MATLAB 及其应用结课报告

张天骏

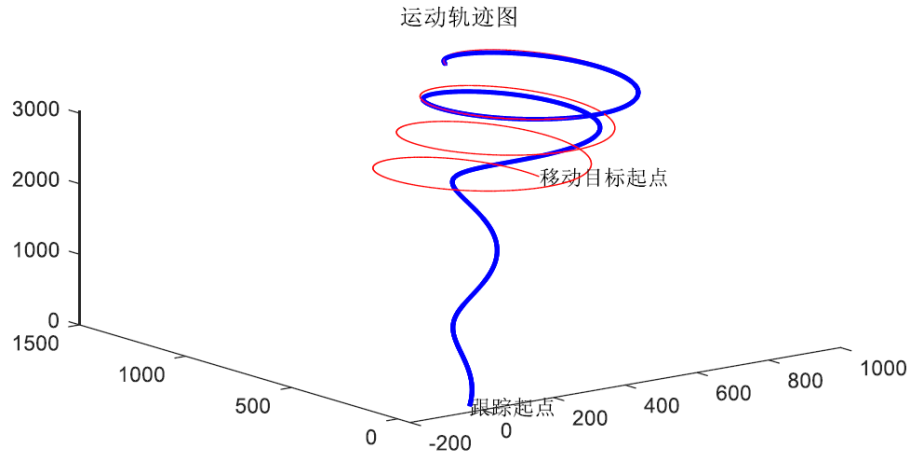
2021300003004

1 题目描述

一个空间移动目标沿曲线 L 运动，其关于时间 t（时间单位：秒，坐标单位：米），的参数方程如下：

$$\begin{cases} x_1(t) = a + bt + A\cos\omega_1 t \\ y_1(t) = c + dt + B\sin\omega_2 t \\ z_1(t) = e + C\sin\omega_3 t \end{cases}$$

其中 $a, b, c, d, e, A, B, C, \omega_1, \omega_2, \omega_3$ 是常数。在 $t = 0$ 的时候突然被位于坐标 $(0, 0, 0)$ 点探测器发现并锁定，随即发射跟踪器且以恒定速率（v 米/秒）追击移动目标，且追击方向始终指向移动目标，如下图所示：



2 题目解决

2.1 第一题

问题. 请根据附件中给出的空间移动目标随时间移动的空间位置数据文件（数据文件名 *data1.txt*, 数据格式 $[t, x_1(t), y_1(t), z_1(t)]$），预估移动目标的最大速度和最小速度；

解. 直接读取数据可以得到：最大速度: *402.599591* 米/秒，最小速度: *157.141857* 米/秒

```
%% 第一题
% 读取数据
data1 = load('data1.txt'); % 假设文件格式为 [t, x, y, z]
t1 = data1(:, 1);
x1 = data1(:, 2);
y1 = data1(:, 3);
z1 = data1(:, 4);
% 计算速度
dt = diff(t1);
dx = diff(x1);
dy = diff(y1);
dz = diff(z1);
speed = sqrt((dx./dt).^2 + (dy./dt).^2 + (dz./dt).^2);
% 找到最大和最小速度
max_speed = max(speed);
min_speed = min(speed);
fprintf('最大速度: %f 米/秒\n', max_speed);
fprintf('最小速度: %f 米/秒\n', min_speed);
```

2.2 第二题

问题. 请根据附件中给出的空间移动目标随时间移动的空间位置数据文件（数据文件名 *data1.txt*, 数据格式 $[t, x_1(t), y_1(t), z_1(t)]$），确定空间移动目标曲线 L 中的待定常数 $a, b, c, d, e, A, B, C, \omega_1, \omega_2, \omega_3$ 。画出空间移动目标在 $t \in [0, 20]$ 变化的轨迹图、速度图，

并求出速度的最大和最小值

解. 我首先画出了三个位置分量 $(x(t), y(t), z(t))$ 关于 t 的图像，以此为依据进行非线性拟合。根据 $(t, x(t))$ 的图像特征，我对于参数 A, ω_1 做出以下约束:$150 < A < 300, \pi/4 < \omega_1 < \pi/2$ 。我的依据是：图像两个极大值点的间距在 *4* 到 *8* 之间，可以推断 $4 < T = 2\pi/\omega_1 < 8$；图像的极差在 *400* 左右，可以估计 A 在 *200* 左右取值。

```
% 设置 fittype 和选项。
ft = fittype( 'a+b*x+c*cos(d*x)', 'independent', 'x', ...
    'dependent', 'y' );
opts = fitoptions( 'Method', 'NonlinearLeastSquares' );
opts.Display = 'Off';
opts.Lower = [-Inf -Inf 150 0.75];
opts.StartPoint = [0.149 0.257 0.840 0.254];
opts.Upper = [Inf Inf 300 1.5];
% 对数据进行模型拟合。
[fitresult_x, gof] = fit( t1, x1, ft, opts );
% 绘制数据拟合图。
figure( 'Name', 'x 拟合' );
h = plot( fitresult_x, t1, x1 );
legend( h, '原始数据', '拟合结果', 'Location', 'NorthEast', ...
    'Interpreter', 'none' );
% 为坐标区加标签
xlabel( 't1', 'Interpreter', 'none' );
ylabel( 'x1', 'Interpreter', 'none' );
grid on
```

根据类似的想法，可以得到 $(t, y(t))$ 的拟合代码：

```
% 设置 fittype 和选项。
ft = fittype( 'a+b*x+c*sin(d*x)', 'independent', 'x', ...
    'dependent', 'y' );
opts = fitoptions( 'Method', 'NonlinearLeastSquares' );
opts.Display = 'Off';
```

