

Построение параметрического портрета системы. Нахождение областей множественности стационарных состояний и автоколебаний.

Изначально в качестве модели рассматривалась автокаталитическая химическая реакция, происходящая на поверхности катализатора, описываемая следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = k_1(1 - x - y) - k_{-1}x - k_2z^2x \\ \frac{dy}{dt} = k_3x - k_{-3}y \\ 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1, 0 \leq x + y \leq 1 \end{cases} \quad (1)$$

Был произведен параметрический анализ относительно параметра k_1 , так были найдены области стационарных решений и помечены точки узло-седловой бифуркации и бифуркации Андронова-Хопфа (Рис. 1). Также для данной системы был произведен двухпараметрический анализ относительно параметров k_1 и k_2 . На параметрическом портрете системы были построены линии нейтральности и кратности для базового набора параметров, получена точка трехкратного равновесия (Рис. 2). Однако, как следует из параметрического портрета, для данной системы отсутствует область неустойчивого стационарного состояния (отсутствует «петля»), что также следует из графика зависимости решения от времени (Рис. 4), а также фазового портрета данной системы (Рис. 3)

Поэтому для более детального изучения неустойчивого стационарного состояния и проверки отсутствия ошибок в программной реализации метода нахождения линий нейтральности и кратности был выбран другой вариант системы дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = k_1z - k_{-1}x - k_3xz + k_{-3}y - k_2z^2x \\ \frac{dy}{dt} = k_3xz - k_{-3}y \\ 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1, 0 \leq x + 2y \leq 1 \end{cases} \quad (2)$$

Аналогично был произведен параметрический анализ относительно параметра k_1 , так были найдены области стационарных решений и помечены точки узло-седловой бифуркации и бифуркации Андронова-Хопфа (Рис. 5– 14) для разных

