

诚信关乎个人一生，公平竞争赢得尊重。

以下行为是严重作弊行为，学校将给予留校察看或开除学籍处分：1.替他人考试或由他人替考；2.通讯工具作弊；3.团伙作弊。

## 中国矿业大学 2019~2020 学年第 一 学期

### 《 概率论与数理统计 A 》 试卷（B） 卷

考试时间：100 分钟

考试方式：闭 卷

学院 数学学院 班级 \_\_\_\_\_ 姓名 \_\_\_\_\_ 学号 \_\_\_\_\_

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	总分
得分									
阅卷人									

可能用到的数据： $\Phi(2.29) = 0.989$ ， $z_{0.975} = 1.96$ ， $t_{0.975}(7) = 2.3646$ ， $F_{0.95}(1, 7) = 5.59$

一、（每小题 5 分，共 30 分）

1、已知  $P(A) = 0.7$ ， $P(A - B) = 0.3$ ，试求  $P(\overline{AB})$ 。

2、设随机变量  $X$  的概率密度为  $f(x) = \begin{cases} e^{-x}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$ ，试求  $P\{X \leq 2 | X \geq 1\}$ 。

3、设  $X$  的分布律为

$X$	-1	0	2
$P_k$	$2\theta$	$\theta$	$1 - 3\theta$

其中  $\theta$  ( $0 < \theta < \frac{1}{3}$ ) 是未知参数，试求  $\theta$  的矩估计量。

诚信关乎个人一生，公平竞争赢得尊重。

以下行为是严重作弊行为，学校将给予留校察看或开除学籍处分：1.替他人考试或由他人替考；2.通讯工具作弊；3.团伙作弊。

---

4、已知某人共有  $n$  把钥匙，其中只有一把可以打开房间门，他忘记哪把可以打开房门，每次任取一把钥匙试开，并将打不开的钥匙除去，试求试开次数  $X$  的数学期望。

5、设总体  $X$  服从  $\lambda = 2$  的指数分布， $X_1, X_2, \dots, X_n$  为来自总体的简单随机样本，问当

$n \rightarrow \infty$  时， $Y_n = \sum_{i=1}^n X_i^2$  依概率收敛于多少？

6、设  $X_1, X_2, X_3, X_4$  是来自正态总体  $N(0, 2^2)$  的简单随机样本，记统计量

$T = a(X_1 - 2X_2)^2 + b(3X_3 - 4X_4)^2$ ，如果已知统计量  $T$  服从  $\chi^2$  分布，试求  $a, b$  与自由度。

诚信关乎个人一生，公平竞争赢得尊重。

以下行为是严重作弊行为，学校将给予留校察看或开除学籍处分：1.替他人考试或由他人替考；2.通讯工具作弊；3.团伙作弊。

---

二、(10分) 设随机变量  $X$  和  $Y$  相互独立，其中  $X$  的概率分布列为

$$X \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0.3 & 0.7 \end{pmatrix}$$

而  $Y$  的概率密度为  $p_Y(y)$ ，求随机变量  $U = X + Y$  的概率密度  $g(u)$ 。

三、(10分) 已知二维随机变量  $(X, Y)$  的联合概率密度为  $p(x, y) = \begin{cases} 4.8y(2-x), & 0 < y < x < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$

(1) 求  $X, Y$  的边缘概率密度  $p_X(x)$ ,  $p_Y(y)$ ；

(2) 判断随机变量  $X$  与  $Y$  是否相互独立。

诚信关乎个人一生，公平竞争赢得尊重。

以下行为是严重作弊行为，学校将给予留校察看或开除学籍处分：1.替他人考试或由他人替考；2.通讯工具作弊；3.团伙作弊。

---

四、(10 分) 设某种电气元件不能承受超负荷试验的概率为 0.05，现在随机地取 100 个这样的元件进行超负荷试验，以  $X$  表示“不能承受试验而烧毁的元件数”，试根据中心极限定理，计算  $P\{5 \leq X \leq 10\}$ 。

五、(10 分) 设电池的寿命服从指数分布，其概率密度为  $p(x) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x}{\theta}} & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases}$ ，其中  $\theta > 0$

为未知参数，今随机抽取 5 只，测得寿命如下：1150，1190，1310，1380，1420，试求电池的平均寿命  $\theta$  的最大似然估计值。

诚信关乎个人一生，公平竞争赢得尊重。

以下行为是严重作弊行为，学校将给予留校察看或开除学籍处分：1.替他人考试或由他人替考；2.通讯工具作弊；3.团伙作弊。

六、（10 分）设总体  $X \sim N(\mu, 0.2)$ ，在原假设  $H_0: \mu = \mu_0$  的显著性检验时，取接受域  $\{|\bar{X} - \mu_0| < 0.1\}$ ，要使犯第一类错误的概率不大于 0.05，试求样本容量至少为多少？

七、（10 分）某建材实验室做陶粒混凝土实验时，考察每立方米 ( $\text{m}^3$ ) 混凝土的水泥用量  $x$  (kg) 对混凝土抗压强度  $y$  ( $\text{kg} / \text{cm}^2$ ) 的影响，测得下列数据：

$x$ (kg)	1.5	1.8	2.4	3.0	3.5	3.9	4.4	4.8	5.0
$y$ ( $\text{kg} / \text{cm}^2$ )	4.8	5.7	7.0	8.3	10.9	12.4	13.1	13.6	15.3

设混凝土抗压强度  $y$  与水泥用量  $x$  之间具有线性关系：

$$y = \alpha + \beta x + \varepsilon, \quad \varepsilon \sim N(0, \sigma^2),$$

已算得

$$\sum_{i=1}^9 x_i = 30.3, \quad \sum_{i=1}^9 y_i = 91.11, \quad \sum_{i=1}^9 x_i y_i = 345.09, \quad \sum_{i=1}^9 x_i^2 = 115.11, \quad \sum_{i=1}^9 y_i^2 = 1036.65.$$

(1) 求线性回归方程  $\hat{y} = \hat{\alpha} + \hat{\beta}x$ ；

(2) 对回归效果的显著性进行检验（显著性水平  $\alpha = 0.05$ ）。

诚信关乎个人一生，公平竞争赢得尊重。

以下行为是严重作弊行为，学校将给予留校察看或开除学籍处分：1.替他人考试或由他人替考；2.通讯工具作弊；3.团伙作弊。

---

八、(10分)  $X_1, X_2, \dots, X_n$  是独立同分布的正值随机变量，证明  $E\left(\frac{X_1 + X_2 + \dots + X_k}{X_1 + X_2 + \dots + X_n}\right) = \frac{k}{n}$  .