E-BOOK GRATUITO

RESOLUÇÃO DE QUESTÕES ENEM

MAX MADEIRA & CHICO FIGUEIREDO

BRASÍLIA, 2020

MAX MADEIRA & CHICO FIGUEIREDO

RESOLUÇÃO DE QUESTÕES ENEM

Orientador: Francisco Lima Figueiredo

Brasília

2020

Figueiredo, Max Madeira & Chico
Resolução de Questões ENEM / Max Madeira & Chico Figueiredo. - Brasília, 2020.
19 p. : il. ; 30 cm.

Orientador: Francisco Lima Figueiredo

e-Book Gratuito - , Brasília, 2020.

1. Educação. 2. Matemática Financeira. 3. Estatística. 4. ENEM. I. Figueiredo, Francisco Lima . II. .

" A Matemática é a ciência mais barata. Não requer qualquer equipamento caro, ao contrário da Física ou da Química. Tudo o que precisamos para a Matemática é de um lápis e papel. "

(George Pólya)

RESUMO

O presente trabalho é fruto do trabalho de 2 apaixonados por matemática que são amigos a 30 anos e se dispõem a deixar um legado na vida de quem precisa passar em uma universidade.

Palavras-chave: Educação. Matemática Financeira. Estatística, ENEM.

SUMÁRIO

1 ENEM 2019 - CADERNO AZUL

1.1 QUESTÃO 150 - MATEMÁTICA FINANCEIRA

Uma pessoa se interessou em adquirir um produto anunciado em uma loja. Negociou com o gerente e conseguiu comprá-lo a uma taxa de juros compostos de 1% ao mês. O primeiro pagamento será um mês após a aquisição do produto, e no valor de R$ 202,00.

O segundo pagamento será efetuado um mês após o primeiro, e terá o valor de R$ 204,02. Para concretizar a compra, o gerente emitirá uma nota fiscal com o valor do produto à vista negociado com o cliente, correspondendo ao financiamento aprovado.

O valor à vista, em real, que deverá constar na nota fiscal é de

(A) 398,02.

(B) 400,00.

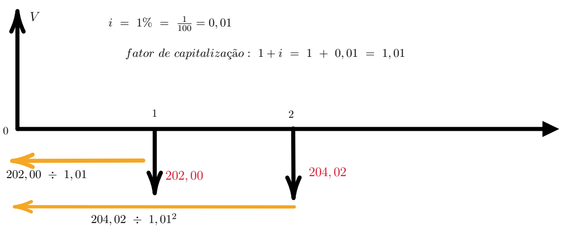
(C) 401,94.

(D) 404,00.

(E) 406,02.

Resolução

Então temos o seguinte fluxo de caixa:



logo temos que o valor V é a soma das 2 parcelas descontadas no fluxo de caixa:

$$\begin{aligned} V &= \frac{202,00}{1,01} + \frac{204,02}{1,01^2} \\ &= \frac{202,00}{1,01} + \frac{204,02}{1,0201} \\ &= \frac{20200}{101} + \frac{2040200}{10201} \\ &= 200 + 200 \\ &= 400 \end{aligned}$$

Resposta: A nota fiscal deverá ser ser preenchda com o valor de R$ 400,00. Alternativa (B)

Rascunho

$$\begin{array}{r} 1{,}0\,1 \\ \times\ 1{,}0\,1 \\ \hline 1\,0\,1 \\ 0\,0\,0 \\ 1\,0\,1 \\ \hline 1{,}0\,2\,0\,1 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 2\,0\,2\,0\,0 & 1\,0\,1 \\ \hline -\,2\,0\,2 & 2\,0\,0 \\ \hline 0\,0 & \\ -\,0 & \\ \hline 0\,0 & \\ -\,0 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 2\,0\,4{,}0\,2\,0\,0 & 1{,}0\,2\,0\,1 \\ \hline -\,2\,0\,4\,0\,2 & 2\,0\,0 \\ \hline 0\,0 & \\ -\,0 & \\ \hline 0\,0 & \\ -\,0 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Resolução: <https://youtu.be/S22SHYt4n-o>

1.2 QUESTÃO 154 - LOGARITMOS, UNIDADES DE MEDIDA, INTERPRETAÇÃO TABELA

Charles Richter e Beno Gutenberg desenvolveram a escala Richter, que mede a magnitude de um terremoto. Essa escala pode variar de 0 a 10, com possibilidades de valores maiores. O quadro mostra a escala de magnitude local (M_s) de um terremoto que é utilizada para descrevê-lo.

Descrição	Magnitude local (M_s) ($\mu m \cdot Hz$)
Pequeno	$0 \leqslant M_s \leqslant 3,9$
Ligeiro	$4,0 \leqslant M_s \leqslant 4,9$
Moderado	$5,0 \leqslant M_s \leqslant 5,9$
Grande	$6,0 \leqslant M_s \leqslant 9,9$
Extremo	$M_s \geqslant 10,0$

Para se calcular a magnitude local, usa-se a fórmula $M_s = 3,30 + log(A \cdot f)$, em que A representa a amplitude máxima da onda registrada por um sismógrafo em micrômetro (μm) e f representa a frequência da onda, em hertz (Hz). Ocorreu um terremoto com amplitude máxima de $2000\mu m$ e frequência de $0,2Hz$.