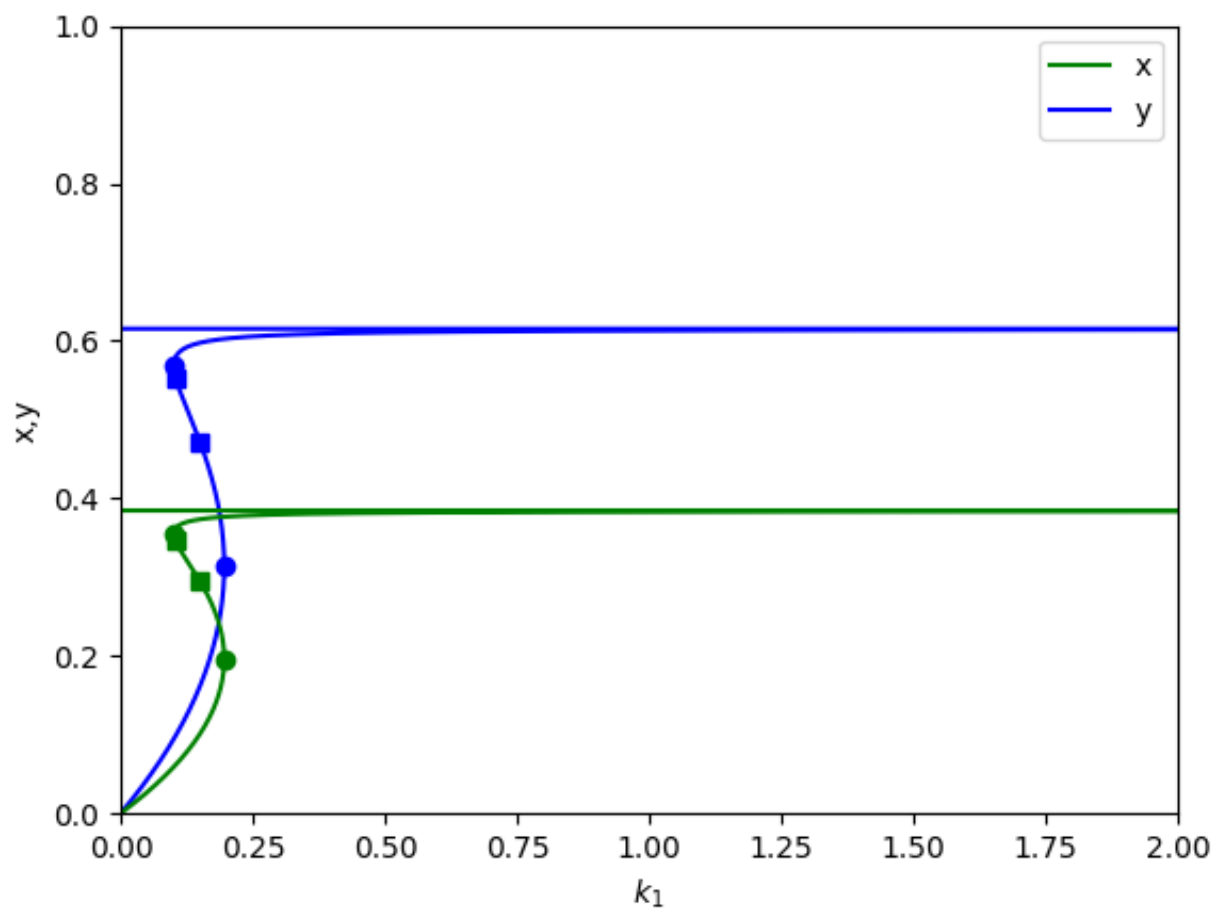


Рис. 1: $k_{-1} = 0.01, k_2 = 2, k_3 = 0.0032, k_{-3} = 0.002$

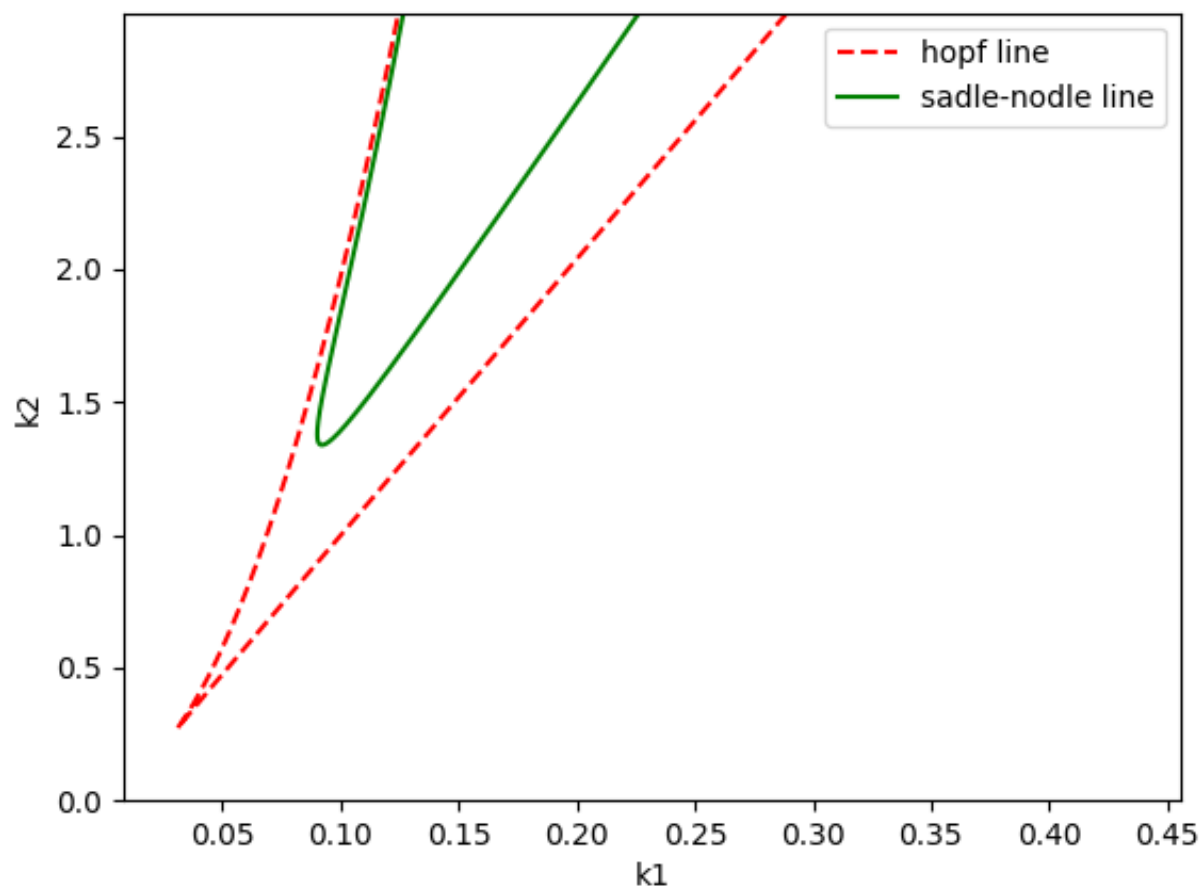


Рис. 2: $k_{-1} = 0.01, k_3 = 0.0032, k_{-3} = 0.002$

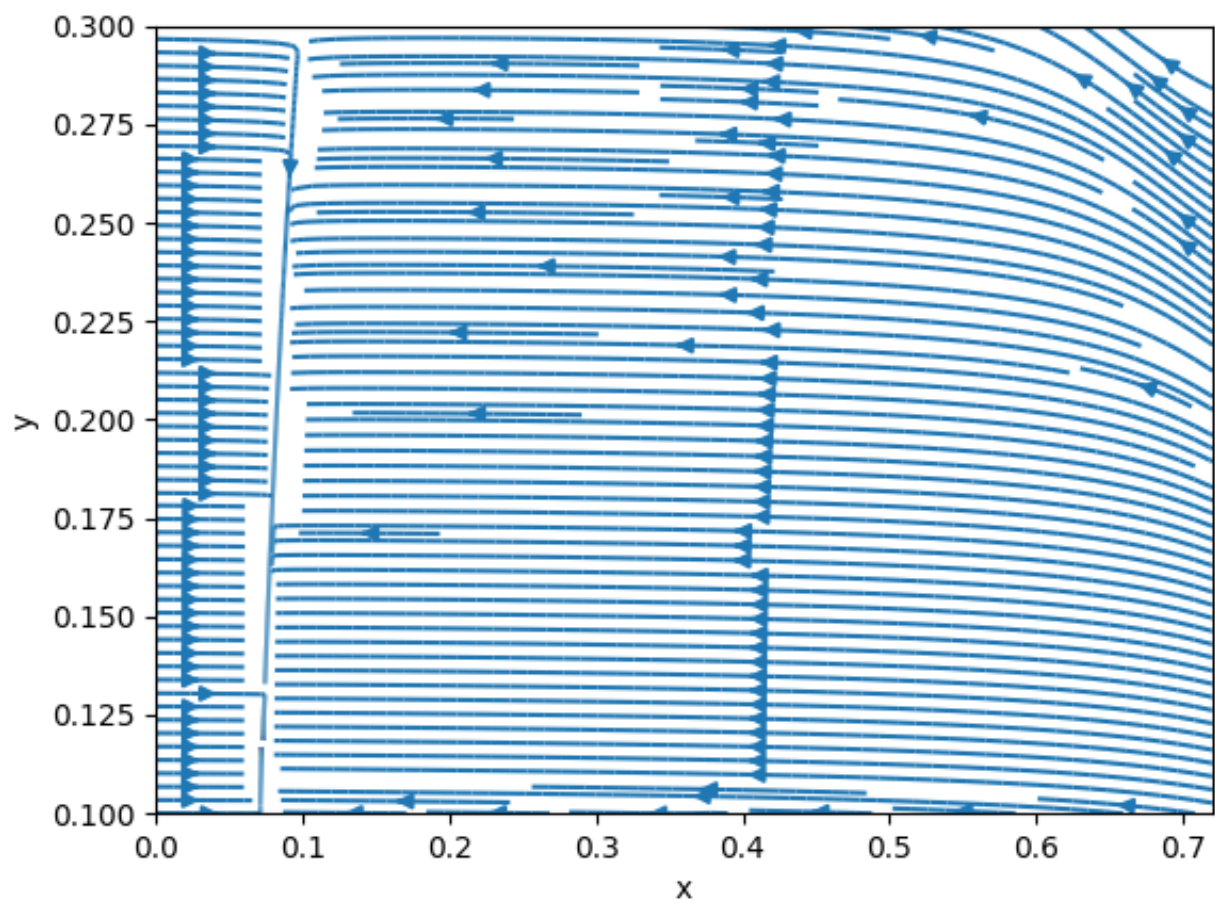


Рис. 3: Фазовый портрет при $k_1 = 1, k_2 = 2, k_{-1} = 0.01, k_3 = 0.0032, k_{-3} = 0.002$

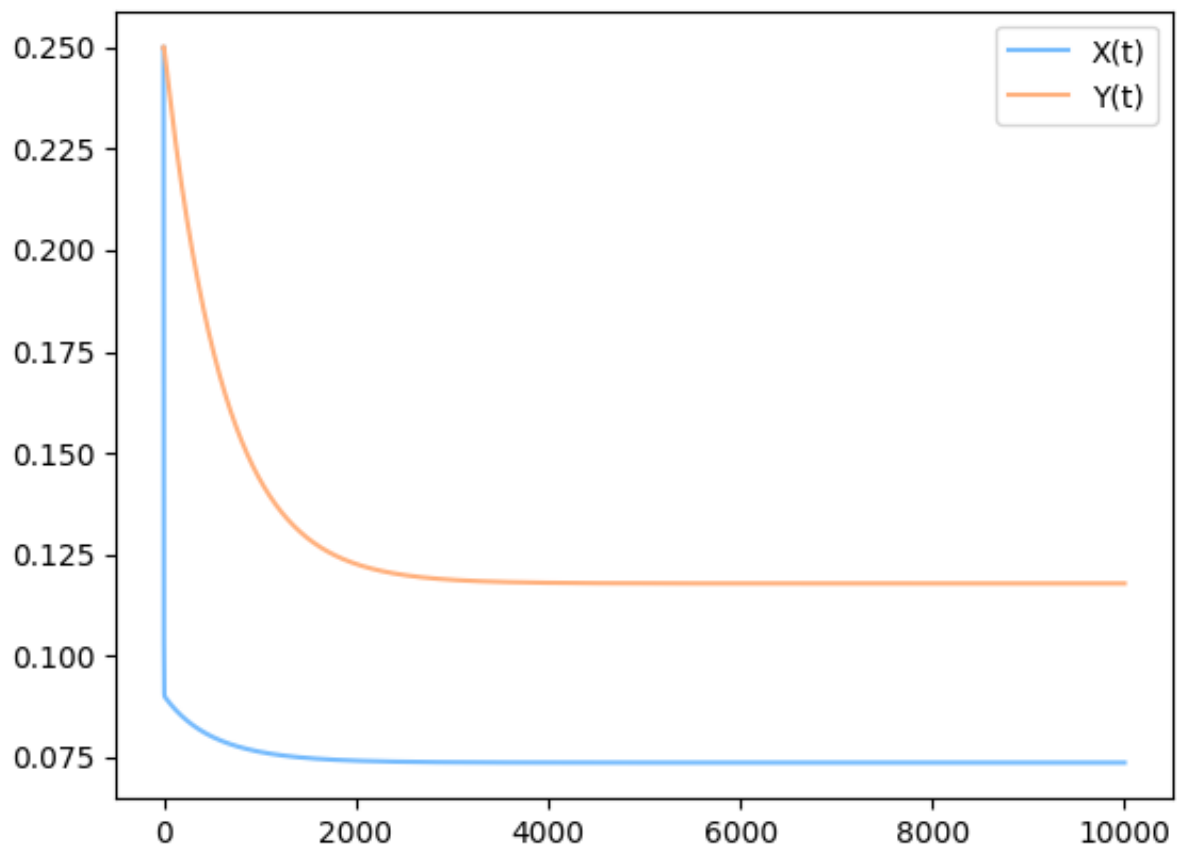


Рис. 4: Графики решения при $k_1 = 1, k_2 = 2, k_{-1} = 0.01, k_3 = 0.0032, k_{-3} = 0.002$

значений параметров k_{-1} и k_{-3} . Также для данной системы был произведен двухпараметрический анализ относительно параметров k_1 и k_2 . На параметрическом портрете системы были построены линии нейтральности и кратности для базового набора параметров, можно увидеть точку трехкратного равновесия (Рис. 15), а также определена область неустойчивого стационарного состояния (значения параметров внутри «петли»). Для значений параметров k_1 и k_2 из области автоколебаний был построен фазовый портрет, где имеется предельный цикл (Рис. 17). На Рис. 16 изображен график зависимости решения от времени для этих значений параметров k_1 и k_2 .

