

**REPORT CONCLUSIVO: GOMITO ARTIFICIALE**  
**Progetto di Meccanica Applicata alle Macchine per Ingegneria Biomedica**

**A.A. 2020/2021**  
**Raineri Chiara, codice persona: 10683868, matricola: 935402**

**INDICE**

0. Composizione del sistema e dati.....	2
1. Schema cinematico.....	3
2. Analisi cinematica.....	4
3. Legge di moto.....	6
4. Analisi dinamica.....	7
5. Azionamento motore.....	8
6. Vibrazioni .....	9

## 0. COMPOSIZIONE DEL SISTEMA E DATI

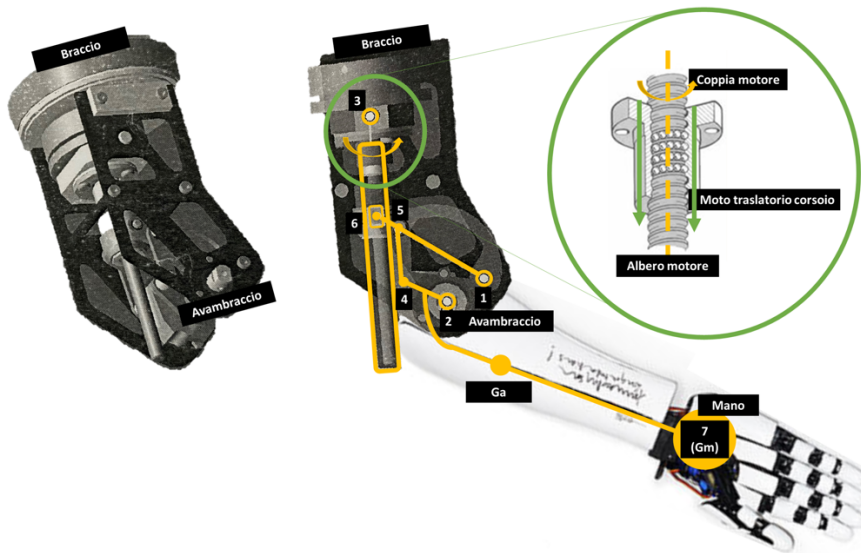


Fig. 1: composizione del sistema

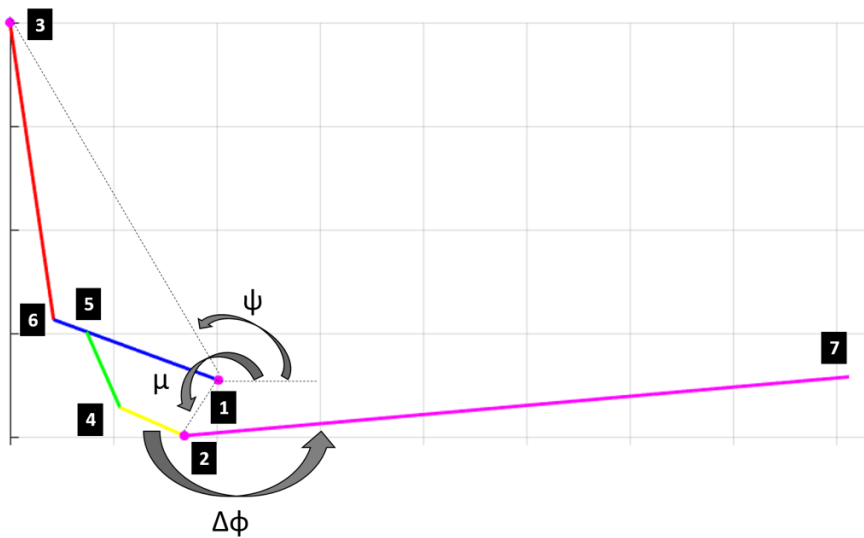


Fig. 2: schema semplificato del braccio meccanico

### GEOMETRIA

$$x=6, y=8$$

$$\begin{array}{ll} L_{1-5} = 70\text{mm} & L_{1-2} = 32\text{mm} \\ L_{2-4} = 34\text{mm} & L_{4-5} = 40\text{mm} \\ L_{5-6} = 17\text{mm} & L_{3-6} = 145\text{mm} \\ L_{1-3} = 200\text{mm} & \psi = 2.1\text{rad} \\ \mu = 4.1\text{rad.} & \Delta\varphi = 3.6416\text{rad} \end{array}$$

