

E-BOOK GRATUITO

RESOLUÇÃO DE QUESTÕES ENEM

MAX MADEIRA & CHICO FIGUEIREDO

BRASÍLIA, 2020

MAX MADEIRA & CHICO FIGUEIREDO

RESOLUÇÃO DE QUESTÕES ENEM

Orientador: Francisco Lima Figueiredo

Brasília
2020

Figueiredo, Max Madeira & Chico
Resolução de Questões ENEM / Max Madeira & Chico Figueiredo. - Brasília,
2020.
17 p. : il. ; 30 cm.

Orientador: Francisco Lima Figueiredo

e-Book Gratuito - , Brasília, 2020.

1. Educação. 2. Matemática Financeira. 3. Estatística. 4. ENEM. I.
Figueiredo, Francisco Lima . II. .

“ A Matemática é a ciência mais barata. Não requer qualquer equipamento caro, ao contrário da Física ou da Química. Tudo o que precisamos para a Matemática é de um lápis e papel. “
(George Pólya)

RESUMO

O presente trabalho é fruto do trabalho de 2 apaixonados por matemática que são amigos a 30 anos e se dispõem a deixar um legado na vida de quem precisa passar em uma universidade.

Palavras-chave: Educação. Matemática Financeira. Estatística, ENEM.

SUMÁRIO

1	ENEM 2019 - CADERNO AZUL	9
1.1	QUESTÃO 150 - MATEMÁTICA FINANCEIRA	9
1.2	QUESTÃO 154 - LOGARITMOS, UNIDADES DE MEDIDA, INTERPRETAÇÃO TABELA	9
1.3	QUESTÃO 138 - PORCENTAGEM	10
1.4	QUESTÃO 140 - NOTAÇÃO CIENTÍFICA	11
1.5	QUESTÃO 160 - ESTATÍSTICA, MÉDIA ARITMÉTICA	11
1.6	QUESTÃO 161 - ESTATÍSTICA, MÉDIA PONDERADA	12
1.7	QUESTÃO 142 - GEOMETRIA, CÍRCULO, ÁREA	12
1.8	QUESTÃO 144 - MATRIZ, INTERPRETAÇÃO DE TABELAS	13
1.9	QUESTÃO 158 - UNIDADES DE MEDIDA, PROPORCIONALIDADE, REGRA DE 3, GEO- METRIA	14
1.10	QUESTÃO 166 - GEOMETRIA, PITÁGORAS, RADICAIS	14
	REFERÊNCIAS	17

1 ENEM 2019 - CADERNO AZUL

1.1 QUESTÃO 150 - MATEMÁTICA FINANCEIRA

Uma pessoa se interessou em adquirir um produto anunciado em uma loja. Negociou com o gerente e conseguiu comprá-lo a uma taxa de juros compostos de 1% ao mês. O primeiro pagamento será um mês após a aquisição do produto, e no valor de R\$ 202,00.

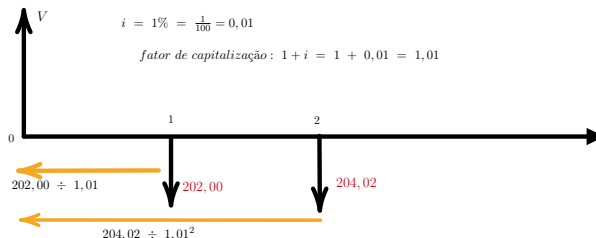
O segundo pagamento será efetuado um mês após o primeiro, e terá o valor de R\$ 204,02. Para concretizar a compra, o gerente emitirá uma nota fiscal com o valor do produto à vista negociado com o cliente, correspondendo ao financiamento aprovado.

O valor à vista, em real, que deverá constar na nota fiscal é de

- (A) 398,02.
(B) 400,00.
(C) 401,94.
(D) 404,00.
(E) 406,02.