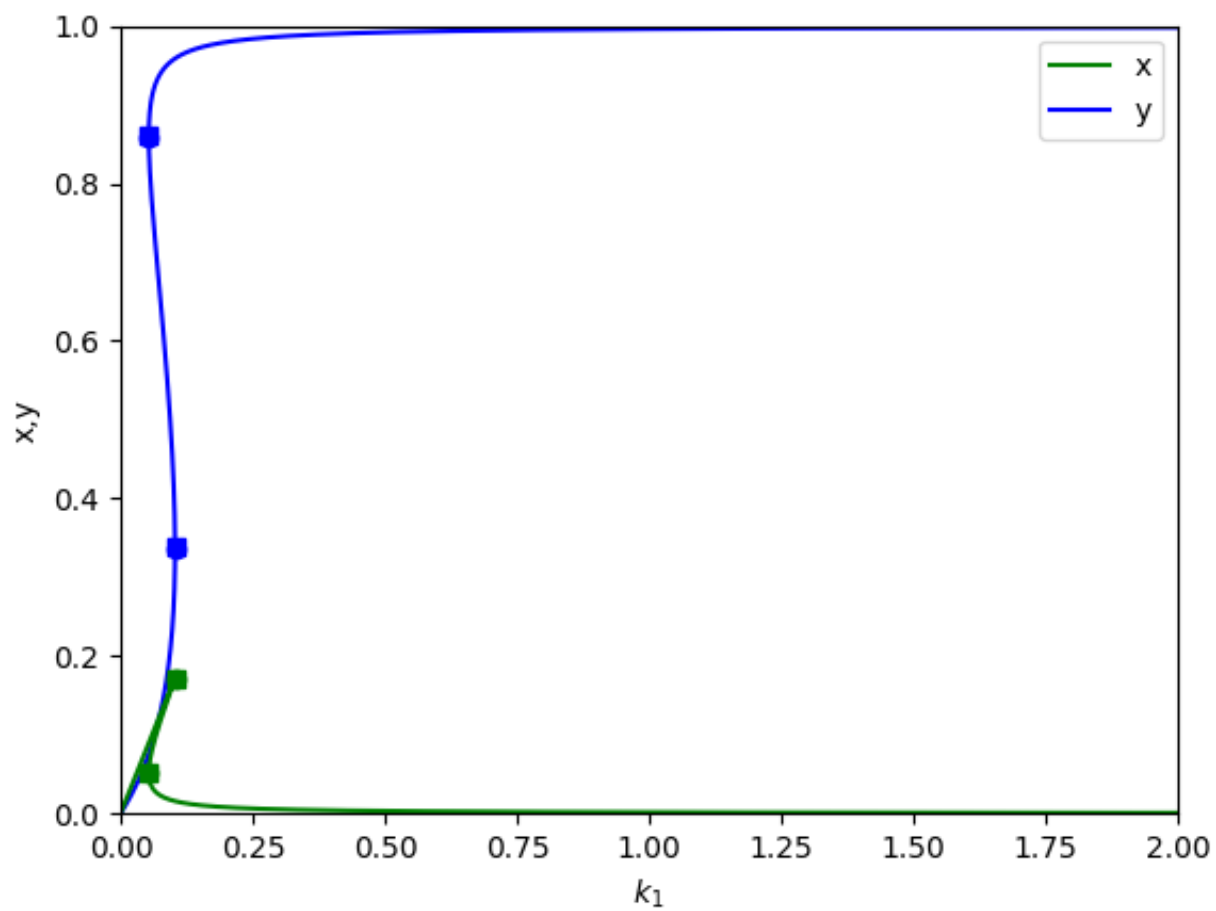


Рис. 5: $k_1 = 0.12, k_{-1} = 0.001, k_3 = 0.0032, k_{-3} = 0.002$

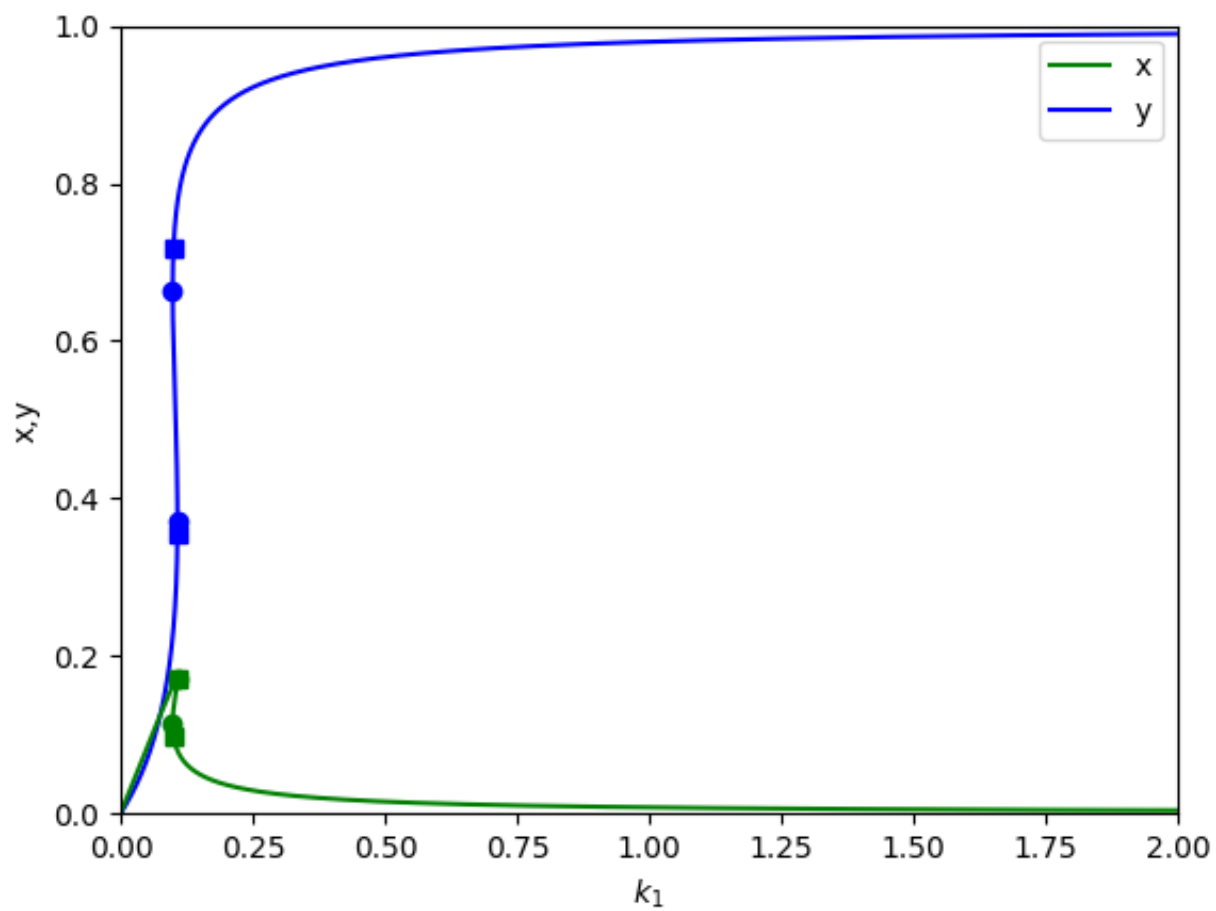


Рис. 6: $k_1 = 0.12, k_{-1} = 0.005, k_3 = 0.0032, k_{-3} = 0.002$

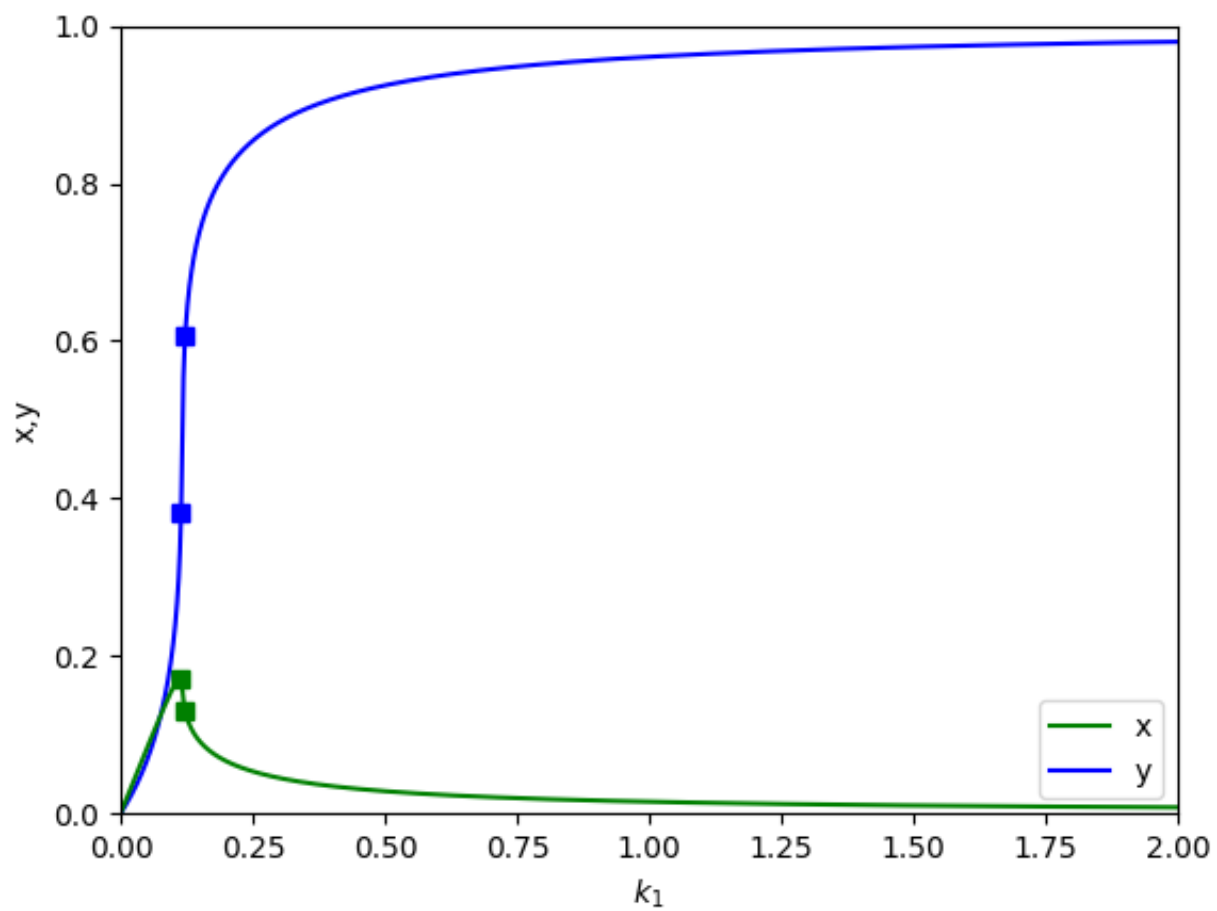