$$L_{2-7} = 300 + 10 \cdot x + y = 368\text{mm}$$

$$L_{2-G} = 0.4 \cdot L_{27} = 147.2\text{mm}$$

Si consideri G il baricentro dell'avambraccio (il quale è un unico corpo rigido solidale all'asta 4-2).

I punti 2-4-7 appartengono allo stesso corpo rigido in grado di ruotare attorno alla cerniera posta nel punto 2.

Si consideri invece il punto 7 come l'estremità dell'avambraccio e baricentro della mano.

## 1. SCHEMA CINEMATICO

Al fine di disegnare lo schema cinematico del meccanismo studiato (Fig. 3, sezione 2), è necessario:

1. ottenere le coordinate di ogni punto del sistema;
2. “plottare” le linee e i punti.

Per ottenere le coordinate dei punti, il sistema è stato suddiviso in due sottosistemi: il primo è costituito dai punti 1, 3 e 6 ed è riconducibile ad un glifo; il secondo è formata dai punti 1, 2, 4, 5 ed è riconducibile ad un quadrilatero articolato. Questa divisione permette di applicare una chiusura cinematica su entrambi i modelli di cinematismo, studiando prima il glifo e successivamente il quadrilatero.

Utilizzando, poi, la funzione “fsolve” si ricavano i valori degli angoli necessari alla costruzione della geometria del sistema.

Si noti, inoltre, che il centro della terna cartesiana di riferimento è stato posto nel punto 3.

Per “plottare” lo schema cinematico è sufficiente utilizzare le apposite funzioni offerte da Matlab.

## 2. ANALISI CINEMATICA

Per svolgere l'analisi cinematica del meccanismo sono state sfruttate le due chiusure cinematiche descritte nella sezione precedente. Tenendo infatti presente che la velocità angolare  $\omega_m$  del motore ha un valore costante pari a 4750 giri/min, si possono ottenere le velocità e accelerazioni angolari di ogni asta e, dunque, le velocità e accelerazioni di ogni punto.

In particolare, per calcolare la velocità e l'accelerazione del baricentro G dell'avambraccio, si è reso necessario sfruttare il teorema di Rivals:

$$\text{(genericamente)} \quad v_A = v_O + \omega \text{ vettor } (A\_O)$$

$$\text{(genericamente)} \quad a_A = a_O + \omega p \text{ vettor } (A\_O) - \omega^2 * (A\_O)$$

( $\omega p$  è l'accelerazione angolare generica omega punto)

In questo modo si ottengono i seguenti risultati:

- velocità angolare asta 2-4 = 2.2031 rad/s
- accelerazione angolare asta 2-4 = -4.3849 rad/s<sup>2</sup>
- velocità baricentro G = 324.2903 mm/s
- accelerazione baricentro G = 962.8234 mm/s<sup>2</sup>
- velocità mano = 810.7258 mm/s
- accelerazione mano = 2407.0585

A questo punto è stato possibile disegnare un vero e proprio grafico che mostri le coordinate dei vari punti, le aste, i vincoli cinematici e infine velocità e accelerazione di G e della mano (Fig. 3).



### 3. LEGGE DI MOTO

Ora viene richiesto di ricavare i grafici di posizione, velocità e accelerazione della mano per i primi 0.25 secondi.

Per fare ciò, bisogna sostanzialmente ripetere per ogni istante di tempo il procedimento eseguito nelle sezioni precedenti.

Innanzitutto, bisogna inizializzare il vettore tempo (dimensione pari a 50, valori da 0.005s a 0.25s, passo di 0.005) e poi anche tutti gli altri vettori (sempre di dimensione 50) necessari per replicare l'atto di moto nel tempo in funzione del vettore "tempo". In particolare, si devono prima costruire dei vettori di zeri e poi porre come primo elemento di ogni vettore il valore trovato nelle precedenti sezioni.

