

## 2010 年考试试题

一、填空题（每小题 5 分，共 45 分）

1 设向量  $a, b$  满足  $|a|=5, |b|=2, \angle(a, b) = \frac{\pi}{3}$ , 则  $c = a - 2b$  的长度 = \_\_\_\_\_。

2 直线  $l: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-1}{2}$  与平面  $\Pi: 2x + y - 2z + 4 = 0$  的夹角为 \_\_\_\_\_。

3 点  $(1, 1, 1)$  到直线  $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{-2}$  的距离是 \_\_\_\_\_。

4 圆锥面  $3x^2 - y^2 - z^2 = 0$  半顶角是 \_\_\_\_\_。

5 如果一般二次方程  $F(x, y, z) = 0$  表示一对平行平面, 则用不变量计算两平面之间的距离是 \_\_\_\_\_。

6 二次曲面  $x^2 - y^2 + 2z^2 - 2xy + 4x - 4z + 1 = 0$  的渐近锥面方程是 \_\_\_\_\_。

7 设双曲线的渐近方向为  $v = l : m$ , 则与  $v$  共轭的方向是 \_\_\_\_\_。

8 二次锥面  $x^2 + 2y^2 - 3z^2 = 0$  上过点  $M(1, 1, 1)$  的切平面方程是 \_\_\_\_\_。

9 平面的仿射变换  $\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$  将面积为 1 的图形变为面积是 \_\_\_\_\_ 的图形。

二、(10 分) 求过三点:  $O(0, 0, 0), A(1, 2, 3), B(4, 5, 6)$  的平面方程及三角形  $\Delta OAB$  的面积。

三、(10 分) 求二次曲面  $x^2 + y^2 - z^2 + 2xy - 2xz - yz + 4x + 3y + 5z - 4 = 0$  通过点  $(-1, -1, 1)$  的直母线方程。

四、(15 分) 设二次曲面为:

$$x^2 + y^2 + 5z^2 - 6xy + 2xz - 2yz - 4x + 8y - 12z + 14 = 0。$$

求曲面的主径面及简化方程。

五、(10 分) 求与以下三直线:

$$l_1: \begin{cases} x=1 \\ y=z \end{cases}, l_2: \begin{cases} x=-1 \\ y=-z \end{cases}, l_3: \frac{x-2}{-3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z+2}{5}.$$

同时共面的直线所产生的曲面方程。

六、(10 分) 证明: 分别对于两个相交平面的反射变换的乘积是一个绕定直线的旋转。