Рис. 7: $k_1 = 0.12, k_{-1} = 0.01, k_3 = 0.0032, k_{-3} = 0.002$

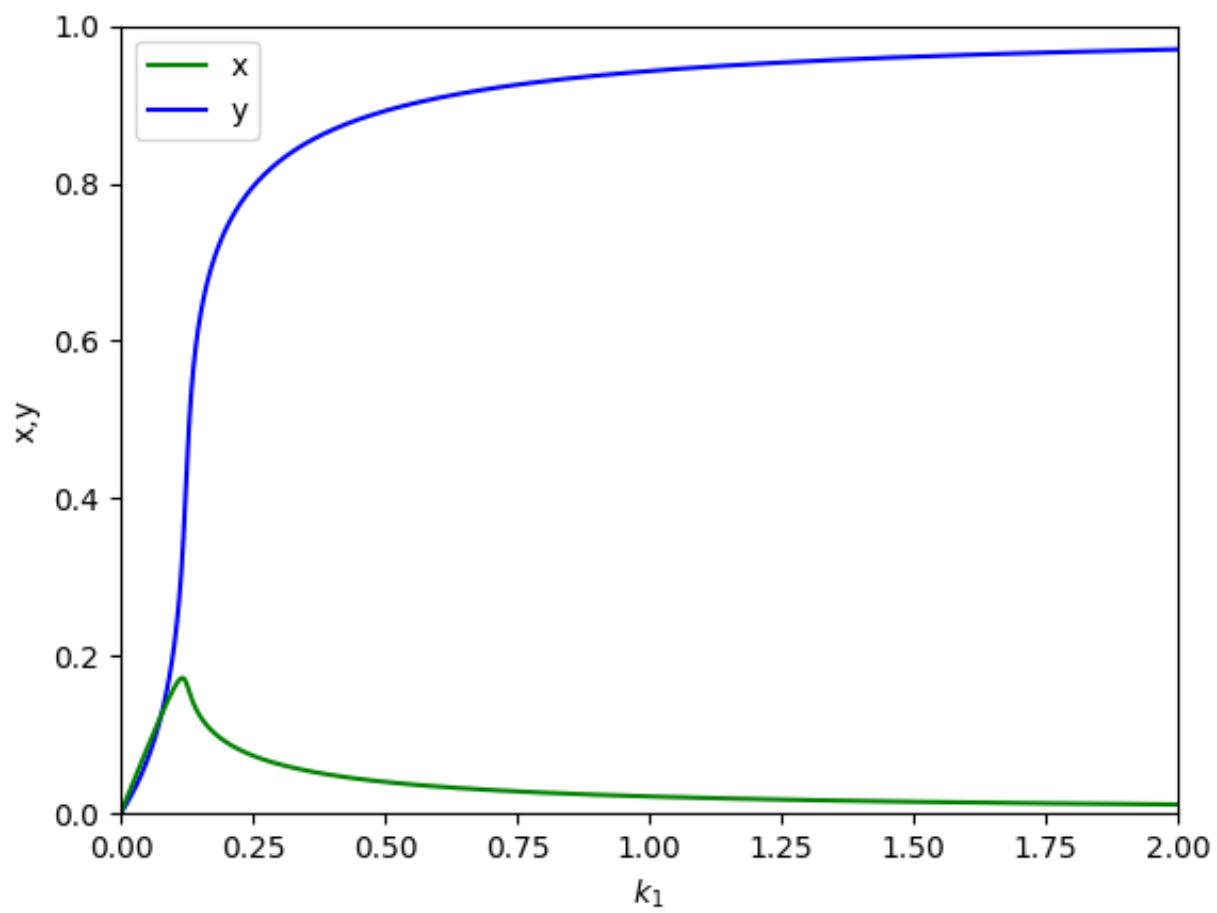


Рис. 8: $k_1 = 0.12, k_{-1} = 0.015, k_3 = 0.0032, k_{-3} = 0.002$

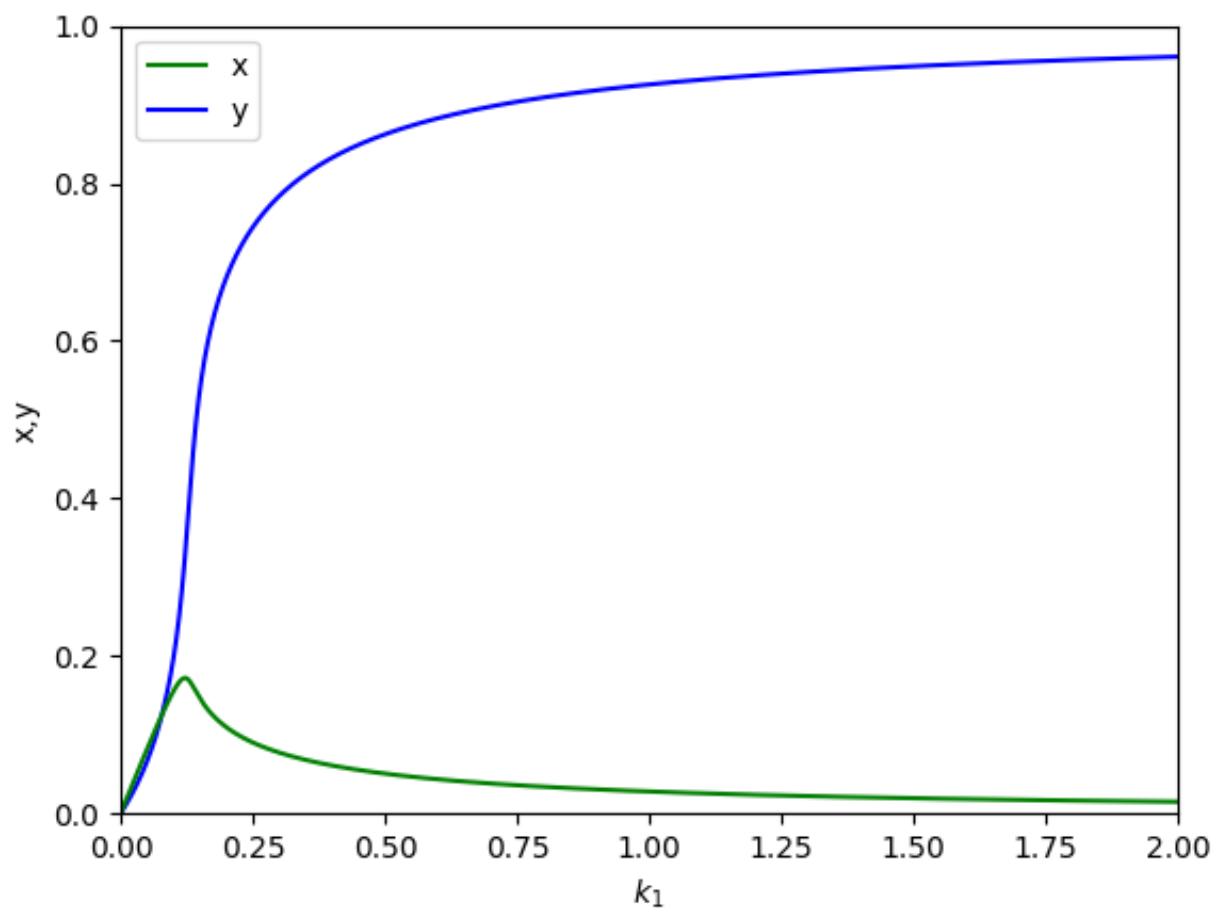