Per trovare, poi, gli altri elementi dei vettori, si deve utilizzare un ciclo "for", all'interno del quale si ripetono i vari passaggi delle chiusure precedentemente descritte per ogni istante considerato.

In questo modo, dopo aver "plottato" i vettori richiesti, si è in grado di ottenere i seguenti grafici (Fig. 4):

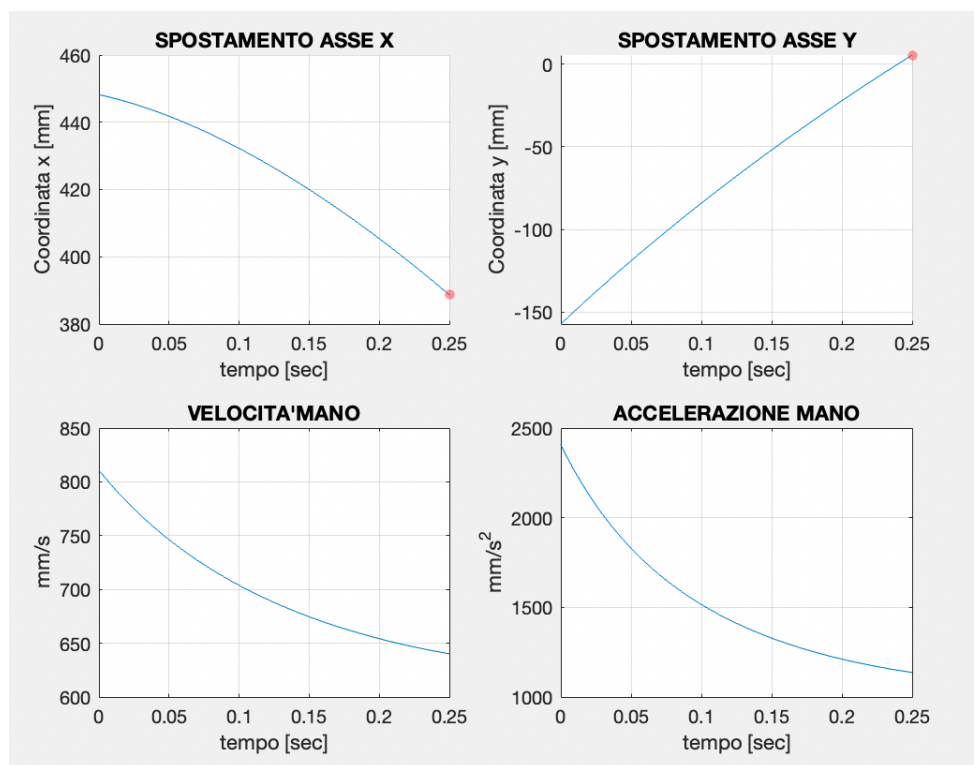


Fig. 4: spostamento, velocità e accelerazione della mano; i punti evidenziati nei primi due grafici indicano la posizione della mano nell'ultimo istante di tempo (0.25s)  $\rightarrow x=388.653, y=5.47797$

Per rendere meglio l'idea del movimento del braccio meccanico è stata anche creata una animazione del moto, utilizzando un altro ciclo for (vedi progetto Matlab, Figure 3).

#### 4. ANALISI DINAMICA

Per l'analisi dinamica si deve supporre che il paziente con il braccio meccanico prenda in mano un oggetto di massa  $(x+y+1)$  kg e che si possano trascurare gli attriti.

