

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Государственное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова»  
(ЯрГУ)

Кафедра компьютерных сетей

«Допустить к защите»

Заведующий кафедрой  
д. ф.-м. н., профессор  
\_\_\_\_\_ Глызин С. Д.  
«\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

Выпускная квалификационная работа

**Фреймворк для конечно-разностного  
моделирования диффузионных задач  
на гибридных вычислительных  
кластерах**

Научный руководитель  
д. ф.-м. н., профессор  
\_\_\_\_\_ Глызин С. Д.  
«\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

Студент группы ИВТ-43-БО  
\_\_\_\_\_ Фролов Д. А.  
«\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

Ярославль, 2015

# Содержание

<b>1</b>	<b>Постановка задачи</b>	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>Архитектура приложения</b>	<b>6</b>
2.1	Класс Solver и его потомки . . . . .	6
2.2	Класс Block и его потомки . . . . .	8
2.3	Класс Interconnect . . . . .	10
2.4	Класс Domain . . . . .	11
2.5	Схема работы приложения . . . . .	13
<b>3</b>	<b>Компоненты программного комплекса</b>	<b>15</b>
<b>4</b>	<b>Параллельный фреймворк</b>	<b>16</b>
4.1	Мелкозернистый параллелизм . . . . .	16
4.2	Крупнозернистый параллелизм . . . . .	17
4.3	Пересылки информации . . . . .	17

# Введение

Развитие современного общества зачастую ставит перед наукой цели, решение которых требует решения самых разнообразных систем дифференциальных уравнений. В том числе и систем диффузионных уравнений. К таким задачам можно отнести уравнение теплопроводности !!! (примеры других задач). Каждую из них можно решать с помощью численных методов, например, методом Эйлера, многошаговыми методами Рунге-Кутты или методами Дормана-Принца. Подобные вычисления удобно автоматизировать, чтобы в дальнейшем иметь возможность быстро производить расчеты.

# 1 Постановка задачи

Требовалось создать программный комплекс, с помощью которого можно было бы автоматизировать моделирования конечно-разностных диффузионных задач на гибридных вычислительных кластерах.

Задача реакции диффузии имеет следующий вид.

$$\frac{\partial u}{\partial t} = D \Delta u + F(u);$$

$$\frac{\partial u}{\partial v} = 0, F(0) = 0.$$

Точечная задача  $\dot{u} = f(u)$ , «определяющая реакцию», имеет устойчивый период  $\dot{u}_0(f)$ , который также !!!(слово) однородное решение задачи.

Для получения результата может быть применен один из следующих методов численного решения дифференциальных уравнений, а именно: метод Эйлера, четырехстадийный метод Рунге-Кутты, семистадийный метод Дормана-Принца.

Разрабатываемый программный комплекс должен поддерживать работу с уравнениями и системами уравнений, которые были бы распределены в одномерных, двумерных и трехмерных областях. Каждая из таких областей может быть представлена неким набором блоков. Для одномерного случая этими блоками являются отрезки, в случае плоскости - прямоугольники, параллелепипеды - если область трехмерна !!!примеры. Каждый из блоков характеризуется координатами в пространстве и размерами, а также информацией о своих границах. Границы блока могут состоять из нескольких частей, каждая из которых представлена !!! Нейман Дирихле, либо является местом соединения с другим блоком.

Кроме того, необходима поддержка современного оборудования с неоднородной архитектурой и иерархической организацией памяти. К системам с неоднородной архитектурой относятся, например, вычислительные кластеры, которые используют для расчетов мощности центрального процессора и видеокарт. Иерархическая организация памяти предполагает малые объемы высокоскоростной памяти и большие медленной. Подобный подход к реализации памяти подразумевает экономное расходование ресурсов в процессе выполнения с целью повешения общей производительности за счет ускоренного обращения к данным.

Программный комплекс должен иметь возможность по окончании вычислений сохранять полученный результат, а также выполнять сохранение текущего состояния в процессе выполнения для последующего возобновления вычислений с любого из сохраненных состояний. Кроме того, необходимо обладать инструментами для запуска расчетов до определен-

ного момента времени с данным шагом или выполнять заданное количество итераций.

В качестве языка программирования используемого для реализации поставленных задач был выбран C++ как наиболее подходящий для данных целей. Этот язык обладает необходимыми инструментами для удобной разработки подобного приложения, примером того может послужить механизм наследования. Кроме того, язык C++ дает возможность низкоуровневой работы с памятью, что позволяет производить оптимизацию программного кода на высоком уровне. Также, для этого языка разработана библиотека MPI, которая осуществляет передачу данных между разными машинами, что было необходимо в рамках данного проекта.

