

以下行为是严重作弊行为，学校将给予留校察看或开除学籍处分：1. 替他人考试或由他人替考；2. 通讯工具作弊；3. 团伙作弊。

考试科目： 微分方程数值解 试卷类型： B 卷  
课程代码： M10131 考试时间： 100 分钟 考试方式： 闭卷  
开课学院： 数学学院 年级专业： 数学学院 2020 级

题号	一	二	三	四	五	六	七	总分
得分								
阅卷人								

考生签名:

中国矿业大学 第 1 页 共 4 页

二、（本题 15 分）若对常微分方程

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = f(x, y), x \in I, \\ y(x_0) = y_0 \end{cases} \quad \text{建立以下数值格式 } y_{i+1} = y_i + \frac{h}{12}(23f_i - 16f_{i-1} + 5f_{i-2}),$$

其中  $f_i = f(x_i, y_i)$ ，求此格式的局部截断误差，并判断此方法的阶数。

三、（本题 15 分）考虑一维热抛物线型方程

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = a \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, & 0 < x < 1 (a > 0) \\ u(x, 0) = \phi(x), u(0, t) = \alpha(t), u(1, t) = \beta(t) \end{cases},$$

给出时间离散一阶向前 Euler 格式，空间离散是二阶精度的差分格式并讨论上述格式的稳定性。

#### 四、（本题 15 分）对线性对流方程

$$\begin{cases} \frac{\partial u(x, t)}{\partial t} + 2 \frac{\partial u(x, t)}{\partial x} = 0, & -\infty < x < +\infty, t > 0 \\ u(x, 0) = \varphi(x), & -\infty < x < +\infty, \end{cases}$$

推导该方程的 Beam-Warming 格式，并推导出稳定性条件。

#### 五、（本题 15 分）对边值问题

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0, & (x, y) \in D = (0, 1) \times (0, 1) \\ u(0, y) = 1, u(1, y) = 0, u(x, 0) = u(x, 1) = 1 - x \end{cases}$$

建立该边值问题的五点差分格式，取  $h = 1/3$ ，求该问题的数值解。

六、（本题 15 分）对边值问题

$$\begin{cases} -\frac{d^2u}{dx^2} = x, 0 < x < 1 \\ u(0) = 0, u(1) = 0. \end{cases}, \text{ 将区间 } [0,1] \text{ 等分为 4 个子区间, 利用线性元构造}$$

有限元方法，并给出离散后的方程组的矩阵形式，并求有限元解。

七、（本题 10 分）简述本学期实验内容、过程及结果分析，并给出心得体会。