

國立成功大學

工科所

108 學年度第一學期 數位訊號處理

期末專題

授課教師：何明字

作者：N96084094 彭巧緣 N96084125 曾士哲

系級：工科所

繳交日期：2020/1/9

一、實驗目的

利用一階高通濾波器(First order high pass filter)及一階低通濾波器(First order low pass filter)，設計一高階帶通濾波器(IIR)，並輸入不同頻率的 sin 波，觀察其輸出結果與設定值的關係。

二、實驗理論

1. 一階高通濾波器(First order high pass filter)轉移函數，式 2-1。 ω_{cH} 為 HPF 的截止頻率。

$$H(s) = \frac{\omega_{cH}}{s + \omega_{cH}} \quad (\text{式 2-1})$$

2. 一階低通濾波器(First order low pass filter)轉移函數，式 2-2。 ω_{cL} 為 LPF 的截止頻率。

$$H(s) = \frac{s}{s + \omega_{cL}} \quad (\text{式 2-2})$$

三、實驗步驟

1. 使用 MATLAB 計算 LPF 和 HPF 離散時間轉移函數($\omega_{cL} = 1000 \text{ Hz}$; $\omega_{cH} = 2000 \text{ Hz}$)，如圖一。在此實驗中，為了使濾波器效果更明顯，我們使用兩個 LPF 和 HPF。

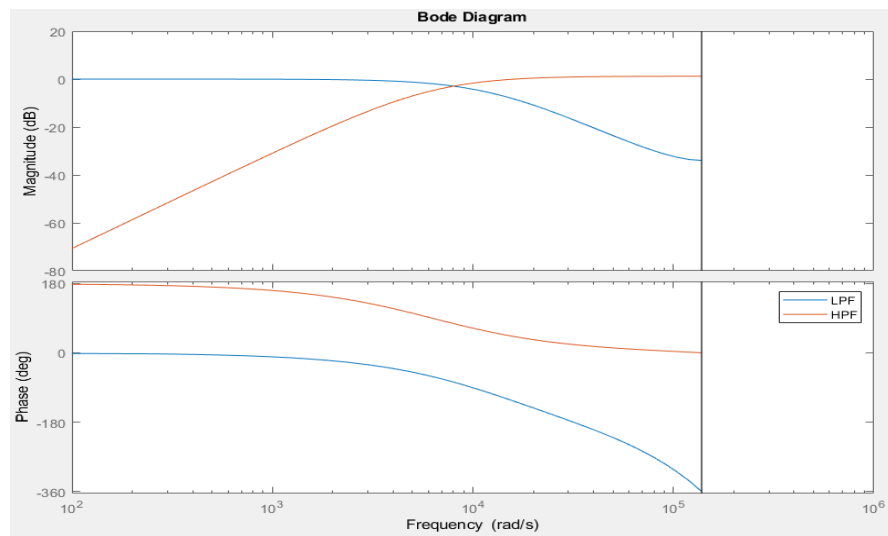
```
fs = 44000; % 採樣頻率
%-----LPF-----%
fc1 = 2000; % 截止頻率(200Hz)
num = 2*pi*fc1;
den = [1 2*pi*fc1];
H1 = tf(num,den); % 連續轉離散
Hd1 = c2d(H1,1/fs);

%-----HPF-----%
fc2 = 1000; % 截止頻率(1000Hz)
num = [1 0];
den = [1 2*pi*fc2];
H2 = tf(num,den); % 連續轉離散
Hd2 = c2d(H2,1/fs);

Hd2*Hd2*Hd1*Hd1
```