## 2 Архитектура приложения

### 2.1 Класс Solver и его потомки

Автоматизация вычислений дифференциальных уравнений, в том числе и диффузионных, требует использования численных методов решения. В данном проекте было реализовано несколько подобных методов:

1. метод Эйлера;
2. метод Рунге-Кутты;
3. метод Дормана-принца.

Первый метод является самым простым из всех перечисленных. Включает в себя одну стадию вычислений и имеет постоянный шаг.

Метод Рунге-Кутты, представленный в проекте, аналогично первому методу имеет неизменяемый шаг, но использует четырехстадийную схему решения.

Последний метод использует семистадийную схему расчетов и отличается от двух ранее рассмотренных наличием изменяемого шага, а также необходимостью предварительной подготовки перед началом работы.

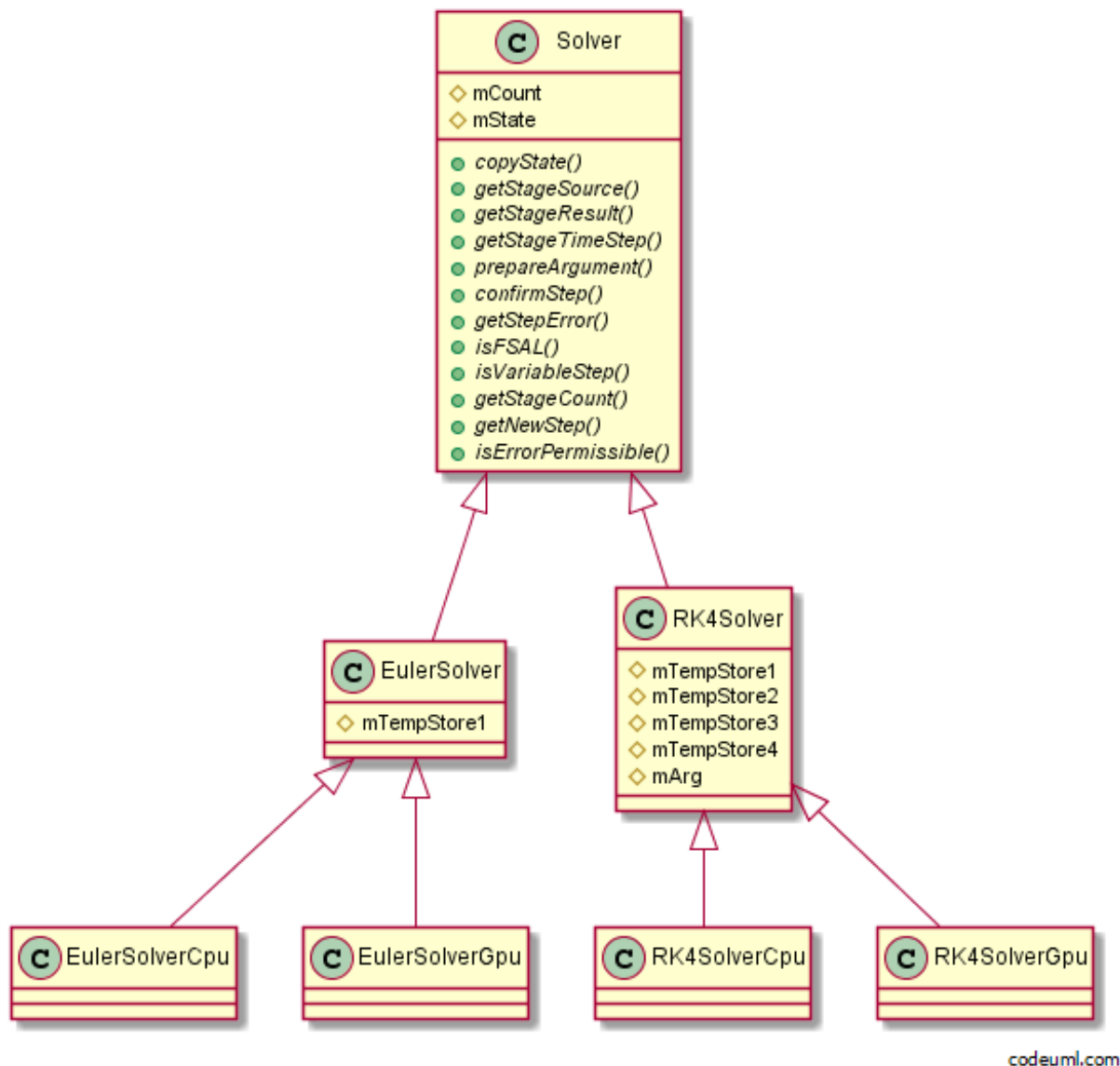
Для реализации всего вышеизложенного используются класс Solver и его наследники. Сам класс Solver лишь определяет интерфейс, которым должны обладать классы, реализующие методы численного решения.