Si richiede, innanzitutto, di calcolare la coppia che un generico motore dovrebbe sviluppare per garantire il primo atto di moto trovato (sezioni 1 e 2), conoscendo il passo della vite (pari a 1mm/giro). Per ottenerla basta impostare il bilancio di potenze del sistema considerato. Il valore della coppia necessaria è dunque:

$$C_m = 0.21874 \text{ N}\cdot\text{m}$$

In seguito, considerando il solo sottosistema formato dai punti 1-5-6-4-2-7, viene chiesto di calcolare la forza  $F$  agente sul punto 6 e diretta come l'asta 3-6 tale da garantire l'atto di moto delle sezioni 1 e 2 e poi, in queste condizioni, si devono calcolare anche le reazioni vincolari al punto 1. Anche in questo caso, si deve prima di tutto impostare il bilancio di potenze, per poi impostare invece l'equilibrio dinamico per ogni asta e, infine, risolvere (grazie alle funzioni di Matlab) una matrice  $9 \times 9$ . Così si trova che:

$$F = 1372.3927 \text{ N}$$

$$\text{Reazione } H_1 = 663.6377 \text{ N}$$

$$\text{Reazione } V_1 = -548.6946 \text{ N}$$

## 5. AZIONAMENTO MOTORE

Fondamentale è trovare la curva caratteristica  $C_m - \omega$  del motore. A questo fine, conoscendo la velocità di sincronismo (5600 rpm) ( $\omega$  quando la coppia è pari a 0) e la coppia del motore allo spunto (1.69 N\*m) ( $C_m$  quando  $\omega$  è pari a 0), si può applicare una semplice formula geometrica per individuare la retta a partire da questi due punti noti.

Conoscendo poi anche  $\omega_{\eta, \max}$  (4750 rpm), si può calcolare il valore di  $C_{\eta, \max}$  semplicemente inserendo il valore della omega nella formula della curva caratteristica.

Affinché il motore lavori nelle sue condizioni di funzionamento ideale ( $\omega_{\eta, \max}$ ,  $C_{\eta, \max}$ ), la massa del paziente deve valere 16.5581 Kg. Per trovare questo valore si è dovuto applicare il bilancio di potenze, tenendo conto, ovviamente, anche della potenza dissipata dalla trasmissione.

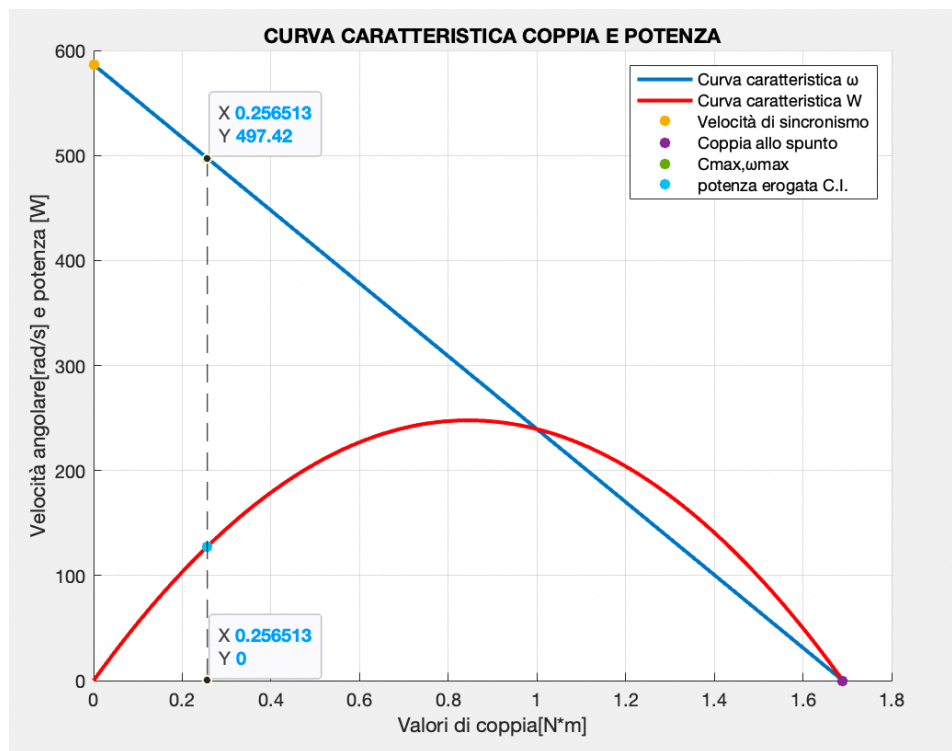


Fig. 5: curva caratteristica del motore e curva caratteristica della potenza  $W$  erogata dal motore; i punti evidenziati indicano i valori della coppia e della potenza quando si ha  $\omega_{\eta, \max}$

Per calcolare la potenza totale erogata dal motore elettrico nelle condizioni ideali (visibile in Fig. 5) si deve moltiplicare la coppia espressa per la velocità di rotazione del motore.