Рис. 9: $k_1 = 0.12, k_{-1} = 0.01, k_3 = 0.0032, k_{-3} = 0.002$

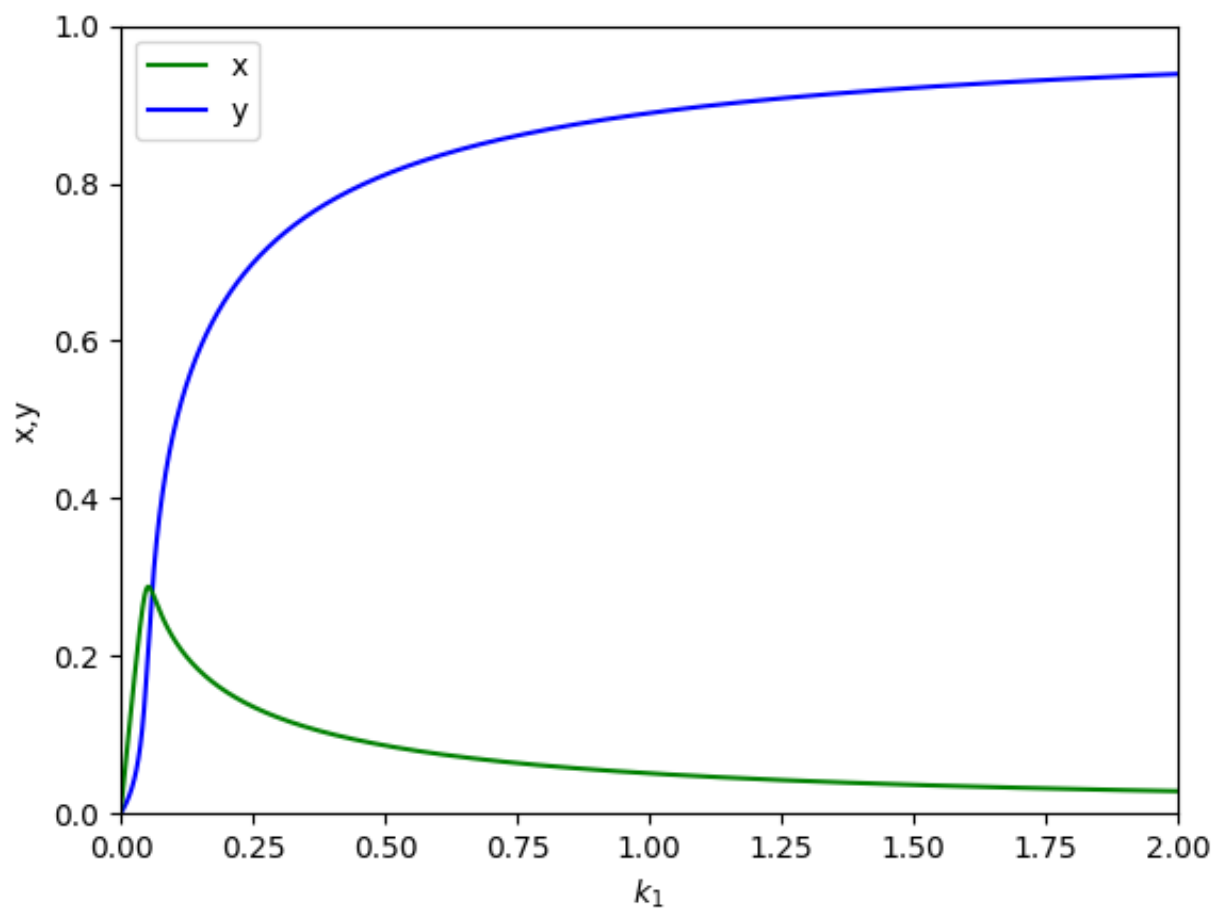


Рис. 10: $k_1 = 0.12, k_{-1} = 0.01, k_3 = 0.0032, k_{-3} = 0.0005$

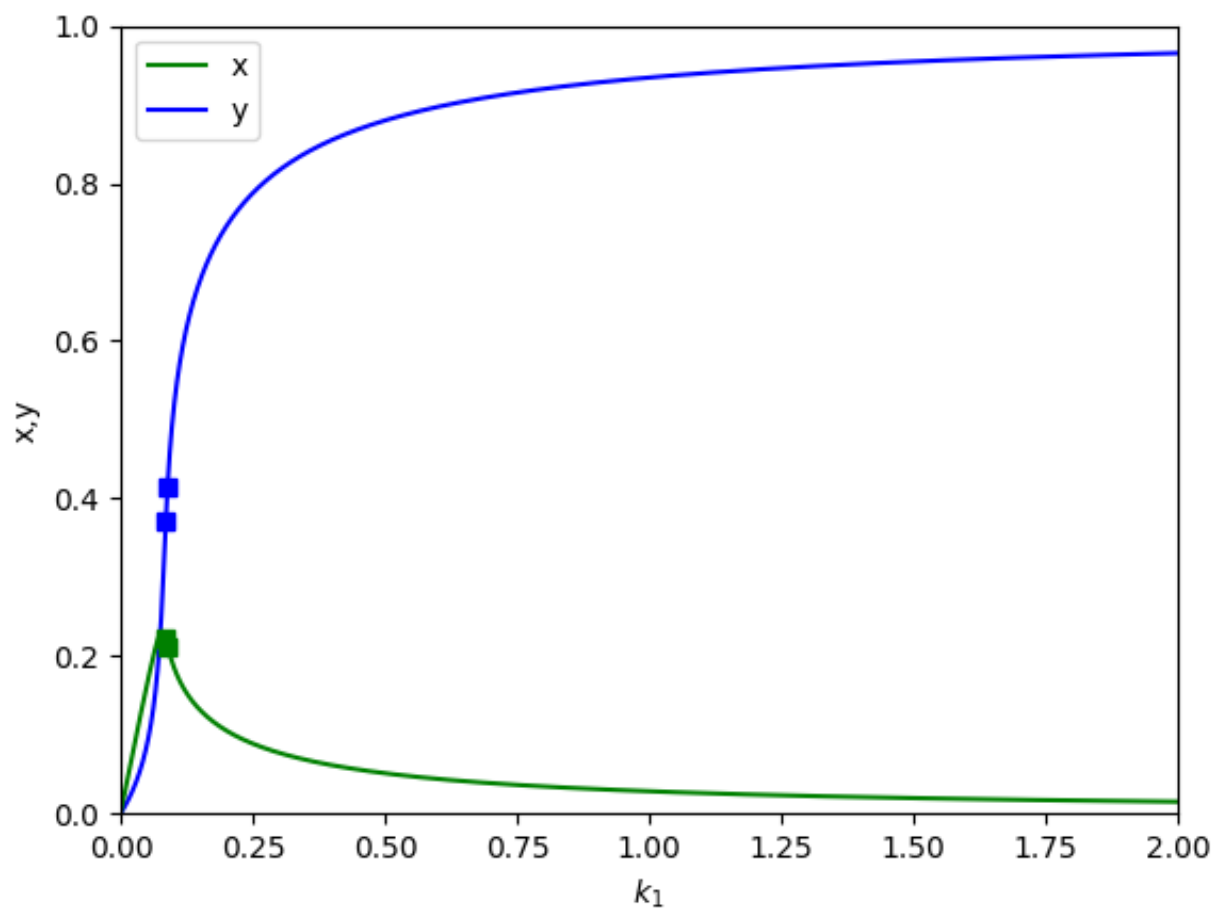


Рис. 11: $k_1 = 0.12, k_{-1} = 0.01, k_3 = 0.0032, k_{-3} = 0.001$