В процессе работы необходимо знать некоторую общую информацию об используемом методе, для того чтобы корректно продолжать вычисления. Например, нужно знать сколько стадий необходимо методу или нужно ли выполнять изменение шага по времени. Подобную информацию содержат классы EulerSolver, RK4Solver и DP45Solver, которые являются наследниками Solver'a. Каждый из них обладает всей информацией о методе, которая может потребоваться в процессе вычислений: количество стадий, постоянный или изменяемый шаг, необходима ли методу предварительная подготовка. Кроме того, здесь же содержатся различные константы необходимые методу, например в DP45Solver это могут быть минимальный и максимальный коэффициенты изменения шага. Все эти классы не хранят данные о текущем состоянии решения, они предназначены исключительно для предоставления справочной информации.

Полноценными классами, способными хранить данные являются наследники вышеописанных классов, а именно EulerSolverCpu, EulerSolverGpu, RK4SolverCpu и так далее. Как видно из названий этих

классов каждая пара предназначена для работы на центральном процессоре и видеокарте соответственно. Подобное решение продиктовано разным способами выделения и работы с памятью на двух этих типах устройств.

Общую схему классов можно увидеть на Рис. 1.



**Рис. 1** Иерархия наследования для методов численного решения.

Рассмотрим подробнее работу данных классов на примере RK4SolverCpu. Экземпляр данного класса фактически является «хранилищем» данных. Текущее состояние хранится в mState, данное поле имеют все без исключения классы, реализующие различные численные методы. Кроме того, существует несколько дополнительных «хранилищ» (mTempStore1, mTempStore2, mTempStore3, mTempStore4), они используются для сохранения результатов вычисления на разных стадиях. Последний подобный «склад» это mArg, он необходим при получении нового состояния с использованием результатов, полученных ранее при вы-

полнении четырех стадий метода.

В процессе вычислений объект данного класса выдает источник данных и их приемник, для этого используются описанные ранее переменные. Например, на первой стадии в качестве источника информации будет предоставлено `mState`, а запишется информация в `mTempStore1`. Стоит отметить, что сам объект не занимается непосредственно вычислениями, это работа другого класса. После каждой стадии метода выполняется функция `prepareArgument()` она занимается необходимой обработкой полученных данных перед следующей итерацией метода.

После того, как шаг метода выполнен выполняется его подтверждение (`confirmStep()`), метод Рунге-Кутты является методом с постоянным шагом и никогда не отвергает полученные результаты, поэтому данная функция просто меняет местами содержимое `mState` и `mArg`, так как в последнем будет храниться новое состояние.

## 2.2 Класс Block и его потомки

Обсуждая вопрос архитектуры системы невозможно обойти одну из самых важных составляющих приложения - блоки. Область, над которой производятся вычисления, разбивается на составные части, которые и называются блоками. Для их представления используются класс `Block` и его потомки.

Класс `Block` является абстрактным классом и необходим для описания свойств, которые присущи всем блокам независимо от того, на каком типе устройства они будут выполняться. Например, к таким свойствам можно отнести размерность. каждый блок может быть одномерным, двумерным или трехмерным в зависимости от поставленной задачи. Кроме того, каждый блок обладает определенными координатами в пространстве и размерами. Важной информацией о блоке также является тип устройства, на котором будет производиться вычисление конкретно данного блока, и номер устройства, хранение этих данных тоже предусмотрена в данном классе.