Disponível em: http://cejarj.cecierj.edu.br. Acesso em: 1 fev. 2015 (adaptado).

Utilize 0,3 como aproximação para log 2.

De acordo com os dados fornecidos, o terremoto ocorrido pode ser descrito como

(A) Pequeno.

(B) Ligeiro.

(C) Moderado.

(D) Grande.

(E) Extremo.

Resolução

Temos um caso simples de substituição de variáveis, e bom uso das propriedades de logaritmos:

$$
\begin{aligned}
M_s &= 3,30 + log(A \cdot f) \\
&= 3,30 + log(2000 \cdot 0,2) \\
&= 3,30 + log(400) \\
&= 3,30 + log(4 \cdot 100) \\
&= 3,30 + log(2^2 \cdot 10^2) \\
&= 3,30 + log(2^2) + log(10^2) \\
&= 3,30 + 2 \cdot log(2) + 2 \cdot log(10) \\
&= 3,30 + 2 \cdot 0,3 + 2 \cdot 1 \\
&= 3,30 + 0,6 + 2 \\
M_s &= 5,9
\end{aligned}
$$

Rascunho

$$
\begin{array}{r}
2\,0\,0\,0 \\
\times \quad 0{,}2 \\
\hline
4\,0\,0\,0 \\
0\,0\,0\,0 \\
\hline
4\,0\,0{,}0
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r}
0{,}3 \\
\times \quad 2 \\
\hline
0{,}6
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r}
3{,}3 \\
+ \quad 0{,}6 \\
\hline
3{,}9\,2
\end{array}
$$

Resolução: <https://youtu.be/S22SHYt4n-o>

1.3 QUESTÃO 138 - PORCENTAGEM

Uma pessoa, que perdeu um objeto pessoal quando visitou uma cidade, pretende divulgar nos meios de comunicação informações a respeito da perda desse objeto e de seu contato para eventual devolução. No entanto, ela lembra que, de acordo com o Art. 1 234 do Código Civil, poderá ter que pagar pelas despesas do transporte desse objeto até sua cidade e poderá ter que recompensar a pessoa que lhe restituir o objeto em, pelo menos, 5% do valor do objeto.

Ela sabe que o custo com transporte será de um quinto do valor atual do objeto e, como ela tem muito interesse em reavê-lo, pretende ofertar o maior percentual possível de recompensa, desde que o gasto total com as despesas não ultrapasse o valor atual do objeto.

Nessas condições, o percentual sobre o valor do objeto, dado como recompensa, que ela deverá ofertar é igual a

(A) 20%

(B) 25%

(C) 40%

(D) 60%

(E) 80%

Resolução

V Valor do objeto

$\frac{1}{5}V$ será o valor do trans porte, vale notar que $\frac{1}{5} = \frac{1 \cdot 20}{5 \cdot 20} = \frac{20}{100} = 0,2 = 20\% \Rightarrow 20\%V$

A recompensa será o que o total do valor do objeto menos o transporte, ou seja

$$
\begin{aligned}
X &= V - \frac{1}{5}V \\
&= \left(1 - \frac{1}{5}\right) V \\
&= \left(\frac{5-1}{5}\right) V \\
&= \frac{4}{5}V \\
&= 0,8V \\
&= 80\%V
\end{aligned}
$$

Resposta: O percentual da recompensa será de 80% do valor do objeto

Rascunho

$$
\begin{array}{r|l}
1 & 5 \\
\cline{2-2}
-\;0 & 0{,}2 \\
\cline{1-1}
1\,0 & \\
-\;1\,0 & \\
\cline{1-1}
0 &
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r|l}
2\,0 & 1\,0\,0 \\
\cline{2-2}
-\;0 & 0{,}2 \\
\cline{1-1}
2\,0\,0 & \\
-\;2\,0\,0 & \\
\cline{1-1}
0 &
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r|l}
4 & 5 \\
\cline{2-2}
-\;0 & 0{,}8 \\
\cline{1-1}
4\,0 & \\
-\;4\,0 & \\
\cline{1-1}
0 &
\end{array}
$$

Resolução: <https://youtu.be/hRFaaCCGBQo>

1.4 QUESTÃO 140 - NOTAÇÃO CIENTÍFICA

A gripe é uma infecção respiratória aguda de curta duração causada pelo vírus influenza. Ao entrar no nosso organismo pelo nariz, esse vírus multiplica-se, disseminando-se para a garganta e demais partes das vias respiratórias, incluindo os pulmões.

O vírus influenza é uma partícula esférica que tem um diâmetro interno de 0,00011 mm.

Disponível em: www.gripenet.pt. Acesso em: 2 nov. 2013 (adaptado).

