

诚信关乎个人一生，公平竞争赢得尊重。

以下行为是严重作弊行为，学校将给予留校察看或开除学籍处分：1.替他人考试或由他人替考；2.通讯工具作弊；3.团伙作弊。

中国矿业大学 2018~2019 学年第 一 学期

《 概率论与数理统计 A 》 试卷（A） 卷

考试时间：100 分钟

考试方式：闭 卷

学院 数学学院 班级 _____ 姓名 _____ 学号 _____

| 题号 | 一 | 二 | 三 | 四 | 五 | 六 | 七 | 八 | 总分 |
|-----|-------|---|---|---|---|---|---|---|----|
| 得分 | | | | | | | | | |
| 阅卷人 | 索 新 丽 | | | | | | | | |

可能用到的数据： $\Phi(0.4242) = 0.663$ ， $F_{0.05}(1, 30) = 4.17$ ， $t_{0.025}(30) = 2.0423$

一、（每小题 5 分，共 30 分）

1、设两个相互独立的事件 A 和 B 都不发生的概率为 $\frac{1}{9}$ ，事件 A 发生且 B 不发生的概率与事件 A 不发生且 B 发生的概率相等，则 $P(A)$ 为多少？

2. 某火车站有 4 个候车室，有 100 名旅客进站候车，并随意地选择候车室，则每个候车室内至少有一名旅客的概率为多少？（可以只写出表达式）

3. 设 X 的密度函数为 $p(x) = \begin{cases} ax+b, & 1 < x < 3 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$ ，且 $P\{2 < X < 3\} = 2P\{-1 < X < 2\}$ ，则常数 a, b 为多少？

诚信关乎个人一生，公平竞争赢得尊重。

以下行为是严重作弊行为，学校将给予留校察看或开除学籍处分：1.替他人考试或由他人替考；2.通讯工具作弊；3.团伙作弊。

4、设相互独立的两个随机变量 X 与 Y 均服从 $[0,3]$ 上的均匀分布，求 $P\{1 < \max(X,Y) \leq 2\}$ 的值.

5、设总体服从正态分布 $N(20, 3^2)$ ，抽取容量 $n_1 = 10$ 及 $n_2 = 15$ 的两个样本，求两个样本均值之差的绝对值大于 0.3 的概率.

6、设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ， X_1, X_2, \dots, X_9 为 X 的简单随机样本，令 $\bar{X} = \frac{1}{8}(X_1 + \dots + X_8)$,

$S^2 = \frac{1}{7} \sum_{i=1}^8 (X_i - \bar{X})^2$ ，试求 $Y = \frac{\sqrt{8}(X_9 - \bar{X})}{3S}$ 的分布.

二、(10 分) 从数 1,2,3,4 中任取一个数，记为 X ，再从 1,2,..., X 中任取一个数，记为 Y ，试求 $P\{Y = 2\}$.

诚信关乎个人一生，公平竞争赢得尊重。

以下行为是严重作弊行为，学校将给予留校察看或开除学籍处分：1.替他人考试或由他人替考；2.通讯工具作弊；3.团伙作弊。

三、(10 分) 设二维随机变量 (X, Y) 在 G 上服从均匀分布， G 由 $x - y = 0, x + y = 2$ 与 $y = 0$ 围成。

则 (1) 求 X 密度函数 $p_X(x)$ ；(2) 设 $Z = X + Y$ ，求 Z 的密度函数 $p_Z(z)$ 。

四、(10 分) 设随机变量 X, Y 相互独立， X 的概率分布列为 $P\{X = i\} = \frac{1}{3}$ ($i = -1, 0, 1$)， Y 的

密度函数为 $f_Y(y) = \begin{cases} 1, & 0 \leq y < 1 \\ 0, & \text{other} \end{cases}$ ，记 $Z = X + Y$ 。试求 $P\left\{Z \leq \frac{1}{2} \mid X = 0\right\}$ 。

五、(10分) 设总体 X 的概率密度为 $p(x) = \begin{cases} ae^{-3(x-\theta)}, & x \geq \theta, \\ 0, & x < \theta. \end{cases}$ X_1, X_2, \dots, X_n 是 X 的样本

则 (1) 求常数 a 的值；(2) 求参数 θ 的最大似然估计量。

六、(10分) 在生产中积累了32组某种铸件在不同腐蚀时间 x 下，腐蚀深度 y 的数据，求得回归方程为 $\hat{y} = -0.4441 + 0.002263x$ ，且误差方差的无偏估计为 $\hat{\sigma}^2 = 0.001452$ ，总偏差平方和为 $S_T = 0.1246$ 。

- (1) 求回归平方和 S_r 和残差平方和 S_e ；
- (2) 对回归方程的效果进行显著性检验 ($\alpha = 0.05$)；
- (3) 若腐蚀时间 $x = 870$ ，计算腐蚀深度 y 的预测值。

诚信关乎个人一生，公平竞争赢得尊重。

以下行为是严重作弊行为，学校将给予留校察看或开除学籍处分：1.替他人考试或由他人替考；2.通讯工具作弊；3.团伙作弊。

七、(12分) 设 $X_1, X_2, \dots, X_n (n > 2)$ 为来自总体 $X \sim N(0, \sigma^2)$ 的简单随机样本，其样本均值为 \bar{X} 。

记 $Y_i = X_i - \bar{X}$ ， $i = 1, 2, \dots, n$ 。试

(1) 求 Y_i 的方差；(2) 求 Y_1 与 Y_n 的协方差；(3) 若 $c(Y_1 + Y_n)^2$ 是 σ^2 的无偏估计量，求常数 c 。

诚信关乎个人一生，公平竞争赢得尊重。

以下行为是严重作弊行为，学校将给予留校察看或开除学籍处分：1.替他人考试或由他人替考；2.通讯工具作弊；3.团伙作弊。

- 八、(8分) (1) 分别叙述伯努里大数定律和隶莫佛尔—拉普拉斯极限定理；
(2) 用隶莫佛尔—拉普拉斯定理证明伯努里大数定律。