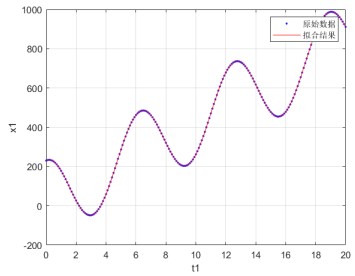
```
opts.Lower = [-Inf -Inf 300 0.75];
opts.StartPoint = [0.890 0.959 0.547 0.138];
opts.Upper = [Inf Inf 500 1.5];
% 对数据进行模型拟合。
[fitresult_y, gof] = fit( t1, y1, ft, opts );
% 绘制数据拟合图。
figure( 'Name', '拟合 y' );
h = plot( fitresult_y, t1, y1 );
legend( h, '原始数据', '拟合结果', 'Location', 'NorthEast', ...
    'Interpreter', 'none' );
% 为坐标区加标签
xlabel( 't1', 'Interpreter', 'none' );
ylabel( 'y1', 'Interpreter', 'none' );
grid on
```

而至于 $(t, z(t))$ 的拟合，注意到图像在 $[0, 20]$ 是单调递增的，所以可以得到条件 $\pi/2\omega_3 = T/4 > 20$ 从而有 $0 < \omega_3 < \pi/40$，基于此可以得到拟合代码：

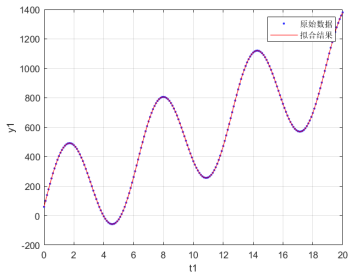
```
% 设置 fittype 和选项。
ft = fittype( 'a+b*sin(c*x)', 'independent', 'x', ...
    'dependent', 'y' );
opts = fitoptions( 'Method', 'NonlinearLeastSquares' );
opts.Display = 'Off';
opts.Lower = [-Inf 0 0];
opts.StartPoint = [0.162611735194631 0.118997681558377 1];
opts.Upper = [Inf Inf 0.078];

% 对数据进行模型拟合。
[fitresult_z, gof] = fit( t1, z1, ft, opts );

% 绘制数据拟合图。
figure( 'Name', '拟合 z' );
```

```
h = plot( fitresult_z , t1 , z1 );
legend( h, '真实数据', '拟合结果', 'Location', 'NorthEast', ...
    'Interpreter', 'none' );
% 为坐标区加标签
xlabel( 't', 'Interpreter', 'none' );
ylabel( 'z', 'Interpreter', 'none' );
grid on
```

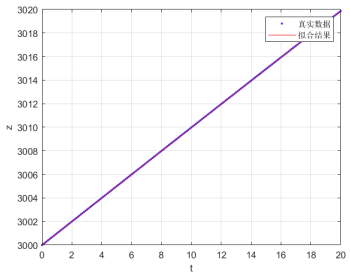
最终分量的拟合结果图如下:接下来,我们基于上面的拟合结果确定常数$a, b, c, d, e, A, B, C, \omega_1, \omega_2, \omega_3$



x 分量拟合



y 分量拟合

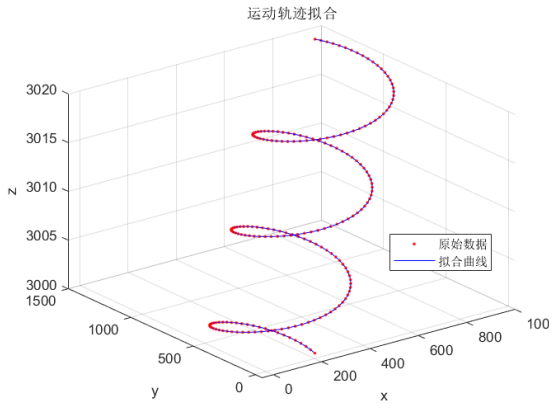


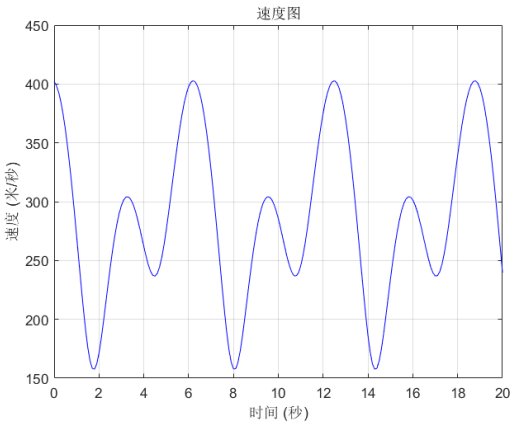
z 分量拟合

求解拟合的速度极值:

```
a = fitresult_x.a;
b = fitresult_x.b;
A = fitresult_x.c;
w1 = fitresult_x.d;
c = fitresult_y.a;
d = fitresult_y.b;
B = fitresult_y.c;
w2 = fitresult_y.d;
e = fitresult_z.a;
C = fitresult_z.b;
w3 = fitresult_z.c;
fitted_x = a + b*t1 + A*cos(w1*t1);
fitted_y = c + d*t1 + 350*sin(w2*t1);
fitted_z = e + C*sin(w3*t1);
```

```
figure;
plot3(x1, y1, z1, 'r.', fitted_x, fitted_y, fitted_z, 'b-');
xlabel('x'); ylabel('y'); zlabel('z');
title('运动轨迹拟合');
legend('原始数据', '拟合曲线', 'Location', 'best');
grid on;
% 计算速度
speed_fit = sqrt((b-A*w1*sin(w1*t1)).^2 + ...
    (d+B*w2*cos(w2*t1)).^2 + ...
    ((C*w3*cos(w3*t1)).^2));
% 绘制速度图
figure;
plot(t1, speed_fit, 'b-');
xlabel('时间 (秒)');
ylabel('速度 (米/秒)');
title('速度图');
grid on;
% 最大和最小速度
max_speed_fit = max(speed_fit);
min_speed_fit = min(speed_fit);
fprintf('拟合最大速度: %f 米/秒\n', max_speed_fit);
fprintf('拟合最小速度: %f 米/秒\n', min_speed_fit);
```





