遗传笔记

计数原理

分类加法$\underset{A、B互斥}{P(A+B)=P(A)+P(B)}$如红花和白花、分步乘法$\underset{A、B独立}{P(A\times B)=P(A)\times P(B)}$如白花、圆粒

$$如果存在n对互补基因，则隐形纯和的概率为$$

$$\lim_{n\to\infty}[1-(\frac{3}{4})^n]=1$$

组合数

$$从n个元素里取m个$$

$$C_n^m=\frac{n!}{m!\times(n!-m!)}$$

$$易知$$

$$C_n^m=C_n^{n-m}$$

$$C_n^0=C_n^n=1\ \ C_n^1=n$$

在配子计算中的运用（以$AAaa$为例）

$$Aa:选一个A、再选一个a，即C_2^1\times C_2^1=4$$

$$以此类推$$

$$aa:C_2^2=1$$

$$AA:C_2^2=1$$

对于染色体易位，一般只对妇女考虑，因为精子不易传递染色体易位

二项式定理

$$F_1\text{代分离比：}$$
$$3:1$$
$$\downarrow$$
$$(1:2):1$$
$$\downarrow$$
$$\text{符合二项式分布}$$

在遗传学中常用二项式定理来计算，因为常出现一对相对性状，刚好满足二项式应用条件

$$(a+b)^n=\sum_{m=0}^{n}C_n^m\times a^{n-m}\times b^m$$
$$a^{n-m}\times b^m\text{：抽中该组合的概率}$$
$$C_n^m\text{：该组合可能的排列数}$$

二项式存在对称性、符合二项式定理的分布称作二项式分布

当$n\to\infty$时，二项式分布趋近于正态分布

在遗传中，可以用类似方式将其推广到三项或更多项

积事件

$$P(A*B)=P(a)\times P(B)$$

条件概率

$$\text{如果}A\text{、}B\text{存在交集、则}$$
$$P(A*B)=P(A)\times P(B/A)=P(B)\times P(A/B)\quad B/A\text{：}A\text{条件下}B\text{的概率}$$
$$\text{变形可得}$$
$$P(B/A)=\frac{P(B)\times P(A/B)}{P(A)}$$
$$\text{由}Venn\text{图(自己画吧)可得}$$
$$P(A)=P(B)\times P(A/B)+P(\overline{B})\times P(A/\overline{B})\qquad \overline{B}\text{：非}B\text{事件的概率}$$
$$\text{代入可得}$$
$$P(B/A)=\frac{P(B)\times P(A/B)}{P(B)\times P(A/B)+P(\overline{B})\times P(A/\overline{B})}$$

对于近交计算，可以从隐性基因的流动来考虑（梦回图论）

种群进化与遗传平衡

- AD:常染色体显性
- AR:常染色体隐性
- XD:性染色体显性
- XR:性染色体隐性
- 对于一种群随机交配

$$P: pP1 + qP2$$
$$\downarrow$$
$$F1: p^2P1 \times P1 : 2pqP1 \times P2 : q^2P2 \times P2$$

- 狭义遗传平衡:基因频率不变,基因型频率不变

验证是否为平衡群体

$$\begin{aligned} H^2 &= (2pq)^2 = 4p^2q^2 \\ &= 4DR \end{aligned}$$
$$\therefore \text{验证该式即可}$$

求杂合子最大比例

$$H = 2pq = 2 \times (1-q)q = 2q - 2q^2$$
$$\text{求导}(y = x^a \to y' = ax^{a-1})$$
$$H' = 2 - 4q$$
$$\text{令}H' = 0, \text{则}q = \frac{1}{2}$$

$$H \times H = 2pq \times 2pq = 4p^2q^2$$
$$D \times R = p^2 \times q^2 \times 2 = 2p^2q^2 = \frac{H \times H}{2}$$

与性别相关的基因频率

$$\text{设一隐性基因}X^-\text{在男性群体中频率为}p, \text{女性中为}q$$
$$P\text{表型}: \text{男 } p(X^-Y) \text{ 女 } q^2(X^-X^-)$$
$$F_1\text{基因型}: \text{男 } q \text{ 女 } \frac{p+q}{2}$$
$$(\text{来自男方的配子有}p\text{为}X^-, \text{来自女方的配子有}q\text{为}X^-)$$

