

---

练习 1: 有一信源, 它在开始时以  $p(a) = 0.6, p(b) = 0.3, p(c) = 0.1$  的概率发出  $X_1$ ; 如果  $X_1$  为  $a$  时, 则  $X_2$  为  $a, b, c$  的概率为  $1/3$ ; 如果  $X_1$  为  $b$ ,  $X_2$  为  $a, b, c$  的概率为  $1/3$ ; 如果  $X_1$  为  $c$ ,  $X_2$  为  $a, b$  的概率为  $1/2$ , 为  $c$  的概率为  $0$ , 而且后面发出  $X_i$  的概率只与  $X_{i-1}$  有关, 又  $p(X_i|X_{i-1}) = p(X_2|X_1), i \geq 3$ 。(1) 这是什么信源? (2) 画出状态转移图; (3) 并计算信源熵率。

练习 2: 一个字符空间为  $0, 1$  的一阶齐次马氏信源  $X_1, X_2, \dots$  的状态转移矩阵为

$$P = \begin{pmatrix} 0.75 & 0.25 \\ 0.25 & 0.75 \end{pmatrix},$$

(1) 试求在第  $n$  时刻时的状态转移矩阵  $P^n$ ; (2) 若初始分布为  $X_1 \sim p(x) = (1/3, 2/3)$ , 求第  $n$  时刻状态分布  $p^{(n)}$ ; (3) 求平稳分布, 并与第 (2) 问中极限分布比较。

练习 3: 一个齐次马氏信源  $X_1, X_2, \dots$  的状态转移矩阵为  $P = \begin{pmatrix} 0.1 & 0.9 \\ 0.6 & 0.4 \end{pmatrix}$ , 试求

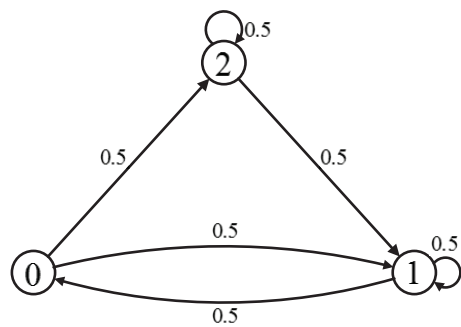
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} H(X_1, X_2, \dots, X_n).$$

练习 5: 设齐次马列氏信源  $X_1, X_2, \dots, X_n, \dots$  的字符空间为  $1, 2, 3$ , 已知初始概率分布及转移概率矩阵为

$$X_1 \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1/2 & 1/4 & 1/4 \end{pmatrix} \quad P = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/4 & 1/4 \\ 2/3 & 0 & 1/3 \\ 1/3 & 2/3 & 0 \end{pmatrix}.$$

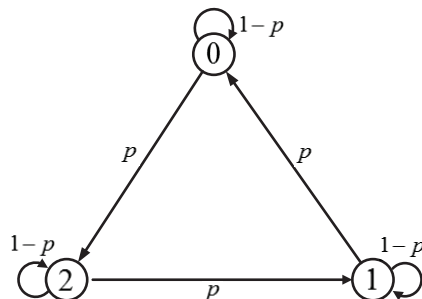
- (1) 二长序列  $X_2X_3$  的可能取值与分布。
- (2) 平稳分布与熵率。
- (3) 信源的冗余度及状态转移图。
- (4) 经过多久信源可以达到平稳状态?

练习 6： 一阶齐次马氏信源  $X_1, X_2, \dots$  它的状态转移如图，求状态平稳时分布及信源的



熵率。

练习 8: 设有三个字符  $\{0, 1, 2\}$  一阶齐次马氏信源  $X_1, X_2, \dots$  它的状态转移如图其中  $1 > p > 0$ 。(1) 求状态平稳时分布及信源的熵率。(2) 当  $p$  为何值时熵率最大?(3) 当



$p=0$  及  $p=1$  时熵率是多少? 有什么意义?