## Введение

Развитие современного общества зачастую ставит перед наукой цели, решение которых требует решения самых разнообразных систем дифференциальных уравнений. В том числе и систем диффузионных уравнений. К таким задачам можно отнести уравнение теплопроводности !!! (примеры других задач). Каждую из них можно решать с помощью численных методов, например, методом Эйлера, многошаговыми методами Рунге-Кутты или методами Дормана-Принца. Подобные вычисления удобно автоматизировать, чтобы в дальнейшем иметь возможность быстро производить расчеты.

## 1 Постановка задачи

Требовалось создать программный комплекс, с помощью которого можно было бы автоматизировать моделирования конечно-разностных диффузионных задач на гибридных вычислительных кластерах.

Задача реакции диффузии имеет следующий вид.

$$\dot{u} = D \triangle u + F(u);$$

$$\frac{\partial u}{\partial v} = 0, F(0) = 0.$$

Точечная задача  $\dot{u}=f(u)$ , «определяющая реакцию», имеет устойчивый период  $\dot{u}_0(f)$ , который также !!!(слово) однородное решение задачи.

Для получения результата может быть применен один из следующих методов численного решения дифференциальных уравнений, а именно: метод Эйлера, четырехстадийный метод Рунге-Кутты, семистадийный метод Дормана-принца.

Разрабатываемый программный комплекс должен поддерживать работу с уравнениями и системами уравнений, который были бы распределены в одномерных, двумерных и трехмерных областях. Каждая из таких областей может быть представлена неким набором блоков. Для одномерного случая этими блоками являются отрезки, в случае плоскости - прямоугольники, параллепипеды - если область трехмерна !!!примеры. Каждый из блоков характеризуется координатами в пространстве и размерами, а также информацией о своих границах. Границы блока могут состоять из нескольких частей, каждая из которых представлена !!! Нейман Дирихле, либо является местом соединения с другим блоком.

Кроме того, необходима поддержка современного оборудования с неоднородной архитектурой и иерархической организацией памяти. К системам с неоднородной архитектурой относятся, например, вычислительные кластеры, которые используют для расчетов мощности центрального процессора и видеокарт. Иерархическая организация памяти предполагает малые объемы высокоскоростной памяти и большие медленной. Подобный подход к реализации памяти подразумевает экономное расходование ресурсов в процессе выполнения с целью повешения общей производительности за счет ускоренного обращения к данным.

Программный комплекс должен иметь возможность по окончании вычислений сохранять полученный результат, а также выполнять сохранение текущего состояния в процессе выполнения для последующего возобновления вычислений с любого из сохраненных состояний. Кроме того, необходимо обладать инструментами для запуска расчетов до определенного момента времени с данным шагом или выполнять заданное количество итераций.

## 2 Компоненты программного комплекса

Приложение состоит из нескольких частей. Каждая из них отвечает за определенную часть работы, либо подготовительной, либо относящейся непосредственно к самим вычислениям, либо реализующей взаимодействие с пользователем.

Пользовательский интерфейс позволяет создавать и модифицировать проекты. Кроме того, он дает возможность управлять текущими вычислениями, а именно запускать, прекращать, приостанавливать, а также выполнять сохранение текущего состояния и его загрузку.

Часть предварительной обработки выполняет подготовку исходных данных. В ней происходит обработка геометрии и свойств области, производится определение размерности, расположения и размера блоков, граничных условий. Здесь же выполняется распределение блоков по вычислительным устройствам, формируется библиотека пользовательских функций.

Параллельный фреймворк и алгоритмы обработки данных составляют основу приложения и занимаются непосредственно самими вычислениями. К алгоритмам обработки данных относятся метод Эйлера, явные схемы Рунге-Кутты, методы Дормана-принца. Стоит отметить, что присутствует возможность расширения списка доступных методов решения.

## 3 Параллельный фреймворк

Параллельный фреймворк занимается непосредственной реализацией распределенных вычислений. С его помощью выполняется взаимодействие всех вычислительных устройств во время работы приложения. Он же реализует пересылку данных между блоками. Подобные пересылки необходимы в случае, когда одному блоку нужна информация от другого для продолжения собственных вычислений. Кроме того, фреймворк занимается обработкой событий, которые генерирует пользовательский интерфейс, а именно начало вычислений с заданными параметрами, приостановка вычислений, их прекращении, сохранение и загрузка состояний.

Крупнозернистый параллелизм осуществляется путем разбиения области на блоки и распределения блоков по вычислительным устройствам еще на этапе подготовки, о чем было изложено ранее. Данный подход позволяет использовать все вычислительные мощности имеющиеся в наличии и равномерно распределять нагрузку на устройства. На одном устройстве может располагаться несколько блоков одновременно, в таком случае их вычисление будет осуществляться в порядке очереди. Немаловажным фактом является то, что в случае если количество блоков значительно (в несколько раз) превышает количество вычислительных устройств, то блоки, которые имеют общие границы разумно располагать на одном устройстве, а блоки не имеющих таких границ на разных, сохраняя равномерность распределения блоков по устройствам в целом. Такой подход позволяет увеличить скорость расчетов для небольших, по количеству используемых узлов, областей. Достигается это уменьшение времени, которое необходимо на пересылку данных между блоками между итерациями вычислений, так как если блоки расположены на одном вычислительном устройстве, то пересылка не будет выполняться в принципе, потому что данные уже доступны блоку. Очевидно, что в общем случае невозможно распределить все блоки таким образом чтобы пересылок не было вообще, но такой подход позволяет минимизировать количество пересылаемой информации, что положительно сказывается на производительности.