**中国矿业大学2021～2022学年第 1 学期**

**《信息论与编码》试卷（A）卷**

**考试时间：100 分钟 考试方式：闭 卷**

**学院 班级 姓名 学号**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **题　号** | 一 | 二 | 三 | 四 | 五 | 六 | **总分** |
| **得　分** |  |  |  |  |  |  |  |
| **阅卷人** |  | | | | | | |

一、填空（每题3分满分30分）

1、设英文字母c发生的概率为0.105，则这个字母包含的信息量为　 3.25 bits。

2、设概率密度集合，其中为常数，则在上的最大熵是 nats，达到最大熵分布密度是。

3、将英文字母组成的信源看成一阶马氏信源，发出字母G概率为0.4，并且转移概率 则信源发出消息GDP包含信息量1.8971 nats。

4、设离散无记忆信道的传输矩阵为，信道容量为C bits；将两个这样的信道独立并

行，则总信道矩阵为，容量为 2C bits。

5、设六个字符A、B、C、D、E、F的3进编码分别是0，1，12，20，21，22，则该编码对应码长序列满足Kraft不等式；（正确、错误）；该编码的第一个后缀分解集是；该编码是唯一可译码；（正确、错误）。

6、当离散无记忆信道的 输入分布式等概率分布 时最大后验概率译码方法等同于最大似然概率译码方法。

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| X Y | 0 | 1 |
| 0 | 3/8 | 2/8 |
| 1 | 1/8 | 2/8 |

二、（15分）设随机变量X，Y具有联合分布律如下，随机变量，求：（1）联合熵；（2）相对熵；（3）互信息I(X;Z)。（单位用nat）

解：（1）先求X，Z的联合分布，如下：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| X Z | 0 | 1 | 2 |
| 0 | 3/8 | 2/8 | 0 |
| 1 | 0 | 1/8 | 2/8 |

所以。

（2）随机变量X，Z的概率分布为：

，，



（3）从而，。



三、（10分）设离散信道传输图如下，求它的容量、最大输入、输出分布。



解：，这是对称信道，故：

；

它的最大输入、输出分布都是等概率分布：



四、（15分）已知一阶齐次马氏信源字符空间有三个字符，状态转移图如下：

1. 如果初始分布为，求条件熵；（2）求平稳分布；（3）求熵率；

解：转移概率矩阵：，



从而：



（2）设平稳分布，由得到：，

从而，再由得到平稳分布：。

（3）熵率为：，



五、（15分）已知离散无记忆信源字符空间及其上概率分布为：

，

1. 求字符三进仙农码字；（2）求所有字符的四进Huffman编码；

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 字符 | 概率 | 累积概率 | 三进数值 | 码长 | 码字 |
| A7 | 0.04 | 0 | 0.00 | 3 | 000 |
| A4 | 0.05 | 0.04 | 0.0010… | 3 | 001 |
| A5 | 0.06 | 0.09 | 0.0021… | 3 | 002 |
| A8 | 0.07 | 0.15 | 0.1100… | 3 | 110 |
| A1 | 0.1 | 0.22 | 0.1222… | 3 | 122 |
| A6 | 0.1 | 0.32 | 0.2212… | 3 | 221 |
| A2 | 0.18 | 0.42 | 0.1021… | 2 | 10 |
| A3 | 0.4 | 0.60 | 0.1210… | 1 | 1 |

（1）按照公式，可以求出每个字符的码长，列于表中，求出累计概率的三进数值列于表中，对应码字也列于表中。

（2）四进huffman编码的编码表如下：

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 码字 | 字符 | 概率 |
| 0 | A3 | 0.4 |
| 1 | A2 | 0.18 |
| 2 | A6 | 0.1 |
| 30 | A1 | 0.1 |
| 31 | A8 | 0.07 |
| 32 | A5 | 0.06 |
| 330 | A4 | 0.05 |
| 331 | A7 | 0.04 |
| \* | A9 | 0 |
| \* | A10 | 0 |

六、（15分）设(5,2)线性分组码的校验矩阵H如下，（1）若码字后两位为消息位，求所有消息的码字并填入下表（要求写出生成方程）；（2）求码字的最小汉明距离；（3）如果输出是，求它的伴随式，它应当译成什么消息？

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 消息 | 00 | 01 | 10 | 11 |
| 码字 | 00000 | 11001 | 10110 | 01111 |

解：（1）有四个消息00，01，10，11，它们的码字长度为5，并且具有形式：

，由得到：

，，据此取可以求码字，它们的码字列于表中。

（2）这四个码字构成线性码，所汉明距离就是汉明重量：.

（3）如果输出是，它的伴随式，

对应错误矢量为：，故输出对应的码字为，

应该译成消息01。