中国科学技术大学
University of Science and Technology of China
信息科学技术学院

数字信号处理——离散时间信号与系统

主讲人：陈力

本章内容

1.1　离散时间信号——序列

离散时间信号的概念

1、概念

$$x(n) = x_a(t)\big|_{t=nT} = x_a(nT)$$

在 n 的定义域内一组有序的数，也称为序列。

n 为整数

离散时间信号的表示

2、序列的表示法

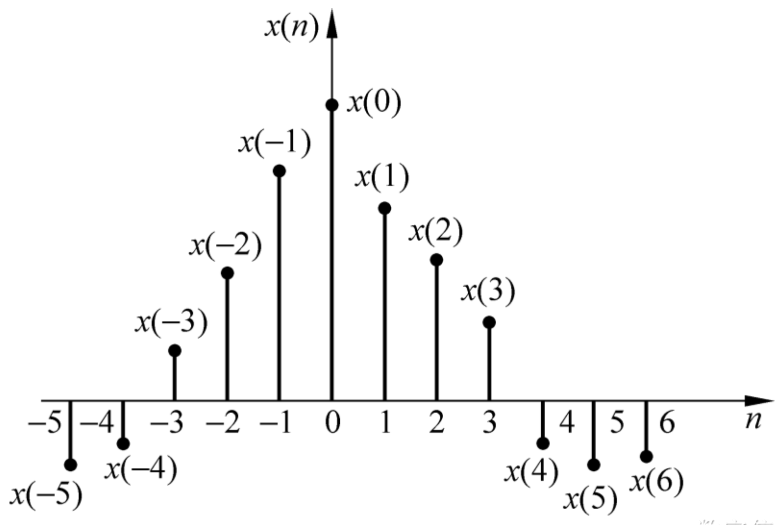
（1）函数表示法

$$x(n)=a^n u(n)$$

（2）数列表示法

$$x(n)=\{\cdots,-5,\ 3,\ \underline{-1},\ 0,\ 2,\cdots\}$$

（3）图形表示法



序列的运算—幅值

相加

$$z(n) = x(n) + y(n)$$

累加

$$y(n) = \sum_{k=-\infty}^{n} x(k)$$

序列的绝对和

$$S = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x(n)|$$

乘法

$$w(n) = x(n)y(n)$$

序列的平均功率

$$P[x(n)] = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^{N} |x(n)|^2$$

序列的能量

$$E[x(n)] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x(n)|^2$$

周期序列的平均功率

$$P[x(n)] = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} |x(n)|^2$$

序列的运算—时间

(1) 移位

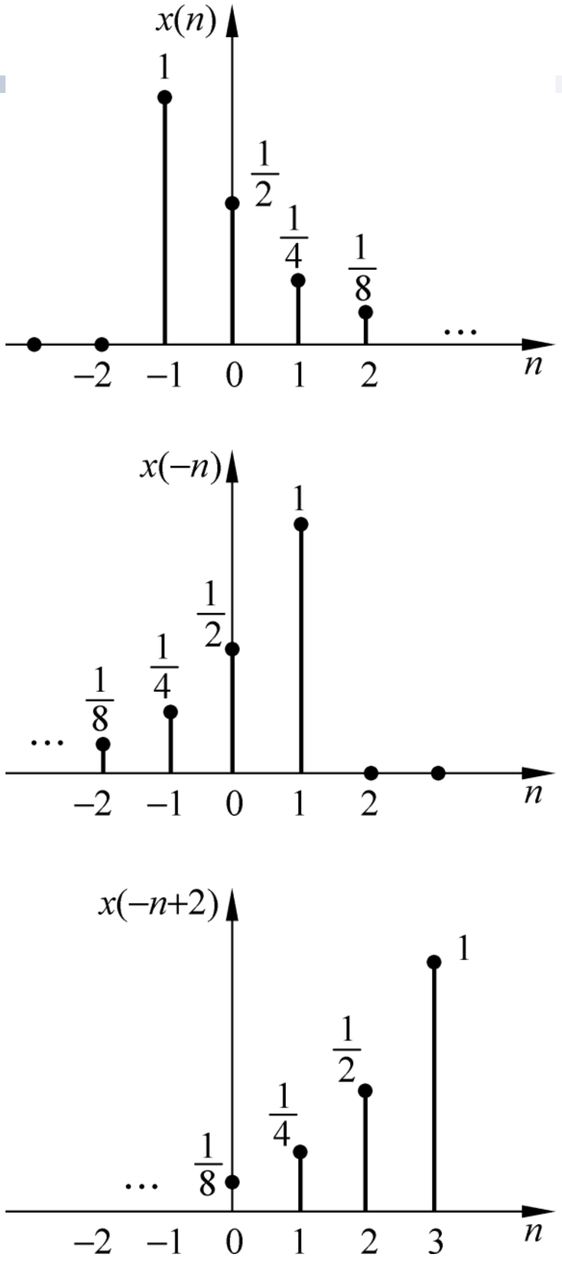
$$x(n) \to x(n-m)$$

$$m>0,\quad 右移$$

$$m<0,\quad 左移$$

(2) 翻褶

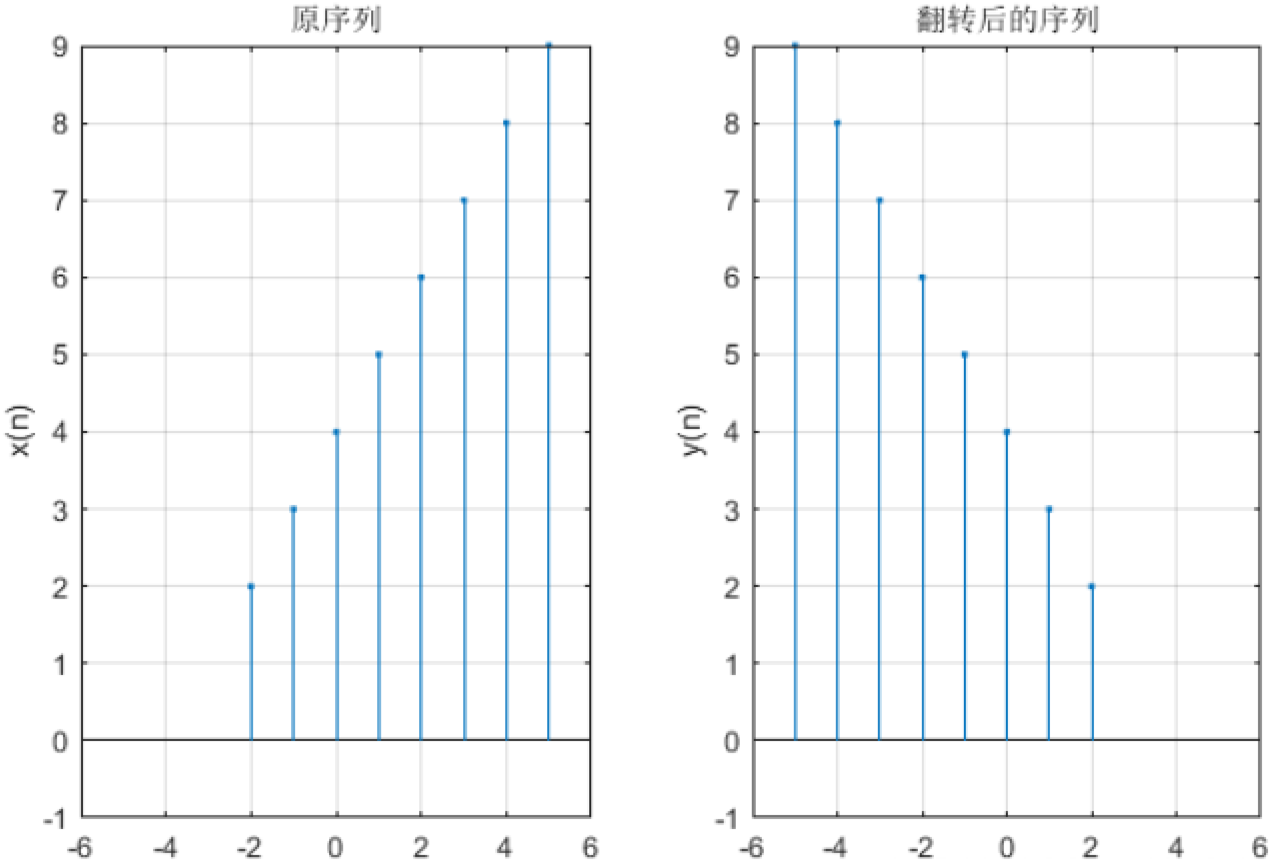
$$x(n) \to x(-n)$$



序列的运算—时间

设序列 x(n) 用样值向量 x 和位置向量 nx 来描述，翻转后的序列y(n)用样值向量 y 和位置向量 ny 来描述.

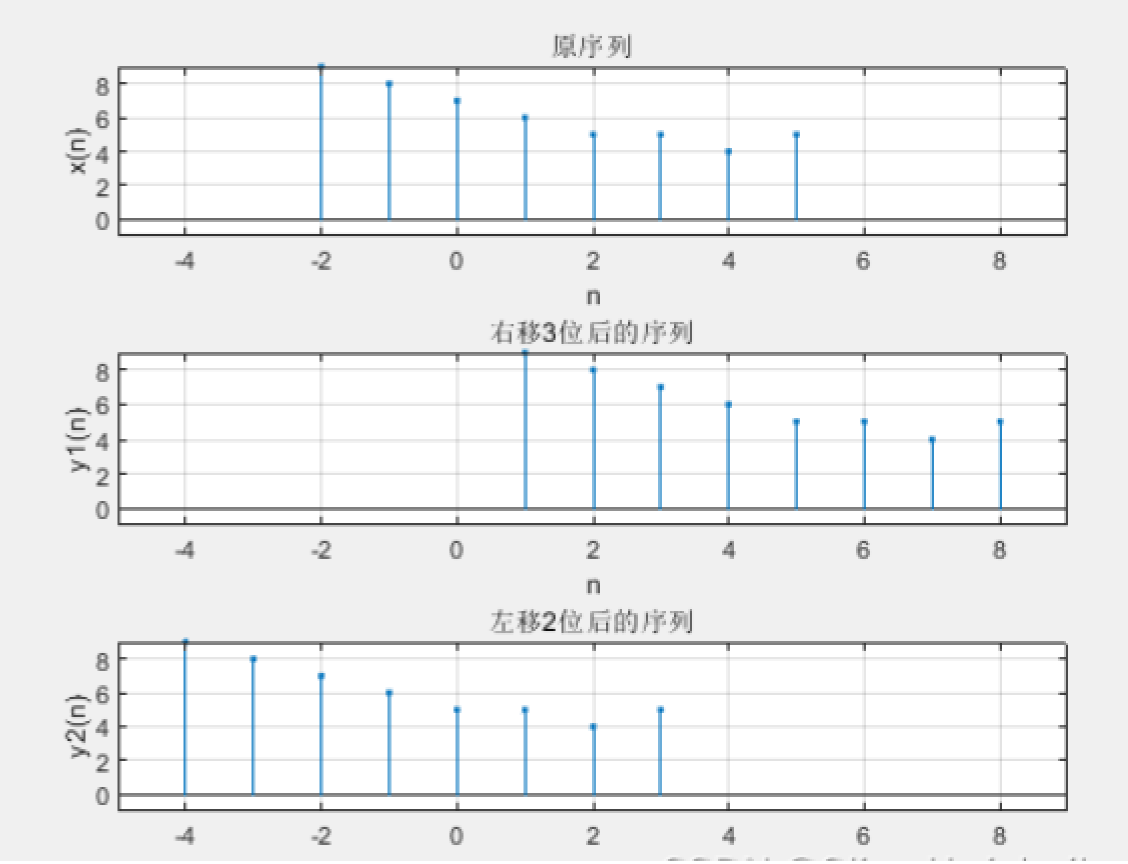
```
y = fliplr(x)
ny = -fliplr(nx)
```



序列的运算—时间

设序列 x(n) 用样值向量 x 和位置向量 nx 来描述，移位后的序列y(n)用样值向量 y 和位置向量 ny 来描述.

```
y = x;            % 样值向量不变
ny = nx + n0;     % n0>0，表示向右移动 n0个位置；n0<0，表示向左移动 n0个位置。
```



序列的运算—时间

(3) 时间尺度变换

- **抽取（下抽样变换）**

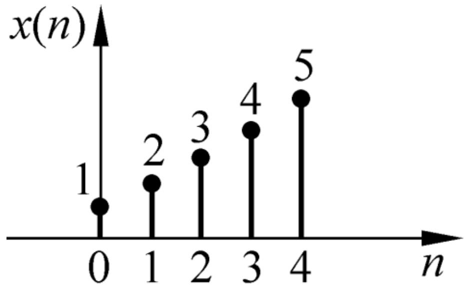
$$x_d(n) = x(Dn), \quad D\text{为整数}$$

- **插值（上抽样变换）**

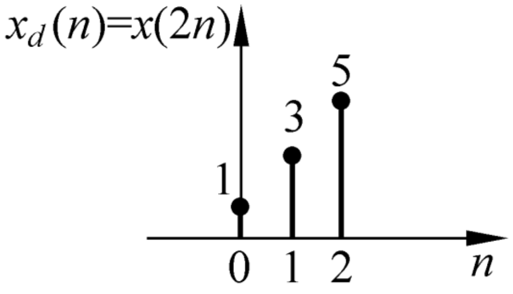
$$x_I(n) = \begin{cases} x(n/I), & n = mI,\ I\text{为整数} \\ 0, & \text{其他}n \end{cases}$$

