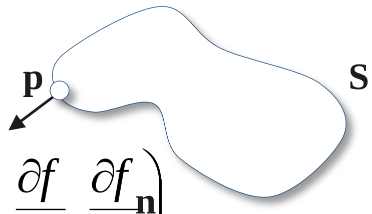
Implicit Surfaces
Modeling

$$\forall \mathbf{p} \in S, \mathbf{n} = -\nabla f(\mathbf{p}) / \| \nabla f(\mathbf{p}) \|$$



$$\nabla f(\mathbf{p}) = \left(\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}, \frac{\partial f}{\partial z} \right)$$

$$\Omega = \left\{ \mathbf{p} \in \mathbf{R}^3, f(\mathbf{p}) > 0 \right\}$$

From mathematics …

… to the screen

LIRIS CNRS
Université Lumière Lyon 2
gamagora
eric.galin@liris.cnrs.fr
http://liris.cnrs.fr/~egalin

Introduction

État de l'art

Représentation par échantillonnage : Moving Least Square [Ohtake 2003], Radial Basis Functions [TUR99], Adaptive Distance Fields [Frisken 2000], Level Sets [Whitaker 2004]

Représentations par fonctions [PAS95]

Modèles à squelettes : Blobs [Blinn 1982, Wyvill 1986], surfaces de convolution [Bloomenthal 1991]

Verrous scientifiques et techniques

Modélisation hiérarchique de formes complexes par combinaison de formes à squelettes
Calculs mathématiques engendrés par l'utilisation de squelettes complexes

Université Lumière Lyon 2
eric.galin@liris.cnrs.fr
http://liris.cnrs.fr/~egalin

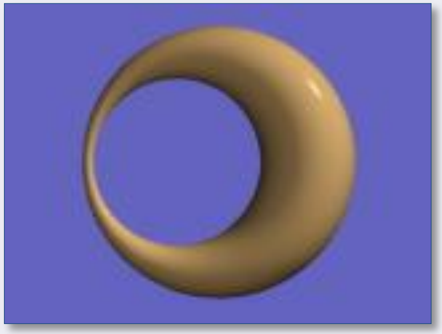
Surfaces algébriques

Formulation

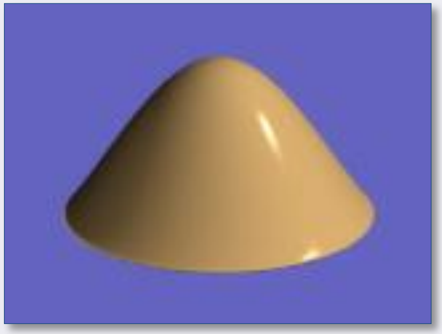
Équations polynomiales de degré n

$$f(\mathbf{p}) = f(x, y, z) = \sum_{0 \le i+j+k \le n} a_{ijk} x^i y^j z^k$$

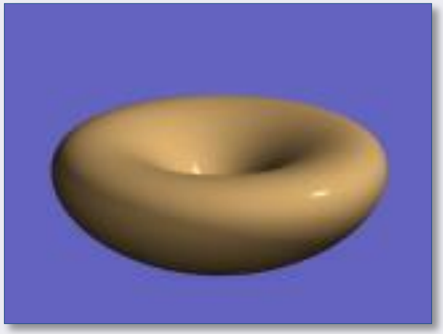
Calcul de $f(\mathbf{p})$ rapide pour un degré faible
Calcul analytique de $\nabla f(\mathbf{p})$ par dérivation



Cyclide de Dupin



Bicorne



Bi-folium

J. Blinn, A Generalization of Algebraic Surface Drawing, *IEEE Transactions on Graphics*, **1**(3), 235 – 256, 1982
S. Foufou, L. Garnier. Dupin Cyclides as quadrics blends for shape modeling. *Computer Graphics Forum*, **23**(3), 321 – 330, 2004

Université Lumière Lyon 2
eric.galin@liris.cnrs.fr
http://liris.cnrs.fr/~egalin

LIRIS CNRS
Université Lumière Lyon 2
gamagora
eric.galin@liris.cnrs.fr
http://liris.cnrs.fr/~egalin

Modèle à squelette

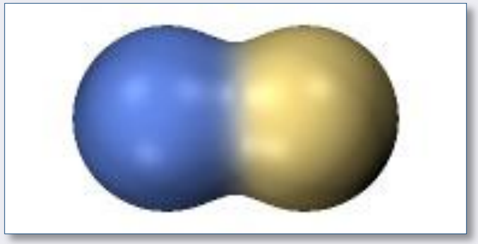
Objet construit à partir d'éléments définis à partir de squelettes et se raccordant entre eux