Em notação científica, o diâmetro interno do vírus influenza, em mm, é

(A) $1,1 \times 10^{-1}$

(B) $1,1 \times 10^{-2}$

(C) $1,1 \times 10‘-3$

(D) $1,1 \times 10^{-4}$

(E) $1,1 \times 10^{-5}$

Resolução

Um número na notação científica é um número na forma $N \times 10^n$ onde N é o primeiro dígito significativo entre 1 e 10 e n é a quantidade de zeros a direita (negativo) ou a esquerda (positivo) do número, ou matematicamente $N \times 10^n \mid 1 \leqslant N < 10$ e $n \in \mathbb{Z}$

$$0,00011 = 1,1 \cdot 10^{-4}$$

4 casas decimais até o primeiro dígito significativo

Resolução: <https://youtu.be/hRFaaCCGBQo>

1.5 QUESTÃO 160 - ESTATÍSTICA, MÉDIA ARITMÉTICA

O preparador físico de um time de basquete dispõe de um plantel de 20 jogadores, com média de altura igual a 1,80 m. No último treino antes da estreia em um campeonato, um dos jogadores desfalcou o time em razão de uma séria contusão, forçando o técnico a contratar outro jogador para recompor o grupo.

Se o novo jogador é 0,20 m mais baixo que o anterior, qual é a média de altura, em metro, do novo grupo?

(A) 1,60

(B) 1,78

(C) 1,79

(D) 1,81

(E) 1,82

Resolução

Dado que média $M = \frac{S_{20}}{n} = \frac{\Sigma_1^n J_i}{n} \Rightarrow M = \frac{\Sigma_1^{20} J_i}{20} = 1,80m$

Donde que se conclui que a soma das alturas dos jogadores é $S_{20} = \Sigma_1^{20} J_i = 1,80 \cdot 20 \Rightarrow \Sigma_1^{20} J_i = 36m$

A nova soma, com o jogador trocado, diminuiu 0,20 m, ou seja

$S'_{20} = S_{20} - 0,20 \Rightarrow S'_{20} = 36m - 0,20m \Rightarrow S'_{20} = 35,8m$

A nova média é $M' = \frac{S'_{20}}{20} \Rightarrow M' = \frac{35,8}{20} \Rightarrow M' = 1,79$

Outra Resolução

O leitor pode também resolver rapidamente verificando que a nova média será decrescida de 0,20 m dividido pelos 20 membros, ou seia $\frac{0,20}{20} = 0,01m$ ou seja, caindo de $1,80m$ para $1,80 - 0,01m = 1,79m$

Resposta: A nova média é 1,79m, correspondendo ao gabarito (C)

Rascunho

$$\begin{array}{r} 1,8 \\ \times\ 2\,0 \\ \hline 0\,0 \\ 3\,6 \\ \hline 3\,6,0 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 3\,6,0 \\ -\ 0,2 \\ \hline 3\,5,8 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 3\,5,8 & 2\,0,0 \\ \cline{2-2} -2\,0\,0 & 1,7\,9 \\ \hline 1\,5\,8\,0 & \\ -1\,4\,0\,0 & \\ \hline 1\,8\,0\,0 & \\ -1\,8\,0\,0 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 0,2 & 2\,0,0 \\ \cline{2-2} -0 & 0,0\,1 \\ \hline 2\,0 & \\ -0 & \\ \hline 2\,0\,0 & \\ -2\,0\,0 & \\ \hline 0 & \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1,8\,0 \\ -\ 0,0\,1 \\ \hline 1,7\,9 \end{array}$$

Resolução: <https://youtu.be/>

1.6 QUESTÃO 161 - ESTATÍSTICA, MÉDIA PONDERADA

Em uma fábrica de refrigerantes, é necessário que se faça periodicamente o controle no processo de engarrafamento para evitar que sejam envasadas garrafas fora da especificação do volume escrito no rótulo.

Diariamente, durante 60 dias, foram anotadas as quantidades de garrafas fora dessas especificações. O resultado está apresentado no quadro.

Quantidade de garrafas fora das especificações por dia	Quantidade de dias
0	52
1	5
2	2
3	1

A média diária de garrafas fora das especificações no período considerado é

(A) 0,1.

(B) 0,2.

(C) 1,5.

(D) 2,0.

(E) 3,0.

Resolução

Interpetando adequadamente a tabela e a questão trata-se de uma média ponderada

Quantidade de garrafas fora das especificações por dia (1)	Quantidade de dias (2)	(1) × (2)
0	52	0
1	5	5
2	2	4
3	1	3
Soma	60	12

Matematicamente falando

$$\begin{aligned} M_p &= \frac{0\cdot 52 + 1\cdot 5 + 2\cdot 2 + 3\cdot 1}{52+5+2+1} \\ &= \frac{0+5+4+3}{60} \\ &= \frac{12}{60} \\ &= \frac{1}{5} \\ M_p &= 0,2 \end{aligned}$$

Resposta: A média ponderada é 0,2 garrafas defeituosas, correspondendo ao gabarito (B)