序列的运算—时间

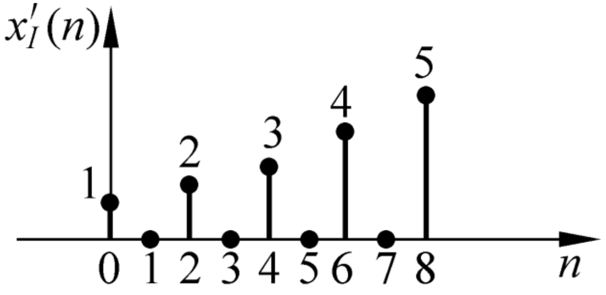
（3）时间尺度变换



(a) 序列$x(n)$

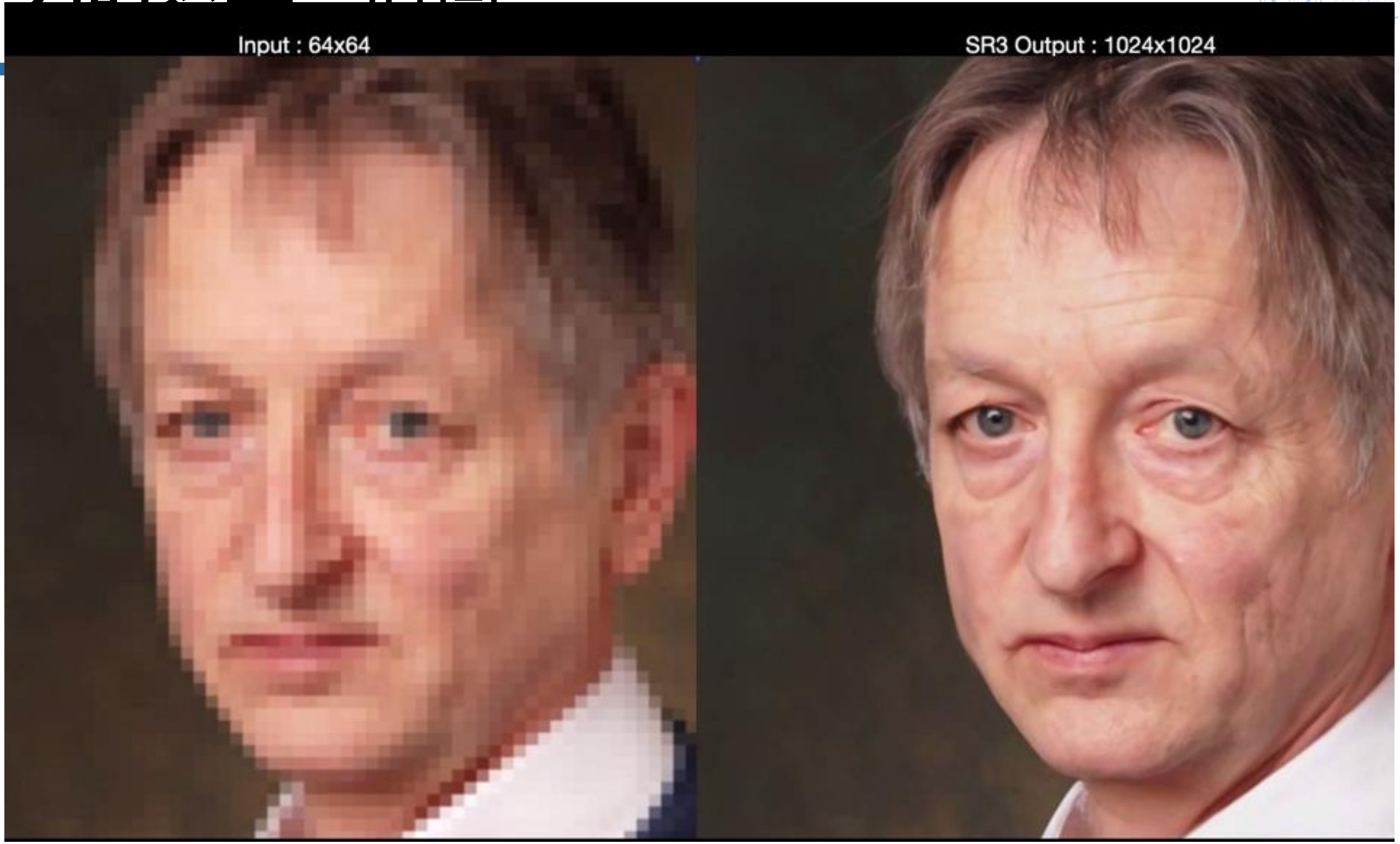


(b) 抽取序列$x_d(n)(D=2)$



(c) 插入零值序列$x_I'(n)(I=2)$

序列的运算—时间

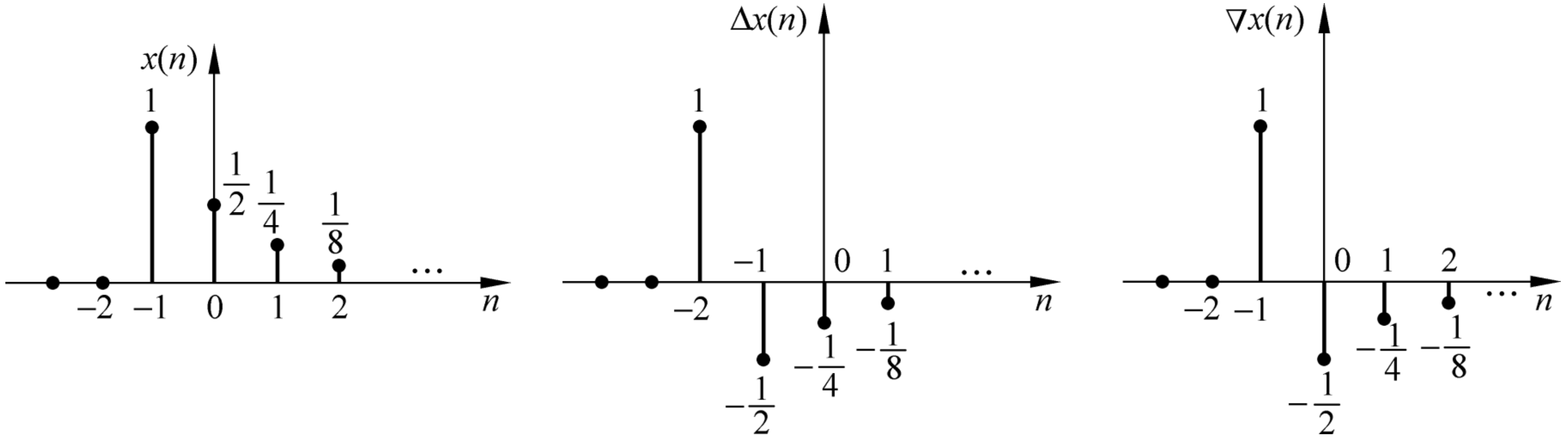


序列的运算—幅值+时间

（1）差分运算

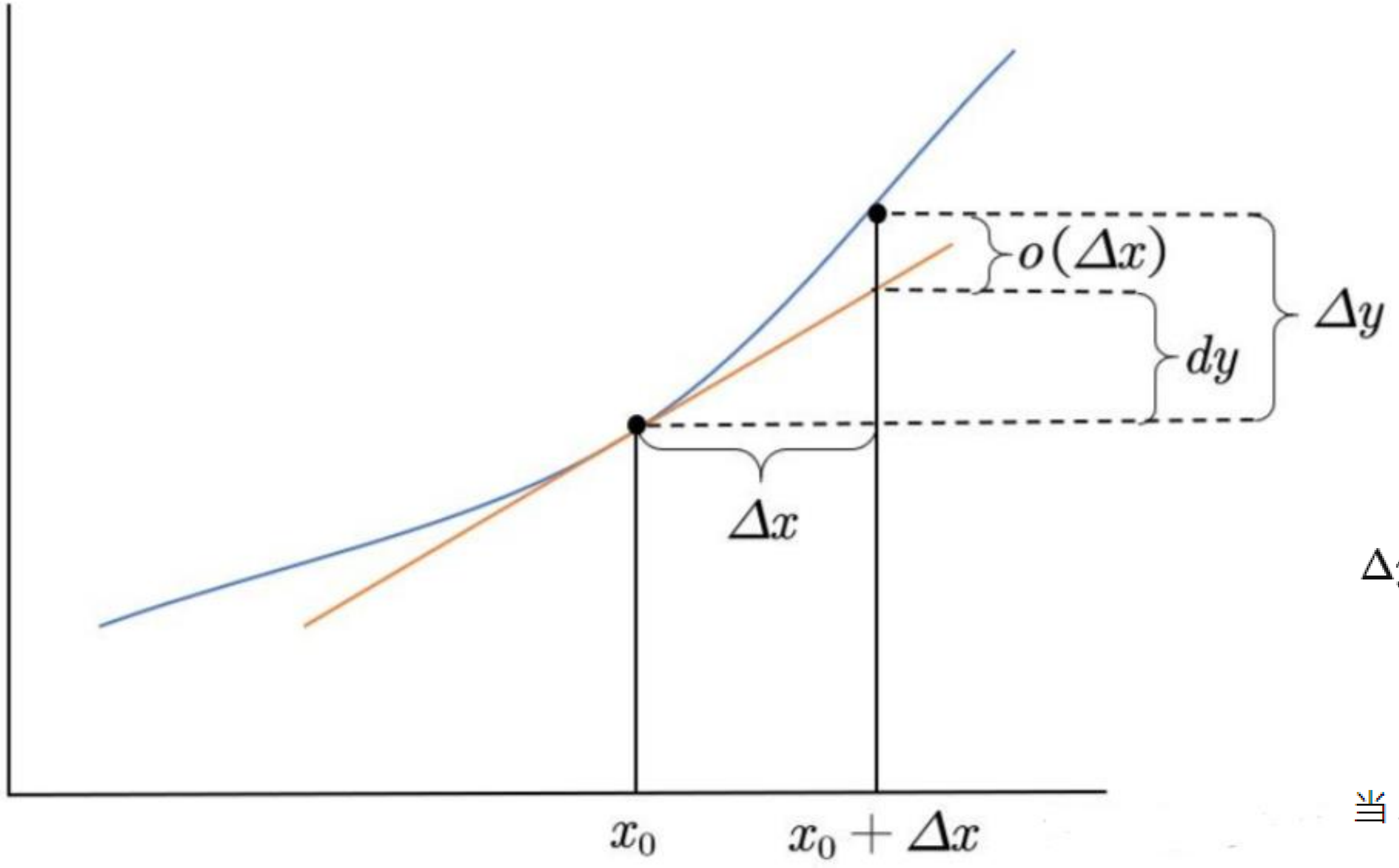
- **前向差分：** $\Delta x(n) = x(n+1) - x(n)$
- **后向差分：** $\nabla x(n) = x(n) - x(n-1)$

$$\nabla x(n) = \Delta x(n-1)$$



序列的运算—幅值+时间

中国科学技术大学 University of Science and Technology of China 信息科学学院



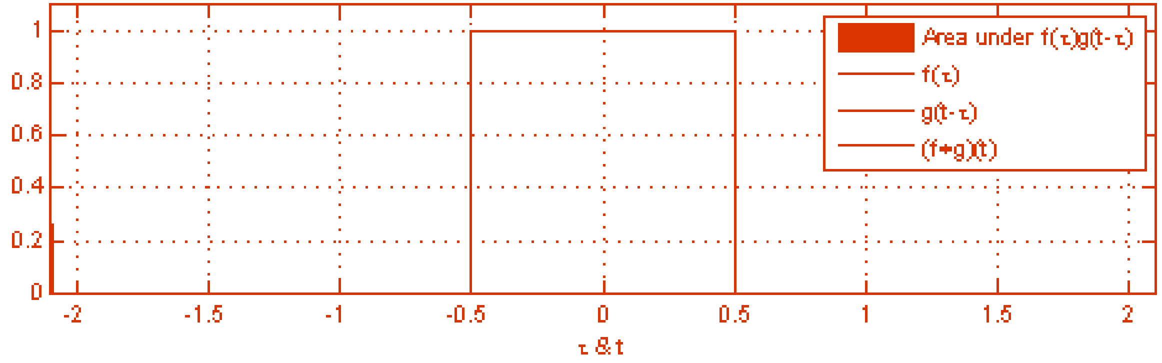
$$\begin{aligned}\Delta y &= y(x_0 + \Delta x) - y(x_0) \\ &= y'(x_0)\Delta x + o(\Delta x) \\ &= dy + o(\Delta x)\end{aligned}$$