圖一 計算 LPF 及 HPF 離散時間轉移函數

2. 畫出兩個 LPF 和 HPF 離散時間之波德圖，如圖二，並計算出其頻寬($BW = 888\text{Hz} \sim 1989\text{Hz}$)。



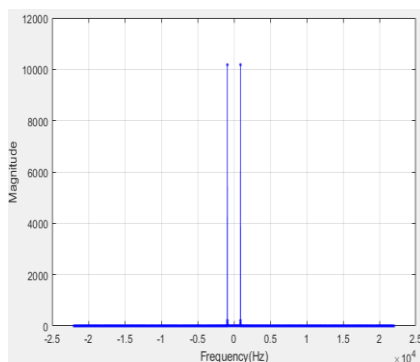
圖二 四階帶通濾波器之波德圖

3. 利用離散時間轉移函數所算出的微分方程式進行高通及低通濾波器，程式如圖三。

```
y3 = zeros(1,fs-1);
for i = 5 : fs-1
    y3(i) = 2.109 * y3(i-3) - 3.923 * y3(i-2) + 3.237 * y3(i-1)
end
- 0.4245 * y3(i-4) + 0.06172 * x(i-2) - 0.1234 * x(i-3) + 0.06172 * x(i-4);
```

圖三 微分方程式

4. 產生 sin 波，將其通過設計的帶通濾波器，並觀察結果。
5. 頻譜分析，觀察其振幅大小(Ex: $f=900\text{Hz}$)，如圖四。圖五為頻譜分析之程式。

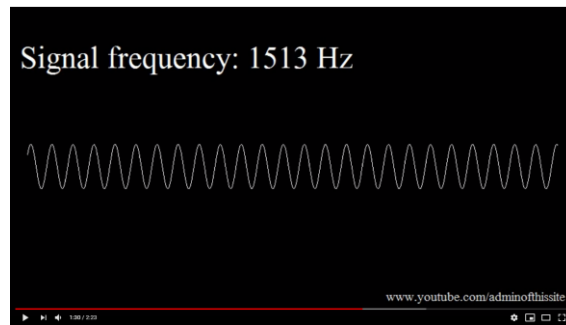


圖四 頻譜分析

```
N = 4999; % length of vector (點數)
freqStep = fs/N; % freq resolution in spectrum (頻域的頻率的解析度)
f = 10*freqStep; % freq of the sinusoid (正弦波的頻率，恰是 freqStep 的整數倍)
time = (0:N-1)/fs; % time resolution in time-domain (時域的時間刻度)
X1 = fft(y4); % spectrum
X1 = fftshift(X1); % put zero freq at the center (將頻率軸的零點置中)
% Plot spectral magnitude
freq = freqStep*(-N/2:N/2-1); % freq resolution in spectrum (頻域的頻率的解析度)
plot(freq, abs(X1), '-b'); grid on
xlabel('Frequency(Hz)');
ylabel('Magnitude');
```

圖五 頻譜分析程式

6. 產生 sin 波(YouTube)，如圖六。



圖六 sin 波(YouTube)

7. 利用 Arduino DUE 將 sin 波濾波，程式如圖七。

```
#include <Wire.h>
int fs = 44000;
double x0, x1 = 0, x2 = 0, x3 = 0, x4 = 0, _y0 = 0, _y1 = 0, y2 = 0, y3 = 0, y4 = 0;
void setup() {
  pinMode(A3, INPUT); //ADC
  pinMode(DAC1, OUTPUT); //DAC
  Wire.begin();
  Wire.setClock(fs);
  analogReadResolution(12);
}

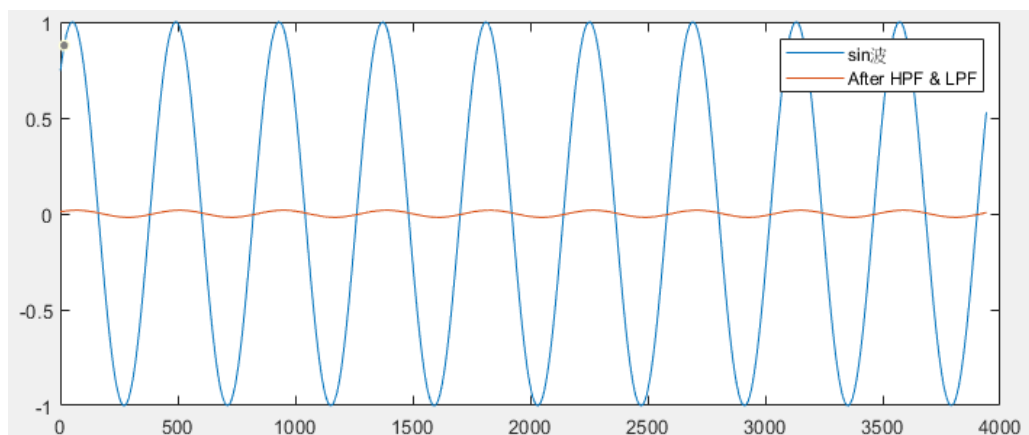
void loop() {
  x0 = analogRead(A3); //ADC
  //-----Filter-----//
  _y0 = 2.109 * y3 - 3.923 * y2 + 3.237 * _y1 - 0.4245 * y4 + 0.06172 * x2 - 0.1234 * x3 + 0.06172 * x4 ;
  analogWrite(DAC1, _y0); //DAC
  x4 = x3;
  x3 = x2;
  x2 = x1;
  x1 = x0;
  y4 = y3;
  y3 = y2;
  y2 = _y1;
  _y1 = _y0;
}
```