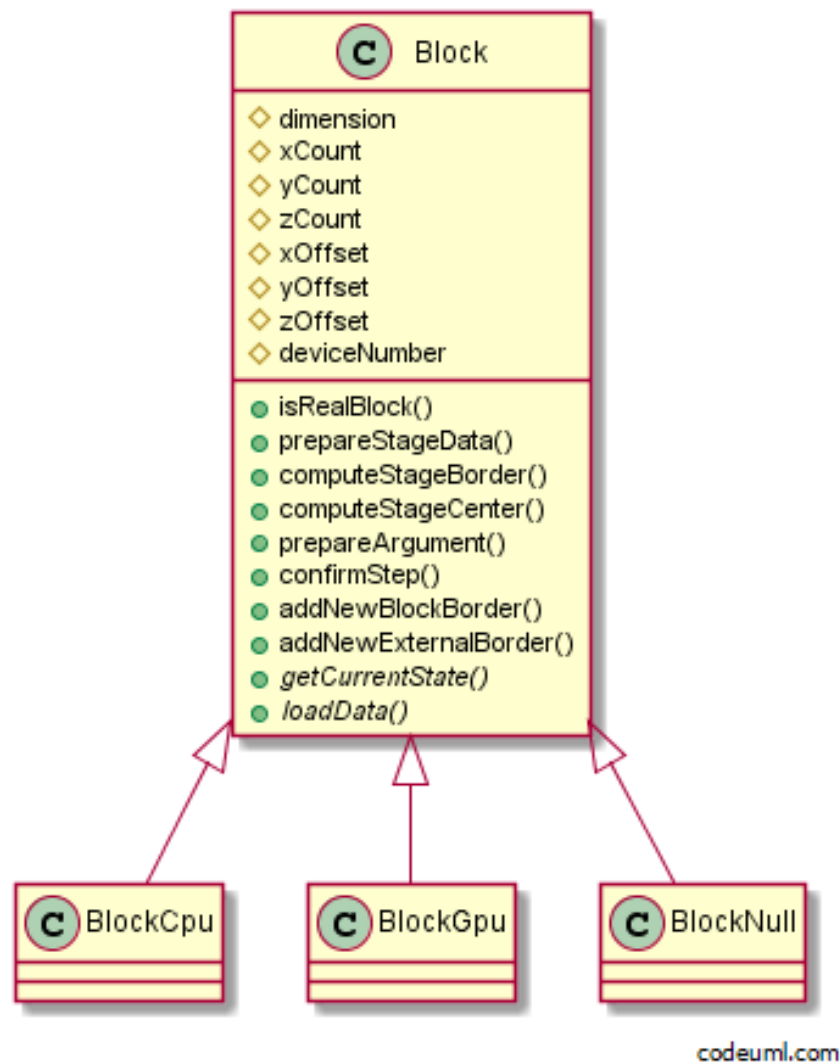
Каждый блок должен обладать определенным набором методов, которые описаны в классе `Block`. К таким методам относятся, например, вычисление нового состояния (`computeStageCenter()` и `computeStageBorder()`), подготовка к новой стадии численного метода (`prepareArgument()`), подтверждение выполненного шага и несколько других. Все эти методы позволяют полноценно работать с блоком и осуществлять вычисления.

Всего у класса `Block` существует три наследника (см. Рис. 2):

1. `BlockCpu`;
2. `BlockGpu`;



### 3. BlockNull.



**Рис. 2** Иерархия наследования для блоков.

Первые два класса-наследника работают на центральном процессоре и видеокарте соответственно. Как и в случае с Solver'ами подобное разделение обусловлено различными способами работы с памятью, но в данном случае это не единственная причина. В зависимости от типа устройства меняется и способ осуществления параллельных вычислений: для центрального процессора используется библиотека OpenMP, а для видеокарты язык CUDA. Подробнее это будет рассмотрено в одной из следующих глав. Объекты этих классов создают себе «хранилища» (наследников класса Solver) для работы с данными и реально занимаются вычислениями.

BlockNull класс-наследник Block, который никаким образом не хранит данные текущем состоянии той части области, за которую он по идее отвечает. На самом деле он нужен для того чтобы обозначить, что составляющая области, относящаяся к данному блоку на самом деле обра-

батывается другим потоком и на другой машине. Но он позволяет выполнить все функции присущие блоку: получение координат и размеров, даже выполнение расчетов, правда в данном случае ничего рассчитано не будет.

Отдельно стоит осветить вопрос пользовательских функций. Задача реализации высокого уровня абстракции предполагала генерацию программного кода по пользовательским функциям. Наряду с областью, над которой выполняются вычисления, пользователь задает систему уравнений, которую необходимо моделировать, кроме того, задаются граничные условия. Исходя из полученных данных формируется набор пользовательских функций, которые необходимы для работы приложения. В этот набор входят функции, которые задают начальное состояние области, а также функции, позволяющие рассчитать новое значение в определенной ячейке блока.

