TERI : Traitement et reconnaissance d'images

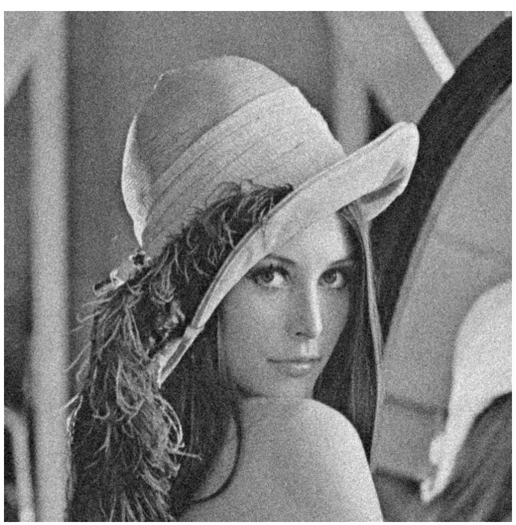
Cours Master 2 IAD

Isabelle Bloch - ENST / Département Signal & Images
Florence Tupin - ENST / Département Signal & Images
Antoine Manzanera – ENSTA / Unité d'Électronique et d'Informatique

Filtrage *vs* Restauration

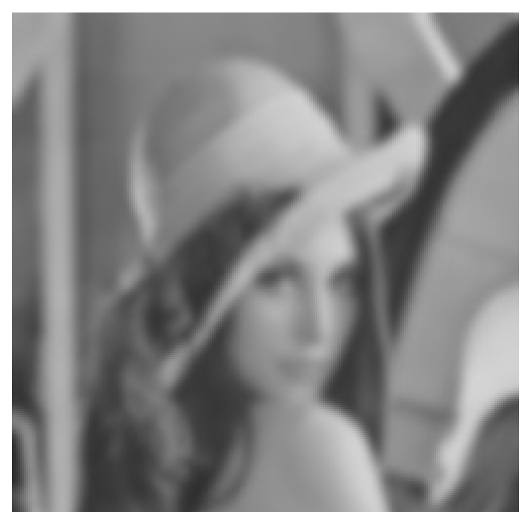
Ce cours s'intéresse aux techniques d'*amélioration* des images numériques, pour augmenter la qualité de leur rendu visuel, ou pour faciliter leur analyse. On cherche donc à atténuer, sinon supprimer une certaine *dégradation*. Celle-ci n'est pas forcément connue *a priori*, mais elle peut parfois être estimée *a posteriori*. On distinguera ici :

- les dégradations liées au *bruit* : $g(x) = f(x)+b(x)$ ou $g(x) = f(x)b(x)$ liées au capteur, à la quantification, à la transmission... On les traite en tirant parti des informations locales par le *filtrage*. Par différenciation, les techniques de filtrage permettent en outre de calculer ou amplifier les contrastes locaux (voir cours Filtrage).
- les dégradations *convolutives* : $g(x) = f(x) * b(x)$ liées à un mouvement du capteur ou un défaut de mise au point. On les traite en inversant un opérateur linéaire, donc supposé connu : ce sont les techniques dites de *restauration*.

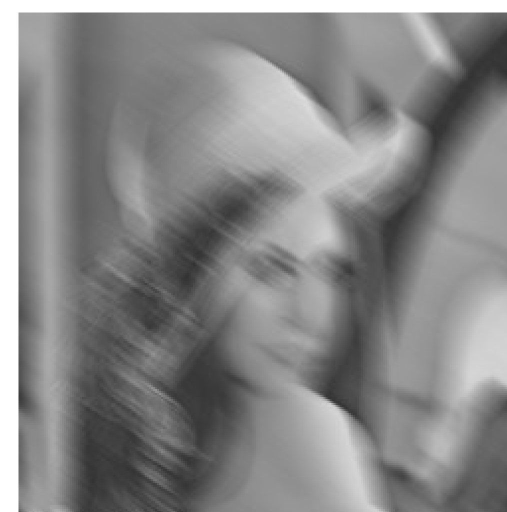


bruit additif

bruit multiplicatif



flou de mise au point



flou de bougé

Restauration – Plan du cours

- Modélisation fréquentielle : Filtrage inverse
- Modélisation fréquentielle : Filtrage pseudo-inverse
- Mod. Fréq. + Minimisation LMS : Filtrage de Wiener