拟合最大速度: *402.790059* 米/秒，拟合最小速度: *157.501787* 米/秒

2.3 第三题

问题. 证明跟踪器的运动轨迹 $(x(t), y(t), z(t))$ 满足如下微分方程组的初始问题，并当跟踪器运动速度 $v = 300$ 米/秒时，数值求解微分方程组，并画出空间移动目标在 $t \in [0, 20]$ 变化的轨迹图、速度图，并求出速度的最大和最小值

$$\begin{cases} \frac{dx(t)}{dt} = \frac{v}{\sqrt{(x_1(t)-x(t))^2+(y_1(t)-y(t))^2+(z_1(t)-z(t))^2}}(x_1(t) - x(t)) \\ \frac{dy(t)}{dt} = \frac{v}{\sqrt{(x_1(t)-x(t))^2+(y_1(t)-y(t))^2+(z_1(t)-z(t))^2}}(y_1(t) - y(t)) \\ \frac{dz(t)}{dt} = \frac{v}{\sqrt{(x_1(t)-x(t))^2+(y_1(t)-y(t))^2+(z_1(t)-z(t))^2}}(z_1(t) - z(t)) \\ x(0) = y(0) = z(0) = 0 \end{cases}$$

证明. 首先，根据追踪器的特性，追踪器在 t 时刻的速度方向一定是追踪器位置和目标位置的连线，指向目标。在 t 时刻，追踪器位置为 $(x(t), y(t), z(t))$，目标位置为 $(x_1(t), y_1(t), z_1(t))$，二者连线，指向目标的单位向量为 $\frac{(x_1(t)-x(t), y_1(t)-y(t), z_1(t)-z(t))}{\sqrt{(x_1(t)-x(t))^2+(y_1(t)-y(t))^2+(z_1(t)-z(t))^2}}$ 对 t 时刻追踪器速度 v 依据该向量正交分解，便可以得到上述微分方程组 □

解. 根据题干和证明建立微分方程组模型，使用 *ode45* 包进行数值求解：

```
%% 第三题
% 微分方程的初值问题
v_3 = 300; % 跟踪器速度
% 建立微分方程组
% target_trajectory = @(t)[a + b*t+A*cos(w1*t); ...
                           c + d*t+B*sin(w2*t); ...
                           e + C*sin(w3*t)];
tracker_ode_3 = @(t, y)[
v_3*(a+b*t+A*cos(w1*t) -y(1)) / sqrt((a+b*t+A*cos(w1*t)-y(1)).^2 ...
+ (c+d*t+B*sin(w2*t)-y(2)).^2+(e+C*sin(w3*t)-y(3)).^2);
v_3*(c+d*t+B*sin(w2*t)-y(2)) / sqrt((a+b*t+A*cos(w1*t)-y(1)).^2 ...
+ (c+d*t+B*sin(w2*t)-y(2)).^2+(e + C*sin(w3*t)-y(3)).^2);
```

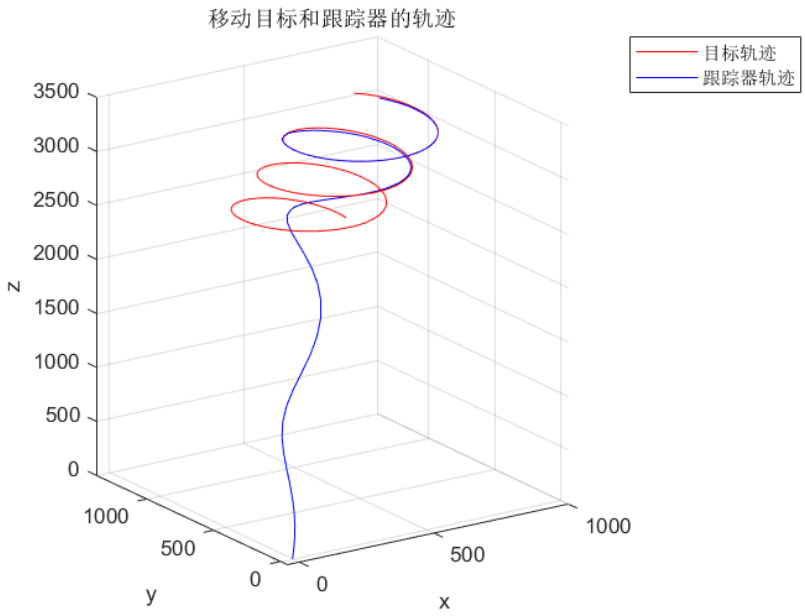
```
v_3*(e+C*sin(w3*t) -y(3)) / sqrt((a+b*t+A*cos(w1*t)-y(1)).^2 ...
+(c+d*t+B*sin(w2*t)-y(2)).^2+(e+C*sin(w3*t)-y(3)).^2)
];
% 初始条件
y0 = [0; 0; 0];
% 时间跨度
tspan = [0 20];
% 求解微分方程
[t_sol_3, y_sol_3] = ode45(tracker_ode_3, tspan, y0);
% 绘制跟踪器和目标的轨迹图
figure;
plot3(x1, y1, z1, 'r-', ...
    y_sol_3(:, 1), y_sol_3(:, 2), y_sol_3(:, 3), 'b-');
xlabel('x');
ylabel('y');
zlabel('z');
title('移动目标和跟踪器的轨迹');
legend('目标轨迹', '跟踪器轨迹');
grid on;
```