Каждый блок имеет специальную матрицу, которая совпадает по размеру с количеством ячеек, относящихся к блоку. В этой матрице лежат индексы функций, которые ответственны за перерасчет конкретно данной ячейки. На этапе подготовки выполняет компиляция пользовательских функций и формирования списка указателей на них. Индексы из этого списка и заносятся в матрицу. Функция для любой ячейки имеет унифицированную сигнатуру, что позволяет удобным образом осуществлять ее вызов, не задумываясь об особом статусе ячейки, если таковой имеет место быть.

## 2.3 Класс Interconnect

В процессе вычислений блокам требуется информация, которую необходимо получить от других составляющих области. Поэтому в контексте рассмотрения класса для передачи информации между блоками полезно заострить внимание на особенностях, связанных с их размещением. Очевидно, что существует три варианта размещения каждой пары блоков друг относительно друга:

1. блоки располагаются на одном вычислительном устройстве;
2. блоки размещаются на разных устройствах в пределах одной машины;
3. блоки находятся на разных машинах.

В случае расположения блоков на одном вычислительном устройстве проблема обеспечения доступа одного блока к данным, складываемой другим, фактически отсутствует, так как в данной ситуации нет ограничения для доступа к памяти.

Во втором случае существуют ограничения вызванные тем, что центральный процессор не имеет возможности напрямую читать из памяти видеокарты, ровно как и видеокарта не может осуществлять подобные манипуляции с памятью центрального процессора. Данная проблема решается путем выделения памяти под данные, которые необходимы другим блокам, в специальной области, доступ к которой имеют оба вида вычислительных устройств.

Основные трудности связаны с передачей информации в третьем случае. Расположения блоков на разных машинах гарантирует невозможность прямого обращения к памяти и получения информации. Для решения данной проблемы и создан класс `Interconnect`. Объекты данного класса используются для пересылки данных между блоками, который располагаются на различных узлах вычислительного кластера. Каждый экземпляр хранит номер потока, являющегося источником информации, то есть потока, в котором реально приписан интересующий нас блок. Кроме того, хранится номер потока приемника информации, такой потом тоже содержит реальный блок, которому необходима данная информация. Также каждый объект класса `Interconnect` знает длину массива передаваемой информации, это необходимо для корректной работы библиотеки `MPI`, которая используется для передачи данных.

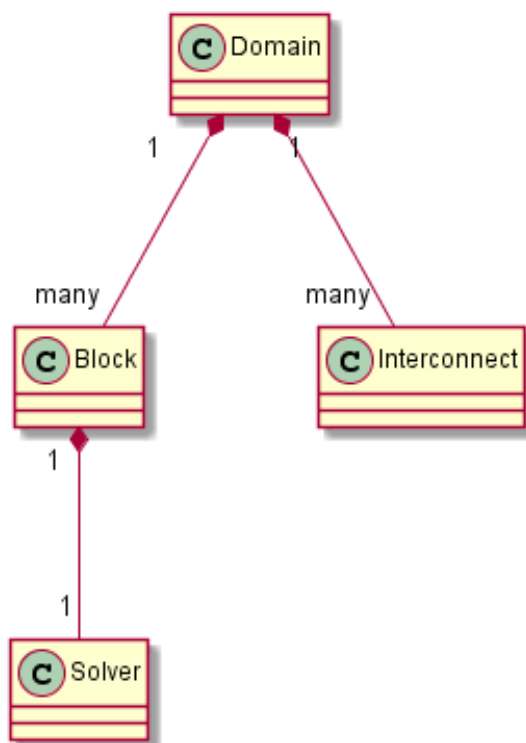
Экземпляры данного класса создаются на каждую связь между блоками всеми потоками исполнения независимо от того относятся ли зависимые блоки к данным потокам. При вызове функции передачи/-приема экземпляр класса выполнит либо отправку сообщения с данными, либо их прием в зависимости от номера потока, который вызвал данную функцию у себя, либо не будет выполнено ничего, если пересылка осуществляться не должна, например поток не имеет к ней вообще никакого отношения, не является ни источником, ни приемником, либо пересылка для данной связи не требуется - она относится к первым двум случаям.