圖七 Arduino DUE 程式

四、實驗結果

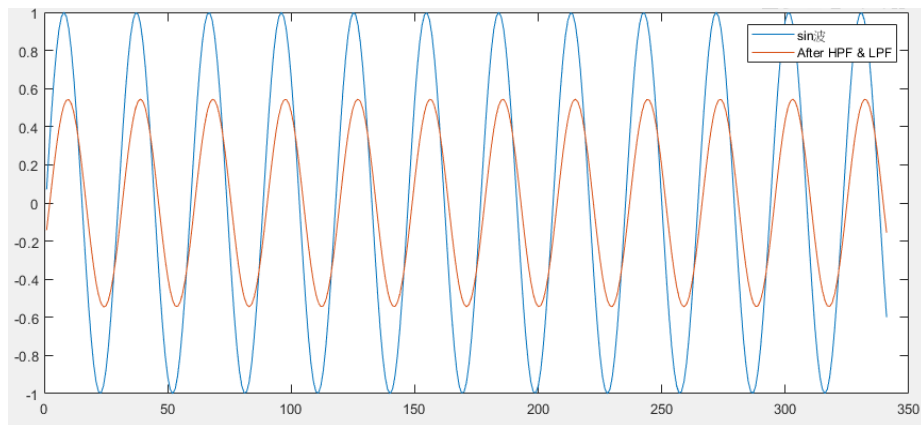
1. MATLAB 模擬

A. 輸入 100Hz 的 sin 波 → LPF 通過，HPF 不通過，如圖八。



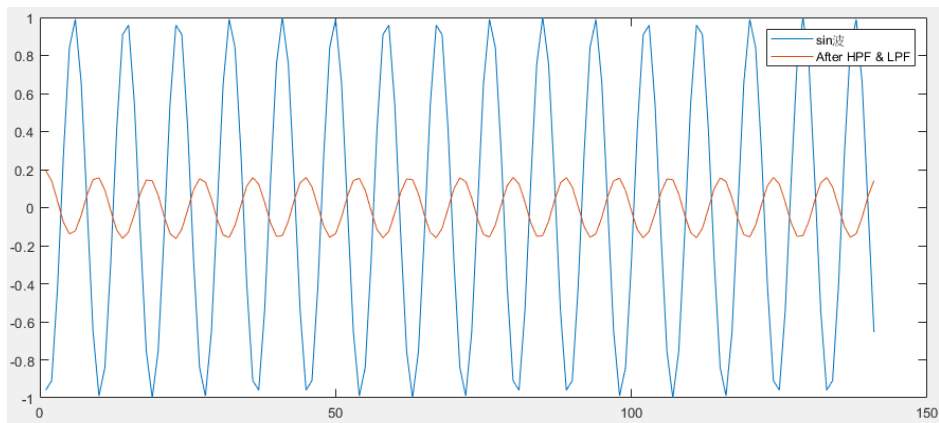
圖八 sin 波(100Hz)