Rascunho

$$\begin{array}{r|l} 1\,2 & 6\,0 \\ -\ \ 0 & 0{,}2 \\ \hline 1\,2\,0 & \\ -\ 1\,2\,0 & \\ \hline 0 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 1 & 5 \\ -\ 0 & 0{,}2 \\ \hline 1\,0 & \\ -\ 1\,0 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Resolução: <https://youtu.be/>

lLzEawlb-xw

1.7 QUESTÃO 142 - GEOMETRIA, CIRCULO, ÁREA

Em um condomínio, uma área pavimentada, que tem a forma de um círculo com diâmetro medindo $6m$, é cercada por grama. A administração do condomínio deseja ampliar essa área, mantendo seu formato circular, e aumentando, em $8m$, o diâmetro dessa região, mantendo o revestimento da parte já existente. O condomínio dispõe, em estoque, de material suficiente para pavimentar mais $100m^2$ de área. O síndico do condomínio irá avaliar se esse material disponível será suficiente para pavimentar a região a ser ampliada.

Utilize 3 como aproximação para π.

A conclusão correta a que o síndico deverá chegar, considerando a nova área a ser pavimentada, é a de que o material disponível em estoque

(A) será suficiente, pois a área da nova região a ser pavimentada mede $21m^2$.

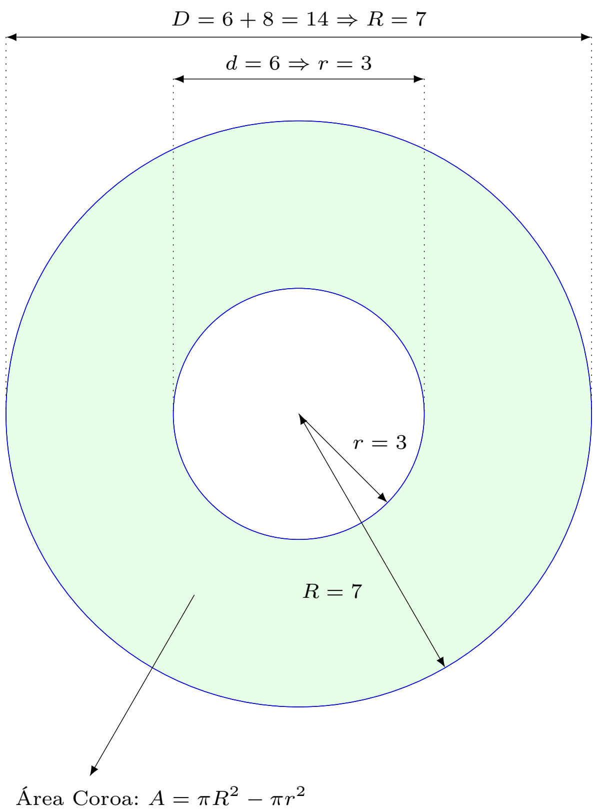
(B) será suficiente, pois a área da nova região a ser pavimentada mede $24m^2$.

(C) será suficiente, pois a área da nova região a ser pavimentada mede $48m^2$.

(D) não será suficiente, pois a área da nova região a ser pavimentada mede $108m^2$.

(E) não será suficiente, pois a área da nova região a ser pavimentada mede $120m^2$.

Resolução



$$\begin{aligned} A &= \pi R^2 - \pi r^2 \\ &= \pi(R^2 - r^2) \\ &= 3(7^2 - 3^2) \\ &= 3(49 - 9) \\ &= 3 \cdot 40 \\ \\ A &= 120m^2 \end{aligned}$$

em virtude de haver apenas $100m^2$ de material, não será suficiente, pois a área da nova região a ser pavimentada mede $120m^2$, correspondendo a letra (E).

Rascunho

$$\begin{array}{r} 4\,9 \\ -\quad 9 \\ \hline 4\,0 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 4\,0 \\ \times\quad 3 \\ \hline 1\,2\,0 \\ \hline 1\,2\,0 \end{array}$$

Resolução: <https://youtu.be/lLzEawlb-xw>

1.8 QUESTÃO 144 - MATRIZ, INTERPRETAÇÃO DE TABELAS

Um professor aplica, durante os cinco dias úteis de uma semana, testes com quatro questões de múltipla escolha a cinco alunos. Os resultados foram representados na matriz.

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 0 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 4 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 4 & 4 \end{bmatrix}$$

Nessa matriz os elementos das linhas de 1 a 5 representam as quantidades de questões acertadas pelos alunos Ana, Bruno, Carlos, Denis e Érica, respectivamente, enquanto que as colunas de 1 a 5 indicam os dias da semana, de segunda-feira a sexta-feira, respectivamente, em que os testes foram aplicados.

O teste que apresentou maior quantidade de acertos foi o aplicado na

(A) segunda-feira.

(B) terça-feira.

(C) quarta-feira.

(D) quinta-feira.

(E) sexta-feira.

Resolução

Basta interpretar a matriz em que cada linha representa um dos alunos e a coluna a quantidade de acertos no dia da semana.

A coluna que tiver o maior somatório será a coluna do dia da semana que teve mais acertos.