## 2.4 Класс `Domain`

Главным управляющим классом приложения является класс `Domain`. Объект данного класса создается в единственном экземпляре каждым потоком. Предполагается, что на одном вычислительном узле не запускается более одного потока. Подобное ограничение введено с целью исключить следующую ситуацию. На одной машине одновременно выполняются два или более потоков. Каждый из них имеет некоторое количество блоков и вполне вероятно, что некоторые блоки, принадлежащие разным потокам, окажутся на одном вычислительном устройстве. Кроме того, очевидно, что все блоки располагаются в пределах одной машины. Как было описано ранее в подобной ситуации передача

данных между блоками средствами библиотеки MPI не требуется, так как ее можно организовать проще и, что еще более важно, она может осуществляться быстрее. Но в случае, который сейчас рассматривается, передача информации будет осуществляться именно через стороннюю библиотеку. С целью предотвращения подобной ситуации и было введено данное ограничение, которое фактически не мешает полноценному функционированию приложения.

Объекты класса Domain, как было сказано ранее, осуществляют управление вычислениями, каждый на своем потоке. В начале выполнения считывается файл, содержащий всю необходимую информацию о решаемой задаче: количество блоков, их размерность, размеры и координаты, а также данные о связях между блоками и другие сведения. Все это позволяет полностью сформировать набор переменных для дальнейшего решения (см. Рис. 3). Основную часть этих переменных, конечно, составляют блоки и связи между ними. Кроме того, здесь же выполняется присвоение значений таким переменным как номер потока выполнения, количество потоков в целом, количество блоков и соединений. Также создается объект класса-наследника Solver, который будет предоставлять необходимую информацию о численном методе, применяющемся для решения задачи.



codeuml.com

Рис. 3 Общая архитектура приложения.

## 2.5 Схема работы приложения

Прежде чем переходить к рассмотрению схемы работы приложения (см. Рис. 4) необходимо ввести понятия центральных и граничных элементов блока.

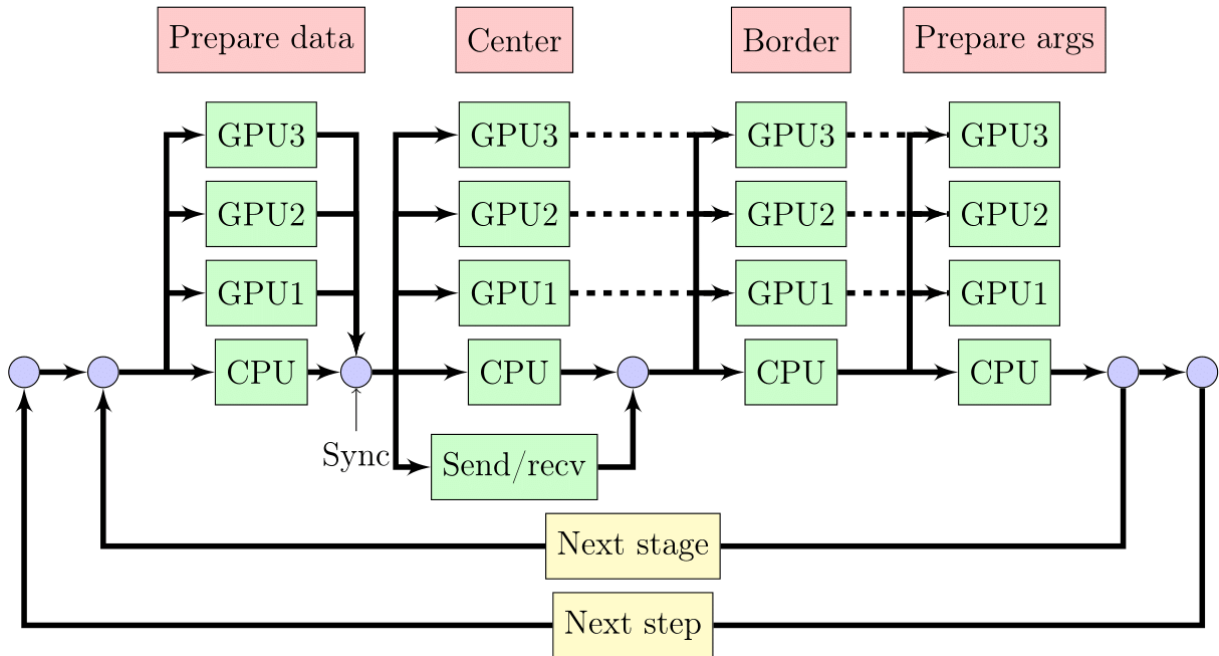


Рис. 4 Схема вычислений.

Центральными элементами будем называть такие элементы, для вычисления новых значений которых не требуется данных от других блоков.