2.4 第四题

问题. 当速度 $v = 290$ 米/秒时，在 30 秒时间内，跟踪器能否追上移动目标? 若能追上, 需多长时间? 并画出跟踪器和移动目标的运动轨迹图

解. 同理第三问求解微分方程组，并计算每个取点下追踪器和目标之间的距离，定义距离小于 1 米为追上：

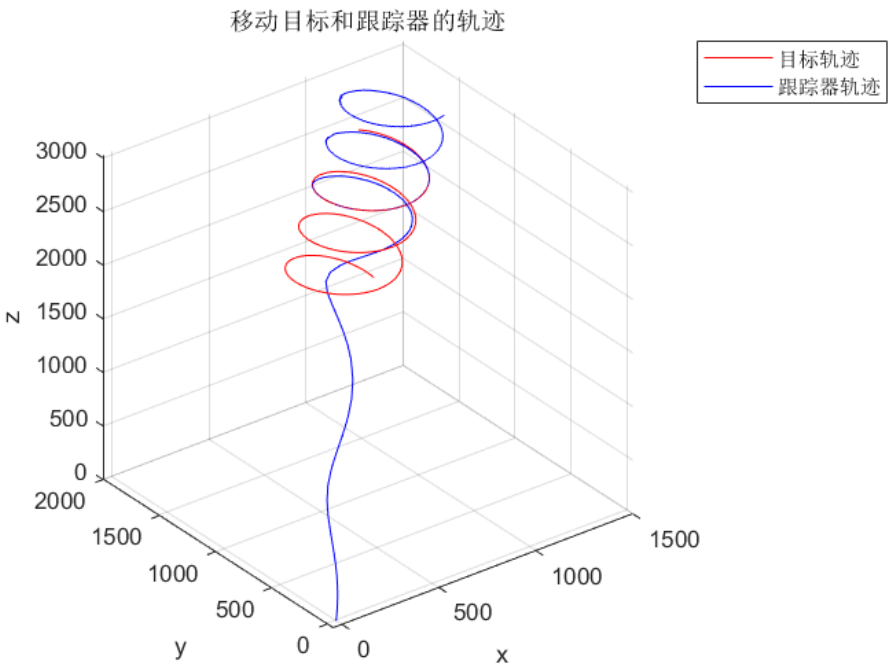
```
%% 第四题
% 跟踪器速度
v_4 = 290; % 米/秒
% 求解微分方程
tracker_ode_4 = @(t, y)[
```



第三题轨迹

```
v_4*(a+b*t+A*cos(w1*t) -y(1)) / sqrt((a+b*t+A*cos(w1*t)-y(1)).^2 ...
+ (c+d*t+B*sin(w2*t)-y(2)).^2+(e+C*sin(w3*t)-y(3)).^2);
v_4*(c+d*t+B*sin(w2*t)-y(2)) / sqrt((a+b*t+A*cos(w1*t)-y(1)).^2 ...
+ (c+d*t+B*sin(w2*t)-y(2)).^2+(e + C*sin(w3*t)-y(3)).^2);
v_4*(e+C*sin(w3*t) -y(3)) / sqrt((a+b*t+A*cos(w1*t)-y(1)).^2 ...
+(c+d*t+B*sin(w2*t)-y(2)).^2+(e+C*sin(w3*t)-y(3)).^2)
];
[t_sol_4, y_sol_4] = ode45(tracker_ode_4, [0 30], [0;0;0]);
% 计算距离
distance_4 = sqrt((y_sol_4(:,1)-a-b*t_sol_4-A*cos(w1*t_sol_4)).^2+ ...
                  (y_sol_4(:,2)-c-d*t_sol_4-B*sin(w2*t_sol_4)).^2+ ...
                  (y_sol_4(:,3)-e-C*sin(w3*t_sol_4)).^2);
% 判断是否追上
if any(distance_4 < 1) % 假设追上条件为距离小于1米
    fprintf('跟踪器在 %f 秒时追上目标\n', ...
        t_sol_4(find(distance_4 < 1, 1)));
else
    fprintf('跟踪器在 30 秒内未能追上目标\n');
```

```
end
% 绘制轨迹图
figure;
plot3(x1, y1, z1, 'r-', ...
    y_sol_4(:, 1), y_sol_4(:, 2), y_sol_4(:, 3), 'b-');
xlabel('x');
ylabel('y');
zlabel('z');
title('移动目标和跟踪器的轨迹');
legend('目标轨迹', '跟踪器轨迹');
grid on;
```