Restauration -Introduction

On s'intéresse dans cette partie à une dégradation de type convolutive :

$$g = f * d$$

Image dégradée (observation)

Image originale (inconnue)

Défaut : opérateur supposé linéaire
et invariant spatialement :
Convolution

$$g(x) = \Sigma_{y \in Supp(d)} f(x-y) . d(y)$$

•Le problème de la restauration (ou de la déconvolution), consiste à retrouver *f*, ou une estimation de *f*, à partir de *g*. Mais :

•

• On ne connaît pas forcément *d* avec précision

• La dégradation convolutive s'accompagne en général de bruit : $g = f * d + b$

Filtrage inverse

Supposons d'abord que *d* est connu et négligeons le terme de bruit *b* :

$$g(x) = \Sigma_{y \in Supp(d)} f(x-y) . d(y)$$

TF TF

Dans le domaine fréquentiel :

$$G(u) = F(u) \times D(u)$$

D'où l'estimée de *f* dans le domaine fréquentiel :

$$\hat{F}(u) = \frac{G(u)}{D(u)}$$

Soit finalement : $\hat{f} = g * r_d$ Avec : $r_d = TF^{-1}\left(\frac{1}{TF(d)}\right)$

Problème : $D(u)$ n'est pas toujours inversible : cas où $D(u) \simeq 0$

Filtrage pseudo-inverse

Problème : $D(u)$ n'est pas toujours inversible : cas où $D(u) \simeq 0$

Solution principale au sens de Bracewell :

Précision de la représentation

$$\hat{F}(u) = G(u) \times R(u) \qquad \text{Avec :} \qquad R(u) = \begin{cases} 0 \; si \; D(u) < \varepsilon \\ \dfrac{1}{D(u)} \; sinon \end{cases}$$

Filtrage de Wiener

En général le problème de déconvolution ne se réduit pas à l'inversion d'un opérateur linéaire :

$$g = f * d + b$$

Le filtrage de Wiener propose une solution sous la forme d'une minimisation d'une expression quadratique comportant un terme de régularisation :

$$\hat{f} = arg\ min_k \int \underbrace{\left(k(x) * q(x)\right)^2}_{\text{Contrainte linéaire de régularisation}} + \underbrace{\left(g(x) - k(x) * d(x)\right)^2}_{\text{Filtrage inverse}} dx$$

En passant dans le domaine fréquentiel, et en imposant à chaque composante de minimiser sa contribution à la somme, on obtient :

$$\hat{F} = arg\ min_K |KQ|^2 + |G - KD|^2$$

Filtrage de Wiener

$$\hat{F} = arg\ min_K |KQ|^2 + |G - KD|^2$$

On résout le problème de minimisation par l'annulation de la dérivée première selon K :

Soit
$$\frac{\partial\left(|KQ|^2 + |G - KD|^2\right)}{\partial K} = 0$$

Et donc
$$2\,Q^2\,K - 2\mathrm{D}'\,(G - DK) = 0$$

$$K\,(Q^2 - DD') = D'\,G$$

Conjuguée de D

D'où
$$K = \underbrace{\frac{D'}{DD' + Q^2}}_{\textit{Filtre de Wiener}} \times G$$

Terme de régularisation

Filtrage de Wiener

$$K = \frac{D'}{DD' + Q^2} \times G$$

•Le principe du filtrage de Wiener est de fixer Q^2 en fonction d'une estimation de la puissance relative du bruit par rapport au signal image :

•

• Lorsque Q^2 est nul, on retrouve le filtrage inverse.

• Lorsque D est nul, on retrouve la solution pseudo-inverse de Bracewell.

• Lorsque D est très faible, c'est le terme Q^2 qui devient prépondérant, et qui permet de réaliser un compromis entre déconvolution et amplification du bruit.

Idéalement :

$$Q^2(u) = \frac{|B(u)|^2}{|F(u)|^2}$$

Q varie localement en fonction des modules des composantes.

Le plus souvent :

$$Q^2 = \frac{\langle |B(u)|^2 \rangle}{\langle |F(u)|^2 \rangle}$$

Q est constant sur l'ensemble des fréquences, et dépend des moyennes des modules.