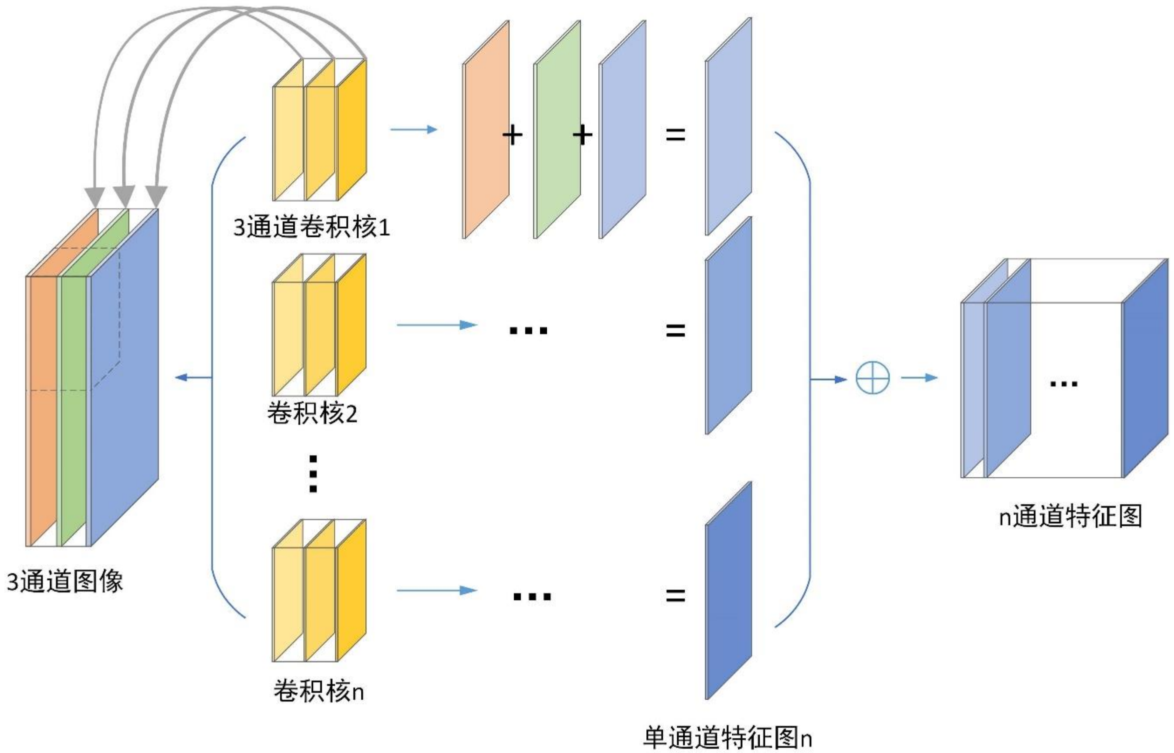
当 $\Delta x \to 0$ 时，便可用微分代替差分。

序列的运算—幅值+时间

(2) 卷积和运算

$$y(n)=x(n)*h(n)=\sum_{m=-\infty}^{+\infty}x(m)h(n-m)=\sum_{m=-\infty}^{+\infty}x(n-m)h(m)$$