第四题轨迹

结论：跟踪器在 *30* 秒内未能追上目标

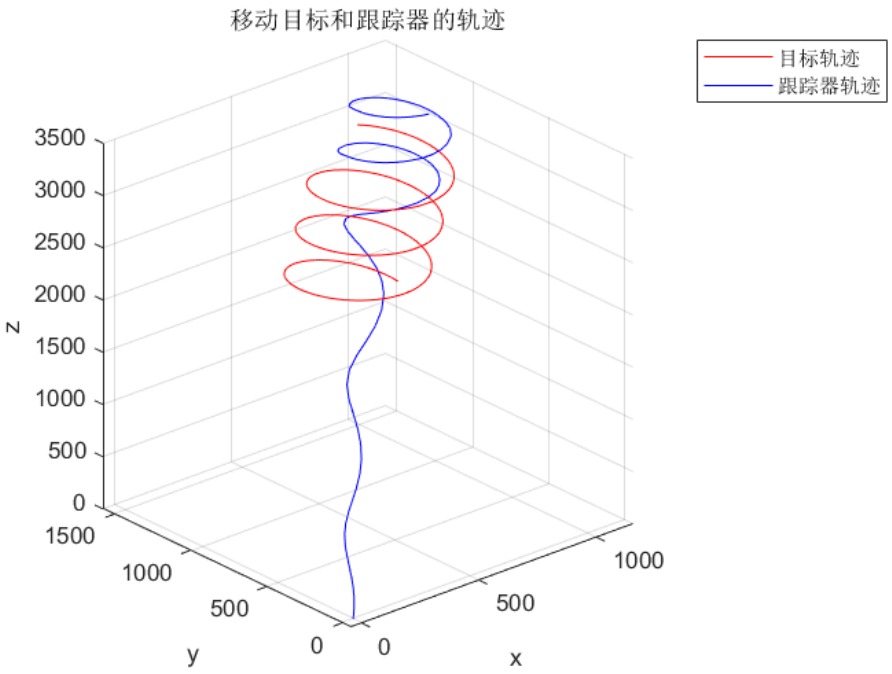
2.5 第五题

问题. 当速度 $v = 200$ 米/秒时，在 *30* 秒时间内，跟踪器能否追上移动目标? 若能追上, 需多长时间? 并画出跟踪器和移动目标的运动轨迹图

解. 同理第四问，只需要将速度改为 200 米/秒：

```
%% 第四题
% 跟踪器速度
v_5 = 200; % 米/秒
% 求解微分方程
tracker_ode_5 = @(t, y)[
v_5*(a+b*t+A*cos(w1*t) -y(1)) / sqrt((a+b*t+A*cos(w1*t)-y(1)).^2 ...
+ (c+d*t+B*sin(w2*t)-y(2)).^2+(e+C*sin(w3*t)-y(3)).^2);
v_5*(c+d*t+B*sin(w2*t)-y(2)) / sqrt((a+b*t+A*cos(w1*t)-y(1)).^2 ...
+ (c+d*t+B*sin(w2*t)-y(2)).^2+(e + C*sin(w3*t)-y(3)).^2);
v_5*(e+C*sin(w3*t) -y(3)) / sqrt((a+b*t+A*cos(w1*t)-y(1)).^2 ...
+(c+d*t+B*sin(w2*t)-y(2)).^2+(e+C*sin(w3*t)-y(3)).^2)
];
[t_sol_5, y_sol_5] = ode45(tracker_ode_4, [0 30], [0;0;0]);
% 计算距离
distance_5 = sqrt((y_sol_5(:,1)-a-b*t_sol_5-A*cos(w1*t_sol_5)).^2+ ...
                  (y_sol_5(:,2)-c-d*t_sol_5-B*sin(w2*t_sol_5)).^2+ ...
                  (y_sol_5(:,3)-e-C*sin(w3*t_sol_5)).^2);
% 判断是否追上
if any(distance_5 < 1) % 假设追上条件为距离小于1米
    fprintf('跟踪器在 %f 秒时追上目标\n', ...
        t_sol_5(find(distance_5 < 1, 1)));
else
    fprintf('跟踪器在 30 秒内未能追上目标\n');
end
% 绘制轨迹图
figure;
plot3(x1, y1, z1, 'r-', ...
    y_sol_5(:, 1), y_sol_5(:, 2), y_sol_5(:, 3), 'b-');
xlabel('x');
ylabel('y');
```

```
zlabel('z');
title('移动目标和跟踪器的轨迹');
legend('目标轨迹', '跟踪器轨迹');
grid on;
```



第五题轨迹

结论：跟踪器在 *30* 秒内未能追上目标

2.6 第六题

问题. 若要使跟踪器在 *30* 秒内追上移动目标，问至少需要多大的追击速度 v，并求从 $t = 0$ 开始追击到追上目标，并求所花费的时间和各自行进的轨迹长度；

解. 通过遍历速度范围，逐步增加初始速度来寻找追踪器在 *30* 秒内追上目标的最小速度。目标位置由参数化函数表示，代码在每次迭代中计算追踪器与目标在各个时间点的距离，若距离小于 *1* 米，则认为追上目标并记录当前速度和追击时间。找到合适速度后，输出追踪器和目标的行进轨迹，并计算两者的轨迹长度。第一次我选择步长为 *1* 米/秒锁定目标范围，然后缩小搜索范围并换步长为 *0.01* 米/秒，最终得到了比较精确的结果。