Граничные элементы - это элементы, для вычисления новых значений которых могут потребоваться данные от других блоков, следовательно не исключена возможность пересылки данных между различными вычислительными узлами кластера.

После того, как выполнена полная инициализация задачи можно начинать вычисления. На каждом потоке объект управляющего класса вызывает функцию `compute()`, которая начинает вычисления. До тех пор, пока не будет выполнено необходимое условие будут выполнять действия представленные на Рис. 3. Сначала каждый блок выполняет подготовку данных, то есть копирует часть своей информации, которая нужна его «соседям» - блокам, с которыми у него есть связь. Подобные действия выполняет каждый блок на каждой машине.

Важной опорной элементом алгоритма является точка синхронизации. В этот момент времени можно быть уверенным, что все потоки пришли в эту точку и дождались друг друга. Это необходимо для того чтобы потоки не обгоняли друг друга. Например, область состоит из двух блоков, но один из них оказался значительно больше другого. В такой ситуации поток, работающий с блоком меньшего размера, бу-

дет выполнять вычисления значительно быстрее, будет предоставлять некорректные данные для пересылки и решение в конечном итоге окажется неверным. Для исключения подобной ситуации введена синхронизация потоков. Важно отметить, что инициализация новых вычислений или подготовки данных на центральном процессоре невозможно до завершения предыдущих действий, а каждый вызов вычислений на ядре видеокарты всегда дожидается завершения предыдущего вызова на этой видеокарте.

После завершения этих действий мы имеем полностью подготовленные массивы, которые и будут пересылаться между вычислительными узлами кластера. Если пересылка не требуется, блоки расположены в пределах одной машины, то брать информацию будут именно из этих массивов напрямую, иначе инициализируется процесс пересылки данных. Данное действие требует значительных временных затрат, которые вполне разумно использовать для вычисления той части блоков, которым пересылаемые данные не могут потребоваться в принципе - центральных блоков. В связи с этим передача данных выполняется асинхронным образом, то есть после вызова команды «отправить» процесс, вызвавший ее, не дожидается завершения операции, а продолжает работу. Аналогичным образом поступает и поток, который информацию будет принимать, он просто сигнализирует о том, что готов это сделать, но не дожидается окончания передачи данных. Пока информация пересылается и ведется расчет центральных элементов. Вычисления запускаются одновременно на центральном процессоре и видеокартах. Каждое устройство будет выполнять вычисления только с блоками, которые принадлежат этому устройству. Если окажется, что таких блоков нет, то устройство просто завершит выполнения данной части алгоритма.

После того, как процессор завершил расчет центральных элементов, относящихся к его блокам, он запускает ожидание окончания пересылки. Так как передача данных выполнялась асинхронным образом обязательно нужно убедиться, что действие завершено, прежде чем приступать к вычислению граничных элементов, новые значения которых могут зависеть от этих данных. Данные вычисления осуществляются аналогично вычислениям центральных элементов.

Затем выполняются так называемая подготовка аргументов !!!ТА-  
РУСА

!!!ТАРУСА ПРО СТАДИИ + РАСПИСАТЬ

### 3 Компоненты программного комплекса

Приложение состоит из нескольких частей. Каждая из них отвечает за определенную часть работы, либо подготовительной, либо относящейся непосредственно к самим вычислениям, либо реализующей взаимодействие с пользователем.

Пользовательский интерфейс позволяет создавать и модифицировать проекты. Кроме того, он дает возможность управлять текущими вычислениями, а именно запускать, прекращать, приостанавливать, а также выполнять сохранение текущего состояния и его загрузку.

Часть предварительной обработки выполняет подготовку исходных данных. В ней происходит обработка геометрии и свойств области, производится определение размерности, расположения и размера блоков, граничных условий. Здесь же выполняется распределение блоков по вычислительным устройствам, формируется библиотека пользовательских функций.

Параллельный фреймворк и алгоритмы обработки данных составляют основу приложения и занимаются непосредственно самими вычислениями. К алгоритмам обработки данных относятся метод Эйлера, явные схемы Рунге-Кутты, методы Дормана-принца. Стоит отметить, что присутствует возможность расширения списка доступных методов решения.

## 4 Параллельный фреймворк

### 4.1 Мелкозернистый параллелизм

Мелкозернистый параллелизм осуществляется непосредственно на вычислительных устройствах. В зависимости от типа устройства будет использована библиотека OpenMP, для работы на центральном процессоре, и CUDA, в случае работы на видеокарте. Увеличение производительности достигается путем параллельного вычисления частей блока.