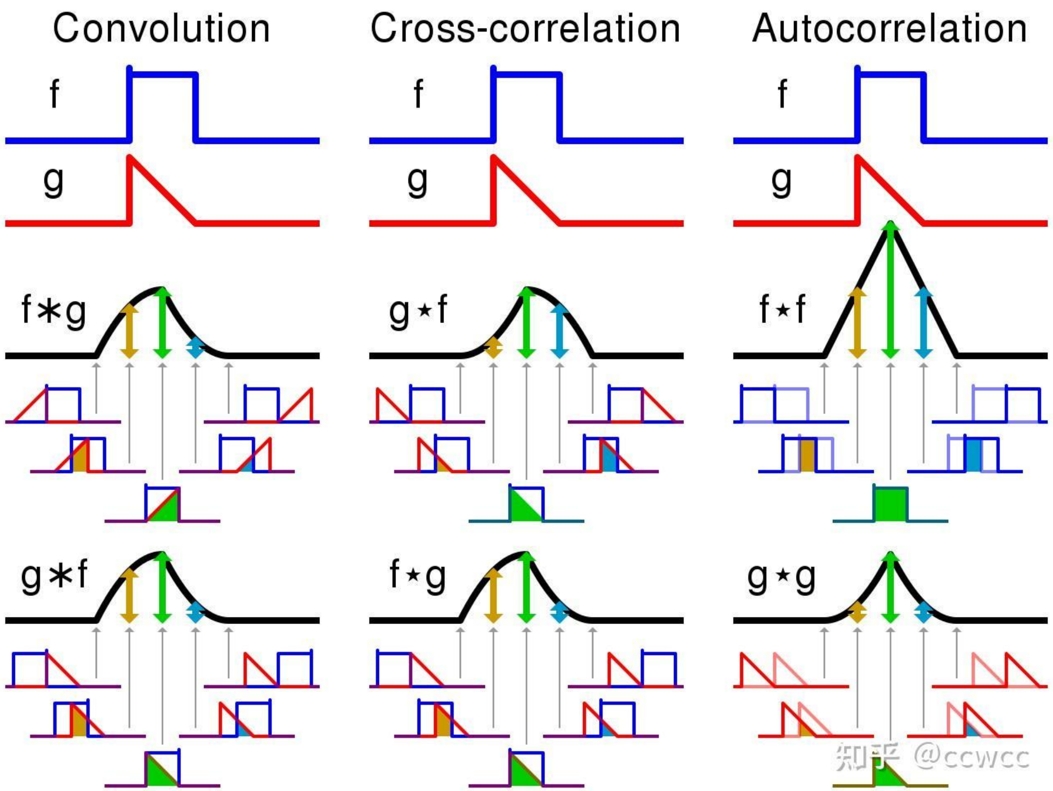


序列的运算—幅值+时间

（3）相关运算

$$r_{xy}(m)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}x(n)y(n-m)$$

互相关的两个序列都**不翻转，直接滑动相乘，求和**；
卷积的其中一个序列需要**先翻转，然后滑动相乘，求和**。



序列的运算—幅值+时间

（4）复序列的共轭对称分量和共轭反对称分量

复序列

$$x_e(n)=\frac{1}{2}\left[x(n)+x^*(-n)\right]$$

$$x_o(n)=\frac{1}{2}\left[x(n)-x^*(-n)\right]$$

实序列的偶分量和奇分量

$$x_e(n)=\frac{1}{2}\left[x(n)+x(-n)\right]$$

$$x_o(n)=\frac{1}{2}\left[x(n)-x(-n)\right]$$

序列的卷积和

$$y(n)=x(n)*h(n)=\sum_{m=-\infty}^{+\infty}x(m)h(n-m)$$

1、卷积的计算方法

（1） “图解+解析”法

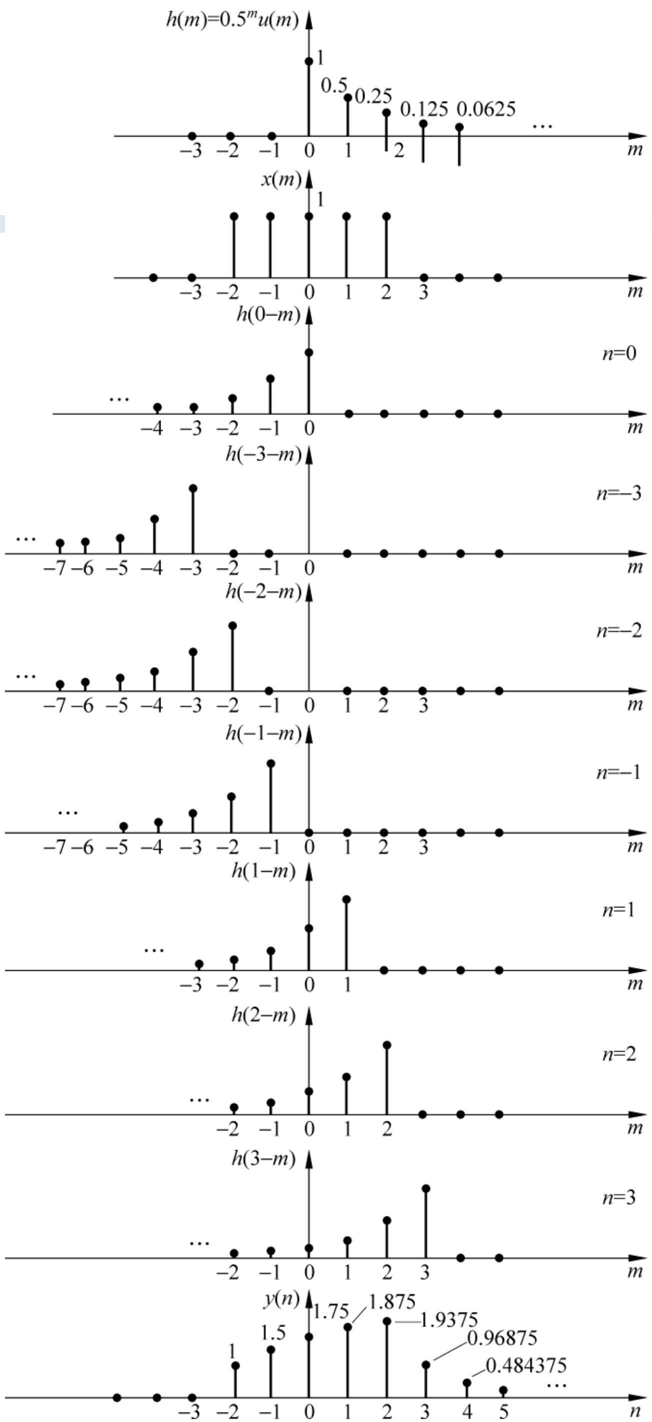
翻褶：

移位：

相乘：

相加：

例1.1



序列的卷积和

例1.2：若$x(n)$在 $N_3 \le n \le N_4$ 范围有非零值，

$h(n)$在$N_1 \le n \le N_2$范围有非零值。

求$y(n)=x(n)*h(n)$在n的什么范围有值。

解： $$y(n)=x(n)*h(n)=\sum_{m=-\infty}^{+\infty} x(m)h(n-m)$$

显然应满足 $N_3 \le n \le N_4$， $N_1 \le n-m \le N_2$，

因而，将两不等式相加，可得

$$N_1+N_3 \le n \le N_2+N_4$$

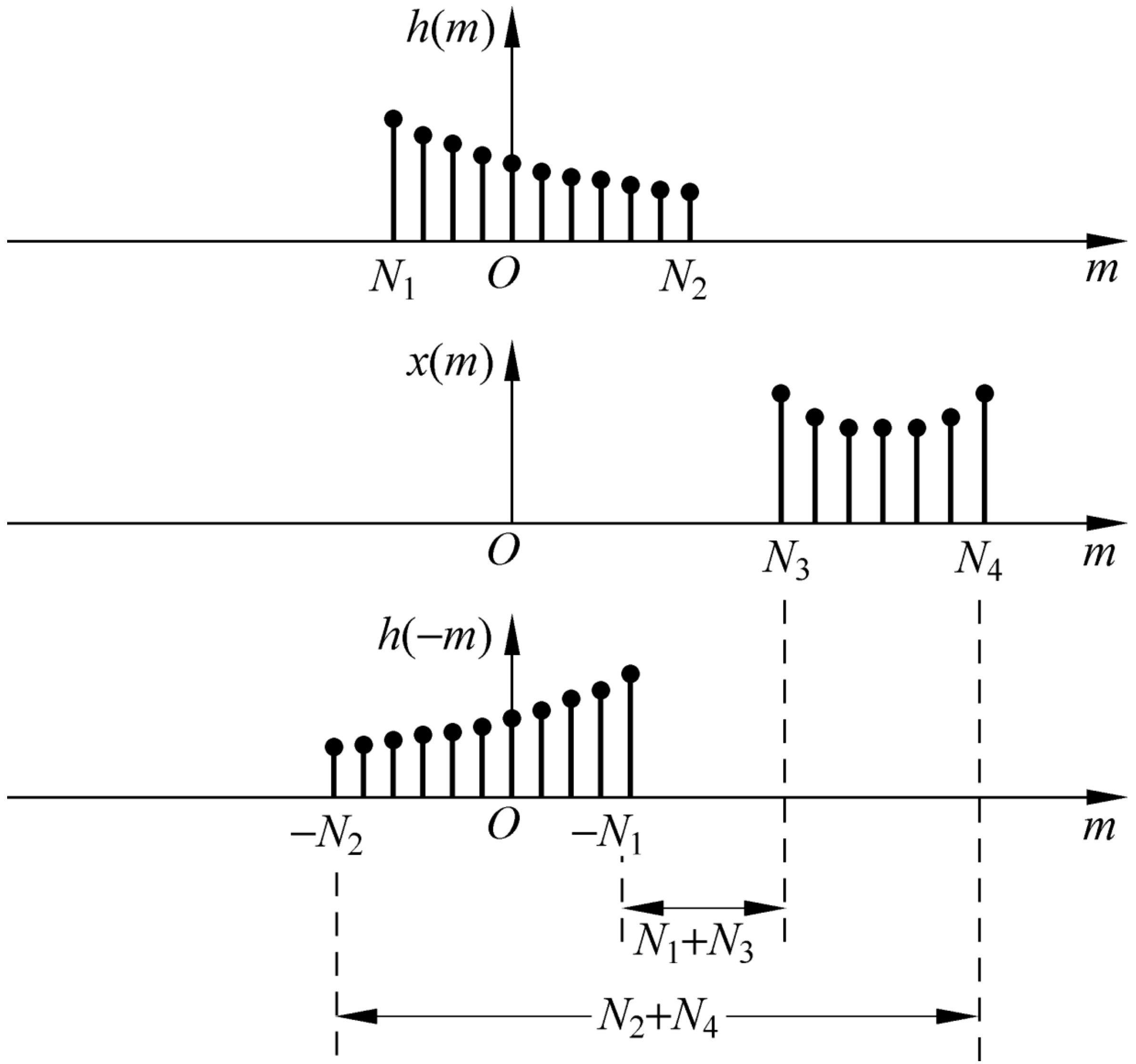
故$y(n)$的存在范围若用$N_5 \le n \le N_6$表示，则有

$$N_5 = N_1+N_3$$

$$N_6 = N_2+N_4$$

序列的卷积和

中国科学技术大学
University of Science and Technology of China
信息科学技术学院



序列的卷积和

中国科学技术大学
University of Science and Technology of China
信息科学技术学院

(2) 对位相乘相加法

对位相乘相加法，首先将两序列排成两行，

且将各自n最大的序列值对齐（即按右端对齐），

然后作乘法运算，但是不要进位，

最后将同一列的乘积值相加即得到卷积和结果。

序列的卷积和

例1.4：设$x(n)=\{\underline{4},2,3,1\}$，$h(n)=\{2,4,\underline{1}\}$，

求$y(n)=x(n)*h(n)$。

解：（黑板列表）

由于 $x(n)$取值为 $n=0\sim3$ 区间，

而 $h(n)$取值为 $n=-2\sim0$ 区间，

$y(n)$ 的取值区间应为 $n=-2\sim3$ 区间，

由此可确定$y(0)$的定位，即有

$$y(n)=\{8,\ 20,\ \underline{18},\ 16,\ 7,\ 1\}$$

序列的卷积和

2、卷积和序列的长度

若$x(n)$为N点长序列，$h(n)$为M点长序列，

则 $y(n)=x(n)*h(n)$为$L=N+M-1$点长序列。

$x(n)$：$N_1 \le n \le N_2$

$h(n)$：$N_3 \le n \le N_4$

$y(n)=x(n)*h(n)$ $N_1+N_3 \le n \le N_2+N_4$

序列的卷积和

例1.5： **已知$y(n)=x(n)*h(n)$，试用$y(n)$来表示**

（1）$x(n)*h(n+m)$;

（2）$x(n+m_1)*h(n+m_2)$

解：

$$y(n)=x(n)*h(n)=\sum_{r=-\infty}^{+\infty}x(r)h(n-r)$$

(1)

$$x(n)*h(n+m)=\sum_{r=-\infty}^{+\infty}x(r)h(n+m-r)=y(n+m)$$

(2)

$$x(n+m_1)*h(n+m_2)=y(n+m_1+m_2)$$

序列的卷积和

3、用向量—矩阵乘法进行卷积计算（有限长序列的卷积）

$$y(n)=x(n)*h(n)=\sum_{m=-\infty}^{+\infty}x(m)h(n-m)=\sum_{m=0}^{N_x-1}x(m)h(n-m)$$

$$n=0,1,\cdots L-1$$

设$x(n)$长度为N_x，$0\le n\le N_x-1$；**$h(n)$ 长度为N_h**，$0\le n\le N_h-1$

$y(n)$长度为N_x+N_h -1，$0\le n\le N_x+N_h-2$ 。

对每一个n，上式可写成

$$y(n)=x(0)h(n)+x(1)h(n-1)+\cdots+x(N_x-1)h(n-N_x+1)\qquad n=0,1,\cdots L-1$$

序列的卷积和

写成向量乘积形式为

$$y(n) = [x(0), x(1), \ldots, x(N_x-1)]\begin{bmatrix} h(n) \\ h(n-1) \\ \ldots \\ h(n-N_x+1) \end{bmatrix}$$

y=xH

$$[y(0), y(1), \cdots, y(L-1)] = [x(0), x(1), \cdots x(N_x-1)]\begin{bmatrix} h(0) & h(1) & h(2) & \cdots & h(L-1) \\ 0 & h(0) & h(1) & \ldots & h(L-2) \\ 0 & 0 & h(0) & \cdots & h(L-3) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & h(L-N_x) \end{bmatrix}$$

序列的相关性

所谓**相关是指两个确定信号或两个随机信号之间的相互关系**，对于随机信号，信号一般是不确定的，但是通过对它的规律进行统计，它们的相关函数，往往是确定的，因而**在随机信号的数字处理中，可以用相关函数来描述一个平稳随机信号的统计特性。**

序列的相关性

1. 互相关函数序列

(1) 定义

$$r_{xy}(m)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}x(n)y(n-m)$$

(2) 性质

① $r_{xy}(m)=r_{yx}(-m)$

② $r_{xy}(m)\neq r_{xy}(-m)$

与卷积的区别：

① 卷积运算有翻褶、移位、相乘、相加四个步骤；

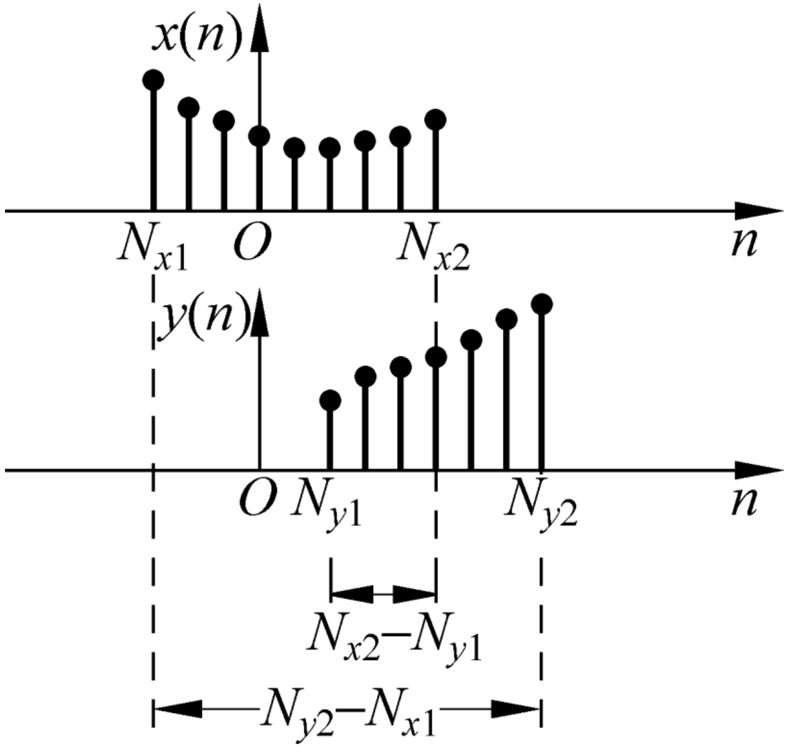
互相关运算没有其中的翻褶这一步骤。

② 卷积运算满足交换律；互相关运算不满足交换律。

序列的相关性

1. 互相关函数序列

(3) $r_{xy}(m)$中m的有值范围



x(n)： $N_{x1} \le n \le N_{x2}$

y(n)： $N_{y1} \le n \le N_{y2}$

$r_{xy}(m)$ $-\left(N_{y2}-N_{x1}\right) \le m \le \left(N_{x2}-N_{y1}\right)$

序列的相关性

1. 互相关函数序列

(4) 用卷积运算来表示相关运算

$$r_{xy}(m)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}x(n)y(n-m)$$

$$=\sum_{n=-\infty}^{\infty}x(n)y\big(-(m-n)\big)$$

$$=x(m)*y(-m)$$

相关函数只表示两个信号之间的相关性（相似性），而卷积则表示信号通过系统的一种运算，两者是完全不同的物理含义。

序列的相关性

2. 自相关函数序列

(1) 定义

$$r_{xx}(m)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}x(n)x(n-m)$$

$$=x(m)*x(-m)$$

(2) 性质

① $r_{xx}(m)=r_{xx}(-m)$

② $r_{xx}(0)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}x^2(n)>\left|r_{xx}(m)\right|$

序列的相关性

例1.7：设$x(n)=2^{n+1}R_4(n)$，　$y(n)=nR_5(n)$，

求互相关序列$r_{xy}(m)$。

解：

由于此两序列长度很短，可直接表示为以下实序列

$x(n)=\{\underline{2},\ 4,\ 8,\ 16\}$，$y(n)=\{\underline{1},\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$