	Seg	Ter	Qua	Qui	Sex
Ana	3	2	0	1	2
Bruno	3	2	4	1	2
Carlos	2	2	2	3	2
Denis	3	2	4	1	0
Érica	0	2	0	4	4
	11	10	10	10	10

Resposta: Vemos claramente que o dia da semana que possui o maior somatório é a coluna 1, correspondente a da segunda feira. O que corresponde ao gabarito (A)

Resolução: <https://youtu.be/lLzEawlb-xw>

1.9 QUESTÃO 158 - UNIDADES DE MEDIDA, PROPORCIONALIDADE, REGRA DE 3, GEOMETRIA

Comum em lançamentos de empreendimentos imobiliários, as maquetes de condomínios funcionam como uma ótima ferramenta de marketing para as construtoras, pois, além de encantar clientes, auxiliam de maneira significativa os corretores na negociação e venda de imóveis.

Um condomínio está sendo lançado em um novo bairro de uma cidade. Na maquete projetada pela construtora, em escala de 1 : 200, existe um reservatório de água com capacidade de $45cm^3$.

Quando todas as famílias estiverem residindo no condomínio, a estimativa é que, por dia, sejam consumidos 30 000 litros de água.

Em uma eventual falta de água, o reservatório cheio será suficiente para abastecer o condomínio por quantos dias?

(A) 30

(B) 15

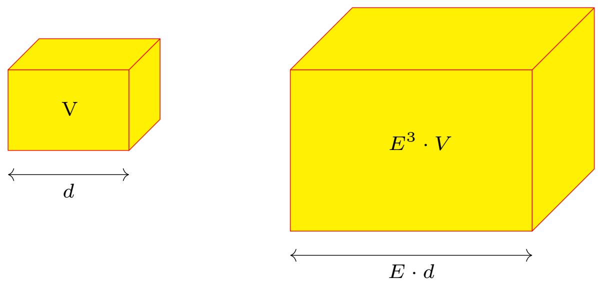
(C) 12

(D) 6

(E) 3

Resolução

Escala $1 : E$



A escala é linear 1 : 200 ou seja, cada centímetro na maquete mede 200 cm em escala real. Lembrando que à cada dimensão eu aplico a potência correta:

- linear $\frac{1}{200}$
- plana ou superfície $\left(\frac{1}{200}\right)^2 = \frac{1}{40.000}$
- espacial ou volumétrica $\left(\frac{1}{200}\right)^3 = \frac{1}{8.000.000}$

Logo, cada $1cm^3$ equivale à $8.000.000cm^3$ ou seja, para $45cm^3$ teremos $45 \cdot 8.000.000 = 360.000.000cm^3$

A conversão de cm^3 para litros é da ordem de $1dm^3 = 1l$ ou seja somo obrigados a converter de cm^3 oara dm^3 que na tabela de escalas eu ando para esquerda 1 casa o que me obriga a dividir por 1.000

Ou seja, $360.000.000 \div 1.000 = 360.000dm^3 = 360.000l$

como o consumo diário previsto é de 30.000 litros/dia, teremos $\frac{360.000}{30.000} = 12$ dias

Resposta: Com o reservatório especificado, o condomínio deve ter 12 dias de água sem necessidade de reabastecimento

Rascunho

$$\begin{array}{r} 2\,0\,0 \\ \times \quad 2\,0\,0 \\ \hline 0\,0\,0 \\ 0\,0\,0 \\ 4\,0\,0 \\ \hline 4\,0\,0\,0\,0 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 4\,0\,0\,0\,0 \\ \times \quad 2\,0\,0 \\ \hline 0\,0\,0\,0\,0 \\ 0\,0\,0\,0\,0 \\ 8\,0\,0\,0\,0 \\ \hline 8\,0\,0\,0\,0\,0\,0 \end{array}$$

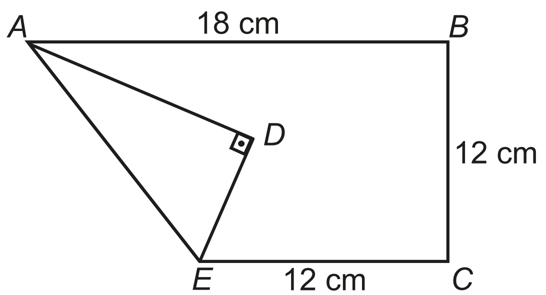
$$\begin{array}{r} 8\,0\,0\,0\,0\,0\,0 \\ \times \quad 4\,5 \\ \hline 4\,0\,0\,0\,0\,0\,0\,0 \\ 3\,2\,0\,0\,0\,0\,0\,0 \\ \hline 3\,6\,0\,0\,0\,0\,0\,0\,0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 3\,6\,0\,0\,0\,0 & 3\,0\,0\,0\,0 \\ \cline{2-2} -\,3\,0\,0\,0\,0 & 1\,2 \\ \cline{1-1} 6\,0\,0\,0\,0 & \\ -\,6\,0\,0\,0\,0 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

Resolução: <https://youtu.be/U5PyVKSpmtg>

1.10 QUESTÃO 166 - GEOMETRIA, PITÁGORAS, RADICAIS

Construir figuras de diversos tipos, apenas dobrando e cortando papel, sem cola e sem tesoura, é a arte do origami (ori = dobrar; kami = papel), que tem um significado altamente simbólico no Japão. A base do origami é o conhecimento do mundo por base do tato. Uma jovem resolveu construir um cisne usando a técnica do origami, utilizando uma folha de papel de 18 cm por 12 cm. Assim, começou por dobrar a folha conforme a figura.