Resolução

Então temos o seguinte fluxo de caixa:



logo temos que o valor V é a soma das 2 parcelas descontadas no fluxo de caixa:

$$\begin{aligned} V &= \frac{202,00}{1,01} + \frac{204,02}{1,01^2} \\ &= \frac{202,00}{1,01} + \frac{204,02}{1,0201} \\ &= \frac{20200}{101} + \frac{2040200}{10201} \\ &= 200 + 200 \\ &= 400 \end{aligned}$$

Resposta: A nota fiscal deverá ser preenchida com o valor de R\$ 400,00. Alternativa (B)

Rascunho

$$\begin{array}{r} 1,01 \\ \times 1,01 \\ \hline 101 \\ 000 \\ \hline 101 \\ 1,0201 \end{array} \quad \begin{array}{r} 20200 \\ - 202 \\ \hline 00 \\ - 0 \\ \hline 00 \\ - 0 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 101 \\ 200 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2040200 \\ - 20402 \\ \hline 00 \\ - 0 \\ \hline 00 \\ - 0 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 10201 \\ 200 \\ \hline \end{array}$$



Resolução: <<https://youtu.be/S22SHYt4n-o>>

1.2 QUESTÃO 154 - LOGARITMOS, UNIDADES DE MEDIDA, INTERPRETAÇÃO TABELA

Charles Richter e Beno Gutenberg desenvolveram a escala Richter, que mede a magnitude de um terremoto. Essa escala pode variar de 0 a 10, com possibilidades de valores maiores. O quadro mostra a escala de magnitude local (M_s) de um terremoto que é utilizada para descrevê-lo.

Descrição	Magnitude local (M_s) ($\mu m \cdot Hz$)
Pequeno	$0 \leq M_s \leq 3,9$
Ligeiro	$4,0 \leq M_s \leq 4,9$
Moderado	$5,0 \leq M_s \leq 5,9$
Grande	$6,0 \leq M_s \leq 9,9$
Extremo	$M_s \geq 10,0$

Para se calcular a magnitude local, usa-se a fórmula $M_s = 3,30 + \log(A \cdot f)$, em que A representa a amplitude máxima da onda registrada por um sismógrafo em micrômetro (μm) e f representa a frequência da onda, em hertz (Hz). Ocorreu um terremoto com amplitude máxima de $2000\mu m$ e frequência de $0,2Hz$.

Disponível em: <http://cejarj.cecierj.edu.br>. Acesso em: 1 fev. 2015 (adaptado).

Utilize 0,3 como aproximação para $\log 2$.

De acordo com os dados fornecidos, o terremoto ocorrido pode ser descrito como

- (A) Pequeno.
- (B) Ligeiro.
- (C) Moderado.
- (D) Grande.
- (E) Extremo.

Resolução

Temos um caso simples de substituição de variáveis, e bom uso das propriedades de logaritmos:

$$\begin{aligned}
 M_s &= 3,30 + \log(A \cdot f) \\
 &= 3,30 + \log(2000 \cdot 0,2) \\
 &= 3,30 + \log(400) \\
 &= 3,30 + \log(4 \cdot 100) \\
 &= 3,30 + \log(2^2 \cdot 10^2) \\
 &= 3,30 + \log(2^2) + \log(10^2) \\
 &= 3,30 + 2 \cdot \log(2) + 2 \cdot \log(10) \\
 &= 3,30 + 2 \cdot 0,3 + 2 \cdot 1 \\
 &= 3,30 + 0,6 + 2 \\
 M_s &= 5,9
 \end{aligned}$$

Rascunho

$$\begin{array}{r}
 2000 \\
 \times 0,2 \\
 \hline
 4000 \\
 0000 \\
 \hline
 400,0
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 0,3 \\
 \times 2 \\
 \hline
 0,6
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 3,3 \\
 + 0,6 \\
 \hline
 3,9
 \end{array}$$



Resolução: <<https://youtu.be/S22SHYt4n-o>>

1.3 QUESTÃO 138 - PORCENTAGEM

Uma pessoa, que perdeu um objeto pessoal quando visitou uma cidade, pretende divulgar nos meios de comunicação informações a respeito da perda desse objeto e de seu contato para eventual devolução. No entanto, ela lembra que, de acordo com o Art. 1 234 do Código Civil, poderá ter que pagar pelas despesas do transporte desse objeto até sua cidade e poderá ter que recompensar a pessoa que lhe restituir o objeto em, pelo menos, 5% do valor do objeto.

Ela sabe que o custo com transporte será de um quinto do valor atual do objeto e, como ela tem muito interesse em reavê-lo, pretende ofertar o maior percentual possível de recompensa, desde que o gasto total com as despesas não ultrapasse o valor atual do objeto.