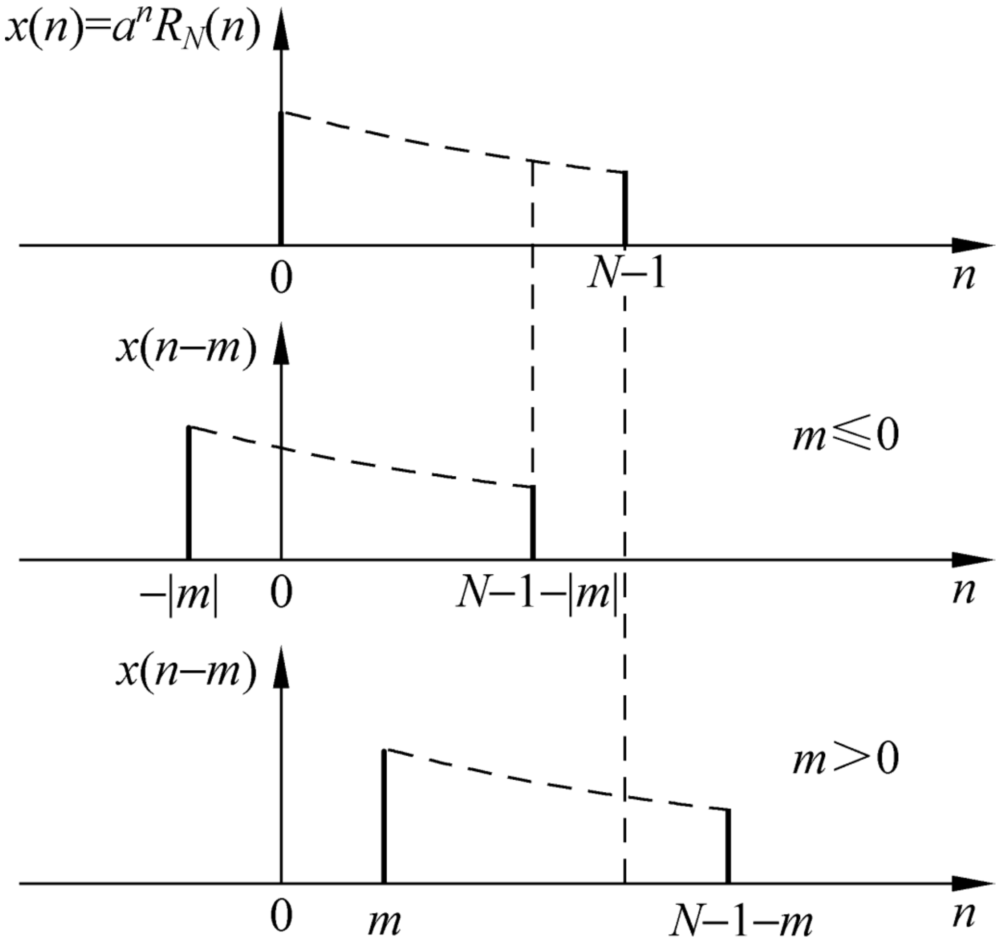
由公式得

$r_{xy}(m)=\{10,\ 28,\ 62,\ 128,\ \underline{98},\ 68,\ 40,\ 16\}$

序列的相关性

例1.8：已知$x(n)=a^n R_N(n)$，求$x(n)$的自相关序列。

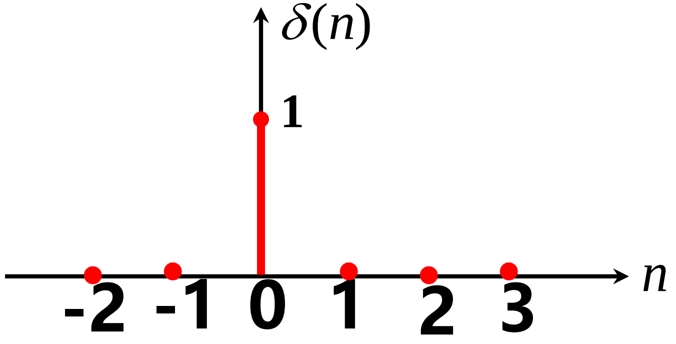
解：



几种常用的典型序列

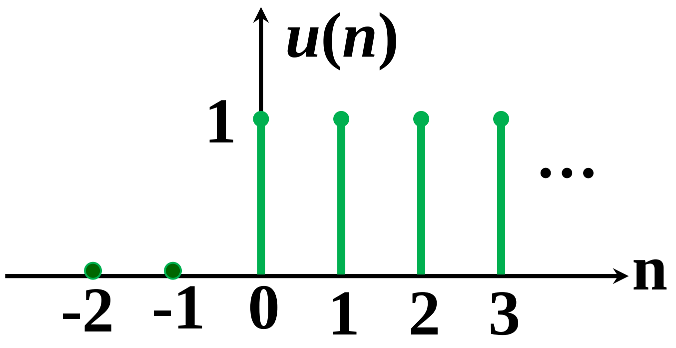
(1). 单位抽样序列

$$\delta(n)=\begin{cases}1 & n=0\\ 0 & n\neq 0\end{cases}$$



(2). 单位阶跃序列

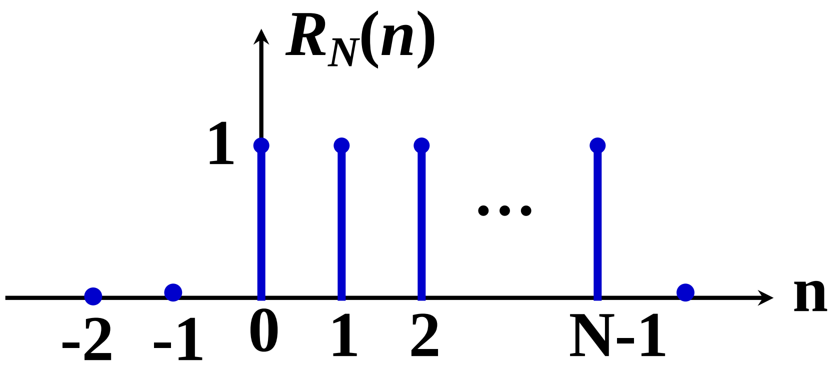
$$u(n)=\begin{cases}1, & n\geq 0\\ 0, & n<0\end{cases}$$



几种常用的典型序列

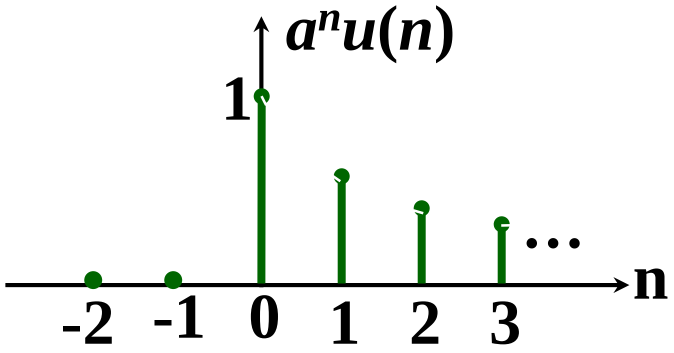
(3). 矩形序列

$$R_N(n)=\begin{cases}1, & 0\le n\le N\text{-}1\\ 0, & \text{其他}n\end{cases}$$



(4). 指数序列

$x(n)=a^nu(n)$，a为实数



几种常用的典型序列

(5). 复指数序列

$$x(n) = \mathrm{e}^{(\sigma + \mathrm{j}\omega_0)n} = \mathrm{e}^{\sigma n}\left[\cos(\omega_0 n) + \mathrm{j}\sin(\omega_0 n)\right]$$

(6). 正弦序列

$$\boldsymbol{x(n) = A\sin(\omega_0 n + \varphi)}$$

ω_0为数字频率

主值:

-π~ π或0~2 π

几种常用的典型序列

用单位抽样序列表示任意序列

1、 $$x(m)\delta(n-m)=\begin{cases} x(n) & m=n \\ 0 & \text{其他}m \end{cases}$$

2、 $$x(m)=\sum_{m=-\infty}^{\infty} x(m)\delta(n-m)=x(n)*\delta(n)$$

3、

$$x(n)*\delta(n-n_0)=\sum_{m=-\infty}^{\infty} x(m)\delta(n-n_0-m)=x(n-n_0)$$

1. 2　　线性移不变系统

离散时间线性系统

$$x(n) \longrightarrow \boxed{T[\cdot]} \longrightarrow y(n)$$

满足叠加原理

① 可加性：

若$y_1(n)=T[x_1(n)]$, $y_2(n)=T[x_2(n)]$,则

$$y_1(n)+y_1(n)=T[x_1(n)]+T[x_2(n)]=T[x_1(n)+x_2(n)]$$

② 比例性（齐次性）：

$$a_1y_1(n)=a_1T[x_1(n)]=T[a_1x_1(n)]$$

$$a_2y_2(n)=a_2T[x_2(n)]=T[a_2x_2(n)]$$

离散时间线性系统

例1.10:

已知系统输入$x(n)$和输出$y(n)$满足以下关系：

$$y(n) = \mathrm{Re}[x(n)]$$

试讨论此系统是否是线性系统。

离散时间移不变系统

1. **离散时间系统是移不变系统的条件**

   若$T[x(n)]=y(n)$，则

$$T[x(n-n_0)]=y(n-n_0)$$

2. **移不变系统的输出序列随输入序列的移位而作**

   相同的移位，且

   保持输出序列的形状是不变。

离散时间移不变系统

例1.11

证明$y(n)=ax(n)+b$的系统是移不变系统。

证

$$T[x(n-m)]=ax(n-m)+b$$

$$y(n-m)=ax(n-m)+b$$

二者相等，故是移不变系统，

所以$y(n)=ax(n)+b$的系统是增量线性移不变系统。

离散时间移不变系统

例1.13：证明$y(n)=nx(n)$系统是移变系统。

证:

找特例

选特定输入为$x_1(n)=\delta(n)$

$$x_1(n)=\delta(n)\rightarrow y_1(n)=n\delta(n)=0$$

$$x_2(n)=x_1(n-1)=\delta(n-1)\rightarrow y_2(n)=n\delta(n-1)=\delta(n-1)$$

可以看出$x_2(n)$ 是$x_1(n)$ 的右移一位序列，

但$y_2(n)$ 则不是$y_1(n)$ 右移一位的序列，

因而此系统不是移不变系统。

离散时间移不变系统

例1.14：

证明$y(n)=x(Dn)$系统不是移不变系统，其中D为正整数。

证：

① 若输入移动n_0位，有$x_2(n)=x_1(n-n_0)$，则输出为

$$y_2(n)=x_2(Dn)$$

可得 $y_2(n)=x_2(Dn)=x_1(Dn-n_0)$

② $y_1(n-n_0)=x_1[D(n-n_0)]=x_1[Dn-Dn_0]$

比较这两个输出可知，对所有D及n_0皆有

$$y_2(n)\neq y_1(n-n_0)$$

因而该系统不是移不变系统。

离散时间线性移不变系统（LSI系统）

同时具有线性和移不变性

1. 单位抽样响应

$$h(n)=T[\delta(n)]$$

2. LSI系统的输出序列与输入序列在时域（序列域）中的关系

——卷积和关系。

离散时间线性移不变系统（LSI系统）

$$x(n)=\sum_{m=-\infty}^{\infty}x(m)\delta(n-m)$$

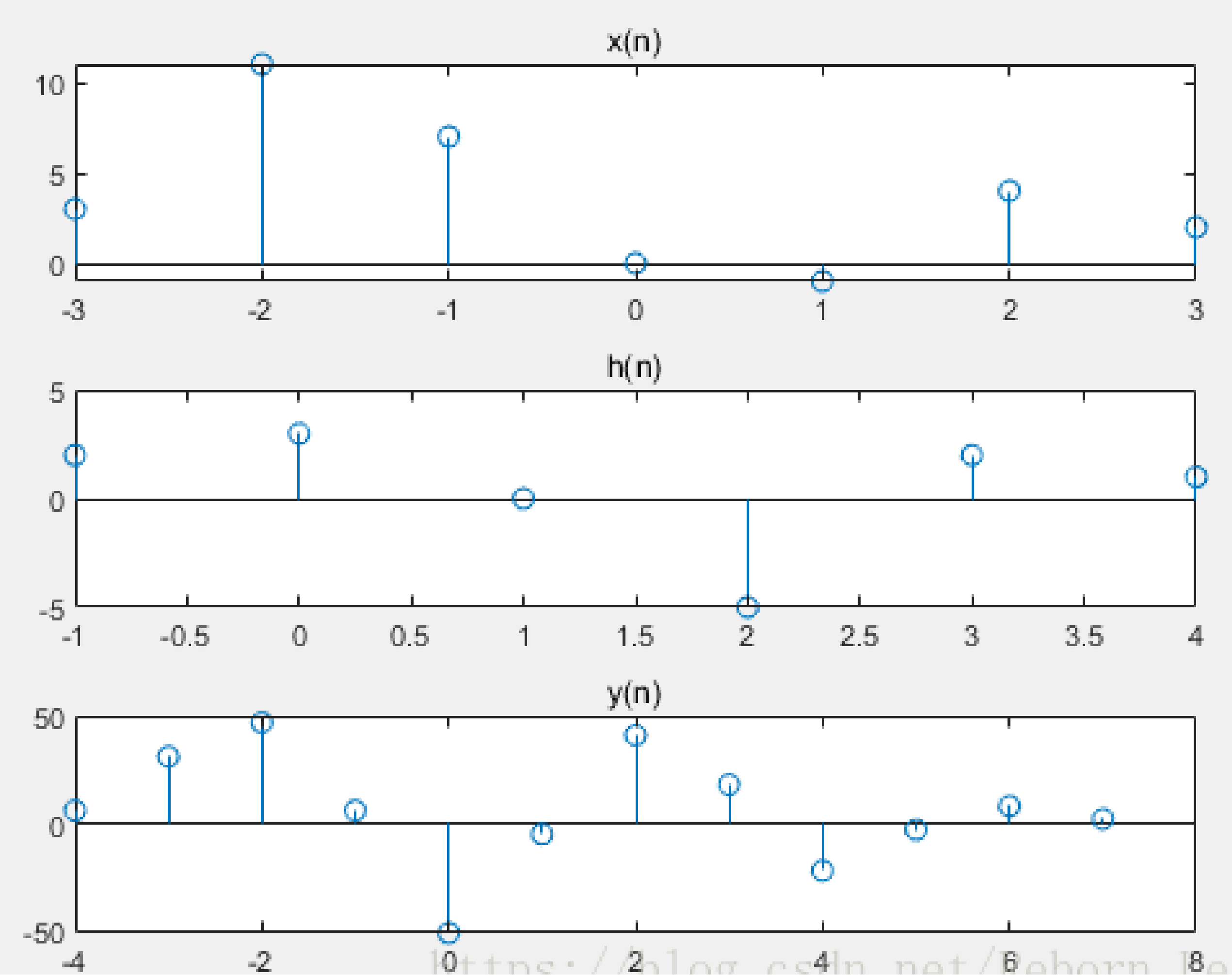
$$y(n)=T\left[\sum_{n=-\infty}^{\infty}x(m)\delta(n-m)\right]=T[\cdots+x(-1)\delta(n+1)+x(0)\delta(n)+x(1)\delta(n-1)+\cdots]$$

$$y(n)=\sum_{m=-\infty}^{\infty}x(m)T[\delta(n-m)]=\sum_{m=-\infty}^{\infty}x(m)h_m(n)$$

$$y(n)=\sum_{m=-\infty}^{\infty}x(m)h(n-m)=x(n)*h(n)$$

离散时间线性移不变系统（LSI系统）


```
nx = -3:3;
x = [3,11,7,0,-1,4,2];
nh = -1:4;
h = [2,3,0,-5,2,1];
nyb = nx(1) + nh(1);
nye = nx(length(x)) + nh(length(h));
ny = nyb:nye;
y = conv(x,h);
```

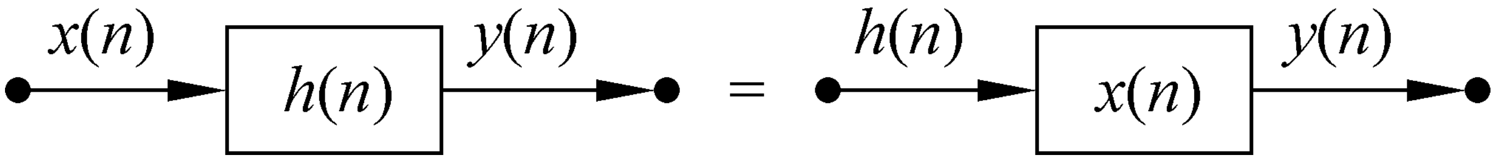


你不觉得每次卷积时候都要进行求卷积之后得到的卷积值的位置麻烦吗？

离散时间线性移不变系统卷积和运算的性质

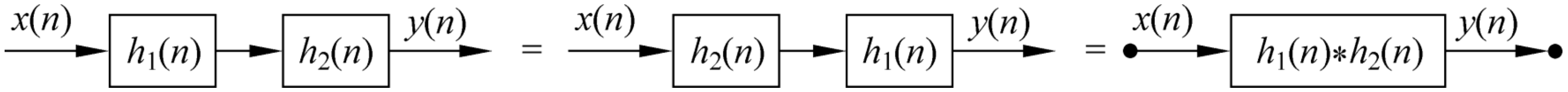
(1) 交换律：

$$x(n)*h(n)=\sum_{m=-\infty}^{\infty}x(m)h(n-m)=\sum_{m=-\infty}^{\infty}x(n-m)h(m)=h(n)*x(n)$$