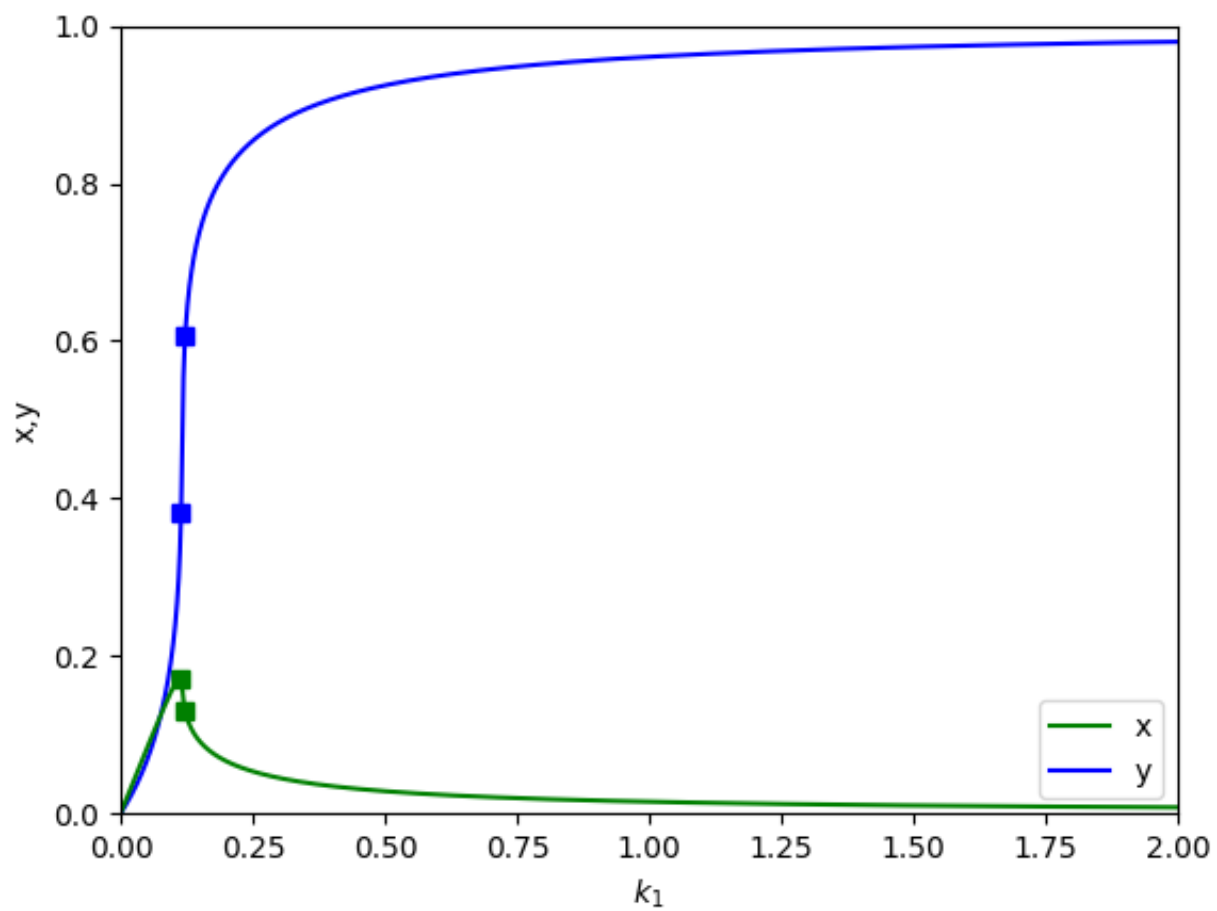


Рис. 12: $k_1 = 0.12, k_{-1} = 0.01, k_3 = 0.0032, k_{-3} = 0.002$

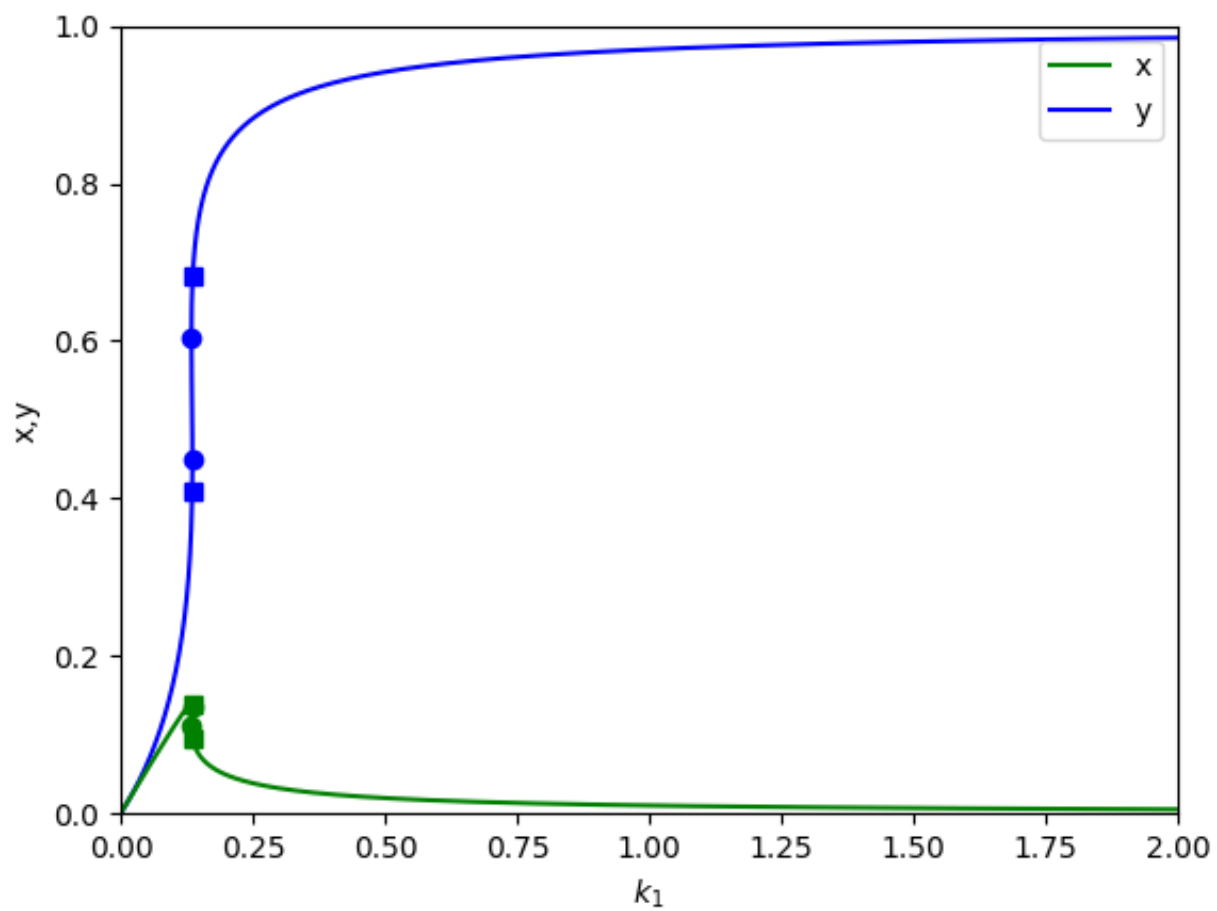


Рис. 13: $k_1 = 0.12, k_{-1} = 0.01, k_3 = 0.0032, k_{-3} = 0.003$