OpenMP реализует параллельные вычисления с помощью многопоточности, в которой «главный» (master) поток создает набор подчиненных (slave) потоков и задача распределяется между ними. Предполагается, что потоки выполняются параллельно на машине с несколькими процессорами (количество процессоров не обязательно должно быть больше или равно количеству потоков). Количество создаваемых потоков может регулироваться как самой программой при помощи вызова библиотечных процедур, так и извне, при помощи переменных окружения.

Данная библиотека работает в системах с общей памятью, поэтому каждая нить имеет доступ ко всем данным блока. Например, при расчете двумерного случая прямоугольник «разрезается» на полосы, обработка которых осуществляется одновременно. Библиотека OpenMP самостоятельно определяет количество таких полос и их ширину.

В качестве аналога данной библиотеки можно было бы использовать стандартные потоки языка C++, но подобный подход значительно усложнил бы разработку и увеличил вероятность ошибки. OpenMP обладает всеми необходимыми инструментами для реализации многопоточности на центральном процессоре в рамках одной машины и достаточно проста в использовании.

Как уже сообщалось ранее, при осуществлении вычислений на видеокарте используется CUDA - (Compute Unified Device Architecture) программно-аппаратная архитектура параллельных вычислений, которая позволяет существенно увеличить вычислительную производительность благодаря использованию графических процессоров фирмы Nvidia.

CUDA SDK позволяет программистам реализовывать на специальном упрощённом диалекте языка программирования Си алгоритмы, выполнимые на графических процессорах Nvidia, и включать специальные функции в текст программы на Си. Архитектура CUDA даёт разработчику возможность по своему усмотрению организовывать доступ к набору инструкций графического ускорителя и управлять его памятью.

При обработке блока на видеокарте каждая ячейка блока обрабатывается отдельным потоком. Каждый такой поток имеет необходимый доступ к данным.



В качестве альтернативы CUDA можно рассмотреть OpenCL, данный фреймворк для работы с графическими процессорами также предоставляет необходимые инструменты. Но так как CUDA разработана компанией Nvidia специально для своих видеокарт и, как следствие, она демонстрирует лучшие показатели производительности именно на видеокартах данной торговой марки. На вычислительные кластеры ставят подобные видеокарты, поэтому в качестве инструмента работы с видеокартами была выбрана именно CUDA.

## 4.2 Крупнозернистый параллелизм

Крупнозернистый параллелизм осуществляется путем разбиения области на блоки и распределения блоков по вычислительным устройствам еще на этапе подготовки, о чем было изложено ранее. Данный подход позволяет использовать все вычислительные мощности имеющиеся в наличии и равномерно распределять нагрузку на устройства. На одном устройстве может располагаться несколько блоков одновременно, в таком случае их вычисление будет осуществляться в порядке очереди. Немаловажным фактом является то, что в случае если количество блоков значительно (в несколько раз) превышает количество вычислительных устройств, то блоки, которые имеют общие границы разумно располагать на одном устройстве, либо в пределах одной машины, а блоки не имеющих таких границ - на разных, сохраняя равномерность распределения блоков по устройствам в целом. Такой подход позволяет увеличить скорость расчетов для небольших, по количеству используемых узлов, областей. Достигается это уменьшение времени, которое необходимо на пересылку данных между блоками между итерациями вычислений, так как если блоки расположены на одном вычислительном устройстве или одной машине, то пересылка не будет выполняться в принципе, потому что данные уже доступны блоку. Очевидно, что в общем случае невозможно распределить все блоки таким образом чтобы пересылок не было вообще, но такой подход позволяет минимизировать количество пересылаемой информации, что положительно сказывается на производительности.

## 4.3 Пересылки информации

Пересылка данных между разными машинами (вычислительными узлами) осуществляется с помощью библиотеки MPI. Message Passing Interface (MPI, интерфейс передачи сообщений) - программный интерфейс (API) для передачи информации, который позволяет обмениваться сообщениями между процессами, выполняющими одну задачу. MPI является наиболее распространённым стандартом интерфейса обмена данными.

ми в параллельном программировании, существуют его реализации для большого числа компьютерных платформ. Используется при разработке программ для кластеров и суперкомпьютеров. Основным средством коммуникации между процессами в MPI является передача сообщений друг другу. В стандарте MPI описан интерфейс передачи сообщений, который должен поддерживаться как на платформе, так и в приложениях пользователя. В первую очередь MPI ориентирован на системы с распределенной памятью, то есть когда затраты на передачу данных велики.