(2) 结合律：

$$x(n)*h_1(n)*h_2(n)=[x(n)*h_1(n)]*h_2(n)=x(n)*[h_1(n)*h_2(n)]$$

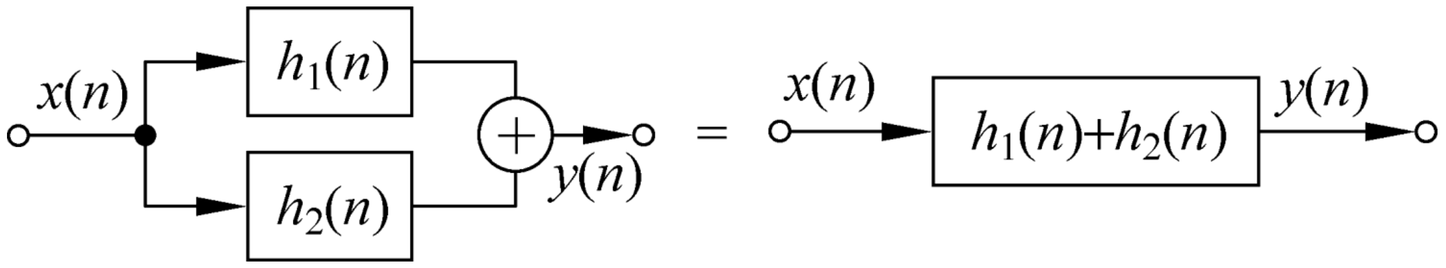


离散时间线性移不变系统卷积和运算的性质

LSI系统卷积和运算的性质

（3） 分配率：

$$x(n) * [h_1(n) + h_2(n)] = x(n) * h_1(n) + x(n) * h_2(n)$$



因果系统

系统的输出不发生在输入之前的系统

$y(n_0)$只取决于 $x(n)\big|_{n\le n_0}$

若 $x_1(n)=x_2(n),\quad$ 当$n<n_0$

则有 $y_1(n)=y_2(n),\quad$ 当$n<n_0$

说明:

(1) **并不是所有有实际意义的系统都是因果性系统**

(2) **考察任意系统的因果性时，只看输入$x(n)$和输出$y(n)$的关系，而不讨论其他以n为变量的函数的影响。**

(3) **LSI系统是因果性的必要且充分条件** $h(n)=0,\quad n<0$

稳定系统

有界输入产生有界输出（BIBO）

若 $|x(n)| \le M < \infty$，则有 $|h(n)| \le P < \infty$。

1、LSI系统稳定的必要且充分条件

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} |h(n)| = P < \infty$$

2、因果稳定的LSI系统在时域的充分必要条件

$$\begin{cases} h(n) = h(n)u(n), & \text{因果性} \\ \sum_{n=-\infty}^{\infty} |h(n)| < \infty, & \text{稳定性} \end{cases}$$

1.3 线性常系数差分方程

线性常系数差分方程

连续时间系统的输入、输出关系用

常系数线性微分方程表示

离散时间系统的输入、输出关系则用

常系数线性差分方程表示

$$\sum_{k=0}^{N} a_k y(n-k) = \sum_{m=0}^{M} b_m x(n-m)$$

常系数是指 系数是常数，不含变数*n*；

差分方程的阶数等于未知序列［*y(n)*］变量序号（*k*）

的最高值与最低值之差值，即上式为*N*阶差分方程。

所谓线性是指各输出*y(n-k)*项及各输入*x(n-m)*项都只有

一次幂且不存在它们的相乘项，否则就是非线性的。

线性常系数差分方程

例1.15

差分方程$y(n)=ay(n-1)+x(n)$**，**

如果边界条件为$y(-1)=A$,

输入为$x(n)=B\delta(n)$**，**

求输出响应并

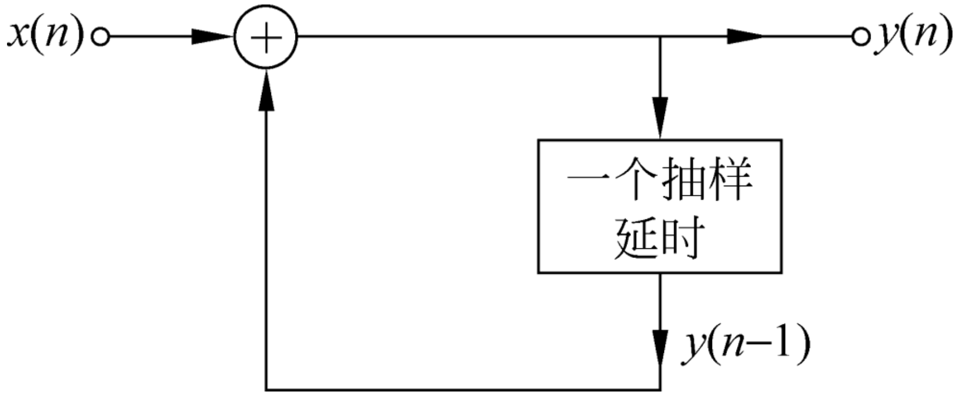
讨论是否是线性系统，

是否是移不变系统，

是否是因果系统。

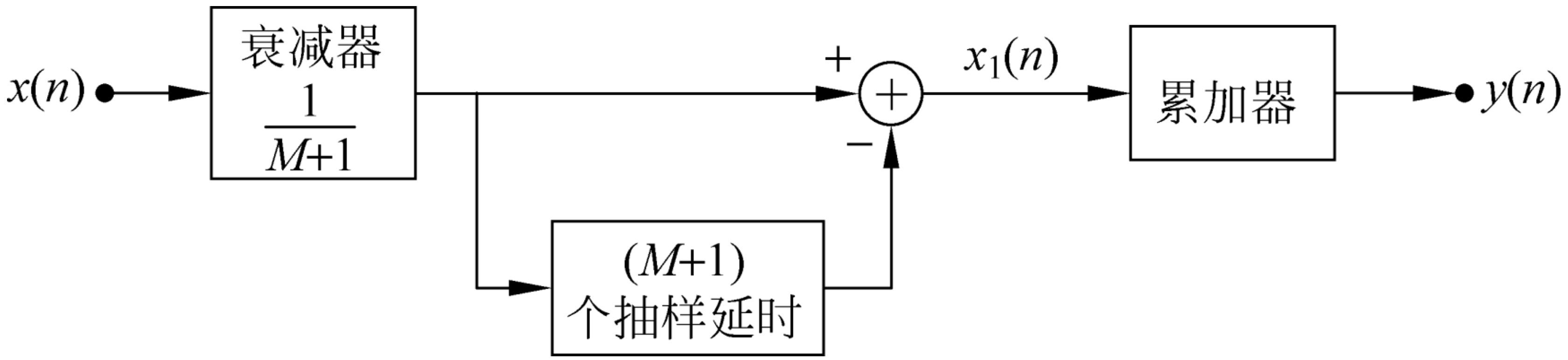
线性常系数差分方程

例1.16 累加器的差分方程表示。



线性常系数差分方程

例1.17



1.4　连续时间信号的抽样

信号分类

- 信号分类：取值形式；变化规律；能量特征

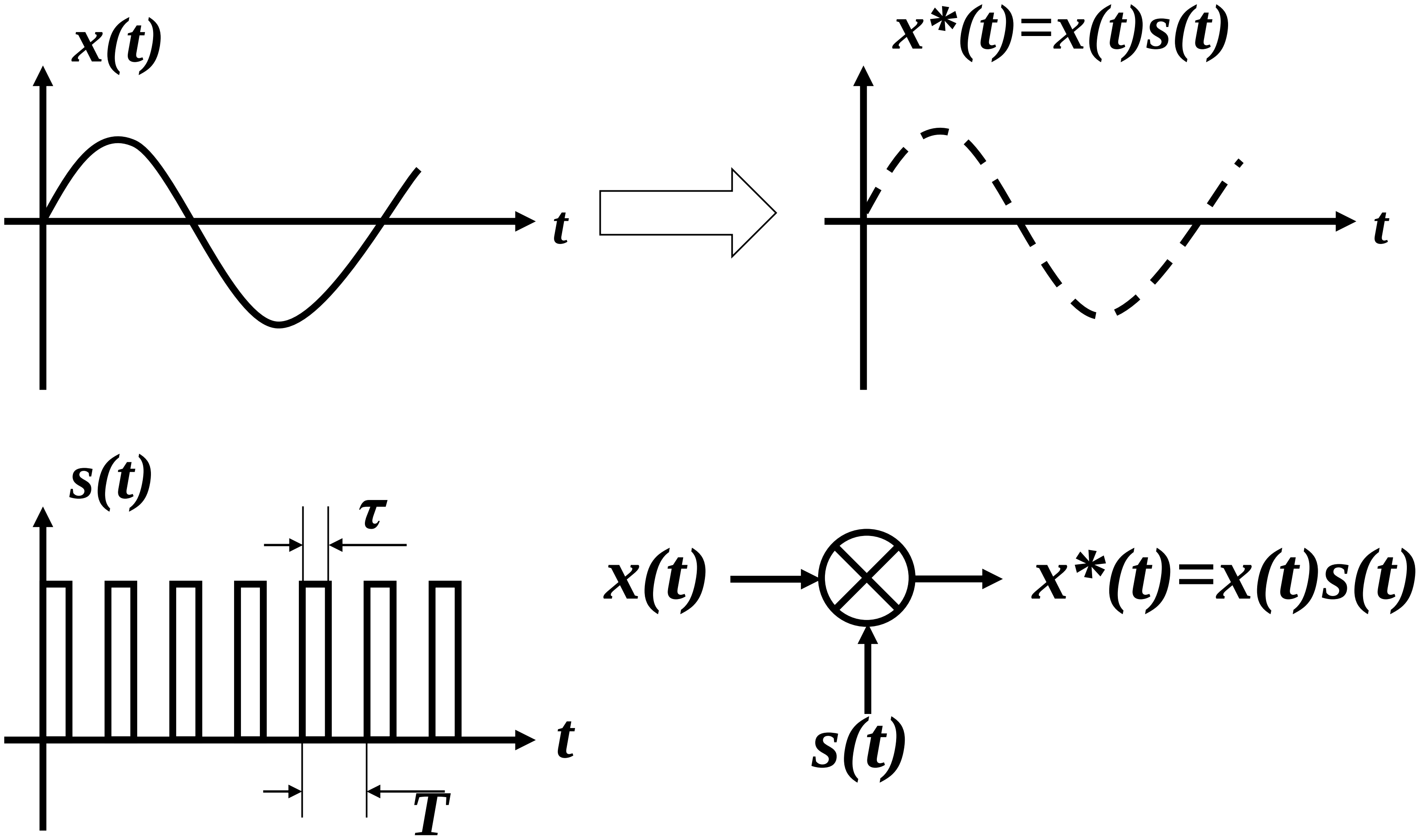
- 取值形式—时间与信号幅度
  - 模拟信号：时间与幅度均连续
  - 连续时间信号：时间连续，幅度连续或离散
  - 离散时间信号：时间离散，幅度连续或离散
  - 数字信号：时间与幅度均离散