Nessas condições, o percentual sobre o valor do objeto, dado como recompensa, que ela deverá ofertar é igual a

- (A) 20%
- (B) 25%
- (C) 40%
- (D) 60%
- (E) 80%

Resolução

V Valor do objeto

$$\text{que } \frac{1}{5}V \text{ será o valor do transporte, vale notar} \\
 \text{que } \frac{1}{5} = \frac{1 \cdot 20}{5 \cdot 20} = \frac{20}{100} = 0,2 = 20\% \Rightarrow 20\%V$$

A recompensa será o que o total do valor do objeto menos o transporte, ou seja

$$\begin{aligned}
 X &= V - \frac{1}{5}V \\
 &= \left(1 - \frac{1}{5}\right)V \\
 &= \left(\frac{5-1}{5}\right)V \\
 &= \frac{4}{5}V \\
 &= 0,8V \\
 &= 80\%V
 \end{aligned}$$

Resposta: O percentual da recompensa será de 80% do valor do objeto

Rascunho

$$\begin{array}{r|l}
 1 & 5 \\
 - 0 & 0,2 \\
 \hline
 10 & \\
 - 10 & \\
 \hline
 0 &
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r|l}
 20 & 100 \\
 - 0 & 0,2 \\
 \hline
 200 & \\
 - 200 & \\
 \hline
 0 &
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r|l}
 4 & 5 \\
 - 0 & 0,8 \\
 \hline
 40 & \\
 - 40 & \\
 \hline
 0 &
 \end{array}$$



Resolução: <<https://youtu.be/hRFaaCCGBQo>>

1.4 QUESTÃO 140 - NOTAÇÃO CIENTÍFICA

A gripe é uma infecção respiratória aguda de curta duração causada pelo vírus influenza. Ao entrar no nosso organismo pelo nariz, esse vírus multiplica-se, disseminando-se para a garganta e demais partes das vias respiratórias, incluindo os pulmões.

O vírus influenza é uma partícula esférica que tem um diâmetro interno de 0,00011 mm.

Disponível em: www.gripenet.pt. Acesso em: 2 nov. 2013
(adaptado).

Em notação científica, o diâmetro interno do vírus influenza, em mm, é

- (A) $1,1 \times 10^{-1}$
- (B) $1,1 \times 10^{-2}$
- (C) $1,1 \times 10^{-3}$
- (D) $1,1 \times 10^{-4}$
- (E) $1,1 \times 10^{-5}$

Resolução

Um número na notação científica é um número na forma $N \times 10^n$ onde N é o primeiro dígito significativo entre 1 e 10 e n é a quantidade de zeros a direita (negativo) ou a esquerda (positivo) do número, ou matematicamente $N \times 10^n \mid 1 \leq N < 10$ e $n \in \mathbb{Z}$

$$0,00011 = 1,1 \cdot 10^{-4}$$

4 casas decimais até o primeiro dígito significativo



Resolução: <<https://youtu.be/hRFaaCCGBQo>>

1.5 QUESTÃO 160 - ESTATÍSTICA, MÉDIA ARITMÉTICA

O preparador físico de um time de basquete dispõe de um plantel de 20 jogadores, com média de altura igual a 1,80 m. No último treino antes da estreia em um campeonato, um dos jogadores desfalcou o time em razão de uma séria contusão, forçando o técnico a contratar outro jogador para recompor o grupo.

Se o novo jogador é 0,20 m mais baixo que o anterior, qual é a média de altura, em metro, do novo grupo?

- (A) 1,60
- (B) 1,78
- (C) 1,79
- (D) 1,81
- (E) 1,82

Resolução

$$\text{Dado que média } M = \frac{S_{20}}{n} = \frac{\sum_1^n J_i}{n} \Rightarrow M = \frac{\sum_1^{20} J_i}{20} = 1,80m$$

Donde que se conclui que a soma das alturas dos jogadores é $S_{20} = \sum_1^{20} J_i = 1,80 \cdot 20 \Rightarrow \sum_1^{20} J_i = 36m$

A nova soma, com o jogador trocado, diminuiu 0,20 m, ou seja

$$S'_{20} = S_{20} - 0,20 \Rightarrow S'_{20} = 36m - 0,20m \Rightarrow S'_{20} = 35,8m$$

$$\text{A nova média é } M' = \frac{S'_{20}}{20} \Rightarrow M' = \frac{35,8}{20} \Rightarrow M' = 1,79$$

