

PSAF- Feuille d'exercices 8

Exercice 1.

On se propose dans cet exercice de redémontrer la Proposition 5.2.1 du cours (relation de parité Call/Put), mais sans passer par le Théorème 5.2.1.

1. Supposons que

$$C_t - P_t > S_t - Ke^{-r(T-t)}.$$

Décrire la stratégie d'arbitrage qui en découlerait.

2. Supposons que

$$C_t - P_t < S_t - Ke^{-r(T-t)}.$$

Décrire la stratégie d'arbitrage qui en découlerait, et conclure.

Exercice 2.

On se propose de démontrer diverses propriétés qualitatives du prix à l'instant t d'un Call de maturité T et de strike K , noté $C_t(T, K)$. On note $B(t, T)$ le prix en t d'un zéro-coupon valant 1 euro à la maturité T , i.e., $B(t, T) = e^{-r(T-t)}$.

1. Montrer que $(S_t - K \times B(t, T))_+ \leq C_t(T, K) \leq S_t$ (relation de *hedge*).
2. Montrer que $\frac{\partial C_t(T, K)}{\partial K} \leq 0$ (relation de *Bull spread*).
3. Montrer que $\frac{\partial^2 C_t(T, K)}{\partial K^2} \geq 0$ (relation de *Butterfly spread*).
4. Montrer que $\frac{\partial C_t(T, K)}{\partial T} \geq 0$ (relation de *Calendar spread*).