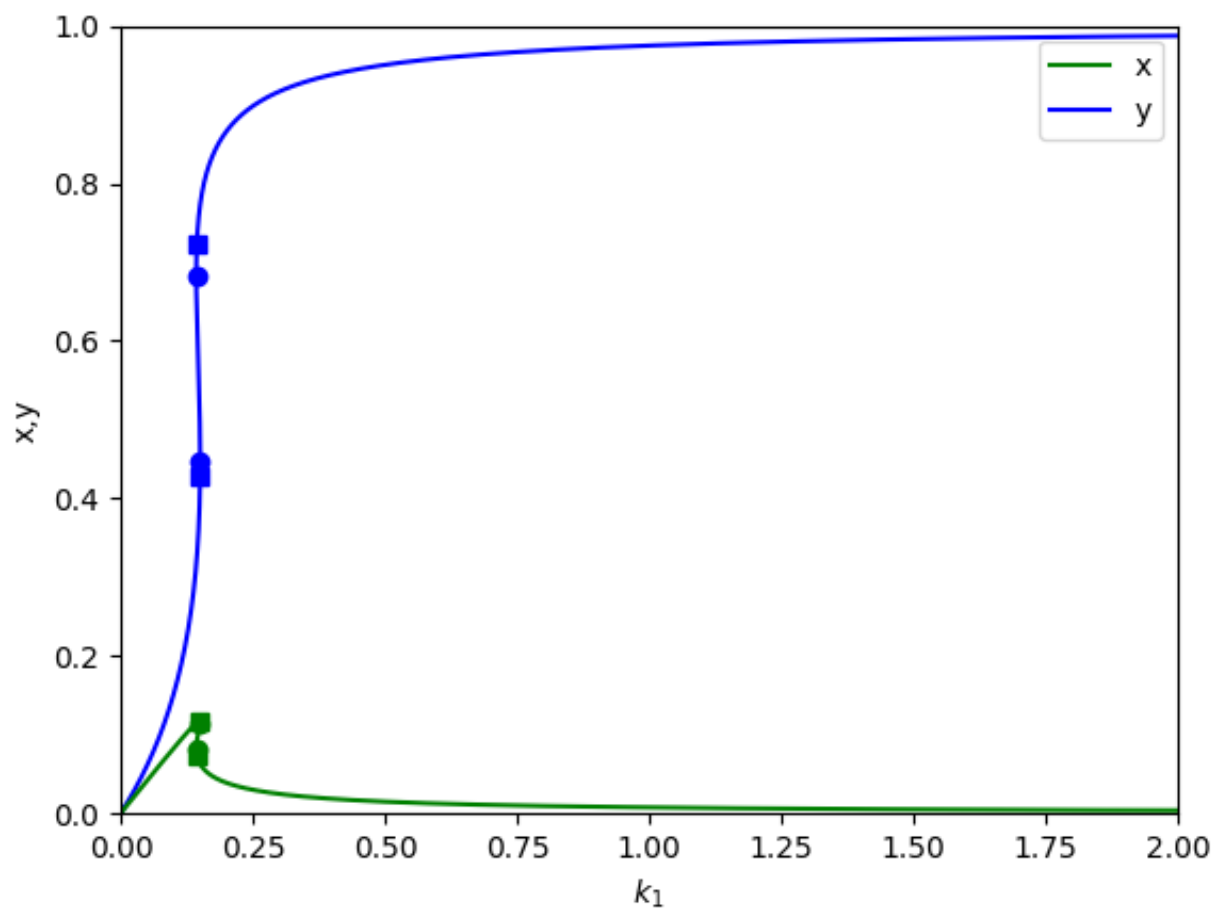


Рис. 14: $k_1 = 0.12, k_{-1} = 0.01, k_3 = 0.0032, k_{-3} = 0.004$

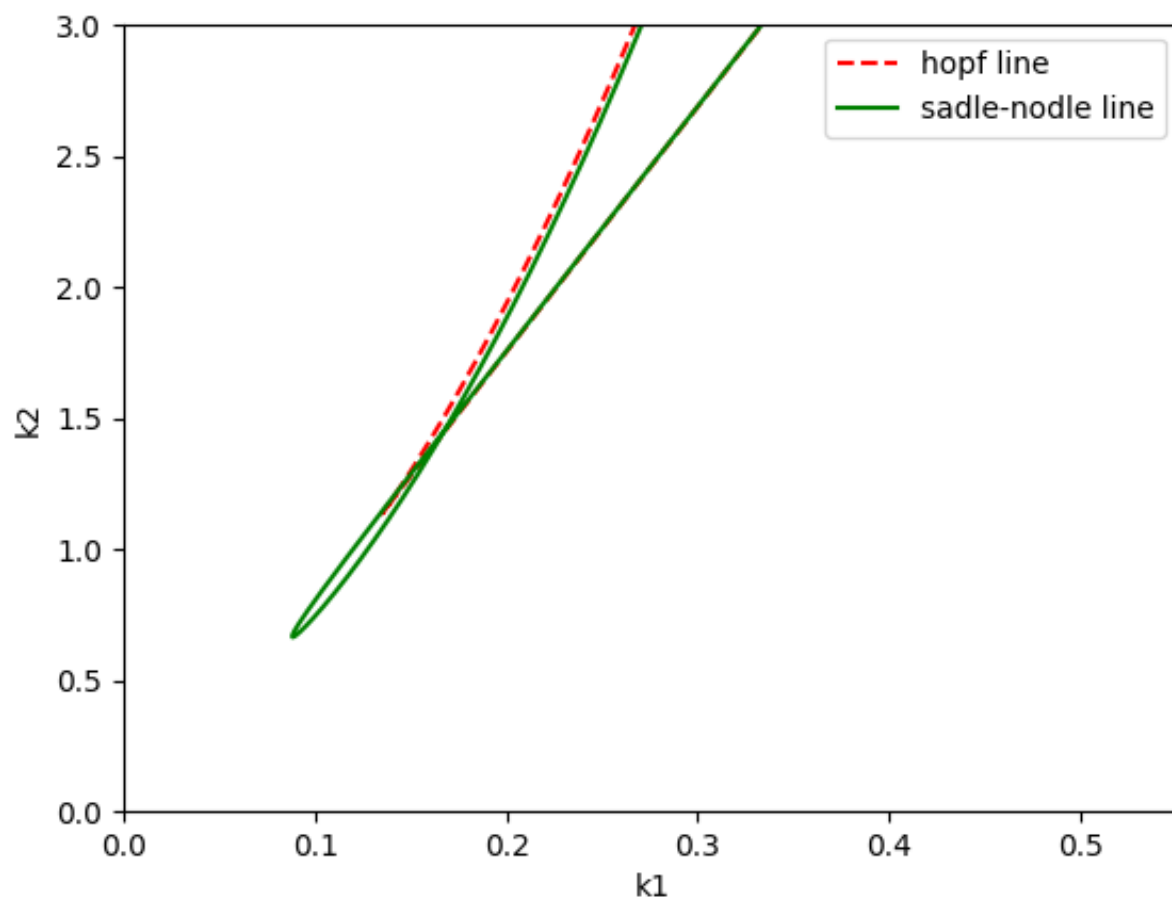


Рис. 15: $k_{-1} = 0.01, k_3 = 0.0032, k_{-3} = 0.002$

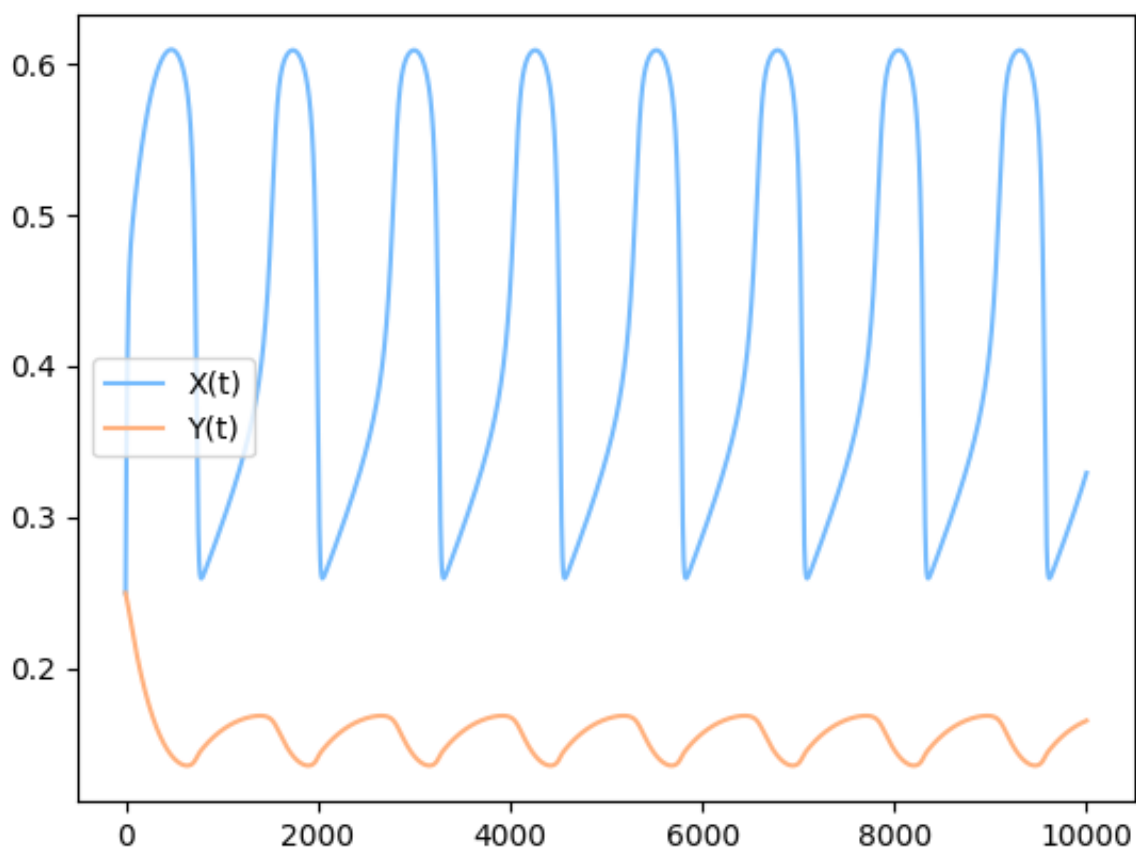


