考生本人):
- 3. 已知晓并理解《中国矿业大学学生违纪处分管理规定》等与考试相关规定,承诺在考试中自觉遵守以上规定,服从监考教师的安排,自觉遵守考场纪律,诚信考试,不违规、不作弊。如有违反,自愿按《中国矿业大学学生违纪处分管理规定》相关条款接受处理。 考生签名:

一、(本题 15 分) 对常微分方程
$$\begin{cases} \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = xy, 0 \le x \le 1, \\ y(0) = 1. \end{cases}$$
 给出改进的欧拉格

式,并计算步长为 0.2 (保留两位小数)的数值解。

以下行为是严重作弊行为,学校将给予留校察看或开除学籍处分: 1. 替他人考试或由他人替考; 2. 通讯工具作弊; 3. 团伙作弊。

二、(本题 15 分) 若对常微分方程

$$\begin{cases} \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = f(x,y), x \in I, \\ y(x_0) = y_0 \end{cases}$$
 建立以下数值格式 $y_{i+1} = y_i + \frac{h}{12}(23f_i - 16f_{i-1} + 5f_{i-2}),$

 $\int_{0}^{g(x_0)} e^{-g_0}$ 其中 $f_i = f(x_i, y_i)$,求此格式的局部截断误差,并判断此方法的阶数。

三、(本题 15 分) 考虑一维热抛物线型方程

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = a \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, & 0 < x < 1(a > 0) \\ u(x, 0) = \phi(x), u(0, t) = \alpha(t), u(1, t) = \beta(t) \end{cases},$$

给出时间离散一阶向前 Euler 格式,空间离散是二阶精度的差分格式并讨论上述格式的稳定性。

以下行为是严重作弊行为,学校将给予留校察看或开除学籍处分: 1. 替他人考试或由他人替考; 2. 通讯工具作弊; 3. 团伙作弊。

四、(本题 15 分) 对线性对流方程

$$\begin{cases} \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} + 2\frac{\partial u(x,t)}{\partial x} = 0, & -\infty < x < +\infty, t > 0 \\ u(x,0) = \varphi(x), & -\infty < x < +\infty, \end{cases}$$

推导该方程的 Beam-Warming 格式,并推导出稳定性条件。

五、(本题 15 分)对边值问题

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0, & (x, y) \in D = (0, 1) \times (0, 1) \\ u(0, y) = 1, u(1, y) = 0, u(x, 0) = u(x, 1) = 1 - x \end{cases}$$

建立该边值问题的五点差分格式,取 h=1/3,求该问题的数值解。

以下行为是严重作弊行为,学校将给予留校察看或开除学籍处分: 1. 替他人考试或由他人替考; 2. 通讯工具作弊; 3. 团伙作弊。

六、(本题 15 分) 对边值问题

$$\begin{cases} -\frac{\mathrm{d}^2 u}{\mathrm{d}x^2} = x, 0 < x < 1 \\ u(0) = 0, u(1) = 0. \end{cases}$$
 , 将区间 $[0,1]$ 等分为 4 个子区间,利用线性元构造

有限元方法,并给出离散后的方程组的矩阵形式,并求有限元解。

七、(本题 10 分)简述本学期实验内容、过程及结果分析,并给出心得体会。