Após essa primeira dobradura, a medida do segmento AE é

A) $2\sqrt{22}cm$.

B) $6\sqrt{3}cm$.

C) $12cm$.

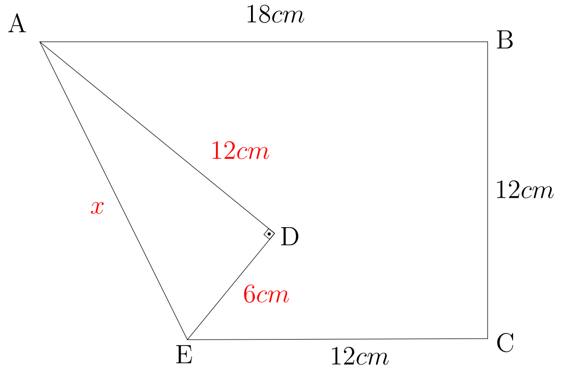
D) $6\sqrt{5}cm$.

E) $12\sqrt{2}cm$.

Resolução

É muito óbvio a aplicação direta do Teorema de Pitágoras:

Um dos catetos será a diferença entre o lado maior do retângulo e o início da dobra, ou seja $18cm - 12cm = 6cm$ e o outro $12cm$ correspondentes ao lado menor do retângulo



Disso temos, por Pitágoras:

$$\begin{aligned} x^2 &= 12^2 + 6^2 \\ &= 144 + 36 \\ &= 180 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^2 &= 180 \\ x &= \sqrt{180} \\ &= \sqrt{2^2 \cdot 3^2 \cdot 5} \\ &= 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{5} \\ x &= 6\sqrt{5} \approx 6 \cdot 2,23 \approx 13,38 \end{aligned}$$

Rascunho

$$\begin{array}{r} 1\,2 \\ \times \quad 1\,2 \\ \hline 2\,4 \\ 1\,2 \\ \hline 1\,4\,4 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 1\,8\,0 & 2 \\ 9\,0 & 2 \\ 4\,5 & 3 \\ 1\,5 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2{,}2\,3 \\ \times \quad 6 \\ \hline 1\,3\,3\,8 \\ \hline 1\,3{,}3\,8 \end{array}$$

Resolução: <https://youtu.be/U5PyVKSpmtg>

1.11 QUESTÃO 155 - SEQUÊNCIA, RESTO DA DIVISÃO

Após o Fórum Nacional Contra a Pirataria (FNCP) incluir a linha de autopeças em campanha veiculada contra a falsificação, as agências fiscalizadoras divulgaram que os cinco principais produtos de autopeças falsificados são: rolamento, pastilha de freio, caixa de direção, catalisador e amortecedor.

Após uma grande apreensão, as peças falsas foram cadastradas utilizando-se a codificação:

Disponível em: www.oficinabrasil.com.br. Acesso em: 25 ago. 2014 (adaptado).

1: rolamento, 2: pastilha de freio, 3: caixa de direção, 4: catalisador e 5: amortecedor.

Ao final obteve-se a sequência: 5, 4, 3, 2, 1, 2, 3, 4, 5, 4, 3, 2, 1, 2, 3, 4, 5, 4, 3, 2, 1, 2, 3, 4, ... que apresenta um padrão de formação que consiste na repetição de um bloco de números. Essa sequência descreve a ordem em que os produtos apreendidos foram cadastrados.

O 2 015º item cadastrado foi um(a)

(A) rolamento.

(B) catalisador.

(C) amortecedor.

(D) pastilha de freio.

(E) caixa de direção.

Resolução

Podemos verificar que a lista possui um padrão de repetição de tamanho de 8 itens conforme esquema abaixo:

5 4 3 2 1 2 3 4 5 4 3 2 1 2 3 4 5 4 3 2 1 2 3 4 5 4 3 ...

$\boxed{5\ 4\ 3\ 2\ 1\ 2\ 3\ 4}\ \boxed{5\ 4\ 3\ 2\ 1\ 2\ 3\ 4}\ \boxed{5\ 4\ 3\ 2\ 1\ 2\ 3\ 4}\ 5\ 4\ 3\ \ldots$

A resolução dessa questão passa pelo conhecimento do algoritmo de divisão, mais precisamente do resto...