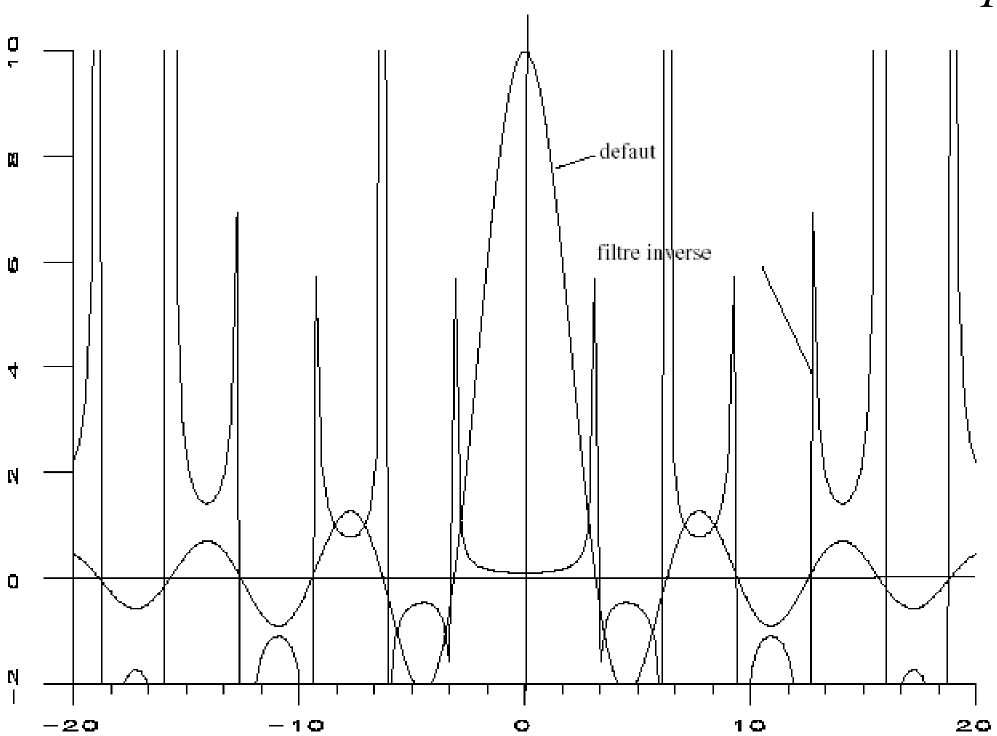
Ou même :

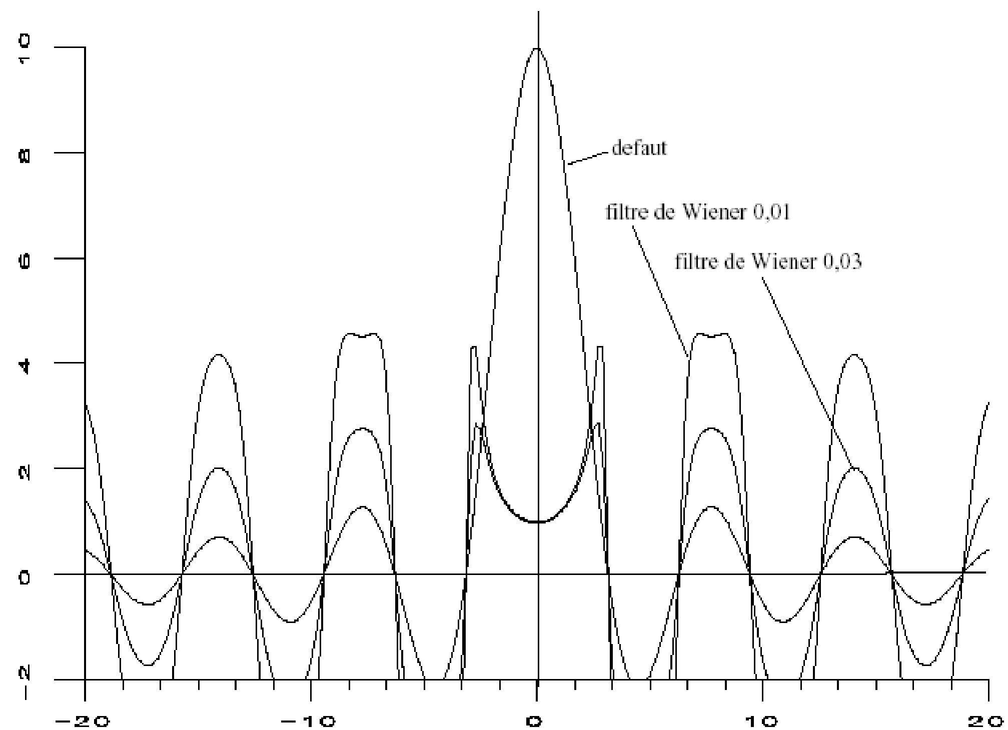
$$Q^2 = Cte$$

Q est constant sur l'ensemble des fréquences.