Outra Resolução

O leitor pode também resolver rapidamente verificando que a nova média será decrescida de 0,20 m dividido pelos 20 membros, ou seja $\frac{0,20}{20} = 0,01m$ ou seja, caindo de 1,80m para $1,80 - 0,01m = 1,79m$

Resposta: A nova média é 1,79m, correspondendo ao gabarito (C)

Rascunho

$$\begin{array}{r} 1,8 \\ \times 20 \\ \hline 00 \\ 36 \\ \hline 36,0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 36,0 \\ - 0,2 \\ \hline 35,8 \end{array} \quad \begin{array}{r} 35,8 \\ - 200 \\ \hline 1580 \\ - 1400 \\ \hline 1800 \\ - 1800 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 200 \\ 200 \\ \hline 1,79 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0,2 \\ - 0 \\ \hline 20 \\ - 0 \\ \hline 200 \\ - 200 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 200 \\ 0,01 \\ \hline 1,80 \\ - 0,01 \\ \hline 1,79 \end{array}$$



Resolução: <<https://youtu.be/>>

1.6 QUESTÃO 161 - ESTATÍSTICA, MÉDIA PONDERADA

Em uma fábrica de refrigerantes, é necessário que se faça periodicamente o controle no processo de engarrafamento para evitar que sejam envasadas garrafas fora da especificação do volume escrito no rótulo.

Diariamente, durante 60 dias, foram anotadas as quantidades de garrafas fora dessas especificações. O resultado está apresentado no quadro.

Quantidade de garrafas fora das especificações por dia	Quantidade de dias
0	52
1	5
2	2
3	1

A média diária de garrafas fora das especificações no período considerado é

- (A) 0,1.
- (B) 0,2.
- (C) 1,5.
- (D) 2,0.
- (E) 3,0.

Resolução

Interpretando adequadamente a tabela e a questão trata-se de uma média ponderada

Quantidade de garrafas fora das especificações por dia	Quantidade de dias	(1) × (2)
(1)	(2)	
0	52	0
1	5	5
2	2	4
3	1	3
Soma	60	12

Matematicamente falando

$$\begin{aligned}
 M_p &= \frac{0 \cdot 52 + 1 \cdot 5 + 2 \cdot 2 + 3 \cdot 1}{52 + 5 + 2 + 1} \\
 &= \frac{0 + 5 + 4 + 3}{60} \\
 &= \frac{12}{60} \\
 &= \frac{1}{5} \\
 M_p &= 0,2
 \end{aligned}$$

Resposta: A média ponderada é 0,2 garrafas defeituosas, correspondendo ao gabarito (B)

Rascunho

$$\begin{array}{r|l}
 12 & 60 \\
 -0 & 0,2 \\
 \hline
 120 & \\
 -120 & \\
 \hline
 0 &
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r|l}
 1 & 5 \\
 -0 & 0,2 \\
 \hline
 10 & \\
 -10 & \\
 \hline
 0 &
 \end{array}$$



Resolução: <<https://youtu.be/>>

ILzEawlb-xw

1.7 QUESTÃO 142 - GEOMETRIA, CÍRCULO, ÁREA

Em um condomínio, uma área pavimentada, que tem a forma de um círculo com diâmetro medindo $6m$, é cercada por grama. A administração do condomínio deseja ampliar essa área, mantendo seu formato circular, e aumentando, em $8m$, o diâmetro dessa região, mantendo o revestimento da parte já existente. O condomínio dispõe, em estoque, de material suficiente para pavimentar mais $100m^2$ de área. O síndico do condomínio irá avaliar se esse material disponível será suficiente para pavimentar a região a ser ampliada.

Utilize 3 como aproximação para π .

A conclusão correta a que o síndico deverá chegar, considerando a nova área a ser pavimentada, é a de que o material disponível em estoque

(A) será suficiente, pois a área da nova região a ser pavimentada mede $21m^2$.

(B) será suficiente, pois a área da nova região a ser pavimentada mede $24m^2$.

(C) será suficiente, pois a área da nova região a ser pavimentada mede $48m^2$.

(D) não será suficiente, pois a área da nova região a ser pavimentada mede $108m^2$.

(E) não será suficiente, pois a área da nova região a ser pavimentada mede $120m^2$.