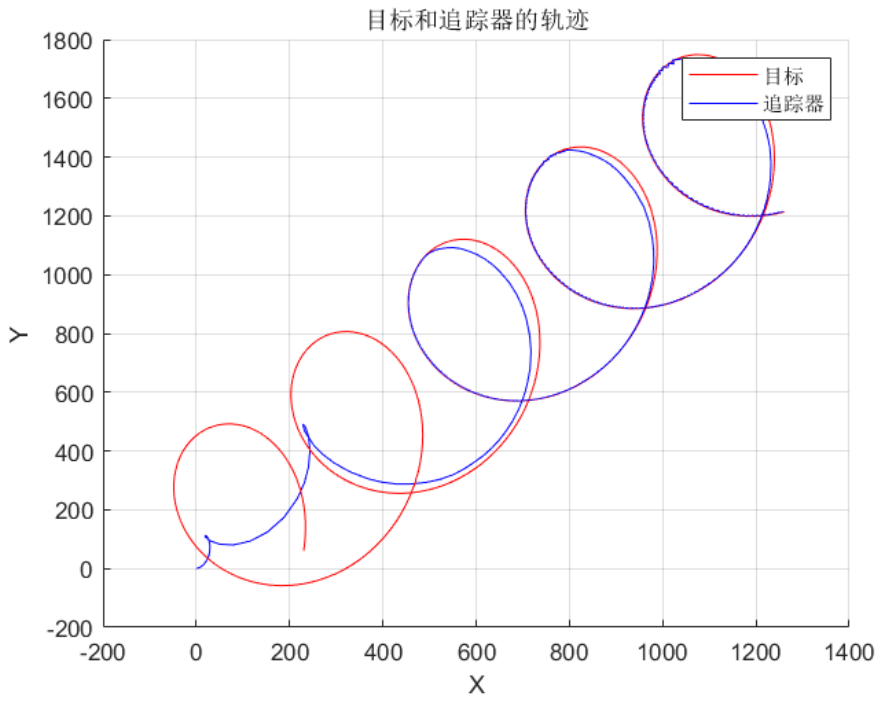
```
% 目标位置的函数，假设从问题二中得到的参数已定义
```

```
targetX = @(t) a + b*t + A*cos(w1*t);
targetY = @(t) c + d*t + B*sin(w2*t);
targetZ = @(t) e + C*sin(w3*t);
% 设置初始速度范围
v_min = 0; % 初始速度
v_max = 400; % 假设最大速度为400米/秒
v_increment = 1; % 每次增加1米/秒
% 初始条件和时间区间
w0 = [0; 0; 0];
tspan = [0 30];
% 迭代寻找最小速度
for v = v_min:v_increment:v_max
    odefun = @(t, w) [v * (targetX(t) - w(1)) / sqrt((targetX(t) - ...
                      w(1))^2 + (targetY(t) - w(2))^2 + (targetZ(t) - ...
                      w(3))^2);
                      v * (targetY(t) - w(2)) / sqrt((targetX(t) - ...
                      w(1))^2 + (targetY(t) - w(2))^2 + (targetZ(t) - ...
                      w(3))^2);
                      v * (targetZ(t) - w(3)) / sqrt((targetX(t) - ...
                      w(1))^2 + (targetY(t) - w(2))^2 + (targetZ(t) - ...
                      w(3))^2)];
    [t, w] = ode45(odefun, tspan, w0);
    % 计算每一时间点上的距离
    distances = sqrt((targetX(t) - w(:,1)).^2 + (targetY(t) - ...
                w(:,2)).^2 + (targetZ(t) - w(:,3)).^2);
    % 检查是否追上
    if any(distances < 1) % 假设追上的条件是距离小于1米
        idx = find(distances < 1, 1, 'first');
        catch_time = t(idx);
        fprintf('最小追击速度: %.2f 米/秒\n', v);
        fprintf('追踪器在 %.2f 秒内追上了目标。\n', catch_time);
```

```
33          break; % 找到最小速度后跳出循环
34      end
35  end
36  if v == v_max
37      fprintf('在最大速度 %d 米/秒内追踪器未能在30秒内追上目标。\n', v_max);
38  end
39
40  %% 进一步搜索
41  v_min = 292; % 更换最小速度
42  v_max = 294; % 更换最大速度
43  v_increment = 0.01; % 每次增加0.01米/秒
44  % 初始条件和时间区间
45  w0 = [0; 0; 0];
46  tspan = [0 30];
47  % 迭代寻找最小速度
48  for v = v_min:v_increment:v_max
49      odefun = @(t, w) [v * (targetX(t) - w(1)) / sqrt((targetX(t) - ...
50                        w(1))^2 + (targetY(t) - w(2))^2 + (targetZ(t) - ...
51                        w(3))^2);
52                        v * (targetY(t) - w(2)) / sqrt((targetX(t) - ...
53                        w(1))^2 + (targetY(t) - w(2))^2 + (targetZ(t) - ...
54                        w(3))^2);
55                        v * (targetZ(t) - w(3)) / sqrt((targetX(t) - ...
56                        w(1))^2 + (targetY(t) - w(2))^2 + (targetZ(t) - ...
57                        w(3))^2)];
58                        [t, w] = ode45(odefun, tspan, w0);
59      % 计算每一时间点上的距离
60      distances = sqrt((targetX(t) - w(:,1)).^2 + (targetY(t) ...
61                  - w(:,2)).^2 + (targetZ(t) - w(:,3)).^2);
62      % 检查是否追上
63      if any(distances < 1) % 假设追上的条件是距离小于1米
```

```
64          idx = find(distances < 1, 1, 'first');
65          catch_time = t(idx);
66          fprintf('最小追击速度: %.2f 米/秒\n', v);
67          fprintf('追踪器在 %.2f 秒内追上了目标。\n', catch_time);
68          % 计算轨迹长度
69          tracker_path_length = sum(sqrt(diff(w(:,1)).^2 + ...
70                                    diff(w(:,2)).^2 + diff(w(:,3)).^2));
71          target_path_length = sum(sqrt(diff(targetX(t)).^2 + ...
72                                   diff(targetY(t)).^2 + diff(targetZ(t)).^2));
73          fprintf('追踪器行进的轨迹长度: %.2f 米\n', tracker_path_length);
74          fprintf('目标行进的轨迹长度: %.2f 米\n', target_path_length);
75          % 绘制轨迹图
76          figure;
77          hold on;
78          fplot3(targetX, targetY, targetZ, [0 30], 'r');
79          plot3(w(:,1), w(:,2), w(:,3), 'b');
80          title('目标和追踪器的轨迹');
81          xlabel('X');
82          ylabel('Y');
83          zlabel('Z');
84          legend('目标', '追踪器');
85          grid on;
86          hold off;
87          break; % 找到最小速度后跳出循环
88      end
89  end
90  % 搜寻失败
91  if v == v_max
92      fprintf('在最大速度 %d 米/秒内追踪器未能在30秒内追上目标。\n', v_max);
93  end
```

结论：最小追击速度: *292.35* 米/秒；追踪器在 *14.96* 秒内追上了目标。



第六题轨迹

追踪器行进的轨迹长度: *8908.04* 米；目标行进的轨迹长度: *8399.64* 米

2.7 第七题

问题. 若跟踪器的运动速度 $0 \leq v \leq 400$ 米/秒的情况下，求能追上移动目标的最短追击时间；

解. 通过遍历速度范围，逐步增加初始速度，寻找追踪器在 *30* 秒内追上目标的最优速度和最短追击时间。目标位置由参数化函数表示，代码在每次迭代中计算追踪器与目标在各个时间点的距离，若距离小于 *1* 米，则记录当前速度和追击时间，并更新最短时间和最优速度，最终输出最优速度和最短追击时间，并绘制目标和追踪器的轨迹图：

```
% 目标位置的函数，假设从问题二中得到的参数已定义
targetX = @(t) a + b*t + A*cos(w1*t);
targetY = @(t) c + d*t + B*sin(w2*t);
targetZ = @(t) e + C*sin(w3*t);
% 设置初始速度范围
v_min = 0; % 初始速度
v_max = 400; % 最大速度
```