## 6. VIBRAZIONI

Per analizzare il sistema vibrante, si devono innanzitutto calcolare i coefficienti caratteristici dell'equazione di moto per sistemi a 1 grado di libertà, ovvero  $J_{eq}$ ,  $r_{eq}$ ,  $k_{eq}$ . In questo modo si ricava l'equazione:

$$J_{eq} \cdot \ddot{a} + r_{eq} \cdot \dot{a} + k_{eq} \cdot a = C_1(t) + C_2(t)$$

in cui  $C_1(t)$  e  $C_2(t)$  sono le due forzanti e  $a$  è la coordinata libera  $\alpha$ .

La pulsazione propria del sistema  $\omega_0$  è pari a:  $\sqrt{k_{eq}/J_{eq}} = 0.3749 \text{ rad/s}$

Da cui si ricava la frequenza propria  $f$  pari a:  $\omega_0/2\pi = 0.059666 \text{ Hz}$

Lo smorzamento adimensionale  $h$  è pari a:  $R_{eq}/R_c = 0.039052$ , dove  $R_c = 2 \cdot J_{eq} \cdot \omega_0$

Successivamente, si può ottenere la funzione di trasferimento. Per ottenere la risposta in frequenza generata sia dalla  $C_1(t)$  che dalla  $C_2(t)$  si applica il “Principio di sovrapposizione degli effetti” e si sommano le relative risposte.

Per fare ciò bisogna per prima cosa impostare l'integrale particolare e le sue derivate:

$$a(t) = A_0 \cdot e^{i\Omega t}$$

$$\dot{a}(t) = i\Omega A_0 \cdot e^{i\Omega t}$$

$$\ddot{a}(t) = -\Omega^2 A_0 \cdot e^{i\Omega t}$$

La coppia in ingresso ha una forma simile:

$$C(t) = C \cdot e^{i\Omega t}$$

Sostituendo queste equazioni nell'equazione di moto si ottiene la funzione di trasferimento:

$$(a/C) = 1/(-J_{eq}\Omega^2 + i r_{eq}\Omega + k_{eq})$$

Dopo aver ottenuto tutti i dati richiesti, non resta altro che “plottare” i grafici.

