1 A，B，C，E は 2 行 2 列の行列で，$A=\begin{pmatrix}1&1\\2&0\end{pmatrix}$，$E=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$ とする．

(1) $AB=BA$ ならば $B=pA+qE$ となる実数 p，q が存在することを示せ．

(2) $AB=BA$，$AC=CA$ が成り立つならば，$BC=CB$ が成り立つことを示せ．

(3) $AB=BA$，$B^2=E$ を満たす行列 B をすべて求めよ．

2 n は 0 または正の整数とする．a_n を，$a_0=1$，$a_1=2$，$a_{n+2}=a_{n+1}+a_n$ によって定める．a_n を 3 で割った余りを b_n とし，$c_n=b_0+\cdots+b_n$ とおく．

(1) $b_0,\cdots,b_9$ を求めよ．

(2) $c_{n+8}=c_n+c_7$ であることを示せ．

(3) $n+1\leqq c_n\leqq\dfrac{3}{2}(n+1)$ が成り立つことを示せ．

3 正 4 面体の 4 つの頂点を A，B，C，D とする．s，t を $0<s<1$，$0<t<1$ を満たす実数とし，

線分 AB を $s:1-s$ に内分する点を E,

線分 AC を $t:1-t$ に内分する点を F,

線分 AD を $t:1-t$ に内分する点を G

とおく．3 点 E，F，G を通る平面が，3 点 B，C，D を通る円と共有点を持つために s，t の満たすべき条件を求め，点 (s,t) の範囲を平面上に図示せよ．

4　xy 平面上で，3 点 $A(-1,0)$，$B(1,0)$，$P(t,2t^2+1)$ を考え，$\angle APB$ の 2 等分線と x 軸との交点を Q とする．t がすべての実数値を動くとき，$\dfrac{QB}{AQ}$ の最大値，最小値を求めよ．

5　A，B，C の 3 人が色のついた札を 1 枚ずつ持っている．はじめに，A，B，C の持っている札の色はそれぞれ赤，白，青である．A がさいころを投げて，3 の倍数の目が出たら A は B と持っている札を交換し，その他の目が出たら A は C と札を交換する．この試行を n 回繰り返した後に，赤い札を A，B，C が持っている確率を，それぞれ a_n，b_n，c_n とする．

(1)　$n \geqq 2$ のとき，a_n，b_n，c_n を a_{n-1}，b_{n-1}，c_{n-1} で表せ．

(2)　a_n を求めよ．

6　θ が 0 から 2π まで変化するとき，点 $P(\theta)=(2\cos\theta-\cos 2\theta, 2\sin\theta-\sin 2\theta)$ の描く曲線を考える．

(1)　この曲線の全長 L を求めよ．

(2)　この曲線の $0 \leqq \theta \leqq \theta_n$ の部分の長さが $\dfrac{L}{n}$ となるように θ_n を定めるとき，極限値 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\sqrt{n}\theta_n$ を求めよ．