Resolução



$$\begin{aligned} A &= \pi R^2 - \pi r^2 \\ &= \pi(R^2 - r^2) \\ &= 3(7^2 - 3^2) \\ &= 3(49 - 9) \end{aligned}$$

$$A = 120m^2$$

em virtude de haver apenas $100m^2$ de material, não será suficiente, pois a área da nova região a ser pavimentada mede $120m^2$, correspondendo a letra (E).



Resolução: <<https://youtu.be/1LzEawlb-xw>>

1.8 QUESTÃO 144 - MATRIZ, INTERPRETAÇÃO DE TABELAS

Um professor aplica, durante os cinco dias úteis de uma semana, testes com quatro questões de múltipla escolha a cinco alunos. Os resultados foram representados na matriz.

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 0 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 4 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 4 & 4 \end{bmatrix}$$

Nessa matriz os elementos das linhas de 1 a 5 representam as quantidades de questões acertadas pelos alunos Ana, Bruno, Carlos, Denis e Érica, respectivamente, enquanto que as colunas de 1 a 5 indicam os dias da semana, de segunda-feira a sexta-feira, respectivamente, em que os testes foram aplicados.

O teste que apresentou maior quantidade de acertos foi o aplicado na

- (A) segunda-feira.
- (B) terça-feira.
- (C) quarta-feira.
- (D) quinta-feira.
- (E) sexta-feira.

Resolução

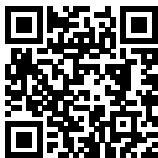
Basta interpretar a matriz em que cada linha representa um dos alunos e a coluna a quantidade de acertos no dia da semana.

A coluna que tiver o maior somatório será a coluna do dia da semana que teve mais acertos.

	Seg	Ter	Qua	Qui	Sex
Ana	3	2	0	1	2
Bruno	3	2	4	1	2
Carlos	2	2	2	3	2
Denis	3	2	4	1	0
Érica	0	2	0	4	4
	11	10	10	10	10

Resposta: Vemos claramente que o dia da

semana que possui o maior somatório é a coluna 1, correspondente a da segunda feira. O que corresponde ao gabarito (A)



Resolução: <<https://youtu.be/ILzEawlb-xw>>

1.9 QUESTÃO 158 - UNIDADES DE MEDIDA, PROPORCIONALIDADE, REGRA DE 3, GEOMETRIA

Comum em lançamentos de empreendimentos imobiliários, as maquetes de condomínios funcionam como uma ótima ferramenta de marketing para as construtoras, pois, além de encantar clientes, auxiliam de maneira significativa os corretores na negociação e venda de imóveis.

Um condomínio está sendo lançado em um novo bairro de uma cidade. Na maquete projetada pela construtora, em escala de 1 : 200, existe um reservatório de água com capacidade de 45cm^3 .

Quando todas as famílias estiverem residindo no condomínio, a estimativa é que, por dia, sejam consumidos 30 000 litros de água.

Em uma eventual falta de água, o reservatório cheio será suficiente para abastecer o condomínio por quantos dias?

- (A) 30
- (B) 15
- (C) 12
- (D) 6
- (E) 3

Resolução

A escala é linear 1 : 200 ou seja, cada centímetro na maquete mede 200 cm em escala real. Lembrando que à cada dimensão eu aplico a potência correta:

- linear $\frac{1}{200}$
- plana ou superfície $\left(\frac{1}{200}\right)^2 = \frac{1}{40.000}$
- espacial ou volumétrica $\left(\frac{1}{200}\right)^3 = \frac{1}{8.000.000}$

Logo, cada 1cm^3 equivale à $8.000.000\text{cm}^3$ ou seja, para 45cm^3 teremos $45 \cdot 8.000.000 = 360.000.000\text{cm}^3$

A conversão de cm^3 para litros é da ordem de $1\text{dm}^3 = 1\text{l}$ ou seja somos obrigados a converter de cm^3 para dm^3 que na tabela de escalas eu ando para esquerda 1 casa o que me obriga a dividir por 1.000

Ou seja, $360.000.000 \div 1.000 = 360.000\text{dm}^3 = 360.000\text{l}$

como o consumo diário previsto é de 30.000 litros/dia, teremos $\frac{360.000}{30.000} = 12$ dias

Resposta: Com o reservatório especificado, o condomínio deve ter 12 dias de água sem necessidade de reabastecimento