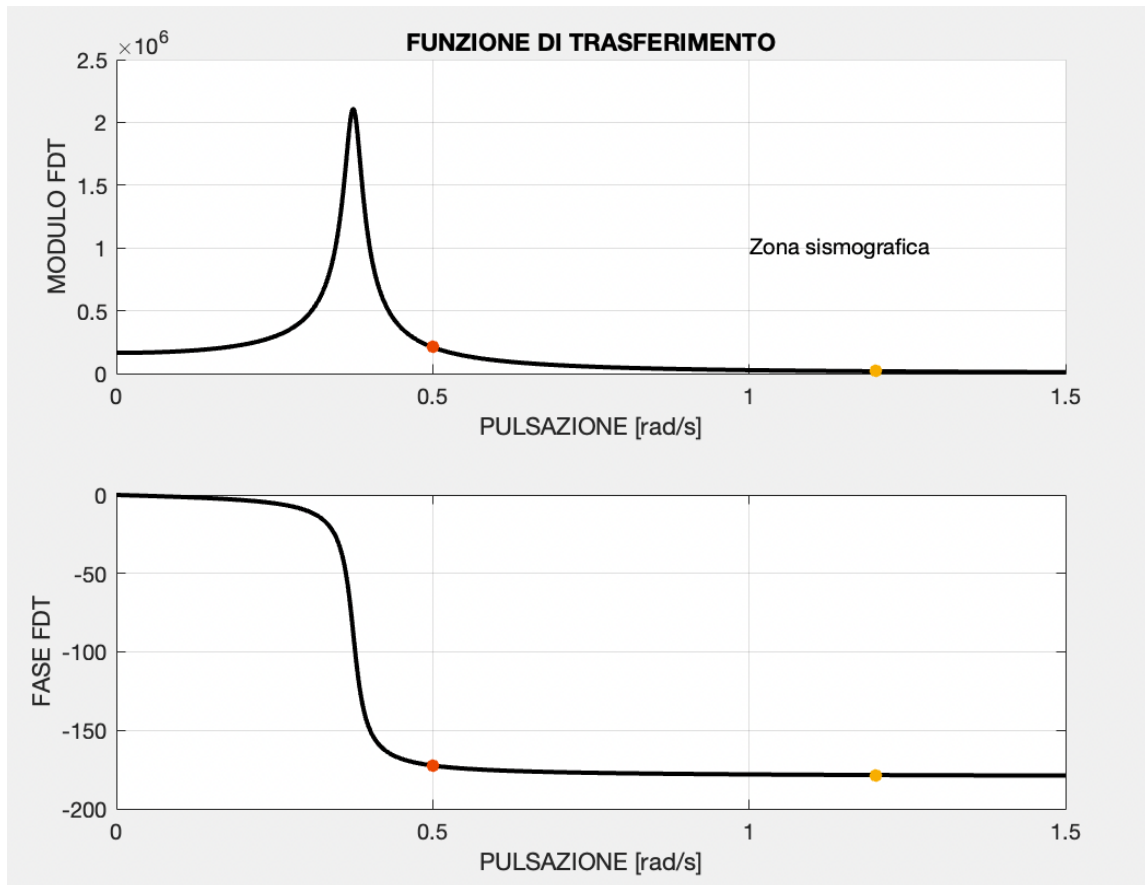


Fig. 6: modulo e fase della FdT; i due marker indicano rispettivamente le frequenze delle forzanti  $C1(t)$  e  $C2(t)$

Osservando la funzione di trasferimento (Fig. 6) si può affermare che:

- La frequenza adimensionale ha il valore 1 quando la pulsazione della forzante è uguale a  $\omega_0$ . In questo caso ci si trova nella zona di “risonanza”, caratterizzata da un picco di risonanza
- Le pulsazioni delle due forzanti si trovano nella zona “sismografica”, infatti la loro pulsazione è maggiore alla pulsazione libera, dunque:  $a > 1$ . Nella suddetta zona il rapporto fra forza d’inerzia e forze elastiche è uguale a  $a^2$  (con  $a > 1$ ), da ciò si deduce che  $F_{in} > F_{el}$ . Per questo motivo è importante che  $C1(t)$  e  $C2(t)$  siano nella zona sismografica, poiché le forzanti sono equilibrate dalle forze d’inerzia, così le vibrazioni trasmesse alla struttura possono essere le minori possibili.