选择平衡

条件:

- 随机交配
- 无选择
- 无突变
- 大种群
- 无迁入迁出

相对存活率$w=\frac{\text{绝对存活率}}{\text{绝对存活率最大值}}$

死去的即为被选择掉的,所以定义选择系数$s=1-w$

$S_{aa}=0$

	AA	AA	AA	SUM
初始	p_0^2	$2p_0q_0$	q_0^2	1
1代后	p_0^2	$2p_0q_0$	0	$1-q_0^2$

$$\therefore q_1=\frac{p_0q_0}{1-q_0^2}=\frac{p_0q_0}{(1-q_0)(1+q_0)}=\frac{q_0}{1+q_0}$$

$$q_2=\frac{q_1}{1+q_1}=\frac{\frac{q_0}{1+q_0}}{1+\frac{q_0}{1+q_0}}=\frac{q_0}{1+2q_0}$$

$$\vdots$$

$$q_n=\frac{q_0}{1+nq_0}$$

$S_{aa}=t,S_{Aa}=s$

	AA	AA	AA	SUM
初始	p_0^2	$2p_0q_0$	q_0^2	1
1代后	$(1-s)p_0^2$	$2p_0q_0$	$(1-t)q_0^2$	$1-sp_0^2-tq_0^2$

$$若为平衡遗传$$
$$\therefore q_1=\frac{(1-t)q_o^2+p_0q_0}{1-sp_0^2-tq_0^2}=q_0$$
$$易得\begin{cases}q_0=\dfrac{s}{s+t}\\ p_0=\dfrac{t}{s+t}\end{cases}$$

突变

$$A\overset{u}{\to}a$$
$$a\overset{v}{\to}A$$
$$p_1=p+vq-up$$
$$平衡时: q=up=u(1-q)$$
$$易得\begin{cases}q=\dfrac{u}{u+v}p=\dfrac{v}{u+v}\end{cases}$$

选择-突变平衡

$$A(群体中频率为p)\xrightarrow{突变u}a(群体中频率为q)\xrightarrow{选择系数s}淘汰$$
$$平衡状态下:$$
$$up=sq^2$$
$$当p\to 1时, u=sq^2$$

存在从性现象

以男性为例

$$3X^+(群体中频率为p)\xrightarrow{突变u}X^-(群体中频率为q)\xrightarrow{选择系数s}淘汰$$
$$只考虑男性,所以每三个突变(XX+XY)中只有一个有意义$$
$$平衡状态下:$$
$$3up=sq$$
$$当p\to 1时, 3u=sq$$

存在非随机交配

$$固定指数:F=\frac{H_e-H_o}{H_e}\rightarrow 近交系数$$
$$H_e:期望值,即2pq$$
$$H_o:实际上的H$$
$$变形,得H_o=(1-F)H_e$$
$$对于自交,F=\frac{1}{2},H_{o_n}=\frac{1}{2^n}$$
$$F>0,杂合性下降;连续自交时$$

迁入迁出

$$设种群1\left\{A:p_1,a:q_1\right\},种群2\left\{A:p_2,a:q_2\right\}$$
$$混合后的种群3\left\{A:p_1+p_2,a:q_1+q_2\right\}$$
$$假如种群1,种群2均为平衡种群,则$$
$$种群1=\{AA:p_1^2,Aa:2p_1q_1,aa:q_1^2\}$$
$$种群2=\{AA:p_2^2,Aa:2p_2q_2,aa:q_2^2\}$$
$$种群3=\{AA:\frac{p_1^2+p_2^2}{2},Aa:p_1q_1+p_2q_2,aa:\frac{q_1^2+q_2^2}{2}\}$$
$$种群3中Aa期望值为(p_1+p_2)\times(q_1+q_2)=p_1q_1+p_2q_2+p_1q_2+p_2q_1$$
$$显然,期望值大于实际值$$

小种群中遗传漂变

(搞不懂公式怎么来的)

易见,群体越小,遗传漂变越严重

当N保持不变时,类比逻辑斯谛方程,令$F=(1-\frac{1}{kN})$

F同时反映了近交系数,所以有最大值$\frac{1}{2}$

显然,此时$N=1$,所以解得$k=2$

再设t为世代数,易得公式$H_t=(1-\frac{1}{2N})^tH$