Un élément est caractérisé par un squelette ***S***, une fonction distance ***d*** au squelette, une fonction de potentiel ***g***

$$f_i(\mathbf{p}) = g_i \circ d_i(\mathbf{p})$$

Mélange des primitives par la somme des potentiels

$$f(\mathbf{p}) = \sum_{0 \le i < n} f_i(\mathbf{p}) - T$$



Squelettes complexe : courbes, cube, cône, cylindre, polyèdre

B. Wyvill. Data Structure for Soft Objects. *The Visual Computer*, **2**(4) : 227 – 234, 1986

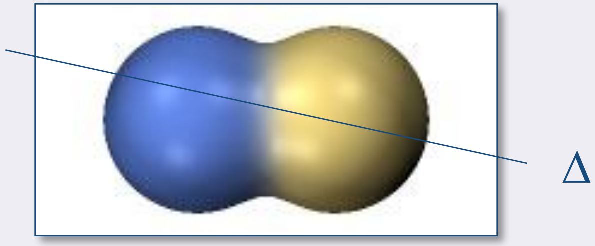
Les Blobs

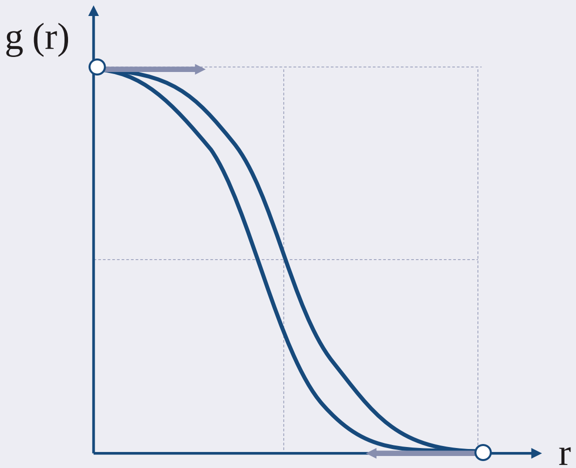
Fonctions potentiel

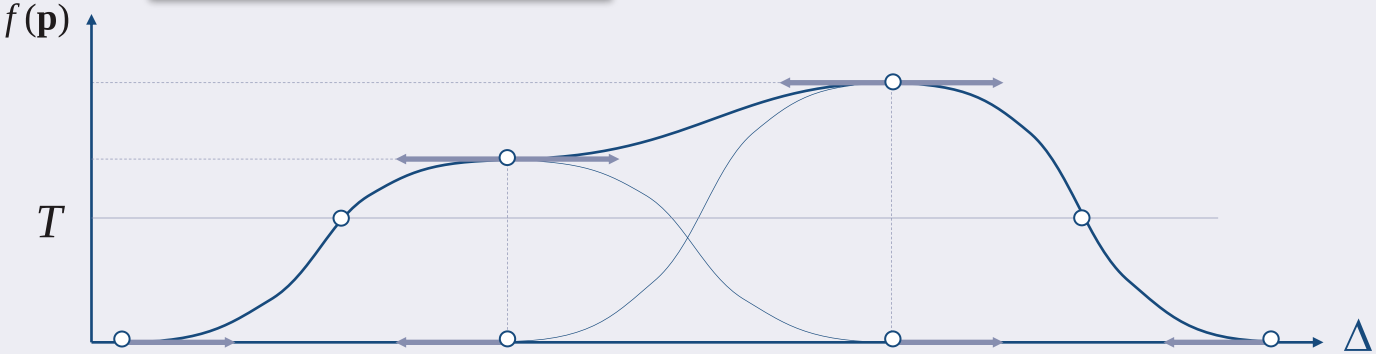
Caractérise la distribution de potentiel autour du squelette

$$g(r) = (1-r^2)^n \quad n \geq 2$$

$$g(r) = \left(1-r^2\right)^2\left(1-4/9r^2\right)$$







C. Blanc, C. Schlick. Extended Field Functions for Soft Object. *Implicit Surfaces Proceedings*, **1** : 21 – 32, 1995

Université Lumière Lyon 2
eric.galin@liris.cnrs.fr
http://liris.cnrs.fr/~egalin

Modèle hiérarchique à squelette

Combinaison de primitives dans un arbre de construction

B. Wyvill, A. Guy, E. Galin. Extending the CSG-Tree. *Computer Graphics Forum*. **18** (4), 149 – 158, 1999

LIRIS CNRS
Université Lumière Lyon 2
gamagora
eric.galin@liris.cnrs.fr
http://liris.cnrs.fr/~egalin