B. 輸入 1500Hz 的 sin 波 → LPF 通過，HPF 通過，但振幅仍有減少，如圖九。



圖九 sin 波(1500Hz)

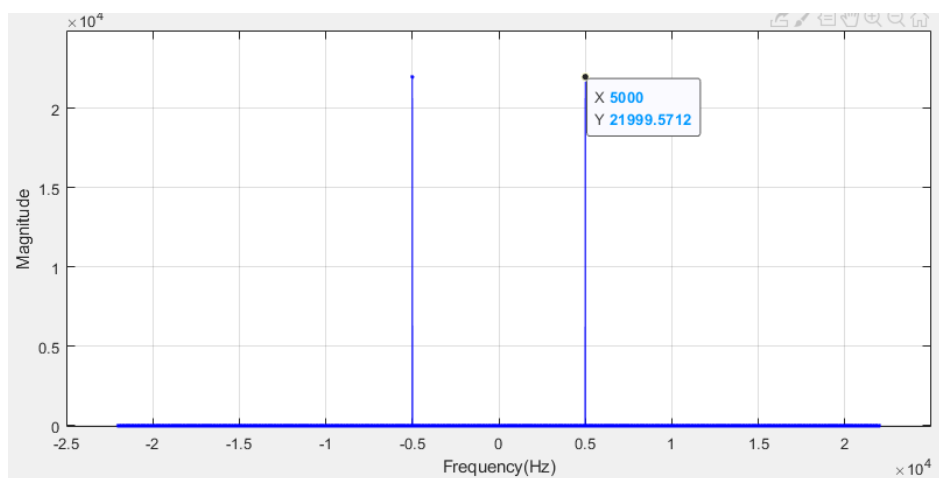
C. 輸入 5000Hz 的 sin 波 → LPF 不通過，HPF 通過，如圖十。



圖十 sin 波(5000Hz)

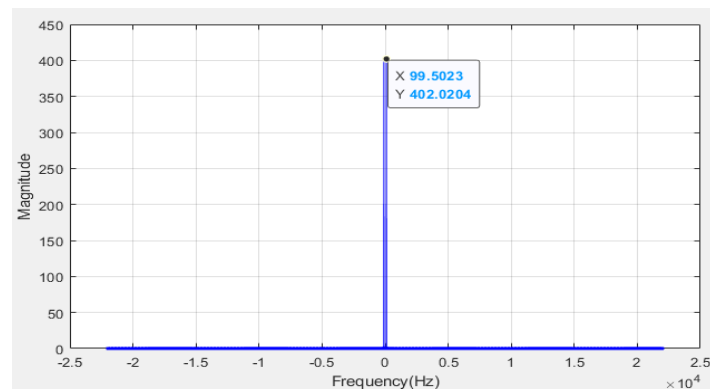
2. MATLAB 模擬(頻譜分析)

A. 輸入未經濾波器之 sin 波，頻譜分析並觀察其振幅，約為 22000，如圖十一。



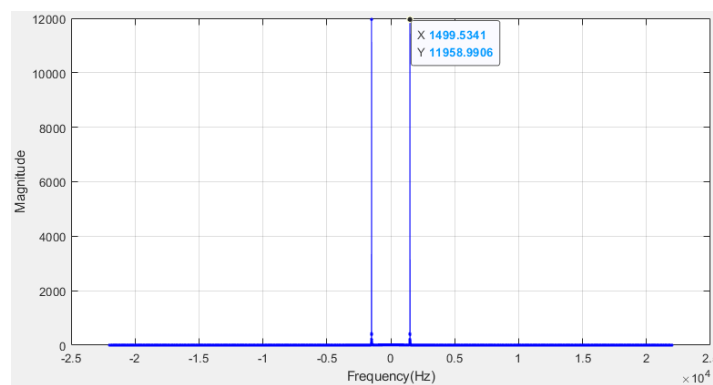
圖十一 未經濾波器之 sin 波之頻譜

- B. 輸入 100Hz 的 sin 波 → 從波德圖來看，經過 LPF 和 HPF 時，振幅須乘上 0.01 倍，頻譜分析中為約乘上 0.02 倍，如圖十二。