信号分类

- 信号分类：
-
- 变化规律—确定信号
  —随机信号
- 能量特征—能量信号
- 能量有限，平均功率为零
  —功率信号
- 平均功率有限，能量无限

连续时间信号的离散化

❑对信号进行均匀取样：

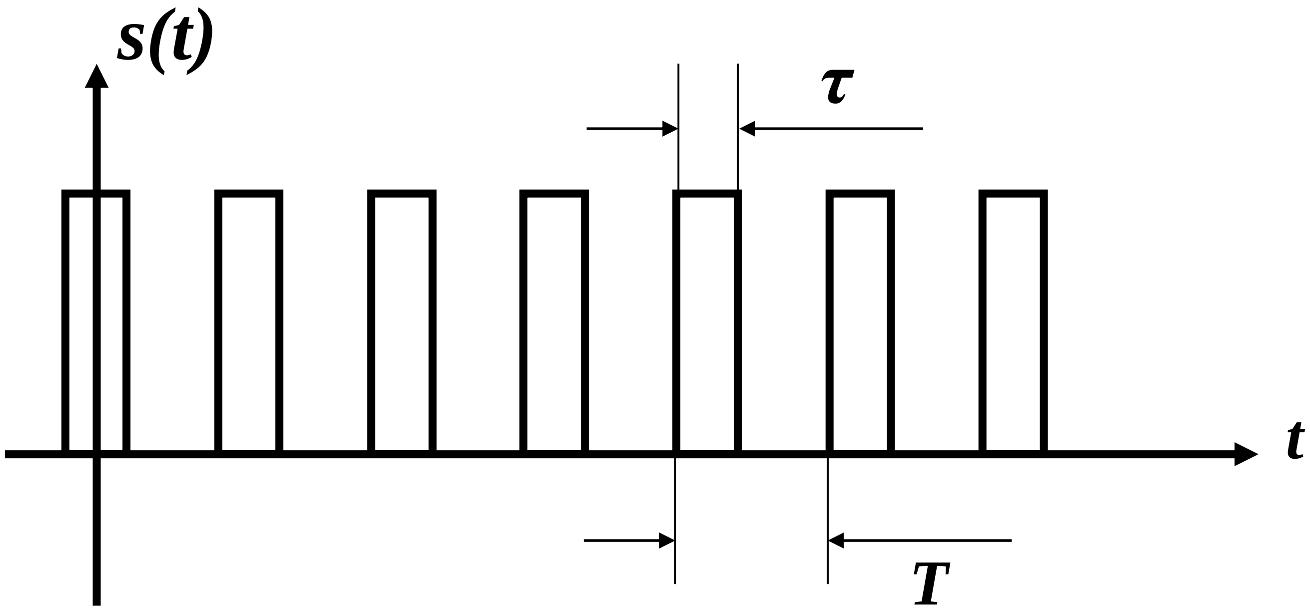


连续时间信号的离散化

两个重要因素：

1)取样周期T，或取样频率 $fs = \dfrac{1}{T}$

2)取样脉冲宽度τ



连续时间信号的离散化

❑取样周期 T 对取样信号的影响

设$s(t)$为理想冲激取样脉冲，$\tau << T$

$$s(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(t-nT)=\frac{1}{T}\sum_{n=-\infty}^{\infty}e^{jn\Omega_s t},\quad \Omega_s=\frac{2\pi}{T}$$

$$\begin{aligned}x^*(t)&=x(t)s(t)\\&=x(t)\cdot\frac{1}{T}\sum_{n=-\infty}^{\infty}e^{jn\Omega_s t}\end{aligned}$$

连续时间信号的离散化

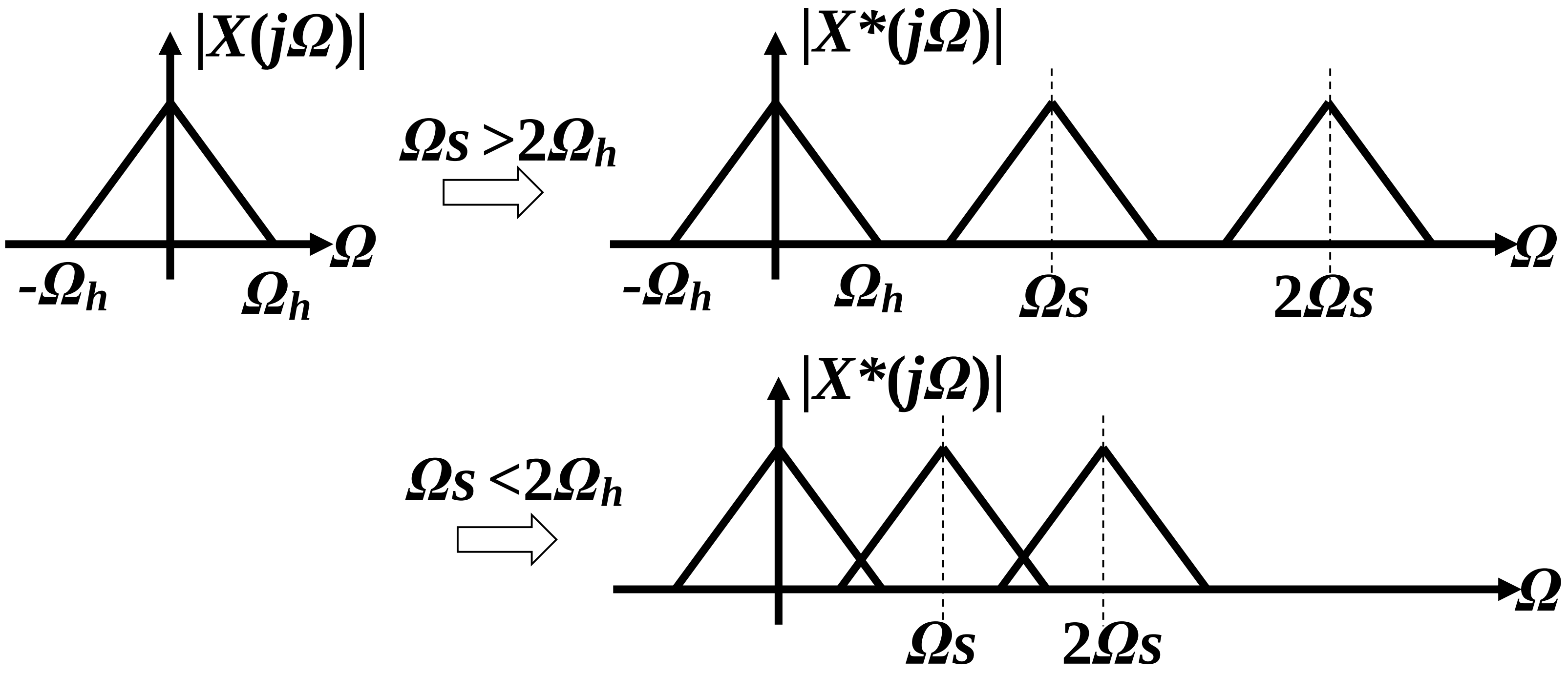
$x^*(t)$ 的频谱：

$$X^*(j\Omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x^*(t) e^{-j\Omega t} dt$$

$$= \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} X[j(\Omega - n\Omega s)]$$

这里 $\Omega s = 2\pi fs = \frac{2\pi}{T}$**，$X(j\Omega)$为$x(t)$的频谱**

连续时间信号的离散化



结论：经过取样，原信号的频谱被周期性地扩展，当$\Omega s<2\Omega_h$时，发生频谱混迭。

连续时间信号的离散化

中国科学技术大学 University of Science and Technology of China 信息科学技术学院

$$\hat{x}_a(t) = x_a(t)\cdot p(t) = x_a(t)\cdot \delta_T(t)$$

$$\delta_T(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta(t - mT)$$

$$\hat{x}_a(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} x_a(t)\delta(t - mT) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} x_a(mT)\delta(t - mT)$$

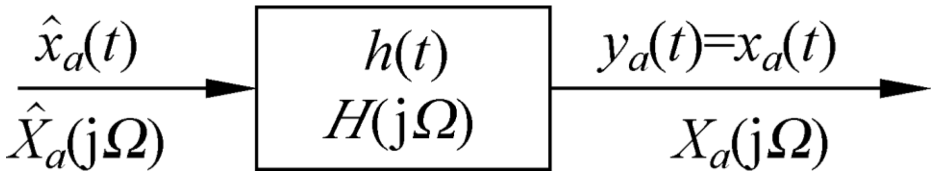
$$\hat{X}_a(j\Omega) = \frac{1}{2\pi}[\Delta_T(j\Omega) * X_a(j\Omega)]$$

$$\hat{X}_a(j\Omega) = \frac{1}{T}\sum_{k=-\infty}^{\infty} X_a[j(\Omega - k\frac{2\pi}{T})]$$

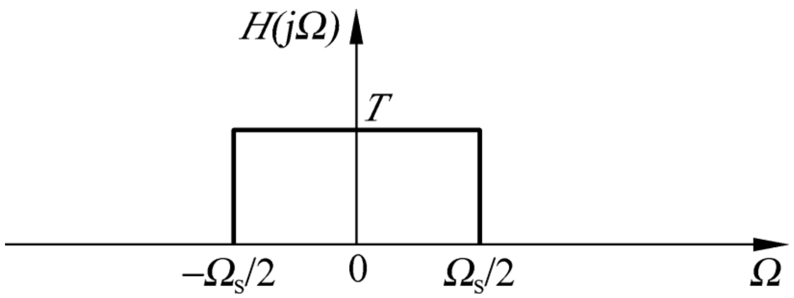
周期延拓，延拓周期

$$\Omega_s = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f_s$$

连续时间信号的离散化



抽样恢复



连续时间信号的离散化

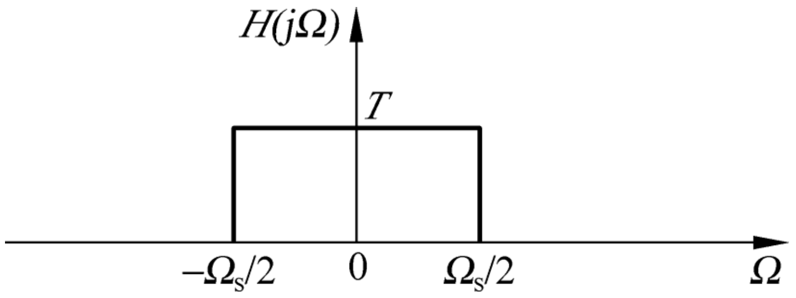
抽样内值公式

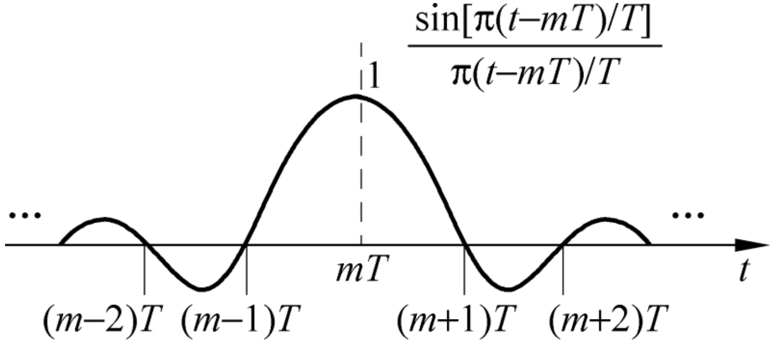
$$y_a(t)=\sum_{m=-\infty}^{\infty}x_a(mT)\frac{\sin[\pi(t-mT)/T]}{\pi(t-mT)/T}$$

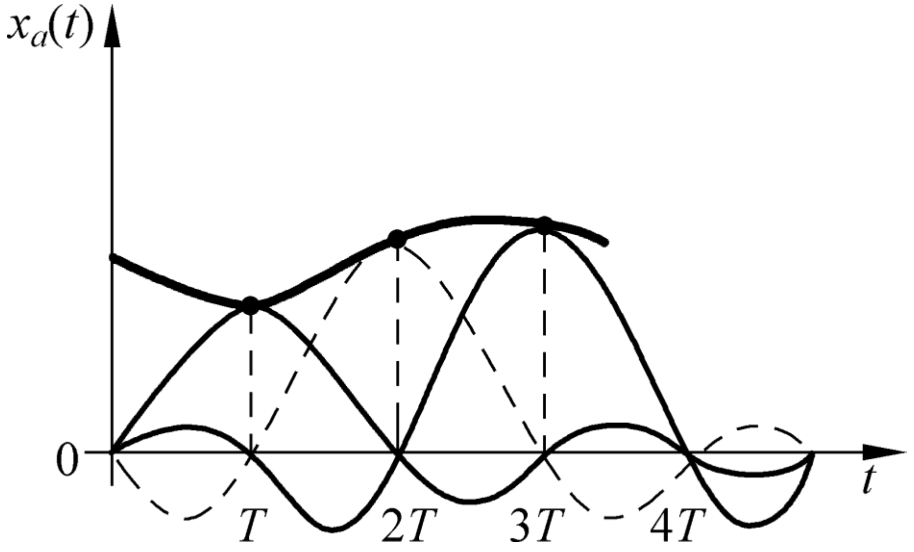
理想低通滤波器的频域特性是“突变”的，因而其时域冲激响应是无限长、非因果的，不可实现。

为了使此滤波器成为可实现的，一般采用“逼近”方法，即用频域缓变的可实现滤波器来逼近$H(j\Omega)$，这时，就不能完全不失真地重构出原信号，只要按要求，将误差限制在一定范围内即可。