Filtrage de Wiener

Un exemple en 1D :





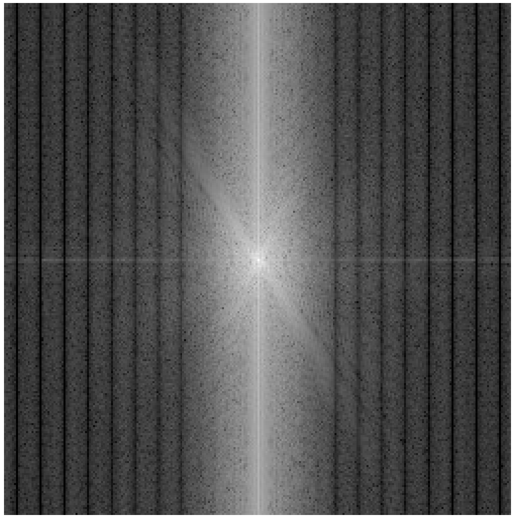
A gauche : un défaut de bougé à vitesse constante dans le domaine fréquentiel (sinus cardinal), et le filtre inverse correspondant.

A droite : le même défaut et les filtres de Wiener de correction pour deux valeurs différentes de Q^2 supposé constant.

D'après [*Maître 2003*]

Filtrage inverse

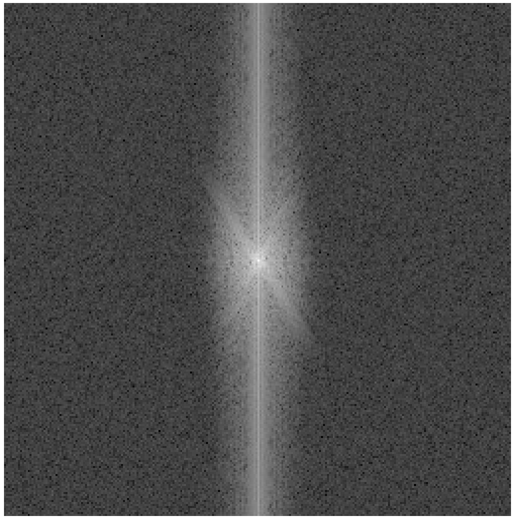
image avec un flou de bougé horizontal (float)



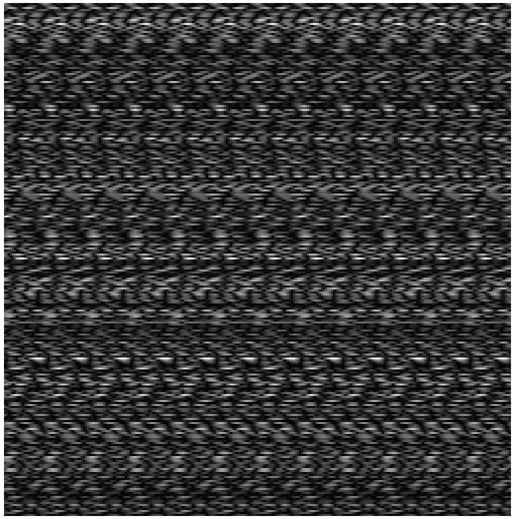
spectre de l'image flou : la distortion convolutive est visible

filtrage inverse

image avec un flou de bougé horizontal (byte)