Primeiro faremos a divisão do numeral 2.015 por 8 que é o tamanho da sequência

$$
\begin{array}{r|l}
2\,0\,1\,5 & 8 \\
\underline{-1\,6} & 2\,5\,1 \\
4\,1 & \\
\underline{-4\,0} & \\
1\,5 & \\
\underline{-8} & \\
7 &
\end{array}
$$

Ou seja, teremos a repetição de 251 vezes a sequência completa (5, 4, 3, 2, 1, 2, 3, 4) e mais uma sequência incompleta com 7 elementos (5, 4, 3, 2, 1, 2, 3), ou seja, o 2.015º elemento de nossa sequência completa será o 7º elemento o valor 3, que corresponde, conforme de-para, **caixa de direção**, o que corresponde ao gabarito (E).

Resolução: <https://youtu.be/>

1.12 QUESTÃO 156 - COMBINATÓRIA

Durante suas férias, oito amigos, dos quais dois são canhotos, decidem realizar um torneio de vôlei de raia. Eles precisam formar quatro duplas para a realização do torneio. Nenhuma dupla pode ser formada por dois jogadores canhotos.

De quantas maneiras diferentes podem ser formadas essas quatro duplas?

(A) 69

(B) 70

(C) 90

(D) 104

(E) 105

Resolução Podemos usar o raciocínio destrutivo: Montar todas as possíveis subtraindo todas as que não nos interessam:

Formação de todas as combinações possíveis, sem levar em conta os canhotos:

$$
\begin{aligned}
\frac{C_{8,2}\cdot C_{6,2}\cdot C_{4,2}\cdot C_{2,2}}{4!} &= \\
C_{8,2}\cdot C_{6,2}\cdot C_{4,2}\cdot C_{2,2}\cdot\frac{1}{4!} &= \\
\frac{8!}{2!6!}\cdot\frac{6!}{2!4!}\cdot\frac{4!}{2!2!}\cdot\frac{2!}{1!0!}\cdot\frac{1}{4!} &= \\
\frac{8\cdot 7\cdot 6\cdot 5\cdot 4!}{2\cdot 2\cdot 2\cdot 2\cdot 4!} &= \\
7\cdot 3\cdot 5 &= 105
\end{aligned}
$$

Outra resolução: Vamos por etapas:

1. A primeira dupla pode escolher 1 dos dois canhotos e o outro jogador obrigatoriamente será destro. Isto posto, temos 2 formas de escolher o canhoto e 6 maneiras de escolher o destro, ou seja, temos $2\cdot 6 = 12$ duplas possíveis.

2. A segunda dupla só pode escolher 1 entre os canhotos disponíveis e 5 entre os destros disponíveis, ou seja $1\cdot 5 = 5$ maneiras distintas.

3. A terceira dupla só pode ser montada com destros. ou seja podemos escolher de 4 maneiras possíveis o primeiro integrante e 3 maneiras possíveis o segundo membro, ou seja $4\cdot 3 = 12$

maneiras. Como a ordem não importa, dividimos por 2 as escolhas $\frac{12}{2} = 6$ duplas distintas

4. Como só sobra 2 integrantes, ele formam a única dupla

Contabilizando, temos que por conta da natureza combinatória dos 2 primeiros grupos, tenho que dividir a multiplicação deles por 2, bem como os dois últimos grupos também preciso dividir por 2.

Temos:

$$\frac{12 \cdot 5}{2} \cdot \frac{6 \cdot 1}{2} = 6 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 1 = 30 \cdot 3 = 90$$

O que corresponde ao gabarito (C)

Resolução: <https://www.youtube.com/watch?v=s-7p8Bi8TE4>

1.13 QUESTÃO 151 LARANJA LEDOR - INTERPRETAÇÃO DE GRÁFICOS

Na anestesia peridural, como a usada nos partos, o médico anestesista precisa introduzir uma agulha nas costas do paciente, que atravessará várias camadas de tecido até chegar a uma região estreita, chamada espaço epidural, que envolve a medula espinhal. A agulha é usada para injetar um líquido anestésico, e a força que deve ser aplicada à agulha para fazê-la avançar através dos tecidos é variável.

A figura é um gráfico do módulo F da força (em newton) em função do deslocamento x da ponta da agulha (em milímetro) durante uma anestesia peridural típica.

Descrição da figura: A figura mostra um gráfico em um plano cartesiano. O eixo x representa o deslocamento da ponta da agulha, em milímetro, e o eixo y representa o módulo da força, em Newton. O gráfico é representado por uma linha poligonal com oito segmentos,

Segmento AB: do ponto A(0 ; 0) ao ponto B(8 ; 12).

Segmento BC: do ponto B(8 ; 12) ao ponto C(12 ; 6).

Segmento CD: do ponto C(12 ; 6) ao ponto D(18 ; 8).

Segmento DE: do ponto D(18 ; 8) ao ponto E(20 ; 7).

Segmento EF: do ponto E(20 ; 7) ao ponto F(26 ; 7).

Segmento FG: do ponto F(26 ; 7) ao ponto G(28 ; 12).

Segmento GH: do ponto G(28 ; 12) ao ponto H(30 ; 12).

Segmento HI: do ponto H(30 ; 12) ao ponto I(32 ; 3).