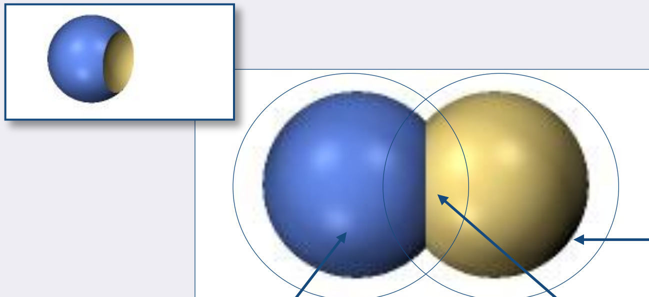
Opérateurs de combinaison

Opérateurs booléens

Définition à partir de fonctions simples

$$f_{A\cup B}(\mathbf{p}) = \max(f_A(\mathbf{p}), f_B(\mathbf{p}))$$

$$f_{A\cap B}(\mathbf{p}) = \min(f_A(\mathbf{p}), f_B(\mathbf{p}))$$



$$f_{A\cup B}(\mathbf{p}) = f_B(\mathbf{p})$$

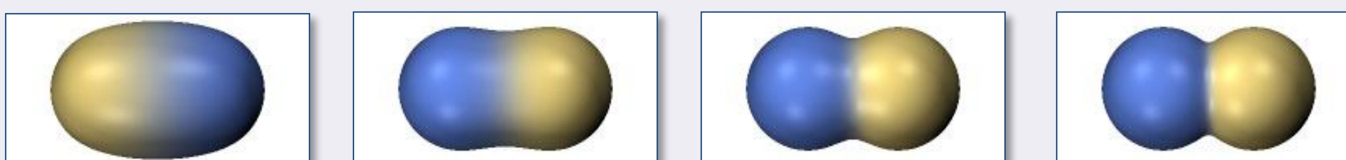
$$f_{A\cup B}(\mathbf{p}) = f_A(\mathbf{p})$$

$$f_{A\cup B}(\mathbf{p}) = \max(f_A(\mathbf{p}), f_B(\mathbf{p}))$$

Mélange

Somme simple
Mélange généralisé

$$f_{A\times B}(\mathbf{p}) = \left(f_A(\mathbf{p})^k, f_B(\mathbf{p})^k\right)^{1/k}$$



k=1 k=2 k=4 k=8

B. Wyvill, A. Guy, E. Galin. Extending the CSG-Tree. *Computer Graphics Forum*. **18** (4), 149 – 158, 1999

Université Lumière Lyon 2

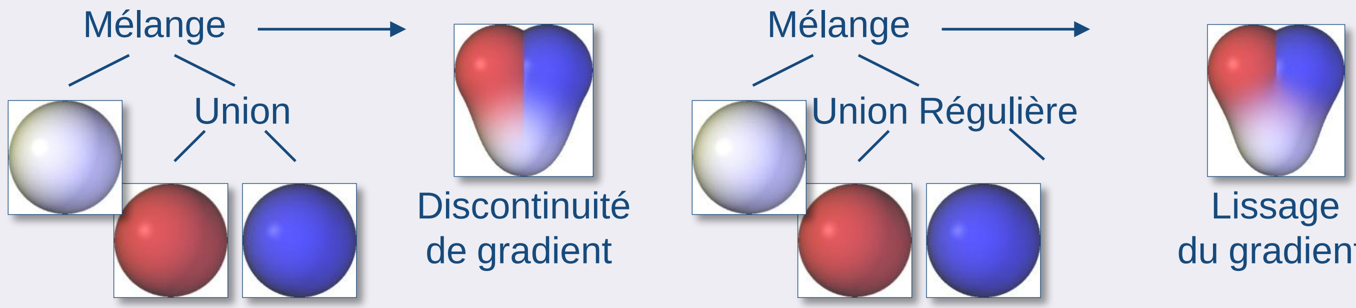
eric.galin@liris.cnrs.fr
http://liris.cnrs.fr/~egalin