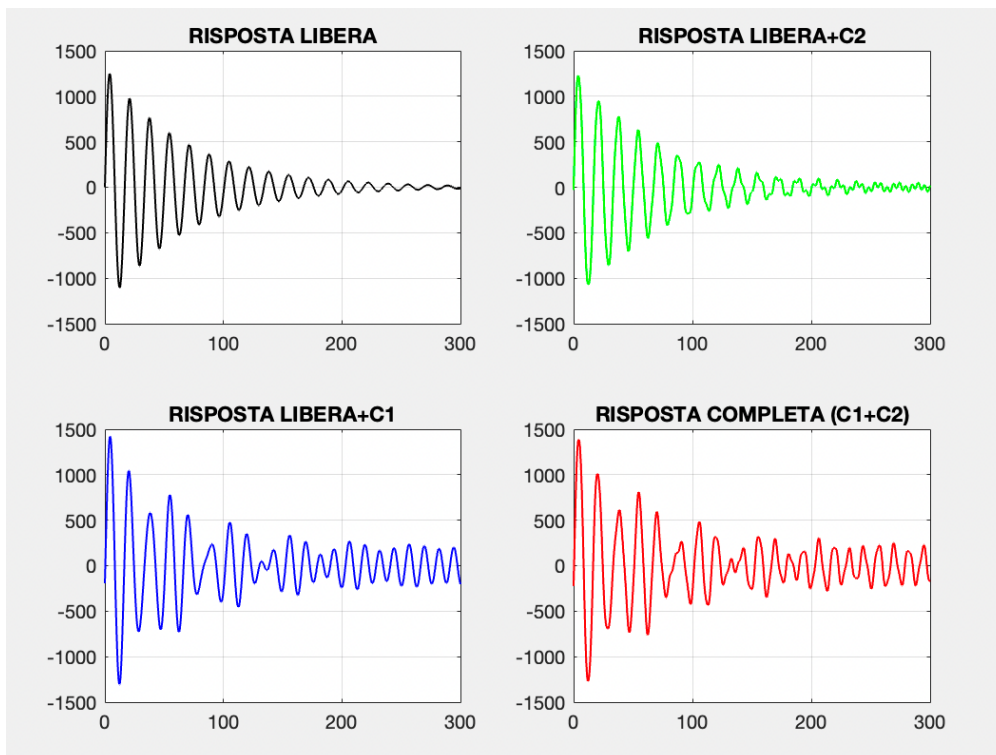


Fig. 7: risposta libera, risposta con solo forzante  $C1(t)$ , risposta con solo forzante  $C2(t)$ , risposta completa con entrambe le forzanti

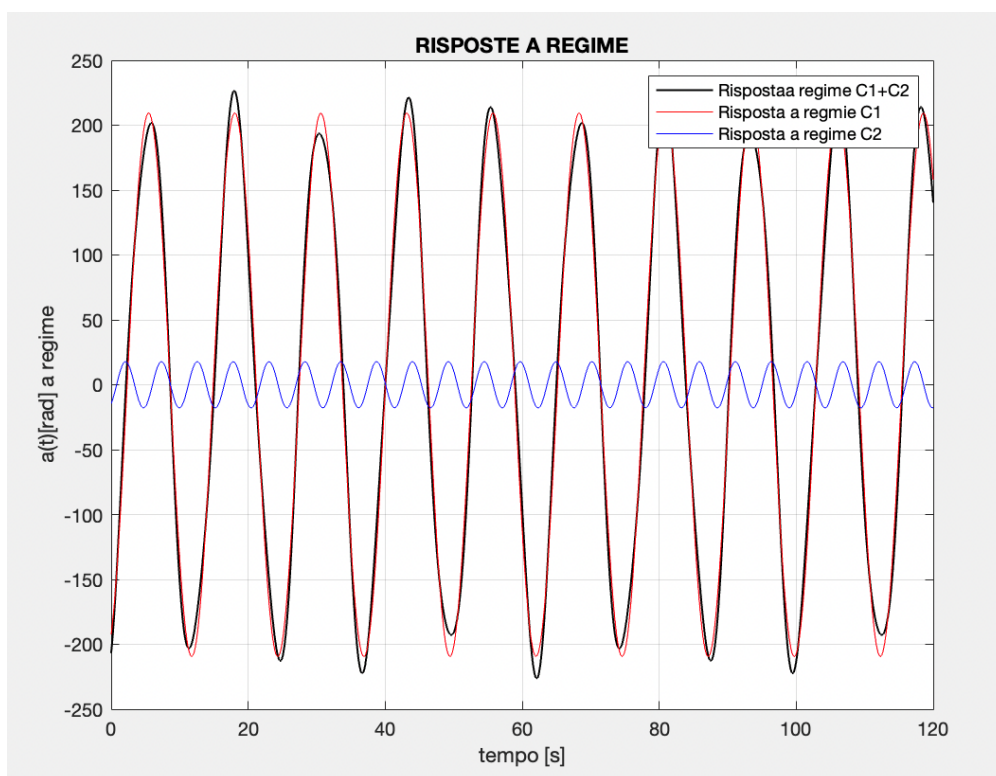


Fig. 8: risposte a regime; noto che la risposta forzata di  $C1(t)+C2(t)$  segue molto più fedelmente  $C1(t)$ , quindi il contributo di  $C1(t)$  prevale su quello di  $C2(t)$