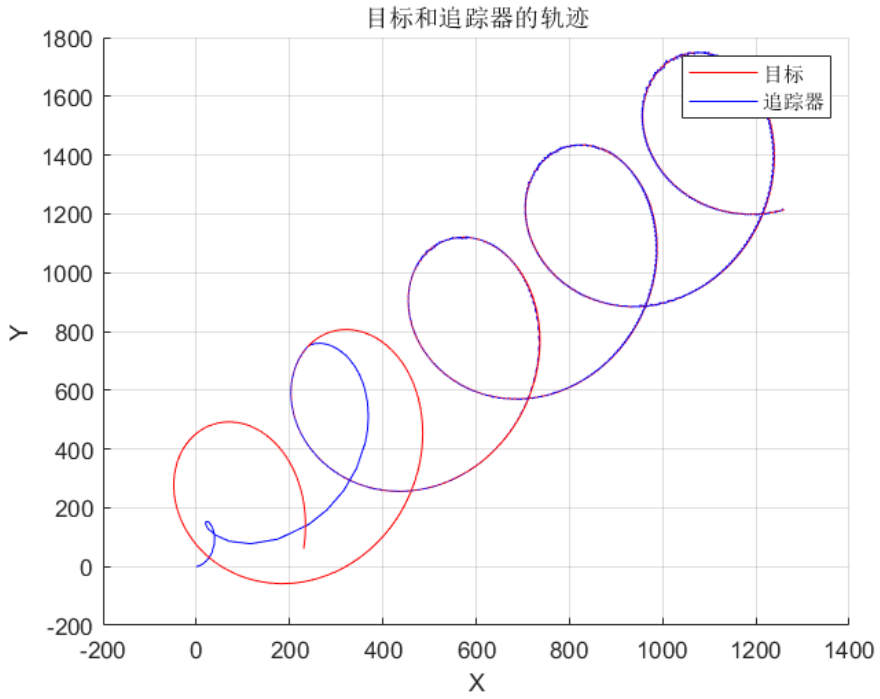
```
v_increment = 1; % 每次增加1米/秒
% 初始条件和时间区间
w0 = [0, 0, 0];
tspan = [0 30];
% 初始化最短时间变量
min_time = inf;
optimal_v = 0;
% 迭代寻找最小追击时间的速度
for v = v_min:v_increment:v_max
    odefun = @(t, w) [v * (targetX(t) - w(1)) / sqrt((targetX(t) - w(1))^2 ...
                      + (targetY(t) - w(2))^2 + (targetZ(t) - w(3))^2);
                         v * (targetY(t) - w(2)) / sqrt((targetX(t) - w(1))^2 ...
                      + (targetY(t) - w(2))^2 + (targetZ(t) - w(3))^2);
                         v * (targetZ(t) - w(3)) / sqrt((targetX(t) - w(1))^2 ...
                      + (targetY(t) - w(2))^2 + (targetZ(t) - w(3))^2)];
    [t, w] = ode45(odefun, tspan, w0);
    % 计算每一时间点上的距离
    distances = sqrt((targetX(t) - w(:,1)).^2 + (targetY(t) - w(:,2)).^2 ...
                     + (targetZ(t) - w(:,3)).^2);
    % 检查是否追上并计算追上时间
    if any(distances < 1) % 假设追上的条件是距离小于1米
        idx = find(distances < 1, 1, 'first');
        catch_time = t(idx);
        fprintf('追击时间: %.2f 秒\n', catch_time);
        % 更新最短时间和最优速度
        if catch_time < min_time
            min_time = catch_time;
            optimal_v = v;
        end
    end
end
```

```
% 输出结果
if min_time < inf
    fprintf('最优追击速度: %.2f 米/秒\n', optimal_v);
    fprintf('最短追击时间: %.2f 秒\n', min_time);
    % 以最优速度绘制轨迹图
    odefun = @(t, w) [optimal_v * (targetX(t) - w(1)) / sqrt((targetX(t) ...
                      - w(1))^2 + (targetY(t) - w(2))^2 + (targetZ(t) - w(3))^2);
                         optimal_v * (targetY(t) - w(2)) / sqrt((targetX(t) ...
                      - w(1))^2 + (targetY(t) - w(2))^2 + (targetZ(t) - w(3))^2);
                         optimal_v * (targetZ(t) - w(3)) / sqrt((targetX(t) ...
                      - w(1))^2 + (targetY(t) - w(2))^2 + (targetZ(t) - w(3))^2)];
    [t, w] = ode45(odefun, tspan, w0);
    figure;
    hold on;
    fplot3(targetX, targetY, targetZ, [0 30], 'r');
    plot3(w(:,1), w(:,2), w(:,3), 'b');
    title('目标和追踪器的轨迹');
    xlabel('X');
    ylabel('Y');
    zlabel('Z');
    legend('目标', '追踪器');
    grid on;
else
    fprintf('在最大速度 %d 米/秒内追踪器未能在30秒内追上目标。\n', v_max);
end
```

结论：最优追击速度: *400.00* 米/秒；最短追击时间: *8.60* 秒

2.8 第八题

问题. 若给出空间移动目标随时间移动的空间位置测量含噪数据文件（数据文件名 *data2.txt*, 数据格式 $[t, x_1(t), y_1(t), z_1(t)]$）如何处理上述问题？并给出相应的结果。

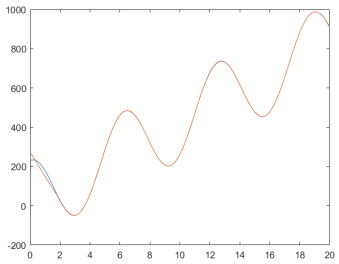


第七题轨迹

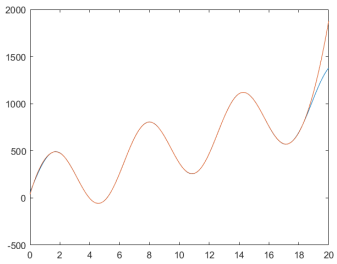
解. 首先对含噪声数据进行降噪处理：

```
% 加载含噪声数据
data = readmatrix('data2.txt');
t2 = data(:, 1);  % 时间
x = data(:, 2);  % x坐标
y = data(:, 3);  % y坐标
z = data(:, 4);  % z坐标
% 使用局部加权回归平滑对数据去噪处理
x2 = smooth(t, x, 0.1, 'rloess');
y2 = smooth(t, y, 0.1, 'rloess');
z2 = smooth(t, z, 0.1, 'rloess');
```