Opérateurs de combinaison

Fonctions de Ravchev

- Les fonctions $\min$ et $\max$ produisent un potentiel C^0
- Fonctions plus complexes plus régulières

$$f_{A\cup B}(\mathbf{p}) = f_A(\mathbf{p}) + f_B(\mathbf{p}) + \sqrt{f_A^2(\mathbf{p}) + f_B^2(\mathbf{p})}$$



Université Lumière Lyon 2
eric.galin@liris.cnrs.fr
http://liris.cnrs.fr/~egalin

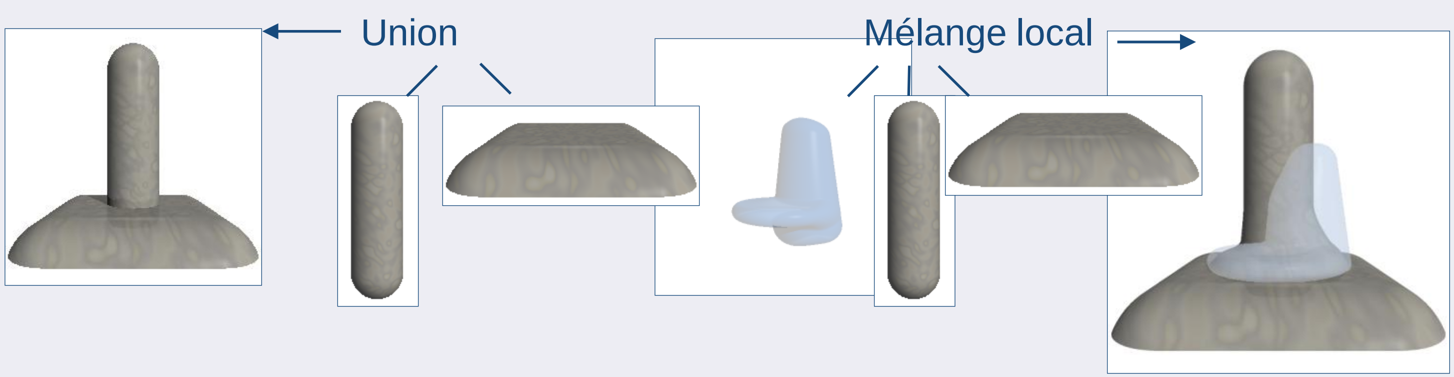
Opérateurs de combinaison

Mélange local

Interpolation entre un mélange et une union

Le degré d'interpolation dépend de la position de $\mathbf{p}$

$$f_{AB}(\mathbf{p}) = \beta(\mathbf{p}) f_{AB}(\mathbf{p}) + (1-\beta(\mathbf{p})) f_{A\cup B}(\mathbf{p})$$



Université Lumière Lyon 2
eric.galin@liris.cnrs.fr
http://liris.cnrs.fr/~egalin

Le BlobTree

Opérateurs de déformation

Déformation d'une région de l'espace $f_\omega(\mathbf{p}) = f \circ \omega^{-1}(\mathbf{p})$

Problèmes

La fonction ω de déformation doit être inversible

Pour l'évaluation du gradient, on doit calculer le Jacobien de ω

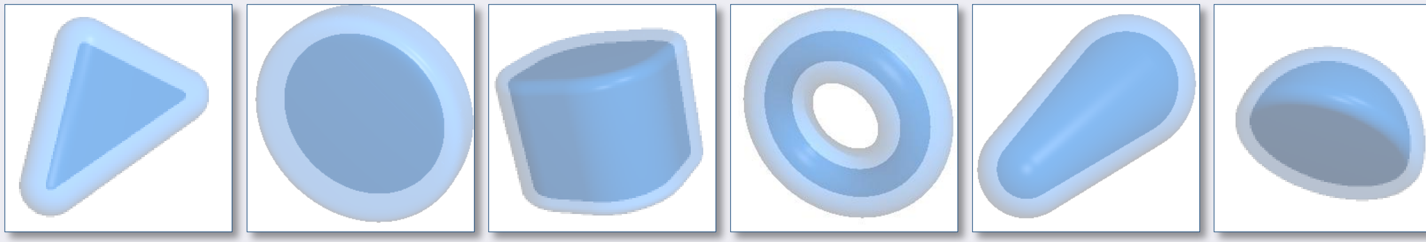
A. Barr. Global and Local Deformation of Solid Primitives. *Siggraph'84 Proceedings*. **18**, 21 – 30, 1984

Université Lumière Lyon 2
eric.galin@liris.cnrs.fr
http://liris.cnrs.fr/~egalin

Primitives à squelettes complexes

Algorithmes

Techniques accélérées le calcul de la distance à une grande variété de squelettes (propriétés de symétrie et de révolution)