连续时间信号的离散化

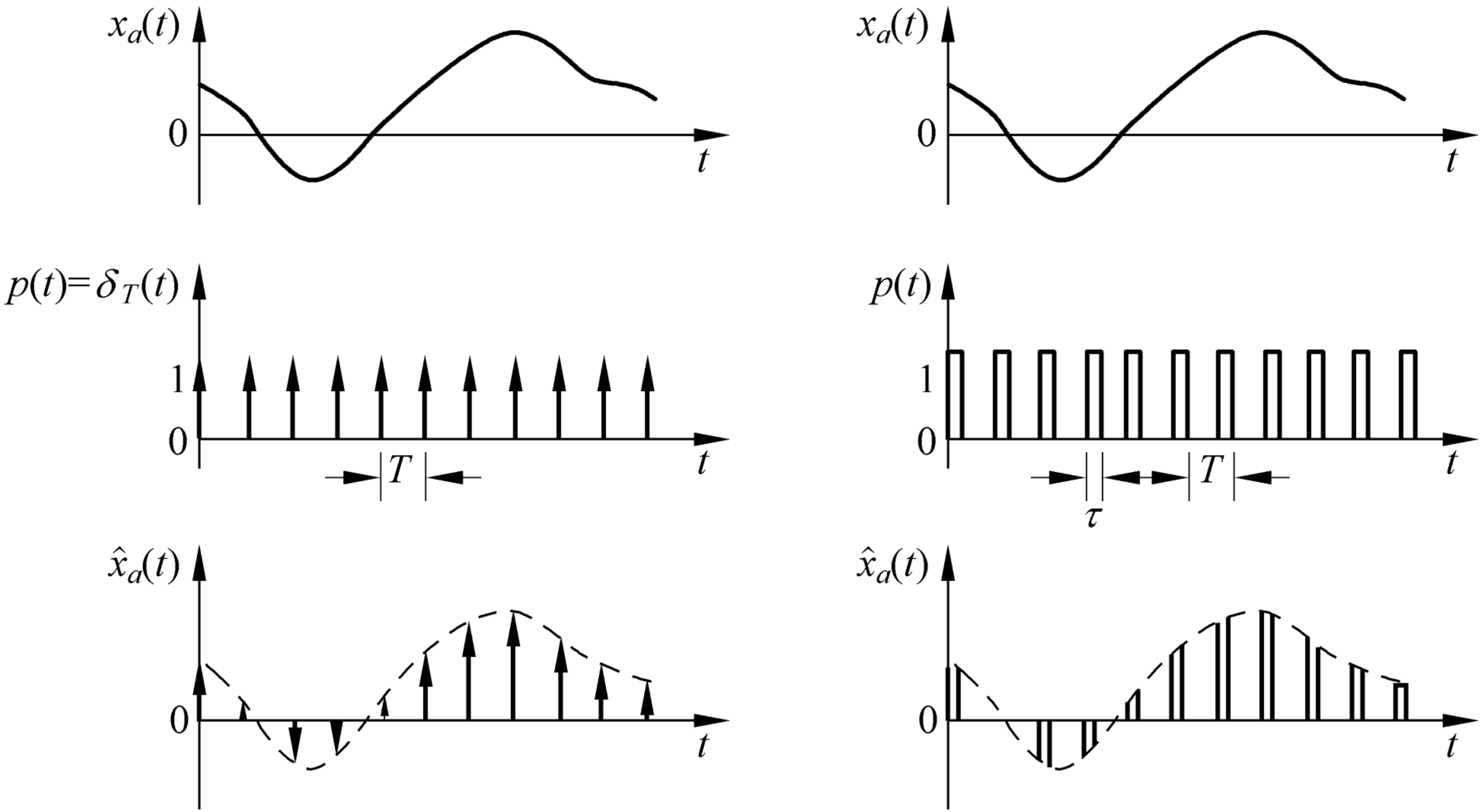






理想抽样的内插值恢复

连续时间信号的离散化

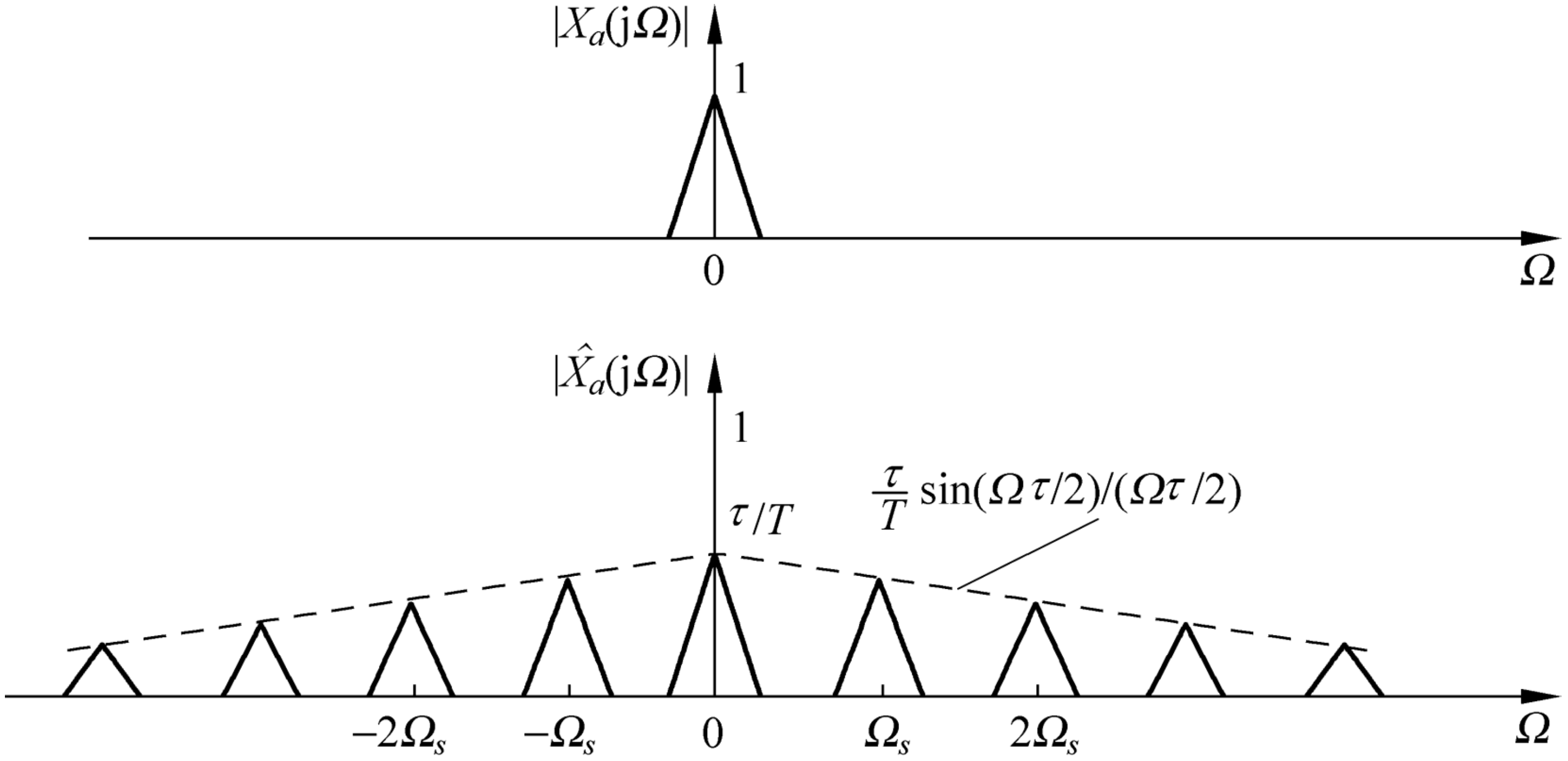


(a) 理想抽样　　(b) 实际抽样

连续时间信号的离散化

中国科学技术大学 University of Science and Technology of China 信息科学技术学院

❑取样脉宽τ对取样信号的影响



连续时间信号的离散化

❑关于取样信号频谱周期延拓的时域理解

考虑一个正弦信号$x_1(t)=e^{j\Omega_1 t}$，对其作周期为T的取样，

$$x_1(nT)=e^{j\Omega_1 nT}$$

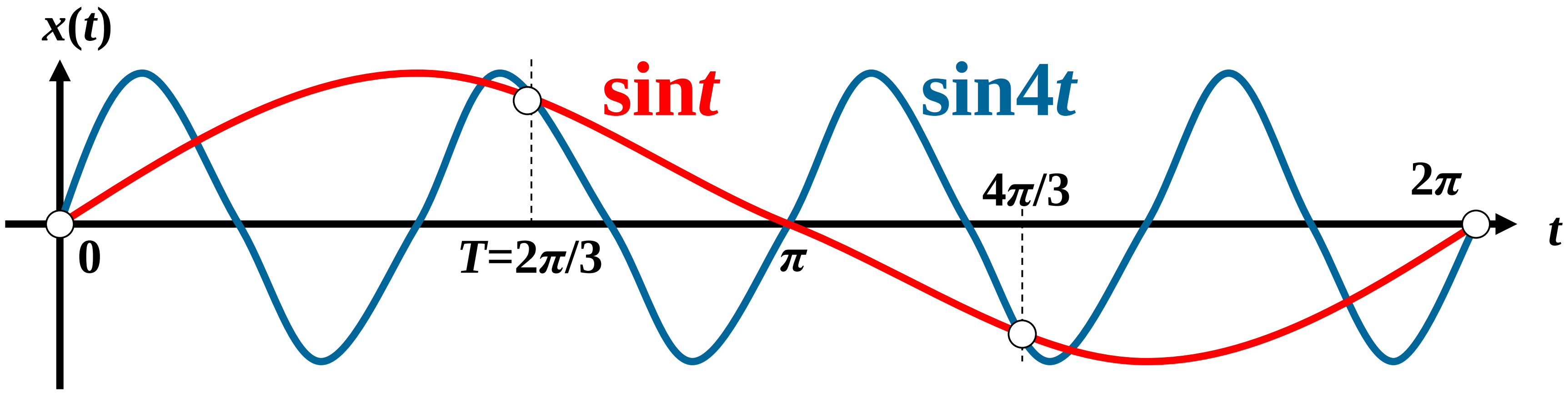
$$=e^{j\Omega_1 nT}\cdot e^{j2\pi nk}$$

$$=e^{jnT(\Omega_1+\frac{2\pi}{T}k)}$$

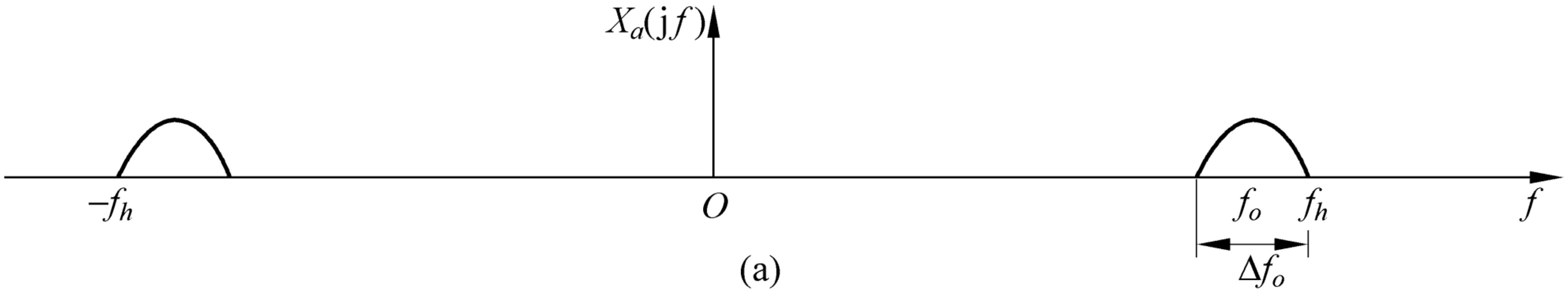
$$=e^{jnT(\Omega_1+k\Omega_s)}$$

连续时间信号的离散化

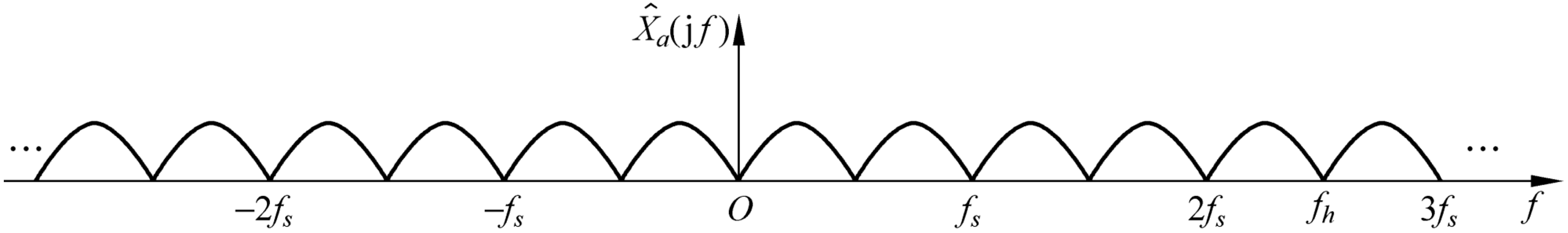
在同样的取样率下，$x_2(t)=e^{j(\Omega 1+k\ \Omega s)t}$与$x_1(t)$有着相同的取样值。取样序列$x_1(nT)$所表示的频率成分为$(\Omega_1+k\ \Omega s)$，$k$为任意整数，对应的连续序列不唯一。



带通信号的抽样


$X_a(\mathrm{j}f)$
$-f_h$
O
f_o
f_h
f
Δf_o

(a)


$\hat{X}_a(\mathrm{j}f)$
…
…
$-2f_s$
$-f_s$
O
f_s
$2f_s$
f_h
$3f_s$
f

(b)