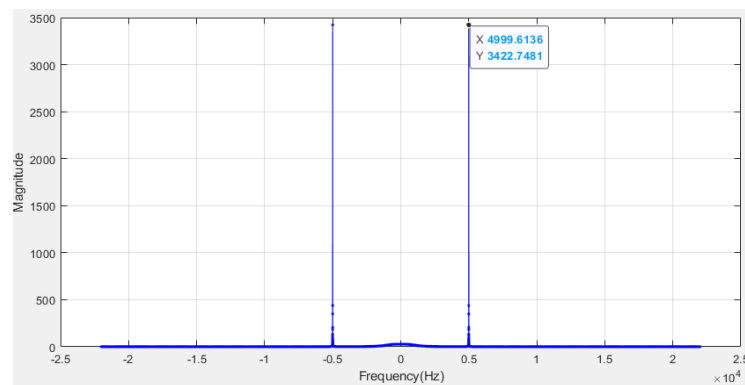
圖十二 sin 波(100Hz)之頻譜

- C. 輸入 1500Hz 的 sin 波 → 從波德圖來看，經過 LPF 和 HPF 時，振幅須乘上 0.51 倍，頻譜分析中為約乘上 0.54 倍，如圖十三。



圖十三 sin 波(1500Hz)之頻譜

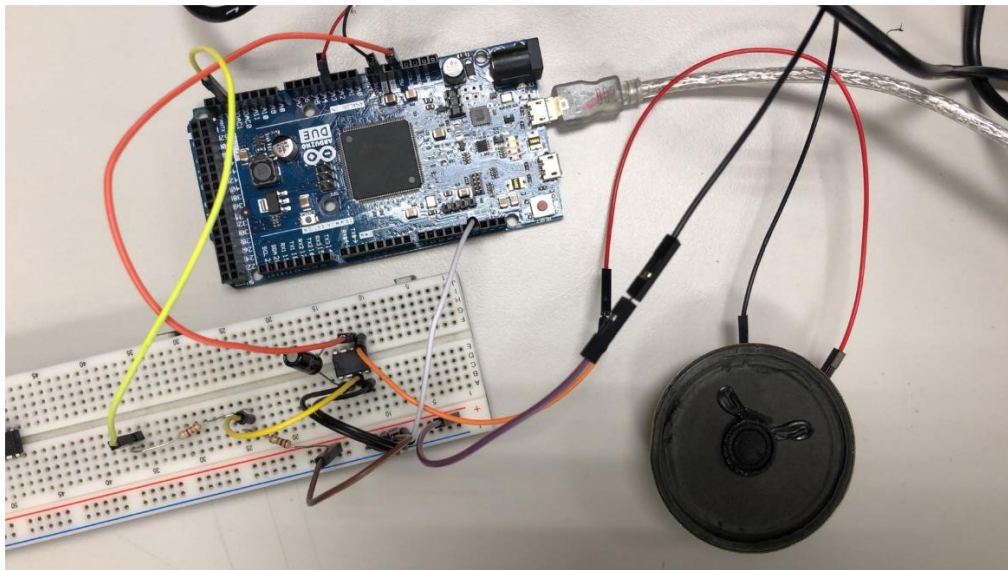
- D. 輸入 5000Hz 的 sin 波 → 從波德圖來看，經過 LPF 和 HPF 時，振幅須乘上 0.16 倍，頻譜分析中為約乘上 0.16 倍，如圖十四。