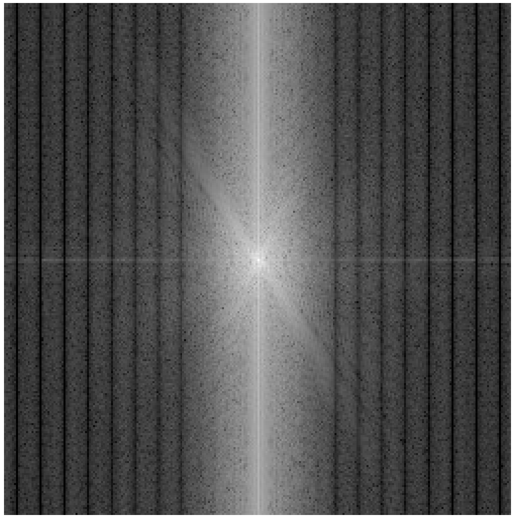
spectre de l'image flou avec le bruit de quantification



filtrage inverse

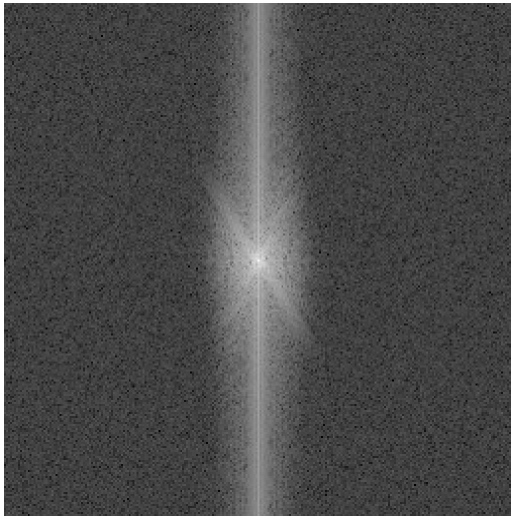
Filtrage pseudo-inverse


image avec un flou de bougé horizontal (float)


spectre de l'image flou : la distortion convolutive est visible


filtrage inverse

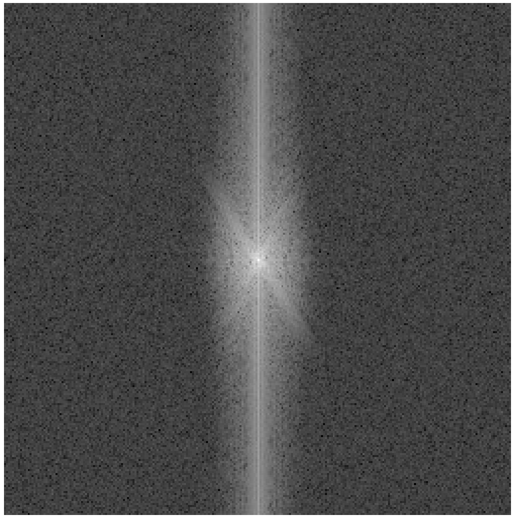

image avec un flou de bougé horizontal (byte)


spectre de l'image flou avec le bruit de quantification


filtrage pseudo-inverse

Filtrage de Wiener

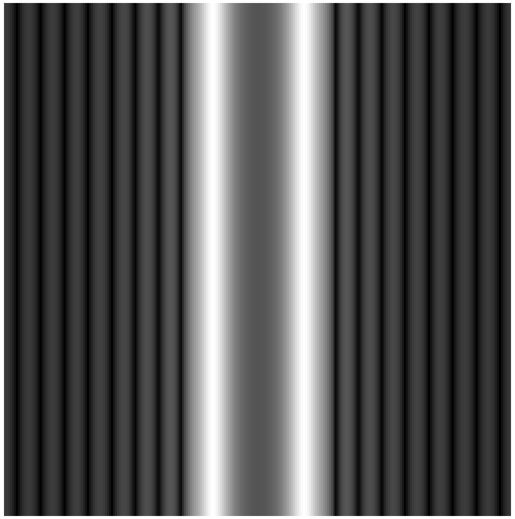
image avec un flou de bougé horizontal (byte)



spectre de l'image flou avec bruit de quantification

filtrage pseudo-inverse

image avec un flou de bougé horizontal (byte)



spectre du filtre de Wiener

filtrage de Wiener

D'après [Schouten *2002*]

Restauration - Conclusion

RESTAURATION

Dégradation convolutive

$$g(x) = f(x) * d(x)$$

TF

$$\hat{F}(u) = \frac{1}{D(u)} . G(u)$$

Filtrage inverse

$$g(x) = f(x) * d(x) + b(x)$$

TF + LMS

$$\hat{F}(u) = \frac{D'(u)}{D(u)D'(u) + \alpha} . G(u)$$

$$\alpha \simeq \frac{\langle |B(u)|^2 \rangle}{\langle |F(u)|^2 \rangle}$$

Filtrage de Wiener