Rascunho

$$\begin{array}{r}
 200 \\
 \times 200 \\
 \hline
 000 \\
 000 \\
 400 \\
 \hline
 40000
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 40000 \\
 \times 200 \\
 \hline
 00000 \\
 00000 \\
 80000 \\
 \hline
 8000000
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 8000000 \\
 \times 45 \\
 \hline
 40000000 \\
 32000000 \\
 \hline
 360000000
 \end{array}$$

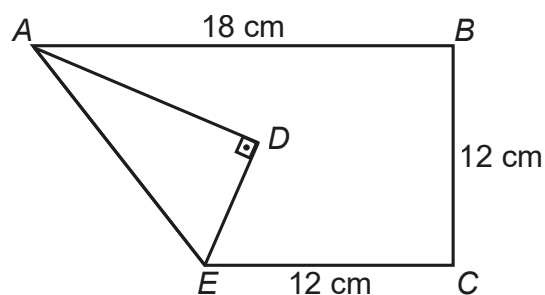
$$\begin{array}{r|l}
 360000 & 30000 \\
 - 30000 & 12 \\
 \hline
 60000 & \\
 - 60000 & \\
 \hline
 0 &
 \end{array}$$



Resolução: <<https://youtu.be/>>

1.10 QUESTÃO 166 - GEOMETRIA, PITÁGORAS, RADICAIS

Construir figuras de diversos tipos, apenas dobrando e cortando papel, sem cola e sem tesoura, é a arte do origami (ori = dobrar; kami = papel), que tem um significado altamente simbólico no Japão. A base do origami é o conhecimento do mundo por base do tato. Uma jovem resolveu construir um cisne usando a técnica do origami, utilizando uma folha de papel de 18 cm por 12 cm. Assim, começou por dobrar a folha conforme a figura.



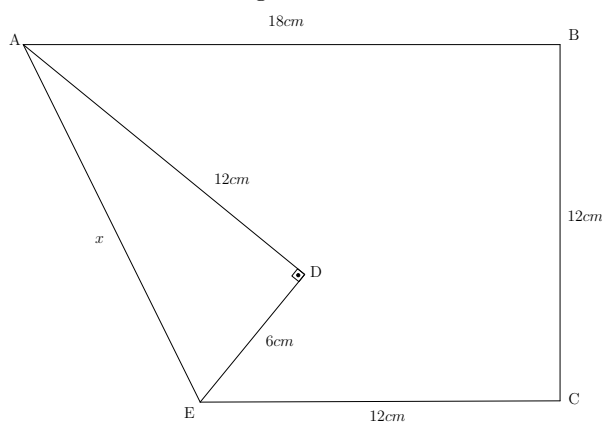
Após essa primeira dobradura, a medida do segmento AE é

- A) $2\sqrt{22}cm$.
- B) $6\sqrt{3}cm$.
- C) $12cm$.
- D) $6\sqrt{5}cm$.
- E) $12\sqrt{2}cm$.

Resolução

É muito óbvio a aplicação direta do Teorema de Pitágoras:

Um dos catetos será a diferença entre o lado maior do retângulo e o início da dobra, ou seja $18cm - 12cm = 6cm$ e o outro $12cm$ correspondentes ao lado menor do retângulo



Disso temos, por Pitágoras:

$$\begin{aligned}x^2 &= 12^2 + 6^2 \\&= 144 + 36 \\&= 180\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x^2 &= 180 \\x &= \sqrt{180} \\&= \sqrt{2^2 \cdot 3^2 \cdot 5} \\&= 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{5} \\x &= 6\sqrt{5}\end{aligned}$$

Rascunho

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times 12 \\ \hline 24 \\ 12 \\ \hline 144 \end{array} \quad \begin{array}{r} 12 \\ + 12 \\ \hline 24 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 180 \\ 90 \\ 45 \\ 15 \\ 5 \\ 1 \end{array} \begin{array}{l} 2 \\ 2 \\ 3 \\ 3 \\ 5 \\ 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 20200 \\ - 202 \\ \hline 00 \\ - 0 \\ \hline 00 \\ - 0 \\ \hline 00 \\ - 0 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 101 \\ 200 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2040200 \\ - 20402 \\ \hline 00 \\ - 0 \\ \hline 00 \\ - 0 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 10201 \\ 200 \\ \hline \end{array}$$



Resolução: <<https://youtu.be/>>

REFERÊNCIAS