圖十四 sin 波(5000Hz)之頻譜

3. Arduino 實作

- A. 無濾波器(影片) → 聲音從頭到尾一樣大聲
- B. 帶通濾波器(影片) → 在頻寬($888\text{Hz} \sim 1989\text{Hz}$)時，聲音(sin 波振幅)比較大聲，之後聲音越來越小。
- C. 經由 Arduino DUE ADC 轉換後，再由微分方程式做帶通濾波器，最後 DAC 轉換並用喇叭放出聲音，實作照片如圖十五。



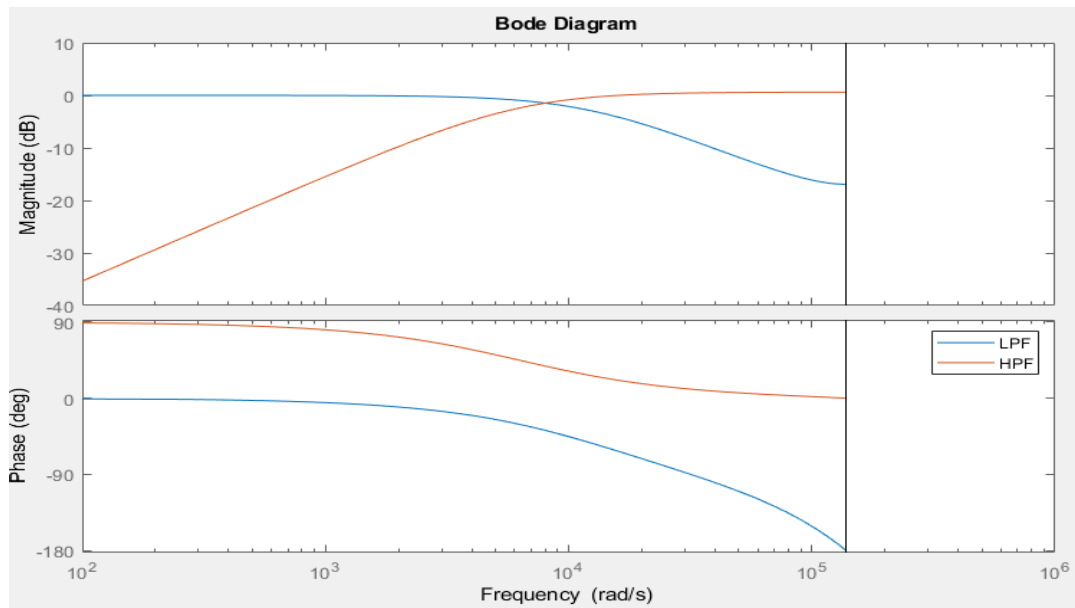
圖十五 實作照片

4. 結論

- A. 離散時間的波德圖，若取樣頻率不夠高的話，會有較大誤差，因此 f_s 取越大越好，使離散時間的波德圖越接近連續時間。
- B. 經 MATLAB 模擬的波德圖來看，頻寬結果和初始設定的截止頻率差不多，亦代表取樣頻率夠高。
- C. 經頻譜分析後，振幅大小會和波德圖上的 dB 值成正比。
- D. Arduino 實際測試中，sin 波頻率在頻寬內時，聲音明顯較大聲，符合我們所設計的帶通濾波器。
- E. 經由實驗結果，可以得知此實驗中所使用的一階高通及低通濾波器，實際值與理論值式相符合的，是一個正確且可行的濾波器。
- F. 經由實驗解亦可得知，高通及低通濾波器能正確製造出一帶通濾波器。

五、問題與討論

1. 此實驗並未乘上增益值，且峰值並未在 0dB 處，因此只要聲音經過此實驗的帶通濾波器，所有聲音的振幅皆會被減少，此問題可以乘上一增益值來改善。
2. 若只用各一個一階的高通及低通濾波器，會使圖形不夠 sharp，濾波效果較不佳。圖十六為其波德圖，可與圖二做比較。



圖十六 二階帶通濾波器之波德圖