Рис. 16: Графики решения при $k_1 = 0.12, k_2 = 0.98, k_{-1} = 0.01, k_3 = 0.0032, k_{-3} = 0.002$

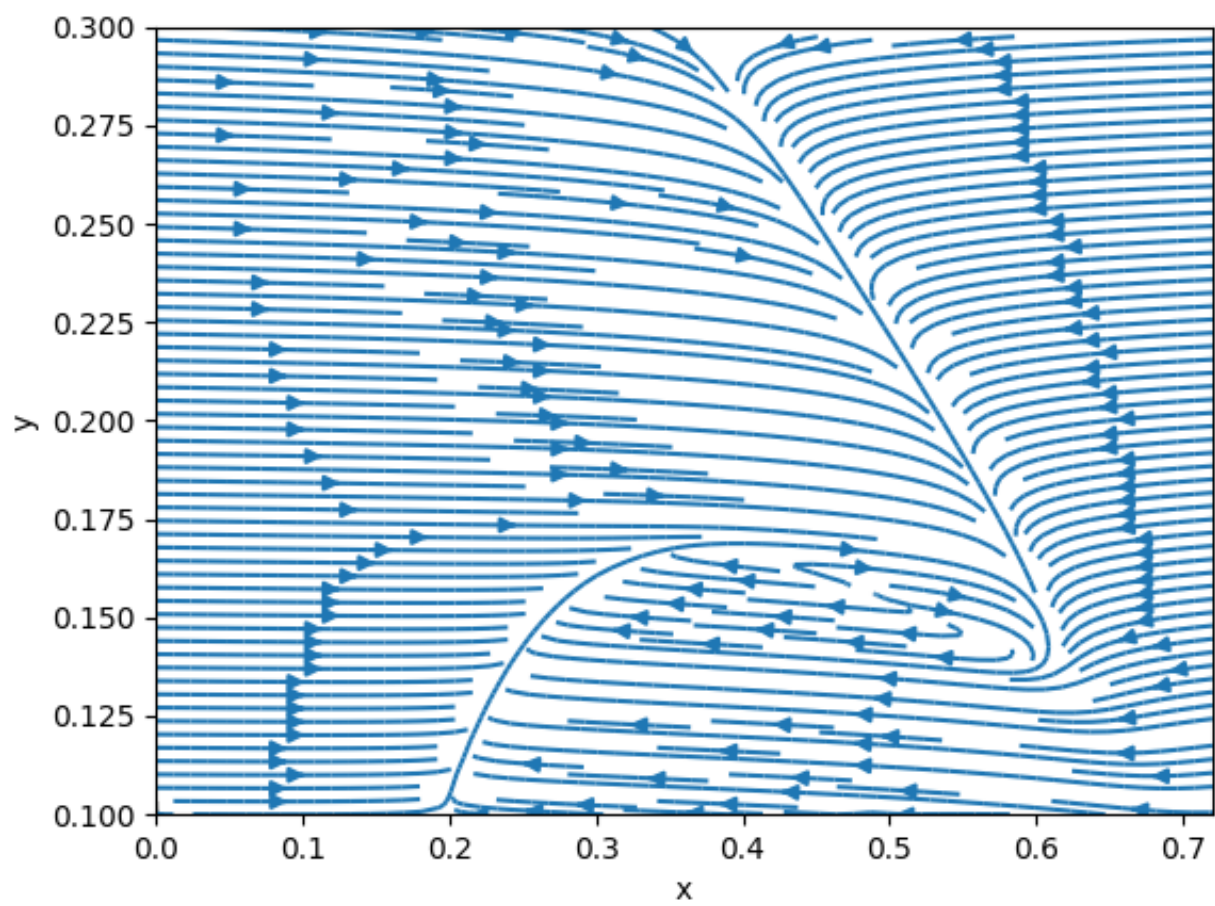


Рис. 17: Фазовый портрет при $k_1 = 0.12, k_2 = 0.98, k_{-1} = 0.01, k_3 = 0.0032, k_{-3} = 0.002$