Squelettes à niveaux de détail

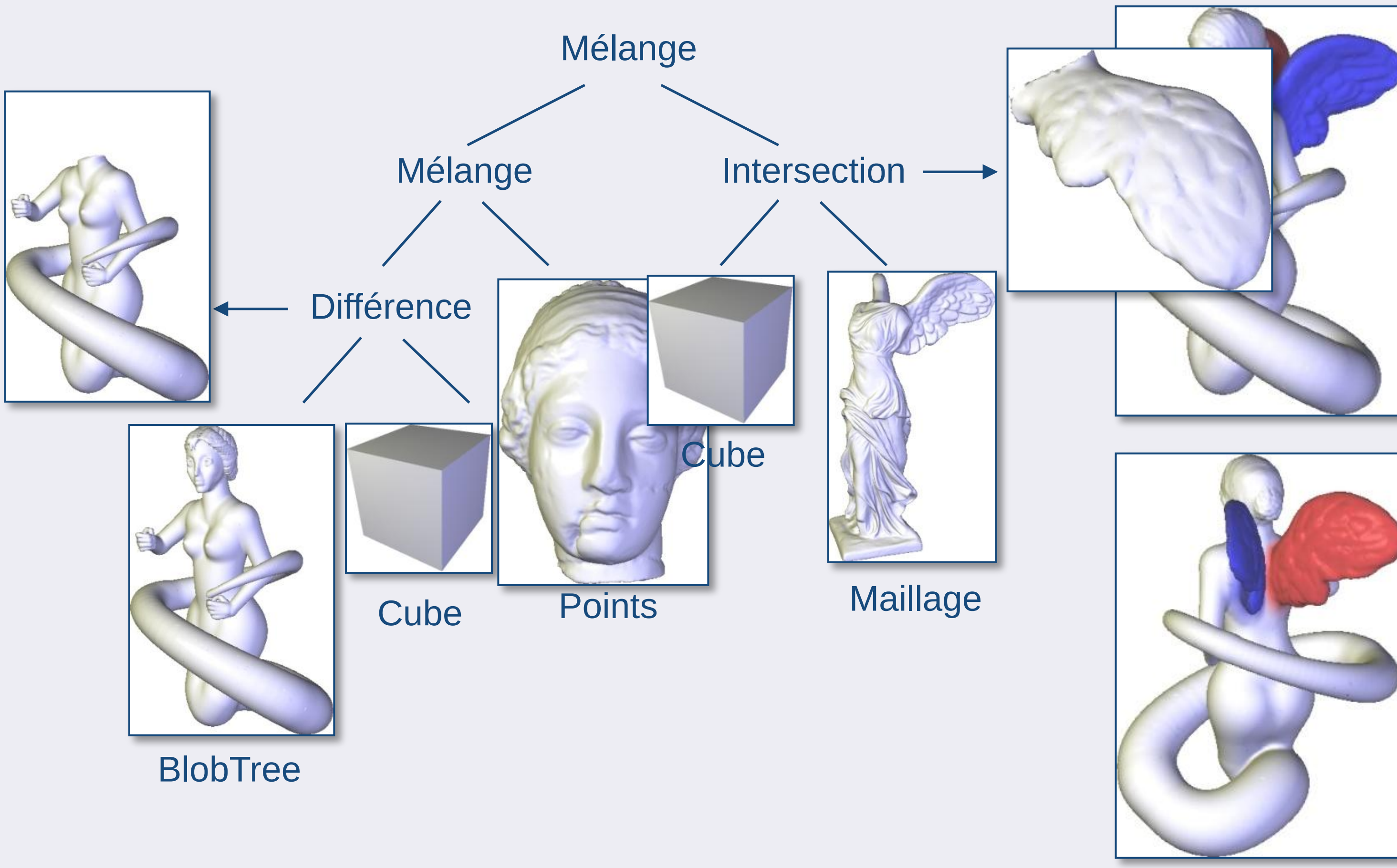
Cylindres généralisés, carreaux de surface, surfaces, volumes de révolution

Université Lumière Lyon 2
eric.galin@liris.cnrs.fr
http://liris.cnrs.fr/~egalin

Le modèle de l'Hybrid Tree

Modèle

Représentation hybride pouvant faire cohabiter plusieurs modèles d'objets



Université Lumière Lyon 2
eric.galin@liris.cnrs.fr
http://liris.cnrs.fr/~egalin