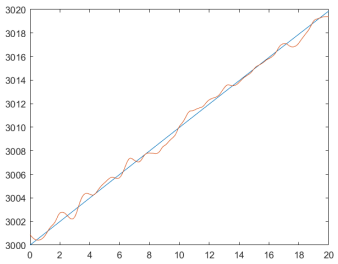
下面是除噪后数据与无噪声数据的分量对比：



x 分量



y 分量



z 分量

红色为含噪声数据，蓝色为无噪声数据

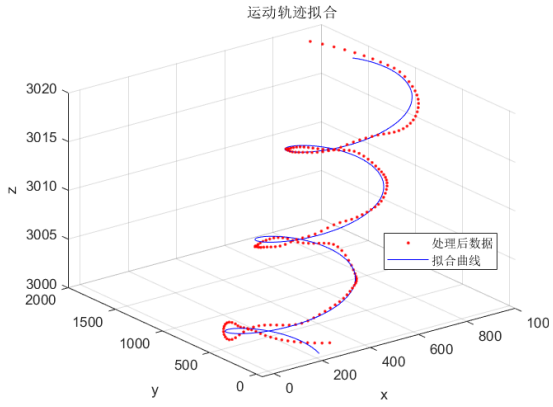
接下来，我们使用 $(x_2(t), y_2(t), z_2(t))$ 来进行后续的分析。使用第二题的方法拟合数据，得到的结果对比如下：（括号内第一项为 *data1* 拟合结果，第二项为 *data2* 拟合结果）

a	b	A	ω_1
(30.000,26.155)	(40.000,40.267)	(200.000,199.249)	(1.000,1.000)
c	d	B	ω_2
(60.000,33.008)	(50.000,53.899)	(350.000,373.69)	(1.000,1.004)
e	C	ω_3	
(3.0000.000,3000.124)	(1.000.105,51.010)	(0.010,0.019)	

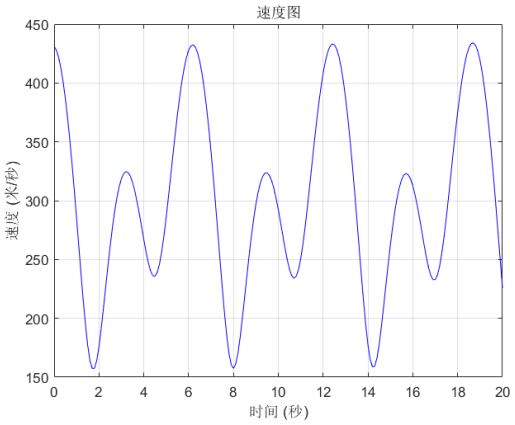
由于接下来的代码结构和上面 *3-7* 问的一样，所以下面忽略代码，只展示结果：

- 拟合最大速度*: 434.083092* 米/秒；拟合最小速度*: 157.361971* 米/秒
- 追踪器在 $v = 290,200 m/s$ 时在 *30* 秒内未能追上目标
- 最小追击速度*: 311.05* 米/秒，此时追踪器在 *20.97* 秒内追上了目标。追踪器行进的轨迹长度*: 9478.01* 米；目标行进的轨迹长度*: 8803.99* 米。
- 最优追击速度*: 400.00* 米/秒；对应的最短追击时间*: 8.66* 秒

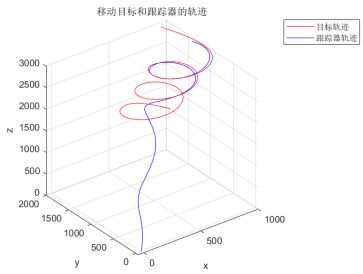
下面的图片是除躁数据输出的结果图：



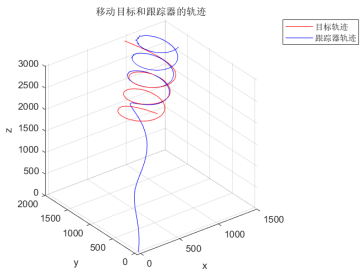
拟合轨迹



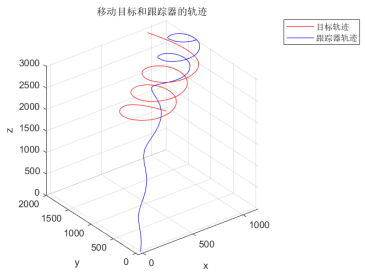
拟合速度



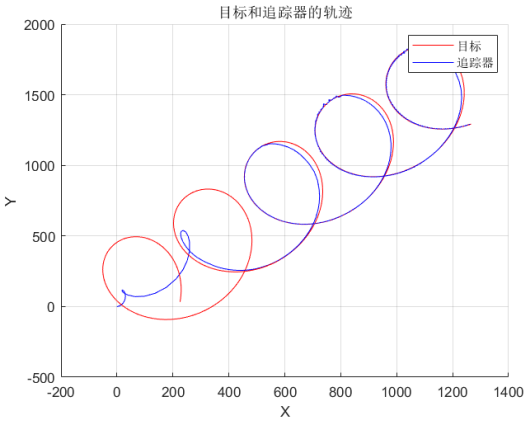
第三题轨迹



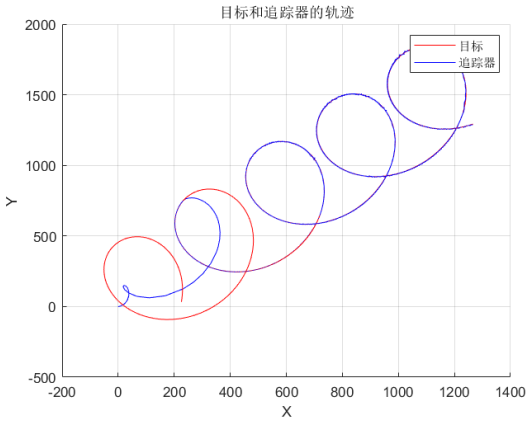
第四题轨迹



第五题轨迹



第六题轨迹



第七题轨迹