Considere que a velocidade de penetração da agulha deva ser a mesma durante a aplicação da anestesia e que a força aplicada à agulha pelo médico anestesista em cada ponto deve ser proporcional à resistência naquele ponto.

Com base nas informações apresentadas, a maior resistência à força aplicada observa-se ao longo do segmento

(A) AB.

(B) FG.

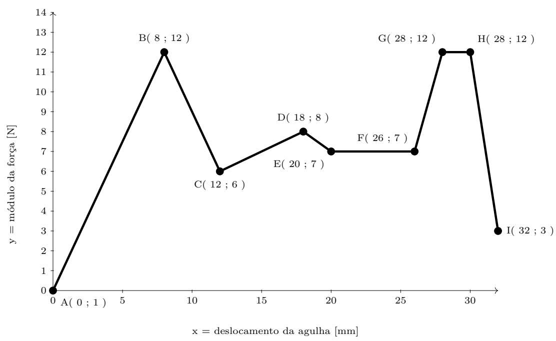
(C) EF.

(D) GH.

(E) HI.

Resolução

A figura descrita pode ser desenhada da seguinte forma:



Vemos claramente que estamos falando que a resistência e a força aplicada são proporcionais, ou seja, o segmento com maior parte dela na parte superior do gráfico, o que acontece em 2 treços, no ponto B e no segmento GH, que é nossa resposta procurada, o que corresponde ao gabarito (D)

Observação

Na prova azul da segunda aplicação a questão 142 traz o gráfico conforme a prova oficial:

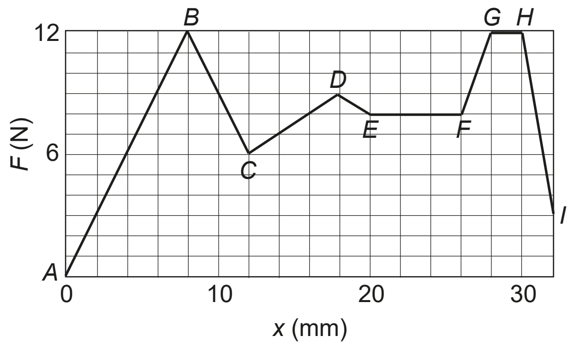


Figura 1

Resolução: <https://youtu.be/>

1.14 QUESTÃO 137 - LOGARITMO E INEQUAÇÃO

A *Hydrangea macrophylla* é uma planta com flor azul ou cor-de-rosa, dependendo do pH do solo no qual está plantada. Em solo ácido (ou seja, com $pH < 7$) a flor é azul, enquanto que em solo alcalino (ou seja, com $pH > 7$) a flor é rosa. Considere que a *Hydrangea* cor-de-rosa mais valorizada comercialmente numa determinada região seja aquela produzida em solo com pH inferior a 8. Sabe-se que $pH = -log_{10}x$, em que x é a concentração de íon hidrogênio (H^+). Para produzir a Hydrangea cor-de-rosa de maior valor comercial, deve-se preparar o solo de modo que x assuma

(A) qualquer valor acima de 10^{-8}.

(B) qualquer valor positivo inferior a 10^{-7}.

(C) valores maiores que 7 e menores que 8.

(D) valores maiores que 70 e menores que 80.

(E) valores maiores que 10^{-8} e menores que 10^{-7}.

Resolução

O problema apresenta 2 condições:

Condição 1: Hydrangea cor-de-rosa $\Rightarrow pH > 7$

$$
\begin{aligned}
pH &> 7 \\
-log_{10}x &> 7 && \cdot(-1) \\
log_{10}x &< -7 && 10^e \\
10^{log_{10}x} &< 10^{-7} && 10^{log_{10}x} = x \\
x &< 10^{-7}
\end{aligned}
$$

Condição 2: Hydrangea cor-de-rosa mais valorizada $\Rightarrow pH < 8$

$$
\begin{aligned}
pH &< 8 \\
-log_{10}x &< 8 && \cdot(-1) \\
log_{10}x &> -8 && 10^e \\
10^{log_{10}x} &> 10^{-8} && 10^{log_{10}x} = x \\
x &> 10^{-8}
\end{aligned}
$$

Donde se conclui que, combinando as duas inequações conjuntamente em uma inequação intervalar temos $10^{-8} < x < 10^{-7}$

Rascunho

$$
\begin{array}{r}
1{,}01 \\
\times\ 1{,}01 \\
\hline
101 \\
000 \\
101 \\
\hline
1{,}0201
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r|l}
202{,}00 & 1{,}01 \\
\cline{2-2}
-202 & 200 \\
\cline{1-1}
00 & \\
-0 & \\
\cline{1-1}
00 & \\
-0 & \\
\cline{1-1}
0 &
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{r|l}
2040{,}200 & 1{,}0201 \\
\cline{2-2}
-20402 & 200 \\
\cline{1-1}
00 & \\
-0 & \\
\cline{1-1}
00 & \\
-0 & \\
\cline{1-1}
0 &
\end{array}
$$

Resolução: <https://youtu.be/>

REFERÊNCIAS